

Luku 7

Kvarkit ja leptonit

Tämän luvun tarkoituksena on antaa yleiskuva hiukkasfysiikan standardimallista. Ensiksi tutustumme *hadroneihin* — protoneihin, neutroneihin ja niiden isoveljiin — minkä jälkeen laitamme hadronisopan järjestykseen *kvarkkimallin* avulla. Vaikka kvarkit saattavat aluksi tuntua ihan mielikuvituksen tuotteelta kaikkine makuineen ja väreineen, kvarkkimalli on kuitenkin osoittautunut erinomaisen toimivaksi kuvaukseksi esimerkiksi selittämään, miksi hadronit näyttävät kerääntyvän melko samanmassaisiksi klimpeiksi tai asettuvan järkyttävän symmetrisesti tiettyjen kvanttilukujen avulla määriteltyihin koordinaatistoihin.

Määritelmänsä mukaan hadronit ovat *vahvan vuorovaikutuksen* sidottuja tiloja. Luvussa 7.2 katsotaankin, mistä vahvassa vuorovaikutuksessa oikein on kyse ja millainen on sen kvanttimekaaninen kuvaus. Matematiikasta innostuneiden harmiksi käsittely on tässä vaiheessa melko kvalitatiivinen; mittakentäteorioihin ja muihin hienouksiin päästään luvussa 8.

Kvarkkien lisäksi standardimalliin kuuluvat *leptonit*: elektronit, neutriinot ja näiden lähisukulaiset. Leptonit eivät tajua mitään vahvasta vuorovaikutuksesta, mutta ymmärtävät kyllä *heikon vuorovaikutuksen* päälle — kuten kyllä tekevät hadronitkin. Johdantona eri vuorovaikutuksiin (vahvaan, heikkoon ja sähkömagneettiseen sellaiseen) toimii luku 7.3. Luku 7.4 on puolestaan omistettu leptoneille ja heikolle vuorovaikutukselle. Luvussa 7.5 otetaan sähkömagnetismi heikon vuorovaikutuksen leikkikaveriksi ja yhdistetään nämä kaksi teoriaa saman tien yhdeksi ja samaksi *sähköheikoksi vuorovaikutukseksi*.

7.1 Hadronit

Edellä todettiin, että hadronit ovat hiukkasia, jotka näkevät vahvan vuorovaikutuksen. Hadroneita tunnetaan satoja, ja ne jakautuvat edelleen *baryoneihin* ja *mesoneihin*. Baryonit ovat fermioneja, tyypillisesti niiden spin on $s = \frac{1}{2}$ tai $s = \frac{3}{2}$, ja massa on suurempi kuin

900 MeV/c². Protoni ja neutroni ovat kevyimmät ja samalla ainoat stabiilit baryonit. Mesonit ovat keskiraskaita (massa 130–900 MeV/c²) hadroneita ja tilastollisen fysiikan mielessä bosoneja. Tyypillisesti niiden spin on $s = 0$ tai $s = 1$. Kevyimmät mesonit ovat kosmisesta säteilystä vuonna 1947 löydetyt pionit π^+ , π^- ja π^0 .

Varatut hadronit näkevät vahvan vuorovaikutuksen lisäksi sähkömagneettisen vuorovaikutuksen, ja kaikki hadronit vuorovaikuttavat myös heikon vuorovaikutuksen välityksellä. Vuorovaikutuksista puhutaan lisää seuraavissa kappaleissa, tässä vaiheessa riittää tietää, että vahva vuorovaikutus on vuorovaikutuksista voimakkain. Niinpä tarkasteltaessa mitä hyvänää hiukkasfysiikan reaktiota, jossa on mukana hadroneita, kannattaa ensiksi tsekata, voisiko se tapahtua vahvan vuorovaikutuksen välityksellä.

Kullakin hadronilla on oma *antihiuksensa*, jonka massa on sama kuin varsinaisella hiukkasella mutta varaus on vastakkaismerkinen — näinhän oli tilanne myös elektronin e^- ja positronin e^+ kanssa. Esimerkiksi protonin p antihiuksena on antiprotoni, jota merkitään symbolilla \bar{p} (varaus $-e$) ja neutronin puolestaan antineutroni \bar{n} .¹ Huomaa, että kaikilla hadroneilla antihiuksien nimeämisstrategia ei ole näin selkeä: esimerkiksi pionin π^+ antihiuksena on toinen varattu pioni π^- . Kaikki hadroneihin liittyvät outoudet, epäloogisuudet ja sekavuudet selittyvät ihan sillä, että hadroneita tunnistettiin ja nimettiin siinä järjestyksessä kuin niitä satuttiin löytämään; systemaattisuus tuli vasta myöhemmin. Taulukoissa 7.1 ja 7.2 on esitetty kevyimmät hadronit yhdessä niiden tärkeimpien *kvanttilukujen* kanssa. Seuraavaksi katsotaan tarkemmin, mitä nuo kaikki kvanttiluvut oikein ovat.

7.1.1 Kvanttiluvut ja säilymislaivit

Hadronit voivat siis hajota tai vuorovaikuttaa keskenään vahvan vuorovaikutuksen välityksellä. On todettu, että tällaisissa reaktioissa kaiken mahdollisen pitää säilyä. Tärkeimmät säilyvistä suureista ovat **energia, liikemäärä, kulmaliikemäärä, varaus, pariteetti, baryoniluku, isospin sekä outous**. Erittäin eksoottisilla hiukkasilla on muitakin jänneitä tunnuslukuja kuten *lumous*, *kauneus* ja *totuus*, joiden myös pitää säilyä vahvan vuorovaikutuksen välittämässä hadronireaktioissa. Viidestä ensimmäisestä suureesta on puhuttu ihan kyllästymiseen saakka, joten keskitytään seuraavassa noihin muihin kvanttilukuihin.

Baryoniluku B on additiivinen suure. Baryoneille se on $B = 1$, antibaryoneille $B = -1$ ja muille hiukkasille $B = 0$. Erikoistapaus baryoniluvun säilymisestä on ydinfysiikasta tuttu nukleoniluvun säilyminen ydinreaktioissa. Esimerkiksi reaktio $\bar{p} + p \rightarrow \pi^0 + n$ ei ole mahdollinen, koska baryoniluku B ei säily: $-1 + 1 \neq 0 + 1$.

Isospin on puolestaan fiktiivinen kvanttiluku, joka liittyy siihen, että hadronit näyttävät jakautuvan perheisiin, joiden jäsenillä on suunnilleen sama massa ja yhtenevät kvanttiluvut.

¹Neutraalilla hiukkasella varaus ei tietenkään muutu, sisäinen rakenne kylläkin kuten kvarkkimalli osoittaa luvussa 7.1.2.

Taulukko 7.1: Kevyimmät baryonit sekä niiden tärkeimmät ominaisuudet: massa m , varaus q/e , outous S , isospin I , isospinin z -komponentti I_z ja hypervaraus Y . Lukuunottamatta Ω^- -hiukkasta, taulukon hiukkasten spin-pariteetti on $i^P = \frac{1}{2}^+$; erittäin oudon Ω^- :n spin-pariteetti on $i^P = \frac{3}{2}^+$.

Hiukkanen	m (MeV/c ²)	q/e	S	I	I_z	Y
p	938,271998	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
n	939,565330	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
Λ	1115,683	0	-1	0	0	0
Σ^+	1189,37	1	-1	1	1	0
Σ^0	1192,642	0	-1	1	0	0
Σ^-	1197,449	-1	-1	1	-1	0
Ξ^0	1314,83	0	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
Ξ^-	1321,31	-1	-2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
Ω^-	1672,45	-1	-3	0	0	-2

Taulukko 7.2: Kevyimmät mesonit sekä niiden tärkeimmät ominaisuudet: massa m , varaus q/e , outous S , isospin I , isospinin z -komponentti I_z ja hypervaraus Y . Kunkin taulukon hiukkasen spin-pariteetti on $i^P = 0^-$.

Hiukkanen	m (MeV/c ²)	q/e	S	I	I_z	Y
π^+	139,57018	1	0	1	1	0
π^0	134,9766	0	0	1	0	0
π^-	139,57018	-1	0	1	-1	0
K^+	493,677	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
K^-	493,677	-1	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
K^0	497,648	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
\bar{K}^0	497,648	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1

Tällaisen joukon muodostavat esimerkiksi protoni ja neutroni kuten taulukosta 7.1 voit havaita. Niinpä alettiinkin ajatella, että protoni ja neutroni ovat saman nukleonin kaksi eri tilaa. Tällainen kaksiarvoinen ominaisuus on aiemmin tullut esille spiniä tarkasteltaessa, joten määritellään tämän analogian innoittamana isospin I ja sen z -komponentti siten, että $I(p) = I(n) = \frac{1}{2}$ ja $I_z(p) = \frac{1}{2}$ sekä $I_z(n) = -\frac{1}{2}$. Saman logiikan mukaisesti esimerkiksi pionitriolle voidaan kirjoittaa $I(\pi^+) = I(\pi^-) = I(\pi^0) = 1$ ja $I_z(\pi^+) = 1$, $I_z(\pi^-) = -1$ sekä $I_z(\pi^0) = 0$. Ei ole vaikea arvata, että isospin ja sen z -komponentti käyttäytyvät reaktioissa samalla tavoin kuin kokonaiskulmaliikemäärän ja sen z -komponentin kvanttiluvut j ja m_j . Mutta on syytä pitää mielessä, että isospinillä ei oikeasti ole **mitään** tekemistä minikään kulmaliikemäärän kanssa! Siitä huolimatta isospin on tärkeä kvanttiluku: esimerkiksi reaktiossa $p + p \rightarrow \pi^+ + n + n$ baryoniluku kyllä säilyy, mutta isospinin z -komponentti ei, koska $1/2 + 1/2 \neq 1 - 1/2 - 1/2$. Tällainen reaktio ei siis voi tapahtua ainakaan vahvan vuorovaikutuksen välityksellä.

Kosmista säteilyä tutkittaessa löydettiin 1940-luvun lopulla sumukammio kuvista raskaita hiukkasia, joiden hajoamistuotteet muodostivat V-kirjaimen näköisiä ratoja. Sittemmin nähtiin *kaoneja* (hajosivat mesoneiksi) ja *hyperoneja* (hajosivat lopulta protoneiksi) tuli vastaan niin usein, että niiden pääteltiin syntyvän vahvan vuorovaikutuksen välittämässä reaktioissa. Mutta hitujen jäljet sumukammiossa olivat niin pitkiä, että niiden elinaika viittasi hajoamiseen heikon vuorovaikutuksen välityksellä.² Outoja hiukkasiahan tuollaiset olivat: syntyä nyt yhdellä tavalla ja hajota toisella! Tästä pääteltiin, että oli olemassa jokin uusi sisäinen additiivinen ominaisuus, *outous* S , joka esti vahvan vuorovaikutuksen tapahtumisen. Outous määriteltiin siten, että esimerkiksi taulukon 7.2 mesoneille $S(K^+) = S(K^0) = 1$ ja $S(K^-) = S(\bar{K}^0) = -1$; protoneille ja neutroneille puolestaan $S = 0$. Esimerkkireaktio $\pi^- + p \rightarrow K^0 + n$ ei voi tapahtua vahvalla vuorovaikutuksella, koska outous ei säily eli $0 + 0 \neq 1 + 0$.

Lumous \tilde{C} on lumottujen hiukkasten ominaisuus, muille hiukkasille $\tilde{C} = 0$. Itse asiassa lumokvanttiluku otettiin käyttöön vasta kvarkkimallin kehittämisen sekä lumokvarkin postuloimisen jälkeen, joten lumous yhdessä *kauneuden* \tilde{B} ja *totuuden* \tilde{T} kanssa liittyy puhtaasti vastaavien kvarkkien lukumäärään hadronissa.

Yllä olevia kvanttilukuja on monesti tapana yhdistellä kaikenlaisiksi hassunhauskoiksi määritelmiksi. Ehkäpä käytännöllisimmät näistä ovat hyperoneja karakterisoiva *hypervaraus*

$$Y \equiv B + S + \tilde{C} + \tilde{B} + \tilde{T}$$

sekä *Gell-Mannin–Nishijiman relaatio*

$$I_z \equiv \frac{q}{e} - \frac{Y}{2}.$$

²Vuorovaikutusten aikaskaaloista ja todennäköisyyksistä puhumme lisää luvussa 7.3.1.

Esimerkki 7.1. Monissa hiukkasfysiikan reaktioissa reaktionopeuksien suhdetta voi arvioida hiukasten isospinaalfunktioiden avulla. Tämä menetelmä toimii erityisen hyvin silloin, kun esimerkiksi kahdessa eri reaktiossa esiintyvät hiukkaset ovat melko samanmassaisia eli kuuluvat samaan *isospinmultiplettiin*. Sovelletaan näitä ideoita seuraavanlaiseen esimerkkiin: Määritä Fermi kultaisen säännön avulla reaktioiden $\Sigma^0(1915) \rightarrow \bar{K}^0 + n$ sekä $\Sigma^0(1915) \rightarrow K^- + p$ nopeuksien suhde.

Ratkaisu: Tehtävässä tarkastellaan kahta reaktiota, joihin osallistuvat hiukkaset ovat massaltaan lähes identtisiä. Suurin mielenkiinto kohdistuu tästä syystä hiukkasreaktioiden alku- ja lopputilan isospinaalfunktioihin. Neutroni (n) ja protoni (p) muodostavat taulukon 7.1 perusteella isospindupletin [$I_z(p) = 1/2$ ja $I_z(n) = -1/2$]; K^+ ja K^0 , K^- ja \bar{K}^0 sekä näiden hiukkasparien antihiukkasvas-tineet muodostavat myös isospindupletit kuten taulukko 7.2 meille kertoo. Merkitään isospinaalfunktioita tästä eteenpäin symbolilla $\psi(I, I_z)$. Lähtöhiukkasen isospinaalfunktio on taulukon 7.1 mukaan

$$\psi_{\Sigma^0}(I, I_z) = \psi_{\Sigma^0}(1, 0).$$

Muiden reaktioissa tarvittavien hiukasten isospinaalfunktiot ovat

$$\psi_p(1/2, 1/2), \quad \psi_n(1/2, -1/2), \quad \psi_{\bar{K}^0}(1/2, 1/2) \quad \text{ja} \quad \psi_{K^-}(1/2, -1/2).$$

Tarkastellaan ensiksi reaktiota $\Sigma^0(1915) \rightarrow \bar{K}^0 + n$. Lopputilan kokonaisisospinaalfunktio on kahden yksihiukkasalfunktion tulo eli

$$\psi_{\bar{K}^0 n} = \psi_{\bar{K}^0}(1/2, 1/2) \psi_n(1/2, -1/2).$$

Isospin summautuu samalla tavoin kuin kulmaliikemäärä: $I(\bar{K}^0 n) = |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}|, \dots, \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0, 1$. Toisaalta z -komponentit summautuvat suoraan, joten $I_z(\bar{K}^0 n) = I_z(\bar{K}^0) + I_z(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$. Lopputilan isospinaalfunktion voi siis lausua lineaarikombinaationa

$$\psi_{\bar{K}^0 n} = a\psi_{\bar{K}^0 n}(0, 0) + b\psi_{\bar{K}^0 n}(1, 0) = \sqrt{\frac{1}{2}} [\psi_{\bar{K}^0 n}(0, 0) + \psi_{\bar{K}^0 n}(1, 0)],$$

missä viimeinen yhtäsuuruus seuraa kvanttimekaanisista kulmaliikemäärän yhteenlaskukaavoista.³ Samalla tavoin reaktion $\Sigma^0(1915) \rightarrow K^- + p$ lopputilan isospinaalfunktion voi lausua muodossa

$$\psi_{K^- p} = \psi_{K^-}(1/2, -1/2)\psi_p(1/2, 1/2) = \sqrt{\frac{1}{2}} [\psi_{K^- p}(1, 0) - \psi_{K^- p}(0, 0)].$$

³Tarkastellaan kahta hiukkasta, joilla kummallakin on $I = 1/2$, toisin sanoen $I_{\text{tot}} = 0, 1$ ja $I_{\text{tot}, z} = 0$ tai $I_{\text{tot}, z} = -1, 0, 1$. Tulomuotoinen kokonaisalfunktio on maksimissaan $\psi_{12}(1, 1) = \psi_1(1/2, 1/2)\psi_2(1/2, 1/2)$. Operoidaan tätä tilaa *laskuoperaattorilla* \hat{I}_- , joka nimensä mukaisesti laskee kvanttimekaanista tilaa yhdellä yksiköllä eli $\hat{I}_-\psi_{12}(1, 1) = \sqrt{I_{\text{tot}}(I_{\text{tot}} + 1) - I_{z, \text{max}}(I_{z, \text{max}} - 1)}\psi_{12}(1, 0)$. Tästä saadaan operoimalla $\hat{I}_-\psi_{12}(1, 1) = \sqrt{2}\psi_{12}(1, 0)$. Toisaalta laskuoperaattori on kahden yksihiukkasoperaattorin summa ts. $\hat{I}_- = \hat{I}_{1-} + \hat{I}_{2-}$. Tämän operoinnin tuloksena saadaan $\hat{I}_-\psi_{12}(1, 1) = \hat{I}_{1-}\psi_1(1/2, 1/2)\psi_2(1/2, 1/2) + \psi_1(1/2, 1/2)\hat{I}_{2-}\psi_2(1/2, 1/2)$, minkä numeerisena arvona saadaan $\hat{I}_-\psi_{12}(1, 1) = \sqrt{1/2 \cdot 3/2 + 1/2 \cdot 1/2}\psi_1(1/2, -1/2)\psi_2(1/2, 1/2) + \sqrt{1/2 \cdot 3/2 + 1/2 \cdot 1/2}\psi_1(1/2, 1/2)\psi_2(1/2, -1/2)$. Saadaan siis yhtälö $\sqrt{2}\psi_{12}(1, 0) = \psi_1(1/2, -1/2)\psi_2(1/2, 1/2) + \psi_1(1/2, 1/2)\psi_2(1/2, -1/2)$. Tälle ortogonaalinen aaltofunktio on $\sqrt{2}\psi_{12}(0, 0) = \psi_1(1/2, 1/2)\psi_2(1/2, -1/2) - \psi_1(1/2, -1/2)\psi_2(1/2, 1/2)$. Näistä saadaan ratkaistua $\psi_1(1/2, 1/2)\psi_2(1/2, -1/2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_{12}(1, 0) + \psi_{12}(0, 0)]$.

Yllämainituissa reaktioissa kaikki kvanttiluvut säilyvät, joten ne voivat tapahtua vahvalla vuorovai-
kutuksella. Fermi'n kultaisen säännön mukaisesti (seuraavassa huomioitu vain nolasta poikkeavat
termit)

$$\Gamma(\bar{K}^0 n) \propto \frac{1}{2} \left| \int \psi_{\bar{K}^0 n}^*(1,0) H \psi_{\Sigma^0}(1,0) d^3 r \right|^2 = \frac{a_1^2}{2}$$

$$\Gamma(K^- p) \propto \frac{1}{2} \left| \int \psi_{K^- p}^*(1,0) H \psi_{\Sigma^0}(1,0) d^3 r \right|^2 = \frac{a_1^2}{2},$$

sillä isospinin kannalta ei ole väliä, mitä hiukkasia lopputilassa oikein on: pääasia, että aaltofunktiot
on kaikki lausuttu samassa isospinkannassa. Lopulta saamme tulokseksi

$$\frac{\Gamma(\bar{K}^0 n)}{\Gamma(K^- p)} = 1.$$

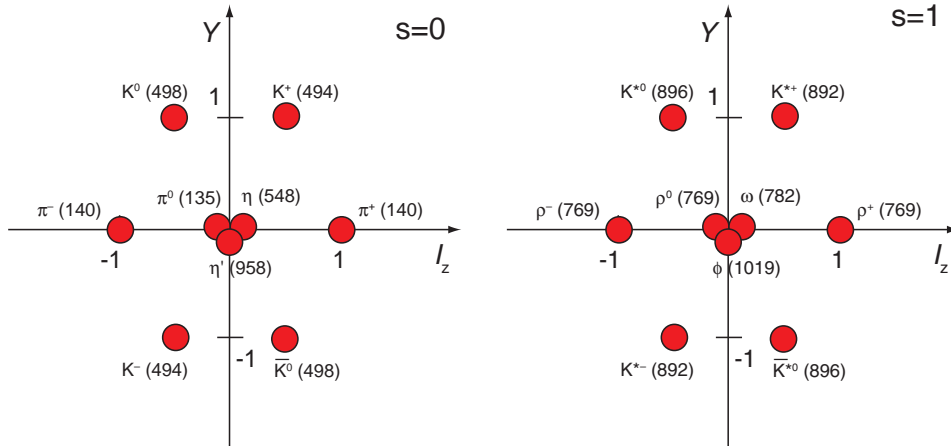
7.1.2 Hadronien kvarkkimalli

Murray Gell-Mann ei ollut ollenkaan tyytyväinen hirvittävään määrään löydettyjä ”alkeis-
hiukkasia”, joista suurin osa oli vielä resonanssihiukkasia ts. törmäys- ja hajoamisreak-
tioiden välitiloja. Hänen mielestään hiukkasfysiikan teorioista tulisi paljon kauniimpia ja
siistimpiä, mikäli kaikki hadronit rakentuisivatkin muutamasta peruspalikasta, jotka olisi-
vat elektronin tapaan aitoja alkeishiukkasia eli pistemäisiä otuksia mutta jotka kuitenkin
piiloutuisivat hadronien sisään ja tiukasti vastustaisivat havaituksi tuleamista.

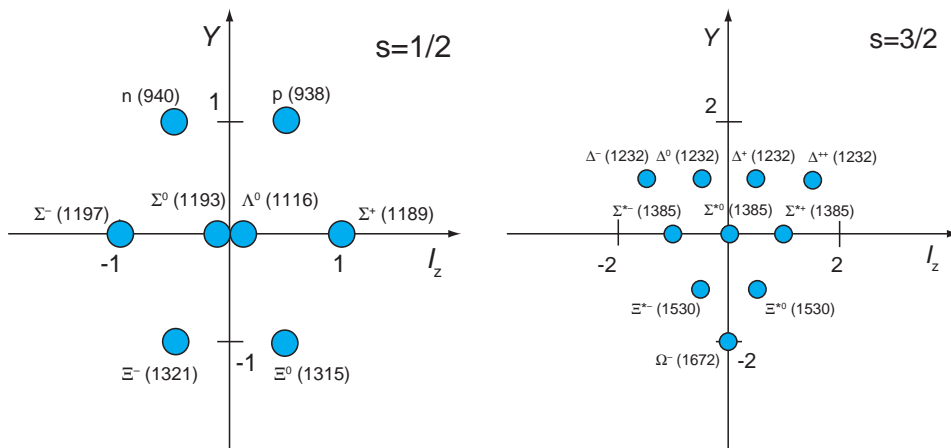
Tällainen maatuska-malli alkoi viehättää fyysikoita yhä enemmän, kun löydettyjä hadro-
neita ruvettiin järjestämään ryhmiin niiden hypervarauksen ja isospinin z -komponentin mu-
kaan. Kuviiin 7.1 ja 7.2 on piirretty tavallisimmat spin-0- ja spin-1-mesonit sekä spin-1/2-
ja spin-3/2-baryonit (Y, I_z)-koordinaatistossa and behold: clear octet and decuplet patterns
emerge! Gell-Mann tulkitsi nämä kuvat siten, että hadroneilla täytyy olla kolminkertainen
rotaatiosymmetria, jota hän kuvasi termillä ”the eightfold way”⁴. Gell-Mann otti vielä aske-
leen pidemmälle ja esitti yhdessä George Zweigin kanssa vuonna 1964, että **kaikki hadro-
nit koostuvat pistemäisistä hiukkasista, kvarkeista**⁵.

