Paradigmas de Programación

Departamento de Informática
Universidad de Valladolid

Curso 2023-24

Grado en Ingeniería Informática
Grado en Estadística

Definición

paradigma.

(Del lat. *paradigma,* y este del gr. παράδειγμα).

1. m. Ejemplo o ejemplar.

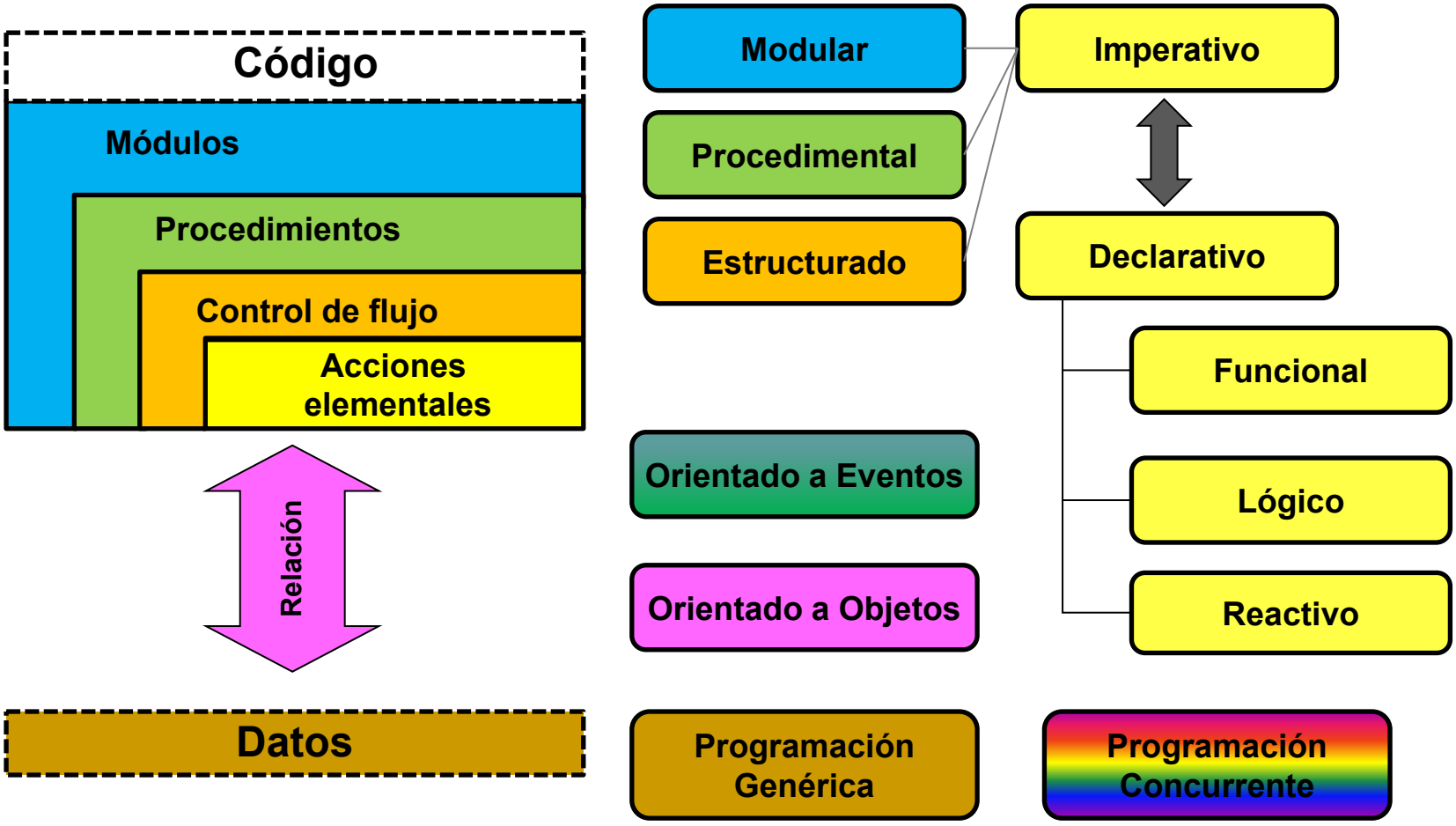
2. m. Teoría cuyo núcleo central se acepta sin cuestionar y que suministra la base y modelo para resolver problemas y avanzar en el conocimiento; p. ej., en la ciencia, las leyes del movimiento y la gravitación de Newton y la teoría de la evolución de Darwin.

- "*Un **paradigma de programación** indica un método de realizar cómputos y la manera en que se deben estructurar y organizar las tareas que debe llevar a cabo un programa*"
- Los paradigmas fundamentales están asociados a determinados **modelos de cómputo**.
- Tambien se asocian a un determinado **estilo de programación**
- Los lenguajes de programación suelen implementar, a menudo de forma parcial, **varios** paradigmas.

Tipos de paradigmas

- Los **paradigmas fundamentales** están basados en diferentes **modelos de cómputo** y por lo tanto afectan a las construcciones más básicas de un programa.
- La división principal reside en el enfoque **imperativo** (indicar el **cómo** se debe calcular) y el enfoque **declarativo** (indicar el **qué** se debe calcular).
  - El enfoque declarativo tiene varias ramas diferenciadas: el paradigma **funcional**, el paradigma **lógico**, la programación **reactiva** y los lenguajes **descriptivos**.
- Otros paradigmas se centran en la estructura y organización de los programas, y son compatibles con los fundamentales:
  - Ejemplos: Programación estructurada, modular, **orientada a objetos**, **orientada a eventos**, programación genérica.
- Por último, existen paradigmas asociados a la **concurrencia** y a los **sistemas de tipado**.

El zoo de los paradigmas



Paradigma Imperativo

- Describe **cómo** debe realizarse el cálculo, no el porqué.
- Un cómputo consiste en una serie de sentencias, ejecutadas según un control de flujo **explícito**, que **modifican el estado** del programa.
- Las variables son **celdas de memoria** que contienen datos (o referencias), pueden ser modificadas, y representan el **estado** del programa.
- La sentencia principal es la **asignación**.
- Es el estándar 'de facto'.
  - Asociados al paradigma imperativo se encuentran los paradigmas **procedural**, **modular**, y la programación **estructurada**.
  - El lenguaje representativo sería FORTRAN-77, junto con COBOL, BASIC, PASCAL, C, ADA.
  - También lo implementan Java, C++, C#, Eiffel, Python, ...

Paradigma Declarativo

- Describe **que** se debe cálcular, sin explicitar el **cómo**.
- No existe un orden de evaluación prefijado.
- Las variables son **nombres** asociados a **definiciones**, y una vez instanciadas son **inmutables**.
- No existe sentencia de asignación.
- El control de flujo suele estar asociado a la composición funcional, la recursividad y/o técnicas de reescritura y unificación.
  - Existen distintos grados de **pureza** en las variantes del paradigma.
  - Las principales variantes son los paradigmas **funcional**, **lógico**, la programación **reactiva** y los lenguajes descriptivos.

Programación Funcional

- Basado en los modelos de cómputo **cálculo lambda** (Lisp, Scheme) y **lógica combinatoria** (familia ML, Haskell)
- Las funciones son elementos de **primer orden**
- Evaluación por **reducción funcional**. Técnicas: recursividad, parámetros acumuladores, CPS, Mónadas.
- Familia LISP (Common-Lisp, Scheme):
  - Basados en **s-expresiones**.
  - Tipado debil.
  - Meta-programación
- Familia ML (Miranda, Haskell, Scala):
  - Sistema estricto de tipos (**tipado algebraico**)
  - Concordancia de patrones.
  - Transparencia referencial
  - Evaluación perezosa (estruct. de datos infinitas)

Programación Lógica

- Basado en la **lógica de predicados** de primer orden
- Los programas se componen de hechos, predicados y relaciones.
- Evaluación basada en resolución SLD: unificación + backtracking.
- La ejecución consiste en la resolución de un problema de decisión, los resultados se obtienen mediante la instanciación de las variables libres.
- Lenguaje representativo: PROLOG

Programación Reactiva (Dataflow)

- Basado en la **teoria de grafos**.
- Un programa consiste en la especificación del flujo de datos entre operaciones.
- Las variables se encuentran **ligadas** a las operaciones que proporcionan sus valores. Un cambio de valor de una variable se **propaga** a todas las operaciones en que participa.
- Las hojas de cálculo se basan en este modelo.
- Lenguajes representativos: Simulink, **LabView**.

```
A := 10
B := A + 1
print B  ⟶ 11
A := 3
print B  ⟶ 4
```

Ejemplo: Algoritmo de Euclides

- Cálculo del máximo común divisor
  - Primer algoritmo no trivial. Euclides, año 300 A.C.

$$\mathrm{mcd}(a,b) = \max\{d : a \mid d,\ b \mid d\}$$

  - donde *a* | *d* significa que *a* es divisible exactamente por *d*:

$$a \mid d \Leftrightarrow \exists n : a = n \cdot d \qquad b \mid d \Leftrightarrow \exists m : b = m \cdot d$$

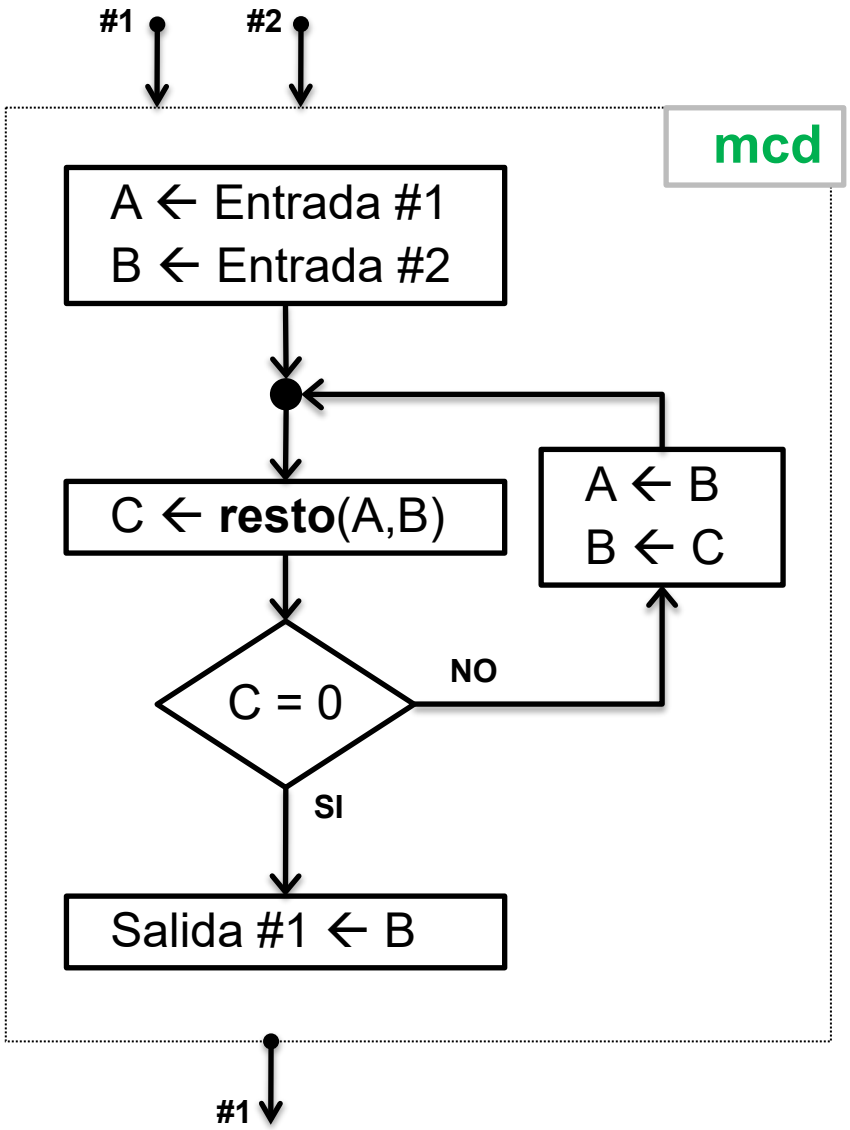
  - si *a* y *b* son divisibles por *d*, y *a* > *b*, entonces:

