

**Tadeusz Glinka, Mieczysław Jakubiec**  
BOBRME Komel, Katowice

## SILNIKI ELEKTRYCZNE Z MAGNESAMI TRWAŁYMI UMIESZCZONYMI NA WIRNIKU

### ELECTRIC MOTORS WITH PERMANENT MAGNETS PLACED IN THE ROTOR

**Abstract:** Electric motors with permanent magnets placed along rotor's circumference may operate as:

- synchronous motors with permanent magnets (PM SM)
- sinusoidally controlled brushless dc motors with permanent magnets (PMDC BMSC)
- trapezoidally controlled brushless dc motors with permanent magnets (PMDC BMTC).

In each case the electromechanical properties of the drive are different, this is influenced by the control method and electromagnetic field distribution in the armature slot. The induction distribution should induce sinusoidal rotation voltage in the armature winding of PMSM and PMDCBMSC and trapezoidal rotation voltage in PMDCBMTC, respectively.

Synchronous motors are supplied with voltage of set (forced) frequency. The rotational speed is controlled by changing the supply voltage frequency. The mathematical model of synchronous motors in steady and quasi-steady states is given in Equations (2-10).

The electronic commutator in brushless pm motor is built into the motor, same as mechanical commutator in dc motors. The electronic commutator is supplied with dc voltage. The windings' current is of variable character, but its frequency depends on the rotational speed of the motor. This speed is controlled and set by changing the electronic commutator supply voltage.

If the current waveforms generated by electronic commutator in A, B, C phases windings are trapezoidal, then the motor is denoted as trapezoidally controlled. The mathematical model of this motor is given in Equations (11-14). If the current waveforms generated by electronic commutator in A, B, C phases windings are sinusoidal, then the motor is denoted as sinusoidally controlled. The mathematical model of the motor is given in Equations (15-20).

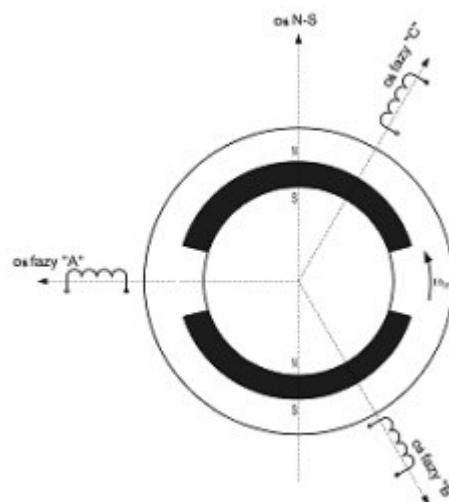
### 1. Warianty wykorzystania silników

Silniki elektryczne z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku mają najwyższą sprawność energetyczną ze wszystkich znanych i stosowanych rodzajów maszyn elektrycznych porównywalnej wielkości, pracujących przy tych samych parametrach elektromechanicznych. Silniki z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku – rys.1 mogą pracować, w zależności od sposobu zasilania i sterowania, jako:

- silniki synchroniczne (PMSM – Permanent Magnet Synchronous Motor),
- silniki bezszczotkowe prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowane sinusoidalnie (PMDCBMSC- Permanent Magnet Direct Current Brushless Motor with Sine Control)),
- silniki bezszczotkowe prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowane trapezowo (PMDCBMTC- Permanent Magnet Direct Current Brushless Motor with Trapez Control).

W każdym z tych przypadków właściwości elektromechaniczne napędu są inne, decyduje o tym rozkład pola magnetycznego w szczeliny

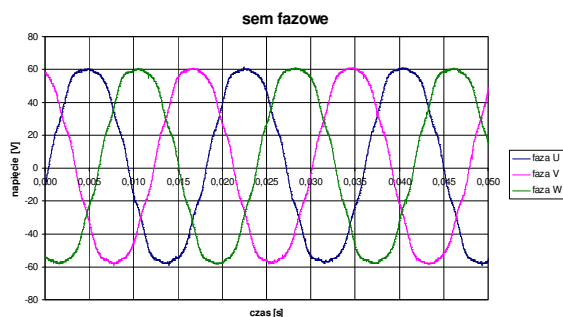
silnika oraz sposób zasilania i sterowania. Rozkład pola magnetycznego w silniku powinien być przystosowany do warunków zasilania.



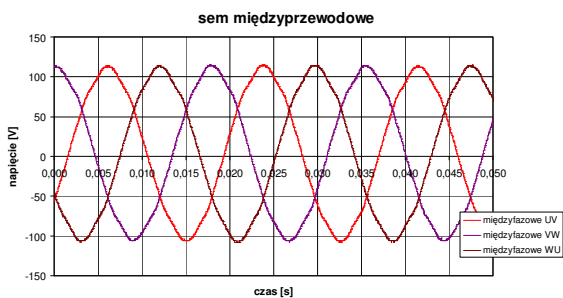
*Rys. 1. Schemat obwodu elektromagnetycznego silnika 3-fazowego z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku.*

W silnikach synchronicznych i silnikach z komutatorem elektronicznym sterowanych sinusoidalnie rozkład przestrzenny indukcji powinien być taki, aby napięcie rotacji indukowane w uzwojeniach było zbliżone do sinusoidy, natomiast w silnikach z komutatorem elektronicznym sterowanych trapezowo napięcie rotacji powinno mieć przebieg trapezowy – rys.2. Silniki synchroniczne zasilane są napięciem o zadanej (wymuszonej) częstotliwości. Prędkość obrotową silników nastawia się poprzez zmianę częstotliwości napięcia. Zmiana napięcia, przy stałej częstotliwości ( $f = \text{const.}$ ) i stałym momencie obciążenia ( $T_{ob.} = \text{const.}$ ), powoduje jedynie zmianę mocy biernej silnika.