⁴Matemaattisesti nämä kuviot liittyvät $SU(3)$ -symmetriaryhmään, jossa kaikki hiukkaset muodostuvat kol-
mesta peruspalikasta, ja näistä palikoista voidaan muodostaa 1, 8 tai 10 hiukkasen suuruisia joukkoja. Kahdek-
san on kaikkein tavallisin yhdistelmä, josta siis nimitys ”eightfold”. Kerrotaan tosin, että Gell-Mannin inspi-
raation lähteenä oli buddhalaisuus, jossa luvulla kahdeksan on erittäin keskeinen rooli (esimerkiksi kahdeksan-
osainen tie valaistumiseen).

⁵Gell-Mann varasti termin ”kvarkki” James Joycen teoksesta *Finnegan's wake*, josta löytyy seuraava hämärä
runo: ”Now follow we out by Starloe! Three quarks for Muster Mark! Sure he hasn't got much of a bark. And
sure any he has it's all beside the mark”.



Kuva 7.1: Vasemmalla kevyimmät spin-0-mesonit (Y, I_z) -koordinaatistossa. Oikealla puolestaan kevyimmät spin-1-mesonit (Y, I_z) -koordinaatistossa.



Kuva 7.2: Vasemmalla kevyimmät spin-1/2-baryonit (Y, I_z) -koordinaatistossa. Oikealla puolestaan kevyimmät spin-3/2-baryonit (Y, I_z) -koordinaatistossa.

Perusasioita

Kvarkkimallin voi tiivistää seuraavasti:

1. Kvarkkeja on (Gell-Mannin alkuperäisessä teoriassa) kolmea tyyppiä eli *makua*: u (up, ylös), d (down, alas) ja s (strange, outo) sekä niiden antikvarkit \bar{u} (antiylös), \bar{d} (antialas) ja \bar{s} (antiouto).
2. Kvarkit ovat spin-1/2-hiukkasia eli fermioneja ja nykykäsityksen mukaan aitoja alkeishiukkasia ts. pistemäisiä. Antikvarkkien olemassaolo ja fysikaaliset ominaisuudet seuraavat siten suoraan Diracin yhtälöstä.
3. Kvarkkien varaus on alkeisvarauksen murto-osa siten, että $q(u) = +2e/3$ ja $q(d) = q(s) = -e/3$.
4. Kvarkkien baryoniluku on $B = 1/3$.
5. Kvarkkien makukvanttiluvut ovat: $I(u) = I(d) = 1/2$, $I(s) = 0$; $I_z(u) = -I_z(d) = 1/2$, $I_z(s) = 0$; $S(u) = S(d) = 0$, $S(s) = -1$.
6. Antikvarkeille kvanttiluvut muuttuvat seuraavasti: $B \rightarrow -B$, $I_z \rightarrow -I_z$, $S \rightarrow -S$, $q \rightarrow -q$, ja massa ja spin ovat samat kuin vastaavalla kvarkilla.
7. Baryonit ovat **kolmen kvarkin muodostamia sidottuja tiloja**, mesonit **kvarkin ja antikvarkin sidottuja tiloja**. Antibaryonit puolestaan koostuvat kolmesta antikvarkista. Esimerkkejä: $p = uud$, $n = udd$, $\pi^+ = u\bar{d}$, $\pi^- = d\bar{u}$, $\bar{p} = \bar{u}\bar{u}\bar{d}$.

Nykyisin kvarkkeja tiedetään olevan kuusi kappaletta (ynnä sama määrä antikvarkkeja), ja ne jakautuvat kaiken kukkuraksi kolmeen perheeseen:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \text{ ja } \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}.$$

Kolme vielä nimeämätöntä kvarkkimakua ovat c (charm, lumo), b (bottom, pohja) ja t (top, huippu). Kaikki kvarkkien tärkeimmät ominaisuudet kuten massat, varaukset ja eri kvanttilukujen arvot on esitetty taulukossa 7.3.

Vahva vuorovaikutus ja hiukkasreaktiot

Kaikessa mielikuvituksellisuudessaankin kvarkkimalli on osoittautunut erinomaiseksi kuvaukseksi luonnosta, jopa niin erinomaiseksi, että sen voi katsoa täyttävän tieteellisen teorian kriteerit:

Taulukko 7.3: Kvarkkien tärkeimmät ominaisuudet: massa m , varaus q/e , outous S , isospin I , isospinin z -komponentti I_z , lumous \tilde{C} , kauneus \tilde{B} ja totuus \tilde{T} . Kunkin kvarkin spin–pariteetti on $i^P = \frac{1}{2}^+$.

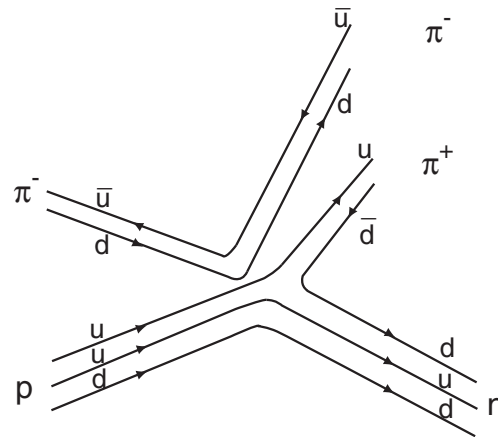
Kvarkki	m (MeV/c ²)	q/e	S	I	I_z	\tilde{C}	\tilde{B}	\tilde{T}
u	1,5 – 4,5	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
d	5 – 8,5	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0
s	80 – 155	$-\frac{1}{3}$	-1	0	0	0	0	0
c	1000 – 1400	$\frac{2}{3}$	0	0	0	1	0	0
b	4000 – 4500	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	-1	0
t	$174,3 \pm 5,1$ GeV/c ²	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	0	1

- kvarkkimalli selittää jo havaitut ilmiöt kuten baryonioktettien ja -dekuplettien sekä mesoninonettien muodostumisen (luku 7.1.3) ja protonin ja neutronin magneettisen dipolimomentin suuruuden (luku 7.1.4),
- kvarkkimalli pystyy tekemään ennusteita uusista ilmiöistä, joista tärkein oli Ω^- -baryonin olemassaolon ennustaminen vuonna 1964 (luku 7.1.3),
- kvarkkimalli on mahdollista korvata jollain vielä elegantimmalla ja yksinkertaisemalla mallilla luonnosta — vaikkapa säieteorialla, sillä kuusi kvarkkia ja kuusi anti-kvarkkia on edelleen melkoinen joukko luonnon perusrakenneosasia.

Näiden lisäksi kvarkkimalli on osoittautunut näppäräksi kuvaukseksi erilaisten hiukkasreaktioiden tarkasteluun, varsinkin vahvan vuorovaikutuksen tapauksessa. Sen sijaan, että pitäisi kaivella taulukoista ja kirjallisuudesta esiin jokaisen hadronin kaikki mahdolliset kvanttiluvut ja katsoa, säilyykö jokaikinen niistä nyt varmasti tässä nimenomaisessa reaktiossa, kvarkkimalli tekee tarkasteluista suorastaan hämmentävän suoraviivaisia. Nimittäin: **vahvan vuorovaikutuksen välittämissä reaktioissa kaikki kvarkkimaut säilyvät**. Tämä tarkoittaa sitä, että

- sekä reaktion vasemmalla että oikealla puolella on yhtä paljon u-, d-, s- jne. kvarkkeja ja antikvarkkeja ja
- uusia kvarkkimakuja voi syntyä vain kvarkki–antikvarkki-pareina; samoin tietynmakuisten kvarkkien määrä voi muuttua vain kvarkki–antikvarkki-parien muodostumisen kautta.

Esimerkiksi reaktio $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ näyttää kvarkkitasolla seuraavanlaiselta: $d\bar{u} + uud \rightarrow d\bar{u} + u\bar{d} + udd$. Palataan noiden hadronien kvarkkikoostumukseen luvussa

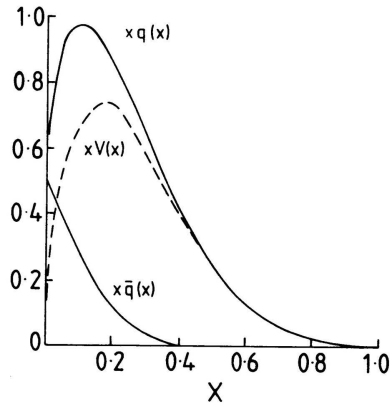


Kuva 7.3: Hadronireaktion $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$ kvarkkidiagrammi.

7.1.3. Harjoitustehtävänä voit tarkistaa, että molemmat yllä mainituista ehdoista ovat voimassa, joten reaktio on todellakin vahvan vuorovaikutuksen välittämä. Vielä ilmeisemmäksi tämä käy, kun tarkastellaan reaktiota sähkömagnetismin tapaan graafisesti. Nämä *kvarkkidiagrammit* ovat analogisia Feynmanin graafien kanssa: aika kulkee vasemmalta oikealle, kvarkkeja kuvataan ehjillä viivoilla ja niihin liittyy oikealle osoittava nuoli, antikvarkkeja kuvataan positronien tapaan ajassa taaksepäin etenevinä kvarkkeina ja vuorovaikutus tapahtuu kolmen viivan kohtauspaikassa eli verteksissä. QED:n graafeista poiketen kvarkit pysyvät kuitenkin koko ajan hadronien sisällä. Tästä syystä Kvarkkidiagrammeihin piirretään harvoin näkyviin itse vuorovaikutuksen tapahtumista, koska vahvassa vuorovaikutuksessa välittäjähiukkasten vaihtumista tapahtuu koko ajan ja monessa eri kohtaa. Mutta **jos** verteksit piirrettäisiin näkyviin, niin niille pätsivät ihan samat säännöt kuin QED:ssä: kuhunkin verteksiin tulee yhtä monta ehjää viivaa kuin siitä lähtee, jolloin kolmannen viivan täytyy kuvata välittäjähiukkasta. Tarkastelemamme reaktion kvarkkidiagrammi on esitetty kuvassa 7.3.

Todisteita kvarkkimallille

Kvarkkiteoria on siis filosofisesti OK ja näyttää kauniilta ja tyylikkäältä, mutta kuinka uskoa joihinkin höpö-höpö-kvarkkeihin, joita ei edes voi nähdä. Kvarkit on kuitenkin kokeellisesti havaittu, sillä epäelastisen elektroni–protoni-sironnan tulokset pystyi selittämään vain sillä, että protoni (kuten muutkin hadronit) koostuvat pistemäisistä partoneista. Luvun 6.3.3 detaljissa todettiin, että parhaimman sovituksen koetuloksiin saa silloin, kun partoneilla on täsmälleen samat ominaisuudet kuin kvarkeilla. Kuvaan 7.4 on plotattu uudestaan kuvan 6.11 käyrät kvarkkijakaumasta $xq(x)$, antikvarkkijakaumasta $x\bar{q}(x)$ sekä näiden ero-



Kuva 7.4: Kvarkki- ja antikvarkkijakaumat $xq(x)$ ja $x\bar{q}(x)$ sekä valenssikvarkkijakauma $xV(x)$ reaktiolle, jossa $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2/c^2$. [19]

tuksesta $xV(x)$ parametrin x funktiona (joka on suoraan kvarkin liikemäärän osuus protonin kokonaisliikemäärästä). Erittäin kiinnostavaa on, että käyriä integroimalla kvarkkien ja antikvarkkien kokonaisliikemääräksi saadaan vain 50 % protonin liikemäärästä. Toinen puoli liikemäärästä on mennyt protonin koossapidosta vastaaville *gluoneille*, vahvan vuorovaikutuksen välittäjähiukkasille. Jännä juttu, ettei kvarkkeja eikä gluoneja kumpikaan ole havaittu vapaina hiukkasina — ja luvussa 7.2 esiteltävän *kvanttikromodynamiikan* periaatteiden mukaan niitä ei olekaan mahdollista nähdä suoraan — mutta ei se mitään, tehdään silti rohkea johtopäätös: **partonit ovat sama asia kuin kvarkit, antikvarkit ja gluonit.**

Detalji kiinnostuneille Gell-Mannin esittämälle hadronien kvarkkimallille löytyy vankka matemaattinen pohja ryhmäteoriasta. Erityisesti ryhmäteorian avulla pystytään generoimaan aaltofunktiot kaikille havaituille baryoneille (kvarkkikoostumus qqq) sekä mesoneille (kvarkkikoostumus $q\bar{q}$).

Gell-Mannin lähtökohdaksi oli symmetriaryhmä $SU(3)$. Hän tarkasteli otuksia, kvarkkeja, joilla kullakin on kolme eri *makua*: u , d ja s . Jotta asia tulisi ymmärrettäväksi heti alusta lähtien, tarkastellaan aluksi helpompaa symmetriaa, $SU(2)$:ta. Tätä symmetriaa noudattavat spin- $\frac{1}{2}$ -hiukkaset. Jokaisen ryhmään kuuluvan olion spin-tila χ voidaan lausua kahden kantavektorin avulla:

$$\chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Tehdään spin-tilalle unitaarinen muunnos $\chi' = U\chi$, missä unitaarisen operaattorin ($U^{-1} = U^{\dagger}$) voi kirjoittaa muodossa

$$U = e^{\frac{i}{2}\theta\hat{n}\cdot\hat{\sigma}},$$

missä θ tarkoittaa rotaatiokulmaa akselin \hat{n} suhteen ja $\hat{\sigma}$ on 2×2 -matriisi; muistat varmaan luvusta 6.4, että unitaariset muunnokset ovat tosi tärkeitä symmetrioiden ja säilymlakien kannalta. Ainoas-

taan vanhat tutut *Paulin spin-matriisit*

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

toteuttavat unitaarisuusehdosta seuraavan vaatimuksen $\hat{\sigma}^\dagger = \hat{\sigma}$, ja niiden avulla saadaan kirjoitettua lausekkeet kolmelle spin-operaattorille: $\hat{S}_i = \frac{\hbar}{2}\hat{\sigma}_i$. Kaikki unitaariset 2×2 -matriisit muodostavat $U(2)$ -ryhmän, mutta nyt huomaammekin, että Pauli-matriisit ovat jotenkin erityisiä: niiden jälki (trace) on nolla! Tällaiset jäljettömät matriisit muodostavat $U(2)$:n aliryhmän $SU(2)$.

Kahden spin- $\frac{1}{2}$ -hiukkasen muodostaman komposiittihidun kokonaisspin s voi olla 0 tai 1. Peruskurssilla on todettu, että tapauksessa $s = 0$ syntyy singlettitila, jota vastaava aaltofunktio on antisymmetrinen (A) hiukkasten vaihdon suhteen. Tapauksessa $s = 1$ vastaan tulee puolestaan kolmen eri aaltofunktion triplettitila, ja tämä aaltofunktiohan on tunnetusti symmetrinen (S). Ryhmäteorian merkinnöillä tämä ehto tulee muotoon

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0_A + 1_S$$

ja tilojen (eli aaltofunktioiden) lukumääräksi saadaan puolestaan

$$2 \otimes 2 = 1 \oplus 3.$$

Vastaavasti kolmen spin- $\frac{1}{2}$ -hiukkasen yhdistelmälle saadaan:

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \left(1 \times \frac{1}{2}\right) + \left(0 \times \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}_S + \frac{1}{2}_{M,S}\right) + \frac{1}{2}_{M,A}.$$

Toisessa vaiheessa on laskettu yhteen kahden ensimmäisen hiukkasen muodostaman parin spinit, mistä siis selitys 0:lle ja 1:lle. Viimeisessä vaiheessa kokonaisspiniä $\frac{3}{2}$ vastaava neljän aaltofunktion rypäs on symmetrinen (S), kun taas ensimmäistä puolikasta vastaavat kaksi aaltofunktiota eivät ole selvästi kumpaakaan (M eli mixed), mutta kahden hiukkasen muodostaman parin aaltofunktio on kuitenkin symmetrinen. Toista puolikasta vastaavat myös M-tilassa olevat kaksi aaltofunktiota siinä tapauksessa, että kahden hidun aaltofunktio on antisymmetrinen (A). Jälleen tilojen lukumäärän avulla ilmaistuna tilanne näyttää seuraavalta:

$$(2 \otimes 2) \otimes 2 = (3 \otimes 2) \oplus (1 \otimes 2) = (4 \oplus 2) \oplus 2.$$

Sitten $SU(3)$ -symmetrian pariin. Nyt kantavektoreita on kolme ns. makuvektoria:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ja näiden kimppuun käy 8 makuoperaattoria $\hat{F}_i = \frac{1}{2}\hat{\lambda}_i$, joiden lausekkeet ovat

$$\hat{\lambda}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\lambda}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\lambda}_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Baryoneissa tarkastellaan kolmen kvarkin muodostamaa systeemiä, ja kunkin kvarkin maku voi saada kolme eri arvoa. Aaltofunktioita syntyy

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = (6 \otimes 3) \oplus (\bar{3} \otimes 3) = (10_S \oplus 8_{M,S}) \oplus (8_{M,A} \oplus 1_A)$$

kappaletta, missä $\bar{3}$ tarkoittaa kahden kvarkin muodostaman systeemin antisymmetristä aaltofunktiota; kahden kvarkin systeemille pätee siis $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$. Tästä alkaa jo näkyä baryonioktetin (8) ja -dekupletin (10) syntyminen. Mesoneille saadaan vastaavasti (nyt siis kombinoidaan kvarkki ja antikvarkki — siitä tällä kertaa viiva kolmosen päälle)

$$3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$$

eli yhteensä mesoninonetti kuvaamaan sekä kevyitä ns. pseudoskalaarimesoneja (0^-) että raskaita vektorimesoneja (1^-). Kiinnostuneet voivat jälleen konsultoida esimerkiksi kirjaa F. Halzen and A. D. Martin: "Quarks and leptons — An Introductory Course in Modern Particle Physics", jossa kerrotaan miten nuo oktetit, nonetit ($8+1$) ja dekupletit rakennetaan kolmioista koostuvien painodiagrammojen avulla. Meille riittää todeta, että aaltofunktiot vastaavat juuri niitä kvarkkikoostumuksia, joista havaitut hiukkaset rakentuvat.

Oktetti ja dekupletti saavat vielä eksplisiittisemmän selityksen, kun otetaan leikkiin mukaan spin. Tällöin tarkasteltavana on SU(6)-symmetria, joka antaa baryoneille

$$6 \otimes 6 \otimes 6 = (56_S \oplus 70_{M,S}) \oplus (70_{M,A} \oplus 20_A)$$

erilaista yhdistelmää. Perustilassa aaltofunktion on oltava symmetrinen (väriaaltofunktio hoitaa sen, että kokonaisaaltofunktio on antisymmetrinen), joten valitaan 56 symmetrisen aaltofunktion muodostama kombinaatio. Tämän pystyy kirjoittamaan muotoon

$$56_S = (2 \otimes 8) \oplus (4 \otimes 10).$$

Toisin sanoen näin on saatu selitettyä 8 spin- $\frac{1}{2}$ -hiukkasen muodostama oktetti sekä 10 spin- $\frac{3}{2}$ -hiukkasen dekupletti.

7.1.3 Hadronien rakentuminen kvarkeista

Seuraavaksi katsotaan, mitä kaikkea kvarkkimalli oikein pystyy ennustamaan. Aloitetaan niistä hadronien oudonkummallisista kvanttiluvuista, minkä jälkeen rakennetaan kaikki havaitut mesonit ja baryonit kvarkeista ja antikvarkeista.

Hadronien kvanttiluvut

Kvarkkimallin mukaan baryonit ovat kolmen kvarkin sidottuja tiloja. Baryoniluku ei tämän perusteella ole mitään muuta kuin

$$B = \frac{1}{3} [N(q) - N(\bar{q})],$$

missä $N(q)$ tarkoittaa kaikkien kvarkkien ja $N(\bar{q})$ kaikkien antikvarkkien lukumäärää hadronissa. Koska mesonit ovat kvarkin ja antikvarkin sidottuja tiloja, niin $B_{\text{mesoni}} = 0$. Myöskin on helppo todeta, että mille hyvänsä antibaryonille $B_{\text{antibaryoni}} = -B_{\text{baryoni}}$. Outous puolestaan määritellään outojen ja antioutojen kvarkkien erotuksena, mutta historiallisista syistä edessä on vielä miinusmerkki ts.

$$S = - [N(s) - N(\bar{s})].$$

Vastaavasti lumoukselle, kauneudelle ja totuudelle saadaan

$$\begin{aligned}\tilde{C} &= [N(c) - N(\bar{c})] \\ \tilde{B} &= - [N(b) - N(\bar{b})] \\ \tilde{T} &= [N(t) - N(\bar{t})].\end{aligned}$$

Nyt varmaan ihmettelet miksei samalla logiikalla määritellä kvanttilukuja ylemmyys U ja alemmuus D ylös- ja alaskvarkkien lukumäärien avulla ts.

$$\begin{aligned}U &= [N(u) - N(\bar{u})] \\ D &= [N(d) - N(\bar{d})].\end{aligned}$$

Tämä on kuitenkin täysin turhaa, sillä nämä kvanttiluvut saadaan ilmaistua baryoniluvun ja kokonaisvarausluvun avulla lausekkeilla

$$\begin{aligned}B &= \frac{1}{3} [U + D - S + \tilde{C} - \tilde{B} + \tilde{T}] \\ \frac{q}{e} &= \frac{2}{3} [U + \tilde{C} + \tilde{T}] - \frac{1}{3} [D - \tilde{S} - \tilde{B}].\end{aligned}$$

Myös isospinin käsitteelle kvarkkimalli tarjoaa joitain tolkun murusia, sillä

$$I_z = \frac{1}{2} [U - D].$$

Taulukon 7.3 perusteella ylös- ja alaskvarkit ovat lähes yhtä massiivisia, mikä on täysin yhtäpitävää isospininvarianssin kanssa: mikäli hadronista löytyy vain ylös- ja alaskvarkkeja, uusia, lähes samanmassaisia hadroneita saadaan generoitua vain korvaamalla osa ylöskvarkkeista alaskvarkeilla tai päinvastoin. Tällä tavalla selittyy esimerkiksi protonin ($p = uud$) ja neutronin ($n = udd$) hyvin pieni massaero.

