Logarithmen, Normzahlen, Dezibel, Neper, Phon, - natürlich verwandt !

Autor: Eugen Paulin

Inhaltsverzeichnis dieser Unterlage :

Geschichtlicher Hintergrund der Normzahlen.

In Frankreich waren die Normzahlen bereits um 1877 vom Charles RENARD, einem französischen Oberst, erfunden worden. Er benutzte diese geometrisch Reihe um die Abmessungen des Tauwerkes für Fesselballone zu minimieren und trotzdem den Gesamtbereich an Taugrößen für alle zu erwartenden Bedarfsfälle vollständig abzudecken. Ihm zu Ehren werden die Normzahlreihen mit R bezeichnet.[1]

Die französische Enzyklopädie Larousse schreibt: Charles RENARD, Colonel de Génie (= Pioniertruppen) wurde 1847 in Damblai (Vogesen) geboren und starb 1905 in Paris. Er war Direktor der Luftschiffwerkstätten in Chalon – Meudon und stellte das bis dahin weitgehend empirische Wissen beim Bau von Luftschiffen auf eine wohl fundierte ingenieurwissenschaftliche Basis. Zusammen mit seinem Bruder, Kapitän Paul RENARD und dem Leutnant KREBS konstruierte er Fesselballons zur Artilleriebeobachtung und Luftschiffe. Mit dem von ihm konstruierten lenkbaren Luftschiff „La France“ führte er zusammen mit Leutnant Krebs am 9. August 1884 den allerersten Rundflug durch (etwa 7 km).

Otto KIENZLE erwähnt in seinem Buch[2] einen weiteren Franzosen, ANDROUIN, der im Jahre 1917 unabhängig von Charles RENARD, die geometrisch gestufte Normzahlenreihe erfand, als er sich mit den Drehzahlen der Werkzeugmaschinen befasste: er stellte sich folgende Bedingungen: dezimale Wiederholung, geometrische Stufung, Verdopplung und Einbinden der Zahl Pi = 3.14… . Daraufhin entdeckte er die fertige Zahlenreihe auf seinem Rechenschieber, der neben einer logarithmisch geteilten Zehnerstufe auch einen arithmetisch in 100 Teile geteilten Maßstab aufwies. Der französische Normenausschuß hat diese Reihe bereits 1918 angewandt.

Weber’sches Gesetz

Der Physiologe und Anatom Ernst Heinrich Weber *(Bruder des Physikers Wilhelm Weber, 1804 – 1891, nachdem die Einheit des magnetischen Flusses benannt ist)* machte 1834 Versuche, um den Messbereich und die Empfindlichkeit der menschlichen Sinnesorgane zu erfassen, dem Äquivalent zu den Sensoren in der modernen Technik.

Seine Untersuchungen über den Tastsinn ergaben, dass der gerade noch wahrnehmbare Unterschied zwischen 2 Gewichten ($\Delta \mathbf{P}$) in einem annähernd konstanten Verhältnis zu der Größe des Referenzgewichtes (P) steht:

$$\frac{\Delta \mathbf{P}}{\mathbf{P}} = \mathbf{konstant}$$ (Weber‘sches Gesetz)[3]

Weber fand bei seinen Untersuchungen einen Quotienten k = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{40}}$ = 0.025, d.h. dass die beiden Gewichte 2.5 % verschieden sein müssen, damit man gerade noch einen Unterschied spürt. Diesen kleinsten Reizzuwachs, der einen gerade noch wahrnehmbaren Unterschied in der Empfindung auslöst, wird Reizschwelle bezeichnet.

Dieser Quotient oder Schwellenwert k kann nicht mit absoluter Genauigkeit bestimmt werden, er variiert mit Empfindlichkeit der jeweiligen Versuchsperson, ihrer Aufmerksamkeit, Ermüdung und Erfahrung.

Die einzelnen Sinne haben einen unterschiedlich großen Quotienten k. Die folgende Tabelle[4] vermittelt einen ungefähren Eindruck über die in Frage kommenden Größenordnung:

[1] DIN 323 Blatt 2
[2] Otto Kienzle, Normungszahlen, Springer-Verlag / Berlin / Göttingen / Heidelberg 1950, S. 13
[3] Dr. Clemens Ries, Normung nach Normzahlen, Duncker & Humblot Verlag / Berlin 1962, S. 35
[4] Hofstätter P.F.: Psychologie, Stichwort „Psychophysik“, Hamburg 1937, S. 238 / 239

Tonfrequenz	k = 0.003	= 0.3%
Lautstärke	k = 0.088	= 8.8%
Proportion von Rechtecken	k = 0.01	= 1%
Helligkeit	k = 0.016	= 1.6%
Länge von Strecken	k = 0.019	= 1.9%
Gewichte (gehoben)	k = 0.025	= 2.5%
Druck auf die Haut	k = 0.14	= 14%
Geschmacksintensität	k = 0.25	= 25%
Geruchsintensität	k = 0.35	= 35%

Fechner'sches Gesetz

Der Physiker Gustav Theodor Fechner hat das Weber'sche Gesetz mathematisch mit seiner „Fundamentalformel" beschrieben an Hand der Beziehung zwischen dem kleinsten Reizzuwachs $[\Delta \mathbf{S}]$ und dem von Fechner hypothetisch angenommenen kleinsten Empfindungszuwachs $[\Delta \mathbf{R}]$:

$$\Delta \mathbf{R} = \mathbf{c}\frac{\Delta \mathbf{S}}{\mathbf{S}} \quad \text{(Fundamentalformel)}^{5}$$

deren Integration die sogenannte „Maßformel" liefert:

$$\mathbf{R} = \mathbf{k} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{log\,S} \quad \text{(Fechner'sches Gesetz)}^{6}$$

Dr. Clemens Ries erwähnt in seinem Buch[7] nicht, was die Größe „c" darstellt, sondern schreibt, dass es genügt aus dieser Formel folgendes herauszustellen:

Die Empfindung [R] wächst mit dem Logarithmus der Reizstärke [S].

Die Reize müssen also geometrisch gestuft sein, damit der Mensch sie als arithmetisch gestuft empfindet.

Sowohl das Weber'sche als auch das Fechner'sche Gesetz haben sich in der empirischen Forschung als bloße Annäherung der realen Sachverhalte erwiesen: in den unteren und oberen Grenzen der Sensibilität treten Abweichungen auf, die Gesetze gelten meist nur im Mittelbereich eines Reizspektrums. Dieser Bereich ist allerdings für praktische Zwecke und im Alltagsleben am wichtigsten.

In der Psychophysik sind beide Gesetze zusammen gefasst und als das Weber-Fechner'sche Gesetz bekannt. Dass dieses Gesetz in uns Menschen existiert deutet auch die Tatsache hin, dass wir im Leben immer Größen miteinander vergleichen indem wir ihre Proportionen zueinander angeben, etwa bei Preisen mehrerer Waren. Nicht die absoluten, sondern die relativen Werte haben für den Menschen Aussagekraft.

Zusammenfassung:
Das Weber-Fechner'sche Gesetz gilt für alle Sinneswahrnehmungen und sagt aus, dass die Stärke der Empfindung mit dem Logarithmus der Intensität des Reizes ansteigt (Druck, Schall, Helligkeit, Graustufen [siehe Page 15 of 19 „Beispiel Magen-Darm Aufnahme"], das heißt damit der Mensch Reizempfindungen als arithmetisch (= linear) Ansteigend empfindet, muss sich die Intensität der Reize nach einer geometrischen Reihe ändern.