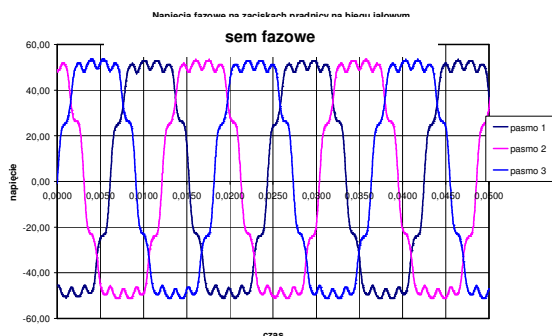
a)



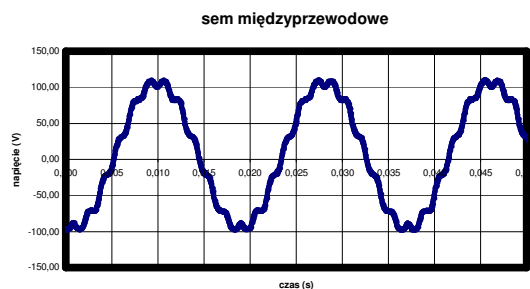
b)



c)



d)



Rys. 2. Oscylogramy napięć rotacji (sem) w silnikach PMDBM-80 o tych samych danych nawojowych, przystosowanych do sterowania sinusoidalnego (a,b) i trapezowego (c,d)

W silnikach bezszczotkowych prądu stałego komutator elektroniczny jest integralną częścią silnika, tak jak komutator mechaniczny w silnikach prądu stałego. Komutator elektroniczny jest zasilany napięciem stałym, w uzwojeniach płynie oczywiście prąd zmienny, lecz jego częstotliwość dopasowuje się do prędkości obrotowej. Prędkość obrotową nastawia się (bądź zmienia) poprzez zmianę wartości napięcia stałego zasilającego komutator elektroniczny. Jeśli przy stałej prędkości obrotowej silnika ( $\omega_m = \text{const}$ ) sterownik PWM (Power Wide Modulation) realizuje sinusoidalny przebieg prądu w uzwojeniach A,B,C (dotyczy wartości średniej w przedziale jednego okresu impulsowania), to silnik jest sterowany sinusoidalnie. Jeśli sterownik PWM realizuje prostokątne (trapezowe) przebiegi prądu w uzwojeniach A,B,C, to silnik jest sterowany trapezowo.

## 2. Silnik synchroniczny

Silnik synchroniczny wzbudzany magnesami trwałymi, poprawnie zaprojektowany, powinien mieć sinusoidalny przebieg napięcia. Silnik ten jest stale wzbudzony siłą magnetomotoryczną (smm) magnesów trwałych i wzbudzenie to nie jest regulowane. Magnesy trwałe są naklejone na rdzeniu wirnika – rys.1. Uwzględniając, że przenikalność magnetyczna względna magnesów trwałych jest bliska jedności ( $\mu \approx 1,03$ ), to dla zewnętrznego pola magnetycznego (pola oddziaływania twornika) długość szczeliny magnetycznej jest równa sumie długości szczeliny powietrznej i magnesu trwałego, liczona oczywiście wzdłuż linii pola magnetycznego wzbudzanego siłą magnetomotoryczną twornika. Ta długość szczeliny powoduje, że reak-

tancja synchroniczna względna jest znacznie mniejsza od jedności. Ponieważ magnesy trwałe są naklejone na gładkim ferromagnetycznym walcu, to reaktancja synchroniczna w osi „d” i osi „q” jest identyczna:

$$X_{Sr} = X_{dr} = X_{qr} \ll 1 \quad (1)$$

Indeks „r” oznacza reaktancję względną.

Brak jest uzwojenia tłumiącego w takim wirniku. Ferromagnetyczny walec wirnika, z uwagi na dużą szczelinę magnetyczną i małą przewodność elektryczną, ma bardzo słabe właściwości tłumiące. Silnik nie rozwija zatem momentu asynchronicznego o dostatecznej wartości umożliwiającego samorozruch, silnik może pracować wyłącznie przy zasilaniu z falownika, przy pomocy którego realizuje się zarówno rozruch częstotliwościowy jak i regulację (zmianę) prędkości obrotowej.

Pracę ustaloną silnika przy:  $\omega_m = \text{const}$  ( $f = \text{const}$ ;  $U = \text{const}$ ),  $T_{ob} = \text{const.}$ , można przedstawić przy pomocy wykresu przestrzenno-czasowego – rys.3. Wykres czasowy to wersory napięć i prądu wybranej fazy „A” wirujące względem osi czasu „t”, a wykres przestrzenny to wektory smm wzbudzenia  $\theta_{PM}$  i twornika  $\theta_a$  wirujące względem osi fazy „A”, przy czym oś czasu „t” pokrywa się z osią fazy „A”. Jest to klasyczny wykres [2] ilustrujący pracę silnika od strony fizycznej.

W oparciu o wykres – rys.3 można przedstawić model matematyczny silnika opisujący stan pracy ustalonej. Równania te można wykorzystać także do analizy stanu quasiustalonego wywołanego zmianą: częstotliwości  $f$ , napięcia  $U$ , bądź momentu obciążenia  $T_{ob}$ .

