

R. Erb, Kassel

## **Zum Problem der Stabilität beim Fahrradfahren**

Kurzfassung: Weshalb das Fahren mit einem so instabil anmutenden Fahrzeug wie dem Fahrrad überhaupt möglich ist, kann eine für Schülerinnen und Schüler interessante Frage sein. Im folgenden Beitrag werden mit den Mitteln der in der Sekundarstufe II bekannten Mechanik Überlegungen durchgeführt und mit experimentellen Ergebnissen verglichen, um der erstaunlich hohen Stabilität des Fahrradfahrens auf die Spur zu kommen. Hierzu wird im Anschluss an eine elementare Argumentation auch eine mit Hilfe einer Modellbildungssoftware erstellte Computersimulation diskutiert.

### **1 Einleitung**

Der Forderung, bei der Wahl der Inhalte im Physikunterricht doch stärker Alltagsgegenstände zu berücksichtigen, ist nicht immer leicht nachzukommen, denn bei vielen Naturphänomenen und technischen Gegenständen ist die Physik „gut verborgen“ und lässt sich nicht leicht auf Sachverhalte zurückführen, die in vertretbarer Zeit auf angemessenem Niveau unterrichtet werden können. Das Fahrrad dagegen ist aus dem Spektrum der Alltagsgegenstände fast ein „Klassiker“ im Physikunterricht; an ihm erscheinen aus unterrichtlicher Sicht viele Dinge interessant und fragwürdig - wie etwa die Hebelverhältnisse am Kettengetriebe oder die elektrische Beleuchtung.

Eine Frage, die erstaunlicherweise verhältnismäßig wenig Beachtung findet, betrifft das Gleichgewicht: Wieso gelingt es dem geübten Fahrer bzw. der geübten Fahrer<sup>1</sup> sich auf dem Fahrrad stabil fortzubewegen, obwohl dieses den Boden an nur zwei Punkten bzw. kleinen Flächen den Boden berührt? Dass diese doch eigentlich zentrale Frage nicht in adäquatem Maße in den Physikunterricht Einzug genommen hat, mag an drei Dingen liegen: Zum ersten ist vielleicht diese Frage gar keine echte Frage der Schülerinnen und Schüler, die zu dem Zeitpunkt, in dem der Physikunterricht mit ihr an sie herantritt, den Vorgang des Gleichgewichthaltens beim Fahrradfahren schon vollständig automatisiert haben. Die notwendige Fragehaltung muss somit im Unterricht erst erzeugt werden. Zweitens ist das Zusammenwirken der Faktoren, die für das Gleichgewichthalten eine Rolle spielen, komplex, so dass eine sinnvolle Elementarisierung nur schwer möglich scheint. Eine genauere Betrachtung zeigt aber, dass die Wirkung dieser Faktoren im Einzelnen durchaus verstehbar

---

<sup>1</sup> Aus Gründen der sprachlichen Übersichtlichkeit sind nicht überall im folgenden Text weibliche und männliche Form explizit aufgeführt - wohl aber gemeint.

ist, lediglich das Zusammenspiel schwer zu durchschauen ist. Hier müssten im Physikunterricht einfache Experimente und eine vereinfachte Darstellung zusammenkommen. Schließlich spielt drittens in Bezug auf das Gleichgewicht auch der Fahrer eine wesentliche Rolle, dessen Verhalten sich sicherlich im physikalischen Sinne nicht einfach beschreiben lassen wird. Die Einflüsse des Fahrers einerseits und des Fahrrades andererseits müssen aus diesem Grund gegeneinander abgegrenzt werden.

Diesen drei Aufgaben will die nun folgende Elementarisierung begegnen. Es zeigt sich dabei, dass auf dem Niveau des Mechanikunterrichts der gymnasialen Oberstufe mit Hilfe des Fahrrades Einblicke in grundlegende physikalische Zusammenhänge möglich werden. Dabei werden auch eine Reihe schon bekannter und publizierter Argumente verwendet, denn Lösungsansätze der Frage nach der Stabilität beim Fahrradfahren liegen bereits in vielfacher Form vor [1, 2, 3, 4].