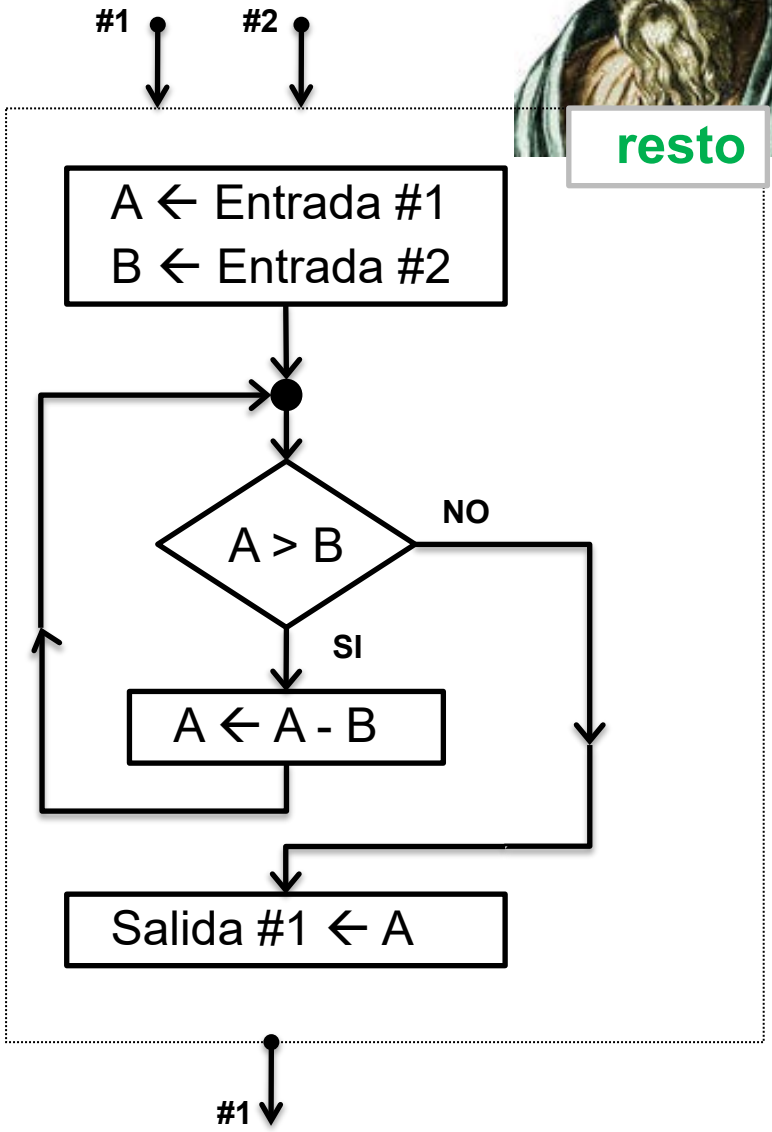
$$a - b = (n - m) \cdot d \Rightarrow (a - b) \mid d$$

  - y por lo tanto (restar sucesivamente *b* es equivalente a hallar el resto de dividir *a* por *b*):

$$a > b \Rightarrow \mathrm{mcd}(a,b) = \mathrm{mcd}(a-b,b) = \mathrm{mcd}(a \bmod b, b)$$

Diagrama de flujo





FORTRAN-77

- Imperativo, procedural, no estructurado

```
      FUNCTION MCD(NA, NB)
        IA = NA
        IB = NB
    1   IF (IB.NE.0) THEN
          ITMP = IA
          IA = IB
          IB = MOD(ITMP, IB)
          GOTO 1
        END IF
        MCD = IA
        RETURN
      END
```

Paso por referencia

Tipado implícito

Saltos

PASCAL

- Imperativo, procedural, estructurado

```
function MCD(a,b: integer): integer;
var c: integer;
begin
  while b <> 0 do
  begin
    c := a;
    a := b;
    b := c mod b
  end;
  MCD := b
end;
```

Paso por valor

Tipado explícito

SCHEME, HASKELL, PROLOG

- Lenguajes funcionales y lógicos (recursividad)
  - Scheme

```
(define (mcd a b)
  (if (= b 0) a
      (mcd b (modulo a b))))
```

s-expresiones

  - Haskell

```
mcd :: Int -> Int -> Int
mcd a 0 = a
mcd a b = mcd b (rem a b)
```

tipado estricto

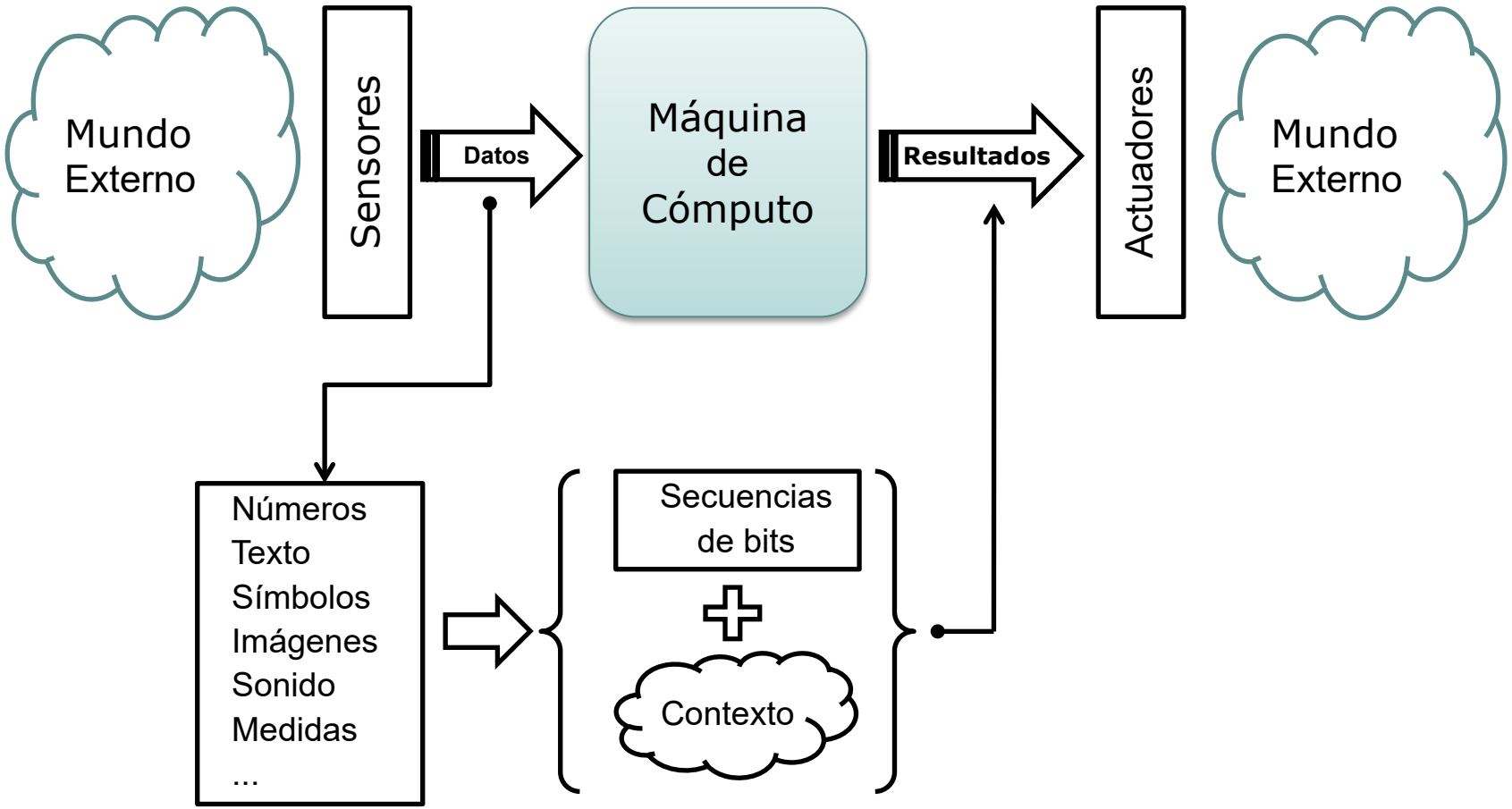
concordancia de patrones

  - Prolog

```
mcd(A,0,D) :- A = D.
mcd(A,B,D) :- B > 0, C is A mod B, mcd(B,C,D).
```

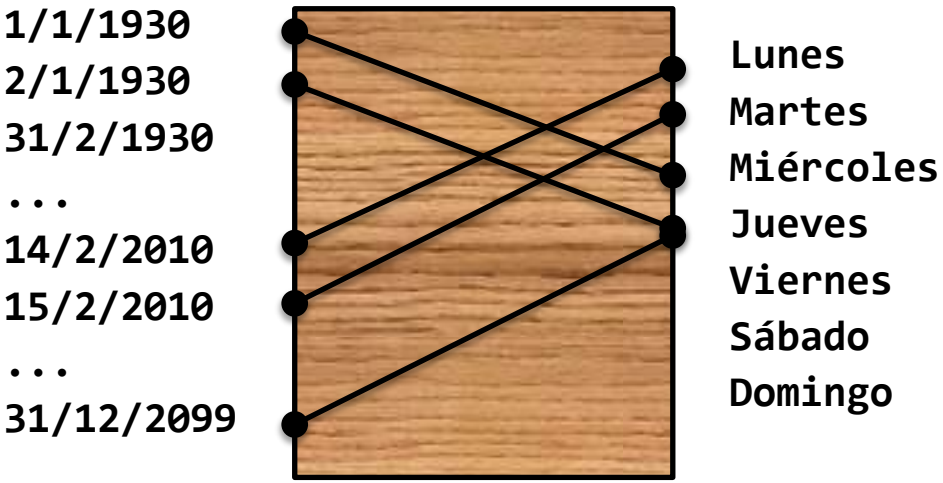
predicados, unificación

Modelos de Cómputo



Modelos de cómputo

- El concepto de cómputo puede modelizarse por el concepto matemático de **función**:
  - "*Aplicación de un **dominio** de valores a un **rango** de resultados donde cada valor puede estar asociado como máximo a un resultado*"
  - Usamos el modelo "caja de conexiones" para las funciones
  - Ejemplo: función que devuelve el día de la semana.

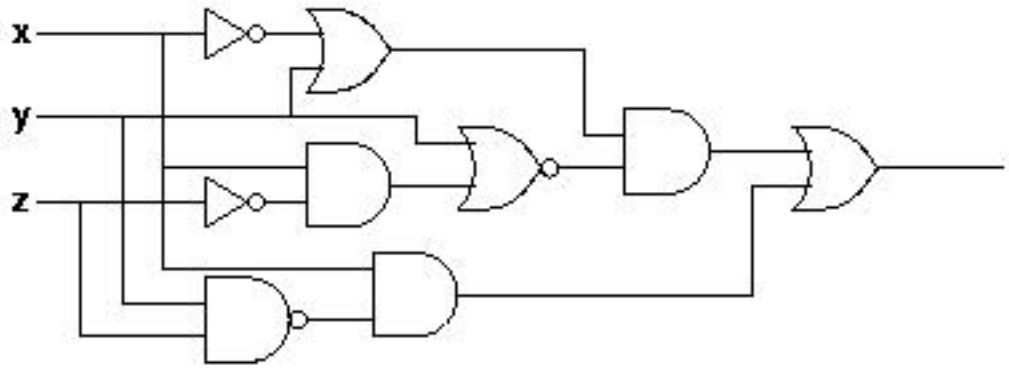


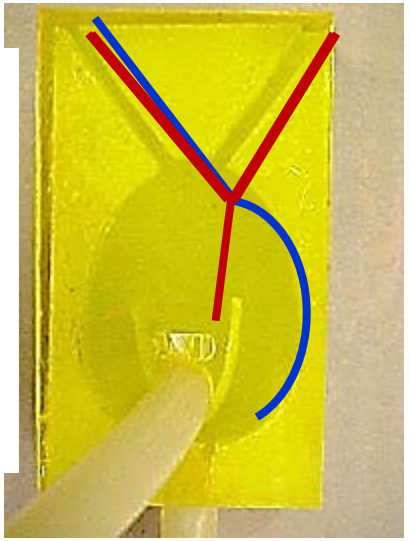
Máquinas y modelos de cómputo

- Jerarquía de niveles según capacidad expresiva y poder de cómputo :
  - Circuitos combinacionales
  - Máquinas de estado finito / Autómatas secuenciales
  - Máquinas de Turing / Máquinas de registros (RAM)
- Modelos formales
  - Funciones parciales recursivas
  - Cálculo lambda / Lógica combinatoria
  - Lógica de predicados + unificación
  - Sistemas de reescritura
- Arquitecturas
  - Modelo Von-Neumman
  - Modelo Harvard
  - Paralelismo

Circuitos combinacionales

- Basados en la lógica booleana
- Las entradas y los resultados no se pueden secuenciar
- Conjunto minimalista de elementos: reles, puertas NAND, etc.