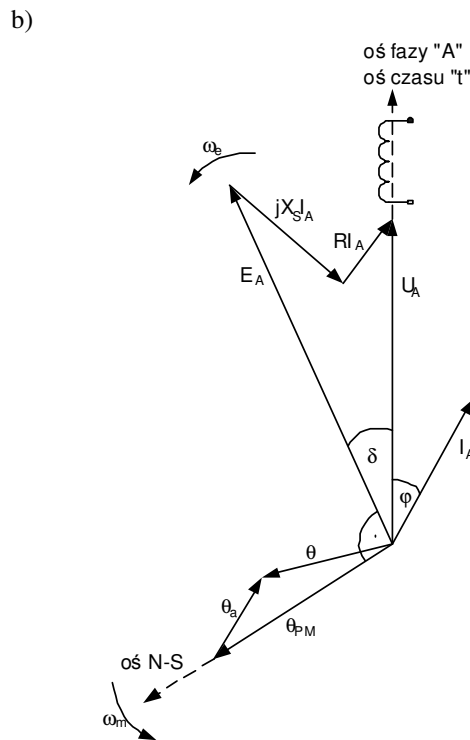
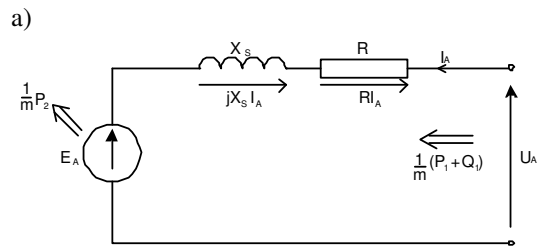
W modelu tym zakłada się:

- symetrię obwodu elektromagnetycznego silnika,
- liniowość obwodu magnetycznego, i jest to założenie prawdziwe uwzględniając, że: magnesy trwałe wzbudzają stały strumień wzbudzenia, a szczelina magnetyczna jest duża,
- równość reaktancji w osi „d” i osi „q”:  
 $X_s = X_d = X_q$
- że straty w żelazie stojana są równe zero,
- że moment zaczepowy, którego powodem są żłobki stojana jest pomijalnie mały.

Równania silnika mają postać:

- równanie napięć fazowych (dla fazy A)

$$E_f = U_f - R I - jX_s \cdot I \quad (2)$$



Rys. 3. Wykres przestrzenno-czasowy charakteryzujący stan pracy ustalonej silnika synchronicznego:

a - schemat zastępczy dla fazy A,

b - wykres wersorowy napięcia i prądu fazy A wirujących względem osi czasu „t” i wykres wektorowy sił magnetomotorycznych  $\theta_{PM}$ -magnesów,  $\theta_a$  - twornika,  $\theta$  - smm wypadkowa, wirujących względem osi fazy „A”

- równanie momentów

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_{ob} \quad (3)$$

$$T_e = \frac{P_2}{\omega_m} \quad (4)$$

$$\omega_m = \frac{2}{p} \pi f \quad (5)$$

- moc mechaniczna

$$P_2 = P_1 - m R I^2 \tag{6}$$

$$P_1 = m U_f I \cos \varphi \tag{7}$$

$$I \cos \varphi = \frac{X_s E_f \sin \delta - R E_f \cos \delta + R U_f}{X_s^2 + R^2} \tag{8}$$

- moc bierna

$$Q_1 = m U I \sin \varphi \tag{9}$$

Układ równań będzie rozwiązywalny, przy znanych parametrach silnika i napędu ( $m, R, X_s, J, p$ ), zadanych warunkach zasilania ( $U, f$ ) i obciążenia ( $T_{ob}$ ), jeśli określi się napięcie  $E_f$  – jest to napięcie biegu jałowego ( $I=0$ ) przy prędkości kątowej  $\omega_m$ . Parametrem silnika podawanym na tabliczce znamionowej bądź w katalogu jest napięcie  $E_{1000}$ . Jest to napięcie międzyprzewodowe indukowane przy biegu jałowym ( $I=0$ ) i prędkości obrotowej  $n = 1000$  obr/min.

Zatem

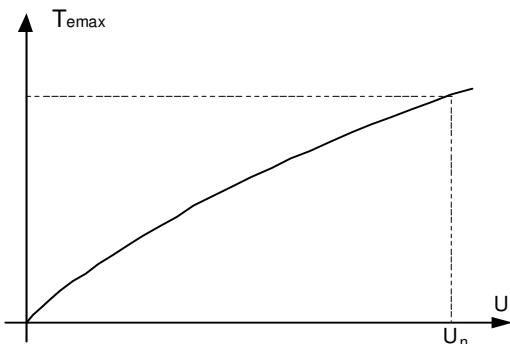
$$E_f = \frac{E_{1000}}{\sqrt{3}} \frac{\omega_m}{\omega_{1000}} \tag{10}$$

$$\omega_{1000} = 104,6 \text{ 1/s}$$

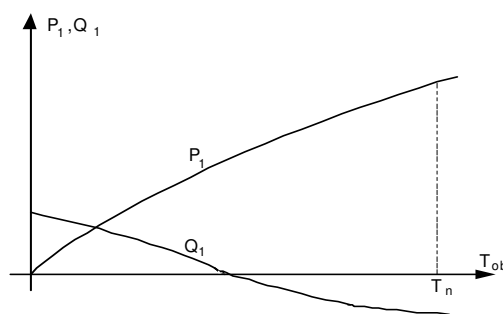
Układ zawiera 9 równań w którym jest 9 niewiadomych  $E_f, I, \omega_m, T_e, P_2, P_1, \varphi, \delta, Q$ ,

jest zatem rozwiązywalny. W oparciu o powyższy układ równań można wyznaczyć charakterystyki elektromechaniczne silnika:

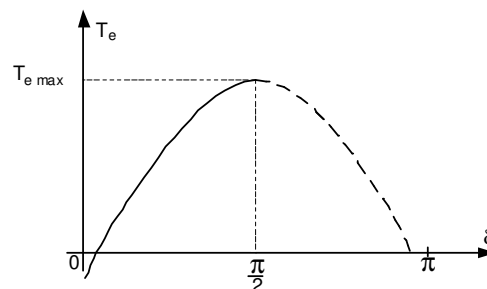
- charakterystykę kątową  $T_e = f(\delta)$  przy  $U = \text{const.}, f = \text{const.}$  - rys. 6,
- charakterystykę momentu maksymalnego w funkcji napięcia  $T_{e \max} = f(U)$ , przy  $f = \text{const.}$  - rys. 4,
- charakterystykę mocy czynnej  $P_1$  i mocy biernej  $Q$  w funkcji momentu obciążenia,  $P_1; Q = f(T_{ob})$ , przy  $U = \text{const.}, f = \text{const.}$