## **2 Eine bekannte Frage - neu gestellt**

Sicherlich ist jeder Fahrradfahrer schon einmal mit der Frage konfrontiert worden, wie man es erreicht, auf dem Rad das Gleichgewicht zu halten - Kinder, die das Fahren erlernen, sind jedenfalls beim Übergang vom Nichtkönnen zum Können überrascht vom nach dem mühsamen Üben sich so plötzlich einstellenden Erfolg. Eine Komponente ist also der Fahrer selbst, denn das Fahren will ja gelernt sein. Es hat allerdings - auch das wird schnell deutlich - auch etwas mit dem *Fahren* zu tun, denn Fahrrad-„Stehen“ ist nahezu unmöglich. Welche Rolle spielt hierbei nun das Fahrrad selbst?

Zu einer ersten Erklärung müssen wir hier noch einen Schritt zurückgehen. Warum kippt man selbst oder ein Gegenstand überhaupt in einer bestimmten Situation um? Die Antwort ist im Physikunterricht schnell gefunden: Ein Gegenstand steht stabil, solange der Schwerpunkt über der Auflagefläche liegt (jedenfalls wenn außer Schwerkraft und Bodenkraft keine weiteren Kräfte angreifen).

Auch für das eigene Stehen bzw. Gehen ist das von Bedeutung, wie man sich veranschaulichen kann, wenn man Stelzen benutzt und dadurch die Auflagefläche beim Stehen verkleinert. Dann ist ein ruhiges Stehen unmöglich, sondern nur ein „dynamisches“, bei dem man immerfort ein Stelzenbein in *die* Richtung bewegt, in die man momentan zu kippen droht, und damit annäherungsweise den Schwerpunkt über die Verbindungslinie der beiden Auflageflächen bringt. Entsprechend muss man mit dem Fahrrad, um annähernd geradeaus zu fahren, ständig kleine Korrekturkurven fahren, um insbesondere die Lage des

vorderen Auflagepunktes (den Berührungspunkt des Vorderrades) zu verändern, was sich in Spurbildern (Fahrt durch eine Pfütze) in den typischen Schlangenlinien zeigt.

Hierdurch erklärt sich auch, weshalb das Fahren mit zunehmendem Radstand schwieriger wird. Dann nämlich muss man weiter zur Seite ausweichen, um die genannte Bedingung zu erfüllen. Eine erste, vorläufige Erklärung für die Stabilität beim Fahrradfahren könnte also lauten:

- 1) Um mit dem Fahrrad stabil zu fahren, muss der Fahrer anstreben, die Verbindungslinie zwischen den beiden Auflagepunkten unter der Schwerpunkt zu bringen.

### 3 Kurvenfahrt

Von der bisher dargestellten Erklärung wird die Geradeausfahrt mit korrigierenden Lenkbewegungen beschrieben. Bei einer gezielten Kurvenfahrt sind die Verhältnisse jedoch anders, und es ist dieser Fall, den man häufig in Lehrbüchern erwähnt findet (vgl. etwa [5]). Ein Gleichgewicht während der Kurvenfahrt wird demnach dadurch erreicht, dass der Fahrer durch Lenken und Neigen des Fahrrades zur Seite die zu Geschwindigkeit und Kurvenradius passende Zentralkraft einstellt. In diesem Sinne kann man festhalten, dass, da wirkliches Geradeausfahren nicht möglich ist, die Kunst des Fahrradfahrens das Fahren der richtigen Kurven bedeutet. Praktisch heißt dies, dass der Fahrer, um einem Kippen in eine bestimmte Richtung zu begegnen, eine Kurve in eben diese Richtung einleiten muss.

Ein Bezugssystemwechsel und die Hinzunahme der Zentrifugalkraft ist im Unterricht nicht erforderlich, aber die Argumentation ist natürlich auch auf eine solche Weise möglich: Beim Kippen nach rechts würde man demnach eine *Rechtskurve* mit kleinem Radius einleiten, damit man durch die dann wirkende Zentrifugalkraft wieder aufgerichtet wird.

- 2) Um stabil zu fahren, ist es erforderlich, dass der Fahrer bei einem Kippen in die Kipprichtung lenkt, um eine entsprechende Kurve einzuleiten.

Aus den beiden bisher angestellten Überlegungen ergibt sich zwangsläufig, dass es nicht möglich ist, ein Fahrrad mit blockierter Lenkung zu fahren. Dies kann durch ein einfaches Experiment bestätigt werden.

Das Fahrradfahren zu erlernen besteht also im Wesentlichen darin, die erforderliche Lenkbewegung reflexartig zu beherrschen, was zunächst einige Schwierigkeiten verursacht, da insbesondere die Richtung der Bewegung ungewöhnlich erscheint. Die Verwendung von Stützrädern während des Lernprozesses ist aus dieser Sicht kontraproduktiv, da das

notwendige Wechselspiel zwischen Kippen und Lenken nicht erlernt werden kann, wenn das Fahrrad nicht oder fast nicht kippt.