AND XOR

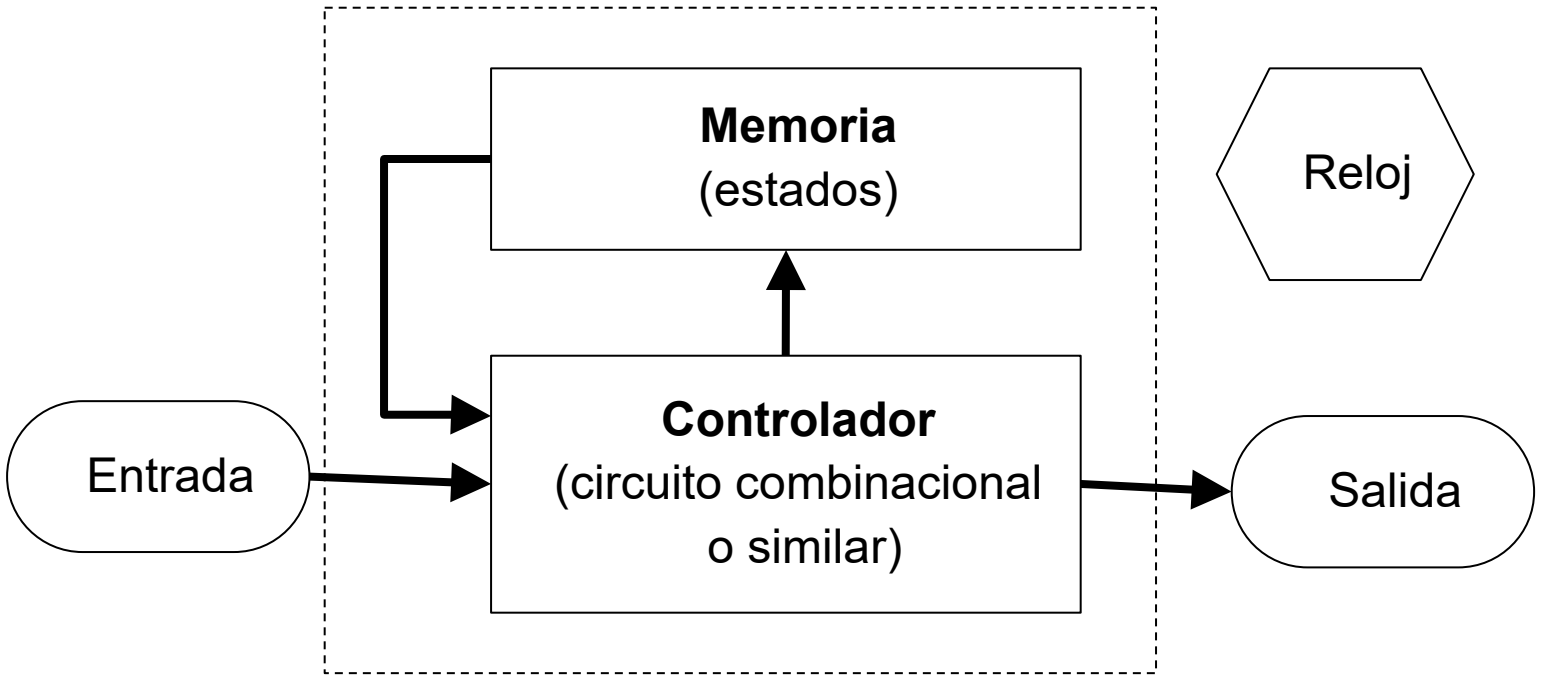
Máquina de Antikythera

- La máquina calculadora (no trivial) más antigua: Año 150 A.C.

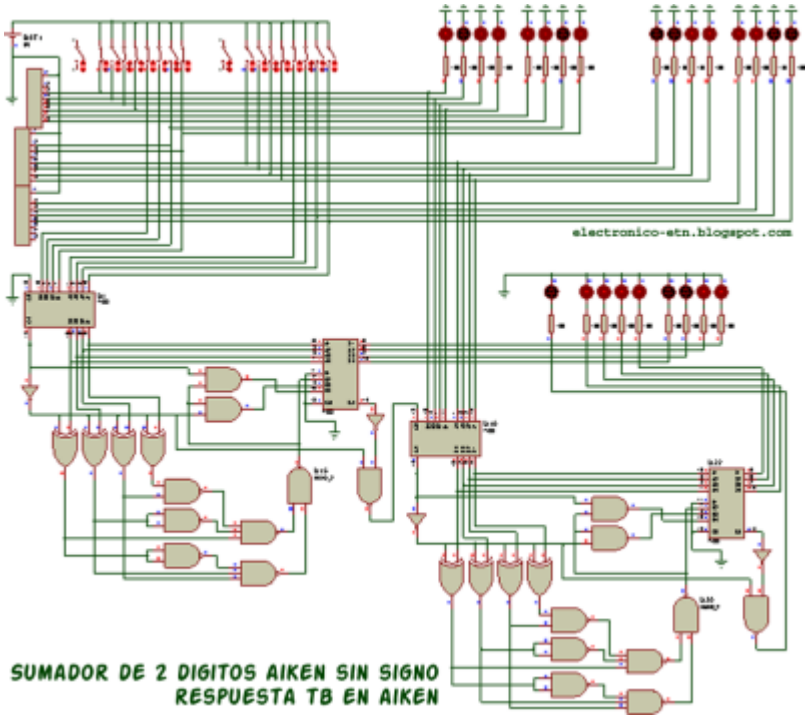
- Video: http://www.youtube.com/watch?v=MqhuAnySPZ0

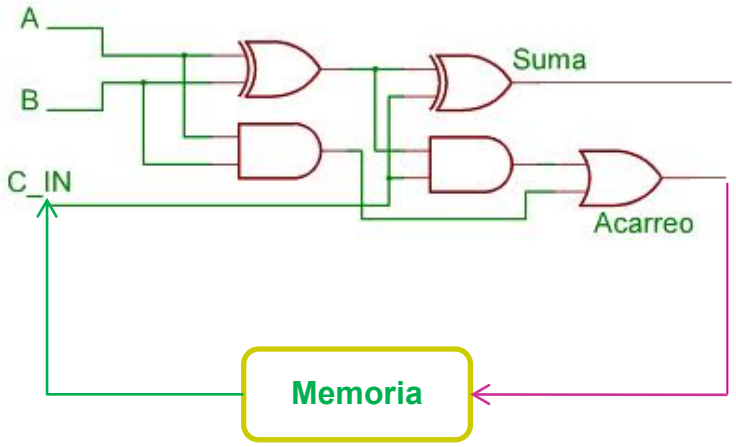
Máquinas secuenciales (maq. estado finito / autómatas)

- Circuito combinacional + memoria (estado) + reloj
- Se pueden secuenciar los datos de entrada y salida
- Los datos de entrada pueden controlar el flujo de ejecución



Sumador secuencial





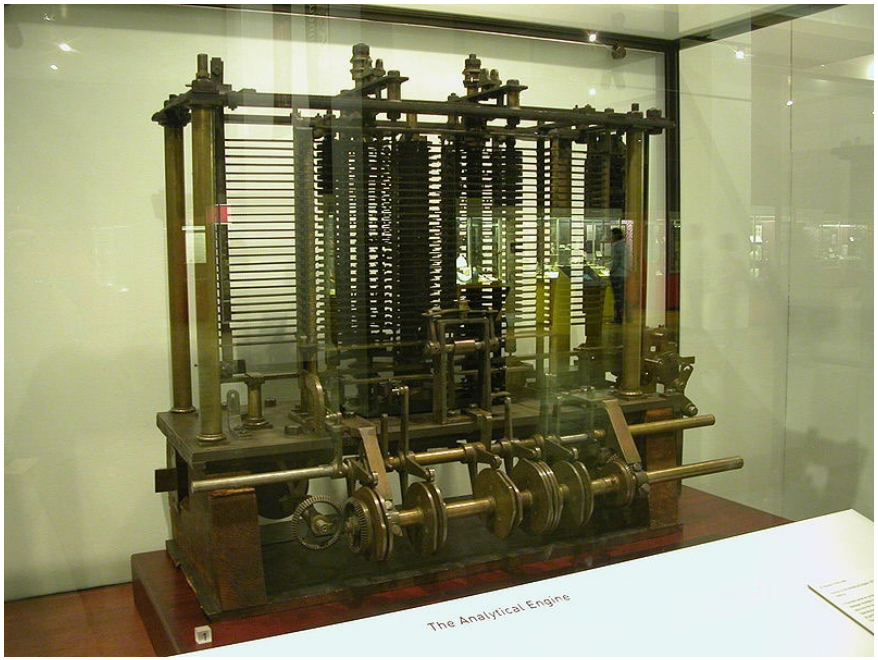
Reloj del Castillo

- El autómata programable más antiguo: Al-Jazari, año 1206 D.C.

- Video: http://www.youtube.com/watch?v=0pGXL5OKGqs

Máquina Analítica

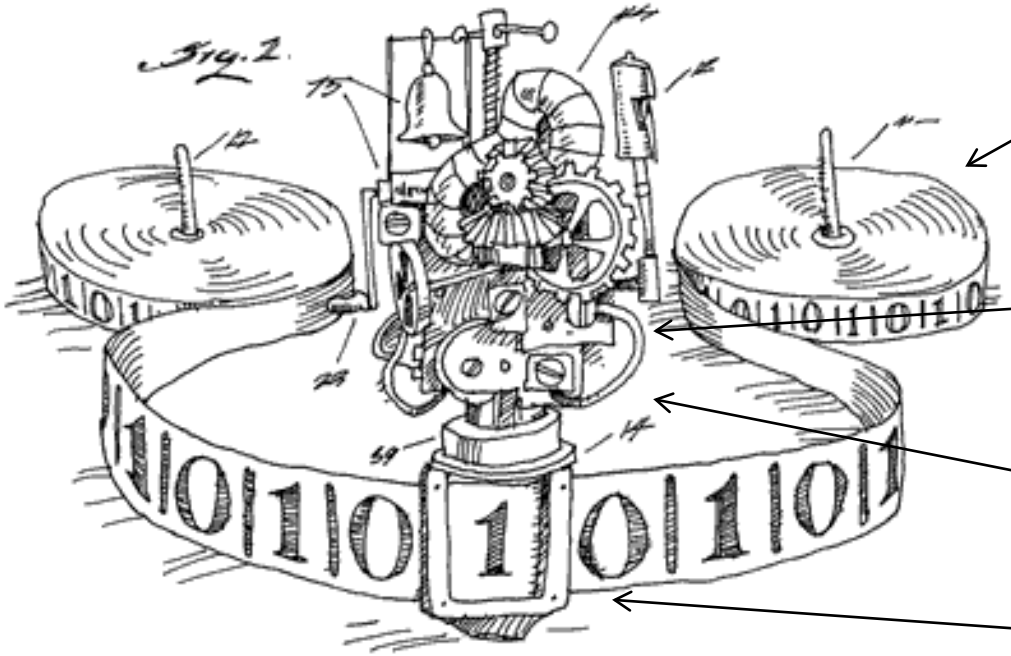
- La primera máquina computadora universal (si se hubiera construido)
- Charles Baggage, 1837
- Primer programa de la historia: Ada Lovelace



- Video: http://www.youtube.com/watch?v=88GYbyMaaN8&NR=1

Máquinas de Turing

- Alan Turing, 1936 – Modelo abstracto de cómputo



Cinta infinita
entrada / salida
marcada con 0 y 1

Lista de transiciones
Registro de estado
Controlador

Motor izda/dcha

Cabeza
lectora / escritora

- Existen muchas MT distintas, definidas por su lista de transiciones, cada una resuelve un problema particular.
- Video máquina real: http://aturingmachine.com/

Máquinas de Turing (versión de Penrose)

- Cinta de entrada:
  - Alfabeto de sólo dos símbolos: 0 (blanco) y 1 (punto)
  - Al comienzo la entrada se situa a la derecha de la cabeza
  - Al finalizar la salida se encuentra a la izquierda de la cabeza
- Controlador:
  - Cada máquina tiene *n* **estados** posibles (numerados 0..*n*-1)
  - La máquina comienza siempre en el estado 0
  - Dispone de un único registro que almacena el **estado actual**
  - La **lista de transiciones** tiene *n* filas, una por cada estado, y dos columnas, una por cada valor posible de la celda actual (0 ó 1)
  - Cada transición indica lo siguiente:
    - **Nuevo estado** al que pasa la máquina
    - Símbolo (0 ó 1) que se **escribe** en la celda actual
    - **Movimiento** de la cabeza: **I** (izquierda), **D** (derecha), **S** (derecha y parada)

Máquinas de Turing

- Codificación **unaria**:
  - La máquina recibe una lista de enteros positivos no nulos
  - Cada número se separa del siguiente por el símbolo **0** (blanco)
  - El valor del entero es el número de **1** consecutivos
  - Ejemplo: Entradas (2,5,1):

    `..011011111010..`

- Codificación **general**:
  - Es un proceso de dos etapas de traducción
  - La máquina recibe una secuencia de números enteros positivos y símbolos cualesquiera (un número finito de posibles símbolos).
  - Los números se codifican en **binario** (números **0** y **1**)
  - El resto de símbolos se indexan por números del **2** en adelante.
  - Esta secuencia de números se convierte a **binario expandido:**

    0 → 0, 1 → 01, 2 → 011, 3 → 0111, 4 → 01111, ...