Ingenieur – technische Aussage zur Maschine „Mensch":
Durch den logarithmischen Empfangsbereich der Sinnesorgane ergibt sich ein sehr großer Messbereich und trotzdem eine hohe Auflösung (= Empfindlichkeit) im unteren Messbereich. Und im oberen Messbereich wird verhindert, dass die „Verstärker" der Sinnesorgane übersteuert werden und deswegen schnell in Sättigung geraten.

---

[5] Dr. Clemens Ries, Normung nach Normzahlen, Duncker & Humblot Verlag / Berlin 1962, S. 36
[6] Dr. Clemens Ries, Normung nach Normzahlen, Duncker & Humblot Verlag / Berlin 1962, S. 36
[7] Dr. Clemens Ries, Normung nach Normzahlen, Duncker & Humblot Verlag / Berlin 1962, S. 36

Normzahlen

Die Normzahlen heißen in

Englisch: preferred numbers, oder Renard series
Französisch: nombres normaux

Normzahlen (genormte Kurzbezeichnung ist NZ) sind die gerundeten Werte einer geometrischen Reihe die, genau wie die Briggs'schen Logarithmen, auf der Basis 10 aufgebaut sind.

Die Reihe R10 bedeutet, dass nach 10 Sprüngen von je $\sqrt[10]{\mathbf{10}} = \mathbf{10}^{\frac{1}{10}} = \mathbf{10}^{0.1} = \mathbf{1.2589}$ das 10-fache des Ausgangwertes erreicht wird.

Der vorhergehende Wert wird jedesmal mit 1,2589 multipliziert, wird also jeweils 25,89% größer.

Nach 3maligem multiplizieren hat sich der Wert verdoppelt, nach 10maligem multiplizieren hat sich der Wert verzehnfacht.

Weitere bekannte NZ - Reihen sind:

R 5 nach 5 Sprüngen von $\sqrt[5]{\mathbf{10}} = \mathbf{10}^{\frac{1}{5}} = \mathbf{10}^{0.2} = \mathbf{1.5849}$ auf das Zehnfache

R20 nach 20 Sprüngen von $\sqrt[20]{\mathbf{10}} = \mathbf{10}^{\frac{1}{20}} = \mathbf{10}^{0.05} = \mathbf{1.1220}$ auf das Zehnfache

R40 nach 40 Sprüngen von $\sqrt[40]{\mathbf{10}} = \mathbf{10}^{\frac{1}{40}} = \mathbf{10}^{0.025} = \mathbf{1.0593}$ auf das Zehnfache

R80 nach 80 Sprüngen von $\sqrt[80]{\mathbf{10}} = \mathbf{10}^{\frac{1}{80}} = \mathbf{10}^{0.0125} = \mathbf{1.0292}$ auf das Zehnfache

Die DIN 323 rundet diese Werte wie folgt:

R5 = 1.6
R10 = 1.25
R20 = 1.12
R40 = 1.06
R80 = 1.03

Die folgende Tabelle erläutert den Zusammenhang dieser geometrischen Reihen und dem dekadischen oder Brigg'sche Logarithmus.

Sie zeigt auch dass Normzahlenreihen und Dezibel identisch sind. Normzahlen sind die einfachsten Logarithmentafeln und vereinfachten das Multiplizieren in der Zeit vor den elektronischen Taschenrechnern.

Wenn man die Reihe R10 auswendig kennt, dann kann man damit leicht im Kopf Multiplizieren und Dividieren, denn R10 ist eine 1-stellige Logarithmentafel[8].

[8] K. Tuffentsamer und P. Schumacher: Normzahlen, die 1-stellige Logarithmentafel des Ingenieurs. „Werkstattechnik und Maschinenbau" 43. Jahrgang (1953) Heft 4

Normzahlenreihe			exakter Wert	
R10	**R20**	**R40**	(abgerundet)	**Logarithmus**
1,0	1,0	1,0	1,0000	0,000
		1,06	1,0593	0,025
	1,12	1,12	1,1220	0,05
		1,18	1,1885	0,075
1,25	1.25	1,25	1,2589	0,1
		1,32	1,3335	0,125
	1,40	1,40	1,4125	0,15
		1,50	1,4962	0,175
1,60	1,60	1,60	1,5849	0,2
		1,70	1,6788	0,225
	1,80	1,80	1,7783	0,25
		1,90	1,8836	0,275
2,00	2,00	2,00	1,9953	0,3
		2,12	2,1135	0,325
	2,24	2,24	2,2387	0,35
		2,36	2,3714	0,375
2,50	2,50	2,50	2,5119	0,4
		2,65	2,6607	0,425
	2,80	2,80	2,8184	0,45
		3,00	2,9854	0,475
3,15	3,15	3,15	3,1623	0,5
		3,35	3,3497	0,525
	3,55	3,55	3,5481	0,55
		3,75	3,7584	0,575
4,00	4,00	4,00	3,9811	0,6
		4,25	4,2170	0,625
	4,50	4,50	4,4668	0,65
		4,75	4,7315	0,675
5,00	5,00	5,00	5,0119	0,7
		5,30	5,3088	0,725
	5,60	5,60	5,6234	0,75
		6,00	5,9566	0,775
6,30	6,30	6,30	6,3096	0,8
		6,70	6,6834	0,825
	7,10	7,10	7,0795	0,85
		7,50	7,4989	0,875
8,00	8,00	8,00	7,9433	0,9
		8,50	8,4140	0,925
	9,00	9,00	8,9125	0,95
		9,50	9,4409	0,975
10,00	10,00	10,00	10,0000	1,0

Normzahlen auf dem Rechenschieber ermitteln:

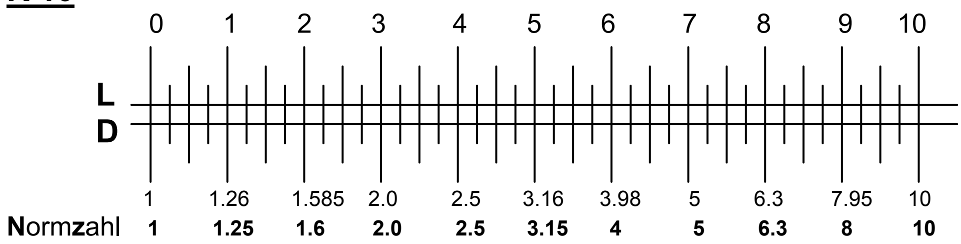
Die Firma Dennert & Pape legte den meisten ihrer Rechenschieber einen NZ - Masstab aus Kunststoff bei, der eine Mantissenskala und die Normzahlen der Reihen R10, R20, und R40 enthielt. Es gibt die Modelle:

Nr.1364 mit Mantissenskala, L-Skala (also noch eine Mantissenskala) und D - Skala
Nr.1367 nur mit Mantissenskala

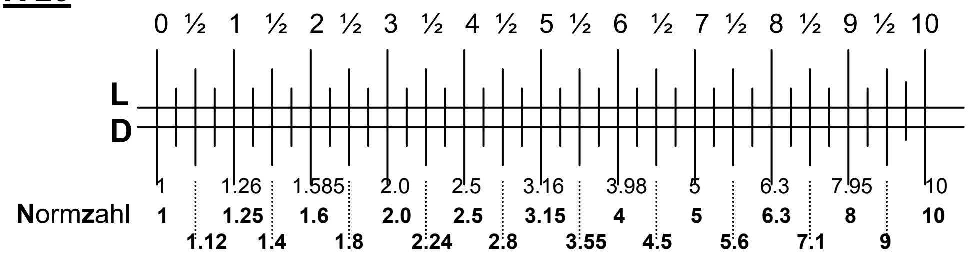
Die Normzahlen sind gerundete Werte der auf der Mantissenskala L abgelesenen Zahl.