Mesonit

Mesonit ovat kvarkkimallin mukaan kvarkin ja antikvarkin sidottuja tiloja. Katsotaan tässä kappaleessa, minkälaisia mesoneja oikein saadaan rakennettua u-, d- ja s-kvarkeista (sekä niiden antikvarkeista); näin muodostuvat kaikkein kevyimmät mesonit.

Luvun 6.4.3 mukaan kevyiden mesonien kulmaliikemäärä on $l = 0$ ja koska mesonit rakentuvat hiukkas–antihiukkasparista (joiden pariteetit ovat vastakkaismerkkiset), mesonien pariteetiksi saadaan kokonaisuudessaan $P = -1$. Mesonin rakennepalikat ovat spin-1/2-hiukkasia, joten mesonin kokonaisspin on $s = 0,1$; huomaa, että Paulin kieltoääntö ei nyt välttämättä aseta rajoituksia, koska mesonissa ei yleisesti ole kahta *identtistä* hiukkasta yrittämässä tunkeutumista samaan kvanttitilaan. Kokonaiskulmaliikemääräksi saadaan täten $j = 0,1$, ja spin–pariteetiksi puolestaan 0^- tai 1^- . Näistä 0^- -mesoneita kutsutaan *pseudoskalaarimesoneiksi*, 1^- -hiukkasia puolestaan *vektorimesoneiksi*.⁶

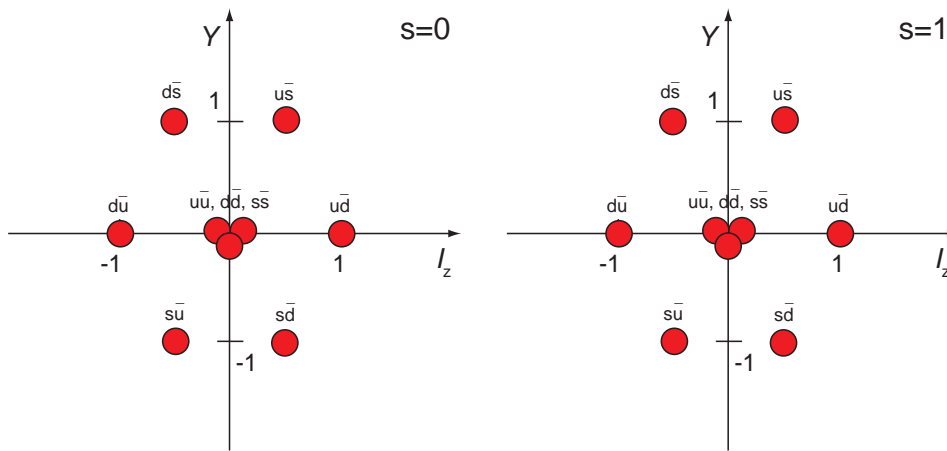
Yksinkertaisimmat esimerkit mesoneista ovat kolme pionia, jotka muodostavat $I = 1$ -tripletin:

$$\begin{aligned}\pi^+ &= u\bar{d}, & I_z &= +1 \\ \pi^0 &= u\bar{u}, d\bar{d}, & I_z &= 0 \\ \pi^- &= d\bar{u}, & I_z &= -1.\end{aligned}$$

Kaikki muut mahdolliset kvarkki–antikvarkkiyhdistelmät tapauksessa $s = 0$ ja $s = 1$ on piirretty näkyviin (Y, I_z) -koordinaatistoon kuvassa 7.6. **Nämä mesoninonetit ovat täsmälleen samat kuin mitä on kokeellisesti havaittu.** Kannattaa huomata pari seikkaa:

- kvarkki–antikvarkkikombinaatiot $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ sekä $s\bar{s}$ ovat itse asiassa kaikki samanarvoisia, sillä kullekin niistä $Y = I_z = 0$. Itse asiassa on mahdollista osoittaa, että havaitut mesonit ovat oikeasti näiden pariskuntien lineaarikombinaatioita: $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$, $\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ sekä $s\bar{s}$. Tällä periaatteella esimerkiksi neutraalin pionin kvarkkikoostumus on oikeammin $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$.
- Vektorimesonien kvarkkikoostumus on täysin sama kuin pseudoskalaarimesonienkin, mutta massa niillä on suurempi kuin 0^- -vastinpareilla. 1^- -nonetin jäseniä voidaankin pitää perusmesonien *virittyneinä tiloina*. Jossain määrin tämä on ymmärrettävää, koska hiukkassysteemin energia minimoituu antisymmetrisessä $s = 0$ -konfiguraatiossa.

⁶Nimi ”vektorimesoni” tai yleistettynä ”vektoribosoni” tulee siitä, että jos ko. hiukkanen toimii jonkin kentän välittäjähiukkasena, kysessä on vektorikenttä. Esimerkiksi fotonit ovat vektoribosoneja, koska sähkömagneettinen kenttä on vektorikenttä. Vektori- ja pseudoskalaarimesonien (tai -bosonien) lisäksi löytyy myös skalaari- ja pseudovektorimesoneja (tai -bosoneja), joiden spin–pariteetti on 0^+ ja 1^+ .



Kuva 7.5: Vasemmalla kuvan 7.1 spin-0-mesonit (Y, I_z) -koordinaatistossa. Hiukkasen nimi on korvattu sen kvarkkikoostumuksella. Oikealla puolestaan kuvan 7.1 spin-1-mesonit (Y, I_z) -koordinaatistossa myöskin kvarkkimallin mukaisina yhdistelminä.

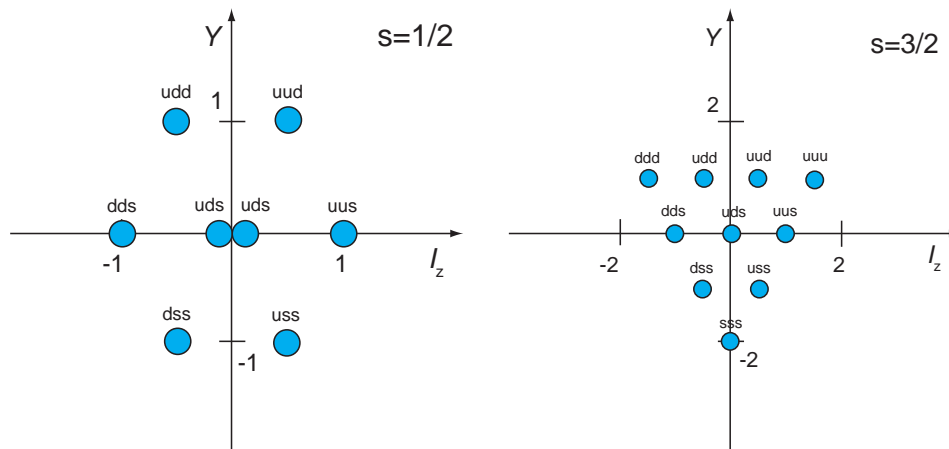
Baryonit

Kvarkkimalli kertoo meille, että baryonit ovat kolmen kvarkin sidottuja tiloja. Yksinkertaisimmat, kevyimmät — ja samalla ainoat stabiilit baryonit — ovat protoni ja neutroni koostumukseltaan $p = uud$ ja $n = udd$. Loput u-, d- ja s-kvarkeista aikaansaavat baryonit on esitetty kuvassa 7.6.

Jälleen luku 6.4.3 kertoo meille, että kevyiden baryonien kulmaliikemäärä on $l = 0$ ja pariteetti $P = +1$. Koska spin-1/2-hiukkasia on nyt kolme, kokonaisspinin ja samalla kokonaiskulmaliikemäärän mahdolliset arvot ovat $\frac{1}{2}$ ja $\frac{3}{2}$. Mutta hetki pieni: eipä unohdeta Paulin kieltoääntöä, jolla on varmaan jotain sanottavaa sellaisista baryoneista kuin vaikkapa uuu... Nyt meillä on systeemissä kolme identtistä hiukkasta, kaikki änkeämässä tilaan $l = 0$, jossa ei kuitenkaan ole tilaa kuin kahdelle hiukkaselle (toinen spin-ylös-, toinen spin-alas-tilassa). Kuulostaa täysin mahdottomalta, mutta järkyttävintä tässä on, että **yhdistelmä uuu liittyy ihan oikeasti havaittuun hiukkaseen Δ^{++}** . Missä mennään metsään?

Oletetaan ihan pienen hetken ajan, että Paulin kieltoääntö ei olekaan voimassa, jolloin **systemin aaltofunktion pitääkin olla hiukkasten vaihdon suhteen symmetrinen**. Tällöin saadaan rakennettua seuraavat kombinaatiot:

- Jos kaikki kvarkit ovat erilaisia, muodostuu vain yksi yhdistelmä, baryoni $B = uds$. Tämän kokonaiskulmaliikemäärälle ei mikään mahti maailmassa aseta minkään valtakunnan rajoituksia: kahden ekan kvarkin muodostaman parin spin on $s_{ud} = 0, 1$, ja tähän kun lisätään kolmannen kvarkin mukanaan tuoma puolikas, päädytään tulokseen $j = s = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$. Muodostuu siis kaksi erilaista (vaikkakin kvarkkikoostumukseltaan samanlaista) $\frac{1}{2}^+$ -baryonia sekä yksi $\frac{3}{2}^+$ -baryoni.



Kuva 7.6: Vasemmalla kuvan 7.2 spin-1/2-baryonit (Y, I_z) -koordinaatistossa. Hiukkasen nimi on korvattu sen kvarkkikoostumuksella. Oikealla puolestaan kuvan 7.2 spin-3/2-baryonit (Y, I_z) -koordinaatistossa myöskin kvarkkimallin mukaisina yhdistelminä.

- Jos kaksi kvarkeista on samoja, seuraavat kuusi yhdistelmää ovat mahdollisia:
 $B = uud, uus, ddu, dds, ssu$ ja ssd . Aaltofunktion symmetrisyysvaatimuksen vuoksi baryonissamme $B = aab$ pitää nyt olla $s_{aa} = 1$ vastaten symmetristä aa -parin spinin triplettiaaltofunktiota. Kokonaisspiniksi saamme $j = s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$. Sekä $\frac{1}{2}^+$ - että $\frac{3}{2}^+$ -joukkoon liittyy siis kuusi uutta hiukkasta.
- Jos kaikki kvarkit ovat samoja, saadaan kolme yhdistelmää $B = uuu, ddd$ ja sss . Ainoa tapa, jolla aaltofunktio saadaan symmetriseksi, on asettaa kaikki spinin samansuuntaisiksi, jolloin $j = s = \frac{3}{2}$.

Olemme saaneet täten rakennettua $\frac{1}{2}^+$ -baryonioktetin ja $\frac{3}{2}^+$ -baryonidekupletin. Yhteensopivuus kuvan 7.2 kanssa on jälleen hämmästyttävä. Oktettiin kuuluvia hiukkasia voidaan pitää baryonien perustiloina, dekupletin hiukkaset muodostavat ensimmäiset viritystilat.

Yllä totesimme, että kvarkkimallin mukaan syntyy kaksi uds -baryonia spin- $\frac{1}{2}$ -tilaan. Toinen niistä on nimeltään $\Lambda(1116)$ ja toinen $\Sigma^0(1193)$. Mistä tiedetään, kumpi uds -kombinaatio vastaa Λ -hiukkasta ja kumpi Σ^0 :aa ja miksi hiukkasten massat ovat niin eri suuret?

Miksi Paulin kieltosääntö ei muka ole voimassa? Ehkä se onkin, mutta jokin osa aaltofunktiosta on vielä hämärän peitossa...

Kvarkkien väri

Kvarkkimallin ja Paulin kieltosäännön välinen kiusallinen ristiriita saatiin ratkaistua vuonna 1964, kun Oscar Greenberg esitti, että paikan, spinin ja maun lisäksi kvarkeilla on vielä yksi

vapausaste. Tätä erikoista ominaisuutta alettiin kutsua *väriksi*. Kukin kvarkeista voi esiintyä kolmessa eri väritilassa, jotka on nimetty fyysikkohuumorin hengessä punaiseksi, vihreäksi ja siniseksi, symboleiltaan r , g ja b ; antikvarkit puolestaan esiintyvät antiväritiloissa \bar{r} , \bar{g} ja \bar{b} .⁷ Koska hadroneilla ei ole havaittu olevan mitään väriä, täytyy baryonissa kolmen kvarkin värien ja mesonissa kvarkin ja antikvarkin värien summautua nolllaksi. Analogia valkoisen muodostumiseen kolmesta pääväristä tai värin ja sen vastavärin yhdistelmästä ei ole ihan tuulesta temmattu...

Väriin liittyy oma aaltofunktionsa χ^C niin, että hadronin kokonaisaaltofunktio on

$$\Psi = \psi(\mathbf{r})\chi(\sigma)\chi^C.$$

Aaltofunktion rata- ja spinosuudet voivat täten olla ihan rauhassa symmetrisiä, kunhan vain väriaaltofunktio on antisymmetrinen — ja Pauli on tyytyväinen. Onko näin? Tarkastellaan ensiksi baryoneja. Baryonien väriaaltofunktiossa on kunkin kvarkeista oltava erivärinen (yksi punainen, yksi vihreä ja yksi sininen), jotta baryonit saataisiin pidettyä värineutraaleina. Tällaisia kombinaatioita löytyy kaiken kaikkiaan 6 kappaletta, joten mahdollisimman yleinen väriaaltofunktio on

$$\chi_B^C = \alpha_1 r_1 g_2 b_3 + \alpha_2 g_1 r_2 b_3 + \alpha_3 b_1 r_2 g_3 + \alpha_4 b_1 g_2 r_3 + \alpha_5 g_1 b_2 r_3 + \alpha_6 r_1 b_2 g_3.$$

Aivan samoin kuin spinaaltofunktiot ja $-$ tilat voidaan esittää kaksikomponenttisten vektoreiden avulla, eri väritilat voidaan esittää käyttämällä **kolmikomponenttisiä vektoreita**:

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Muistat varmaan, että spintilojen kimppuun kävivät kolme spinoperaattoria \hat{S}_x , \hat{S}_y ja \hat{S}_z , jotka yleensä esitettiin 2×2 -matriisien (Paulin spin-matriisien) muodossa. Värimaailmassa kolmen väritilan kimppuun hyökkää 8 värioperaattoria, jotka ovat 3×3 -matriiseja, muotoa $\hat{F}_i = \frac{1}{2}\hat{\lambda}_i$, missä

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \hat{\lambda}_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \hat{\lambda}_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \hat{\lambda}_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \hat{\lambda}_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & \hat{\lambda}_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

⁷Jostain syystä näitä ei kutsutakaan syaaniksi, magentaksi ja keltaiseksi.

$$\hat{\lambda}_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\lambda}_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Baryonin värineutraalisuus tarkoittaa näiden operaattorien mielestä sitä, että

$$\hat{F}_i \chi_B^C = 0.$$

Otetaan ensiksi tarkasteluun operaattori \hat{F}_1 . Kun \hat{F}_1 :llä operoidaan χ_B^C :n ensimmäistä termiä, saadaan

$$\begin{aligned} \alpha_1 \hat{F}_1(r_1 g_2 b_3) &= \alpha_1 (\hat{F}_1 r_1) g_2 b_3 + \alpha_1 r_1 (\hat{F}_1 g_2) b_3 + \alpha_1 r_1 g_2 (\hat{F}_1 b_3) \\ &= \frac{1}{2} \alpha_1 (g_1 g_2 b_3 + r_1 r_2 b_3). \end{aligned}$$

Muille termeille saadaan vastaavanlaiset tulokset, jolloin

$$\hat{F}_1 \chi_B^C = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} (g_1 g_2 b_3 + r_1 r_2 b_3) + \frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2} (b_1 g_2 g_3 + b_1 r_2 r_3) + \frac{\alpha_5 + \alpha_6}{2} (g_1 b_2 g_3 + r_1 b_2 r_3).$$

Jotta $\hat{F}_1 \chi_B^C = 0$, on oltava $\alpha_1 = -\alpha_2$, $\alpha_3 = -\alpha_4$ ja $\alpha_5 = -\alpha_6$. Tekemällä samat päätelmät muillekin operaattoreille saadaan lopulta ehdot:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\alpha_2, \alpha_3 = -\alpha_4, \alpha_5 = -\alpha_6 & \hat{F}_1 \text{ \& } \hat{F}_2 \\ \alpha_1 = -\alpha_4, \alpha_2 = -\alpha_5, \alpha_3 = -\alpha_6 & \hat{F}_4 \text{ \& } \hat{F}_5 \\ \alpha_1 = -\alpha_6, \alpha_2 = -\alpha_3, \alpha_4 = -\alpha_5 & \hat{F}_6 \text{ \& } \hat{F}_7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha_3 = -\alpha_4 = \alpha_5 = -\alpha_6 \equiv \alpha.$$

Aaltofunktio on siis

$$\chi_B^C = \alpha [r_1 g_2 b_3 - g_1 r_2 b_3 + b_1 r_2 g_3 - b_1 g_2 r_3 + g_1 b_2 r_3 - r_1 b_2 g_3],$$

joka on **täysin antisymmetrinen**, kun mitkä tahansa kaksi hiukkasta vaihdetaan päikseen.

Muille hadroneille muotoa $q^m \bar{q}^n$ värineutraalisuus asettaa ehdot⁸ $m - n = 3p$ ja $p, n \geq 0$. Niinpä esimerkiksi yhdistelmät $q\bar{q}$, qqq , $qqq\bar{q}$ ja $qqq\bar{q}\bar{q}$ ovat sallittuja, mutta esimerkiksi qq ja $qq\bar{q}$ ovat täysin kiellettyjä. Esimerkiksi baryonit voivat täten koostua pienestä määrästä pentakvarkkiyhdistelmiä, ja mesoneissa voi olla jäänteitä tetrakvarkkijengeistä.

7.1.4 Muita kvarkkimallin ennusteita

Hadronien ja kvarkkien massat

Hadronin massan voidaan ajatella muodostuvan sen sisältämien kvarkkien massojen summasta sekä sidosenergiasta. Aivan kuin ydinfysiikassakin!

⁸Katso esimerkiksi Martin ja Shaw: *Particle Physics*, luku 6.3.

Sovelletaan tätä yksinkertaista ideaa muutamiiin esimerkkitaipauksiin. Ensimmäiseksi selvitetään u- ja d-kvarkin massaerotus hiukkasten $\Sigma^+(1189) = uus$, $\Sigma^0(1193) = uds$ ja $\Sigma^-(1197) = dds$ massojen ja kvarkkikoostumuksen avulla. Oletetaan, että sidosenergia-termi koostuu etupäässä kvarkkien välisen Coulombin vuorovaikutuksen energiasta, minkä lisäksi mukana on hadronin koossapysymisestä vastaavan vahvan vuorovaikutuksen kontribuutio Δm_0 . Näin saamme

$$\begin{aligned} m(\Sigma^-) &= \Delta m_0 + m_s + 2m_d + \delta(q_d^2 + q_d q_s + q_d q_s) = \Delta m_0 + m_s + 2m_d + \delta e^2/3 \\ m(\Sigma^0) &= \Delta m_0 + m_s + m_d + m_u + \delta(q_u q_d + q_u q_s + q_d q_s) = \Delta m_0 + m_s + m_d + m_u - \delta e^2/3 \\ m(\Sigma^+) &= \Delta m_0 + m_s + 2m_u + \delta(q_u^2 + q_u q_s + q_u q_s) = \Delta m_0 + m_s + 2m_u, \end{aligned}$$

missä $\delta = 1/(4\pi\epsilon_0 r)$. Näistä saadaan

$$m_d - m_u = \frac{1}{3}[m(\Sigma^-) + m(\Sigma^0) - 2M(\Sigma^+)] = 3,8 \text{ MeV}/c^2.$$

Tämä estimaatti osuu hämmästyttävän hyvin yksiiin tarkemmissa mittauksissa saatujen lukuarvojen $2 \leq m_d - m_u \leq 4 \text{ MeV}/c^2$ kanssa. Tuloksen valossa on täysin ymmärrettävää, että samaan isospinjoukkioon kuuluvien hadronien massaero on niin tolkuttoman pieni: u-kvarkin korvaaminen d-kvarkillä ei tunnu missään, koska hadronien massat ovat itsessään GeV:n suuruisia.

Toinen esimerkki liittyy s-kvarkin massan selvittämiseen. Yksinkertaistetaan tilannetta vielä edelleen ja jätetään Coulombin vuorovaikutus kokonaan huomiotta; tämä on ihan OK oletus monessa tilanteessa. Tällöin saamme $\frac{3}{2}^+$ -dekupletin hiukkasille

$$m_\Omega - m_\Sigma \approx m_\Xi - m_\Sigma \approx m_\Sigma - m_\Delta \approx m_s - m_{u,d}.$$

Vastaavasti $\frac{1}{2}^+$ -oktetissa päädytään tulokseen

$$m_\Xi - m_\Sigma \approx m_\Xi - m_\Lambda \approx m_\Lambda - m_{p,n} \approx m_s - m_{u,d}.$$

Kaikkien näiden kuuden erotuksen keskiarvona saadaan $m_s - m_{u,d} \approx 160 \text{ MeV}/c^2$.

Viimeisessä esimerkissä tarjotaan selitystä kvarkkikoostumukseltaan identtisten $\frac{1}{2}^+$ - ja $\frac{3}{2}^+$ -baryonien suurelle massaerotukselle. Tämä hoituu sisällyttämällä sidosenergiaan jokin voimakkaasti spinistä riippuva termi. Eräs hyväksi havaittu yrite on ns. *kromomagneettinen termi*:

$$\Delta m_{\text{kromo}} = b \sum_{i < j} \frac{\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j}{m_i m_j},$$

missä $i, j = 1, 2, 3$ ja \mathbf{S}_i ja m_i viittaavat kunkin kvarkin spiniin ja massaan. Harjoitustehtävänä saat tämän mallin avulla ennustaa massan Σ^0 -baryonille.

Hadronien magneettiset dipolimomentit

Magneettinen dipolimomentti on massan ohella toinen suure, jolle kvarkkimalli pystyy antamaan täsmällisen ennusteen. Tarkastellaan esimerkkeinä protonia ja neutronia, jotka ovat kvarkkikoostumukseltaan muotoa $B = aab$. Oletetaan, että pistemäisen kvarkin q magneettisen dipolimomentin $\langle m_z \rangle_q$ voi lausua analogisesti elektronin magneettisen dipolimomentin kanssa muodossa (tapauksessa $\mathbf{L} = 0$)

$$\langle m_z \rangle_q = g_{S,q} \frac{q_q}{2m_q} \langle \hat{S}_z \rangle,$$

missä q_q on kvarkin varaus yksiköissä e , m_q kvarkin massa, $g_{S,q}$ vanha tuttu gyromagneettinen tekijä ja \hat{S}_z spinin z -komponentti.