#### 4 Freihändig Fahrradfahren

Nachdem die Erklärung soweit erarbeitet ist, stellt sich dann aber die Frage, wie es denn möglich ist, dass man fahren kann, ohne die Hände am Lenker zu haben. Eine erste Vermutung könnte heranziehen, dass sich drehende Körper das Bestreben haben, diese Drehung in Bezug auf Betrag und Richtung aufrecht zu erhalten. So bleibt etwa ein ausgebautes, sich drehendes Vorderrad (annähernd) aufrecht, auch wenn man es nur mit einer Hand an *einer* Seite der Achse unterstützt. Aber dass die Drehimpulserhaltung beim Fahrrad nicht das entscheidende Kriterium sein kann, zeigte schon der oben angesprochene Versuch, ein Fahrrad mit blockierter Lenkung zu fahren. Dieses nämlich hätte, wäre der Effekt stark genug, ja fahrbar bleiben müssen.

Es muss also (auch schon zum Geradeausfahren) erforderlich sein, das Fahrrad Freihändig zu *lenken*. Einen Hinweis auf den möglicherweise zugrundeliegenden Mechanismus gibt das einseitig unterstützte Vorderrad, das sich nämlich während dieses Experiments um eine vertikale Achse zu drehen beginnt. Kann das die erforderliche Lenkbewegung sein? Die Beobachtung zeigt, dass diese Präzessionsbewegung in die richtige Richtung zeigt: Das rechts unterstützte, vorwärts drehende Rad kippt leicht nach links und präzessiert gegen den Uhrzeigersinn (Aufsicht), wird also nach links gelenkt („Satz vom gleichsinnigen Parallelismus von Drehimpuls- und Drehmomentvektor“). In der Tat wird in vielen Lehrbüchern dieser Effekt zur Erklärung herangezogen [5, 6, 7].

Als weitere Bedingung für die Stabilität kann also zu den bisher genannten auf den Fahrer bezogenen Begründungen eine weitere, auf das Fahrrad bezogene hinzugefügt werden:

- 3) Das Fahrrad fährt stabil, weil es durch die Präzession des Vorderrades in die richtige Richtung gelenkt wird.

Falls das im richtigen Maße der Fall ist, müsste ein Fahrrad auch ohne Fahrer stabil fahren. Zunächst aber kann man an einen einzelnen, stabil rollenden Reifen denken. Ein Vorderrad (ein Reifen oder ein Ring) auf den Boden gestellt und angestoßen läuft einige Zeit stabil, bis es am Ende einer Spiralbahn umkippt.

Ein Fahrrad zeigt dieses Verhalten ohne weiteres nicht. Seine Stabilität erhöht sich aber merklich, wenn man die Masse des ohne Fahrer abgestoßenen Fahrrads deutlich erhöht. Es ist dann möglich, das Fahrrad über einige Meter stabil laufen zu lassen!

Um zu betrachten, ob diese Stabilität auch über einen längeren Zeitraum bzw. über eine längere Wegstrecke aufrechterhalten ist, müsste man in einem nächsten Schritt Bodenunebenheiten soweit wie möglich ausschalten und die Geschwindigkeit des Fahrens aufrechterhalten. Wir haben deshalb versucht, ein Fahrrad auf einem *Rollentrainer*, wie er zu Trainingszwecken in geschlossenen Räumen verwendet wird, fahren zu lassen. Hierbei läuft das Fahrrad auf drei Rollen. Das Hinterrad des Fahrrades dreht sich bei normaler Verwendung des Rollentrainers durch die Tretbewegung und treibt damit die beiden Rollen an, auf denen es läuft. Damit würde zunächst das Vorderrad ruhen, und es zeigt sich, dass es nicht möglich ist, auf diese Weise zu fahren. Die Rolle, auf der das Vorderrad steht, muss über einen



Abb. 1. Freifahrendes Fahrrad auf dem Rollentrainer (Zwei Rollen am Hinterrad, eine am Vorderrad)

