

УДК 577.31

Е.В.Романенко,<sup>1</sup>, С.Г.Пушков<sup>1</sup>

## ГИДРОДИНАМИКА ДЕЛЬФИНОВ, РЫБ И ЛАСТОНОГИХ

Проведен критический анализ исследований гидродинамики дельфинов, рыб и ластоногих в мире за последние 70 лет. Показано в сравнительном плане развитие биогидродинамических работ в бывшем СССР, России и других странах (в том числе в США). В СССР большое внимание уделялось изучению тонкой структуры пограничного слоя дельфинов и ластоногих. Такой подход наиболее информативен при получении биогидродинамической информации. В западных странах и США таких исследований до сих пор не проводилось. Представлены математические преобразования, с помощью которых получен набор расчетных формул для оперативной оценки гидродинамических сил и коэффициента полезного действия, развиваемых крылом, моделирующим хвостовую лопасть дельфина.

Активное изучение биогидродинамики началось в середине 30-х гг. прошлого века [1, 2] с работ английского зоолога Джеймса Грея, который предположил, что пограничный слой на теле дельфина в значительной степени ламинаризован при числах Рейнольдса, превышающих критическое. Эта гипотеза вошла в науку как «Парадокс Грея». С тех пор на протяжении десятилетий ученые разных стран ищут механизмы снижения гидродинамического сопротивления у дельфинов и способы создания тяги, которые могли бы быть использованы в судостроении. С той же целью исследуется гидродинамика рыб и ластоногих.

В западных странах и США исследования гидродинамики дельфинов начались лет на 10-15 раньше, чем в СССР. Однако в Англии и США в середине и во второй половине прошлого века было опубликовано несколько ошибочных работ [3-10], которые привели практически к полному прекращению исследований гидродинамики дельфинов в западных странах и США. В СССР работы продолжались, были изучены основные биогидродинамические и кинематические закономерности рыб, дельфинов и ластоногих, намечены проблемы для дальнейшего изучения. В результате западноевропейские и американские ученые к середине 90-х гг. прошлого века отстали от советских и российских ученых на 25-30 лет.

В СССР исследования проводились в трех областях:

- кинематика и гидродинамика дельфинов [11-15];
- гидродинамика и энергетика рыб [16, 17];
- гидродинамика ластоногих [18-20].

**Биогидродинамические исследования в СССР и России.** В результате экспериментальных исследований детально изучена кинематика и гидродинамика тела дельфина [21-24]. Обнаружен переменный характер зависимости фазовой скорости локомоторной волны, распространяющейся по телу дельфина, от координаты, который существенно влияет на его гидродинамику [24, 25]. До тех пор во всех исследованиях фазовая скорость локомоторной волны считалась постоянной. Экспериментально и теоретически доказано наличие на теле активно плывущего дельфина отрицательного градиента динамического давления, влияющего на структуру пограничного слоя и, следовательно, на сопротивление. Инструментальными методами изучена тонкая структура пограничного слоя на теле свободно плавающего дельфина [13-15, 25-28]. Показано, что коэффициент сопротивления трения на теле активно плывущего дельфина меньше турбулентного при сверхкритических числах Рейнольдса [25, 29].

<sup>1</sup> Институт проблем экологии и эволюции им.А.Н.Северцова РАН (Москва)  
© Е.В.Романенко, С.Г.Пушков, 2008

Вопрос о демпфирующих покрытиях здесь не затрагивается, так как, по нашему мнению, такая гипотеза никакого отношения к дельфинам не имеет. Это просто удачная техническая догадка, навеянная «парадоксом Грея». Информация, опровергающая гипотезу о демпфирующих свойствах кожи дельфинов, подробно изложена в работах [24–26, 32]; вкратце она сводится к следующим двум положениям.

1) Способностью быстро плавать обладают как дельфины, так и рыбы, несмотря на то, что в биологическом отношении они чрезвычайно отличны друг от друга, имеют различную структуру кожных покровов, наружные покровы кожи у них также различны. Рыбы и дельфины имеют только одну общую черту – колебательный характер движения тела, являющийся достаточным условием создания тяги и отрицательного градиента динамического давления вдоль тела и, следовательно, стабилизации ламинарного обтекания.

2) Сопротивление движению мертвых рыб или рыб и дельфинов, движущихся по инерции (т.е. не совершающих колебательных движений телом), не отличается от сопротивления движению жестких моделей соответствующей формы. Это объясняется тем, что тело, не совершающее колебательного движения, не создает вдоль своей обтекаемой поверхности отрицательного градиента динамического давления.

Второе положение особенно наглядно иллюстрируется результатами работы [33], в которой экспериментально исследовано поведение живого и мертвого лосося в потоке воды. Вначале измеряли затраты энергии живым лососем на то, чтобы удержаться в потоке воды заданной скорости. Затраты энергии оценивали по степени кислородного обмена и уменьшению веса рыбы за ограниченный промежуток времени. Затем измеряли затраты механической энергии на то, чтобы удержать только что убитого лосося (того же самого) в потоке воды той же скорости. Оказалось, что в первом случае затраты энергии вдвое меньше, чем во втором. Условия эксперимента отличались только тем, что в первом случае рыба совершала активные колебательные движения телом, во втором случае она была неподвижна.

Детально изучена кинематика хвостовой лопасти дельфина [25, 30–32]. Показано, что в процессе активного плавания дельфина хвостовая лопасть в среднем положении при ее движении вверх и вниз принимает форму «дужки», а в верхнем и нижнем положениях лопасть заметно изгибается вблизи хвостового стебля (рис. 1).

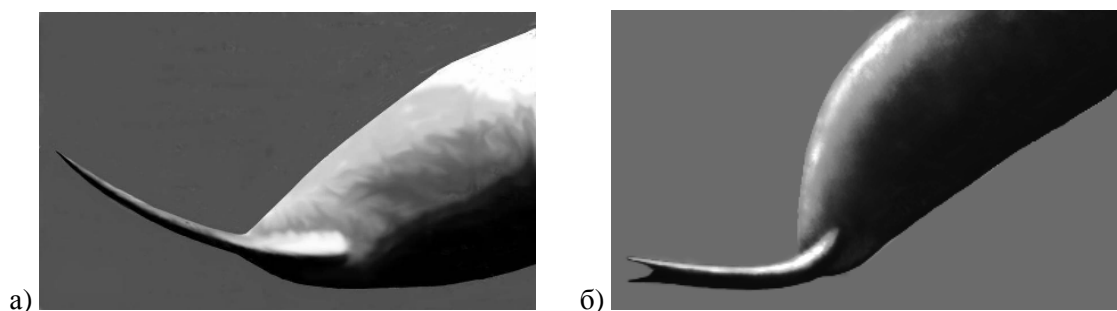


Рис. 1. Хвостовая лопасть дельфина:  
а) – в среднем положении; б) – в крайнем нижнем положении

Статистическая обработка большого количества кадров кино съемки (33) позволила заключить, что амплитудная функция, функции угла наклона лопасти и траектории к горизонтальной оси близки к гармоническим. Отклонение от гармонического закона изменения углов наклона крыла и траектории наблюдается лишь в момент перекладки лопасти (рис. 2). Функция угла атаки имеет сложный вид. На большей части периода колебаний лопасти угол атаки меняется мало и составляет величину около  $3.3^{\circ} \pm 1.2^{\circ}$  (в диапазоне скоростей плавания дельфина 2.2–4.3 м/с). По результатам экспериментального изучения кинематики проведена оценка положения оси вращения лопасти, которое оказалось в интервале от 0.88 до 1.31 хорды.