Hinweis: wenn man die Mantissenskala L als z.B. 7 ¼ oder 3 ¾ abliest statt 725 oder 375, so ergibt sich aus dem Nenner „4“ der Hinweis, dass der dazugehörige Wert, der auf der Skala D abgelesen wird, zur Reihe R40 gehört.
Genau so ergibt sich aus z.B. 6 ½ dass Wert auf Skala D zur Reihe R 20 gehört.

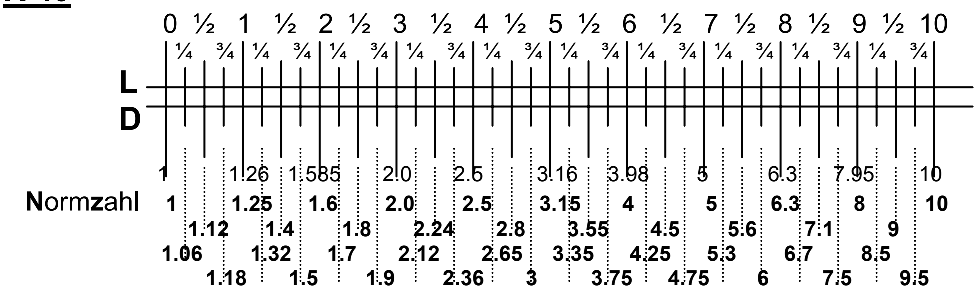
R 10



R 20



R 40



In der Industrie werden die Normzahlenreihen vielfältig verwendet, z.B. zum Abstufen der
- Leistungsklassen von Motoren
- Widerständen, Kondensatoren, Spulen, Sicherungen in der Elektrotechnik
- Rohrdurchmessern
- Volumen von Behälter
- Kugellagern
- usw.

Die Normzahlen passen ebenfalls ausgezeichnet in das angelsächsische Maßsystem wegen dem glücklichen Zufall dass 1“ (Zoll / Inch) = 2.54 cm ist und 2.50 ist eine Normzahl.

Daher hat die ISO (International Standard Organisation) im Jahr 1956 die Normzahlenreihen / Renard - Reihen als ISO – Empfehlung Nr.3 herausgegeben.

Bel und Dezibel.

Dezibel ist ein für Leistungsverhältnisse sehr viel benutztes Maß. Das **Dezibel** ist ein 10tel des **Bel.**

1 Bel bedeutet das Leistungsverhältnis 10:1 also 10fache Leistung.

1 Dezibel (abgekürzt dB) ist ein 10tel des Schrittes auf das 10fache.

Daher ist das Dezibel identisch mit der Normzahlenreihe R10

+ 1dB = $\sqrt[10]{10}$ =1.2589 entspricht also + 25.89 %

--1dB = $\dfrac{1}{\sqrt[10]{10}}$ = 0.7943 entspricht also – 20.57 %

Dieser Wert wird meistens aufgerundet auf 1.25 oder 1.26
Der Wert 1.26 ist genauer, denn 3 dB ist das Doppelte, also 1x1.26x1.26x1,26 = 2.000376
Hingegen wird 1x1.25x1.25x1.25 = 1.953125, jedoch lässt sich mit 1.25 leichter im Kopf rechnen, denn 1.25 = +25% (oder +¼).

$$+10\text{ dB} = \left(\sqrt[10]{10}\right)^{10} = \times 10 \qquad = \times 10^{1}$$
$$+20\text{ dB} = \left(\sqrt[10]{10}\right)^{20} = \times 100 \qquad = \times 10^{2}$$
$$+30\text{ dB} = \left(\sqrt[10]{10}\right)^{30} = \times 1000 \qquad = \times 10^{3}$$
$$+40\text{ dB} = \left(\sqrt[10]{10}\right)^{40} = \times 10000 \qquad = \times 10^{4}$$

$$-10\text{ dB} = \frac{1}{\left(\sqrt[10]{10}\right)^{10}} = \times 0{,}1 \qquad = \times 10^{-1}$$
$$-20\text{ dB} = \frac{1}{\left(\sqrt[10]{10}\right)^{20}} = \times 0{,}01 \qquad = \times 10^{-2}$$
$$-30\text{ dB} = \frac{1}{\left(\sqrt[10]{10}\right)^{30}} = \times 0{,}001 \qquad = \times 10^{-3}$$
$$-40\text{ dB} = \frac{1}{\left(\sqrt[10]{10}\right)^{40}} = \times 0.0001 \qquad = \times 10^{-4}$$

Beispiel 1:

Ein elektronischer Verstärker hat eine Verstärkung von 17dB. Wie hoch ist die Verstärkung und wie hoch ist die Ausgangsleistung, wenn 0.1Watt am Eigang liegen?

+17dB

0.1W $\rightarrow\boxed{}\rightarrow$ **0.1 x** $\left(\sqrt[10]{10}\right)^{17}$ **= 0.1 x 50.1187 = 5.012W**

Beispiel 2:

Ein Hochfrequenzfilter hat eine Dämpfung von 8 dB. Wieviel Leistung stehen am Ausgang zur Verfügung, wenn 100 W am Eingang liegen?

-- 8 dB

100W $\rightarrow\boxed{}\rightarrow$ **100 x** $\left(\dfrac{1}{\sqrt[10]{10}}\right)^{8}$ **= 100 x 0.1585 = 15.85 W**

Zusammenhang von Dezibel, Neper und Logarithmen

In den 50er Jahren wurde der Wirrwarr der verschiedenen Einheiten, die aus den vergangenen Jahrhunderten übernommen waren, überarbeitet und auf die Grundeinheiten **M**eter [m], **K**ilogramm [kg] und **S**ekunde [s] zurück geführt. (**MKS** – System)

Es verschwanden daher so bekannte Einheiten wie z.B. Kalorie [Kal] (wurde durch Joule [J] ersetzt) und Pferdestärke [PS] (wurde durch Watt [W] ersetzt).

Dabei verlor auch die Einheit Neper [N] ihre Bedeutung und wurde durch Dezibel [dB] (=1/10 der Einheit Bel) ersetzt, weil sich mit dB leichter rechnen lässt.

Der Grund ist folgender:

- dem Bel respektive dem Dezibel liegen die Briggs'chen Logarithmen mit der Basis 10 zu Grunde. (Briggs, englischer Mathematiker, Erfinder der 10er Logarithmen).
- dem Neper liegen die natürlichen Logarithmen mit der Basis e = 2.718… zu Grunde. („Nepero“ ist die lateinische Form des Namens Napier, Baron of Merchiston, schottischer Mathematiker, Erfinder der Logarithmen mit Basis e).