Rys. 4. Zależność momentu maksymalnego PMSM w funkcji napięcia przy  $f = \text{constans}$



Rys. 5. Zależność mocy czynnej  $P_1$  i mocy biernej  $Q_1$  w funkcji momentu obciążenia przy  $f = \text{constans}$  i  $U = \text{constans}$



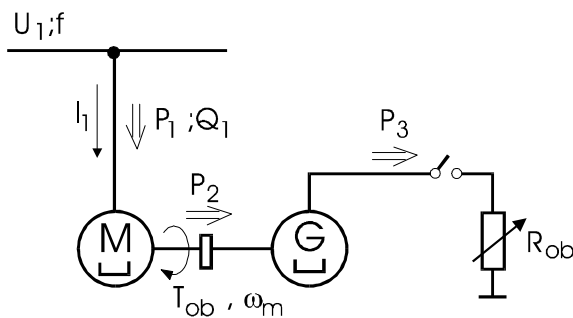
Rys. 6. Charakterystyka kątowa silnika synchronicznego przy  $f = \text{constans}$ ,  $U = \text{constans}$ ,  $P_2 = \text{variabilis}$

Charakterystyki te można zmierzyć w układzie pomiarowym jak na rys.7. Jeśli silnik M i generator G mają te same parametry znamionowe, to nie ma konieczności pomiaru momentu obciążenia  $T_{ob}$ , co zawsze jest kłopotliwe. Moc  $P_2$  można określić jako średnią arytmetyczną mocy  $P_1$  i  $P_3$

$$P_2 = \frac{P_1 + P_3}{2} \tag{11}$$

a moment obciążenia

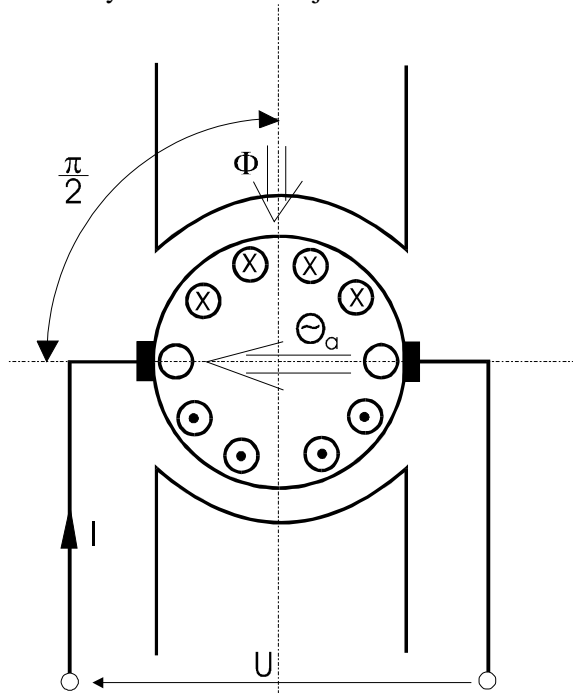
$$T_{ob} = \frac{P_2}{\omega_m} \tag{12}$$



Rys. 7. Układ pomiarowy do badania silnika synchronicznego M

### 3. Silnik prądu stałego z komutacją elektroniczną

Cechą charakterystyczną silnika prądu stałego z komutatorem mechanicznym jest prostopadłość wektorów: strumienia wzbudzenia  $\phi$  i smm twornika  $\Theta_a$  – rys.8. Spełnienie tego warunku wynika z konstrukcji silnika.



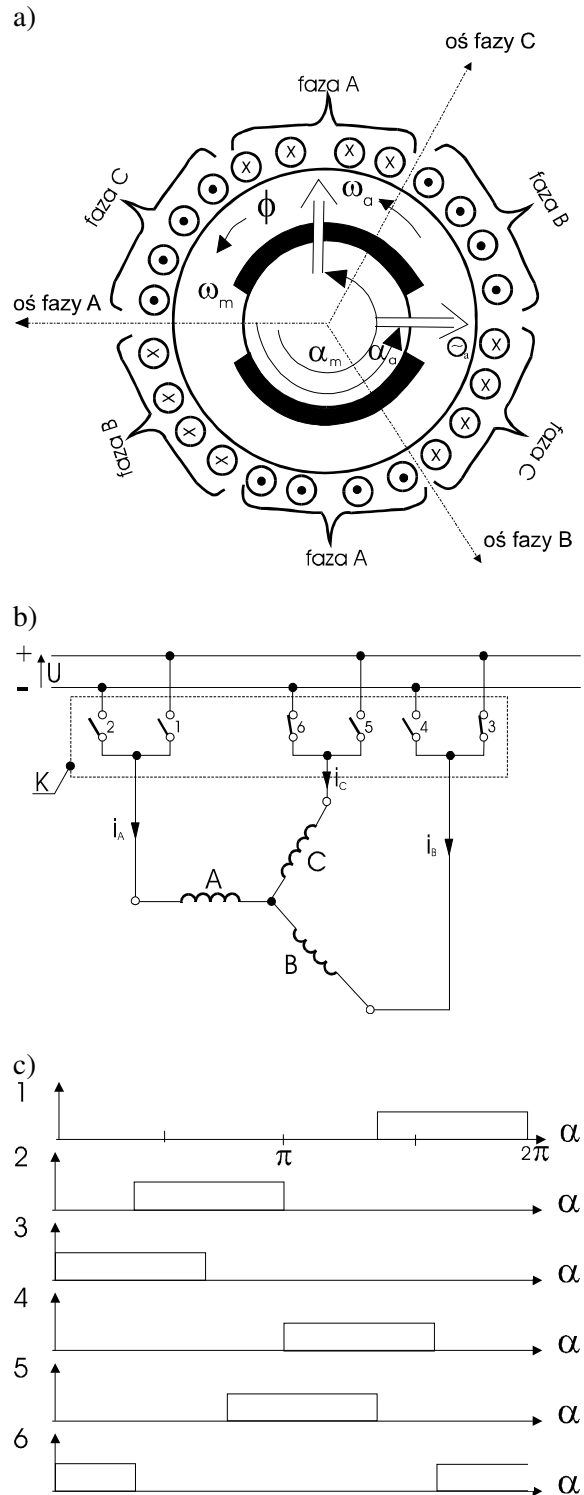
Rys. 8. Położenie wektorów: strumienia wzbudzenia  $\Phi$  i smm twornika  $\Theta_a$  w maszynie prądu stałego z komutatorem mechanicznym

