

SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Prof. dr. sc. Damir Jelaska

# **ELEMENTI STROJEVA**

(skripta za studente Industrijskog inženjerstva)

U Splitu, 10. lipnja 2005.

Drage kolege i kolegice – studenti industrijskog inženjerstva,

Ovo nije skripta izvorno pisana za Vas, niti je sasvim prilagođena vama – zbog mog kroničnog nedostatka vremena! Oprostite mi zbog toga! Buduće generacije će valjda dočekati i „svoju“ skriptu, a ova je napisana zato da ipak imate nekakav materijal uz pomoć kojeg možete spremati ispit!

Ova skripta je, dakle, nastala uglavnom tako, što sam iz budućeg udžbenika za strojare „izrezao“ višak gradiva – pazeci da ne izrežem previše. Tako, u skripti ima više gradiva nego što vam je predavano – ne zato da biste taj višak naučili, nego zato da Vam pomogne lakše shvatiti ono što trebate naučiti! Pri tome, treba znati skicirati samo ono što je crtano na predavanjima.

U uvodnom dijelu dodana su i važnija poglavlja iz tehničkih disciplina čija su osnovna znanja uvjet da bi se moglo, ne naučiti, nego uopće slušati tj. pristupiti učenju Elemenata. To su Tehničko crtanje, Mehanika i Nauka o čvrstoći. Ako ste sigurni da vladate osnovama ovih disciplina, možete slobodno preskočiti prvih četrdesetak stranica.

Gradivo iz Zupčanika nije sasvim usklađeno s predavanjima. Predlažem vam da se za to područje, kao uostalom i za čitavo gradivo, ipak držite bilješki s predavanja, a iz skripti možete pogledati ono što vam nije jasno. Ako ni to nije dovoljno, osjećajte se pozvani doći na konsultacije kod mene ili kod mojih asistenata.

Damir Jelaska

# 1. UVOD

*Strojarstvo* je područje tehnike, čiji je cilj racionalno iskorištavanje prirodnih dobara upotrebom strojeva. *Stroj* je svaka kombinacija odgovarajuće oblikovanih krutih i elastičnih tijela, koja imaju određenu ulogu u procesu iskorištenja energije. Strojevi se dijele na dva osnovna tipa:

- pogonske strojeve i
- radne strojeve.

*Pogonski strojevi* pretvaraju različite vrste energije (mehanička energija vode, toplinska energija plina ili pare, kinetička energija plina, električna energija, nuklearna energija) u mehaničku energiju, potrebnu za obavljanje mehaničkog rada sa što manje gubitaka energije. Ovdje spadaju: motori s unutrašnjim izgaranjem, parni stapni strojevi, toplinske turbine, hidraulički motori, pneumatski motori, elektromotori i reaktivni motori.

*Radni strojevi* obavljaju koristan mehanički rad upotrebom mehaničke energije dobivene od pogonskog stroja, ili pretvaraju mehaničku energiju pogonskog stroja u drugu vrstu energije (alatni strojevi, dizala, transporteri, ventilatori, pumpe, kompresori, elektrogeneratori, itd.).

*Prijenosnici* su uređaji posebne vrste, koji se upotrebljavaju kao posrednici između pogonskih i radnih strojeva, pri čemu mehaničku energiju pogonskog stroja prilagođavaju potrebama njenog korištenja u radnom stroju (prijenos gibanja, sile, momenta, smjera i karakteristike gibanja, itd.).

Pogonski i radni strojevi te prijenosnici, redovito su povezani u određeni zajednički stroj, koji prema svojoj funkcionalnosti ima i svoj naziv (alatni stroj, ventilator, motorno vozilo, agregat itd.). Bit djelovanja tih strojeva je u njihovoj dinamici, tj. u gibanju uz savladavanje određenih otpora, jer se samo gibanjem strojnih dijelova može obaviti mehanički rad. No, postoje i strojevi koji imaju pretežno statički karakter. U tu skupinu spadaju aparati, naprave, instalacije, instrumenti, te metalne i druge konstrukcije. Skupina strojeva, aparata, instalacija, instrumenata i konstrukcija, paralelno povezana u namjensku cjelinu za obavljanje korisnoga rada, naziva se *postrojenje*.