Daher sind Bel und Neper durch genau den gleichen mathematischen Faktor verbunden wie die 10er Logarithmen [log] und die natürlichen Logarithmen [ln]:

Briggs'che Logarithmen [log] = natürliche Logarithmen x 0.4343

Natürliche Logarithmen [ln] = 10er Logarithmen x $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0.4343}}$

Hinweis: $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0.4343}}$ = ln 10 = 2.3026

Grundsätzlich ist also:

Dezibel = Neper x 0.4343

Neper = Dezibel x $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0.4343}}$

Aber: da das Dezibel [dB] (= 0.1 Bel) für Leistungsverhältnisse benutzt wird, und das Neper [N] für Spannungs- und Stromverhältnisse benutzt wurde, ändert sich die Relation zwischen dB und Neper wie folgt:

+ 1 dB bedeutet eine Multiplikation mit $\sqrt[10]{\mathbf{10}}$ = 1.26 (das heißt + 26%)

dB	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10
$\frac{\mathbf{P1}}{\mathbf{P2}}$	**1**	**1.26**	**1.6**	**2**	**2.5**	**3.2**	**4**	**5**	**6.3**	**8**	**10**

Leistungsverhältnis (wobei P1>P2 ist → Verstärkung)

-1 dB bedeutet eine Multiplikation mit $\frac{\mathbf{1}}{\sqrt[10]{\mathbf{10}}}$ = 0.8 (das heißt -20%), also eine Division.

dB	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
$\frac{\mathbf{P1}}{\mathbf{P2}}$	**1**	**0.8**	**0.63**	**0.5**	**0.4**	**0.32**	**0.25**	**0.2**	**0.16**	**0.126**	**0.1**

Leistungsverhältnis (wobei P1<P2 ist → Abschwächung)

Dezibel kann jedoch auch für Spannungs- und Stromverhältnisse benutzt werden und somit statt Neper verwendet werden. Dabei entsprechen die Werte der in Dezibel ausgedrückten Verhältnisse immer noch den Verhältnissen der Leistung, jedoch bedeutet nun eine Veränderung um +3 dB nicht mehr das Doppelte, respektive –3 dB die Hälfte, sondern +6 dB ergibt jetzt das Doppelte, respektive –6 dB die Hälfte.

Begründung:

In der Physik (Elektrotechnik) errechnet sich die Leistung P, welche an einem ohmschen Widerstand R in Wärme umgesetzt wird durch die Gleichung

$$\mathbf{P = I^2 x R}$$ wenn der Strom I der durch den Widerstand R fließt gemessen wird

respektive

$$\mathbf{P = \frac{U^2}{R}}$$ wenn der Spannungsabfall U über dem Widerstand R gemessen wird.

+ 1 dB bedeutet in diesem Fall eine Multiplikation mit $\sqrt[20]{10}$ = 1.12 (das heißt + 12%)

dB	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15	+16	+17	+18	+19	+20
$\frac{U1}{U2}$	1.0	1.12	1.26	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.5	2.8	3.2	3.6	4.0	4.5	5.0	5.6	6.3	7.1	8.0	8.9	10.0

Spannungsverhältnis (wobei U1>U2 ist → Verstärkung)

- 1 dB bedeutet nun eine Multiplikation mit $\frac{1}{\sqrt[20]{10}}$ = 0.89 (das heißt -11%)

dB	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15	-16	-17	-18	-19	-20
$\frac{U1}{U2}$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.63	0.56	0.5	0.45	0.4	0.36	0.32	0.28	0.25	0.22	0.2	0.18	0.16	0.14	0.126	0.112	0.1

Spannungsverhältnis (wobei U1<U2 ist → Abschwächung)

Und nun zur veralteten Einheit Neper [N]:

1 Neper ist gleichbedeutend mit dem Faktor e = 2.71…

Zum Spannungsverhältnis $\frac{U1}{U2}$ gehört $\ln\left(\frac{U1}{U2}\right)$ Neper [N]

N	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$\frac{U1}{U2}$	1	1.65	2.7	4.5	7.4	12	20	33	55	90	149

Spannungsverhältnis (wobei U1>U2 ist → Verstärkung)

N	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$\frac{U1}{U2}$	1	0.61	0.37	0.22	0.135	0.083	0.05	0.03	0.018	0.011	0.0067

Spannungsverhältnis (wobei U1<U2 ist → Abschwächung)

In der Fernmeldetechnik wurde früher das Neper benutzt, um die Dämpfung (Abschwächung) der Telefon- und Telegraphenleitungen und Kabel anzugeben. Heute benutzt man dafür das Dezibel, weil es mathematisch viel einfacher zu handhaben ist, da es, wie vorher erläutert, auf den 10er Logarithmen aufbaut.

Die Dämpfung wurde in Neper pro Kilometer $\left[\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{km}}\right]$ angegeben.

Man kann sie aber genau so gut z.B. in Dezibel pro 100 Meter $\left[\frac{\mathbf{dB}}{\mathbf{100m}}\right]$ angeben.

Die Umrechnung ist wie folgt:

- für den Übergang von Neper (natürlicher Logarithmus) auf Dezibel (10er Logarithmus) muss der Neperwert mit 0.4343 multipliziert werden, analog zu lg = ln x 0.4343

- dann muss diese Ergebnis mit 2 multipliziert werden, denn Neper bezieht sich auf Spannungen oder Strömen, Dezibel hingegen auf Leistungen.(siehe Page 9 of 19)

- Der Faktor 10 von Dezibel (= 0.1Bel) wird kompensiert durch den Unterschied in der Bezugslänge (0.1km statt 1km).

Der Gesamtumrechnungsfaktor ist daher 0.4343 x 2 = 0.8686, also 1N/km = 0.8686 dB/100m

N/km	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
dB/100m	0.87	1.7	2,6	3.5	4.3	5.2	6.1	7.0	7.8	8.7

Anmerkung: Rechenschieber mit einer dB / Neper Umrechnungsskala:
Aristo Dämpfung Nr. 852
Nestler Electronic # 0297
Sun – Hemmi No. 256

Zusammenfassung:

log = ln x 0.4343 → daher 1Bel = 1Neper x 0.4343.

Aber bei Leistungsverhältnis ist 1Bel = 1Neper x 0.8686 wegen U^2 respektive I^2 bei der Leistung. (Quadrat bedeutet x2 beim Logarithmus). [Siehe auch Page 12 of 19 „Phon“]

Also ergibt sich folgende Umrechnung:

1Neper = 0.8686 Bel = 8.686 dB

$$\mathbf{1dB} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8.686}} = \mathbf{0.115\ Neper}$$

1 Neper ist ein 2.718… -faches Strom- oder Spannungsverhältnis,
aber ein $e^2 = 2.718^2 = 7.93$ -faches Leistungsverhältnis.

Oder man benutzt folgende Umrechnung, welche zum gleichen Ergebnis führt:
1 Neper entspricht einem Leistungsverhältnis von $1.259^{8.686} = 7.39$

1 Dezibel entspricht einem Leistungsverhältnis von $\sqrt[10]{10}$ = 1.259 = 25.9 %
aber einem Strom- oder Spannungsverhältnis von $\sqrt[20]{10}$ = 1.122 = 12.2 %

Anmerkung:
Dipl.Ing. K. Tuffentsammer, VDI, schrieb 1956 in der VDI - Zeitschrift[9] folgende Aussage, die bis zum heutigen Tag ihre volle Gültigkeit behält:
(auch die DIN 323 über Normzahlen hat sich in ihrer Ausgabe von 1974, die bis zum heutigen Jahre (2002) gültig ist, nicht zu diesem Problem geäußert.)

Will man genau sein, so muss man bei Angaben in Dezibel vermerken, welcher Art die verglichenen Größen sind, und ob sich der Maßstab auf Leistungen oder auf Spannungen bzw. Ströme bezieht.

Sicher werden sich Fachleute untereinander auch ohne diese Bezugsangaben verstehen. Für ein allgemeines Verständnis sollte man ein einheitliches logarithmisches Maßsystem auf dem allgemein bekannten Wissen aufbauen.

Wissenschaftler und Techniker müssten dahin wirken, dass durch mehr Klarheit und Eindeutigkeit in den Begriffen und ihren Definitionen die verschiedenen sich immer mehr von einander fortentwickelnden Fachgebiete wieder näher zusammengeführt werden.