Riemen mit einer der Hinterradrollen verbunden und dadurch angetrieben werden. Somit dreht sich auch das Vorderrad, und ein stabiles Fahren ist (nach einiger Übung) möglich. In unserem Fall soll allerdings das Fahren ohne FahrerIn oder Fahrer probiert werden. Zu diesem Zweck haben wir eine der beiden Hinterradrollen über einen Riemen durch einen Elektromotor angetrieben. Bringt man dann das Fahrrad auf den Rollentrainer, so werden die Räder durch die Rollen in Drehung versetzt, und das Fahrrad fährt mit konstanter Geschwindigkeit „auf der Stelle“ (Abb. 1). Die Experimente zeigten, dass diese Fahrt tatsächlich beliebig lange aufrechterhalten werden kann. Selbst Störungen durch kräftige Stöße gegen den Fahrradrahmen oder am Lenker führen nur zu einem kurzen Pendeln, nach dem das Rad wieder stabil läuft. Lediglich eine sehr kleine Driftbewegung nach einer Richtung, die zum Beispiel von der genauen Ausrichtung der Rollen abhängt, lässt sich

praktisch kaum vermeiden. Die Stabilität nimmt mit der Fahrgeschwindigkeit zu, was zunächst dafür spricht, dass Kreiselkräfte hier eine Rolle spielen [8].

Es ist mit einfachen Mitteln möglich, diese Überlegungen quantitativ nachzuprüfen. Hierzu bestimmt man zunächst mit Hilfe eines Drehschwingungsgerätes das Trägheitsmoment des Vorderrades um die Laufachse oder berechnet es unter Berücksichtigung seiner Masse (1,5 kg) und seines Radius (0,35 m). Man erhält für das Trägheitsmoment etwa  $J = 0,1 \text{ kg m}^2$ .

Beim Kippen, also einer zunehmenden Neigung  $\theta$  des Fahrrads, ergibt sich ein Lenkdrehmoment um die Steuerachse des Vorderrades, das bei realistischen Annahmen von Fahrgeschwindigkeit ( $v = 3,5 \text{ m/s}$ ) und Kippgeschwindigkeit ( $d\theta/dt = 45^\circ/\text{s} \approx 1/\text{s}$ ) zu einem Präzessionsdrehmoment von etwa 1 Nm führt, was bei einem einseitig gehaltenen Lenker einer Kraft von etwa 5 N entspricht. Es ergibt sich somit die Frage, ob dieses vergleichsweise kleine Drehmoment alleine für das Lenkverhalten des Fahrrades verantwortlich sein kann.

## 5 Der Einfluss der Rahmengenometrie

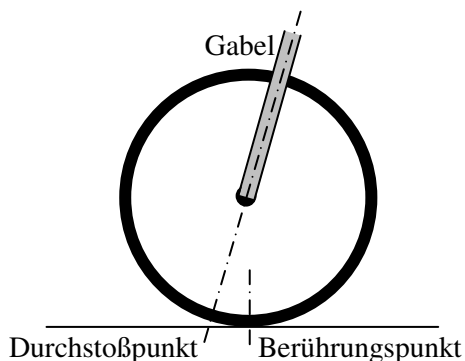


Abb. 2: Der Durchstoßpunkt der Verlängerung der Vorderradgabel liegt vor dem Berührungspunkt des Rades mit dem Boden.

Jones [2] hatte die Idee, zur Beurteilung der Bedeutung der Präzession für den Lenkvorgang einen etwa dem Drehimpuls des Vorderrades entsprechenden Gegendrehimpuls zu erzeugen.

In einem ersten Schritt kann man dies wie oben beim isolierten Vorderrad probieren. Hierzu befestigt man zwei Scheiben, von denen jede etwa das halbe Trägheitsmoment des Vorderrades besitzt, an der Achse desselben und bringt diese in eine Rückwärtsdrehung, bevor man das Rad mit einer Vorwärtsdrehung abstößt. Anders als beim Rad ohne sich drehende Scheiben fällt dieses Rad nach kurzer Zeit und plötzlich, d.h. ohne Korrekturbewegungen, zur Seite um. Dies bestätigt, dass für den Lauf eines isolierten Rades die Präzession wesentlich verantwortlich ist.

Am Fahrrad kann man nach der Idee von Jones ein zweites Vorderrad etwas oberhalb neben dem eigentlichen an einem Vorderradgepäcktaschenträger (Low-Rider) anbringen und vor dem Losfahren in rückwärtige Drehung versetzen. Das Experiment zeigt hier, dass die Stabilität beim normalen Fahren kaum beeinflusst wird und freihändiges Fahren etwas erschwert erscheint, aber grundsätzlich noch möglich bleibt. Es ist also notwendig, nach weiteren Effekten zu suchen.