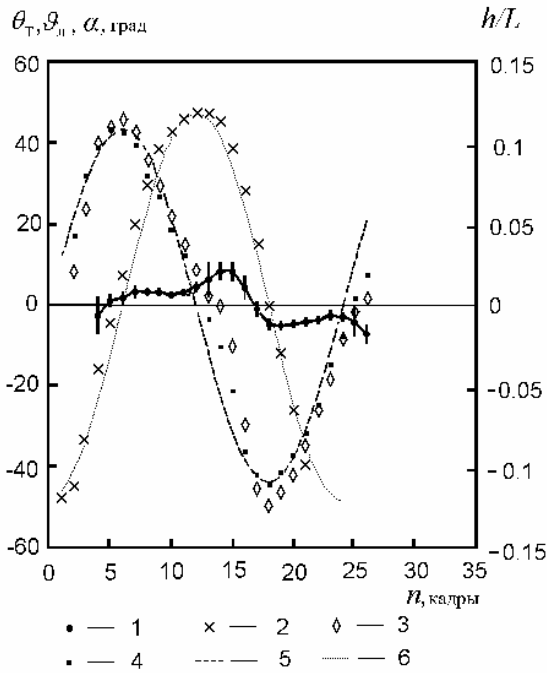


Рис. 2. Сводные данные по кинематическим параметрам хвостовой лопасти дельфина, определенные экспериментально (1–4) и гармонические функции (5, 6), приведенные для сравнения): 1 – угол атаки ( $\alpha$ ); 2 – амплитудная функция ( $h/l$ ); 3 – функция угла наклона траектории лопасти к горизонтальной оси ( $\theta_T$ ); 4 – функция угла наклона лопасти ( $\varphi_{II}$ )

потока от 5 до 25 м/с. Видно, что при скоростях меньше 8 м/с коэффициент сопротивления модели со шкурой меньше коэффициента сопротивления модели без шкуры.

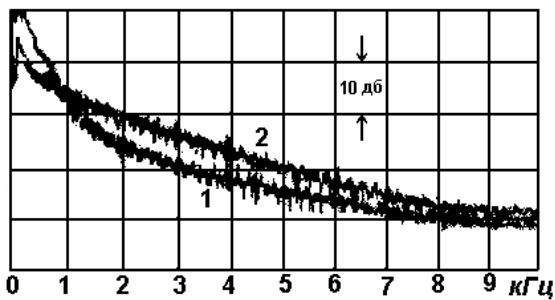


Рис. 3. Спектры пульсаций скорости вблизи поверхности модели, оклеенной шкурой (1), и модели без шкуры (2)

Экспериментально изучена кинематика и энергетика рыб [16, 17, 34, 35]. Показано, что сопротивление активно плавающей рыбы меньше, чем мертвой и чем жесткого тела вращения [17].

Показано, что волосистой покров северного морского котика при погружении в воду сохраняет воздушную прослойку, которая влияет на терморегуляцию тела и, возможно, его гидродинамику [18]. Экспериментально на модели, оклеенной шкурой байкальской нерпы, в гидродинамической трубе показано, что волосистой покров байкальской нерпы приводит к значительному изменению тонкой структуры пограничного слоя и уменьшению гидродинамического сопротивления в интервале скоростей, характерных для плавания животного [19, 20]. На рис. 3 показаны спектры пульсаций скорости в пограничном слое на модели, оклеенной шкурой, и на модели без шкуры. Видно, что пульсации вблизи шкуры приблизительно в 2 раза меньше, чем на модели без шкуры.

На рис. 4 приведен коэффициент сопротивления модели без шкуры и модели, оклеенной шкурой, в диапазоне скоростей

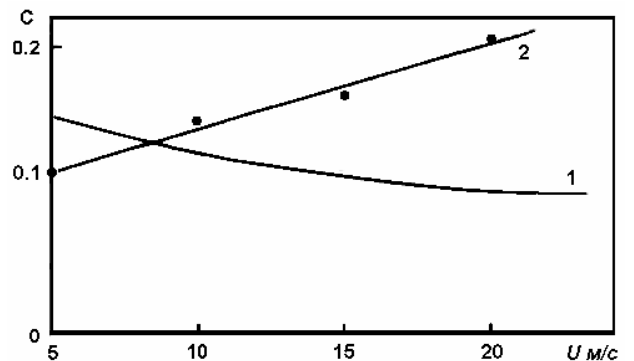


Рис. 4. Коэффициент сопротивления модели без шкуры (1) и модели, оклеенной шкурой (2). (Рассчитан по площади миделя)

**Экспериментальные биогидродинамические исследования за рубежом.** Активные исследования гидродинамики рыб и дельфинов в западных странах и США возобновились в конце прошлого века. Проводились, главным образом, морфологические и кинематические исследования дельфинов. Кинематика хвостовой лопасти исследуется только в простейшем варианте (частота, амплитуда колебаний, углы наклона лопасти и атаки у четырех видов дельфинов в зависимости от скорости плавания) [36–39]. Процедура измерений углов наклона и атаки не отличается корректностью. Лопасть дельфина считается

плоской (не деформированной) в процессе активного плавания. Исследований кинематики и гидродинамики тела дельфина и тонкой структуры пограничного слоя не проводилось.

Исследования плавания рыб ведутся в лабораторных условиях на хорошей технике с использованием современных измерительных методов [40-42]. Изучено распределение скоростей обтекания как в окрестности тела, так и в пограничном слое на теле рыбы и коэффициент сопротивления при докритических числах Рейнольдса. Большое внимание уделяется изучению вихреобразования в процессе плавания рыбы и его роли в создании тяги.

Созданы модели рыб [43, 44], развивающие тягу и иллюстрирующие механизмы снижения сопротивления трения, аналогичные тем, которые были получены в бывшем СССР на дельфинах 30 лет назад [13, 14]. Заслуживает внимания построенная секционная модель тунца (восемь секций), на теле которой формируется локомоторная волна, создающая тягу. На рис. 5 показана схема привода модели.

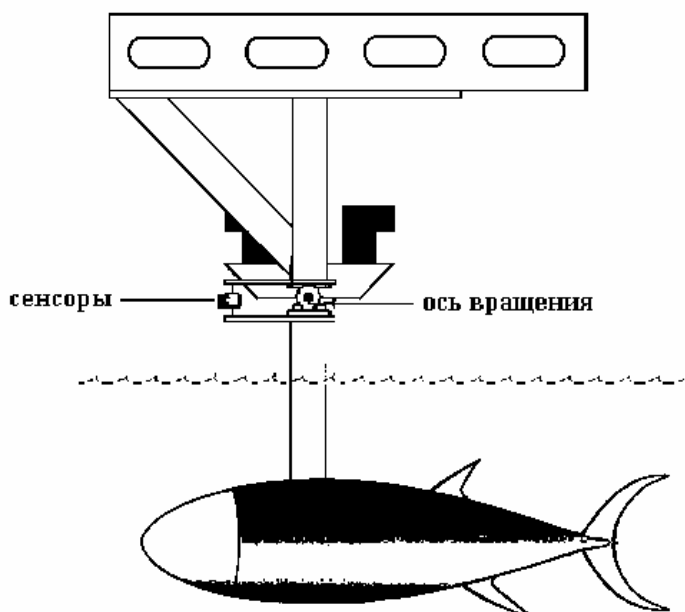
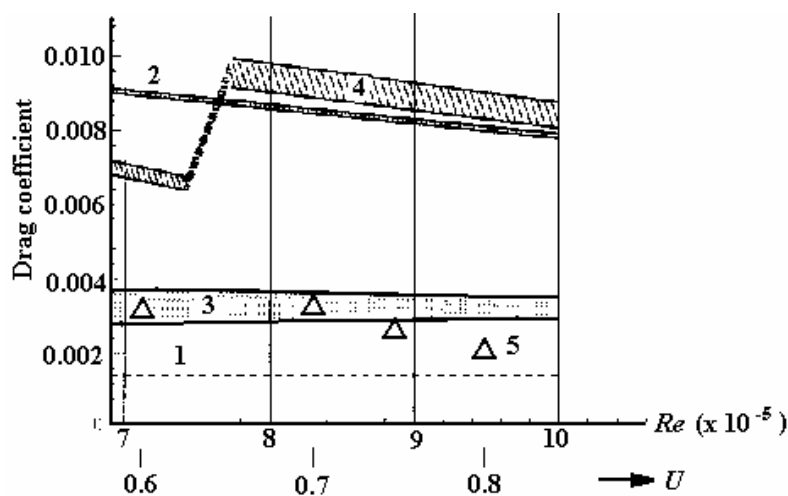


Рис. 5. Схема привода модели тунца

коэффициента сопротивления модели: первый механизм связывают с возникающим вдоль тела модели отрицательным градиентом динамического давления, второй (гипотетический) – с системой вихрей, формирующихся вблизи колеблющегося тела модели.