Máquinas de Turing

- Ejemplo: La entrada es la cadena `-44.13,a`
  - Si la tabla de conversión es: **-** → **2**, **.** → **3**, **,** → **4**, `a` → **5**
  - Primera etapa de conversión: (enteros a binario)

21011003110145

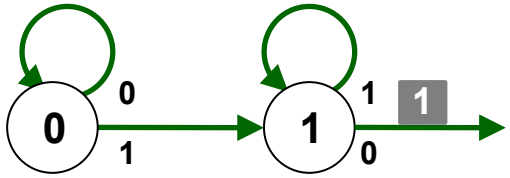
  - Segunda etapa de conversión (binario expandido)

01101001010001110101001011110111110

2 1 0 1 1 0 0 3 1 1 0 1 4 5

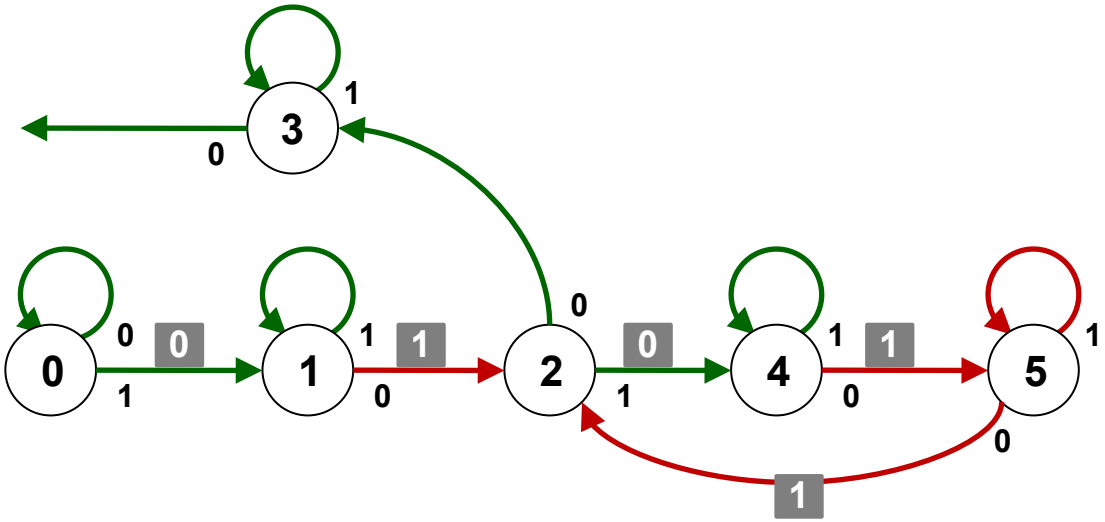
Máquinas de Turing – INC, DUP

- Incremento en uno (unaria)



	0	1
0	0 0 D	1 1 D
1	0 1 S	1 1 D

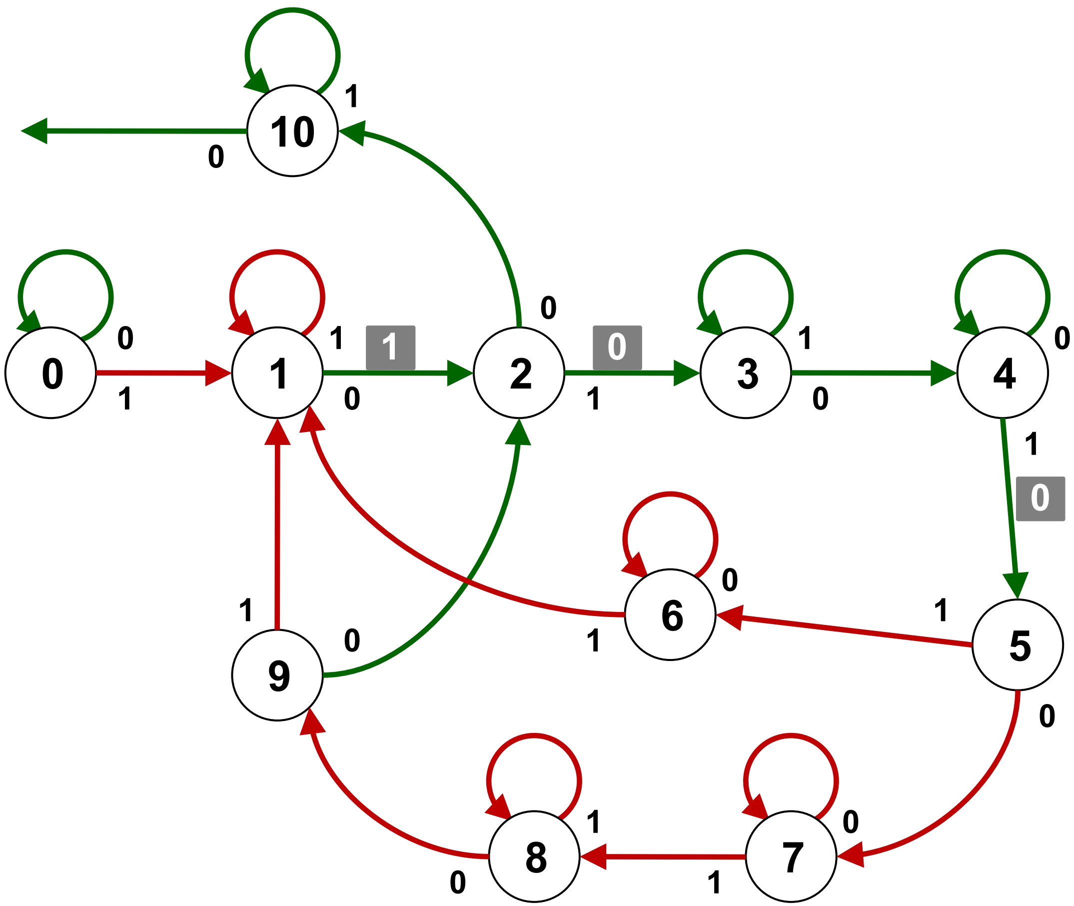
- Multiplicar por 2 (unaria)



	0	1
0	0 0 D	1 0 D
1	2 1 I	1 1 D
2	3 0 D	4 0 D
3	0 1 S	3 1 D
4	5 1 I	4 1 D
5	2 1 I	5 1 I

Máquina de Turing - MCD

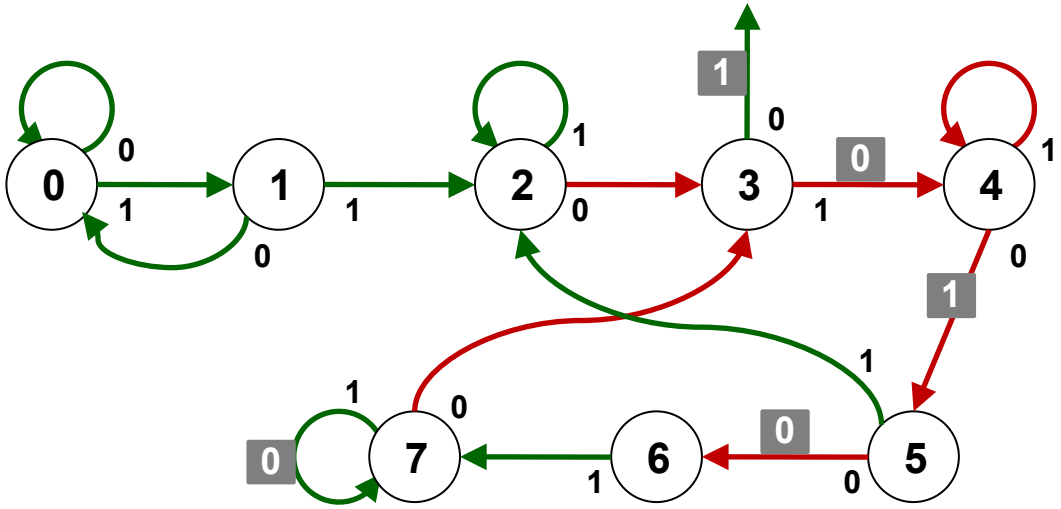
- Cálculo del máximo común divisor (unaria)



	0	1
0	0 0 D	1 1 I
1	2 1 D	1 1 I
2	10 0 D	3 0 D
3	4 0 D	3 1 D
4	4 0 D	5 0 D
5	7 0 I	6 1 I
6	6 0 I	1 1 I
7	7 0 I	8 1 I
8	9 0 I	8 1 I
9	2 0 D	1 1 I
10	0 0 S	10 1 D

Máquina de Turing – INC

- Incremento (general)



	0	1
0	0 0 D	1 1 D
1	0 0 D	2 1 D
2	3 0 I	2 1 D
3	0 1 S	4 0 I
4	5 1 I	4 1 I
5	6 0 D	2 1 D
6	0 0 D	7 1 D
7	3 1 D	7 0 D

- El algoritmo se basa en que para incrementar un número en binario basta con localizar el último **0** y cambiarlo por **1** y todos los siguientes **1** por **0:**

```
10100111 + 1 = 10101000
```

Máquina de Turing Universal

- Cada máquina de Turing realiza un determinado cómputo (resuelve un determinado problema)
- Cada máquina de Turing esta completamente determinada por su tabla de transiciones.
- Es posible codificar en binario la tabla de transiciones de una máquina de Turing:
  - Pasamos los estados a binario, elegimos la codificación para movimientos D → 2, I → 3, S → 4
  - Para ahorrar espacio quitamos la primera transición y convertimos las transiciones (0,0,x) → x, (0,1,x) → 1x
  - Pasamos la secuencia a binario expandido y eliminamos el 110 final.
- ¡Cada máquina de Turing está representada por un número entero positivo!

Máquina de Turing Universal

- Ejemplo: Máquina INC unaria:
  - Tabla de transiciones, en secuencia:

00D11D01S11D

  - Quitando primera transición y convirtiendo **01S** en **1S:**

11214112

  - Conviertiendo a binario expandido:

01010110101111010010110

  - Quitando los tres dígitos finales y traduciendo a decimal:
- La máquina de Turing INC unaria es la 177.642-ava máquina de Turing

Máquina de Turing Universal

- **Máquina de Turing Universal**: Recibe como parámetro el número de **otra máquina** de Turing y una lista de parámetros.
- Devuelve como resultado el cálculo que hubiera realizado la otra máquina si se hubiera ejecutado con esos parámetros.
  - Sea **TU** la máquina universal, y **Tn** la máquina con número **n:**
- **$TU(n,p_1..p_m) = Tn(p_1..p_m)$**
- La máquina universal es capaz de **simular** cualquier otra máquina de Turing.
- La máquina universal tiene su propio número:

Máquina de Turing Universal

724485533533931757719839503961571123795236067255655963110814479660650594042410903104836136323593656444434583822268832787676265561446928141177150178425517075540856576897533463569424784885970469347257399885822838277952946834605210611698359459387918855463264409255255058205559894518907165374148960330967530204315536250349845298323206515830476641421307088193297172341510569802627346864299218381721573334828230734537134214750597403451843723595930906400243210773421788514927607975976344151230795863963544922691594796546147113457001450481673375621725734645227310544829807849651269887889645697609066342044779890219144379328300194935709639217039048332708825962013017737272027186259199144282754374223513556751340842222998893744105343054710443686958764051781280194375308138706399427728231564252892375145654438990527807932411448261423572861931183326106561227555318102075110853376338060310823616750456358521642148695423471874264375444287900624858270912404220765387542644541334517485662915742999095026230097337381377241621727477236102067868540028935660856968226201419824862169890260913094029857060017430067008689675903447341741278742558120154936639389969058177385916540553567040928213322216314109787108145997866959970450968184190629944365601514549048809220844800348224920773040304318842989939313526688234966210194716191070146196852319284748203449589770955356110702758174873332729667899879847328409819076485127263100174016678736347760585724503696443489799203448999745566240293748766883975140445166570775006051388399166881407254554466522205072426239237921152531816251253630509317286314220040645713052758023076651833519956891397481375049264296050100136519801869456394 98

Computabilidad

- **Algoritmo**: Procedimiento sistemático que permite resolver un problema en un número finito de pasos, cada uno de ellos especificado de manera efectiva y sin ambigüedad.
- **Función computable**: Aquella que puede ser calculada mediante un dispositivo mecánico dado un tiempo y espacio de almacenamiento ilimitado (pero finito)
- No importa la eficiencia, sino la posibilidad de ser calculada.
- **Entscheidungsproblem**: Décima pregunta de Hilbert (Bolonia, 1928): **¿Existe un procedimiento mecánico (algorítmico) general para resolver toda cuestión matemática bien definida?**

Computabilidad

- **Algoritmo**: Procedimiento sistemático que permite resolver un problema en un número finito de pasos, cada uno de ellos especificado de manera efectiva y sin ambigüedad.
- **Función computable**: Aquella que puede ser calculada mediante un dispositivo mecánico dado un tiempo y espacio de almacenamiento ilimitado.
- No importa la eficiencia, sino la posibilidad de ser calculada.
- **Entscheidungsproblem**: Décima pregunta de Hilbert (Bolonia, 1928): ¿Existe un procedimiento mecánico (algorítmico) general para resolver toda cuestión matemática bien definida?