Silnik prądu stałego z komutatorem elektronicznym jak na rys.9 ma budowę odwróconą. Wektor strumienia wzbudzenia  $\phi$  wiruje z prędkością kątową  $\omega_m$ . Kąt między osią fazy A, a osią wektora strumienia  $\phi$  jest funkcją czasu:

$$\alpha_m = \alpha_{m0} + \omega_m t \quad (13)$$

Siła magnetomotoryczna uzwojenia twornika  $\Theta_a$  wiruje z prędkością  $\omega_a$ . Kąt między smm  $\Theta_a$  a osią fazy A jest funkcją czasu:

$$\alpha_a = \alpha_{a0} + \omega_a t \quad (14)$$



Rys. 9. Sterowanie silnika z komutatorem elektronicznym:

- a) położenie wektorów  $\Phi$  i  $\Theta_a$  względem osi faz,
- b) komutator,
- c) histogram sterowania zaworami 1-6 komutatora elektronicznego K

Aby w silniku tym spełniony był warunek działania silnika prądu stałego (rys.8), to prędkości kątowe muszą być równe  $\omega_m = \omega_a$ , a kąty

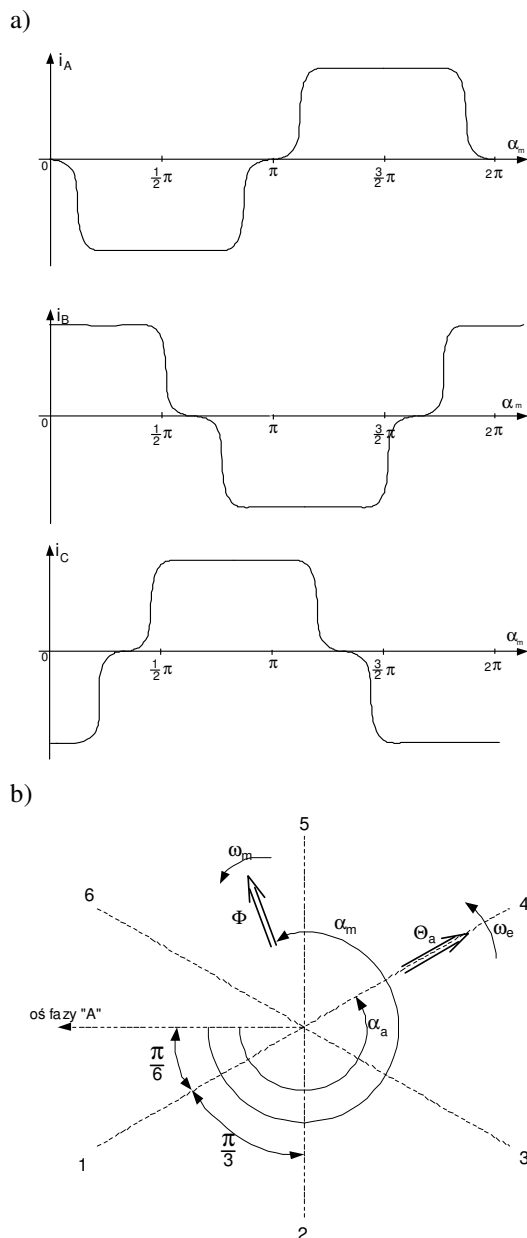
$$\alpha_{mo} - \alpha_{ao} = \pm \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

Położenie wektora  $\Theta_a$  względem osi fazy A jest określone przez wartości chwilowe prądów w fazach uzwojenia  $i_A, i_B, i_C$ . Te wartości chwilowe prądów należy tak zmieniać przy pomocy komutatora elektronicznego K, aby wektor smm  $\Theta_a$  był zawsze prostopadły do wektora strumienia  $\phi$ . Koniecznym dla spełnienia tego warunku jest ciągły pomiar kąta  $\alpha_m$ , to jest położenia strumienia  $\phi$  względem osi fazy A. Jeśli silnik pracuje w stanie ustalonym tzn.  $\omega_m = \text{const.}$ , wówczas prądy  $i_A, i_B, i_C$  zmieniają się sinusoidalnie. Sinusoidalne przebiegi prądów (wartości uśrednione) realizuje komutator elektroniczny K, którego zawory (1-6) są sterowane sinusoidalnie zmiennym programem PWM. Silnik tak sterowany nosi nazwę silnika prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowanym sinusoidalnie.

Enkodery do ciągłego pomiaru kąta  $\alpha_m$  są skomplikowane i kosztowne, a ponadto kłopotliwe jest ich sprzęganie z wałem silnika. Dlatego stosowana jest druga metoda sterowania tzw. sterowanie trapezowe.