1 – ламинарное обтекание плоской пластины; 2 – турбулентное обтекание жесткого тела вращения с отношением осей 5:1; 3 – ламинарное обтекание того же тела вращения; 4 - обтекание модели тунца как жесткого тела (не совершающей локомоторных движений); 5 (треугольники) – сопротивление модели тунца, совершающей локомоторные движения

Рис. 6. Коэффициент сопротивления модели тунца

**Экспериментальные исследования жестких и гибких крыльев в режиме движителя, моделирующих хвостовую лопасть дельфина.** Большое внимание в последние годы на западе и в США уделяется экспериментальному изучению работы жестких и гибких крыльев большого удлинения (в режиме движителя), совершающих колебания с большой амплитудой [45-47]. Изучено движение крыльев при двух кинематических режимах: традиционном, когда линейные колебания крыла и угол его наклона изменяются по гармоническому закону, и нетрадиционному, когда по гармоническому закону изменяются углы наклона и атаки, а линейные колебания при этом совершаются по сложному негармоническому закону. Установлено, что более эффективен нетрадиционный кинематический режим.

В работе [46] экспериментально исследовано упругое крыло. Конструктивно крыло изготовлено из резиноподобного материала с жесткой центральной частью небольшого размера, через которую осуществлялось управление крылом. Упругую часть изготавливали из разных упругих материалов, различающихся модулем Юнга. В результате испытаний нескольких таких крыльев удалось подобрать материал, который обеспечивал эффективность (коэффициент полезного действия) до 87% (что на 37% выше, чем у жесткого). При этом оказалось, что коэффициент тяги такого крыла на 7% выше, чем у жесткого.

Большим недостатком этих работ является то, что в них исследуются крылья при одном фиксированном положении оси вращения (на расстоянии 1/3 и 1/4 хорды от передней кромки крыла). Хорошо известно, что тяговые характеристики и эффективность работы крыла очень сильно зависят от положения оси вращения [32, 48-53]. Это иллюстрирует рис. 7 [51], из которого следует, что коэффициент тяги крыла может возрасти в несколько раз, если ось вращения отодвигается к задней кромке и за ее пределы.

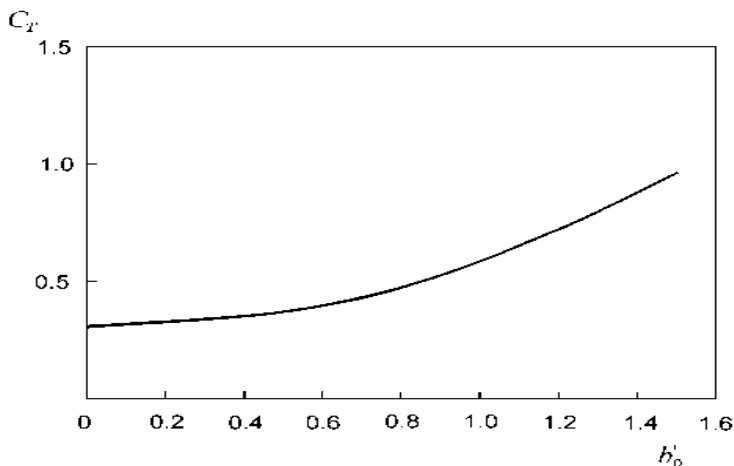


Рис. 7. Зависимость коэффициента тяги крыла от положения оси вращения (относительного расстояния оси вращения крыла от передней кромки, в хордах крыла)

В нашей стране экспериментальных работ, к сожалению, очень мало: известна лишь одна работа [54], в которой исследуется жесткое крыло, совершающее малоамплитудные гармонические движения. Еще несколько публикаций [55-59] посвящено разработке практически полезных конструкций. Необходимо развивать экспериментальные исследования таких движителей, учитывающих кинематические особенности хвостового плавника дельфина, колеблющихся с большой амплитудой и при различных положениях оси вращения.

**Теоретические исследования жестких и гибких крыльев в режиме движителя.** Теоретические оценки эффективности работы крыла как движителя в настоящее время проводятся численными методами, требующими специальных знаний и навыков [48-53, 60-64]. В последние годы ведутся работы по созданию теории крыла на основе гидродинамических производных с получением относительно простых расчетных формул, которые позволяют проводить оперативную оценку гидродинамических сил, развиваемых жестким крылом, и его коэффициента полезного действия при больших амплитудах колебаний и произвольном положении оси вращения крыла [65-68]. Одной из причин, стимулировавших развитие этих работ, послужило желание разработать относительно простую и оптимальную теоретическую модель, отражающую основные характеристики хвостовой

лопасти дельфина (большую амплитуду угловых и линейных колебаний, положение оси вращения лопасти).

За основу принято решение плоской (двумерной) малоамплитудной задачи о неустановившемся движении тонкого профиля, которая была рассмотрена, в частности, в работах А.И.Некрасова [69] и Л.И.Седова [70]. В случае малых колебаний профиля относительно некоторого основного движения авторами были получены выражения для гидродинамических сил, допускающие простое физическое толкование.

Пусть имеется тонкое крыло, движущееся в безграничном объеме жидкости, покоящейся на бесконечности, и движение крыла можно представить в виде основного движения со скоростью  $U_0$  и наложенного на него добавочного движения с малыми перемещениями и скоростями. При рассмотрении движения крыла в подвижной системе координат  $XOY$ , движущейся со скоростью  $U_0$ , полагалось, что при колебаниях с задней кромки профиля сходит линия разрыва скоростей или вихревая пелена и на задней кромке выполняется условие Чаплыгина-Жуковского о конечности скорости. При этом были получены следующие выражения для подъемной силы  $Y$ , нормальной к линии профиля, и подсосывающей силы  $X$ , направленной вдоль линии профиля:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho \pi b U_0 (v_n - b\omega_z/4) - \rho \frac{b}{2} U_0 \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}}, \quad (1)$$

$$X = \rho \pi b \left( v_n + (1/2\pi) \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}} \right)^2, \quad (2)$$

где  $m^* = \rho \pi (b/2)^2$  – присоединенная масса профиля;  $b/2$  – половина хорды;  $v_n$  – нормальная скорость в центре профиля;  $\omega_z = d\vartheta/dt$  – угловая скорость;  $\vartheta(t)$  – угол наклона крыла к горизонтальной оси;  $\gamma(\xi, t)$  – вихревая интенсивность в следе на расстоянии  $\xi$  от центра крыла.

Несложными преобразованиями выражения (1) и (2) можно представить в виде:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \Gamma, \quad (3)$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \Gamma - \rho \pi b u_* (v_n - u_*).$$

Здесь величину  $\Gamma = \pi b \left( v_n - \frac{b\omega_z}{4} - u_* \right)$  можно рассматривать как присоединенную циркуляцию, а  $u_* = \frac{1}{2\pi} \int_{b/2}^{\infty} \frac{\gamma(\xi, t) d\xi}{\sqrt{\xi^2 - (b/2)^2}}$  как некоторую эффективную вызванную скорость,

обусловленную наличием за крылом вихревой пелены.

Теперь рассмотрим задачу о неустановившемся движении крыла конечного размаха в постановке, аналогичной постановке в плоской задаче. При этом пусть форма крыла в плане будет симметрична относительно центральной линии  $OZ$  (рис. 8).

Будем полагать, что в случае неустановившегося движения крыла конечного размаха влияние следа на гидродинамические характеристики крыла можно, как и в плоской задаче, учесть введением некоторой эффективной индуцируемой скорости. При этом будем считать применимым метод плоских сечений и будем допускать справедливость соотношений, аналогичных (3):

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U_0 \int_{-l}^l \Gamma(z) dz,$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i,$$

где  $m^*$  - присоединенная масса крыла;  $X_i = \rho \pi \int_{-l}^l b(z) f_*(z) (v_n - f_*(z)) dz$  - индуктивное «сопротивление»;  $f_*$  - некоторая эффективная скорость, индуцируемая вихревой пеленой, остающейся в следе;  $v_n$  - нормальная скорость крыла в точках оси симметрии крыла  $OZ$ ;  $b(z)$  - хорда крыла в сечении  $z = \text{const}$ ;  $l$  - полуразмах крыла.