NO (Gödel, 1931) (Turing, 1937)

Tesis Church-Turing

- Existen problemas bien definidos para los cuales no es posible encontrar un procedimiento mecánico que devuelva una solución en un tiempo finito.
  - **El problema de la detención**
  - **El problema del castor afanoso**
- **Tesis Church-Turing**: Toda función computable es calculable mediante una máquina de Turing.
  - Indemostrable, pero considerada cierta por la mayoría.
- Equivalencia entre distintos sistemas formales:
  - Máquina de Turing ↔ Cálculo lambda
  - Calculo lambda ↔ Funciones recursivas
  - etc.

¿Super-Turing?

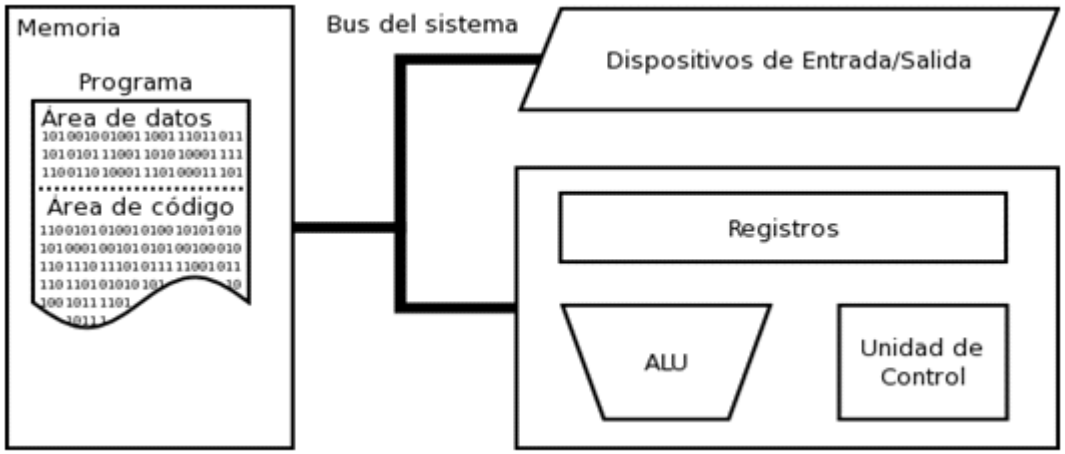
- Posibilidades de superar al modelo de Turing:
  - **Múltiples cintas**
  - **Cintas en 2D, 3D, nD**
  - **Controlador trabajando en paralelo con varias cintas**
  - **Acceso directo a posición en cinta (modelo RAM)**
  - **...**
- Todas tienen un poder **equivalente** al de una máquina normal (pueden ser simuladas).
- Las alternativas mejoran la **eficiencia**, pero no amplian el conjunto de lo que es computable.

Máquinas de Registros (RAM)

- Derivadas del modelo de Turing, pero en vez de cinta secuencial con una memoria de acceso directo.
- El controlador dispone de un número finito de registros internos, que definen su estado.
- Un programa consiste en una serie de instrucciones, leidas de memoria, entre las cuales existen los tipos:
  - Copia de datos entre dirección de memoria y registros.
  - Operaciones aritméticas en registros
  - Salto condicional según valor de registro
  - Indirección (contenido de registros son direcciones de memoria)
- Es el modelo en que se basan la gran mayoria de computadoras.

Arquitectura Von-Neumman

- El programa y los datos se almacenan juntos en memoria.
- Existe un registro que indica la posición de memoria donde se encuentra la instrucción actual.
- **Arquitectura Harvard**: código y datos se almacenan en memorias separadas.



RAM minimalista

- Es posible tener una RAM con un sólo tipo de instrucción: **subleq a,b,c**
  - Esta instrucción resta el contenido de las posiciones de memoria **a** y **b** (*b*-*a*), almacena el resultado en **b**, y si es menor o igual a cero salta a la instrucción situada en **c**.
  - Se necesita que una posición de memoria (Z) almacene **0**
- Cualquier otra instrucción puede sintetizarse a partir de **subleq**:

```
SALTO c ≡ subleq Z,Z,c
```

```
SUMA a,b ≡    subleq a,Z,c
          c : subleq Z,b,d
          d : subleq Z,Z,e
          e : ...
```

```
MOV a,b ≡     subleq b,b,c
          c : subleq a,Z,d
          d : subleq Z,b,e
          e : subleq Z,Z,f
          f : ...
```

Funciones Recursivas Primitivas

- Kurt Gödel, 1931
- Modelo de cómputo formal, basado en la reducción al mínimo de los posibles elementos que se pueden usar para definir una función:
  - Se restringen las funciones a aquellas cuyos argumentos y único resultado son números naturales.
  - Se puede utilizar el valor constante **0** (**función cero**)
  - Se puede usar **+1** (**función sucesor**)
  - Se puede acceder a un argumento (**funciones proyectoras**)
- Composición:
  - El resultado de una función puede servir de argumento de otra
- Recursión primitiva:

$$h(0,\bar{x}) = f(\bar{x})$$

$$h(y+1,\bar{x}) = g(y,h(y,\bar{x}),\bar{x})$$

Funciones Recursivas Primitivas

- Suma:

$$\text{suma}(0,b) = b$$
$$\text{suma}(a+1,b) = \text{suma}(a,b)+1$$

- Predecesor, Resta (resta(a,b) = b-a si b > a, 0 si b ≤ a)

$$\text{pred}(0) = 0$$
$$\text{pred}(a+1) = a$$

$$\text{resta}(0,b) = b$$
$$\text{resta}(a+1,b) = \text{pred}(\text{resta}(a,b))$$

- Condicional, Máximo Común Divisor:

$$\text{cond}(0,a,b) = a$$
$$\text{cond}(p+1,a,b) = b$$

$$\text{mcd}(a,b) = \text{cond}(b,a,\text{cond}(\text{resta}(b,a), \text{mcd}(\text{resta}(a,b),b), \text{mcd}(\text{resta}(b,a),a)))$$

Funciones Recursivas Primitivas

- Son finitas: Su evaluación requiere un número finito de pasos.
- Son equivalentes a un lenguaje de programación donde los bucles tengan un número máximo de iteraciones.
  - Por ejemplo, Pascal sólo con bucles **for** (se permite sentencia **break** para salida anticipada) y sin llamadas recursivas.
- No pueden calcular todas las funciones computables.
- Para ello necesitan el operador μ → **Funciones Recursivas Generales**

$$\mu\left[f(y,\bar{x})\right] = \min\left\{y : f(y,\bar{x}) = 0\right\}$$

- Equivalentes a lenguajes con bucles tipo while.

Función de Ackermann

- Ejemplo de función computable no recursiva primitiva:

$$\phi(a,b,0) = a + b$$

$$\phi(a,b,1) = a \times b = \underbrace{a + a + \cdots + a}_{b \text{ veces}}$$

$$\phi(a,b,2) = a^b = a \uparrow b = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{b \text{ veces}}$$

$$\phi(a,b,3) = \underbrace{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}_{b \text{ veces}} = a \uparrow\uparrow b = \underbrace{a \uparrow (a \uparrow (\cdots \uparrow a))}_{b \text{ veces}}$$

$$\phi(a,b,4) = a \uparrow\uparrow\uparrow b = \underbrace{a \uparrow\uparrow (a \uparrow\uparrow (\cdots \uparrow\uparrow a))}_{b \text{ veces}}$$

$$\phi(a,b,n) = a\underbrace{\uparrow \cdots \uparrow}_{n \text{ veces}}b = \underbrace{a\underbrace{\uparrow \cdots \uparrow}_{n-1 \text{ veces}}(a\underbrace{\uparrow \cdots \uparrow}_{n-1 \text{ veces}}(\ldots a\underbrace{\uparrow \cdots \uparrow}_{n-1 \text{ veces}}))}_{b \text{ veces}}$$

Cálculo lambda

- Alonzo Church, 1936
- El “lenguaje de programación” más sencillo (salvo quizás la lógica combinatoria)
- Simplificación extrema del cálculo:
  - No importa el nombre de las funciones ni de los argumentos: **f(x,y) = $x^2 + y^2$** y **g(a,b) = $a^2 + b^2$** son la misma función.

$$(x, y) \rightarrow x^2 + y^2$$

  - Toda función de más de un argumento se puede considerar como una función de **un solo** argumento que devuelve no un valor sino **una función: Currificación**

$$x \rightarrow y \rightarrow x^2 + y^2$$

  - No se necesitan números: Todo puede ser representado únicamente mediante **funciones**.

Cálculo lambda - Notación

- Una **expresión lambda** puede ser:
  - Una **variable** (*a, b, c ...*)
  - Una **abstracción**: $\lambda x . t$ (donde *x* es una variable y *t* es una expresión lambda)
  - Una **aplicación**: $f\ g$ (donde *f* y *g* son expresiones lambda)
- Convenciones:
  - Las variables representan funciones.
  - Se pueden usar paréntesis para indicar el orden de evaluación.
  - Las aplicaciones son asociativas hacia la izquierda: $f\ g\ h = (f\ g)\ h$
  - Las abstracciones se extienden todo lo posible hacia la derecha
  - Dentro del término de una abstracción, la variable de la abstracción se denomina **ligada** (el resto son variables **libres**).
  - Las abstracciones se pueden **contraer**: $\lambda x . \lambda y . t \equiv \lambda x\ y . t$

Cálculo lambda - Reducciones

- Las operaciones que permiten manipular expresiones lambda son:
  - La **α-reducción** (renombrado): Es posible cambiar el nombre de las variables ligadas.

$$\lambda x . x\ y \equiv \lambda a . a\ y$$

  - La **β-reducción**: Al **aplicar** una abstracción a otra expresión, podemos sustituir la expresión por el término de la abstracción donde se han **sustituido** todas las apariciones de la variable ligada por la expresión aplicada:

$$\left(\lambda x . x \left(y\ x\right)\right)(z\ w) \equiv (z\ w)\left(y\ (z\ w)\right)$$

  - La **η-reducción**: Si el término de una abstracción es una aplicación donde en la primera expresión no aparece la variable ligada y la segunda expresión es la variable, se puede sustituir la abstracción por la expresión:

$$\lambda x . f\ x \equiv f$$

Cálculo lambda - Representación

- Representación de los números naturales, incremento, suma, producto, predecesor, resta:

$$\mathtt{0} \equiv \lambda\, f\, x\, .\, x$$

$$\mathtt{1} \equiv \lambda\, f\, x\, .\, f\, x$$

$$\mathtt{2} \equiv \lambda\, f\, x\, .\, f\, (f\, x)$$

$$\mathtt{3} \equiv \lambda\, f\, x\, .\, f\, (f\, (f\, x))$$

$$\mathtt{4} \equiv \lambda\, f\, x\, .\, f\, (f\, (f\, (f\, x)))$$

$$\mathtt{Succ} \equiv \lambda\, n\, f\, x\, .\, f\, (n\, f\, x)$$

$$\mathtt{Sum} \equiv \lambda\, m\, n\, .\, m\ \mathtt{Succ}\ n$$

$$\mathtt{Mul} \equiv \lambda\, m\, n\, .\, m\ (\mathtt{Sum}\ n)\ \mathtt{0}$$

$$\mathtt{Pred} \equiv \lambda\, n\, f\, x\, .\, n\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\, f))\ (\lambda\, n\, .\, x)\ (\lambda\, n\, .\, n)$$

$$\mathtt{Sub} \equiv \lambda\, n\, m\, .\, n\ \mathtt{Pred}\ m$$

Cálculo lambda - Representación

- Representación de los valores lógicos, condicional, test si valor nulo, test menor o igual:

$$\mathtt{T} \equiv \lambda\, x\, y\, .\, x$$

$$\mathtt{F} \equiv \lambda\, x\, y\, .\, y$$

$$\mathtt{If} \equiv \lambda\, p\, a\, b\, .\, p\, a\, b$$

$$\mathtt{Is0} \equiv \lambda\, n\, .\, n\, (\lambda\, x\, .\, \mathtt{F})\, \mathtt{T}$$

$$\mathtt{Leq} \equiv \lambda\, n\, m\, .\, \mathtt{Is0}\, (\mathtt{Sub}\, n\, m)$$