Sterowanie trapezowe bazuje na punktowym pomiarze kąta  $\alpha_m$ . Jeśli wektor strumienia ( $\phi^+$ , tzn. bieguna N) przejdzie przez położenie punktu pomiarowego (np. w osi fazy A) wówczas załącza się zawór (1) komutatora elektronicznego K – rys.9b. Podobnie jest dla pozostałych faz B i C. Wyłączenie zaworu (1) fazy A następuje w momencie załączenia zaworu (3) fazy B, a zawór (3) wyłącza się po załączeniu zaworu (5) fazy C itd. Jeśli przez punkt pomiarowy w osi fazy A przechodzi wektor strumienia  $\phi$ , (tzn. biegun S) wówczas załącza się zawór (2), a jego wyłączenie następuje po załączeniu zaworu (4) fazy B itd.

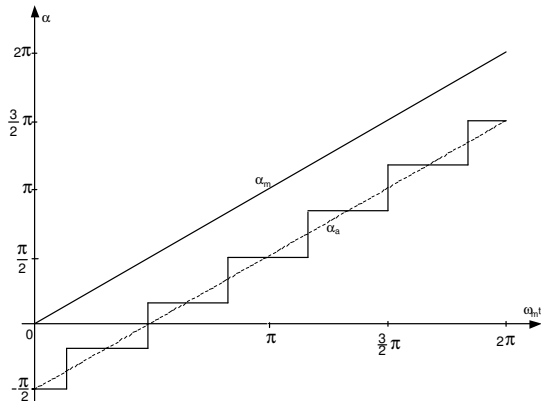
Przy tego typu sterowaniu prądy  $i_A, i_B, i_C$  w fazach uzwojenia mają kształt zbliżony do trapezu (decyduje o tym elektromagnetyczna stała czasowa uzwojenia). Istotą tego sterowania jest dyskretne (skokowe) przemieszczanie się wektora smm twornika  $\Theta_a$ . Ten wektor (dla  $p = 1$ ) zajmuje na obwodzie 6 charakterystycznych położzeń - rys.10. Skokowa zmiana



Rys. 10. a – przebiegi prądu (trapezowe) w fazach ABC uzwojenia  
b – położenie wektorów  $\Phi$  i  $\Theta_a$  względem osi uzwojenia fazy A

kąta  $\alpha_a$  wynosi  $\pi/3p$  i oscyluje on względem prostej prostopadłej do wektora  $\phi$ . Po każdym obrocie wektora  $\phi$  o kąt ( $\alpha_m = \frac{1}{p} \frac{\pi}{3}$ ) następuje skokowa zmiana położenia wektora przepływu  $\Theta_a$  o kąt  $\pi/3p$  – rys.11. Silnik ten nosi nazwę silnika prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowanym trapezowo. Silnik ten charakteryzuje się prostą konstrukcją czujników pomiaru kąta położenia wirnika, najczę-

ściej są to czujniki hallotronowe lub fotoelektryczne.

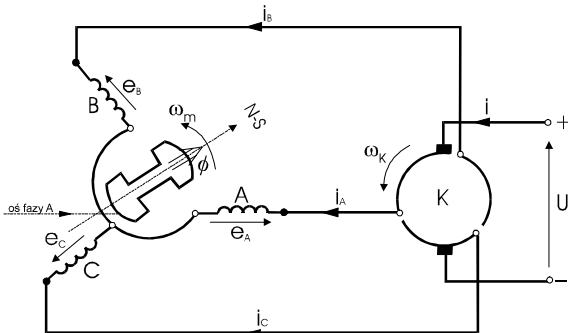


Rys. 11. Zmiana kąta  $\alpha_e$  przy  $\alpha_m = \omega_m t$

### 3.1. Model matematyczny silnika prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowanym trapezowo

Silnik prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowanym trapezowo, jak już powiedziano we wstępie, powinien charakteryzować się trapezowym przebiegiem napięcia rotacji – rys.2c. Jeśli ten warunek nie będzie spełniony, to przy załączaniu napięcia na kolejną fazę będą występować impulsy prądu, które będą generować impulsy momentu elektromagnetycznego, a te dodatkową składową zmienną prędkości obrotowej. Są to zjawiska niepożądane.

Tworząc model matematyczny, komutator energoelektroniczny traktowany jest jako element silnika, stanowiąc jedną całość. Sytuacja jest identyczna jak komutatorem mechanicznym w silniku prądu stałego. Parametry elektryczne (napięcie  $u$ , prąd  $i$ , sem  $e$ ) są wyznaczane na zaciskach wyjściowych komutatora. Taki model (silnik + komutator) jest równoważny silnikowi prądu stałego z trzema działkami komutatora  $K = 3$ , [ 1 ] – rys.12.



Rys. 12. Schemat zastępczy silnika z komutatorem elektronicznym sterowanym trapezowo

Założenia:

- fazy A, B, C uzwojenia są połączone w gwiazdę,
- moment zaczepowy jest pomijany,
- przełączenia prądu z jednej fazy na kolejne są symetryczne i następują po przemieszczeniu się wektora  $\phi$  o kąt  $\alpha_m = \frac{1}{p} \frac{\pi}{3}$  (dla  $\omega_m = \text{const}$ ),
- w czasie przepływu prądu w fazie, napięcie rotacji przy  $\omega_m = \text{const}$ , ma wartość stałą.