Для бесконечного крыла выражение для индуктивного сопротивления будет иметь вид:

$$X_i = \rho \pi b u_* (v_n - u_*).$$

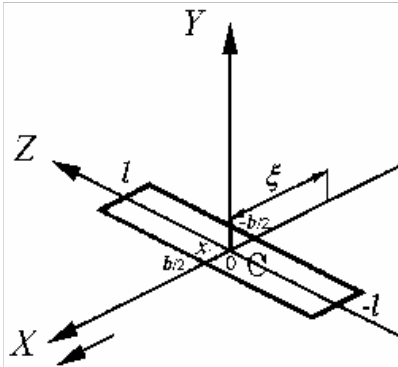


Рис. 8. Схема, поясняющая постановку задачи

До сих пор мы рассматривали случай малоамплитудных колебаний бесконечного крыла и крыла конечного размаха. Теперь перейдем к случаю больших амплитуд колебаний крыла.

Рассмотрим движение крыла конечного размаха в неограниченном объеме жидкости (см. рис. 8). Пусть форма крыла в плане является симметричной относительно оси  $OZ$  и в системе координат  $OXYZ$ , движущейся с постоянной скоростью  $U_0$  в направлении  $OX$ , движение крыла задается законом колебаний  $y = y(t)$ ,  $\alpha = \alpha(t)$  и  $\vartheta = \vartheta(t)$ ,  $\vartheta$  - угол наклона крыла к горизонтальной оси,

$\alpha$  - угол атаки. Будем допускать, что при больших амплитудах поперечных и угловых колебаний мгновенные значения угла атаки являются малыми величинами, и характер обтекания крыла является безотрывным. Тогда, исходя из физических закономерностей, для составляющих гидродинамических сил в рассматриваемом случае будут справедливы соотношения, аналогичные (3):

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U \cos \alpha \int_{-l}^l \Gamma(z) dz, \tag{4}$$

$$X = m^* v_n \omega_z + \rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i.$$

Здесь:  $U$  - абсолютная скорость движения крыла (относительно неподвижной жидкости);  $v_n$  - нормальная к плоскости крыла составляющая скорости  $U$ ;  $m^*$  - присоединенная масса крыла;  $\Gamma$  - циркуляция в сечении крыла  $Z$ ;  $\rho$  - плотность жидкости;  $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$ .

Подъемная сила  $Y$ , нормальная к плоскости крыла, включает составляющую, обусловленную влиянием инерционности среды, и циркуляционную составляющую. Вектор подсосывающей силы  $X$  в плоскости крыла перпендикулярен оси  $OZ$ . Величина  $X$  определяется значениями инерционного члена  $m^* v_n \omega_z$ , циркуляционного  $\rho v_n \int_{-l}^l \Gamma(z) dz$  и индуктивного сопротивления  $X_i$ . Циркуляционные составляющие в соотношениях для подъемной и подсосывающей сил являются соответствующими проекциями силы Жуковского  $\rho U \int_{-l}^l \Gamma(z) dz$ , нормальной к вектору мгновенной скорости движения крыла  $U$ .

Величины  $U$ ,  $v_n$  определены в точках оси симметрии крыла  $OZ$ .

$$v_n = V_y \cos\vartheta - U_0 \sin\vartheta = U \sin\alpha,$$

где  $V_y = dy/dt$ ,  $\alpha$  - мгновенный угол атаки крыла (считается малым).

Проекция гидродинамических сил на ось  $OX$  (сила тяги), будет иметь вид:

$$F_x = X \cos\vartheta - Y \sin\vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos\vartheta. \quad (5)$$

Здесь и далее  $C$  – суммарный коэффициент сопротивления крыла (трения и формы).

На основании (4) и (5) выражение для  $F_x$  можно представить в виде:

$$F_x = m^* \frac{d(v_n \sin\vartheta)}{dt} + \rho V_y \int_{-l}^l \Gamma(z) dz - X_i \cos\vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos\vartheta.$$

Из последнего соотношения следует, что при периодическом законе колебаний среднее за период колебания крыла значение тяги  $\overline{F_x}$  будет в основном определяться циркуляционным членом и индуктивным сопротивлением.

В линейном приближении для подъемной силы  $Y$  может быть сделана следующая оценка [71]:

$$Y = -m^* \frac{dv_n}{dt} - \rho U \cos \alpha \int_{-l}^l \Gamma(z) dz = \frac{\rho U^2}{2} S \left( -C_y^\alpha \frac{v_n}{U} - C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} + C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z}{U} + C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right), \quad (6)$$

где  $C_y^\alpha$ ,  $C_y^{\dot{\alpha}}$ ,  $C_y^{\omega_z}$ ,  $C_y^{\dot{\omega}_z}$  - коэффициенты гидродинамических производных [71];  $b$  и  $S$  – хорда и площадь крыла соответственно.

При оценках  $Y$  примем, что коэффициенты гидродинамических производных являются постоянными в течение периода колебаний, зависящими от числа Струхала, которое имеет вид:

$$Sh_0 = \frac{\omega b}{U_0}.$$

Из выражения (6) получим:

$$\int_{-l}^l \Gamma(z) dz = -\frac{m^* \dot{v}_n}{\rho U \cos \alpha} + \frac{US}{2 \cos \alpha} \left( C_y^\alpha \frac{v_n}{U} + C_y^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{v}_n b}{U^2} - C_y^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U} - C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U^2} \right). \quad (7)$$

С учетом выражения (7) получим формулу для тяги:

$$F_x = m^* \frac{d(v_n \sin\vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2 \cos \alpha} \left( \begin{array}{l} C_y^\alpha v_n V_y + b \left( C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \dot{v}_n \sin\vartheta - \\ - C_y^{\omega_z} b \omega_z V_y - C_y^{\dot{\omega}_z} b^2 \dot{\omega}_z \sin\vartheta \end{array} \right) - X_i \cos\vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \cos\vartheta, \quad (8)$$

где  $\theta = \alpha + \vartheta$  - угол наклона траектории движения крыла.

Соотношение (8) получено в предположении, что кинематические параметры крыла заданы относительно его центра. Однако более интересен общий случай, когда кинематические параметры заданы относительно любой точки продольной оси крыла. Это особенно важно применительно к плаванию дельфинов и рыб с полулунным хвостовым плавником. Пусть в системе координат  $OXYZ$ , движущейся в направлении оси  $OX$  с постоянной скоростью  $U_0$ , движение крыла задано периодическим законом колебаний точки  $x_1$  (см. рис. 8): Для оценки гидродинамических сил, развиваемых крылом в этом случае, можно воспользоваться полученным соотношением (8), однако, все необходимые соотношения, описывающие движение крыла, должны быть записаны относительно его центра. Закон движения рассматриваемого крыла относительно центра определяется проекциями скоростей центра крыла относительно неподвижной жидкости:

$$V_{xc} = V_0 - \omega_z x \sin\vartheta, \quad (9)$$

$$V_{yc} = V_{y1} + \omega_z x \cos\vartheta, \quad (10)$$



где  $V_{y1} = \dot{y}_1(t)$ ,  $\omega_z = \dot{\vartheta}(t)$ ,  $y_1(t)$  - вертикальные колебания крыла,  $x$  - расстояние от центра крыла до точки  $x_1$ . Точка над буквой здесь и далее обозначает производную по времени.

Формула (8) после усреднения по времени будет иметь вид для случая, когда кинематические параметры движения крыла заданы относительно точки  $x_1$  и пересчитаны к центру крыла (угол атаки считается малым):

$$\bar{F}_{xc} = \frac{\rho S}{2} \left( C_y^\alpha \overline{v_{nc} V_{yc}} + b \left\{ C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right\} \overline{\dot{v}_{nc} \sin \theta_c} - b C_y^{\omega_z} \overline{\omega_z V_{yc}} - b^2 C_y^{\dot{\omega}_z} \overline{\dot{\omega}_z \sin \theta_c} \right) - \overline{X_{1c} \cos \vartheta} - \frac{\rho S}{2} \overline{U_c^2 C \cos \vartheta}. \quad (11)$$

Формула (11) отличается от формулы (8) наличием индекса “с” у тех величин, которые пересчитаны к центру крыла. Аналогично соотношениям (9) и (10) выпишем выражения для других величин

$$\begin{aligned} v_{nc} &= V_{y1} \cos \vartheta - U_0 \sin \vartheta + \omega_z x = U_c \sin \alpha_c, \\ \theta_c &= \alpha_c + \vartheta = \arctg(V_{yc} / V_{xc}), \\ U_c^2 &= V_{yc}^2 + V_{xc}^2, \end{aligned}$$

где  $\alpha_c$  - угол атаки, пересчитанный к центру крыла.