Ein bisher unbeachtet gebliebener Aspekt ist die Geometrie der Vorderradaufhängung. Dabei fällt auf, dass bei allen Fahrrädern die Steuerachse mit der Gabel nicht senkrecht angebracht ist. In der Folge liegt sowohl bei Rädern mit gebogener als auch mit gerader Vorderradgabel der Durchstoßpunkt der Lenkachse durch den Boden *vor* dem Auflagepunkt des Rades (Abb.2). Dies führt zu zwei Effekten: Zum einen dreht sich das Vorderrad beim Anheben selbständig um die Steuerachse zur Seite, weil sein Schwerpunkt oberhalb dieser liegt und sich durch die Drehung senken kann, wie man an einer ausgedienten, durchbohrten Felge und einer Stativstange als Steuerachse zeigen kann (Abb. 3). Damit verbunden bewirkt eine Lenkdrehung des montierten Vorderrades auch eine Senkung des Fahrradschwerpunktes, da das Fahrrad mit der Gabel im Schwerpunkt des Vorderrades befestigt ist.

Zum zweiten senkt sich der Schwerpunkt des *geneigten* Fahrrades mit zunehmendem Lenkwinkel, weil das gesamte Fahrrad dabei nach unten schwenkt. Dieser Effekt tritt auch mit senkrechter Steuerachse bei vorhandenem Nachlauf auf, wie man sich mit Hilfe einer Möbelrolle verdeutlichen kann (Abb. 4). Fasst man diese an ihrer Halterung für das

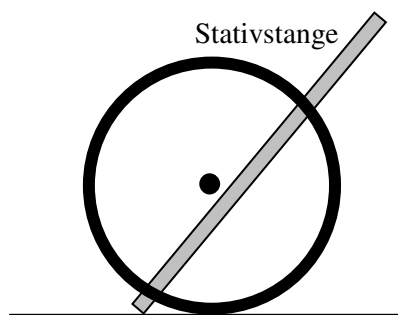


Abb. 3. Durchbohrte Vorderradfelge mit einer durchgesteckten Stativstange

Möbelstück und neigt sie etwas zur Seite, so schert die Rolle zur Seite aus, und die Halterung senkt sich.

Beim Überprüfen dieses Effekts am Fahrrad kann man seine Wirksamkeit erkennen: Man fasst hierzu das Fahrrad am Sattel und neigt es (ruhend) zur Seite. In der Folge stellt sich ein Lenkausschlag in die Kipprichtung ein. Das Fahrrad lenkt also auch ohne die Wirkung der Präzession in die richtige Richtung. Diese Lenkbewegung kann (in der Folge einer kleinen Anfangsstörung) ohne Neigung auftreten und wirkt dann destabilisierend. Der beim gezielten Neigen auftretende Lenkeinschlag dagegen stabilisiert die Fahrt, da er eine Kurve in die richtige Richtung einleitet.

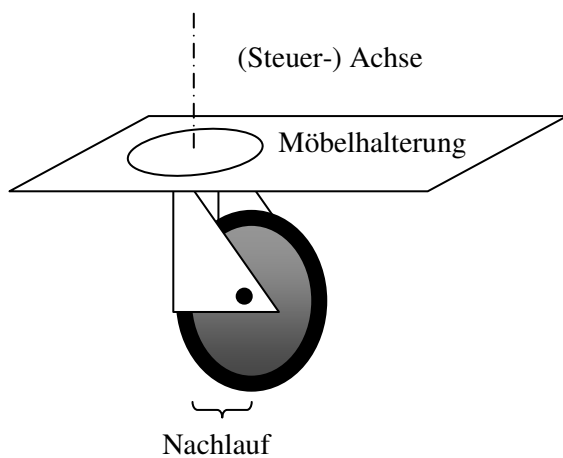


Abb. 4. Nachlauf bei einer Möbelrolle

- 4) Das Fahrrad fährt stabil, weil es mit zunehmendem Lenkwinkel eine niedrigere Lageenergie erreicht. Das hierbei entstehende Drehmoment lenkt das Fahrrad in die Richtung, in die es sich neigt.