Svaki stroj je najprije potrebno zasnovati (definirati), projektirati, konstruirati i proračunati, izraditi odgovarajuću tehničku dokumentaciju, propisati način izrade, obrade, kontrole i montaže, zatim sastavne dijelove izraditi i sastaviti u cjelinu, ispitati ga, pustiti u pogon, brinuti se za pravilno rukovanje, redovito ga održavati i pravodobno zamjenjivati dotrajale udjelove. Pri tome stroj mora biti primjeren za upravljanje i upotrebu, njegov rad pouzdan, njegova izrada i eksploatacija što ekonomičniji. Za provedbu tako kompleksnog sklopa aktivnosti potrebna je organizirana suradnja znanstvenika, istraživača, inženjera, tehničara, visokokvalificiranih i kvalificiranih djelatnika iz područja strojarstva.

## OSNOVNE DEFINICIJE I POJMOVI

Svaki stroj je sastavljen od određenog broja dijelova, koji su skladno povezani u cjelinu, pri čemu svaki dio obavlja točnu određenu ulogu. Na toj osnovi, svaki stroj se može raščlaniti na strojne dijelove, sklopove, grupe strojnih dijelova i sklopova i elemente.

*Strojni dio* – je osnovni dio stroja, koji obavlja točnu određenu funkciju skupa s drugim osnovnim dijelovima (vijak, matica, zakovica, cijev, vratilo, osovina, opruga, zupčanik, itd.). Strojni dio nije moguće rastaviti na jednostavnije dijelove.

*Sklop stroja* – je povezani skup više strojnih dijelova, koji obavljaju određenu funkciju u sastavu stroja (ventil, željeznički kotač s bandažom, mehanizam za brisanje vjetrobranskog stakla kod automobila itd.).

*Grupa* – je povezani skup više strojnih sklopova i dijelova, koji obavljaju skupnu funkciju (motor, zupčasti mjenjač, naprava za dizanje tereta kod dizalica itd.).

*Element stroja* – je strojni dio ili sklop, koji kod različitih strojeva obavljaju određene elementarne, osnovne funkcije. Element stroja može biti sam strojni dio (opruga, osovina, vratilo itd.), ali isto tako i strojni sklop ili grupa (spojka, kočnica, kotrljajući ležaj itd.).

*Opći (univerzalni) element stroja* – strojni elementi, koji se upotrebljavaju kod različitih strojeva (vijci, zakovice, pera, klinovi, vratila, osovine, opruge, zupčanici, ležišta itd.)

*Posebni elementi strojeva* – elementi strojeva, koji se upotrebljavaju samo kod posebnih vrsta strojeva (elementi motornih vozila, elementi dizaličnih mehanizama, elementi alatnih strojeva, elementi motora s unutrašnjim izgaranjem, elementi parnih ili plinskih turbina, elementi hidrauličkih strojeva itd.).

Predmet Elementi strojeva sadrži proučavanje općih elemenata strojeva u smislu njihove konstrukcije, oblika, dimenzija, izbora i proračunava ih obzirom na namjenu i funkciju. Pri tome je posebna pažnja namijenjena utvrđivanju općih principa, koji vrijede i za posebne elemente strojeva. Treba napomenuti da nazivi strojni dio i element stroja obuhvaćaju i dijelove naprava, instalacija, instrumenata i metalnih konstrukcija.

## **VEZA SA SRODNIM DISCIPLINAMA**

Rad svakog stroja temelji se na prirodnim zakonima. Zato je za proučavanje strojeva i njihovih dijelova nužno potrebno dobro poznavanje nekih osnovnih teorijskih disciplina, kao i načina njihove praktične primjene. Najpotrebnija znanja za proučavanje elemenata strojeva navedena su kako slijedi.

*Tehnička mehanika* je osnovna tehnička znanost koja opisuje zakone mirovanja i gibanja pod utjecajem sila. Statika proučava uvjete ravnoteže tijela pod utjecajem sila, Kinematika proučava gibanje bez obzira na uzrok tog gibanja, a Dinamika se bavi ovisnošću gibanja tijela o silama koje ga uzrokuju, uzimajući u obzir i njegovu masu.