- Recursividad (combinador Y):

$$\mathtt{Y} \equiv \lambda\, g\, .\, (\lambda\, x\, .\, g\, (x\, x))\, (\lambda\, x\, .\, g\, (x\, x))$$

$$\mathtt{Y}\, f = (\lambda\, x\, .\, f\, (x\, x))\, (\lambda\, x\, .\, f\, (x\, x))$$

$$= f\, ((\lambda\, x\, .\, f\, (x\, x))\, (\lambda\, x\, .\, f\, (x\, x)))$$

$$= f\, (\mathtt{Y}\, f)$$

Cálculo lambda - MCD

- El cálculo del máximo común divisor se puede expresar:

$$\texttt{Mcd0} \equiv \lambda\, r\, a\, b\, .\, \texttt{If}\ (\texttt{Is0}\ b)\ a\ (\texttt{If}\ (\texttt{Leq}\ b\ a)$$
$$(r\ a\ (\texttt{Sub}\ a\ b))\ (r\ b\ (\texttt{Sub}\ b\ a)))$$
$$\texttt{Mcd} \equiv \lambda\, a\, b\, .\, \texttt{Mcd0}\ (Y\ \texttt{Mcd0})\ b\ a$$

- Expandiendo las definiciones:

$$\lambda\, a\, b\, .\, (\lambda\, r\, c\, d\, .\, (\lambda\, p\, e\, f\, .\, p\ e\ f)\ ((\lambda\, n\, .\, n\ (\lambda\, x\, g\, y\, .\, y)\ (\lambda\, x\, y\, .\, x))\ d)\ c\ ((\lambda\, p\, h\, i\, .\, p\ h\ i)\ ((\lambda\, n\, m\, .\, (\lambda\, j\, .\, j\ (\lambda\, x\, k\, y\, .\, y)\ (\lambda\, x\, y\, .\, x))\ ((\lambda\, l\, o\, .\, l\ (\lambda\, p\, f\, x\, .\, p\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\ f))\ (\lambda\, q\, .\, x)\ (\lambda\, s\, .\, s))\ o)\ n\ m))\ d\ c)\ (r\ c\ ((\lambda\, n\, m\, .\, n\ (\lambda\, t\, f\, x\, .\, t\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\ f))\ (\lambda\, u\, .\, x)\ (\lambda\, v\, .\, v))\ m)\ c\ d))\ (r\ d\ ((\lambda\, n\, m\, .\, n\ (\lambda\, w\, f\, x\, .\, w\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\ f))\ (\lambda\, y\, .\, x)\ (\lambda\, z\, .\, z))\ m)\ d\ c))))\ ((\lambda\, g\, .\, (\lambda\, x\, .\, g\ (x\ x))\ (\lambda\, x\, .\, g\ (x\ x)))\ (\lambda\, r\, a'\, b'\, .\, (\lambda\, p\ c'\ d'\, .\, p\ c'\ d')\ ((\lambda\, n\, .\, n\ (\lambda\, x\, e'\, y\, .\, y)\ (\lambda\, x\, y\, .\, x))\ b')\ a'\ ((\lambda\, p\, f'\, g'\, .\, p\ f'\ g')\ ((\lambda\, n\, m\, .\, (\lambda\, h'\, .\, h'\ (\lambda\, x\, i'\, y\, .\, y)\ (\lambda\, x\, y\, .\, x))\ ((\lambda\, j'\, k'\, .\, j'\ (\lambda\, l'\, f\, x\, .\, l'\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\ f))\ (\lambda\, m'\, .\, x)\ (\lambda\, n'\, .\, n'))\ k')\ n\ m))\ b'\ a')\ (r\ a'\ ((\lambda\, n\, m\, .\, n\ (\lambda\, o'\, f\, x\, .\, o'\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\ f))\ (\lambda\, p'\, .\, x)\ (\lambda\, q'\, .\, q'))\ m)\ a'\ b'))\ (r\ b'\ ((\lambda\, n\, m\, .\, n\ (\lambda\, r'\, f\, x\, .\, r'\ (\lambda\, g\, h\, .\, h\ (g\ f))\ (\lambda\, s'\, .\, x)\ (\lambda\, t'\, .\, t'))\ m)\ b'\ a')))))\ b\ a$$

Modelos de Cómputo

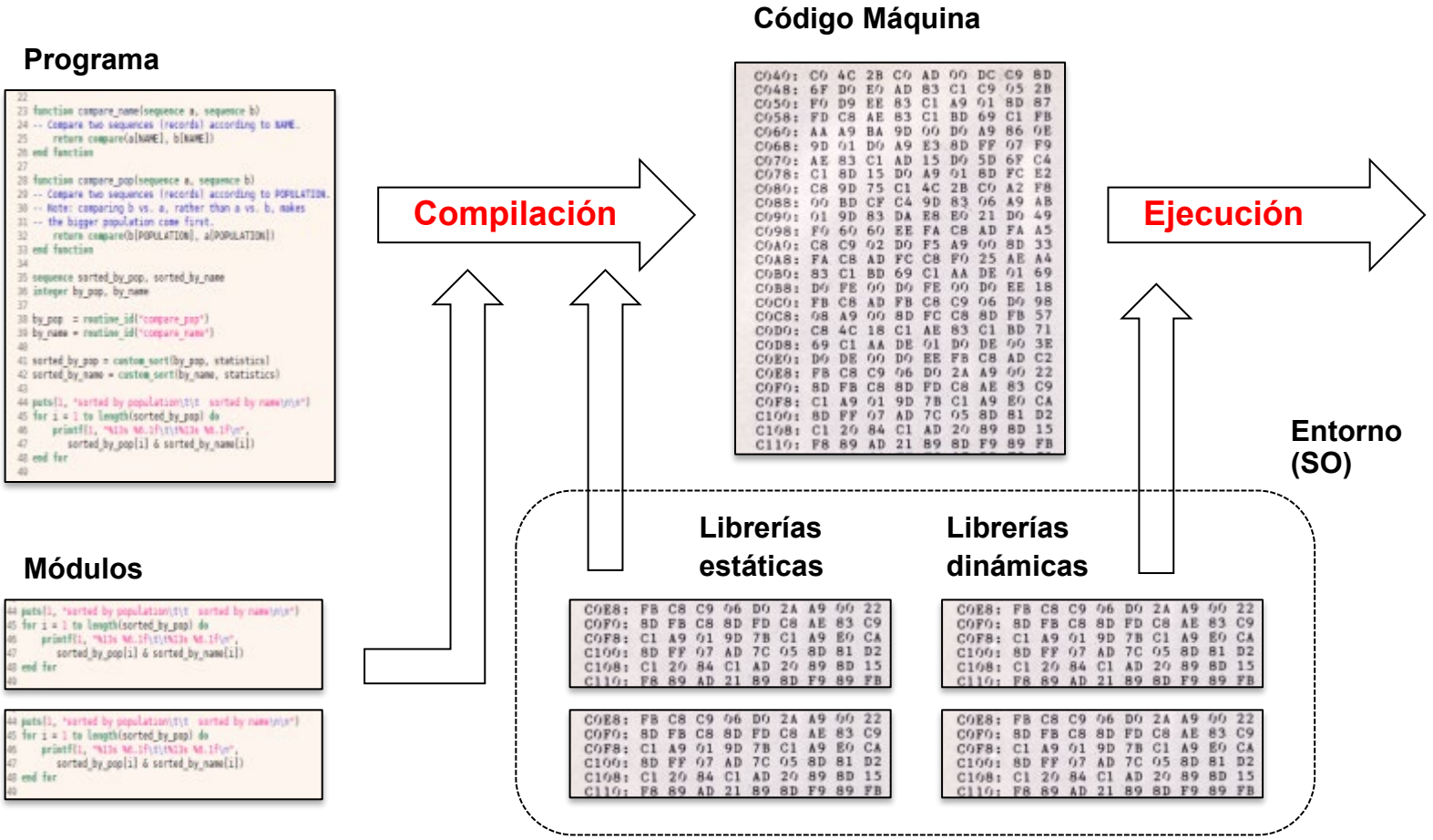
- Las máquinas de Turing, y sus extensiones en las máquinas RAM sirven de inspiración al paradigma imperativo:
  - Un cómputo es una secuencia de operaciones..
  - ..que **modifican el estado** del programa (registros)..
  - ..y cuyos resultados **determinan la secuencia** de ejecución.
- El cálculo lambda (y su variante la lógica combinatoria) sirve de inspiración al paradigma funcional:
  - Un cómputo consiste en una **expresión** que puede ser transformada en otras mediante **reglas de reescritura**.
  - El orden de evaluación es **irrelevante**.
- Las máquinas de Turing, el cálculo lambda y las funciones recursivas son **equivalentes**.

Lenguajes de Programación

- Lenguaje artificial diseñado para expresar cómputos que pueden ser llevados a cabo por una máquina.
  - Basado en un modelo de cómputo (que puede o no coincidir con el de la máquina en que se va a ejecutar)
  - Define un nivel de abstracción más elevado (más cercano al programador)
  - Debe traducirse a un código que pueda entender el procesador: el **código máquina**.
- Modos de traducción:
  - Lenguaje Compilado
  - Lenguaje Interpretado (Entorno interactivo)
  - Lenguaje traducido a Código Intermedio (Java → Bytecodes, .NET → IDL)

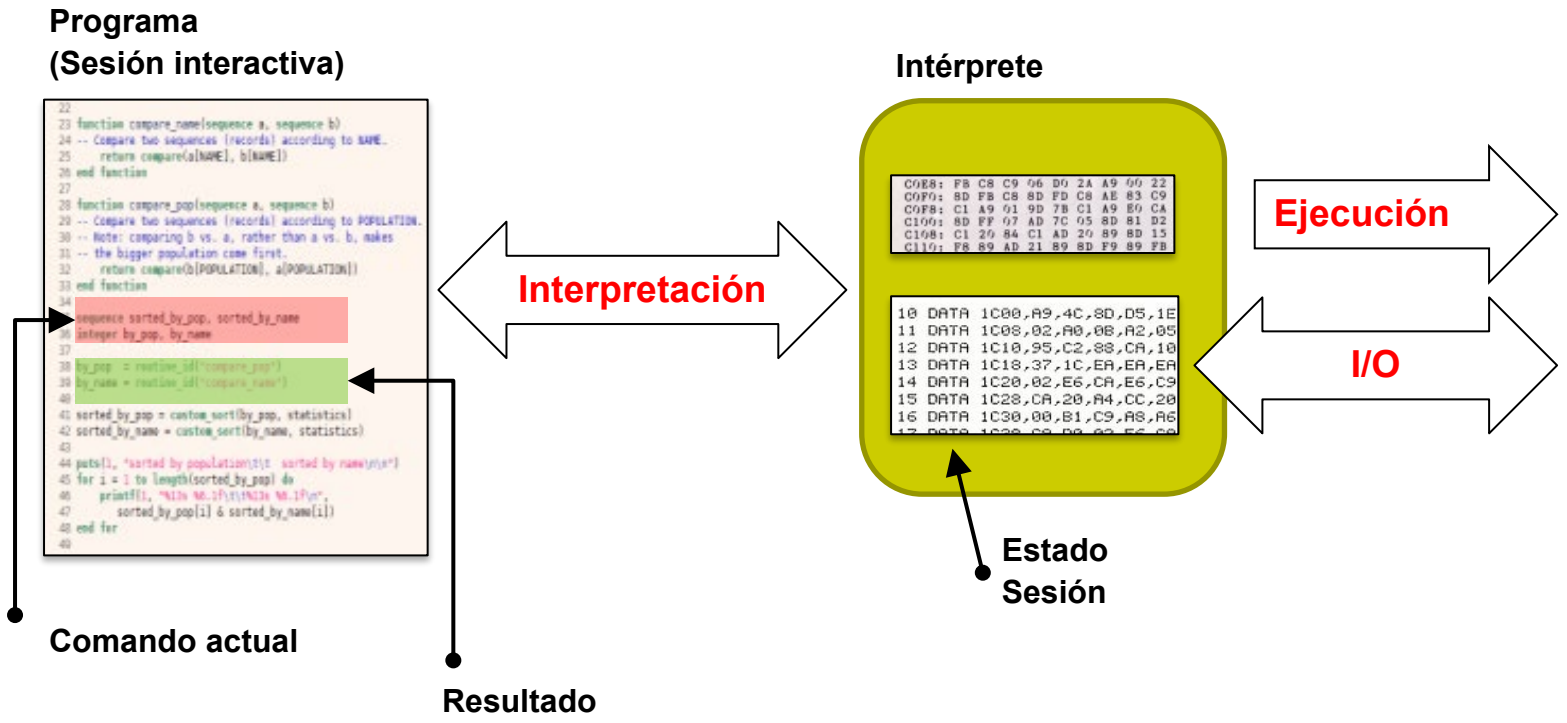
Estrategias de traducción

- Código compilado:



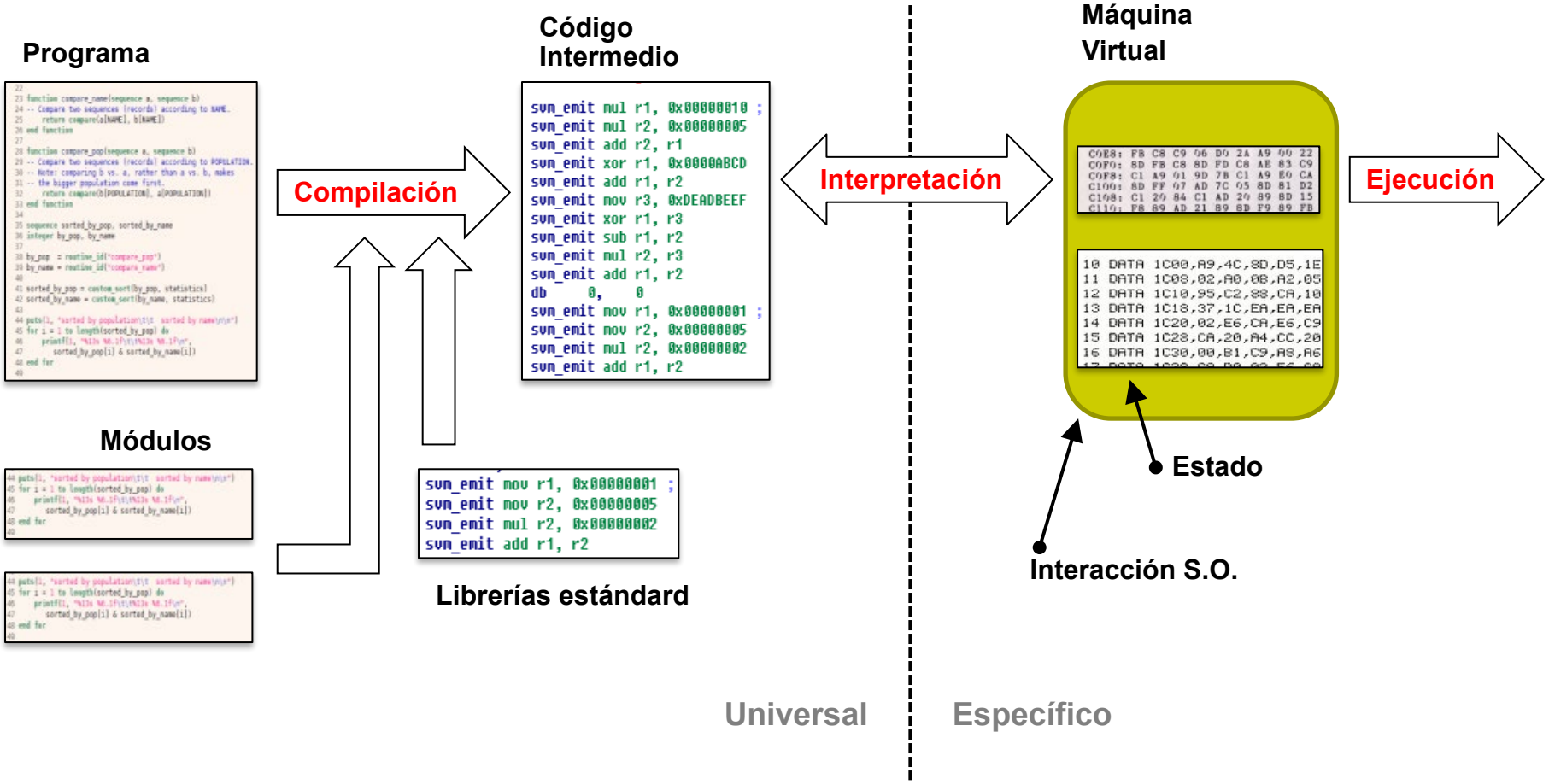
Estrategias de traducción

- Código interpretado:



Estrategias de traducción

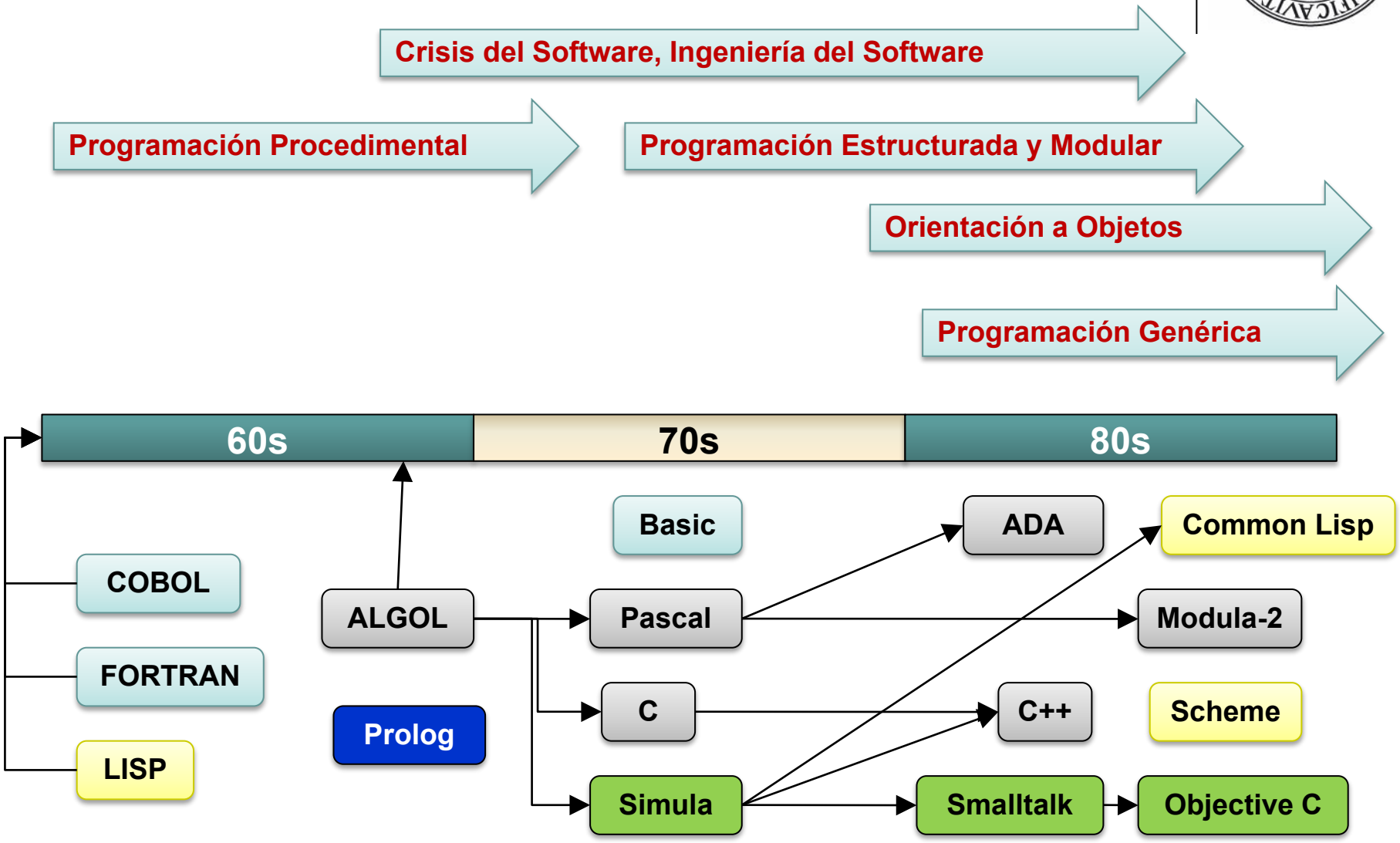
- Código intermedio: (Pascal IDL, Java, .NET)



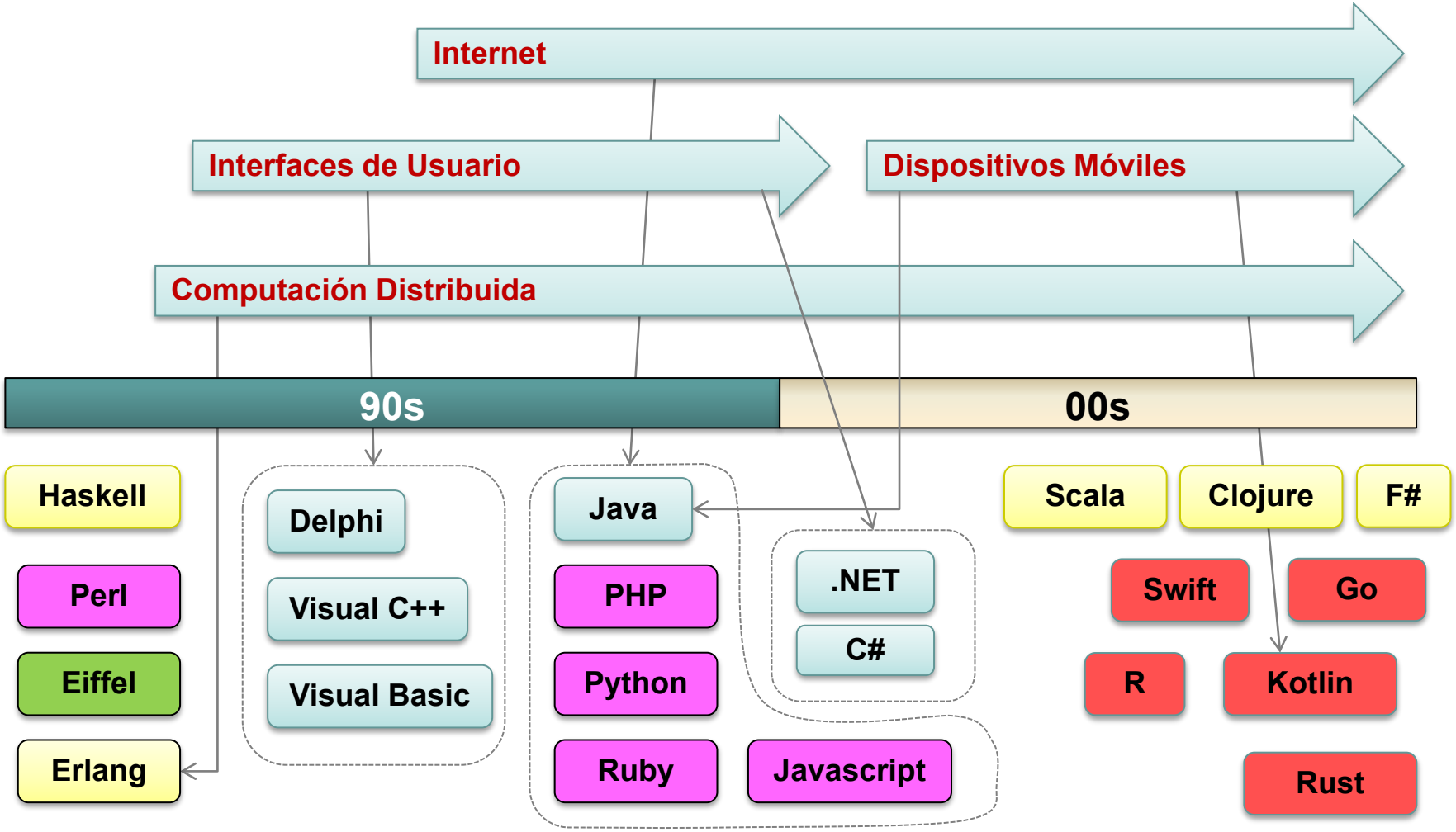
Generaciones

Generación	Lenguajes	Hardware	Movimientos
Primera (1945-55)	Código Máquina	Relés, Válvulas de vacío	
Segunda (1955-68)	FORTRAN COBOL LISP	Transistores, Memorias de ferrita	Prog. Estructurada y Modular Proceso por Lotes
Tercera (1968-1980)	ALGOL PASCAL C BASIC ADA	Circuitos integrados, Memorias de transistores	Ingeniería de Software Orientación a Objetos Bases de Datos
Cuarta (1980-)	C++ JAVA HASKELL PYTHON	VLSI MultiCore Flash	Comp. Distribuida Interfaces Gráficas Multimedia Internet