## 6 Der richtige Lenkwinkel

Aus zwei Gründen kann die Suche nach den entscheidenden Faktoren noch nicht beendet werden: Beim Neigen des ruhenden Fahrrades wird das Energieminimum erst sehr spät erreicht, es stellt sich ein höherer Lenkwinkel ein, als er für übliche Kurvenfahrten erforderlich ist. Dieser Winkel ist außerdem nicht von der Fahrgeschwindigkeit abhängig. Der für das Fahren der richtigen Kurve erforderliche Lenkwinkel muss aber geschwindigkeitsabhängig sein, denn bei größerer Geschwindigkeit muss das Fahrrad bei gleichem Neigungswinkel weniger stark lenken (eine Kurve mit größerem Radius fahren), um stabil zu bleiben. Es muss noch einen weiteren Effekt, also ein weiteres Drehmoment geben, und dieses muss dem eben angeführten geschwindigkeitsabhängig *entgegenwirken*.



Dieses Drehmoment ist nicht schwer zu finden, wenn man die schon oben benutzte Möbelrolle erneut zu Rate zieht. Der Nachlauf einer solchen Möbelrolle führt dazu, dass sie sich bei (aufrechter) Fahrt gerade einstellt, ein eventuell vorhandener Lenkwinkel also abnimmt. Dieser Effekt ist geschwindigkeitsabhängig, während die im letzten Abschnitt diskutierte Lageenergieabnahme schon in Ruhe auftritt. Als ergänzte Fassung der letzten Gleichgewichtsbedingung kann also formuliert werden:

- 5) Das Fahrrad fährt stabil, weil es durch die Energieabnahme bei größerem Lenkwinkel ein Drehmoment erhält, das den Lenkwinkel vergrößert, und beim Fahren ein rücktreibendes Drehmoment entsteht, das den Lenkwinkel verkleinert.

## **7 Quantitative Betrachtung**

Genauere Analysen von Franke/Suhr/Rieß zeigten, dass tatsächlich Präzession und Steuergeometrie für die Selbststabilität des Fahrrades verantwortlich sind [3]. Eine zwar komplexe, aber in den einzelnen Elementen verständliche Darstellung bieten Lowell/McKell [4]. Aufgrund der vorgenommenen Vereinfachungen sind die hier erzielten Ergebnisse nicht so weitgehend wie diejenigen der jüngeren Analyse von Franke/Suhr/Rieß. Es zeigt sich aber in dieser Darstellung der Einfluss der verschiedenen Faktoren, und es ist möglich, eine vereinfachte Simulation des Fahrverhaltens zu erhalten. Allerdings ist die Zahl der Faktoren groß und der Zusammenhang nicht ohne weiteres mathematisch so zu vereinfachen, dass mit herkömmlichen Methoden eine Darstellung des gesamten Sachverhaltes auf Schulniveau möglich erschiene.

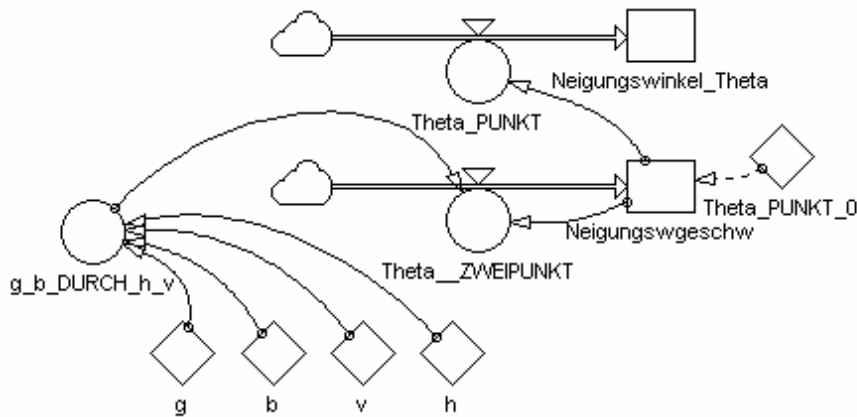


Abb. 5. Die mit *PowerSim* erzeugte Abbildung zeigt ein gegenüber dem zur Simulation benutzten vereinfachtes Modell, bei dem der Neigungswinkel  $\Theta$  als Funktion der Zeit berechnet wird.  $\Theta$  wird durch die Neigungswinkelgeschwindigkeit verändert, die sowohl als Zustandsgröße wie auch als Änderungsrate verwendet wird. Deren Änderungsrate ist die Neigungswinkelbeschleunigung, die durch die Erdbeschleunigungskonstante  $g$ , die horizontale Entfernung des Schwerpunkts vom Auflagepunkt des hinteren Rades  $b$  und die Höhe des Schwerpunkts über dem Boden  $h$  beeinflusst wird. In der Sprechweise von *PowerSim*:

$$\Theta \rightarrow \text{Theta\_ZWEIPUNKT} = -(g\_b\_DURCH\_h\_v) * \text{Neigungswgeschw.}$$