Угол наклона крыла не имеет индекса “с”, так как он одинаков во всех точках крыла, в том числе и в точке  $x_1$ . Поэтому он определяется кинематическими параметрами именно этой точки (мгновенным углом набегающего потока  $\theta_1$  и углом атаки  $\alpha_1$  в точке  $x_1$ ).

Коэффициент полезного действия (КПД) крыла определяется как отношение полезной энергии к затрачиваемой:

$$\eta = \frac{\bar{A}_c}{\bar{P}_c},$$

где  $\bar{A}_c = \overline{F_{xc} U_0}$  и

$$\bar{P}_c = -\overline{F_{yc} V_{yc}} - \overline{M_{zc} \omega_z}. \quad (12)$$

Здесь  $F_{xc}$  и  $F_{yc}$  - горизонтальная и вертикальная силы, действующие на крыло, соответственно,  $V_{yc}$  - вертикальная скорость крыла,  $M_{zc}$  - момент сил относительно оси вращения крыла, который имеет вид:

$$M_{zc} = \frac{\rho S b U_c^2}{2} \left[ -m_z^\alpha \alpha_c - m_z^{\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha}_c b}{U_0} + m_z^{\omega_z} \frac{\omega_z b}{U_0} + m_z^{\dot{\omega}_z} \frac{\dot{\omega}_z b^2}{U_0^2} \right],$$

где  $m_z^\alpha, m_z^{\dot{\alpha}}, m_z^{\omega_z}, m_z^{\dot{\omega}_z}$  - коэффициенты вращательных производных момента [71].

Проекция гидродинамических сил на ось  $OY$ , будет иметь вид (кинематические параметры определены в центре крыла):

$$F_y = X \sin \vartheta + Y \cos \vartheta - \frac{\rho S U^2}{2} C \sin \vartheta. \quad (13)$$

Если кинематические параметры определены в произвольной точке крыла, выражение (13) примет вид (при условии малости угла атаки):

$$F_{yc} = -m^* \frac{d(v_{nc} \cos \vartheta)}{dt} + \frac{\rho S}{2} \left[ -C_y^\alpha v_{nc} V_{xc} - \left( C_y^{\dot{\alpha}} - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) b \dot{v}_{nc} \cos \theta_c + \right. \\ \left. + C_y^{\omega_z} \omega_z b V_{xc} + C_y^{\dot{\omega}_z} \dot{\omega}_z b^2 \cos \theta_c \right] - X_{1c} \sin \vartheta - \frac{\rho S U_c^2}{2} C \sin \vartheta.$$

Первый член в формуле (12) после усреднения по времени будет иметь вид:

$$-\overline{F_{yc}V_{yc}} = m^*V_{yc} \frac{d(\overline{v_{nc} \cos \vartheta})}{dt} + \frac{\rho S}{2} \left[ C_y^\alpha \overline{v_{nc} V_{xc} V_{yc}} + \left( C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \overline{b \dot{v}_{nc} V_{yc} \cos \theta_c} - \right. \\ \left. - C_y^{\omega_z} \overline{\omega_z b V_{xc} V_{yc}} - C_y^{\dot{\omega}_z} \overline{\dot{\omega}_z b^2 V_{yc} \cos \theta_c} \right] + \\ + \overline{X_{ic} V_{yc} \sin \vartheta} + \frac{\rho S U_c^2 V_{yc}}{2} C \sin \vartheta \quad (14)$$

Второй член также после усреднения может быть записан в виде:

$$-\overline{M_{zc} \omega_z} = \frac{\rho S b}{2} \left[ m_z^\alpha \overline{\alpha_c \omega_z U_c^2} + m_z^\alpha \frac{\dot{\alpha}_c b \omega_z U_c^2}{U_0} - m_z^{\omega_z} \frac{\overline{\omega_z^2 b U_c^2}}{U_0} - m_z^{\dot{\omega}_z} \frac{\overline{\dot{\omega}_z \omega_z b^2 U_c^2}}{U_0^2} \right], \quad (15)$$

Формулы (11), (14) и (15) имеют общий вид и справедливы при любых кинематических параметрах и формах крыла. Они могут быть использованы для оценки тяги и КПД крыла численными методами, что очень громоздко и требует определенной квалификации в области вычислительной математики.

Для каждого конкретного набора кинематических параметров формулы (11), (14) и (15) могут быть упрощены путем процедуры усреднения в каждом члене. В результате без большого труда может быть получен набор расчетных формул [65]-[68], которые с достаточной точностью могут быть использованы для оперативной оценки гидродинамических сил и КПД, развиваемых крылом. Приведем эти формулы для случая гармонических линейных и угловых колебаний крыла:

$$y_1 = y_0 \sin \omega t, \quad \vartheta = \vartheta_0 \cos \omega t.$$

Формула (11) может быть представлена в форме коэффициентов тяги:

$$C_T = \frac{2\overline{F_{xc}}}{\rho S U_0^2} = C_{T1} + C_{T2} + C_{T3} + C_{T4} + C_{T5} + C_{T6}. \quad (16)$$

Входящие в формулу (16) коэффициенты тяги имеют вид:

$$C_{T1} = C_y^\alpha \left( \frac{\overline{v_n V_y}}{U_0^2} + A \right),$$

$$\text{где } \frac{\overline{v_n V_y}}{U_0^2} = \frac{1}{\lambda_p} \left[ \begin{array}{l} 0.5 \left( \frac{1}{\lambda_p} - \vartheta_0 \right) - 0.188 \vartheta_0^2 \left( \frac{1}{\lambda_p} - 0.333 \vartheta_0 \right) + \\ + 0.013 \vartheta_0^4 \left( \frac{1}{\lambda_p} - 0.2 \vartheta_0 \right) \end{array} \right], \quad A = \frac{\vartheta_0^2 (Sh_0)^2 X^2}{2} \left[ 1 - \frac{\vartheta_0^2}{8} \left( 1 - \frac{\vartheta_0^2}{24} \right) \right],$$

Здесь и далее  $X = \frac{x}{b}$ ,  $\lambda_p = U_0 / \omega y_0$ .

$$C_{T2} = - \left( C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) \frac{1}{X} A;$$

$$C_{T3} = - C_y^{\omega_z} \frac{1}{X} A;$$

$$C_{T4} = C_y^{\dot{\omega}_z} \frac{\sqrt{2} (Sh_0)^2 \vartheta_0}{\sqrt{2\lambda_p^2 + 1}} \left[ \begin{array}{l} 0.5 - \frac{0.125}{(2\lambda_p^2 + 1)} + \frac{0.0938}{(2\lambda_p^2 + 1)^2} - \\ - \frac{0.0586}{(2\lambda_p^2 + 1)^3} + \frac{0.052}{(2\lambda_p^2 + 1)^4} \end{array} \right];$$

$$C_{T5} = -C_y^\alpha \left( 1 - \frac{C_y^\alpha}{2\pi} \right) \left( \frac{\overline{v_n^2 \cos \vartheta}}{U_0^2} + A \right);$$

$$\text{где } \frac{\overline{v_n^2 \cos \vartheta}}{U_0^2} = 0.5 \left[ \begin{aligned} & \left( \frac{1}{\lambda_p} - \vartheta_0 \right)^2 - 1.125 \vartheta_0^2 \left( \frac{1}{\lambda_p^2} - 1.556 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} + 0.556 \vartheta_0^2 \right) + \\ & + 0.547 \vartheta_0^4 \left( \frac{1}{\lambda_p^2} - 1.162 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} + 0.289 \vartheta_0^2 \right) - \\ & - 0.137 \vartheta_0^6 \left( \frac{1}{\lambda_p^2} - 0.844 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} + 0.144 \vartheta_0^2 \right) \end{aligned} \right].$$

$$C_{T6} = -C \left( \frac{\overline{U_1^2 \cos \vartheta}}{U_0^2} + A \right),$$

$$\text{где } \frac{\overline{U_1^2 \cos \vartheta}}{U_0^2} = \left( 1 + \frac{0.5}{\lambda_p^2} - \frac{0.188 \vartheta_0^2}{\lambda_p^2} - 0.25 \vartheta_0^2 \right).$$

Здесь допущено упрощение  $U_1^2 \approx U_0^2 + y_0^2 \omega^2 \cos^2 \omega t$ .