Koska kvarkit ovat spin-1/2 hiukkasia ja kevyissä baryoneissa vielä perustilassaan eli $l = 0$, niin kvarkkiparille aa kokonaiskulmaliikemäärä on $j_{aa} = s_{aa} = 0,1$ ja koko systeemille $j_B = s_B = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$. Koska aaltofunktion spinosuuden on oltava hiukkasten vaihdon suhteen symmetrinen, valitaan aa :ta kuvaamaan aaltofunktio tripletti $s_{aa} = 1$:

$$\chi_{aa}(s_{aa} = 1) = \begin{cases} \chi_a(1/2, 1/2) \chi_a(1/2, 1/2) & m_{s,aa} = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [\chi_a(1/2, 1/2) \chi_a(1/2, -1/2) + \chi_a(1/2, -1/2) \chi_a(1/2, 1/2)] & m_{s,aa} = 0 \\ \chi_a(1/2, -1/2) \chi_a(1/2, -1/2) & m_{s,aa} = -1 \end{cases}$$

Kokonaisspinaaltofunktio baryonille on

$$\chi_B(s, m_s) = \chi_{aa}(1, m_{s,aa}) \chi_b(1/2, m_{s,b}),$$

missä $m_{s,aa} = -1, 0, 1$, $m_{s,b} = \pm \frac{1}{2}$, $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ ja $m_s = -s, \dots, s$. Erityisesti meitä kiinnostaa aaltofunktio $\chi_B(\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2})$, joka kuvaa protonia tai neutronia — nehan ovat spin-1/2 hiukkasia. Näiksi aaltofunktioiksi saamme

$$\begin{aligned} \chi(1/2, 1/2) &= \sqrt{\frac{2}{3}} \chi_{aa}(1, 1) \chi_b(1/2, -1/2) - \sqrt{\frac{1}{3}} \chi_{aa}(1, 0) \chi_b(1/2, 1/2) \\ \chi(1/2, -1/2) &= \sqrt{\frac{1}{3}} \chi_{aa}(1, 0) \chi_b(1/2, -1/2) - \sqrt{\frac{2}{3}} \chi_{aa}(1, -1) \chi_b(1/2, 1/2) \end{aligned}$$

Alla olevassa detaljissa on näytetty perustelu tälle tulokselle.

Detalji kiinnostuneille Kvanttiluvuiltaan suurimmaksi baryonin kokonaisspinaaltofunktioiksi saamme:

$$\chi(3/2, 3/2) = \chi_{aa}(1, 1) \chi_b(1/2, 1/2).$$

Seuraava aaltofunktio saadaan operoimalla funktiota $\chi(3/2,3/2)$ kvanttimekaanisella *laskuoperaattorilla*⁹ $\hat{S}_- = \hat{S}_{aa,-} + \hat{S}_{b,-}$

$$\begin{aligned}\hat{S}_-\chi(3/2,3/2) &= \sqrt{3}\chi(3/2,1/2) = \hat{S}_{aa,-}\chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2,1/2) + \chi_{aa}(1,1)\hat{S}_{b,-}\chi_b(1/2,1/2) \\ &= \sqrt{2}\chi_{aa}(1,0)\chi_b(1/2,1/2) + \chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2, -1/2).\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \chi(3/2,1/2) = \sqrt{\frac{2}{3}}\chi_{aa}(1,0)\chi_b(1/2,1/2) + \sqrt{\frac{1}{3}}\chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2, -1/2).$$

Samalla tavoin

$$\begin{aligned}\chi(3/2, -1/2) &= \sqrt{\frac{2}{3}}\chi_{aa}(1,0)\chi_b(1/2, -1/2) + \sqrt{\frac{1}{3}}\chi_{aa}(1, -1)\chi_b(1/2,1/2) \\ \chi(3/2, -3/2) &= \chi_{aa}(1, -1)\chi_b(1/2, -1/2).\end{aligned}$$

Entä tilat $\chi(1/2,1/2)$ ja $\chi(1/2, -1/2)$? Tilan $\chi(1/2,1/2)$ voi lausua muodossa

$$\chi(1/2,1/2) = A\chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2, -1/2) + B\chi_{aa}(1,0)\chi_b(1/2,1/2),$$

jolle pätee $A^2 + B^2 = 1$. Koska $\hat{S}_+\chi(1/2,1/2) = 0$ (koska kvantttilaa ei voi enää nostaa) ja koska $\hat{S}_+ = \hat{S}_{aa,+} + \hat{S}_{b,+}$, niin

$$\begin{aligned}\hat{S}_+\chi(1/2,1/2) = 0 &= A\chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2,1/2) + B\sqrt{2}\chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2,1/2) \\ \Rightarrow A &= \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad B = -\sqrt{\frac{1}{3}}.\end{aligned}$$

$$\chi(1/2,1/2) = \sqrt{\frac{2}{3}}\chi_{aa}(1,1)\chi_b(1/2, -1/2) - \sqrt{\frac{1}{3}}\chi_{aa}(1,0)\chi_b(1/2,1/2)$$

$$\chi(1/2, -1/2) = \sqrt{\frac{1}{3}}\chi_{aa}(1,0)\chi_b(1/2, -1/2) - \sqrt{\frac{2}{3}}\chi_{aa}(1, -1)\chi_b(1/2,1/2)$$

Otetaan nyt esimerkiksi $\chi(1/2,1/2)$, jolle saadaan sijoittamalla χ_{aa} :n ja χ_b :n lausekkeet paikoilleen

$$\begin{aligned}\chi(1/2,1/2) &= \frac{1}{\sqrt{6}} [2\chi_a(1/2,1/2)\chi_a(1/2,1/2)\chi_b(1/2, -1/2) - \chi_a(1/2,1/2)\chi_a(1/2, -1/2)\chi_b(1/2,1/2) \\ &\quad - \chi_a(1/2, -1/2)\chi_a(1/2,1/2)\chi_b(1/2,1/2)].\end{aligned}$$

Magneettiseksi dipolimomentiksi saadaan

$$\langle m_z \rangle = \int \chi_B^* \hat{m}_z \chi_B.$$

⁹Kvanttimekaniikassa on johdettu, että $\hat{J}_-\phi(j,m) = \sqrt{j(j+1) - m(m-1)}\phi(j,m-1)$ (laskuoperaattori) sekä $\hat{J}_+\phi(j,m) = \sqrt{j(j+1) - m(m+1)}\phi(j,m+1)$ (nosto-operaattori).

Operaattori \hat{m}_z konfiguraatiolle aab on

$$\hat{m}_z = g_{S,a} \frac{q_a}{2m_a} \hat{S}_{a,z} + g_{S,a} \frac{q_a}{2m_a} \hat{S}_{a,z} + g_{S,b} \frac{q_b}{2m_b} \hat{S}_{b,z},$$

missä pistemäisille hiukkasille pätee elektronien tapaan $g_{S,a} \approx g_{S,b} \approx 2$.

Protonin konfiguraatio on p = uud (oletetaan vielä ylös- ja alaskvarakit lähes samanmassaisiksi), jolloin

$$\langle m_z \rangle \approx \frac{e}{2m_{u,d}} \int \chi^*(1/2, 1/2) \left[g_{S,u} q_u \hat{S}_{u,z} + g_{S,u} q_u \hat{S}_{u,z} + g_{S,d} q_d \hat{S}_{d,z} \right] \chi(1/2, 1/2).$$

Koska $\hat{S}_z \chi_\uparrow = \frac{\hbar}{2} \chi_\uparrow$ ja $\hat{S}_z \chi_\downarrow = -\frac{\hbar}{2} \chi_\downarrow$ ja

$$\chi(1/2, 1/2) = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(2\chi_\uparrow^u \chi_\uparrow^u \chi_\downarrow^d - \chi_\uparrow^u \chi_\downarrow^u \chi_\uparrow^d - \chi_\downarrow^u \chi_\uparrow^u \chi_\uparrow^d \right),$$

niin

$$\begin{aligned} \langle m_z \rangle &= \frac{e\hbar}{2m_{u,d}} \frac{1}{6} \left[4 \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \right] \\ &\approx \frac{e\hbar}{2m_{u,d}} \frac{1}{6} \cdot 938,3 \text{ MeV}/c^2 \\ &= \frac{e\hbar}{2m_{u,d}} = \frac{\overbrace{m_p}^{\approx 938,3 \text{ MeV}/c^2}}{\underbrace{m_{u,d}}_{\approx 336 \text{ MeV}/c^2}} \mu_N \approx 2,79 \mu_N. \end{aligned}$$

Neutronille konfiguraatio on puolestaan n = ddu. Tällöin samoilla tempuilla saamme

$$\langle m_z \rangle = -\frac{2}{3} \cdot \frac{e\hbar}{2m_{u,d}} = -\frac{2}{3} \langle m_{p,z} \rangle \approx -1,86 \mu_N.$$

Kokeelliset arvot ovat $\mu_p = 2,793 \mu_N$ sekä $\mu_n = -1,913 \mu_N$, joten erittäin hyviä tuloksiahan nämä ennusteet ovat!

Esimerkki 7.2. Tarkastellaan tässä tehtävässä *lumottuja baryoneja*. Kokeellisesti niitä on havaittu vain muutama: isospinsingletti $X^+(2285)$ ($\tilde{C} = 1$ ja $S = 0$), isospindupletti $Y^+, Y^0(2466)$ ($\tilde{C} = 1$ ja $S = -1$), isospintripletti $Z^{++}, Z^+, Z^0(2454)$ ($\tilde{C} = 1$ ja $S = 0$) sekä isospinsingletti $V^0(2704)$ ($\tilde{C} = 1$ ja $S = -2$). Olettaen, että kunkin näistä baryoneista spin-pariteetti on $\frac{1}{2}^+$, kirjoita niiden kvarkkikoostumukset ja kaiva kirjallisuudesta esille niiden nimet. Arvioi vielä tuntemattomaksi jääneen spin- $\frac{1}{2}$ -hiukkasen massa. Seuraavat massaerotukset tunnetaan: $m_Y - m_{\Lambda_c} \approx 181 \text{ MeV}/c^2$ ja $m_Y - m_{\Sigma_c} \approx 12 \text{ MeV}/c^2$. Lisäksi tiedetään, että $m_{\Sigma_c} \approx 2452 \text{ MeV}/c^2$ ja $m_{\Omega_c} \approx 2698 \text{ MeV}/c^2$.

Ratkaisu: Kaikille tehtävänannon hiukkasille $\tilde{C} = 1$, joten niiden kvarkkikoostumus on väistämättä cab, missä a ja b voivat olla mitkä tahansa kaksi kvarkkia joukosta u, d ja s. Jos $a \neq b$, niin silloin kvarkkiparin ab spin voi olla joko $s_{\text{pair}} = 1$ tai $s_{\text{pair}} = 0$. Jos taas $a = b$, pariskunnan aa spinin on oltava $s_{\text{pair}} \equiv 1$; tämä takaa sen, että spinaaltofunktio on symmetrinen hiukkasten vaihdon suhteen kuten kvarkkimallin lähtökohdat vaativat. Lisäämällä c-kvarkki a:n ja b:n muodostamaan pariin saadaan kokonaisspiniksi $s_{\text{tot}} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$.

- Tapauksessa $s_{\text{pair}} = 0$ saadaan tripletti csu, csd sekä cdu . Näiden otusten kvanttiluvut ovat:

$$(\tilde{C}, S, I_z) = \left(1, -1, \frac{1}{2}\right), \left(1, -1, -\frac{1}{2}\right) \text{ ja } (1, 0, 0).$$

Näin ollen muodostuu (Y, I_z) -tasoon isospindupletti $\Xi_C^+, \Xi_C^0 = csu, csd$ sekä isospin-singletti $\Lambda_C^+ = cud$.

- Tapauksessa $s_{\text{pair}} = 1$ ja $s_{\text{tot}} = \frac{1}{2}$ saadaan rakennettua sekstetti css, csu, csd, cuu, cud sekä cdd . Näistä hiukkasista muodostuu isospintripletti $\Sigma_C^{++}, \Sigma_C^+, \Sigma_C^0 = cuu, cud, cdd$, isospin-dupletti $\Xi_C^+, \Xi_C^0 = csu, csd$ sekä isospinsingletti $\Omega_C^0 = css$.
- Tapauksessa $s_{\text{tot}} = \frac{3}{2}$ muodostuu samanlainen kvarkkisekstetti kuin edellisessäkin kohdassa, mutta hiukkasten nimet ja massat ovat erilaisia.

Tehtävässä annetut hiukkaset ovat siis

$$\begin{aligned} Y^+, Y^0 &= csu, csd \equiv \Xi_C^+, \Xi_C^0 \\ Z^{++}, Z^+, Z^0 &= cuu, cud, cdd \equiv \Sigma_C^{++}, \Sigma_C^+, \Sigma_C^0 \\ X^+ &= cud \equiv \Lambda_C^+ \\ V^0 &= css \equiv \Omega_C^0. \end{aligned}$$

Selvästi leikistä puuttuu toinen dupleteista Ξ_C^+, Ξ_C^0 . Jos oletetaan, että baryonimultipletin sisällä suurin vaikutus havaittuihin massaeroihin tulee kvarkkien massojen erotuksista, voidaan päätellä, että

$$\begin{aligned} m_Y - m_{\Lambda_C} &\approx 181 \approx m_s - m_{u,d} \\ m_Y - m_{\Sigma_C} &\approx 12 \ll m_s - m_{u,d}. \end{aligned}$$

Tästä nähdään, että todennäköisimmin annetut hiukkaset Y kuuluvat tapauksen $s_{\text{pair}} = 0$ duplettiin. Annettujen hiukkasten massaerotuksesta saadaan tapauksen $s_{\text{pair}} = 1$ sekstettiin kuuluville Ξ_C hiukkasille

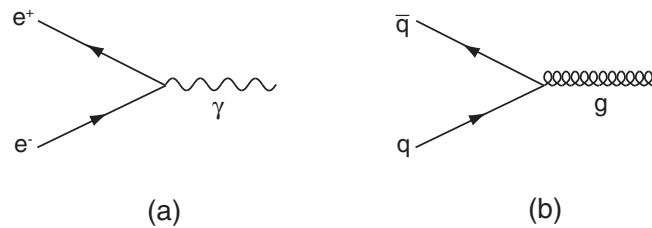
$$m_{\Omega_C} - m_{\Xi_C} \approx m_{\Xi_C} - m_{\Sigma_C} \approx m_s - m_{u,d}.$$

Tästä saadaan arvioitua

$$m_{\Xi_C} \approx \frac{1}{2} (m_{\Omega_C} + m_{\Sigma_C}) = 2575 \text{ MeV}/c^2.$$

7.2 Vahva vuorovaikutus ja kvanttikromodynamiikka

Hadronien yhteydessä otettiin jo esille vahvan vuorovaikutuksen käsite kuvaamaan voimaa, joka pitää kaikki baryonit ja mesonit koossa. Seuraavaksi on tarkoitus keskustella siitä, mitä vahvassa vuorovaikutuksessa oikein tapahtuu, mitkä ovat vahvan vuorovaikutuksen välittäjähiukkaset, miten nämä välittäjähidut kytkeytyvät kvarkkeihin ja — ennen kaikkea — **miten** ne hadronit pysyvät kasassa.



Kuva 7.7: (a) Esimerkki QED:n perusvertkseistä: elektronin ja positronin annihilaatio fotoniksi. (b) Esimerkki QCD:n perusvertkseistä: kvarkin ja antikvarkin annihilaatio gluoniksi.

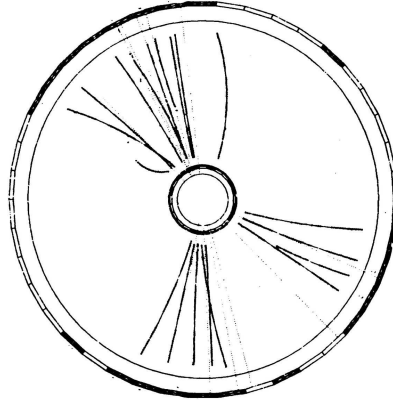
7.2.1 Värivoima ja gluonit

Sitä tikulla silmään joka vanhoja muistelee, mutta toisaalta kertaus on opintojen äiti. Luvussa 6 kävimme läpi vuorovaikutusten perusasioita keskittyen erityisesti sähkömagneettiseen vuorovaikutukseen. Totesimme, että sähkömagnetismin kvanttiteoria on kvanttielektrodynamiikka, jonka keskeinen sanoma tiivistyy yhteen virkkeeseen: sähkömagneettisessa vuorovaikutuksessa varatut hiukkaset — ennen kaikkea elektronit ja positronit — vuorovaikuttavat vaihtamalla keskenään sähkömagneettisen kentän kvantteja, fotoneja.

Myös vahvalle vuorovaikutukselle löytyy omat välittäjähiukkasensa sekä hiukkasominaisuus, josta välittäjähidut ovat kiinnostuneet: **vahvassa vuorovaikutuksessa värilliset hiukkaset — kvarkit ja antikvarkit — vuorovaikuttavat vaihtamalla keskenään värikentän kvantteja, gluoneja.** Sen lisäksi että kvarkkien värillisuus pystyi kauniisti selittämään aaltofunktion antisymmetrisyysongelman, värillä on tämän toteamuksen valossa suorastaan fundamentaali rooli fysiikassa! Väri vuorovaikutukselle on QED:n tapaan kehitetty oma kvanttiteoriansa, ja se tunnetaan *kvanttikromodynamiikan* (QCD, Quantum ChromoDynamics) nimellä. Kuvaan 7.7 on piirretty Feynmanin graafi yhdelle QCD:n perusvertkseistä, kvarkin ja antikvarkin annihilaatiolle gluoniksi. Vertailun vuoksi kuvassa näkyy myös vastaava QED:n verteksi, elektronin ja positronin annihilaatio fotoniksi. Kannattaa huomata pari seikkaa:

- gluoneja merkitään korkkiruuvi- (tai jousi-) viivoilla, jotta ne erottuisivat fotonien aaltoviivoista ja
- vahva vuorovaikutus **ei ole lainkaan kiinnostunut kvarkin mausta**: QCD:n verteksit ovat yhtä voimakkaita niin u-, s- kuin t-kvarkillekin!

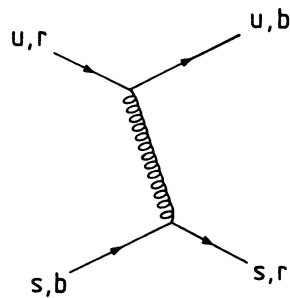
Kvarkkien ja antikvarkkien lisäksi gluonitkin on ”havaittu” kokeellisesti. Aikaisemmin puhuttiin jo epäelastisen sironnan partonijakaumasta ja siitä, että puolet protonin liikemäärästä liittyy kvarkkeihin ja antikvarkkeihin, puolet gluoneihin. Toinen, huomattavasti havainnollisempi kokeellinen tulos on suuntautuneiden hadronisuihkujen syntyminen elektroni-



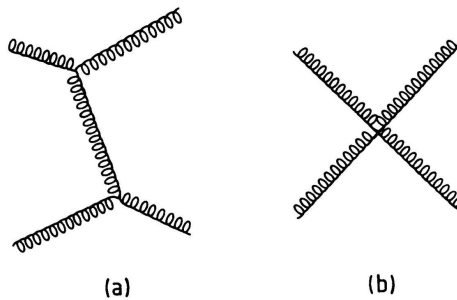
Kuva 7.9: Tietokoneella tehty rekonstruktio elektroni–positroni-annihilaatiossa syntyvistä kolmesta hadronisuihkusta. Kaarevat yhtenäiset viivat vastaavat varattuja hiukkasia, ohuet katkoviivat neutraalihituja. [19]

Taulukko 7.4: Väriverausten I_z^C ja Y^C arvot eri väri- ja antiväritiloille.

Kvarkit			Antikvarkit		
Tila	I_z^C	Y^C	Tila	I_z^C	Y^C
r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	\bar{r}	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
g	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	\bar{g}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
b	0	$-\frac{2}{3}$	\bar{b}	0	$\frac{2}{3}$



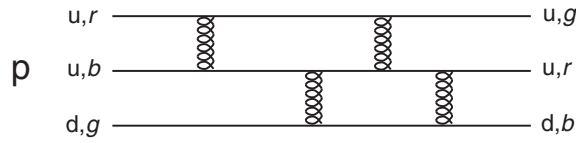
Kuva 7.10: u- ja s-kvarkki vuorovaikuttavat keskenään vaihtamalla gluonin. Tällöin kummankin kvarkin väritila muuttuu. [19]



Kuva 7.11: Kaksi alimman kertaluvun esimerkkiä gluoni–gluoni-vuorovaikutuksista. Gluoni–gluoni-vuorovaikutusten seurauksena on jopa mahdollista, että luonnosta löytyisi pelkästään gluoneista koostuvia hiukkasia, ”liimapalloja”. [19]

Haa! **Myös gluoneilla on väriveraus!** Yhteensä erilaisia väriverausyhdistelmiä löytyy 8 kappaletta, joista osa tosin vastaa värittömiä kombinaatioita. Väriällisyys tuo mukanaan monimutkaisia gluoni–gluoni-vuorovaikutuksia, joista pari esimerkkiä on esitetty kuvassa 7.11. Tässä yksi syy sille, miksi QCD on niin paljon hankalampi teoria kuin QED!

Mutta, mutta... Hadronit ovat värittömiä, joten mikä ihme sitoo protonit ja neutronit ytimiksi? On selvää, että ydinvoimalla täytyy olla jotain tekemistä vahvan vuorovaikutuksen ja väri vuorovaikutuksen kanssa; muuten sähkömagneettinen vuorovaikutus ottaisi ohjat käsiinsä tai sitten luonnosta pitäisi löytyä vielä jokin uusi ihmeellinen perusvoima. Vastaus ongelmaan on, että hadronien nettoväriveraus toki on nolla, mutta hadronien sisällä tapahtuu jatkuvaa kvarkkien värin muuttumista kuvan 7.12 mukaisesti. Jos protonit ja neutronit pääsevät tarpeeksi lähelle toisiaan, ne alkavat nähdä toistensa väriverausjakauman ja pysyvät kytkeytymään siihen. Näin ollen **ydinvoima on väri voiman ts. vahvan vuorovaikutuksen häntäefekti**. Nyt ymmärrämme, miksi ydinvoiman kantama on niin lyhyt ja miksi ydinvoimalle ei tahdo löytyä analyttistä lauseketta!



Kuva 7.12: Protonin rakenne kvarkkitasolla. Kvarkit muuttavat jatkuvasti väritilaansa vaihtamalla keskenään gluoneja.