Das Dezibel und seine Verwandten:

<u>In der Akustik:</u>

Die akustische Leistung, die Lautstärke, wird mit dB(A) bezeichnet.
« A » steht fuer **<u>a</u>**kustisch oder **<u>a</u>**udire (lateinisch „hören“, «audio = ich höre»)
Die Lautstärkenskala für den Schall baut sich auf den dekadischen Logarithmen auf.

<u>Hinweis:</u> Normalerweise wird die Lautstärke mit dB(A) bezeichnet.
Wird die Lautstärke jedoch auf eine Frequenz von 1000 Hz bezogen, so wird sie häufig mit Phon bezeichnet.

Es wird unterschieden zwischen:

Schalldruckpegel $\mathbf{L_P = 20 \cdot \log \frac{P_1}{P_0}}$ mit der Bezugsgröße $\mathbf{P_0 = 2 \cdot 10^{-5}}$ Pa

Hinweis: $1 N/m^2$ = 1Pascal [Pa] 1bar = 10^5 Pa

Schallenergiepegel $\mathbf{L_E = 10 \cdot \log \frac{E_1}{E_0}}$ mit der Bezugsgröße $\mathbf{E_0 = 10^{-12}}$ W

Schallintensitätspegel $\mathbf{L_I = 10 \cdot \log \frac{I_1}{I_0}}$ mit der Bezugsgröße $\mathbf{I_0 = 10^{-12}}$ W/m^2

Der Schalldruck entspricht der Spannung in der Elektrotechnik.
Die Schallenergie entspricht der Leistung in der Elektrotechnik.

---

[9] K. Tuffentsammer: Das Dezilog, eine Brücke zwischen Logarithmen, Dezibel, Neper und Normzahlen, VDI-Zeitschrift 98 (1956) Seite 267 bis 274

P_0 ist der Bezugsschalldruck, ihm entspricht die Lautstärke 0Phon.

P_1 ist der Schalldruck des Normalschalles. Als Normalschall dient eine eben fortschreitende Schallwelle mit einer Frequenz von 1000 Hz, die genau von vorn auf den Kopf des Hörers auftrifft.

Der Schalldruck beträgt dann $\mathbf{L_P = 20 \cdot \log \frac{P_1}{P_0}}$ Phon oder dB(A)

Der Schalldruck entspricht also der Normzahlenreihe R20.

1 Phon = 1 dB(A) entspricht also einem Sprung von $\mathbf{\sqrt[20]{10} = 1.1220 = 12.2\%}$ d.h. 6 Punkte = Verdopplung. (Siehe auch Page 10 of 19)

Die Schallenergie L_E wird meist mit dB(A) bezeichnet und zum Vergleich zweier Schallenergiepegeln E_1 und E_2 verwendet: $\mathbf{L_E = 10 \cdot \log \frac{E_1}{E_0}}$ dB(A)

Die Schallenergie entspricht der Normzahlenreihe R10

1dB(A) entspricht also einem Sprung von $\mathbf{\sqrt[10]{10} = 1.2589 = 25.89\%}$

d.h. 3 Punkte = Verdopplung.

(Siehe auch page 10 of 19 „Neper/Dezibel“)

10^2 W/m^2	=	140 Phon
10^0 = 1 W/m^2	**=**	**120 Phon**
10^{-2} W/m^2	=	100 Phon
10^{-4} W/m^2	=	80 Phon
10^{-6} W/m^2	=	60 Phon
10^{-8} W/m^2	=	40 Phon
10^{-10} W/m^2	=	20 Phon
10^{-12} W/m^2	**=**	**0 Phon**

Die Hörschwelle liegt bei $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 $\mathbf{= 10 \log \frac{I_0}{I_0} = 10 \log 1 = 0 dB}$

Die Hörschmerzgrenze liegt bei 1 W/m^2 $\mathbf{= 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \log 10^{12} = 120 dB}$

0 dB = 10^{-12} W/m^2
120 dB = 1 W/m^2

Die Addition von Schallpegeln ist nicht algebraisch, das zeigt das folgende Beispiel

Beispiel 1: 2 Schallquellen von je 60 dB ergeben zusammen wieviel dB Lautstärke ?
Gesamtlautstärke

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[\left(\sqrt[10]{10}\right)^{60} + \left(\sqrt[10]{10}\right)^{60}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[\left(10^{0.1}\right)^{60} + \left(10^{0.1}\right)^{60}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left(10^6 + 10^6\right)} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left(2 \cdot 10^6\right)} \\
&= \mathbf{63 dB}
\end{aligned}$$

Beispiel 2: Wie hoch ist die Gesamtlautstärke von 5 Schallquellen mit 60dB; 65dB; 70 dB; 75dB; 80dB ?
Gesamtlautstärke

$$
\begin{aligned}
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[\left(\sqrt[10]{10}\right)^{60} + \left(\sqrt[10]{10}\right)^{65} + \left(\sqrt[10]{10}\right)^{70} + \left(\sqrt[10]{10}\right)^{75} + \left(\sqrt[10]{10}\right)^{80}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[\left(10^{0.1}\right)^{60} + \left(10^{0.1}\right)^{65} + \left(10^{0.1}\right)^{70} + \left(10^{0.1}\right)^{75} + \left(10^{0.1}\right)^{80}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[10^{6} + 10^{6.5} + 10^{7} + 10^{7.5} + 10^{8}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[10^{6} + 3.16 \cdot 10^{6} + 10^{7} + 3.16 \cdot 10^{7} + 10^{8}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log\left[0.01 \cdot 10^{8} + 0.0316 \cdot 10^{8} + 0.1 \cdot 10^{8} + 0.316 \cdot 10^{8} + 1 \cdot 10^{8}\right]} \\
&= \mathbf{10 \cdot \log 1.476 \cdot 10^{8}} \\
&= \mathbf{10 \cdot 8.164} \\
&= \mathbf{81.64dB}
\end{aligned}
$$

Beispiel 3: Ein Schalldämpfer verringert die Lautstärke um 30 dB.
Um welchen Faktor nimmt die Schallintensität ab ?
Lösung:

$\left(\sqrt[10]{10}\right)^{30} = \left(10^{0.1}\right)^{30} = 10^{3} = \mathbf{1000}$ das heißt um das 1000-fache.

Beispiel 4: Wie hoch ist das Verhältnis von 2 Schallintensitäten mit 60 dB und 80 dB ?
Lösung:

Differenz = 80 – 60 = 20 dB

20 dB = $\left(\sqrt[10]{10}\right)^{20} = \left(10^{0.1}\right)^{20} = 10^{2} = \mathbf{100}$

In der Röntgentechnik:

Röntgen Aufnahme:

Bis Ende der 50ziger Jahre wurden Röntgenaufnahmen frei belichtet, d.h. es hing von der Erfahrung der Röntgenassistentin ab, ob der Film korrekt belichtet war.