Формула для присоединенной массы крыла бесконечного размаха на единицу длины имеет вид:  $m^* = \rho \pi b^2 / 4$ ; для прямоугольного крыла:  $m^* \approx 0.9 \rho l (\pi b^2 / 2)$ ; для треугольного крыла [25]:  $m^* = \rho \pi b^2 l / 6$ .

Формулу (12) можно представить в виде суммы коэффициентов мощности:

$$C_P = \frac{2\overline{P}_c}{\rho S U_0^3} = C_{P1} + C_{P2} + C_{P3} + C_{P4} + C_{P5} + C_{P6} + C_{P7} + C_{P8} + C_{P9} + C_{P10} + C_{P11},$$

которые имеют вид:

$$C_{P1} = m^* \frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0 X}{\rho S b} \left[ \begin{aligned} & \left( \frac{1}{\lambda_p} - \vartheta_0 \right) \left( 1 - 0.375 \vartheta_0^2 + 0.109 \vartheta_0^4 \right) - \frac{3 \vartheta_0^2}{4 \lambda_p} \left( 1 - 0.416 \vartheta_0^2 + 0.107 \vartheta_0^4 \right) - \\ & - \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - 0.375 \vartheta_0^2 + 0.026 \vartheta_0^4 \right) + \frac{\vartheta_0^3}{4} \left( 1 - 0.417 \vartheta_0^2 + 0.079 \vartheta_0^4 \right) \end{aligned} \right];$$

$$C_{P2} = C_y^\alpha \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\lambda_p} \left( 0.5 \left( \frac{1}{\lambda_p} - \vartheta_0 \right) - 0.188 \vartheta_0^2 \left( \frac{1}{\lambda_p} - 0.333 \vartheta_0 \right) + 0.013 \vartheta_0^4 \left( \frac{1}{\lambda_p} - 0.2 \vartheta_0 \right) \dots \right) + \\ & + (Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X^2 \left[ 0.5 + 0.0625 \vartheta_0^2 - 0.047 \vartheta_0^4 - 0.25 \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} \left( 1 - 0.332 \vartheta_0^2 + 0.08 \vartheta_0^4 \right) \right] \end{aligned} \right\};$$

$$C_{P3} = \left( C_y^\alpha - \frac{2m^*}{\rho S b} \right) (Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X \left[ \begin{aligned} & -0.5 + 0.1875 \vartheta_0^2 - 0.0547 \vartheta_0^4 + \\ & + \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} \left( -0.125 + 0.1146 \vartheta_0^2 - 0.029 \vartheta_0^4 \right) \end{aligned} \right];$$

$$C_{P4} = -C_y^{\omega_z} (Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X \left[ \begin{aligned} & 0.5 - 0.0625 \vartheta_0^2 + 0.0052 \vartheta_0^4 - \\ & - \frac{\vartheta_0}{\lambda_p} \left( 0.125 - 0.0104 \vartheta_0^2 + 0.0003 \vartheta_0^4 \right) \end{aligned} \right];$$

$$\begin{aligned}
 C_{P5} &= -C_y^{\omega_z} \left\{ -\frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0}{\sqrt{2(2\lambda_p^2+1)}} \left[ 1 - \frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.1875}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.117}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \frac{0.103}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] - \right. \\
 &\quad \left. -\frac{2(Sh_0)^4 \vartheta_0^4 \lambda_p^2 X^2}{(2\lambda_p^2+1)} \left[ 0.1146 + \frac{0.0287}{(2\lambda_p^2+1)^2} + \vartheta_0^2 \left( -0.0104 + \frac{0.0026}{(2\lambda_p^2+1)} \right) \right] \right\}; \\
 C_{P6} &= C_y^\alpha \left( 1 - \frac{C_y^\alpha}{2\pi} \right) \frac{\vartheta_0}{4} \left\{ +\frac{3}{\lambda_p^2} \left[ \frac{1}{2\lambda_p} (1 - 0.972\vartheta_0^2 + 0.371\vartheta_0^4) - \vartheta_0 (1 - 0.694\vartheta_0^2 + 0.184\vartheta_0^4) \right] + \right. \\
 &\quad \left. +\vartheta_0^2 \left( \frac{3}{2\lambda_p} - (Sh_0)^2 \vartheta_0 X^2 \right) (1 - 0.417\vartheta_0^2 + 0.08\vartheta_0^4) + \right. \\
 &\quad \left. +\frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X^2}{\lambda_p} (1.5 - 0.625\vartheta_0^2 + 0.16\vartheta_0^4) \right\}; \\
 C_{P7} &= C \frac{\vartheta_0}{2\lambda_p} \left[ \frac{3}{4\lambda_p^2} (1 - 0.417\vartheta_0^2 + 0.018\vartheta_0^4) + (1 - 0.125\vartheta_0^2 + 0.0052\vartheta_0^4) + (Sh_0)^2 \vartheta_0 X^2 \right]; \\
 C_{P8} &= \frac{m_z^\alpha (Sh_0)^2 \vartheta_0^2 (\sqrt{2\lambda_p^2+1}) X}{2\sqrt{2}\lambda_p} \left[ 1 - \frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2+1)^3} \right]; \\
 C_{P9} &= A_0 \left\{ (0.5 - 0.125\vartheta_0^2)(1 - \vartheta_0 \lambda_p) \left[ 1 - \frac{0.0625}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0146}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] - \right. \\
 &\quad -0.5(1 - \vartheta_0 \lambda_p) \left[ \frac{0.25}{(2\lambda_p^2+1)} + \frac{0.0234}{(2\lambda_p^2+1)^3} + \frac{0.0085}{(2\lambda_p^2+1)^5} \right] + \\
 &\quad +0.125\vartheta_0^2 (1 - \vartheta_0 \lambda_p) \left[ 0.5 - \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0122}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] - \\
 &\quad -\vartheta_0^2 (0.25 - 0.0208\vartheta_0^2) \left[ 0.5 - \frac{0.0156}{(2\lambda_p^2+1)^2} - \frac{0.0024}{(2\lambda_p^2+1)^4} \right] - \\
 &\quad \left. -\frac{2}{(2\lambda_p^2+1)} \left[ \left( 0.25 - 0.0625\vartheta_0^2 - \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. -\vartheta_0 \lambda_p (0.25 - 0.0208\vartheta_0^2) \right) \left( 0.5 + \frac{0.0469}{(2\lambda_p^2+1)^2} \right) \right] \right\},
 \end{aligned}$$

где  $A_0 = \frac{m_z^\alpha (Sh_0)^2 \vartheta_0 \sqrt{2\lambda_p^2+1}}{\sqrt{2}\lambda_p^2}$ .

$$C_{P10} = -m_z^{\omega_z} \frac{(Sh_0)^2 \vartheta_0^2}{2} \left[ 1 + \frac{1}{4\lambda_p^2} + \frac{3(Sh_0)^2 \vartheta_0^2 X^2}{4} \right];$$

$$C_{P11} = 0.$$

На рис. 9 представлено сравнение результатов численных решений по линейной и нелинейной теориям для КПД жесткого крыла с удлинением более 6 и результатов вычис-

лений по приведенным формулам (в предположении, что крыло бесконечное и что сопротивление трения и формы крыла отсутствуют). В этом случае  $C_{T6} = C_{P7} = 0$ .