7.2.2 Kvarkkien vankeus ja asymptoottinen vapaus

Vahvan vuorovaikutuksen eli värivoiman potentiaali olkoon seuraava ihmetyksen kohteemme. Sähkömagneettinen vuorovaikutus voitiin ympätä liikeyhtälöihin Coulombin $1/r$ -potentiaalilla avulla, mutta arvatenkin värivoiman kanssa tilanne ei ole näin yksinkertainen. Eniten tietoa kvarkkien välisestä voimasta on kerätty tutkimalla eksoottisten mesonien, charmoniumin $c\bar{c}$ ja bottomiumin $b\bar{b}$ energiaspektrejä. Tällaisten tutkimuskohteiden valintaan on selvä syy: charmonium ja bottomium ovat niin raskaita hiukkasia, että tilannetta voi tarkastella epärelativistisesti, Schrödingerin yhtälöä käyttämällä. Toisin sanoen liikeyhtälömme on

$$-\frac{\hbar^2}{2m_r}\nabla^2\psi(\mathbf{r}) + V(r)\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}),$$

missä m_r on charmoniumin tai bottomiumin redusoitu massa. Havaitut spektrit selittyvät parhaiten joko potentiaalilla

$$V(r) = -\frac{a}{r} + br,$$

missä $a \approx 0,48 \text{ GeV} \cdot \text{m}$ ja $b \approx 0,18 \text{ GeV/m}$ tai potentiaalilla

$$V(r) = c \ln(dr),$$

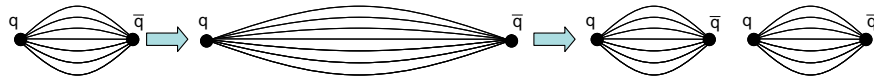
missä $c \approx 0,7 \text{ GeV}$ ja $d \approx 0,5 \text{ m}^{-1}$. Erityisen hyvin nämä funktiot toimivat alueessa $0,2 \leq r \leq 0,8 \text{ fm}$. Vielä lyhyemmällä etäisyyksillä, kun $r \leq 0,1 \text{ fm}$, vuorovaikutusta dominoi satavarmasti yhden gluonin vaihtuminen hitujen välillä, ja tällöin potentiaali on puhtaasti Coulombin muotoa

$$V(r) \propto -\frac{\alpha_S \hbar c}{r},$$

missä α_S on vahvan vuorovaikutuksen (dimensioton) kytkentävakio. Analogia sähkömagnetismiin on kristallinkirkas: muistat varmaan vielä luvusta 6.3, että Coulombin potentiaalilla pystyi kirjoittamaan muotoon

$$V_C = -\frac{\alpha \hbar c}{r},$$

missä $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0 \hbar c)$ on hienorakennevakio ja samalla sähkömagnetismin dimensioton kytkentävakio.



Kuva 7.13: Mesonissa kvarkki ja antikvarkki on ikään kuin liitetty toisiinsa kuminauhalla. Kun näitä yritetään repiä irti toisistaan, systeemiin tuodaan jossain vaiheessa niin paljon energiaa, että syntyy toinenkin mesoni.

Yleisestä potentiaalin lausekkeesta nähdään, että suurilla etäisyyksillä lineaarinen termi alkaa dominoida eli potentiaali vain voimistuu etäisyyden kasvaessa. Niinpä tarvitaan äärettömän paljon energiaa repimään kvarkit irti toisistaan. Tätä vahvan vuorovaikutuksen ominaisuutta kutsutaan *kvarkkien vankeudeksi*: vapaita kvarkkeja ei ole edes teoriassa mahdollista havaita, vaan kvarkit piiloutuvat aina ja kaikkialla hadronien sisään riittävän lähelle toisiaan. Revittäessä hadronia rikki systeemiin pannaan jossain vaiheessa niin paljon energiaa, että syntyy uusi kvarkki–antikvarkkipari — joka äkkiä muodostaa mesonin. Tätä tapahtumaa on havainnollistettu kuvassa 7.13. Kannattaa myös huomata, että kvarkkien välisen alati voimistuvan voiman seurauksena QCD:ssä ei ole mahdollista käyttää samaa häiriöteoriaan pohjautuvaa lähestymistapaa kuin QED:ssä ts. tarkastella vuorovaikutusta eri kertaluvuissa. Siksi QCD:n avulla on erittäin vaikeaa laskea mitään järkevää!

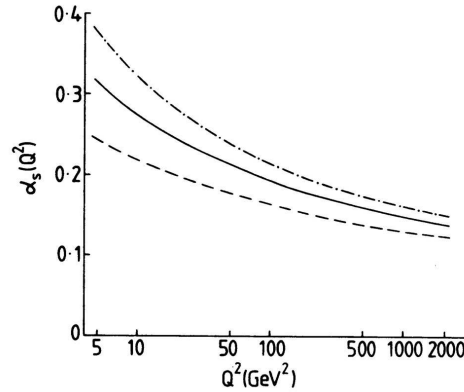
Eikä tässä vielä kaikki! Vuonna 1973 David Gross, David Politzer ja Frank Wilczek toteivat suuren energian (eli pienenpienen mittakaavan) sirontakokeiden perusteella, että kytkentävakio α_S ei olekaan vakio, vaan riippuu parametrissa Q^2 (luvussa 6.1 esitelty Lorentz-invariantti neliliikemäärän muutos) siten, että

$$\alpha_S \propto \frac{1}{\ln(Q^2/\Lambda^2)},$$

missä $\Lambda = 0,2 \pm 0,1 \text{ GeV}/c$. Tämän mallin mukainen α_S :n käyttäytyminen on esitetty kuvassa 7.14. Siis:

- kun Q^2 kasvaa eli mennään kohti pienempiä mittakaavoja (jolloin $r \rightarrow 0$), niin $\alpha_S(Q^2)$ pienenee, jolloin
- kvarkit ovat *asymptoottisesti vapaita*: tosi lyhyillä etäisyyksillä niihin ei enää kohdistu mitään voimaa.

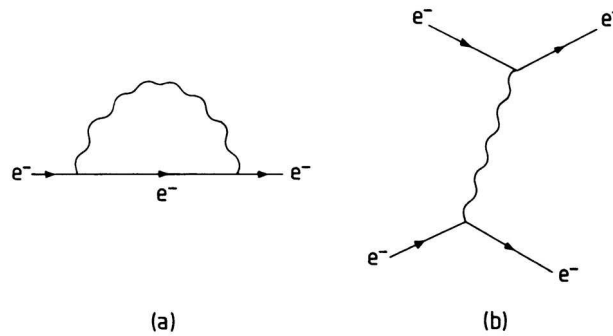
Asymptoottisen vapauden lisäksi kytkentävakion pieneneminen energian kasvaessa muuttaa vuorovaikutusten keskinäisiä voimakkuuksia. Erityisesti hyvin suurissa energiaolosuhteissa — vaikkapa maailmankaikkeuden alkuhetkillä — ei ole lainkaan mahdotonta, että kaikki kytkentävakiot olisivat yhtä suuria ja kaikki luonnon perusvoimat saisi integroitua yhdeksi ainoaksi supervoimaksi!



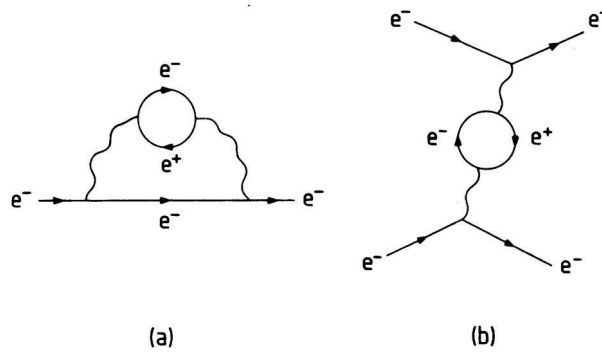
Kuva 7.14: KytKentävakio α_S parametrin Q^2 funktiona. Alin käyrä vastaa arvoa $\Lambda = 0,1$, muut käyrät arvoja $\Lambda = 0,2$ ja $\Lambda = 0,3$. Käyrän muoto riippuu myös kvarkkimakujen määrästä; kuvan käyrät on piirretty siinä tapauksessa, että makuja on neljä kappaletta (u, d, s ja c). [19]

Intuitiivinen selitys asymptoottiselle vapaudelle löytyy jälleen QCD:n ja QED:n eroavaisuuksista. Kummassakin kvanttikentäteoriassa tulee esiin mahdollisuus *kvanttifluktuaatioihin*, joita on havainnollistettu kuvissa 7.15, 7.16 ja 7.17. QED:ssä elektroni voi emittoida fotonin ja absorboida sen hetken kuluttua takaisin (kuva 7.15(a)), ellei lähistöllä satu liikumaan toista elektronia, joka ottaisi sen vastaan (kuva 7.15(b)). Vuorovaikutuksen aikana voi kuitenkin tapahtua pieniä häiriöitä: välittäjähihto voi esimerkiksi materialisoitua virtuaaliseksi elektroni–positroni-pariksi pienen hetken ajaksi (kuva 7.16(a)); tällainen kvanttifluktuaatioista syntynyt pari voi tulla vastaan myös elektroni–elektroni-vuorovaikutuksen graafissa korkeammassa kertaluvuissa (kuva 7.16(b)). Mitä tästä kaikesta oikein seuraa? Sähköopista muistanet, että eristeeseen upotetun testivarauksen ympärille kerääntyy polarisoituneita molekyyliä, minkä seurauksena lähistöllä liikkuvan toisen testivarauksen kokema potentiaali on ”todellista” pienempi — paitsi jos tämä toinen varaus saadaan vietyä ihan kiinni alkuperäiseen testivaraukseen. Samalla tavalla vakuumifluktuaatiot varjostavat sähkömagneettista vuorovaikutusta, paitsi jos etäisyydet ovat tarpeeksi pieniä, luokkaa $r < \lambda_C = \hbar/(m_e c) \approx 10^{-13}$ m. Esimerkiksi kuvan 7.16(a) graafissa vuorovaikutuksen potentiaali on todellisuudessa $V_C = \frac{\alpha_{\text{eff}} \hbar c}{r}$, missä $\alpha_{\text{eff}} > \alpha$ pienillä etäisyyksillä. Varjostuksen voi siis ottaa huomioon muuttamalla kytkentävakio efektiiviseksi, mutta ihan yhtä hyvin olisimme voineet pitää kytkentävakion arvon kiinnitettynä muuttamalla hiukkasen sähkövaraus efektiiviseksi. Tällaista temppeä kutsutaan *renormalisaatioksi*, ja sen avulla päästään esimerkiksi QED:ssä eroon suljetuista poluista (kuten kuvassa 7.16), joita vastaavat integraalit divergoivat. Muuttamalla sähkövarauksen arvoa sopivasti saadaan nämä luupit otettua automaattisesti huomioon, minkä jälkeen voidaan jatkaa prosessin analysoimista kuvan 7.15b kaltaisten ”helppojen” polkuintegraalien avulla.

Analogisesti QED:n kanssa QCD:ssä esiintyy kvarkki–antikvarkkiparien aikaansaamaa vä-



Kuva 7.15: (a) Elektronin itseisvuorovaikutus ensimmäisessä kertaluvussa. (b) Tavanomainen elektroni–elektroni-vuorovaikutus. [19]

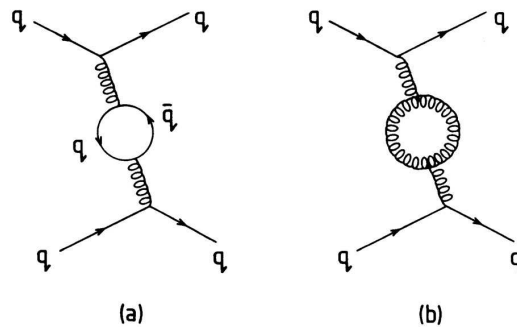


Kuva 7.16: (a) Elektronin itseisvuorovaikutus toisessa kertaluvussa. (b) Vastaava elektroni–elektroni-vuorovaikutuksen toisen kertaluvun graafi. [19]

rivarauksen varjostumista (kuva 7.17(a)) mutta myös gluoni–gluonivuorovaikutusten aiheuttamaa *antivarjostusta* (kuva 7.17(b)). Tämän seurauksena käykin niin, että $\alpha_S \rightarrow 0$, kun $r \rightarrow 0$.

7.3 Hadronien hajoaminen ja hadronireaktiot

Edellisissä kappaleissa on puhuttu pitkään ja perusteellisesti siitä, miten vahva ja sähkömagneettinen vuorovaikutus pitävät hiukkasia ja hiukkassysteemejä kasassa. Tässä luvussa on tarkoitus tutustua hieman paremmin voimien pimeään puoleen: hiukkasten hajoamiin ja hiukkanreaktioihin. Itse vuorovaikutusprosessille ei kuitenkaan tapahdu mitään — edelleen kvarkit vaihtelevat keskenään gluoneja ja elektroneja fotoneja — vaan ero ikuisesti oloonsa tyytyväisen protonin ja nopeasti hajoavan raskaan hadronin välillä liittyy kvarkkien



Kuva 7.17: (a) QED:n tapaan gluoni voi materialisoitua kvarkki-antikvarkki-pariksi pieneksi hetkeksi. (b) Mutta gluoni voi myös muodostaa gluonipuuroa, mikä varjostuksen sijaan synnyttää anti-varjostusta. [19]

järjestymiseen uudestaan energeettisesti edullisempaan konfiguraatioon. Näin syntyy uusia hadroneita, mikä ulospäin näkyy erilaisina hitureaktioina.

7.3.1 Eri vuorovaikutukset ja aikaskaalat

Kaikki hiukkaset eivät ole protonin ja elektronin tapaan stabiileja, vaan ne elävät hyvin lyhyen ajan: kvanttimekaaninen systeemi (tässä tapauksessa hiukkanen) pyrkii aina alimpaan mahdolliseen energiatilaan, kohti kevyintä säilymislakien sallimaa hiukkasta. Tyypillisesti mitä raskaampi hiukkanen on kyseessä, sitä lyhyempi on sen elinaika. Hajoamisesta on vastuussa jokin vuorovaikutus, joka määräytyy hiukkasen eliniän tai reaktion kestoajan perusteella:

- Kun kyseessä on vahva vuorovaikutus, aikaskaala on $10^{-24} - 10^{-22}$ s. Näin lyhytikäisiä hadroneita on täysin mahdotonta havaita kokeellisesti; ne nähdään *resonansseina* reaktion vaikutusalan kuvaajassa.
- Kun kyseessä on sähkömagneettinen vuorovaikutus, aikaskaala on $10^{-21} - 10^{-16}$ s. Hadronien tapauksessa tällaiset reaktiot ovat melko harvinaisia, sillä yleensä vahva vuorovaikutus saa otettua kunnan niskalenkin muista vuorovaikutuksista. Sitä vastoin elektronit ja positronit tulevat hyvin juttuun sähkömagnetismin kanssa kuten QED:n yhteydessä todettiin.
- Kun kyseessä on *heikko vuorovaikutus*, aikaskaala on jopa $10^{-13} - 10^{-7}$ s. Monet oudot hiukkaset (tarkoittaa siis s-kvarkkeja sisältäviä hadroneita) hajoavat tällä tavalla kuten seuraavassa kappaleessa nähdään. Samalla selviää, mitä heikossa vuorovaikutuksessa oikein tapahtuu kvarkkitasolla.

Vuorovaikutuksen voimakkuus riippuu myös käytettävissä olevasta energiasta. Tämä selittää sen, miksi elinajat voivat vaihdella esimerkiksi sähkömagneettisen vuorovaikutuksen tapauksessa viiden dekadin alueella. Vapaa neutroni esimerkiksi hajoaa heikolla vuorovaikutuksella, mutta on todella pitkäikäinen (elinaika 13 min luokkaa), sillä hajoamisen Q -arvo on vain 0,8 MeV — pieni energia hiukkasfysiikassa.

Mikä vuorovaikutus aiheuttaa minkäkin hajoamisen? No ne säilymislaithan sen kertoo! Vahvassa vuorovaikutuksessa kaiken mahdollisen pitää säilyä, sähkömagneettisessa vuorovaikutuksessa ei myöskään katsota hyvällä varauksen, energian, liikemäärän, pariteetin jne. säilymisen rikkoutumista, mutta heikko vuorovaikutus ei ole ihan niin tarkka kuten tulemme kohtapuoliin näkemään. Hadronien tapauksessa kvarkkien maku ei saa muuttua vahvassa vuorovaikutuksessa — eikä sen puoleen sähkömagneettisessä tapauksessakaan — mutta heikossa vuorovaikutuksessa maku muuttuu. Miten? Vastaus seuraa ihan pian, ensiksi pieni lisähuomio resonanssihiukkasista.

Minkä vuoksi neutraalin pionin π^0 elinaika on niin hirveän lyhyt ($8,4 \cdot 10^{-17}$ s), kun taas varattujen pionien elinaika on huomattavasti pidempi ($2,6 \cdot 10^{-8}$ s)?

7.3.2 Resonanssit

Monet havaituista hadroneista ovat erilaisia kevyiden baryonien ja mesonien virittyneitä tiloja, jotka vahva vuorovaikutus hajottaa äärimmäisen nopeasti kevyemmiksi hiukkasiksi. Tällaisia lyhytikäisiä otuksia voi syntyä ihan yksinkertaisissakin hiukkasreaktioissa tyyliin $\pi^- + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + n$. Tämä reaktio etenee tyypillisesti *resonanssitilan* X^0 kautta siten, että ensiksi tapahtuu reaktio $\pi^- + p \rightarrow X^0$ ja sitten pikainen hajoaminen $X^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + n$. Resonanssihiukkasen olemassaolo on päätelty energian suhteen esitetystä reaktiotaajuuden tai reaktion vaikutusalan kuvaajasta: kun reaktion invariantti massa osuu yksiin resonanssihiukkasen massan kanssa, nähdään kuvaajissa voimakas piikki. Toisin sanoen pitää päteä

$$W^2 c^4 = (E_\pi + E_p)^2 - (\mathbf{p}_\pi + \mathbf{p}_p)^2 c^2 \equiv E_X^2 - \mathbf{p}_X^2 c^2 = m_X^2 c^4.$$

Mikäli vaikutusalaista löytyy useita piikkejä eri energioilla, vastaavat nämä eri resonanssihiukkasia. Resonanssihiikkiä voidaan mallintaa Breit–Wigner-kaavalla (katso luku 4.1.3), joka nyt yleistyy muotoon

$$\sigma_{\pi p \rightarrow X^0}(W) = \frac{\kappa}{(W - m_X)^2 c^4 + \Gamma^2/4},$$

missä κ sisältää kaikki invariantista massasta riippumattomat termit ja Γ on piikin kokonaisviivanleveys.

Esimerkki 7.3. Tarkastellaan pionipariksi $\pi^+ + \pi^-$ hajoavaa resonanssimesonia Y^0 . Määritä resonanssihiukkasen spin ja pariteetti. Mesonit $\rho^0(769)$ ja $f_2^0(1275)$ hajoavat pionipariksi vahvala vuorovaikutuksella, ja niiden spineiksi on määritetty $i = 1$ ja $i = 2$. Voivatko hajoamiset $\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ ja $f_2^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ tapahtua sähkömagneettisen vuorovaikutuksen välittämänä? Mitkä reaktioista $\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ ja $f_2^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ eivät voi tapahtua minkään vuorovaikutuksen välittämänä?

Ratkaisu: Kulmaliikemäärän säilymislaista saadaan $\mathbf{I} = \mathbf{0} + \mathbf{0} + \mathbf{L}$ eli $i = L$; tässä i on resonanssihiukkasen Y^0 spin, L on pioniparin suhteellinen ratakulmaliikemäärä ja samalla pariskunnan kokonaiskulmaliikemäärä: pionit ovat spin-0-hiukkasia. Pariteetin säilymislaista taas saamme

$$P_{Y^0} = P_{\pi}^2 \cdot (-1)^L \Rightarrow P_{Y^0} = (-1)^L = (-1)^i.$$

Reaktiossa $\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ on mukana fotoni ja se on täysin sallittu sähkömagneettisen vuorovaikutuksen välittämä reaktio; kulmaliikemäärä ja pariteetti säilyvät kaikkien kvanttilukujen ohella. Sen sijaan reaktio $f_2^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ ei onnistu, koska varauskonjugaatioon liittyvä kvanttiluku \hat{C} ei säily: $(-1)^2 \neq 1 \cdot (-1)$ (fotonin C -pariteetti on -1 , neutraalin pionin puolestaan $+1$ ja resonanssihiukkasen $(-1)^i$). Hajoamisreaktio $\rho^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ on täysin kielletty: kulmaliikemäärän säilymisestä saataisiin $L = 1$ pioniparille, mutta toisaalta kahden identtisen bosonin muodostaman systeemin aaltofunktion pitää olla hiukkasten vaihdon suhteen symmetrinen; siitä vaatimus $L =$ parillinen. Reaktio $f_2^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ on puolestaan OK ja se tapahtuu hyvin mielellään vahvan vuorovaikutuksen välittämänä — suunnilleen samalla nopeudella kuin $f_2^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$.

7.4 Heikko vuorovaikutus ja leptonit

Edellisessä kappaleessa tuli mainittua heikko vuorovaikutus ja hieman keskusteltua sen aiheuttamien hajoamisten aikavakioista. Tässä kappaleessa on tarkoitus paneutua hieman syvällisemmin heikon vuorovaikutuksen outoon ja jopa lumoavaan maailmaan, ennen kaikkea siihen, miten heikko vuorovaikutus eroaa vahvasta ja sähkömagneettisesta vuorovaikutuksesta. Yksi selvä ero liittyy *leptoneihin*.

7.4.1 Leptonit

Leptonit ovat alkeishiukkasia, jotka eivät ymmärrä ollenkaan vahvan vuorovaikutuksen päälle. Sen sijaan ne hajoavat toisiksi leptoneiksi — tai osallistuvat hadronireaktioihin — heikon vuorovaikutuksen välityksellä. Lisäksi varatut leptonit vuorovaikuttavat keskenään sekä tietysti hadronien kanssa sähkömagneettisen vuorovaikutuksen kautta. Kvarkkien tapaan leptonit jakautuvat kolmeksi perheeksi, jotka ovat:

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}.$$

Taulukko 7.5: Leptonien tärkeimmät ominaisuudet: massa m , varaus q/e , elinikä τ , elektroniluku L_e , myoniluku L_μ ja taoniluku L_τ . Leptonien spin–pariteetti on $i^P = \frac{1}{2}^+$.

Leptoni	m (MeV/c ²)	q/e	τ (s)	L_e	L_τ	L_τ
ν_e	$< 3 \cdot 10^{-6}$	0	stabiili	1	0	0
ν_μ	$< 0,19$	0	stabiili	0	1	0
ν_τ	$< 18,2$	0	stabiili	0	0	1
e^-	0,510998902	-1	stabiili	1	0	0
μ^-	105,6583568	-1	$2,19703 \cdot 10^{-6}$	0	1	0
τ^-	1776,99	-1	$290,6 \cdot 10^{-15}$	0	0	1

Lisäksi löytyy näiden antihukkasperheet

$$\begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \begin{pmatrix} \tau^+ \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix}.$$

Näistä elektronit, positronit, neutriinot ja antineutriinot ovat tuttuja jo aiemmista yhteyksistä, mutta mitä nuo muut hiukkaset — *myoni*, *taoni* sekä *myonin neutriino* ja *taonin neutriino* — oikein ovat? Elektronin tapaan ne kaikki ovat alkeellisia eli pistemäisiä spin-1/2-otuksia, mutta monet niistä painavat hurjan paljon enemmän kuin elektroni. Kunkin leptonin tärkeimmät ominaisuudet on kerätty taulukkoon 7.5.