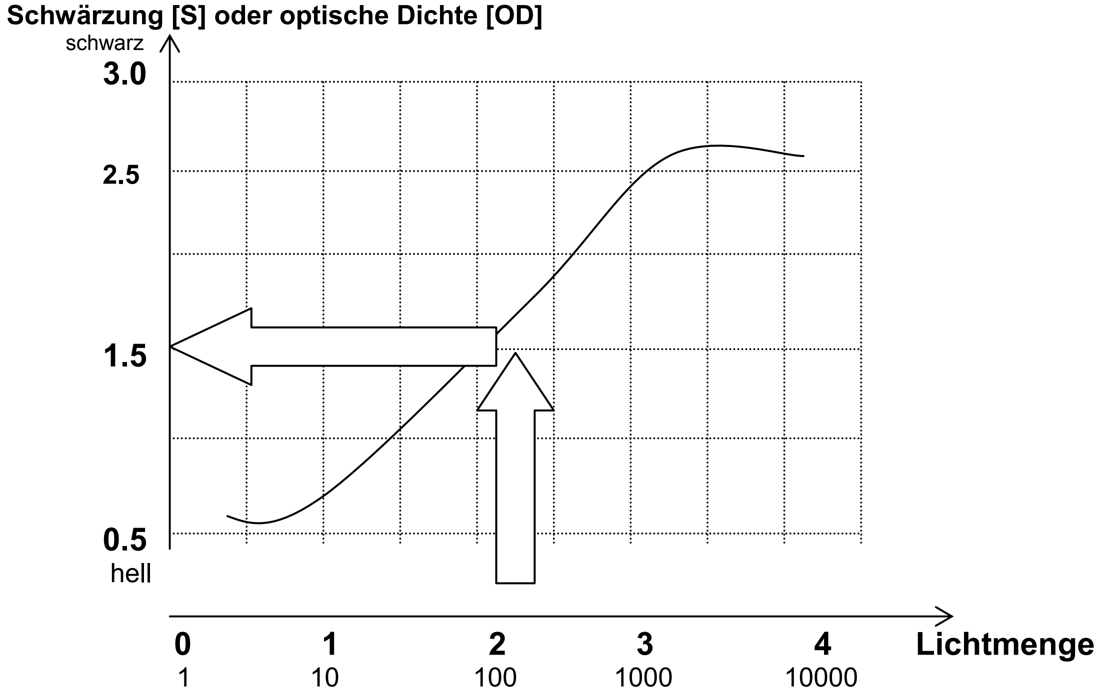
Dazu hatte die Industrie Hilfstabellen aufgestellt, die auf den Normzahlen aufbauten, denn mit Normzahlen kann man Multiplikationen / Divisionen auf Additionen / Subtraktionen reduzieren.

Eine Röntgenaufnahme besteht aus dem „Schattenbild" des Objektes, bei dem Knochen und Weichteile überlagert sind und dadurch eine unterschiedliche Absorption, resp.Transparenz ergeben.

Das Ergebnis auf dem Film ist dann ein Röntgenbild, das von hell bis schwarz viele Graustufen aufweist. Je mehr Graustufen ein Röntgenbild aufweist, desto „kontrastreicher" ist es. Dabei muss vermieden werden, dass man den linearen Teil der Schwärzungskurve verlässt, in der nachfolgenden Skizze ist dies der Teil von 0.5 bis 2.5 OD. [**O**ptische **D**ichte] Der Teil von 0 bis 0.5 OD wird Grauschleier genannt, heller geht's nicht, der Teil über 2.5 hinaus ist die Sättigung, dunkler geht's auch nicht.

Hinweis: es geht wohl noch darüber hinaus, jedoch tritt dann ein Phänomen auf, das „Solarisation" genannt wird, der Film wird wieder heller !! Es gibt solche vorbelichteten, solarisierte Filme von der Industrie, sie werden zum kopieren von Röntgenaufnahmen benutzt.

Schwärzungskurve eines Röntgenfilmes:



In der Röntgentechnik hängt die Lichtmenge, also das Produkt aus Lichtintensität mal Zeit, von der Dosis ab.
Die Dosis hängt ab von der an der Röntgenröhre anliegenden Spannung (zwischen 40 und 150 Kilovolt) multipliziert mit dem Produkt aus dem Strom der durch die Röntgenröhre fließt (zwischen 10 und 1000 milli-Amper) und der Zeit in der Strahlung vorhanden ist (zwischen 1 Millisekunde und 5 Sekunden).

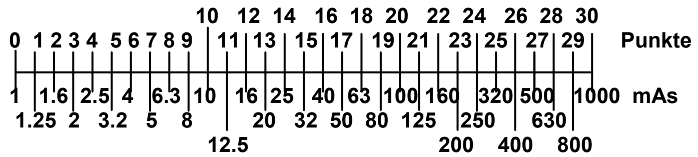
Dieses Produkt wird **„mAs“** genannt, **m**illi**A**mper**s**ekunden.

$$Dosis = mAs \times kV^{3....5}$$

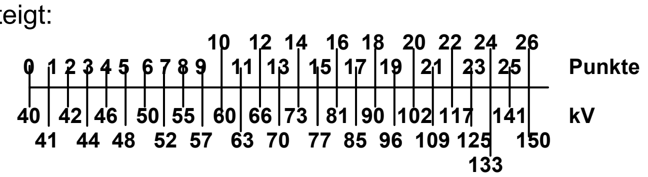
Um nun der Röntgenassistentin ein Hilfsmittel zu schaffen, um Röntgenaufnahmen bei unterschiedlichen Patienten korrekt belichten zu können als noch keine moderne Belichtungselektronk gab, bediente man sich der Normzahlen:

Da die mAs linear in die Dosis eingehen, konnte man die Reihe R10 (= $\sqrt[10]{\mathbf{10}}$) benutzen.
Die Werte steigen also in Sprüngen von 25.89 % = gerundet 25 %, d.h. die Dosis steigt pro Punkt um etwa 25 %.

Die mAs – Werte wurden über 3 Dekaden durchnumeriert (= 3 fache L-Skala):



Die kV – Werte wurden ebenfalls durchnumeriert, es wurde auch der Exponent berücksichtigt, der sich mit steigenden kV verkleinert, damit auch hier pro Punkt die Dosis um etwa 25 % steigt:



Dadurch dass man die mAs und kV in Punkte (=Logarithmen) umwandelt, ergibt sich die Dosis durch eine einfache Addition dieser Punkte und vereinfachte die genaue Belichtung der Aufnahmen in der Zeit vor den Belichtungsautomaten. (z.B.SIEMENS Iontomat)
Die Strahlungsdosis einer Aufnahme ist das Produkt aus Röhrenstrom x Zeit x Röhrenspannung hoch 3 bis 5.

$\mathbf{Dosis} = \mathbf{mAs} \cdot \mathbf{kV}^{\mathbf{3...5}}$ wird gerechnet durch **Punkte mAs + Punkte kV = Punkte Dosis**

Dabei ist bei kleinen kV (40 bis 50 kV) der Exponent etwa 5 und bei hohen kV (120 bis 150 kV) der Exponent etwa 3.
Daraus ersieht man, dass bei niedrigen kV eine Veränderung der kV sich viel stärker auf die Dosis auswirkt als bei hohen kV. Das sieht man auch aus der kV-Punktetabelle :(siehe Page 16 of 19)

Eine Steigerung von 40 auf 41 kV ist 1kV Differenz = 1 Punkt = +25,89% Dosis
Eine Steigerung von 60 auf 63 kV ist 3kV Differenz = 1 Punkt = +25,89% Dosis
Eine Steigerung von 141 auf 150 kV ist 9kV Differenz = 1 Punkt = +25,89% Dosis

Die **kV** gehen also **nicht linear** in die Dosis ein.
Die **mAs** hingegen gehen **linear** in die Dosis ein.

+1 kV-Punkt bedeutet +25,89 % Dosis - Steigerung, abgerundet +25%
-1 kV-Punkt bedeutet -20 % Dosis - Reduzierung,

+3 kV-Punkte bedeuten +100 % Dosis Steigerung, also eine Verdopplung.
-3 kV-Punkte bedeuten -50 % Dosis Reduzierung, also eine Halbierung.
Die mAs-Punkte verhalten sich genau so.