Równania silnika napędzającego układ mechaniczny o momencie obciążenia  $T_{ob}$  i momencie bezwładności  $J$  mają postać:

- równanie napięcie

$$u = e + 2Ri + 2L \frac{di}{dt} \quad (16)$$

- równanie momentów

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e(t) - T_{ob} \quad (17)$$

W silnikach wzbudzonych magnesami trwałymi jako parametr podawane jest napięcie rotacji przy biegu jałowym ( $i = 0$ ), i przy prędkości obrotowej  $n = 1000$  obr/min, tzw.  $E_{1000}$

Z wartości  $E_{1000}$  określa się :

$$e = E_{1000} \frac{\omega_m}{\omega_{1000}} \quad (18)$$

$$T_e = \frac{ei}{\omega_m} \quad (19)$$

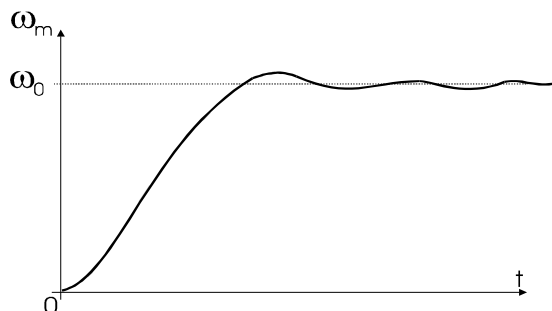
przy czym:

$$\omega_{1000} = 104,6 \text{ 1/s,}$$

$R, L$  – rezystancja i indukcyjność jednej fazy uzwojenia.

Ten prosty układ równań, przy zidentyfikowanych parametrach  $R, L, J, E_{1000}$ , oraz zadaniem napięcia  $u$  i znanym momencie obciążenia  $T_{ob}$ , umożliwia określenie zarówno statycznych jak i dynamicznych właściwości silnika np. reakcję silnika na skok jednostkowy napięcia  $u = U_o$   $I(t)$  przy  $T_{ob} = 0$  – rys.13. Z przebiegu  $\omega_m(t)$  – (rys.13), można określić elektromechaniczną stałą czasową

$$\tau = \frac{df}{\omega_o} \int_0^{\infty} [\omega_o - \omega(t)] dt = \frac{2RJ\omega_{1000}}{E_{1000}} \quad (20)$$



Rys. 13. Przebieg prędkości obrotowej  $\omega_m$  PMDCBMTK przy  $U(t) = U \cdot \mathbf{1}(t)$  i  $T_{ob}=0$

### 3.2. Model matematyczny silnika prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowanym sinusoidalnie

Model matematyczny silnika prądu stałego z komutatorem elektronicznym sterowanym sinusoidalnie będzie przedstawiony przy założeniu, że:

- uzwojenia połączone w gwiazdę,
- pomija się moment zaczepowy, w konstrukcji silnika należy dążyć do małej wartości momentu zaczepowego, gdyż przy  $\omega_m > 0$  generuje on składową zmienną momentu napędowego,
- przy prędkości obrotowej  $\omega_m = \text{const}$ , napięcia rotacji  $e_A, e_B, e_C$ , napięcia zasilania  $u_A, u_B, u_C$  oraz prądy  $i_A, i_B, i_C$  mają przebieg sinusoidalny i symetryczny.

Równania silnika:

- napięcia fazowe uzwojenia:

$$\begin{pmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{pmatrix} = \frac{U_o}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \sin(\omega t - \alpha) \\ \sin\left(\omega t - \alpha - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\left(\omega t - \alpha - \frac{4}{3}\pi\right) \end{pmatrix} \quad (21)$$

- równania napięć

$$\left. \begin{aligned} u_A &= e_A + R i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + L_{AB} \frac{di_B}{dt} + L_{AC} \frac{di_C}{dt} \\ u_B &= e_B + R i_B + L_{BA} \frac{di_A}{dt} + L_B \frac{di_B}{dt} + L_{BC} \frac{di_C}{dt} \\ u_C &= e_C + R i_C + L_{CA} \frac{di_A}{dt} + L_{CB} \frac{di_B}{dt} + L_C \frac{di_C}{dt} \end{aligned} \right\} (22)$$

$$L = L_A = L_B = L_C$$

$$L_{12} = L_{AB} = L_{BA} = L_{AC} = L_{CA} = L_{BC} = L_{CB}$$

$$L_{12} < 0$$

- równanie momentów:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e(t) - T_{ob} \quad (23)$$

Podobnie jak w silniku sterowanym trapezowo, warunkiem koniecznym do rozwiązania w/w równań jest znajomość napięcia rotacji  $E_{1000}$ , które w tym przypadku oznacza także średnią wartość napięcia stałego na wejściu komutatora energoelektronicznego. Amplituda fazowego napięcia rotacji  $E_{m1000}$  wynosi:

$$E_{m1000} = \frac{E_{1000}}{3\sqrt{3}} \pi$$

$$\begin{pmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{pmatrix} = E_{m1000} \frac{\omega_m}{\omega_{1000}} \begin{pmatrix} \sin(\omega t - \alpha_e) \\ \sin\left(\omega t - \alpha_e - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\left(\omega t - \alpha_e - \frac{4}{3}\pi\right) \end{pmatrix} \quad (24)$$

Komutator elektroniczny powinien być tak sterowany, aby fazy napięć rotacji (24) i napięć zasilających (21) były identyczne:

$$\alpha_e = \alpha$$

Moment elektromagnetyczny można zapisać jako sumę momentów generowanych przez trzy fazy

$$T_e(t) = \frac{1}{\omega_m} [e_A i_A + e_B i_B + e_C i_C] \quad (25)$$

Związek między pulsacją elektryczną i prędkością mechaniczną :

$$\omega = p \omega_m \quad (26)$$

Jeśli znane są parametry silnika:  $R, L, L_{12}, p$ , zadane jest napięcie zasilania  $U_o$  oraz znany jest moment obciążenia  $T_{ob}$  i bezwładności  $J$ , to równania powyższe pozwalają zidentyfikować zarówno charakterystyki elektromechaniczne silnika dla stanów ustalonych jak również badać dynamikę napędu.