Kvanttiluvut ja säilymislait

Jokaiseen ylläesiteltyyn leptoniperheeseen liittyy oma säilymislakinsa. Näistä ensimmäinen on *elektroniluvun säilyminen*, joka tarkoittaa sitä, että suureen

$$L_e \equiv N(e^-) - N(e^+) + N(\nu_e) - N(\bar{\nu}_e)$$

pitää säilyä kaikissa leptonireaktioissa. Tämän määritelmän perusteella saadaan spesifioitua jokaiselle ykkösperehen jäsenelle oma elektronilukunsa:

$$L_e(e^-) = 1, \quad L_e(e^+) = -1, \quad L_e(\nu_e) = 1, \quad L_e(\bar{\nu}_e) = -1.$$

Kaikille muille hiukkasille $L_e = 0$. Vastaavasti myoniperheeseen liittyy *myoniluvun* ja taoniperheeseen *taoniluvun* säilyminen ts. suureiden

$$\begin{aligned} L_\mu &\equiv N(\mu^-) - N(\mu^+) + N(\nu_\mu) - N(\bar{\nu}_\mu) \\ L_\tau &\equiv N(\tau^-) - N(\tau^+) + N(\nu_\tau) - N(\bar{\nu}_\tau) \end{aligned}$$

pitää säilyä leptonireaktioissa. Näin saadaan määriteltyä kullekin hidulle oma myoni- ja taonilukunsa:

$$\begin{aligned} L_\mu(\mu^-) &= 1, & L_\mu(\mu^+) &= -1, & L_\mu(\nu_\mu) &= 1, & L_\mu(\bar{\nu}_\mu) &= -1 \\ L_\tau(\tau^-) &= 1, & L_\tau(\tau^+) &= -1, & L_\tau(\nu_\tau) &= 1, & L_\tau(\bar{\nu}_\tau) &= -1. \end{aligned}$$

Myoni löydettiin kosmisesta säteilystä vuonna 1937, ja koska kyseessä on massaltaan yli 200 kertaa elektronia raskaampi otuus, myonit hajoavat nopeasti esimerkiksi reaktiolla

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.$$

Kannattaa huomata, että eri leptonilukujen säilymislakien vuoksi tässä reaktiossa syntyy todellakin **kaksi erilaista neutriinoa**. Helpoiten myonit syntyvät pionin hajoamistuotteina: pioni on kevyin hadroni, joten se ei mitenkään voi hajota enää vahvan vuorovaikutuksen välityksellä vielä kevyemmiksi hadroneiksi. Siispä heikko vuorovaikutus on ainoa mahdollisuus:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

Taoni puolestaan löydettiin vuonna 1975, kun tutkittiin erittäin suurienergisten elektroni-positroni-törmäysten lopputuotteita. Vaikka taoni on nykyänsityksen mukaan alkeishiukkanen, sillä on suurempi massa kuin protonilla, joten se voi hajota sekä kevyemmiksi leptoneiksi että kevyiksi hadroneiksi. Esimerkkireaktio olkoon

$$\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau.$$

Jälleen on syntynyt uusi neutriinomaku!

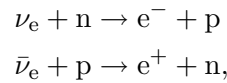
Neutriinot

NEUTRIINOIDEN PERUSOMINAISUUKSIA

Kaikki neutriinot ovat spin-1/2-hiukkasia ja erittäin kevyitä. Pitkään niitä pidettiin täysin massattomina, mutta nykyään ollaan vahvasti sitä mieltä, että neutriinoiden täytyy olla massallisia hiukkasia. Tähän johtopäätökseen on tultu tutkimalla lukuisissa eri betahajoisreaktioissa syntyvien elektronien energiaspektrejä sekä etsimällä selitystä kummallisille koetuloksille — vaikkapa sille, että auringosta tulee ”liian vähän” neutriinoja maapallolle. Elektronin neutriinon massan on määritetty olevan välillä $0 \leq m_{\nu_e} < 3 \text{ eV}/c^2$, muut neutriinot ovat hieman massiivisempia kuten taulukosta 7.5 nähdään.

Varauksettomina hiukkasina neutriinot vuorovaikuttavat aineen kanssa ainoastaan heikon vuorovaikutuksen välityksellä. Ja silloinkin vuorovaikutus hadronien tai leptonien kanssa on äärimmäisen vähäistä: esimerkiksi 1 MeV:n neutriinojen vapaa matka hadronisessa aineessa

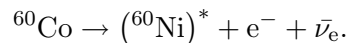
on noin 10^6 km. Neutriinojen havaitseminen onkin hyvin hyvin vaikeaa! Todennäköisimmin neutriinot seurustelevat aineen kanssa käänteisten betahajoamisreaktioiden välityksellä:



ja neutriinoilmaisimissa pyritään jollain konsteilla saamaan haaviin näissä reaktioissa syntyvät sekundääriset hiukkaset. Tosin täytyy huomata, että onnettoman pienen vaikutusalan vuoksi tarvitaan hirvuisen neutriinolähde ja järkyttävän suurikokoinen ilmaisin. Esimerkiksi Frederick Reines ja Clyde Cowan veivät vuonna 1956 tekemässään legendaarisessa kokeessa valtavan, kadmiumkloridiliuosta ja nestemäistä tuikeainetta voileipäparakenteeksi järjestettynä sisältävän astiansa ydinreaktorin lähelle¹¹. Reaktorista tulevat antineutriinot reagoivat aina silloin tällöin kadmiumkloridin protonien kanssa synnyttäen positroneja ja neutroneja. Positronit annihiloituivat nopeasti aineen elektronien kanssa, jolloin syntyi fotoneja, jotka tuikeilmaisoin pystyi havaitsemaan. Neutronit puolestaan hidastuivat termiselle alueelle, minkä jälkeen kadmiumydin kaappasi ne sisäänsä vapauttaen lisää sekundäärisiä fotoneja.

CP-INVARIANSSI JA NEUTRIINOIDEN VASENKÄTISYYS

Eräs mielenkiintoinen neutriinoihin — ja itse asiassa koko heikkoon vuorovaikutukseen — liittyvä asia on pariteetin ja varauskonjugaation säilymlain rikkoutuminen. Ilmiön havaitsi jo vuonna 1957 C. S. Wu kollegojensa kanssa tutkiessaan ^{60}Co -ytimien betahajoamista ($5^+ \rightarrow 4^+$) ts. reaktiota



Kobolttinäyte oli jäädytetty noin 0,01 K lämpötilaan, jotta lämpöliike ei sotkisi koejärjestelyä ja jotta ytimien magneettiset dipolimomentit (ja samalla ytimien spinit) asettuivat ulkoisen magneettikentän suuntaisiksi. Kaikkien ihmetykseksi reaktio ei ollut symmetrinen, vaan suurin osa elektroneista emittoitui magneettikenttään nähden vastakkaiseen suuntaan. Koska pariteettioperaatioissa $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ liikemäärän \mathbf{p} suunta muuttuu mutta kulmaliikemäärän $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ suunta ei muutu (kuten ei myöskään spinin), niin kaiken järjen mukaan elektronien pitäisi yhtä mieluusti lähteä ”eteenpäin” kuin ”taaksepäin”. Kobolttiytimien kummallisen hajoamisen lisäksi ihmetystä aiheuttivat myonin ja antimyonin hajoamistuotteiden kulmajakaumat: antimyonien hajoamisessa syntyvien positronien kulmajakauma oli aivan erilainen kuin myonien hajotessa muodostuvien elektronien. Varauskonjugaatio — hiukkasten muuttaminen antihiukkasiksi — ei näyttänyt olevan hyvä symmetria heikkosa vuorovaikutuksessa!

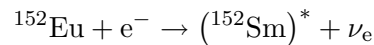
Vaikka varauskonjugaatio ja pariteetti eivät yksinään olekaan heikon vuorovaikutuksen symmetriaoperaatioita, niin onneksi niiden yhdistelmä käyttäytyy huomattavasti kauniimmin.

¹¹Esimerkiksi uraanin fission tuotteet ovat neutronien suhteen erittäin ylikuormitettuja, ja niiden betahajoaminen tuottaa helposti luokkaa $10^{17} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ olevan antineutriinovuon.

Jos nimittäin tehdään **peräkkäin pariteettimuunnos ja varauskonjugaatio** eli ensiksi muutetaan hiukkaset antihiukkasikseen, minkä jälkeen vielä käännetään niiden liikesuunnat, niin koetulokset (esimerkiksi myonien ja antimyonien hajoamistuotteiden kulmajakautumat) sekä teoreettiset ennusteet osuivat kauniisti yksiin.

Yllä käsitelty *CP-invarianssi* on keskeisessä roolissa myös neutriinon maailmassa. CP-invarianssin seurauksena antineutriino, jonka spinin z -komponentti on $\frac{1}{2}$ (ns. oikeakätinen antineutriino) korvataan neutriinolla, jonka z -komponentti onkin $-\frac{1}{2}$ (ns. vasenkätinen neutriino); samoin vasenkätinen antineutriino korvattaisiin oikeakätisellä neutriinolla. Jos tarkkoja ollaan, kyseessä ei varsinaisesti ole spin vaan ns. *helisiteetti*: tilat $\pm\frac{1}{2}$ on määritelty hiukkasen liikesuunnan, ei kiinteän ” z -akselin” suhteen. Koska liikesuunta muuttuu pariteettipeilauksessa mutta spin ei, helisiteetinkin merkki muuttuu.

Periaatteessa kummankin helisiteettitilan pitäisi olla yhtä todennäköinen neutriinolle ja antineutriinolle, mutta mutta ... **Luonnossa on kuitenkin havaittu vain vasenkätisiä neutriinoja ja oikeakätisiä antineutriinoja!** Ensimmäisen kerran tämä omituisuus havaittiin vuonna 1958 M. Goldhaberin tekemissä kokeissa. Goldhaber tutki isotoopin ^{152}Eu elektronikaappausreaktiota



ja varsinkin samariumytimen viritystilan purkautuessa syntyviä gammakvantteja. Fotonin helisiteetti voi olla ± 1 (katso luku 3.4.2) ja neutriinon puolestaan $\pm\frac{1}{2}$, joten soveltamalla kulmaliikemäärän säilymlakia koko reaktion tapahtuma-akselin suunnassa¹² saadaan elektronin helisiteetin mahdollisiksi arvoiksi $\pm\frac{1}{2}$ — ja vielä siten, että elektronin ja neutriinon helisiteetit ovat aina vastakkaismerkkiset mutta elektronin ja fotonin helisiteetit samanmerkkiset (piirrä kuva ja tarkista, että näin on!). Goldhaber määrittä fotonien helisiteetin sen perusteella, miten ne absorboituivat magnetoituun rautaan, ja tulokset osoittivat kiistatta yhteen suuntaan: **luonnosta löytyy vain vasenkätisiä neutriinoja.**

Pariteetin säilymättömyyden perusteella on päätelty heikon vuorovaikutuksen operaattorin \mathcal{O}_X olevan Fermi-transitioissa vektori, Gamow–Teller-hajoamisissa aksiaalinen vektori: näiden yhdistelmä ei säily muuttumattomana pariteettipeilauksessa. Tosin kummassakin tapauksessa ”ylimääräisen” vektorikomponentin osuus on aika pieni, joten usein riittää käyttää Fermi-hajoamisissa skalaarioperaattoria ja Gamow–Teller-prosesseissa spin-matriiseista koostuvaa vektorioperaattoria.

7.4.2 Heikko vuorovaikutus

Edellisen kappaleen johdattelujen jälkeen katsotaan systemaattisesti, mistä heikossa vuorovaikutuksessa oikein on kyse.

¹²Ratakulmaliikemäärää ei reaktiossa siirry tällöin lainkaan, semminkin kun elektronikaappaus tapahtuu tilalta $l = 0$.

Välittäjähiukkaset

Vahvan ja sähkömagneettisen vuorovaikutuksen tapaan heikollekin vuorovaikutukselle löytyy omat välittäjähiukkasensa. Nämä ovat kolme *välibosonia* W^\pm ja Z^0 , jotka fotoneista ja gluoneista poiketen ovat erittäin raskaita: niiden massoiksi on määritetty $m_W = 80,3 \text{ GeV}/c^2$ ja $m_Z = 91,2 \text{ GeV}/c^2$. Välibosoni Z^0 on sähköisesti neutraali, mutta W :t ovat varattuja hiukkasia, joten ainakin osassa heikon vuorovaikutuksen reaktioista sähkövarauksen täytyy jakautua uudella tavalla hiukkasten kesken; luonnollisesti kokonaissähkövarauksen täytyy kuitenkin säilyä.

Välibosonien massiivisuudesta seuraa, että heikon vuorovaikutuksen kantama on erittäin lyhyt, luokkaa $2 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$. Lisäksi välibosonit hajoavat todella nopeasti uusiksi hiukkasiksi, leptoneiksi tai hadroneiksi, joten heikkoa vuorovaikutusta voi monesti mallintaa piste-vuorovaikutuksena kuten Fermi teki betahajoamiselle jo 1930-luvulla. Vielä eräs erikoisuus heikkoon vuorovaikutukseen liittyy: vahvasta ja sähkömagneettisesta vuorovaikutuksesta poiketen se ei muodosta minkäänlaisia sidottuja tiloja. On kyllä olemassa ”heikko varaus” analogisesti värivarauksen (ja sähkövarauksenkin) kanssa, mutta se liittyy *sähköheikkoon vuorovaikutukseen*, josta puhumme luvussa 7.5.2.

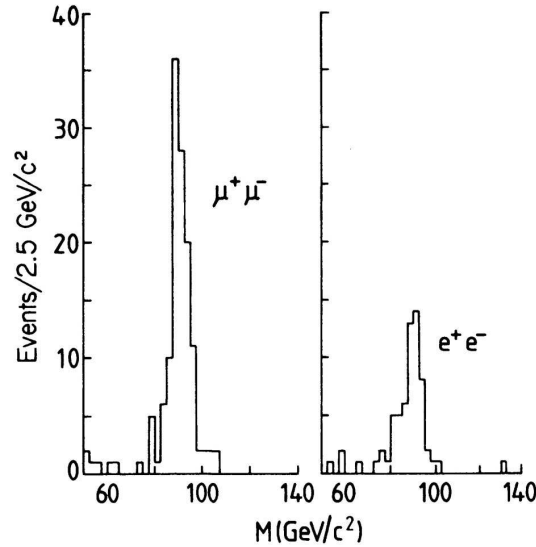
Miksi heikko vuorovaikutus ei muodosta sidottuja tiloja? Tarkastele positroniumin (elektronin ja positronin sidottu tila) kanssa analogista systeemiä ja arvioi, kuinka raskaita olisi kahden hiukkasen oltava, jotta niiden muodostaman sidottun tilan Bohrin säde olisi yhtä suuri kuin heikon vuorovaikutuksen kantama.

Välibosonit ovat siis pirun painavia ja epästabiileja hiukkasia, joten meni pitkään ennen kuin ne saatiin ”nähtyä” kokeellisesti. Suurienergisessä protoni–antiprotoni-törmäyksessä voi syntyä uusia hadroneita sekä jokin raskaista välibosoneista, joka hajoaa nopeasti leptoneiksi reaktioilla

$$\begin{aligned} W^+ &\rightarrow l^+ + \nu_l \\ W^- &\rightarrow l^- + \bar{\nu}_l \\ Z^0 &\rightarrow l^+ + l^-, \end{aligned}$$

missä leptoni l tarkoittaa lähinnä myonia tai elektronia ja ν_l vastaavaa neutriinoa. Neutraalin välibosonin Z^0 massa ja elinaika saadaan määritettyä etsimällä resonanssihiikkejä elektroni–positroni- tai myoni–antimyoni-parin invariantin massan jakaumasta. Esimerkiksi Fermilabin kokeissa on havaittu selvä piikki noin 90 GeV kohdalla (katso kuva 7.18). Myöhemmin tehtyjen, entistä tarkempien mittausten perusteella resonanssihiikin leveydeksi on saatu arviolta $\Gamma_Z \approx 2,490 \text{ GeV}$ vastaten elinaikaa $2,6 \cdot 10^{-25} \text{ s}$. Varattujen välibosonien W^\pm massan ja elinajan selvittämiseksi täytyy mitata sekä syntyvän leptonin invariantin massan jakauma että ”puuttuvan” kohtisuoran energian suuruus¹³: kaikkien havaittujen

¹³Kohtisuora alkuperäisen protoni–antiprotoni-suihkun liikesuuntaan nähden.



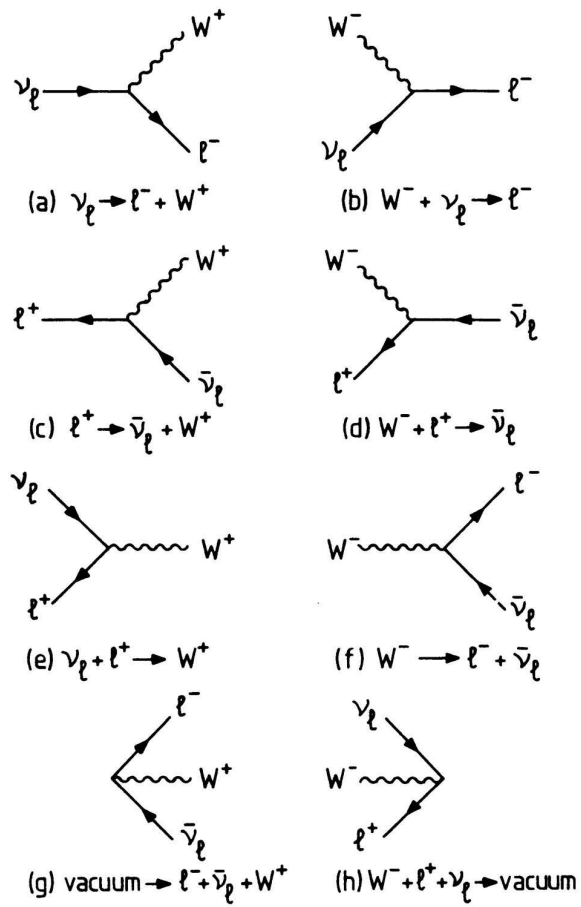
Kuva 7.18: Välibosonia Z^0 vastaavat resonanssihiikit näkyvät selvästi $\mu^-\mu^+$ - ja e^-e^+ -parien massajakauman kuvaajissa. Välibosonin massaksi on saatu noin $90,9 \pm 0,4 \text{ GeV}/c^2$ ja piikin leveydeksi 3 GeV. [19]

hiukkasten kohtisuorat energiat eivät nimittäin summaudu nolllaksi, sillä osa energiasta onkin mennyt havaitsemista välttelevälle neutriinolle. Mutkikkaiden analyysien jälkeen W^\pm :n massaksi on saatu yllä mainittu noin 80 GeV ja elinajaksi $3,2 \cdot 10^{-25} \text{ s}$.

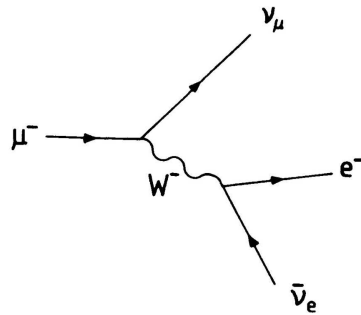
Varatun virran reaktiot

Varatun virran reaktioissa heikkoa vuorovaikutusta välittävät W^\pm -välibosonit. Varatun virran reaktiot ovat kaikkein tavallisimmat heikon vuorovaikutuksen aikaansaannokset, ja ne voivat olla puhtaan *leptonisia* kuten myonin hajoaminen $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, *semileptonisia* kuten tuttu betahajoaminen $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ tai täysin *hadronisia* kuten vaikkapa oudon lambda-hiukkasen hajoaminen ”tavallisiksi” hiduiksi reaktiolla $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$.

Leptonisessa tapauksessa QED:n kanssa analogiset kahdeksan perusverteksiä on esitetty kuvassa 7.19. Sähkömagneettisesta vuorovaikutuksesta poiketen välittäjähiukkanen on sähköisesti varattu, joten toisen verteksiin liittyvistä leptoneista täytyy olla varaukseton neutriino. Heikossa vuorovaikutuksessa siis esimerkiksi elektroni muuttuu neutriinoksi ja välibosoniksi, joka edelleen hajoaa vaikkapa toiseksi samanlaiseksi hitu–neutriino-pariksi. Huomaa, että usein välibosoneita merkitään katkoviivalla, jotta ne selvästi erottuisivat fotoneista, mutta myös aaltoviivan käyttäminen on yleistä! Jälleen tarvitaan vähintään kaksi verteksiä itse reaktion kuvaamiseen, jotta kaikki säilymlait olisivat voimassa. Jokainen kuvas-



Kuva 7.19: Varatun virran reaktioiden kahdeksan perusverteksiä puhtaan leptonisessa tapauksessa.
[19]



Kuva 7.20: Myonin hajoaminen elektroniksi ja kahdeksi neutriinoksi heikon vuorovaikutuksen välityksellä. Nyt vuorovaikutus siirtää meidät näppärästi perheestä toiseen. [19]

sa 7.19 esitelty verteksi on yhtä voimakas kaikille kolmelle leptoniperheelle, ja heikossa vuorovaikutuksessa voidaankin **siirtyä perheestä toiseen** kuten kuvan 7.20 mukainen myonin hajoamisreaktio osoittaa.

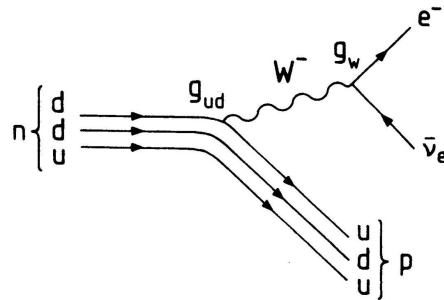
Edellisessä kappaleessa todettiin, että heikko vuorovaikutus on hyvällä tarkkuudella piste-vuorovaikutus, joten sen voimakkuutta voi arvioida käyttämällä kytkentävakiota $G_F/(\hbar c)^3 = 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ (tämä G_F on sama lukuarvo kuin betahajoamisen yhteydessä esillä ollut tekijä $g_F = 0,88 \cdot 10^{-4} \text{ MeV/fm}^3$). Parametrin pystyy vuorovaikutusten teorioiden merkinöillä (katso luku 6.3.2) kirjoittamaan myös muotoon

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3 \sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{m_W^2 c^4 \hbar c} = \frac{4\pi\alpha_W}{m_W^2 c^4},$$

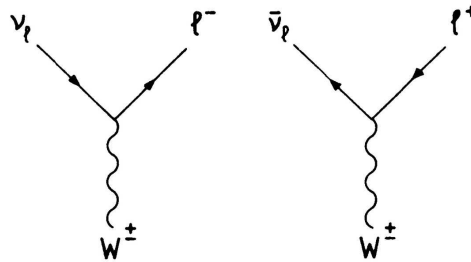
missä g_W on kytkentäväkio ja α_W dimensioton kytkentäväkio. Lukuarvojen sijoittamisen jälkeen saamme $\alpha_W \approx 4,2 \cdot 10^{-3} = 0,58\alpha$ (hienorakennevakio $\alpha = 1/137$). Sähkömagneettinen ja heikko vuorovaikutus (ainakin sen varatun virran osuus) ovat näin ollen lähes yhtä voimakkaita! Vahvan vuorovaikutuksen kytkentäväkio sitä vastoin on huomattavasti suurempi: hyvin epäelastisella alueella $\alpha_S \approx 0,15$ (katso kuva 7.14). Ja kannattaa muistaa, että vuorovaikutusten voimakkuudet ovat ensimmäisessä kertaluvussa verrannollisia kytkentävaktion neliöön, joten pienetkin erot kytkentävakioiden arvoissa korostuvat merkittävästi!