Beispiel:
Magen-Darm Übersichtsaufnahme: 85 kV und 20 mAs ergibt 17 + 13 = 30 Punkte Dosis

Diese Werte gelten aber nur für den Normalpatienten.

Ein Normalpatient entspricht 20 cm Wasser, man sagt Wasserwert 20 cm. [WW 20cm]

Für jeden cm den der Patient dicker ist, muss die Assistentin 1 Punkt bei der Dosis hinzugeben, pro cm weniger je 1 Punkt bei der Dosis abziehen, damit die Aufnahme korrekt geschwärzt ist. **1 Punkt = 1 cm Wasser.**

Dies sind jedoch nur Anhaltswerte, 1cm bei einem sportlichen Körper absorbieren mehr als bei einem normalen Menschen. Die korrekte Belichtung hängt also sehr von der Erfahrung der Assistentin ab.

1 Punkt Dosis entspricht auch einer Graustufe, d.h. dem Unterschied in der Schwärzung, den ein radiologisch geschultes Auge gerade noch erkennt.

Die kV sorgen für die Durchdringung durch den Patienten und die Charakteristik der Aufnahme, die mAs sorgen für den Kontrast der Aufnahme. Aber niedrige kV belasten den Patienten mehr als hohe kV.

Daher muss die Assistentin bei einem 26cm dicken Patienten bei dem vorherigen Beispiel 6 Punkte hinzugeben: sie wird daher die 20mAs um 5 Punkte auf 63mAs erhöhen und die kV um 1 Punkt von 85kV auf 90kV.

Die Dosis in der Röntgentechnik wird bei SIEMENS mit Exposure Points 'EP' oder Belichtungspunkten 'BP' bezeichnet. (Andere Firmen nennen sie «Junkers-Punkte» nach einem Frankfurter Radiologen).
Der Röntgenfilm liegt zwischen 2 „Verstärkerfolien“ welche die Röntgenstrahlen in Licht wandeln und dieses Licht belichtet dann den Film.
Der Dosis entspricht eine Filmschwärzung, die von der Empfindlichkeit der Verstärkerfolien und des Filmes abhängt.

Um die Strahlenbelastung des Patienten zu reduzieren hat die Industrie die Empfindlichkeit der Film / Folien mehr als verdreifacht, und dank moderner Belichtungsautomaten schaltet man die Dosis nun mit der Präzision von ¼ Punkt, d.h. der Normzahlenreihe R40
<u>kV- und mAs- Punktetabelle</u> aus dem technischen Anhang des SIEMENS Med Taschenkalenders:

kV	**Punkte**	**mAs**	**Punkte**
40	**0**	**1**	**0**
41	**1**	**1,25**	**1**
42	**2**	**1,6**	**2**
44	**3**	**2**	**3**
46	**4**	**2,5**	**4**
48	**5**	**3,2**	**5**
50	**6**	**4**	**6**
52	**7**	**5**	**7**
55	**8**	**6,3**	**8**
57	**9**	**8**	**9**
60	**10**	**10**	**10**
63	**11**	**12,5**	**11**
66	**12**	**16**	**12**
70	**13**	**20**	**13**
73	**14**	**25**	**14**
77	**15**	**32**	**15**
81	**16**	**40**	**16**
85	**17**	**50**	**17**
90	**18**	**63**	**18**
96	**19**	**80**	**19**
102	**20**	**100**	**20**
109	**21**	**125**	**21**
117	**22**	**160**	**22**
125	**23**	**200**	**23**
133	**24**	**250**	**24**
141	**25**	**320**	**25**
150	**26**	**400**	**26**
		500	**27**
		630	**28**
		800	**29**
		1000	**30**

Die mAs-Punkte-Tabelle verhält sich genau wie Dezibel:
+10 Dezibel = 10fach = +10 mAs Punkte = x 10 des mAs-Ausgangswertes
+20 Dezibel = 100fach = +100 mAs Punkte = x 100 des mAs-Ausgangswertes
+30 Dezibel = 1000fach = +1000 mAs Punkte = x 1000 des mAs-Ausgangswertes

<u>Durchleuchtung in der Röntgentechnik</u>

Die **Dosisleistung** bei der Durchleuchtung ist das Produkt aus Röhrenstrom x Röhrenspannung hoch 3 bis 5.

$$Dosisleistung = mA \times kV^{3....5}$$

Dabei ist bei kleinen kV (40 bis 50 kV) der Exponent etwa 5 und bei hohen kV (120 bis 150 kV) der Exponent etwa 3.
Daraus ersieht man, dass bei niedrigen kV eine Veränderung der kV sich viel stärker auf die Dosisleistung auswirkt als bei hohen kV.

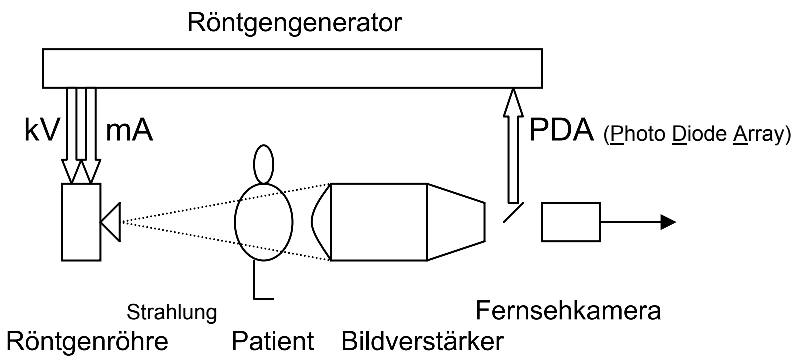
Die **<u>kV</u>** gehen also **<u>nicht linear</u>** in die Dosisleistung ein.
Die **<u>mA</u>** hingegen gehen **<u>linear</u>** in die Dosisleistung ein.

<u>mA – Punktetabelle:</u>

mA	Punkte	mA	Punkte	mA	Punkte
0,1	0	1	10	10	20
0,125	1	1,25	11	12,5	21
0,16	2	1,6	12	16	22
0,2	3	2	13	20	23
0,25	4	2,5	14	25	24
0,32	5	3,2	15	32	25
0,4	6	4	16	40	26
0,5	7	5	17	50	27
0,63	8	6,3	18	63	28
0,8	9	8	19	80	29
				100	30

<u>Hinweis :</u> Ist keine mA-Tabelle zur Verfügung, so kann die mAs-Tabelle benutzt werden indem man die mA-Durchleuchtung mit 10 multipliziert und dann in der mAs-Tabelle die entsprechenden Punkte abliest.

Dadurch dass man die mA und kV in Punkte (=Logarithmen) umwandelt, ergibt sich die Dosisleistung durch eine einfache Addition dieser Punkte.



Moderne Röntgengeneratoren wie der POLYDOROS 65/80SX von SIEMENS nutzen die Dosisleistungs-Punkte während der Durchleuchtung des Patienten, um die kV für eine Aufnahme in Abhängigkeit der Transparenz des Patienten einzustellen nach folgendem Prinzip:

Der Bildverstärker wandelt die Strahlung am Eingangsschirm in Elektronen, die dann verstärkt werden und am Ausgang dann in sichtbares Licht umgewandelt werden, das dann zur Fernsehkamera geht.

Am Eingang des Bildverstärkers sollen immer 20 μ Röntgen /sek = 174 nanoGray /sek Dosisleistung anliegen. Je nach Dicke des Patienten gibt der Generator die erforderlichen kV und mA an die Röntgenröhre. Der Generator kann die Dosisleistung nur indirekt messen mittels der Helligkeit am Bildverstärkerausgang. Dort misst ein PDA die Helligkeit und je nach Absorption des Patienten (=seine Transparenz) werden die kV und mA der Durchleuchtung nachgeregelt. Der Generator weiß an Hand der in Punkte umgewandelten kV und mA wie „dick“ der Patient ist und stellt dann an Hand von einer Übernahme – Tabelle die kV für die Aufnahme bereit.