*Mehanika materijala* omogućava određivanje čvrstoće, krutosti i stabilnosti dijelova strojeva i konstrukcija, te konstrukcijskih cjelina.

*Matematika* je osnovni alat, čije je poznavanje nužno potrebno za proučavanje i korištenje znanja iz Mehanike i Nauke o čvrstoći u sprezi s Elementima strojeva.

*Poznavanje materijala*, njihovih karakteristika, način proizvodnje, sposobnosti prerade, fizičke i toplinske obrade, te ispitivanja, je nužno potrebno zbog njihovog pravilnog izbora za različite strojne dijelove, posebno obzirom na nosivost, težinu, mogućnost obrade i ekonomičnost.

*Tehnologija obrade* je tehnička znanost koja proučava načine obrade materijala postupcima lijevanja, rezanja, preoblikovanja i spajanja s namjenom kvalitetne i ekonomične izrade dijelova.

*Tehničko crtanje* obuhvaća poznavanje osnova Nacrtna geometrije, ustaljenih pravila, propisa i konvencija, koji predstavljaju nedvosmisleno sredstvo izražavanja i izmjene informacija kod svih tehničkih problema, kako među konstruktorima, tako i između proizvođača i potrošača. Tehničko crtanje je tehnički jezik u najširem smislu riječi.

## **PROJEKTIRANJE I KONSTRUIRANJE STROJEVA I STROJNIH DIJELOVA**

Pod pojmom projektiranje i konstruiranje podrazumijeva se u najširem smislu stvaralački rad stručnjaka s namjenom određivanja oblika i dimenzija strojeva i njihovih dijelova.

*Projektiranje* ima za cilj izradu idejnog projekta stroja kao cjeline i sadrži određivanje glavnih karakteristika stroja, izbor glavnih sastavnih dijelova, njihovih osnovnih karakteristika i funkcija, te rasporeda i međusobne ovisnosti. Projektiranje se dakle odnosi na određivanje i utvrđivanje osnovnih početnih zahtjeva, potrebnih za konstrukcijsku razradu budućeg stroja.

*Konstruiranje* ima za cilj određivanje i utvrđivanje oblika i dimenzija pojedinih dijelova stroja na osnovi zahtjeva, određenih u fazi projektiranja.

### **1.3.1 Određivanje oblika i dimenzija strojnih dijelova**

Oblici i dimenzije dijelova strojeva moraju zadovoljiti brojne zahtjeve. Najvažniji su sljedeći:

- zahtjevi funkcionalnosti i namjene
- zahtjevi radne sposobnosti
- zahtjevi proizvodnosti
- zahtjevi ekonomičnosti.

Svi navedeni zahtjevi su međusobno zavisni, često u suprotnosti, tako da ih nije moguće istovremeno u potpunosti ispuniti. Zadaća konstruktora je, da s obzirom na dane zahtjeve i mogućnosti, nađe najbolje rješenje, pri čemu prvenstveno treba poštivati zahtjeve, koji su za dani primjer najvažniji.

*Zahtjev funkcionalnosti* kao osnovni zahtjev, određuju oblike i dimenzije mnogih dijelova strojeva i specifičan je za svaki stroj i za svaki njegov dio. Oblik strojnih dijelova je često vezan za način njihovog gibanja (kružno gibanje – cilindrični oblik, pravocrtno gibanje – ravne površine, pretvorba pravocrtnog gibanja u kružno – vijčani oblik itd.), dok su dimenzije vezane za pripadajuća opterećenja. Dijelovi različitih mehanizama imaju oblike i dimenzije, koji su određeni s obzirom na željenu kinematiku gibanja (krivoljni mehanizmi, ručni mehanizmi, zupčani mehanizmi). Oblici različitih opruga su prilagođeni osnovnom zahtjevu namjene (što veće elastično deformiranje, progresivna, degresivna ili linearna krutost). Cijevi i cijevna armatura moraju biti oblikovani tako da su hidraulički otpori najmanji. Aerodinamičnost strojnog dijela nalaže oblik koji pruža najmanje otpore pri gibanju kroz zrak ili tekućinu. Pri oblikovanju pojedinih sklopova treba se držati standardnih propisa, npr. standardni razmak tračnica kod

željezničkih vozila. Dijelovi strojeva moraju imati takove dimenzije, da su sposobni obavljati svoju funkciju pravilno i sigurno.