Leptoni–kvarkki-symmetria ja Cabibbon kulma

Seuraavaksi pitäisi saada hadronit mukaan näihin varatun virran reaktioihin. Katsotaan aluksi kuvaa 7.21, johon on piirretty semileptoninen betahajoamisreaktio $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ kvarkkitasolla. Yksi d-kvarkeista siis muuttuu u-kvarkiksi, ja samalla emittoituu välibosoni W^- , joka nopeasti hajoaa elektroni–antineutriino-pariksi (sallittu verteksi kuvan 7.19 mukaisesti). Lukuisia reaktioita ja niiden nopeuksia tutkimalla on todettu, että sekä kvarkkien



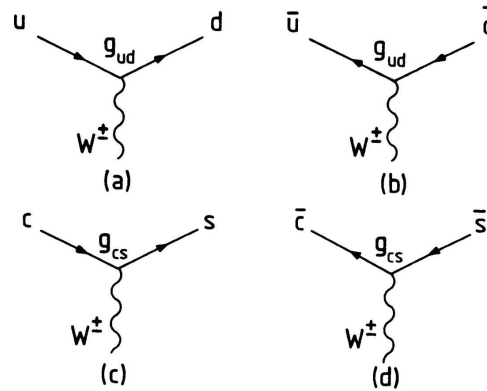
Kuva 7.21: Neutronin hajoamista kuvaava Feynmanin diagrammi. Yksi d-kvarkeista muuttuu u-kvarkiksi ja emittoituu välibosoni, joka salamannopeasti materialisoituu elektroni–antineutriinopariksi. Verteksien kytkentävakioille pätee $g_{ud} \approx 0,97g_w$. [19]



Kuva 7.22: Kaikki leptoniset perusverteksit voidaan esittää kahden yleistetyn verteksin avulla. [19]

muuttumisverteksi että elektroni–antineutriino-verteksi ovat lähes yhtä todennäköisiä. Tätä ominaisuutta kutsutaan *leptoni–kvarkki-symmetriaksi*, ja sen seurauksena kaikki kuvan 7.19 perusverteksit yleistyvät helposti kvarkkimaailmaan. Ensiksi korvataan perusverteksit kuvan 7.22 kahdella yleistetyllä verteksillä, minkä jälkeen tehdään muunnokset $\nu_e \rightarrow u$ ja $e^- \rightarrow d$; antileptonit vaihdetaan puolestaan antikvarkeiksi \bar{u} sekä \bar{d} . Muissa perheissä homma hoituu samoilla periaatteilla: c-kvarkki muuttuu s-kvarkiksi, t-kvarkki b-kvarkiksi, ja perusverteksissä tehdään tällöin korvaukset $\nu_\mu \rightarrow c$, $\mu^- \rightarrow s$, $\nu_\tau \rightarrow t$ ja $\tau^- \rightarrow b$. Lopputuloksena saadaan kuvan 7.23 mukaiset yleistetyt neutraalivirtareaktioiden kvarkkiverteksit.

Mutta ei tässä vielä kaikki! Puhtaan hadronisen hajoamisen $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$ kvarkkitason diagrammi on piirretty näkyviin kuvaan 7.24, ja selvästikin siinä s-kvarkki muuttuu u-kvarkiksi ja välibosoniksi W^- , joka edelleen muuttuu sallituksi $u\bar{d}$ -pariksi. **Heikossa vuorovaikutuksessa voi siis tapahtua perheiden välisiä kvarkkimaun muutoksia**, mutta jostain syystä tällaisten verteksien kytkentävakio on **paljon pienempi kuin sallituilla vertekseillä kuvassa 7.23!** Leikkiin ilmestyneitä verteksejä kutsutaan *vaimennetuiksi*, ja niiden esiin-



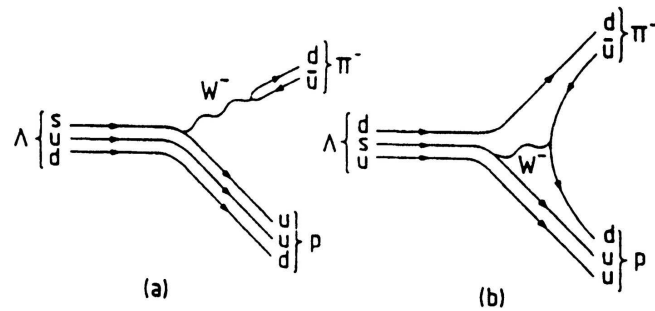
Kuva 7.23: Yleistetyt varatun virran kvarkkiverteksit saadaan tekemällä kuvassa 7.22 korvaukset $\nu_e \rightarrow u$, $e^- \rightarrow d$, $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{u}$ ja $e^+ \rightarrow \bar{d}$. Muissa perheissä korvaukset ovat puolestaan $\nu_\mu \rightarrow c$, $\mu^- \rightarrow s$, $\nu_\tau \rightarrow t$ ja $\tau^- \rightarrow b$; antihiukkaset korvataan ensimmäisen perheen tapaan vastaavilla antikvarkeilla. [19]

tyminen reaktiossa $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$ on syynä siihen, että ko. hajoaminen on noin 20 kertaa epätodennäköisempi kuin vaikkapa betahajoaminen.

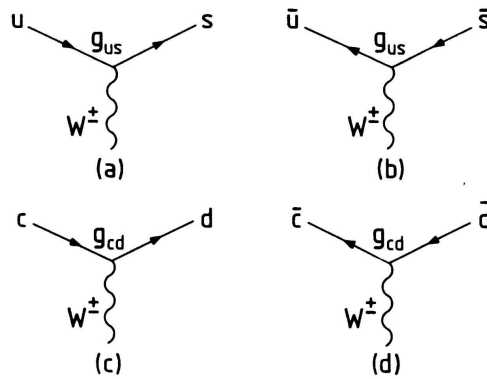
Syy vaimennettujen verteksien olemassaoloon löytyy siitä, että leptoni–kvarkki-symmetria ei olekaan aivan täydellinen, vaan heikossa vuorovaikutuksessa **kvarkkimaut ovat oikeasti sekoittuneet**. Vuonna 1963, jo ennen kuin kvarkkimallia oli edes esitelty, Nicola Cabibbo esitti, että tarvitaan uusi luonnonvakio $\theta_C = 12,7^\circ$ siten, että

- us-pari kytkeytyy W^\pm :in voimakkuudella $\sin \theta_C$ ja
- ud-pari kytkeytyy W^\pm :in voimakkuudella $\cos \theta_C$.
- Toisin sanoen kytkentävakioille pätee $g_{ud} = g_W \cos \theta_C$ ja $g_{us} = g_W \sin \theta_C$.
- Lisäksi lumokvarkki pystyy muuttumaan d- tai s-kvarkiksi. Tällöin kytkentävakiot ovat $g_{cd} = -g_{us}$ ja $g_{cs} = g_{ud}$.

Cabibbon oivallus perustui heikon vuorovaikutuksen varatun virran (samanlainen todennäköisyysvirta kuin muutoinkin kvanttimekaniikassa) mallintamiseen kahdella termillä, joista toinen säilytti hiukkasen outouden toisen muuttaessa sitä. Parametri θ_C kuvasi näiden termien suhteellisia voimakkuuksia. *Cabibbon kulman* θ_C vuoksi esimerkiksi kuvan 7.23 udW- ja kuvan 7.22 $\nu_e e^- W$ -verteksi eivät olekaan aivan yhtä voimakkaita, vaan niiden voimakkuuksien suhde on $g_{ud}^2/g_W^2 \approx 0,95$. Myös Λ -hiukkasen hidastunut hajoaminen saa selityksen: usW- ja udW-verteksien kytkentävakioiden suhde on $g_{us}^2/g_{ud}^2 = \tan^2 \theta_C \approx 0,05$. Erinomaisen hyvin koetulosten kanssa yksiin käyvä tulos! Kvarkkien sekoittumisesta syntyvät vaimennetut verteksit on piirretty vielä näkyviin kuvaan 7.25.



Kuva 7.24: Oudon Λ -hiukkasen hajoaminen pioniksi ja protoniksi varatun virran välityksellä ensimmäisessä kertaluvussa. (a) ja (b) ovat kumpikin mahdollisia kvarkkidiagrammeja. [19]



Kuva 7.25: Kvarkkimakujen sekoittuminen synnyttää vielä neljä uutta, vaimennettua kvarkkiverteksiä varatun virran reaktioihin. [19]

Cabibbon kulma saa kauniin selityksen kvarkkimallin kautta: d ja s ovat kvarkkien ominaistilat vahvassa vuorovaikutuksessa, mutta heikossa vuorovaikutuksessa ominaistilat ovatkin

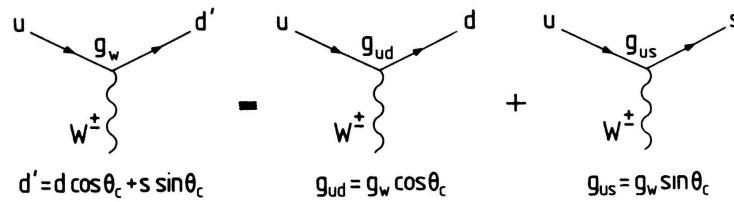
$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C$$

$$s' = -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C.$$

u - ja c -kvarkki esiintyvät heikossa vuorovaikutuksessa omana itsenään niin, että heikon vuorovaikutuksen kvarkkiperheet ovat¹⁴

$$\begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix} \text{ ja } \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \end{pmatrix}.$$

¹⁴Todellisuudessa myös b -kvarkki osallistuu sekoittumiseen hiukan kuten seuraavassa kappaleessa nähdään, mutta sen vaikutus tiloihin d' ja s' on minimaalisen pieni.



Kuva 7.26: Verteksi $ud'W$ ja sen rakentuminen sallitusta udW - ja vaimennetusta usW -verteksistä. [19]

Esimerkki todellisesta verteksistä $u \rightarrow d'$ on piirretty kuvaan 7.26 kuten myös ko. verteksin rakentuminen *Cabibbo-sallitusta* udW - ja *Cabibbo-vaimennetusta* usW -verteksistä.

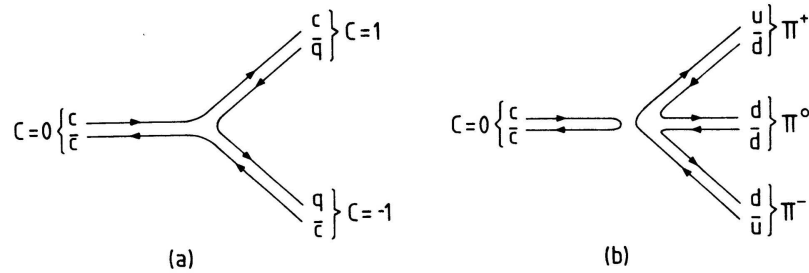
7.4.3 Lisää heikon vuorovaikutuksen juttuja

Raskaat kvarkit ja niiden löytyminen

Gell-Mannin alkuperäisessä kvarkkimallissa kaikki havaitut hiukkaset saatiin rakennettua kolmesta kevyimmästä kvarkista u , d ja s . Kuitenkin totesimme heti perään, että nykyään kvarkkeja tiedetään olevan kuusi kappaletta ja että kvarkit — kuten leptonitkin — muodostavat kolme perhettä. Kauniiltahan tällainen teoria näyttää, mutta onko siinä mitään tolkkua? Eihän raskasta lumokvarkkia, pohja- ja huippukvarkeista nyt puhumattakaan tarvita yhtään mihinkään?!

Paitsi että kyllä tarvitaan! Jo kvarkkimallin esittämisen aikoihin James Björken ja Sheldon Glashow esittivät, että kvarkkiteoria näyttäisi huomattavasti esteettisemmältä, jos elektroni- ja myonipariskuntien tapaan kvarkitkin esiintyisivät pareittain. Kunkin perheen sisällä heikko vuorovaikutus muuttaisi kvarkit tai leptonit toisikseen, kun taas syrjähyppyt perheiden välillä olisivat täysin kiellettyjä. Ylös- ja alas-kvarkki olivat luonteva valinta yhdeksi dublettiksi, mutta mistä löytyisi oudolle kvarkille kaveri? Glashow, John Iliopoulos sekä Luciano Maiani postuloivat neljännen kvarkkimaun, lumon (c), *Physical Review D*:ssä julkaistussa artikkelissaan vuonna 1970, mutta harva edes halusi uskoa mokoman möhkäleen olemassaoloon: sehän tarkoittaisi sitä, että luonnosta pitäisi löytyä hirvittävän paljon kaikenlaisia kummallisia hiukkasia.

Vuonna 1974 Stanfordin SLAC-kiihdyttimellä työskennellyt tutkijaryhmä havaitsi omituisen resonanssihiukkasen ψ tutkiessaan törmäysreaktiota $e^- + e^+ \rightarrow \psi \rightarrow$ hadroneita; yhtä outoja tuloksia saatiin samaan aikaan Brookhavenissa, jossa kiinnostuksen kohteena oli protoni–protoni-reaktio $p + p \rightarrow J + X \rightarrow e^+ + e^- + X$. Tuloksia vertailemalla huomattiin, että J ja ψ olivat täsmälleen sama resonanssihiukkanen, nykyiseltä nimeltään J/ψ , joka oli



Kuva 7.27: Kvarkkidiagrammit charmoniumin hajoamiselle (a) lumotuiksi mesoneiksi ja (b) lumoamattomiksi mesoneiksi (tässä tapauksessa pionitripletiksi). [19]

(i) hirvittävän raskas ($m_{J/\psi} \approx 3,1 \text{ GeV}/c^2$) mutta (ii) tosi pitkäikäinen ($\tau \sim 10^{-20} \text{ s}$) niin, että hiukkanen ei hajonnut ainakaan vahvan vuorovaikutuksen välittämänä. Ainoa selitys oli, että kyseessä oli raskaista lumo- ja antilumokvarkeista koostuva *charmonium*-mesoni $c\bar{c}$, joka ei päässyt eroon lumouksestaan kuin hajoamalla heikon vuorovaikutuksen välityksellä.

Miksei vahva vuorovaikutus onnistunut? Onhan nyt, hyvänen aika, charmoniumissa kvarkki ja antikvarkki, jotka voivat muodostaa uusia lumottuja tai lumoamattomia mesoneja vahvan prosessin kautta kuten kuvassa 7.27 on esitetty. (a)-kohdan reaktio tulee kuitenkin kyseeseen ainoastaan silloin, kun charmoniumin invariantti massa on riittävän suuri: ainoastaan virittyneet tilat pystyvät hajoamaan ko. prosessin mukaisesti. (b)-kohdan reaktio sisältää puolestaan pelkkiä kvarkin ja antikvarkin annihilaatio- ja parinmuodostusverteksejä ja on hyvin epätodennäköinen ns. OZI-säännön vuoksi; OZI-sääntö¹⁵ nimittäin sanoo, että raskaiden $c\bar{c}$ - tai $b\bar{b}$ -parien luominen tai tuhoaminen vahvassa vuorovaikutuksessa on paljon paljon epätodennäköisempää kuin kevyiden $u\bar{u}$ -, $d\bar{d}$ - tai $s\bar{s}$ -parien. Ja näitä pareja pitää syntyä kuvan 7.27 mukaan kolme kappaletta vastaten kolmea gluonia, minkä pystyy intuitiivisestikin hyväksymään epätodennäköiseksi tapahtumaksi; yhden tai kahden gluonin syntyminen ei ole mahdollista värivarauksen säilymisen vuoksi.

Vuonna 1975 löydettiin taoni ja postuloitiin siihen liittyvän neutriinon olemassaolo. Kolmas leptoniperhe oli löytynyt! Jaaha: kyllä esteettiset syyt vaativat, että kvarkkejakin pitää olla kolmen perheen verran, joten J/ψ :tä massiivisempien hiukkasten etsiminen alkoi kiivaasti. Vuonna 1977 Fermilabissa lopulta onnistuttiin havaitun Υ -resonanssin ($m_{\Upsilon} \approx 9,4 \text{ GeV}/c^2$) ominaisuudet saatiin selitettyä sillä, että kyseessä oli kevyin *bottomium*-mesoni ts. hiukkanen $\Upsilon = b\bar{b}$. Kauniille pohja-kvarkille piti tietenkin löytää kaveri. Vuonna 1995 Fermilabin tutkijat ilmoittivat viimein, että huippukvarkki oli löytynyt. Olihan siinä ollut hakemista, hiukkasen massakin kun oli tuollaiset $176 \text{ GeV}/c^2$...

¹⁵Säännön nimi tulee herroista Okubo, Zweig ja Iizuka.

Kvarkkien sekoittuminen ja CKM-matriisi

Kvarkki- ja leptoniperheitä on siis kolme kappaletta. Kuitenkin tarkastellessamme varatun virran reaktioita ja kvarkkien sekoittumista luvussa 7.4.2 muodostimme uudet heikon vuorovaikutuksen ominaistilat d' ja s' pelkästään kahden ensimmäisen perheen kvarkkimaku- ja lineaarikombinoimalla. Sekoittuminen ei kuitenkaan rajoitu tähän, vaan kyllä kolmaskin perhe pitää — ainakin periaatteessa — huomioida.

Matriisimuodossa tilat d' ja s' ovat

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}.$$

Yleistämällä sekoittuminen koskemaan myös kolmatta perhettä saamme *CKM-matriisin*¹⁶:

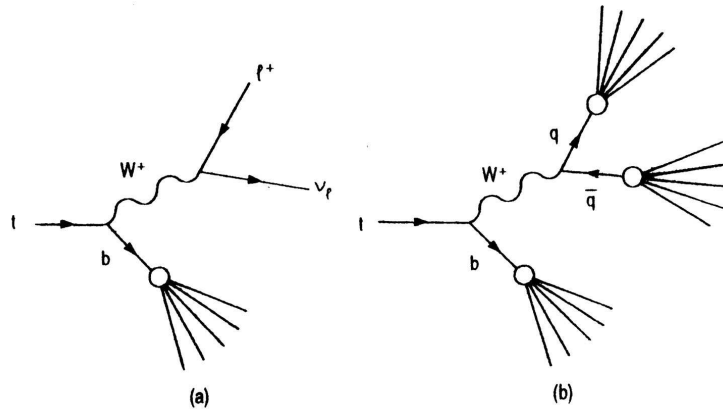
$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

Jotta sekä $(d \ s \ b)$ että $(d' \ s' \ b')$ olisivat ortonormaaleja kvarkkitilojen joukkoja, CKM-matriisin U täytyy olla unitaarinen ts. $U^\dagger = U^{-1}$. Sama tietysti koskee d :n ja s :n sekoitettavaa 2×2 -matriisiä, ja on helppo todeta, että yllä oleva Cabibbon kulmia sisältävä matriisihäpäke on todellakin unitaarinen — joskaan ei aivan kaikkein yleisin tapaus unitaarista 2×2 -matriisista. Yleisessä tapauksessa CKM:n matriisielementtien lausuminen unitaarisuusehdon avulla on hyvin ikävää, mutta onneksi on kokeellisesti todettu b -kvarkin sekoittumisen d - ja s -kvarkin kanssa olevan mitättömän pientä. Tällöin saamme

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C & 0 \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Niinpä $b' \approx b$, ja tämän seurauksena esimerkiksi huippukvarkki hajoaa yksinomaan pohjakvarkiksi heikon vuorovaikutuksen välityksellä. Mainitaan vielä lopuksi, että CKM:n matriisielementtien avulla saamme varatun virran reaktioiden kytkentävakioksi $g_{\alpha\beta} = g_W V_{\alpha\beta}$.

¹⁶Herrojen Cabibbo, Makoto Kobayashi ja Toshihide Maskawa mukaan.

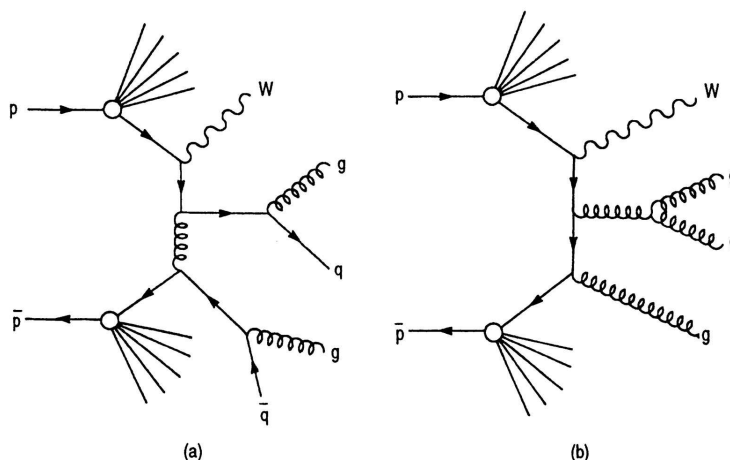


Kuva 7.28: Huippukvarkin hajoaminen reaktiolla $t \rightarrow b + W^+$. Välibosoni hajoaa edelleen joko (a) leptonipariksi tai sitten (b) kvarkiksi ja antikvarkiksi. Kaikki kvarkit naamioituvat välittömästi hadroneiksi, mikä selittää hadroniryöppyjen syntymisen tietyissä suunnissa. [19]

Detalji kiinnostuneille Huippukvarkki on erilainen nuori: sen massa on niin valtava, että se pystyy hajoamaan suoraan muiksi kvarkeiksi sekä välibosoneiksi heikon vuorovaikutuksen kautta. Äsken kuitenkin totesimme, että ainoa merkittävä hajoamismoodi on $t \rightarrow b + W^+$; pohjakvarkki hajoaa edelleen hadroneiksi ja välibosoni puolestaan joko leptonipariksi tai kvarkiksi ja antikvarkiksi (jotka äkkiä naamioituvat hadroniryöpyiksi) kuvan 7.28 mukaisesti. Hajoamisprosessin viivanleveys on suuruusluokkaa $\Gamma \sim \alpha_W m_t c^2 \sim \frac{g_W^2}{4\pi\hbar c} m_t c^2 \sim 1 \text{ GeV}$; täydellinen kvanttikenttäteoreettinen analyysi antaa lukuarvoksi $\Gamma \approx 1,7 \text{ GeV}$. Näin ollen huippukvarkin elinikä on todella lyhyt, $\tau \approx 4 \cdot 10^{-25} \text{ s}$. Tämän seurauksena huippukvarkki ei elä tarpeeksi kauan muodostaakseen hadroneja. Ainoa mahdollisuus havaita t-kvarkki on siis tutkia hajoamisen lopputilaa — joka on sotkuinen soppa hadroneita ja leptoneita.