Die für den Quotienten notwendige Klammersetzung ist bei der Definition der Hilfsgröße eingefügt. Dies entspricht der Differentialgleichung

$$d^2\Theta / dt^2 + \frac{g b}{h v} d\Theta / dt = 0 \quad .$$

Zusätzlich wird eine Anfangsstörung in Form einer Neigungswinkelgeschwindigkeit ungleich Null vorgegeben.

Seit einiger Zeit werden jedoch Vorschläge gemacht, wie im Physikunterricht komplexe Problemstellungen mit Hilfe sogenannter Modellbildungssoftware gelöst werden können. Auch die einzelnen Faktoren der Betrachtung von Lowell/McKell lassen sich mit einem solchen Programm beschreiben. Wir haben hierzu das Modellbildungssystem „PowerSim“ verwendet und damit auf vergleichsweise einfache Weise die Ergebnisse von Lowell/McKell nachvollzogen. Das hierzu erstellte Modell enthält insgesamt 27 Elemente in Form von Niveaus (Zustandsgrößen), Flüssen (Änderungsraten), Hilfsgrößen und Konstanten und außerdem die Verbindungen (Einflüsse) zwischen diesen Elementen<sup>2</sup>. Das Modell erlaubt, Lenkwinkel  $\alpha$  und Neigungswinkel  $\Theta$  als Funktion der Zeit darzustellen, und als Parameter können Bahngeschwindigkeit  $v$ , fahradspezifische Größen und die Größe der Anfangsstörung

<sup>2</sup> Zu Fragen der Modellkonstruktion im Physikunterricht vgl. z.B. [9]. Leser, die das Modell verwenden oder verändern möchten, können sich an folgende Adresse wenden: [erb@physik.uni-kassel.de](mailto:erb@physik.uni-kassel.de)

in Form einer Neigungswinkelgeschwindigkeit eingestellt werden. Ein vereinfachtes Modell wird in Abbildung 5 diskutiert.

In der Simulation wird einem Fahrrad mit bestimmter Geometrie und wählbarer Geschwindigkeit ein seitlicher Stoß versetzt, was sich darin ausdrückt, dass man zu Beginn eine Neigungswinkelgeschwindigkeit ungleich Null annimmt. Das Ergebnis der Simulation zeigt, dass sich daraufhin eine Fahrt einstellt, bei der der Neigungswinkel einem bestimmten Wert zustrebt um dann wieder langsamer abzunehmen. Das Fahrrad fällt also nicht einfach um (!), sondern fährt eine Kurve mit einem bestimmten, leicht schwankenden Radius (Abb. 6).

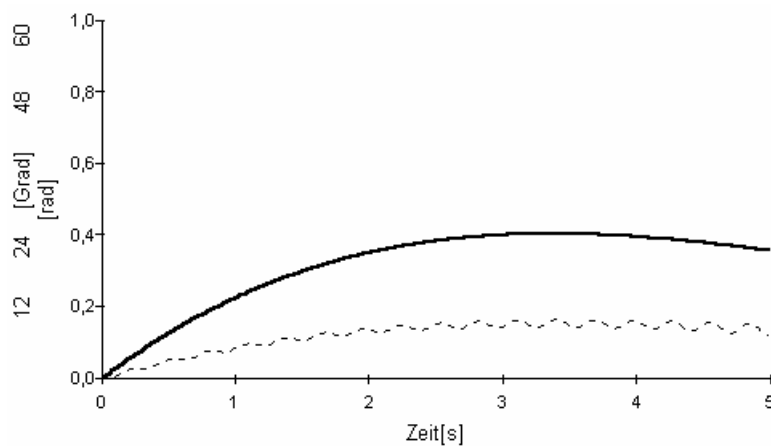


Abb. 6. Neigungswinkel  $\theta$  (durchgezogene Linie) und Lenkwinkel  $\alpha$  (gestrichelte Linie) als Funktion der Zeit nach einer Anfangsstörung.