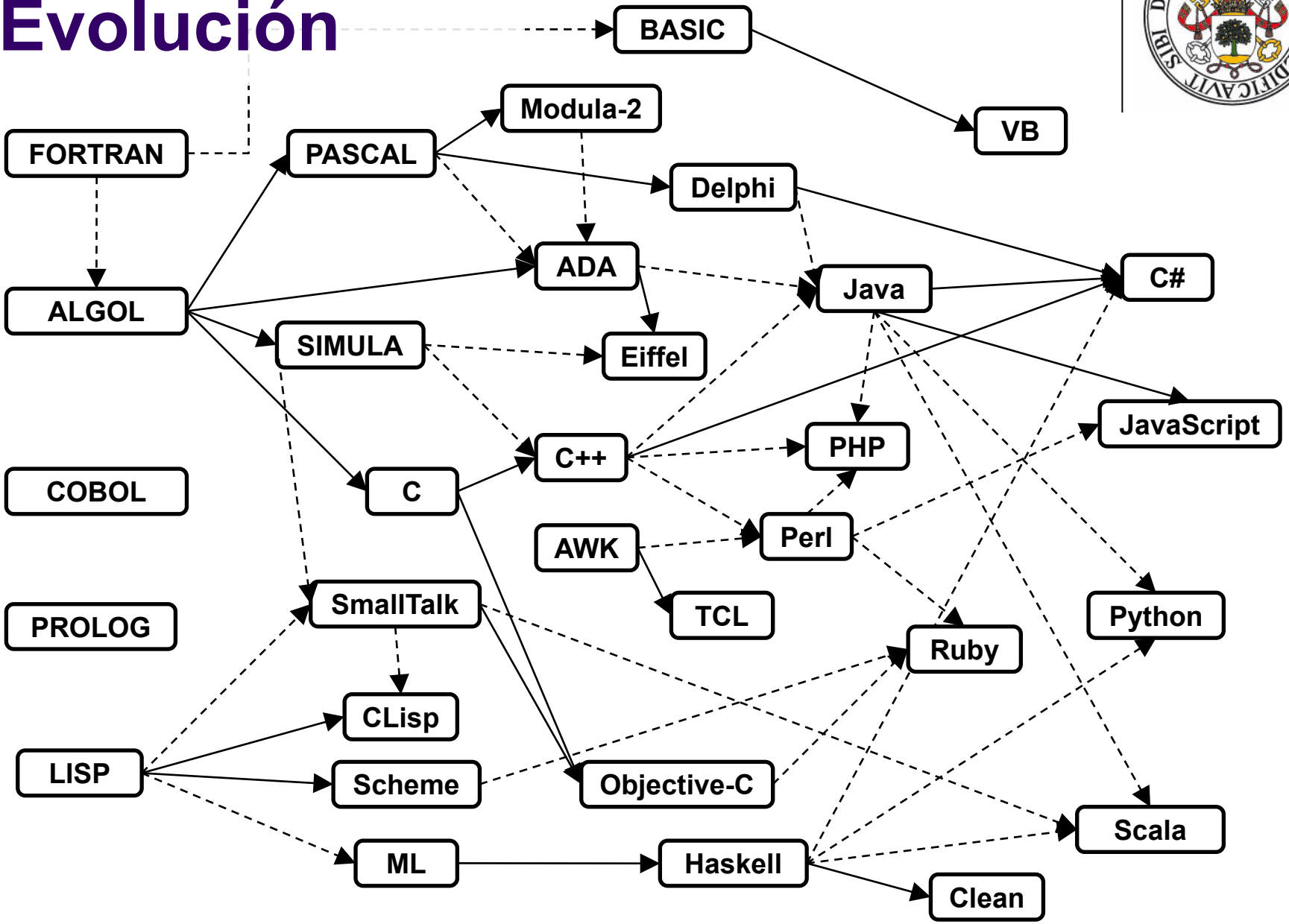
Linea del Tiempo



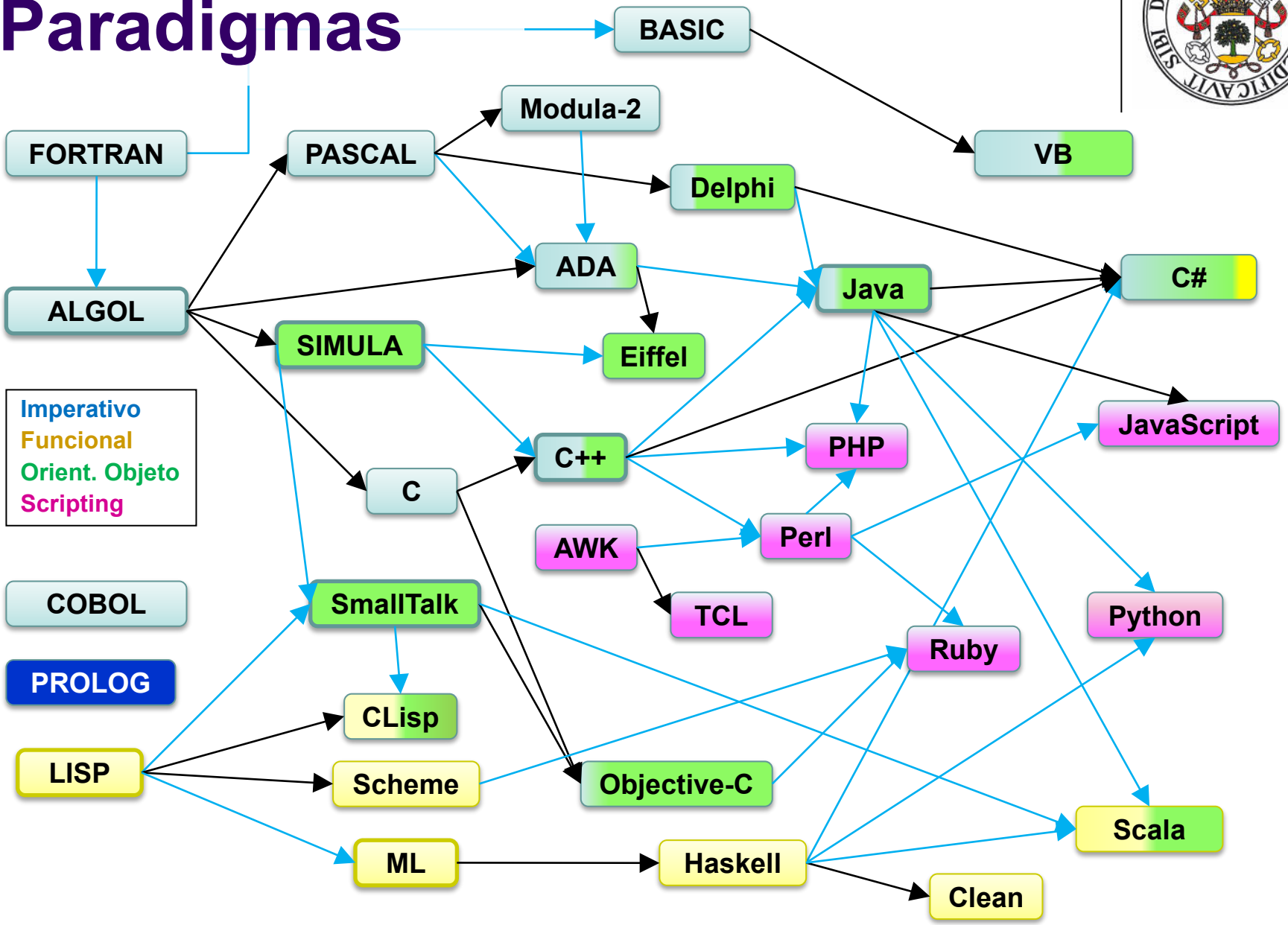
Linea del Tiempo



Evolución


BASIC
VB
FORTRAN
PASCAL
Modula-2
Delphi
ADA
Java
C#
ALGOL
SIMULA
Eiffel
JavaScript
PHP
C++
COBOL
C
AWK
Perl
TCL
PROLOG
SmallTalk
Python
Ruby
CLisp
LISP
Scheme
Objective-C
Scala
ML
Haskell
Clean

Paradigmas


BASIC
FORTRAN
PASCAL
Modula-2
VB
Delphi
ADA
Java
C#
ALGOL
SIMULA
Eiffel
Imperativo
Funcional
Orient. Objeto
Scripting
C
C++
PHP
JavaScript
AWK
Perl
COBOL
SmallTalk
TCL
Python
Ruby
PROLOG
CLisp
LISP
Scheme
Objective-C
Scala
ML
Haskell
Clean

Evolución Histórica

- FORTRAN (Formula Translating) 1957
  - Orientado al cálculo científico
  - Proceso de arrays
  - GOTO asignado
  - Versiones II, III, IV, 66 (subrutinas), 77, 90 (array slicing, recursividad, modularidad, sobrecarga, TADs), 96-03-08 (paralelismo, orientación a objeto)
- COBOL (Common Business Oriented Languaje) 1959:
  - Orientado al mundo empresarial
  - Sintaxis basada en lenguaje natural: 400 palabras reservadas, con verbos, nombres, modificadores, etc.
  - Código auto-modificable: ALTER X TO PROCEED TO Y
  - Especificación detallada de valores numéricos (PIC)
  - Modularidad mediante Copybooks

Familias y Evolución Histórica

- LISP (List Processing) 1958, McCarthy
  - Orientado a la investigación (Inteligencia Artificial)
  - Basado en *s-expresiones*
  - Código y datos intercambiables
  - Tipado débil
- Familia Lisp:
  - Common Lisp , 1984 (Generalización, Orientación a Objeto)
  - Scheme, 1975 (Simplificación, Closures)
  - Clojure, 2007
- Familia ML:
  - Sistema de tipado Hindler-Millner
  - Haskell, 1990
  - Clean (1987), Scala (2003)

Ejemplo programa COBOL


```
IDENTIFICATION DIVISION.
PROGRAM-ID.  PerformFormat4.
AUTHOR.  Michael Coughlan.
* An example program using the PERFORM..VARYING format.
* Pay particular attention to the values produced by the
* WITH TEST BEFORE and WITH TEST AFTER loops.
* Note that the PERFORM within a PERFORM produces the same
* results as the PERFORM..VARYING..AFTER

DATA DIVISION.
WORKING-STORAGE SECTION.
01  LoopCount           PIC 9  VALUE ZEROS.
01  LoopCount2          PIC S9 VALUE ZEROS.

PROCEDURE DIVISION.
Begin.
    DISPLAY "Start WHILE Iteration of LoopBody"
    PERFORM LoopBody WITH TEST BEFORE
        VARYING LoopCount FROM 1 BY 2
        UNTIL LoopCount GREATER THAN 5.
    DISPLAY "Finished WHILE iteration.  LoopCount = " LoopCount.
    ...
```

Ejemplo programa LISP


```
(defun simplify (expression)
    (simplify-2 (rules) expression))

(defun simplify-2 (rules expression)
    (cond
    ((null rules)  expression)
    (T (simplify-2 (cdr rules) (apply-rule (car rules) expression)))))

(defun apply-rule (rule expression)
    (substitute (car rule) (cadr rule) expression))

(defun substitute (pattern replacement expression)
    (cond
    ((null expression)  ())
    ((occurs-at-front pattern expression)
        (substitute-at-front pattern replacement expression))
    (T (cons (car expression)
             (substitute pattern replacement (cdr expression))))))

(defun occurs-at-front (pattern expression)
    (cond ((null pattern) T) ((null expression) nil)
    ((matches (car pattern) (car expression))
        (occurs-at-front (cdr pattern) (cdr expression)))
    (T  nil)))
```

Familias y Evolución Histórica

- ALGOL (Algorithmic Languaje) 1958/60/68 N.Wirth
  - Familia de lenguajes, diseñados por un comité de expertos
  - Bloques de código, recursividad, funciones internas, paso de parámetros
  - Arrays dinámicos, paralelismo, definición de operadores
- Familia ALGOL
  - PASCAL, 73 → Modula-2, 80
    → Delphi/ Free-Pascal, 93
    → ADA, 83
  - C, 74 → C++, 80
    → Objective-C, 86
    → C#, 95
    → Java, 95

Orientación a objeto

- SIMULA, 67
- Ortodoxa:
  - SmallTalk, 80 → Objective-C, 86
  - Eiffel, 86
- Parcial
  - ADA, 83 (Genericidad)
  - C++, 80 (Templates)
  - Java, 95 (Interfaces)
  - C# , 2001 (.NET)
- Basada en prototipos
  - JavaScript, 96
  - Python, 91

Lenguajes de Scripting

- Cliente (navegador):
  - HTML / CSS
  - ACMEScript: **JavaScript**, ActionScript (Flash), 1995
  - Java (applets), 1995
- Servidor
  - PHP, ASP, 1995
  - Java (servlets), 2000
  - Ruby, 1995
- Propósito general
  - Perl, 1987
  - Tcl/Tk, 1989
  - Python, 1991

Otros lenguajes

- Programación lógica:
  - PROLOG, 1972
- Concurrencia
  - Erlang, 1986
  - Oz , 1991
- Bases de Datos
  - SQL (No es Turing-completo)
- Minimalistas
  - Forth, 1970
  - APL (1964) → J (1990)
  - BrainFuck