Ja sopan keittäminen vaatii paljon energiaa! Käytännössä t-kvarkki pitää tuottaa $t\bar{t}$ -parina, mikä vaatii vähintään 360 GeV:n suuruisia energioita. Elektronitörmäyttimet eivät kykene synnyttämään näin energeettisiä hiukkassuihkua, joten ainoaksi mahdollisuudeksi jää protonien ja antiprotonien törmäyttäminen toisiinsa. Tällöin perusprosessi on $q + \bar{q} \rightarrow t + \bar{t}$, missä $q = u, d$. Mutta, mutta: kullakin kvarkilla on vain murto-osa protonin liikemäärästä ja energiasta, joten tarvittiin 1,8 TeV:n kokonaisenergia ennen kuin Fermilabin Tevatron-kiihdyttimellä työskennelleet tutkijat pystyivät varmistamaan $t\bar{t}$ -parin aikaansaamisen vuonna 1995.

Sitten pitäisi vielä löytää ne törmäykset, joiden lopputila on $b + W^+ + \bar{b} + W^-$. Analyysia hankaloittaa se seikka, että jokaista $t\bar{t}$ -parin syntyreaktiota kohti tapahtuu 10^9 puhdasta hadronireaktiota — siis reaktioita, joissa hadronit syntyvät suoraan käymättä välitilan $t\bar{t}$ kautta. Mutta miten erotetaan hadronit hadroneista? Huippukvarkin suuri massa tulee onneksi avuksi! Jos nimitäin 1,8 TeV materialisoituu suoraan hadroneiksi, nämä lentelevät ympäriinsä lähes isotrooppisesti, mutta jos muodostuu ensin $t\bar{t}$ -pari, syntyvillä hadroneilla on suuri liikemäärä ja ne emittoituvat tiettyihin suuriin kulmiin protoni-antiprotoni-suihkun liikesuuntaan nähden. Suuri osa taustasta saa-



Kuva 7.29: Kaksi esimerkkiä erilaisista ”valeprosesseista”. (a)-kohdassa tapahtuu reaktio $q + \bar{q} \rightarrow W + q + \bar{q} + g + g$, (b)-kohdassa puolestaan reaktio $q + \bar{q} \rightarrow W + g + g + g$. [19]

daan siten eliminoitua käyttämällä seuraavaa esikarsintaa: vaaditaan, että lopputilassa havaitaan (i) $l^+ + \nu_l + N$ hadroniryöppyä (ja $N \geq 3$), (ii) $l^- + \bar{\nu}_l + N$ hadroniryöppyä ja (iii) kaikilla syntyneillä leptoneilla ja hadronisuihkuilla kohtisuora liikemäärä on $p_{\perp} \geq 20 \text{ GeV}/c$. Hei, myös välibosonia etsittäessä oltiin kiinnostuneita reaktioista, joissa kohtisuoraa liikemäärää siirtyi merkittävässä määrin lopputiloille! Siispä meidän pitää eliminoida valereaktiot kuten $q + \bar{q} \rightarrow W^{\pm} + (N \geq 3)$ hadroniryöppyä, joka muuten dominoi $t\bar{t}$ -parin muodostumista 4–1. Kuvaan 7.29 on piirretty joitain esimerkkejä erilaisista ”valereaktioista”.

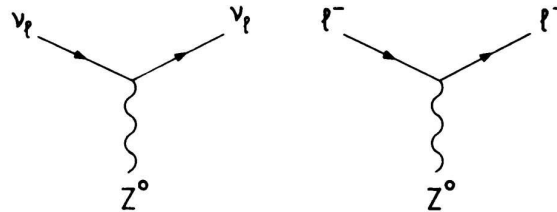
Onneksi valereaktioissa ei yleensä esiinny b-kvarkkien aiheuttamia hadroniryöppyjä, vaan ryöpyt syntyvät tyypillisesti joko emittoiduista gluoneista tai suoraan toisiinsa törmäävistä kvarkeista. Niinpä t-tapaukset saadaan näkyville etsimällä lopputuotteiden joukosta kaikki kauniit hadronit; näiden hajoaminen näkyy monihaaraisena verteksinä hyvin lähellä reaktiopistettä. Parhaimmillaan yllä esitetty ”b-suihkumerkkausmenetelmä” pienentää taustaa jopa tekijällä 20!

7.5 Sähkömagneettisen ja heikon vuorovaikutuksen yhdistäminen

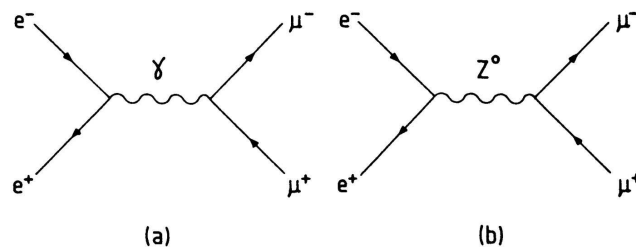
Vielä ei ole puhuttu mitään niistä heikon vuorovaikutuksen reaktioista, joita välittää neutraali välibosoni Z^0 . Onkos tällaisissa *neutraalivirtareaktioissa* jotain erikoista?

7.5.1 Neutraalivirtareaktiot

Neutraalivirtareaktioissa välittäjähiukkasella ei ole sähkövarausta, joten reaktion alku- ja lopputilassa kaikkien kvarkkien tai leptonien yhteenlasketun varauksen on oltava nollan



Kuva 7.30: Neutraalivirtareaktioiden yleistetyt perusverteksit leptonisissa tapauksessa. Reaktioissa $l = e, \mu, \tau$. [19]



Kuva 7.31: Elektroni–positroni-annihilaatio ja sitä seuraava myoniparin muodostuminen (a) fotonin ja (b) Z^0 :n välityksellä. [19]

suuruinen. Tarkastellaan aluksi leptonisia neutraalivirtareaktioita sekä perusverteksejä, joista nämä reaktiot saadaan rakennettua. Aivan samoin kuin varatun virran reaktioissa leptoni-
luvut säilyttäviä perusverteksejä löytyy 8 kappaletta, jotka voidaan ilmaista kahden kuvassa 7.30 näkyvän yleistetyn verteksin avulla. Mutta (b)-kohdan verteksihän on ihan sama kuin QED:ssä: tätä muotoa olevan verteksin avullahan kuvattiin esimerkiksi annihilaatiota tai fotonin emissiota! Ainoa ero näyttää olevan, että fotonin sijaan syntyykin paksu välibosoni Z^0 . Todellakin: jos tarkastellaan vaikkapa reaktiota $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$, niin välittäjähiukkasena voi toimia joko fotonin tai neutraali välibosoni kuten kuvasta 7.31 havaitaan. Kvanttielektrodynamiikan yhteydessä ei tosin puhuttu muista kuin elektroneista ja positroneista — koska silloin ei ollut mitään tarvetta sotkea teoriaan mukaan muita leptoneita — mutta ei myönteisissä ja taoneissa mitään ihmeellistä ole: kaikki QED:n verteksit yleistyvät suoraan mille hyvänsä leptoni–antileptoni-parille.

Entäs kvarkkimaailma? No tehdään jälleen samaistukset $\nu_e \rightarrow u$, $\nu_\mu \rightarrow c$, $e^- \rightarrow d'$ ja $\mu^- \rightarrow s'$. Kuvan 7.30 mukaan meitä kiinnostavat näin ollen ennen kaikkea verteksit uuZ^0 , ccZ^0 , $d'd'Z^0$ sekä $s's'Z^0$. Kaksi ensimmäistä ovat ihan selviä — u- ja c-kvarkille ei neutraalivirtareaktioissa tapahdu mitään — mutta entäs nuo kaksi viimeistä verteksiä? Koska d' ja s' ovat lineaarikombinaatioita d- ja s-kvarkeista, olisiko nyt mahdollista saada aikaan

esimerkiksi muutos $d \rightarrow s$. Valitettavasti ei! Nimittäin aukikirjoitettuna verteksit ovat

$$\begin{aligned} d'd'Z^0 &= (d \cos \theta_C + s \sin \theta_C)(d \cos \theta_C + s \sin \theta_C)Z^0 \\ &= ddZ^0 \cos^2 \theta_C + ssZ^0 \sin^2 \theta_C + (dsZ^0 + sdZ^0) \sin \theta_C \cos \theta_C \\ s's'Z^0 &= (-d \sin \theta_C + s \cos \theta_C)(-d \sin \theta_C + s \cos \theta_C)Z^0 \\ &= ddZ^0 \sin^2 \theta_C + ssZ^0 \cos^2 \theta_C - (dsZ^0 + sdZ^0) \sin \theta_C \cos \theta_C. \end{aligned}$$

Kun lasketaan nämä verteksit yhteen, saadaan

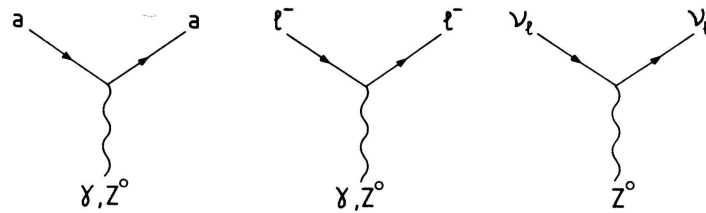
$$d'd'Z^0 + s's'Z^0 = ddZ^0 + ssZ^0.$$

Toisin sanoen verteksikvartetti $uuZ^0, ccZ^0, d'd'Z^0$ ja $s's'Z^0$ on täysin ekvivalentti nelikon uuZ^0, ccZ^0, ddZ^0 ja ssZ^0 kanssa. Toteamme, että **neutraalivirtareaktioissa kvarkkimaku ei muutu**. Tämän perusteella esimerkiksi reaktio $K^+ \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e + \pi^+$ on mahdoton, koska siinä pitäisi \bar{s} :n muuttua \bar{d} :ksi, minkä juuri totesimme olevan mahdotonta.

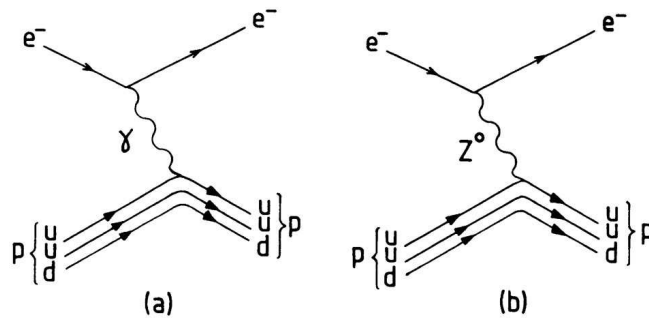
7.5.2 Sähköheikko vuorovaikutus

Edellisessä kappaleessa totesimme, että monet neutraalivirtareaktioista voivat tapahtua ilman yhtä hyvin sähkömagneettisen vuorovaikutuksen välittämistä; ainoastaan puhtaiden neutriinoverteksien tapauksessa fotonit eivät ole mahdollinen välittäjähiukkanen kuten kuvasta 7.32 nähdään. Niinpä esimerkiksi vanha tuttu elektroni–protoni–sironnareaktio koostuu todellisuudessa sekä γ - että Z^0 -grafeista kuvan 7.33 mukaisesti. Pienillä energioilla — energia on pieni verrattuna välibosonin Z^0 massaan — Z^0 -kontribuutio voidaan unohtaa ja reaktiota voidaan pitää yksinomaan sähkömagneettisen vuorovaikutuksen aikaansaannoksena. Mutta energian kasvaessa Z^0 -grafeista tulee yhä merkittävämpi: suurensuurilla energioilla reaktiolla on sekä heikkoa että sähkömagneettista luonnetta ja vieläpä lähes yhtä paljon. Tämä esimerkki antaa aiheen väittää, että **sähkömagneettinen ja heikko vuorovaikutus eivät ole riippumattomia toisistaan, vaan vain eri kasvot yhdestä ja samasta sähköheikosta vuorovaikutuksesta**.

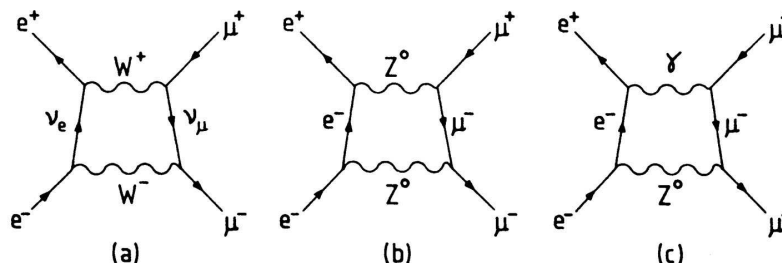
Kaikkea voi väittää, mutta onko väitteelle mitään katetta? Tarkastellaan jälleen yksinkertaista reaktiota $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$. Joitain esimerkkejä ensimmäisen ja toisen kertaluvun Feynmanin graafeista on piirretty näkyviin kuvaan 7.34. Huomaamme, että toisessa kertaluvussa reaktio voi välittyä myös varatun virran välityksellä (kuva 7.34(a)), mutta kaiken järjen mukaan tällaisen toisen kertaluvun graafin pitäisi antaa vain pieni korjausermi esimerkiksi reaktion vaikutusalaan — onhan graafissa nyt neljä kappaletta g_W :hen verrannollista vuorovaikutusverteksejä. Mutta: kun käännetään kampea ja lasketaan graafia vastaava polkuintegraali, huomataankin sen divergoivan. Mikä avuksi? Otetaan mukaan kaikkien toisen kertaluvun graafit (kuten kuvat 7.34(b) ja (c)), jolloin tulee lisää divergoivia integraaleja, mutta kun kaikki integraalit lasketaan yhteen, äärettömyydet kumoavatkin toisensa.



Kuva 7.32: Yleistetyt sähköheikon teorian kvarkki- ja leptoniverteksit. Tässä $l = e, \mu, \tau$ ja $a = u, d, s, \dots$. Kahdessa ensimmäisessä verteksissä välittäjähiukkanen voi olla joko fotoni γ tai välibosoni Z^0 , neutriinoverteksissä vain neutraali välibosoni on mahdollinen. [19]



Kuva 7.33: Elektroni–protoni-sironna, kun välittäjähiukkanena on (a) fotoni tai (b) neutraali välibosoni. [19]



Kuva 7.34: Joitain esimerkkejä toisen kertaluvun Feynmanin diagrammeista reaktiolle $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$. [19]

Joo, onhan se mahdollista, mutta tällöin γ -, W^\pm - ja Z^0 -verteksien kytkentävakiot eivät voi olla riippumattomia, vaan niiden on suhtauduttava toisiinsa juuri oikealla tavalla. Kyllä: tämä tarkoittaa sitä, että sähkömagneettinen ja heikko vuorovaikutus ovat todellakin yhden ja saman sähköheikon vuorovaikutuksen ”toisaalta” ja ”toisaalta”.

Sähköheikossa vuorovaikutuksessa lähtökohtana on, että meillä on neljä *massatonta* välittäjähiukkasta, W^+ , W^- sekä neutraalit W^0 ja B^0 ; fyysikaaliset bosonit saadaan näiden ominaistilojen lineaarikombinaatioina. Varatut välittäjähiukkaset eivät muutu miksiäkään, mutta W^0 ja B^0 sekoittuvat fotoniksi ja Z^0 :ksi:

$$\begin{aligned} \gamma &= B^0 \cos \theta_W + W^0 \sin \theta_W \\ Z^0 &= -B^0 \sin \theta_W + W^0 \cos \theta_W. \end{aligned}$$

Tässä θ_W on nimeltään *heikko sekoittumiskulma* (weak mixing angle). Seuraavaksi käytetään hyväksi luvussa 8.1 esiteltävää *mittakenttäteorian* formalismia ja vaaditaan Schrödingerin tai Diracin yhtälön pysyvän muuttumattomana ns. *mittamuunnoksessa* ja erityisesti sähkömagneettisen kentän osuuden käyttäytyvän samalla tavoin kuin QED:ssä.¹⁷ Kannattaa lisäksi huomata, että sähköheikossa vuorovaikutuksessa keskeisessä roolissa on sähkövarauksen sijaan ns. heikko varaus, oikeammin yhdistelmä heikon isospinoperaattorin \hat{I}_z^W ja heikon hypervarausoperaattorin \hat{Y}^W ominaisarvoista siten, että $q/e = I_z^W + Y^W$. Mittakenttäteorioista saadaan ehto

$$g_W \sin \theta_W = g_Z \cos \theta_W = \frac{e}{2\sqrt{2}\epsilon_0},$$

missä g_Z on neutraalivirtaverteksin kytkentävakio. Rikkomalla sähköheikon vuorovaikutuksen kaunis symmetria siten, että kokonaisvaraus säilyy (jolloin QED:n symmetria säilyy) ja antamalla välibosoneille massa (katso luku 8.2.1) saadaan lauseke heikolle sekoittumiskulmalle:

$$\cos \theta_W = \frac{m_W}{m_Z} \Rightarrow \theta_W \approx 28^\circ.$$

¹⁷Katso esimerkiksi Martin and Shaw: *Particle Physics*, Appendix C.6.

Yllä esitellyn sähköheikon teorian kehittivät Steven Weinberg, Abdus Salam ja Sheldon Glashow vuoden 1968 paikkeilla.

Tutkimalla sähköheikon vuorovaikutuksen välittämää reaktiota $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ on myös saatu arvio γ - ja Z^0 -prosessien vaikutusalojen suhteelle. Pienillä energioilla sähkömagneettinen vuorovaikutus dominoi, jolloin reaktion vaikutusalalle saadaan $\sigma_\gamma \propto \frac{\alpha^2}{E^2}$, missä α on jo monesti esillä ollut hienorakennevakio. Vastaavasti Z^0 -kontribuutiolle vaikutusala on $\sigma_Z \propto G_Z^2 E^2$, missä $\frac{G_Z}{\sqrt{2}} = \frac{g_Z^2}{m_Z^2 c^4}$. Näin ollen

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_\gamma} \propto \frac{G_Z^2 E^4}{\alpha^2} \propto \frac{E^4}{m_Z^2 c^4}.$$

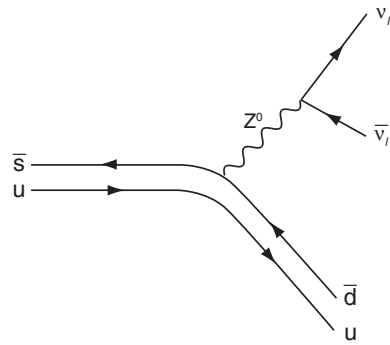
Toisin sanoen γ -kontribuutio dominoi, kun $E \ll m_Z c^2$, mutta jo 25 GeV energioilla Z^0 -graafin vaikutus kokonaisvaikutusalaan on merkittävässä määrin nollasta poikkeava.

Esimerkki 7.4. Reaktio $K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_l + \bar{\nu}_l$ ei voi tapahtua heikon vuorovaikutuksen välityksellä ensimmäisessä kertaluvussa. Kerro, minkä vuoksi homma ei onnistu. Reaktio on kuitenkin mahdollinen esimerkiksi toisessa kertaluvussa, jossa vaihdetaan kaksi välibosonia vuorovaikutuksen aikana. Piirrä esimerkkejä Feynmanin graafeista tällaiselle prosessille.

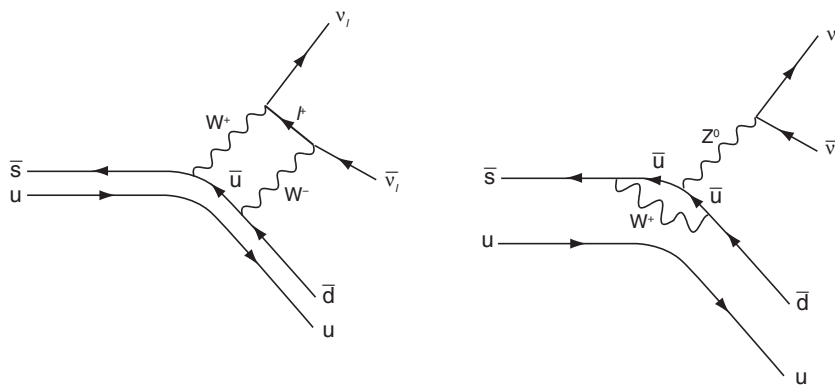
Ratkaisu: Ensimmäisen kertaluvun reaktiossa $K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_l + \bar{\nu}_l$ tapahtuisi kuvan 7.35 mukaisesti \bar{s} :n muuttuminen \bar{d} :ksi ja neutraaliksi välibosoniksi Z^0 . Luvussa 7.5.1 totesimme, että tällainen muutos on mahdoton.

Sen sijaan toisessa kertaluvussa reaktio voisi tapahtua, ja pari esimerkkiä prosessin Feynmanin graafeista on piirretty näkyviin kuvaan 7.36. Vasemmanpuolimmaisessa niistä \bar{s} muuttuu ensiksi \bar{u} :ksi (varatun virran vaimennettu verteksi), minkä jälkeen \bar{u} :sta syntyy \bar{d} (varatun virran sallittu verteksi); välibosonit W^\pm puolestaan hajoavat sallituiksi $l\nu_l$ -pareiksi (tai $\bar{\nu}_l$). Oikeanpuolimmaisessa esimerkissä \bar{s} käväisee \bar{u} -tilassa ennen emittoituneen välibosonin takaisinabsorptiota ja maun muuttumista \bar{d} :ksi. \bar{u} voi emittoida Z^0 :n makua muuttamatta, ja tämä neutraali välibosoni hajoaa edelleen neutriinopariksi.

Toisen kertaluvun prosessien voimakkuus on kuitenkin suuruusluokkaa $\mathcal{O}(10^{-11})$, kun reaktionopeutta verrataan sallittuun, varatun virran välittämään reaktioon $K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$. Tuskinpa tällaisia prosesseja saadaan kokeellisesti näkyviin...



Kuva 7.35: Feynmanin graafi kielletylle hajoamiselle $K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_l + \bar{\nu}_l$.



Kuva 7.36: Kaksi esimerkkiä toisen kertaluvun sallituista prosesseista hajoamiselle $K^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_l + \bar{\nu}_l$. Reaktiionopeus on kuitenkin 11 dekadia pienempi kuin sallitulla ensimmäisen kertaluvun hajoamisella $K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$.