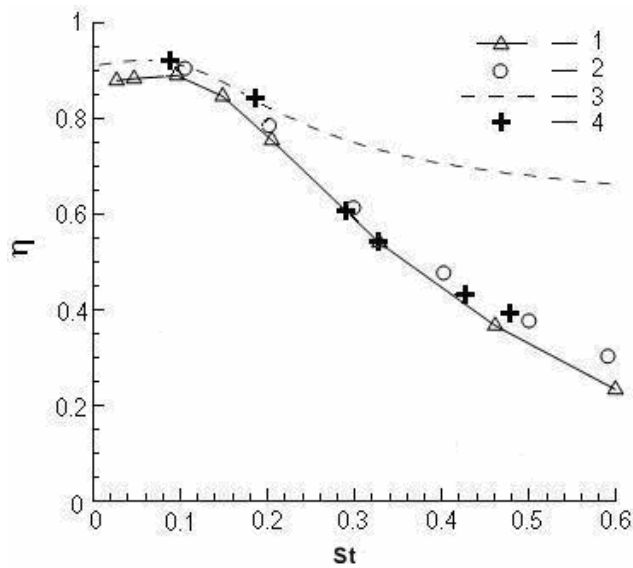


Рис. 9. Сравнение результатов численных решений с результатами вычислений по приведенным формулам: 1 и 2 – результаты численных решений в работах [63] и [45] соответственно; 3 – линейная теория; 4 – результаты вычислений по приведенным формулам

ва иллюстраций. Кроме того, именно оценка КПД по приведенным формулам является новой и нигде ранее не публиковалась.

Оценка КПД хвостовой лопасти дельфина по приведенным формулам (и с учетом экспериментальных исследований гибких крыльев) показала, что его величина превышает 90%. При этом учитывалось то обстоятельство, что КПД гибких крыльев выше (иногда значительно), чем жестких [46].

Приведенные расчетные формулы имеют определенные ограничения (некоторые указаны в тексте); прежде всего они касаются угла атаки крыла. Формулы получены в предположении малости угла атаки (не более 15-20 градусов). Числа Струхалия должны быть не более 2 (при относительной амплитуде колебаний крыла равной 0.75) и 4 (при относительной амплитуде равной 0.25).

Точность оценок гидродинамических характеристик крыльев по приведенным формулам проверялась путем оценки этих же характеристик по точным формулам (11) и (12) для одних и тех же кинематических параметров. Погрешность оценок по расчетным формулам в большинстве случаев не превышает 3-5 процентов.

Проведенные в нашей стране исследования кинематики и гидродинамики дельфинов, рыб и ластоногих очень ценны, носят пионерский характер, но они единичны и нуждаются в повторении, уточнении и проверке. Необходимо продолжать измерение пульсаций скорости и динамического давления в пограничном слое на теле свободно плавающих дельфинов, рыб и ластоногих с целью уточнения механизмов ламинаризации пограничного слоя и уменьшения сопротивления трения. Тем более что в настоящее время инструментальные возможности значительно лучше, чем 30-40 лет назад.

Необходимо грамотное экспериментальное и теоретическое моделирование плавникового движителя дельфинов и рыб с учетом их формы и гибкости. Приведенные в настоящей работе результаты являются началом серии исследований по математическому моделированию гидродинамических крыльев вообще и плавникового движителя дельфи-

Кинематические параметры крыла: относительная амплитуда колебаний  $h_0/b = 0.75$ ; угол атаки  $5^\circ$ ; фазовый сдвиг между угловыми и линейными колебаниями  $90^\circ$ . Видно хорошее согласование результатов. По вертикальной оси – КПД. По горизонтальной – число Струхалия  $St = \frac{fA}{U_0}$ . Здесь  $f$  – частота колебаний крыла;  $A$  – полный размах колебаний крыла. В таком виде число Струхалия использовано в работе [45].

Сравнение проведено только для коэффициента полезного действия, как иллюстрация применимости полученных формул. Сравнение по большому набору гидродинамических характеристик привело бы к неоправданному увеличению объема статьи и количества

нов в частности. Результаты моделирования помогут в разработке судов с плавниковым двигателем. Необходимо дальнейшее развитие аналитических методов оценки эффективности работы крыла (в частности, с учетом его гибкости) как двигателя с получением расчетных формул, которые были бы доступны широкому кругу специалистов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 04-01-00366 «а»).

### Summary

The critical analysis of dolphins, fish and pinnipeds hydrodynamics in word-wide scientific literature for the last 70 years is presented. Biohydrodynamic researches in the former USSR and Russia are compared to the researches in other countries (including the USA). A lot of attention was paid to the investigation of thin structure of the dolphins and pinnipeds boundary layer in the former USSR and Russia. This method is essential for understanding of the dolphins hydrodynamic. Experiments of this kind haven't been carried out in Western Countries and the USA so far. The mathematical transformations and formulas to calculate the dolphins fluke model thrust and power coefficients and efficiency are presented.

### Литература

1. Gray J. Studies of Animal Locomotion // J. Exp. Biol. 1933. Vol.10. P.88-103.
2. Gray J. Studies of Animal Locomotion. VI. The Propulsiv Power of the Dolphin // J.Exp.Biol. 1936. Vol.13. № 2. P.192-199.
3. Parry D.A. The swimming of whales and a discussion of Gray's paradox // J.Exp.Biol. 1949. Vol.26. № 1. P.24-34.
4. Lang T.G. Porpoise, whales and fish. Comparision of predicted and observe speeds // Naval Eng.J. 1963. Vol.75. № 2. P.437-441.
5. Lang T.G., Pryor K. Hydrodynamic Performance of Porpoises (*Stenella attenuata*) // Science. 1966. Vol.152. № 3721. P.531-533.
6. Lang T.G., Norris K.S. Swimming speed of a Pacific bottlnose porpoise // Science. 1966. Vol.151. № 3710. P.588-590.
7. Webb P.W. Hydrodynamics and energetic of fish propulsion // Bull.Fish.Res.Bd Can. 1975. Vol.190. P.1-159.
8. Yates G.T. Hydrodynamics of body and caudal fin propulsion // In Fish Biomechanics (ed.P.W.Webb and D.Weih). New York: Praeger.1983. P.177-213.
9. Fish F.E. and Hui C.A. Dolphin swimming - a review // *Mamm.Rev.* 1991. Vol.21. P.181-195.
10. Fish F.E. (1993). Power output and propulsive efficiency of swimming bottlenose dolphins (*Tursiops truncatus*) // *J.exp.Biol.* 1993. Vol.185. P.179-193.
11. Бабенко В.В., Гнитецкий Н.А., Козлов Л.Ф. Предварительные результаты исследования упругих свойств кожи живых дельфинов // Бионика. 1969. Вып.3. С.12-19.
12. Пятецкий В.Е., Каян В.П. Некоторые кинематические характеристики плавания дельфина азовки // Бионика. 1972. Вып.6. С.18-21.
13. Романенко Е.В. О гидродинамике рыб и дельфинов // Морское приборостроение. Научн.-техн.сб. Сер. Акустика. 1972. Вып.1. С.154-161.
14. Романенко Е.В., Янов В.Г. Результаты экспериментов по изучению гидродинамики дельфинов // Бионика. 1973. Вып.7. С.52-56.
15. Козлов Л.Ф., Шакало В.М. Некоторые результаты измерений пульсаций скорости в пограничном слое дельфинов // Бионика. 1973. Вып.7. С.50-52.
16. Пятецкий В.Е. Гидродинамические характеристики плавания некоторых быстроходных морских рыб // Бионика. 1970. Вып.4. С.20-27.
17. Матюхин В.А. Биоэнергетика и физиология плавания рыб. Новосибирск: Наука, 1973.
18. Романенко Е.В. Соколов В.Е. Смачиваемость волосяного покрова северного морского котика // ДАН СССР. 1987. Т.297. № 4. С.990-994.
19. Романенко Е.В., Соколов В.Е., Калиниченко Н.М. Гидродинамические особенности шкуры байкальского тюленя // Тез. докл. V Всес.совещ. по изучению морских млекопитающих. Махачкала, 1973.
20. Романенко Е.В., Соколов В.Е., Калиниченко Н.М. Гидродинамические особенности волосяного покрова байкальского тюленя (*Phoca sibirica*) // Зоол. журн. Т.52, вып.10.
21. Семенов Н.П., Бабенко В.В., Каян В.П. Экспериментальное исследование некоторых особенностей гидродинамики плавания дельфинов // Бионика. 1974. Вып.8. С.23-31.
22. Пятецкий В.П. О кинематике плавания дельфина афалины // Бионика. 1975. Вып.9. С.41-46.
23. Козлов Л.Ф. Теоретическая биогидродинамика. Киев: Вища школа, 1983.
24. Романенко Е.В. Теория плавания рыб и дельфинов. М.: Наука, 1986.
25. Романенко Е.В. Гидродинамика рыб и дельфинов. Москва. КМК, 2001.