## 8 Abschließende Überprüfung

Abschließend stellt sich die Frage, ob es eine Möglichkeit gibt, das Ergebnis durch Manipulation am Nachlauf eines realen Fahrrades zu bestätigen. Hierzu könnte man etwa bei einem Fahrrad mit einer gebogenen Gabel die Vorderradbremse und das Schutzblech demontieren, das Vorderrad um  $180^\circ$  drehen und dann beim Fahren die veränderte Stabilität überprüfen. Die Veränderung vergrößert den Nachlauf und könnte eventuell eine bessere Stabilität bewirken. Gleichzeitig aber wird das Fahrrad beim Drehen der Gabel angehoben, wodurch sich das auslenkende Drehmoment vergrößert. Die Stabilität des Geradeauslaufs ohne Neigung sollte dadurch *geringer* werden, was sich auch im Experiment bestätigt: Ein Freihändigfahren ist mit einem derartig veränderten Fahrrad nicht möglich!

Aber auch ein Fahrrad völlig *ohne* Nachlauf sollte nicht freihändig zu fahren sein, weil dann lediglich die Präzession als wirksamer Faktor bleibt. Ein solches Fahrrad müsste eine gerade Gabel und eine senkrecht montierte Steuerachse besitzen, was allerdings bei üblicherweise

produzierten Fahrrädern (wie wir jetzt wissen: aus gutem Grund) nicht vorkommt. Am ehesten werden diese Bedingungen von einem Hallenrad repräsentiert, wie es zum Kunstradfahren oder Radballspielen verwendet wird (Abb. 7). Dieses Fahrrad lässt sich natürlich fahren, besitzt eine hohe Wendigkeit - Freihändigfahren ist aber, wie erwartet, (nahezu) unmöglich.

Es zeigt sich also in unserer vereinfachten Betrachtung, dass *drei* konkurrierende Drehmomente (Präzession, Energieabnahme durch Nachlaufkonstruktion und Möbelrollennachlauf) nach einer Störung den richtigen Lenkwinkel für eine stabile (Kurven-) Fahrt einstellen. Bei diesen Überlegungen wurde die Rolle des Fahrers vernachlässigt. Er wurde als starr, aber mit einer Masse (die in die Modellbildung eingegangen ist) behaftet, angenommen.



Abb. 7. Geometrie eines Hallenrades. Der Winkel zwischen Steuerachse und Oberrohr ist nahezu  $90^\circ$ , die Steuerachse also fast senkrecht zum Boden.

Dies zeigt, dass es möglich ist, zu einer vernünftigen, überprüfbaren Aussage bezüglich der Stabilität beim Fahrradfahren im Physikunterricht zu gelangen, indem man einen Weg entlang einiger Erklärungsversuche mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad geht. Die Frage übrigens, ob man nicht einfach einen Fahrradkonstrukteur fragen könne, wie man denn ein Fahrrad mit einem stabilen Fahrverhalten baut, muss abschlägig beantwortet werden. Fahrräder zum Gebrauch werden nach Erfahrungswerten gebaut.

### **Literatur:**

- [1] F. KLEIN - A. SOMMERFELD: Über die Theorie des Kreisels. - Stuttgart: Teubner 1965.
- [2] D.E.H. JONES: The stability of the bicycle. - Physics Today, Apr. (1970), 34-40.
- [3] G. FRANKE - W. SUHR - F. RIESS: An advanced model of bicycle dynamics. - Eur.J.Phys. **11** (1990) Nr.2, 116-121.
- [4] J. LOWELL - H.D. MCKELL: The stability of bicycles. - Am.J.Phys. **50** (1982), 1106-1112.
- [5] F. DORN - F. BADER: Physik Oberstufe MS. - Hannover: Schroedel 1983.
- [6] L. BERGMANN: Lehrbuch der Experimentalphysik Bd.I. - Berlin; New York: de Gruyter 1990.
- [7] R.W.POHL: Mechanik, Akustik, Wärmelehre. - Berlin [usw.]: Springer 1959.
- [8] F. BOLLERHEY: Das Problem des Gleichgewichts beim Fahrradfahren aus physikalischer Sicht. - Diplomarbeit, Universität Kassel 1999.
- [9] H. SCHECKER: Physik modellieren.- Stuttgart: Klett 1998.

Angaben zum Autor:

Dr. Roger Erb, Wilhelmshöher Weg 77, 34130 Kassel, [erb@physik.uni-kassel.de](mailto:erb@physik.uni-kassel.de), ist Lehrer am Gymnasium Engelsburg, Kassel und Privatdozent im Fachbereich Physik der Universität Gesamthochschule Kassel.