Kąty  $\alpha$  i  $\alpha_e$  w równaniach (21) i (24) zależą od położenia nieruchomego wirnika w chwili załączenia napięcia  $U_o$ . Dla stanów ustalonych można przyjąć  $\alpha = 0$ . Przy analizie stanów niestabilnych można zmieniać parametrycznie początkowy kąt położenia wirnika  $\alpha$ . Równania powyższe pozwalają także analizować przypadek niepoprawnie zsynchronizowanego komutatora elektronicznego  $\alpha \neq \alpha_e$ . Wówczas w obliczeniach numerycznych należy zmieniać parametrycznie kąt  $\alpha_e$  w stosunku do kąta  $\alpha$  i badać wpływ tych zmian na moment elektromagnetyczny  $T_e$  i prędkość kątową  $\omega_m$

### 3.3. Porównanie parametrów silników prądu stałego z komutacją elektroniczną sterowanych trapezowo i sinusoidalnie



Do porównania przyjmuje się dwa identyczne silniki różniące się rozkładem pola magnetycznego w szczelinie przytwornikowej. Zakłada się, że silnik sterowany sinusoidalnie ma na całej podziałce biegunowej sinusoidalny rozkład indukcji. Silnik sterowany trapezowo ma rozkład prostokątny na łuku  $\alpha_m = \frac{2}{3}\pi$ .

Obydwa silniki mają identyczne uzwojenia stojana i identyczną wartość (skuteczną) prądu znamionowego  $I_n$  determinowaną względami cieplnymi.

Moment znamionowy silnika sterowanego sinusoidalnie obliczony z równań (24) i (25) wynosi:

$$T_{n \text{ sin}} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{E_{1000 \text{ sin}}}{\omega_{1000}} I_n \quad (27)$$

Moment znamionowy silnika sterowanego trapezowo obliczony z równań (18) i (19) wynosi:

$$T_{n \text{ trapez}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{E_{1000 \text{ trap}}}{\omega_{1000}} I_n \quad (28)$$

Założono, że moment elektromagnetyczny jest proporcjonalny do wartości skutecznej prądu.

Napięcia rotacji są proporcjonalne do strumienia magnetycznego:

$$\frac{E_{1000 \text{ trapez}}}{E_{1000 \text{ sin}}} = \frac{\phi_{\text{trapez}}}{\phi_{\text{sin}}} = \frac{B_{sr \text{ trap}}}{B_{sr \text{ sin}}} = \frac{\pi}{3} \quad (29)$$

Zatem stosunek momentów znamionowych:

$$\frac{T_{n \text{ trapez}}}{T_{n \text{ sin}}} = \frac{4\sqrt{6}}{3\pi} = 1,04 \quad (30a)$$

Jeśli w silniku sterowanym trapezowo zastosować magnes o łuku  $\alpha_m = \frac{5}{6}\pi$  to moment znamionowy silnika wzrośnie:

$$\frac{T_{n \text{ trapez}}}{T_{n \text{ sin}}} = 1,3 \quad (30b)$$

Większy moment elektromagnetyczny silnika sterowanego trapezowo jest jego zaletą. Silnik ten ma także wadę, a jest nią składowa zmienna momentu elektromagnetycznego generowana przez zmieniający się skokowo kąt położenia  $\theta_a$  twornika. Składowa zmienna momentu będzie wzbudzać składową zmienną prędkości obrotowej. Składowa zmienna momentu w większości napędów jest niepożądana. Składowa ta ogranicza zakres stosowania silników prądu stałego z komutacją elektroniczną sterowanych trapezowo. Nie poleca się stosowania ich tam, gdzie może to wpływać nieko-

rzystnie na jakość pracy napędu np. w obrabiarkach.

#### 4. Wnioski

Silniki elektryczne z magnesami trwałymi umieszczonymi na rdzeniu wirnika (rys.1) można stosować jako silniki synchroniczne oraz silniki prądu stałego z komutatorem elektronicznym.

Silniki synchroniczne powinny mieć sinusoidalny kształt indukcji w szczelinie. Silniki te nie mają możliwości rozwijania momentu asynchronicznego, dlatego muszą być zasilane z falowników, które zapewniają ich rozruch. Zaleca się stosować je w napędach pracujących w stanach ustalonych lub quasiustalonych. Silniki prądu stałego z komutacją elektroniczną mogą być sterowane trapezowo lub sinusoidalnie. Silniki przeznaczone do sterowania trapezowego powinny mieć trapezowy kształt indukcji w szczelinie, przy czym powinna ona mieć wartość stałą w zakresie kąta  $2/3\pi$ . Silniki te charakteryzują się tym, że układ pomiarowy kąta położenia wirnika jest punktowy.

Silniki prądu stałego sterowane sinusoidalnie powinny mieć sinusoidalny kształt indukcji w szczelinie. Sterowanie sinusoidalne wymaga ciągłego pomiaru kąta położenia wirnika, układy pomiarowe (enkodery) są bardziej złożone.

Silniki prądu stałego z komutacją elektroniczną sterowane trapezowo i sinusoidalnie mają prawie identyczne charakterystyki elektromechaniczne, przy czym moment znamionowy silnika sterowanego trapezowo jest nieco większy, natomiast składowa zmienna momentu jest znacznie mniejsza w silniku sterowanym sinusoidalnie. Przeciężalność maksymalna silników jest determinowana przez możliwości komutatora energoelektronicznego.

W BOBRME „Komel” prowadzone są prace nad silnikiem z komutatorem elektronicznym. Skonstruowanych i wykonanych zostało kilka silników. Przy współpracy z innymi ośrodkami badane są ich właściwości przy zasilaniu i sterowaniu z różnych układów energoelektronicznych.

#### Literatura

- [1]. Glinka T.: *Maszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*. Wydawnictwo Pol. Śląskiej, Gliwice 2002, ISBN 83-7335-087X.
- [2]. Plamitzer A.: *Maszyny elektryczne*. WNT W-wa, 1982, ISBN 83-204-0408-8.