26. Романенко Е.В. Основы статистической биогиродинамики. М.: Наука, 1976.
27. Романенко Е.В. Экспериментальные исследования кинематики дельфинов // ДАН СССР. 1980. Т.253. № 3. С.741-743.
28. Романенко Е.В. Некоторые вопросы теории плавания рыб и дельфинов // ДАН СССР. 1980. Т.253. № 5. С.1082-1085.
29. Каян В.П. О коэффициенте сопротивления дельфина // Бионика. 1974. Вып.8. С.31-35.
30. Каян В.П. О гидродинамических характеристиках плавникового движителя дельфина // Бионика. 1979. Вып.13. С.9-15.
31. Романенко Е.В., Пушков С.Г. О положении оси вращения и угле атаки хвостовой лопасти дельфина // Успехи современной биологии. 1997. Т.117. Вып.4. С.496-504.
32. Romanenko E.Vol. Fish and Dolphin Swimming. Spfia-Moscow. PENSOFT. 2002.
33. Brett J.R. The swimming energetics of salmon. // Scient.Amer. 1965. Vol.213. № 2.
34. Пятецкий В.Е., Каян В.П. Кинематика и гидродинамика плавания черноморских сарганов // Бионика. 1971. Вып.5. С.5-11.
35. Пятецкий В.Е., Каян В.П. 1972. О характеристиках плавания озерной форели // Бионика. Вып.6. С.13-18.
36. Haun J.E., Hendricks E.W., Borkat F.R., Kataoka R.W., Carder D.A., Chun N.K. Dolphin hydrodynamics. Annual report FY 82. Technical report 935. Naval Ocean System Center. San Diego. California. 92152. 1983.
37. Videler J.J., Kamermans P. Differences between upstroke and downstroke in swimming dolphins // J.Exptl. Biol. 1985. Vol.119 P.265-274.
38. Rohr J.J., Hendricks E.W., Quigley L., Fish F.F., Gilpatrick J.W., Scardina-Ludwig J. Observations of Dolphin Swimming Speed and Strouhal Number. Technical Report 1769. Space and Naval Warfare Systems Center. San Diego. CA 92152-5001. April 1998.
39. Fish F.F., Rohr J.J. Review of Dolphin Hydrodynamics and Swimming Performance. Technical Report 1801. Space and Naval Warfare Systems Center. San Diego. CA 92152-5001. August 1999.
40. Videler J.J., Hess F. Fast continuous swimming of two pelagic predators, saithe (*Pollachius virens*) and mackerel (*Scomber scombrus*): a kinematic analysis // J.Exp.Biol. 1984. Vol.109. P.209-228.
41. Muller U.K., Bart L.E. van den Heuvel., Stamhuis E.J. Videler J.J. Fish foot prints: morphology and energetic of the wake behind a continuously swimming mullet (*Chelon labrosus*). In: In the wake of the fish: on the hydrodynamic interactions between swimming fish and water, the effects of the ontogenetic stages and swimming kinematics. 1997. P.61-85.
42. Erik J. Anderson, Wade R. Mcgillis and Mark A. Grosenbaugh. The boundary layer of swimming fish. // J.Exp.Biol. Vol.204. 2001. P.81-102.
43. Triantafyllou M.S., Triantafillou G.S. An Efficient Swimming Machine // Scientific American. March 1995. P.40-48.
44. Barrett D.S., Triantafilliu M.S., Yue D.K., Grosenbaugh M.A., Wolfgang M.J. Drag reduction in fish-like locomotion. // J. Fluid Mech. 1999. Vol.392. P.183-212.
45. Anderson J.M., Streitline K., Barret D.S., Triantafillou M.S. Oscillating foils of high propulsive efficiency // J. Fluid Mech. 1998. Vol. 360. P.41-72.
46. Prempraneerach P., Hover F.S., Triantafillou M.S. The effect of chordwise flexibility on the thrust and efficiency of a flapping foil. // 13<sup>th</sup> Int. Symp. Unmanned Untethered Submersible Techn., Durham, NH, Aug. 24-27. 2003.
47. Triantafillou M.S., Rechet A.H., Hoyer F.S. Review of Experimental Work in Biomimetic Foils // IEEE Journal of oceanic engineering. 2004. Vol.29. № 3. P.585-594.
48. Lighthill M.J. Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency // J.Fluid Mech. 1970. Vol.44. Pt.2. P.265-301.
49. Wu T Y-T. Hydromechanics of swimming propulsion. Pt.2. Some optimum shape problems // J.Fluid Mech. 1971. Vol.46. Pt.3. P.521-544.
50. Chopra M.G. Hydromechanics of lunate-tail swimming propulsion // J.Fluid Mech. 1974. Vol.64. Pt.2. P.375-391.
51. Зайцев А.А., Федотов А.А. Обтекание идеальной несжимаемой жидкостью тонкого крыла конечного размаха, колеблющегося с большой амплитудой. // Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 5. С.75-82.
52. Федотов А.А. Исследование обтекания идеальной жидкостью тонкого крыла конечного размаха, колеблющегося с большой амплитудой. 1987. Канд. дисс. Москва.
53. Шеховцов А.В. Нелинейная математическая модель работы хвостового плавника дельфина. // Прикладна гідромеханіка. 1999. Том 1(73). № 2. С.71-88.
54. Гребешов Э.П., Сагоян О.А. Гидродинамические характеристики колеблющегося крыла, выполняющего функции несущего элемента и движителя // Труды ЦАГИ. 1976. Вып.1725. С.3-30.
55. Носов Е.П., Рыжов В.А. Оценка основных характеристик движителей для специализированных судов // Судостроение. 1999. № 3 (724).

56. Носов Е.П., Рыжов В.А. Влияние упругости на эффективность плавниковых движителей // Судостроение. 2002. № 2 (741).
57. Носов Е.П., Рыжов В.А. Оценка основных характеристик движителей для специализированных судов // Судостроение. 1999. № 3. С.28-31.
58. Носов Е.П. Использование явления резонанса для повышения эффективности плавникового движителя // Судостроение. 1997. № 4. С.12-14.
59. Носов Е.П. Плавниковый движительно-рулевой комплекс // Судостроение. 1996. № 1. С.12-15.
60. Katz J., Weihs D. Large amplitude unsteady motion of flexible slender propulsor // J.Fluid Mech. 1979. Vol.90. Part 4. Pp.713-723.
61. Рыжов В.А., Гордон П.В. Гидродинамика упругого крыла-двигателя. Нелинейная модель. ГНЦ РФ ЦНИИ акад.А.Н.Крылова. 1998. Вып.7(29). С-Пб. С.89-98.
62. Pedro G., Suleman A., Djilali N. A numerical study of the propulsive efficiency of a flapping hydrofoil // Int.J.Numer. Meth. Fluids. 2003, Vol.42. P.493-526.
63. Shuchi Yang, Shijun Luo, Feng Lin, Her-Mann Tsai. Computation of the Flows over Flapping Airfoil by the Euler Equations // The AIAA 43<sup>rd</sup> Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, Jan. 10-13, 2005.
64. Горелов Д.Н. Методы решения плоских краевых задач теории крыла. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 214 с.
65. Пушков С.Г., Романенко Е.В. Гидродинамические силы, действующие на жесткое крыло при его движении с большими амплитудами поперечных и угловых колебаний // Успехи современной биологии, 2000. Т.120, № 2. С.207-216.
66. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом законе угловых колебаний // Успехи современной биологии. 2005. Т.125. № 5. С.478-483.
67. Пушков С.Г., Романенко Е.В., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом угле атаки // Успехи современной биологии. 2006. Т.126. № 3. С.305-311.
68. Романенко Е.В., Пушков С.Г., Лопатин В.Н. Гидродинамические силы, развиваемые крылом, при различных положениях оси его вращения. Тяга при гармоническом изменении углов наклона и атаки // Успехи современной биологии. 2007. Т.127. № 3. С.299-304.
69. Некрасов А.И. Теория крыла в нестационарном потоке. М.: Изд-во АН СССР, 1947. 258 с.
70. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1980. 448 с.
71. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. 767 с.

Статья поступила в редакцию 29.01.2008 г.