<u>Hinweis</u>:Das PDA (Photo Diode Array) im Bildverstärker wird im POLYDOROS 65/80SX auf 1/16 Punkt (=1,45%, also der Normzahlenreihe R160 = $\sqrt[160]{10}$ entsprechend), genau abgeglichen bei der Justage mittels eines kalibrierten Dosisleistungsmessers.

Der Generator arbeitet mit der folgenden genaueren mA, mAs und kV – Punktetabelle:

kV	mA	mAs	Punkte
40,0	**0,1**	**1**	**0**
40,3	0,106	1,06	¼
40,5	0,112	1,12	½
40,8	0,119	1,19	¾
41,0	**0,126**	**1,26**	**1**
41,3	0,133	1,33	1¼
41,5	0,141	1,41	1½
41,8	0,150	1,50	1¾
42,0	**0,158**	**1,58**	**2**
42,5	0,168	1,68	2¼
43,0	0,178	1,78	2½
43,5	0,188	1,88	2¾
44,0	**0,200**	**2,00**	**3**
44,5	0,211	2,11	3¼
45,0	0,224	2,24	3½
45,5	0,237	2,37	3¾
46,0	**0,251**	**2,51**	**4**
46,5	0,266	2,66	4¼
47,0	0,282	2,82	4½
47,5	0,299	2,99	4¾
48,0	**0,316**	**3,16**	**5**
48,5	0,335	3,35	5¼
49,0	0,355	3,35	5½
49,5	0,376	3,76	5¾
50,0	**0,398**	**3,98**	**6**
50,5	0,422	4,22	6¼
51,0	0,447	4,47	6½
51,5	0,473	4,73	6¾
52,0	**0,501**	**5,01**	**7**
52,8	0,531	5,31	7¼
53,5	0.562	5,62	7½
54,3	0,596	5,96	7¾
55,0	**0,631**	**6,31**	**8**
55,5	0,668	6,68	8¼
56,0	0,708	7,08	8½
56,5	0,750	7,50	8¾
57,0	**0,794**	**7,94**	**9**
57,8	0,841	8,41	9¼
58,5	0,891	8,91	9½
59,3	0,944	9,44	9¾
60,0	**1,00**	**10,0**	**10**
60,8	1,06	10,6	10¼
61,5	1,12	11,2	10½
62,3	1,19	11,9	10¾
63,0	**1,26**	**12,6**	**11**
63,8	1,33	13,3	11¼
64,5	1,41	14,1	11½
65,3	1,50	15,0	11¾
66,0	**1,58**	**15,8**	**12**
67,0	1,68	16,8	12¼
68,0	1,78	17,8	12½
69,0	1,88	18,8	12¾
70,0	**2,00**	**20,0**	**13**
70,8	2,11	21,1	13¼
71,5	2,24	22,4	13½
72,3	2,37	23,7	13¾

kV	mA	mAs	Punkte
73,0	**2,51**	**25,1**	**14**
74,0	2,66	26,6	14¼
75,0	2,82	28,2	14½
76,0	2,99	29,9	14¾
77,0	**3,16**	**31,6**	**15**
78,0	3,35	33,5	15¼
79,0	3,55	35,5	15½
80,0	3,76	37,6	15
81,0	**3,98**	**39,8**	**16**
82,0	4,22	42,2	16¼
83,0	4,47	44,7	16½
84,0	4,73	47,3	16¾
85,0	**5,01**	**50,1**	**17**
86,3	5,31	53,1	17¼
87,5	5,62	56,2	17½
88,8	5,96	59,6	17¾
90,0	**6,31**	**63,1**	**18**
91,5	6,68	66,8	18¼
93,0	7,08	70,8	18½
94,5	7,50	75,0	18¾
96,0	**7,94**	**79,4**	**19**
97,5	8,41	84,1	19¼
99,0	8,91	89,1	19½
100,5	9,44	94,4	19¾
102,0	**10,0**	**100**	**20**
103,5	10,6	106	20¼
105,0	11,2	112	20½
107,0	11,9	119	20¾
109,0	**12,6**	**126**	**21**
111,0	13,3	133	21¼
113,0	14,1	141	21½
115,0	15,0	150	21¾
117,0	**15,8**	**158**	**22**
119,0	16,8	168	22¼
121,0	17,8	178	22½
123,0	18,8	188	22¾
125,0	**20,0**	**200**	**23**
126,8	21,1	211	23¼
129,0	22,4	224	23½
131,0	23,7	237	23¾
133,0	**25,1**	**251**	**24**
135,0	26,6	266	24¼
137,0	28,2	282	24½
139,0	29,9	299	24¾
141,0	**31,6**	**316**	**25**
143,0	33,5	335	25¼
145,0	35,5	355	25½
147,5	37,6	376	25¾
150,0	**39,8**	**398**	**26**
-------	42,2	422	26¼
-------	44,7	447	26½
-------	47,3	473	26¾
-------	**50,1**	**501**	**27**
-------	53,1	531	27¼
-------	56,2	562	27½
-------	59,6	596	27¾
-------	**63,1**	**631**	**28**
-------	66,8	668	28¼
-------	70,8	708	28½
-------	75,0	750	28¾
-------	**79,4**	**794**	**29**
-------	84,1	841	29¼
-------	89,1	891	29½
-------	94,4	944	29¾
-------	**100**	**1000**	**30**

Zusammenfassung:

Durch dieses Beispiel eines modernen computergesteuerten Röntgengenerators wird ersichtlich, dass selbst dort die Normzahlen eine sinnvolle Anwendung gefunden haben.

Literaturverzeichnis:

Dr.-Ing. Fritz Bergtold: Mathematik fuer Radiotechniker und Elektroniker
2te und 3te Auflage 1965 Franzis-Verlag München

Chefredakteur Horst Bauer: BOSCH Kraftfahrtechnisches Taschenbuch
22te Auflage 1995 VDI-Verlag Düsseldorf

SIEMENS Medizinische Technik: Anhang " Daten, Formeln, Fakten" des
jährlichen Taschenkalenders

Dr. Clemens Ries, Normung nach Normzahlen, Duncker & Humblot Verlag / Berlin
1962

Aristo, Dennert & Pape: Anleitung zum Rechenschieber ARISTO – STUDIO
Hamburg 1954

Berg S.: Angewandte Normzahl, Beuth-Vertrieb GmbH Berlin und Köln 1949

Bindel Ernst: Logarithmen für jedermann, Verlag Freies Leben, Stuttgart 1938 / 1983

Kienzle O.: Normungszahlen Berlin / Göttingen / Heidelberg 1950

Tuffentsammer K. und Schumacher P.: Normzahlen – die einstellige
Logarithmentafel des Ingenieurs
Werkstattstech. und Masch.-bau #43 (1953) S.156

Tuffentsammer K.: Das Dezilog, eine Brücke zwischen Logarithmen, Dezibel,
Neper und Normzahlen.
VDI-Zeitschrift #98 (1956) S.267/ 74

Strahringer W.: Zauberwelt der Normzahlen
Verlags- und Wirtschaftsgesellschaft der
Elektrizitätswerke m. b. H. VWEW, Frankfurt a. Main 1952

DIN 323 Blatt 1: Beuth – Verlag GmbH Berlin

DIN 323 Blatt 2: Beuth – Verlag GmbH Berlin