Isto tako, strojni dijelovi trebaju imati dovoljno veliku čvrstoću i krutost, da bi u radu mogli podnositi sva opterećenja i druge utjecaje bez trajnih deformacija ili loma. Najčešće nisu dopuštene niti pukotine, kontaktne površine se ne smiju pretjerano trošiti, treba izbjeći neželjene vibracije, zagrijavanje itd, što se općenito svrstava u *zahtjeve radne sposobnosti*.

*Zahtjevi proizvodnje* skupa sa zahtjevima montaže značajno utječu na oblike strojnih dijelova, pri čemu nisu od odlučujućeg značaja za njegov opći oblik, ali se odnose na detalje. Strojni dio, predviđen za obavljanje određene funkcije, ima različite oblike i dimenzije obzirom na postupak izrade (u cijelosti izrađen postupkom obrade odvajanjem čestica, izrađen od lijevanog poluproizvoda, zavaren, itd.).

*Zahtjevi ekonomičnosti* su u suvremenoj strojogradnji iznimno važni, jer konkurencija nalaže što jeftiniju izradu i eksploataciju svakog stroja. Zato oblici strojnih dijelova moraju biti što jednostavniji, a sve što povećava troškove proizvodnje mora biti opravdano poboljšanim svojstvima, dužim vijekom trajanja, većim stupnjem pouzdanosti, itd. U tome standardizacija ima odlučujući utjecaj na zahtjev ekonomičnosti, tako da upotreba standardiziranih elemenata i pravila bitno utječe na sniženje troškova proizvodnje.

### **1.3.2 Izbor materijala**

Izbor odgovarajućih materijala za izradu dijelova strojeva je važna i odgovorna zadaća konstruktora i tijesno je povezana s funkcionalnošću i radnom sposobnošću dijelova strojeva u različitim sklopovima. Izbor materijala je ovisan o mehaničkim svojstvima materijala, kao što su statička i dinamička čvrstoća, površinska tvrdoća, otpornost na habanje i koroziju, svojstva trenja, masi itd., te u velikoj mjeri utječe na postupak i ekonomičnost izrade. Za što jednostavniju izradu i obradu materijal mora imati dobru mehaničku obradivost, zavarljivost, livenost, kovnost, stišljivost i mora biti pogodan za toplinsku obradu.

Izbor odgovarajućeg materijala u vezi s konstrukcijskim oblikom strojnog dijela je često vezan za broj proizvoda, koje je potrebno izraditi. Pri pojedinačnoj proizvodnji zahtjevi proizvodnje i ekonomičnost su manje oštri, pa se prednost daje pouzdanosti i funkcionalnosti strojnog dijela. Pri velikoserijskoj proizvodnji svi zahtjevi moraju biti stručno razmatrani i optimalno riješeni. Vrlo važnu ulogu u tom procesu ima primjena standardiziranih poluproizvoda, iz kojih je moguće jednostavno, brzo i ekonomično, te s primjerenim postupcima, izraditi dijelove strojeva konačnog oblika. Takovi poluproizvodi su na primjer vučene ili valjane grede različitih presjeka, razni odljevci, itd.

Za izradu strojnih dijelova najčešće se upotrebljavaju sljedeći materijali: čelik, čelični lijev, sivi lijev, legirani obojeni metali i legirani laki metali, a ponekad i polimerni materijali, keramika, drvo, tekstil, itd. Najčešće upotrebljavani materijal je čelik, koji u najvećoj mjeri zadovoljava potrebe visoke volumenske i površinske čvrstoće, temperaturne postojanosti, žilavosti, itd. Na svojstva čelika u velikoj mjeri utječe se različitim postupcima izrade i obrade, dodatkom legiranih elemenata i s odgovarajućom kemijskom i toplinskom obradom.

## 1.4 STANDARDIZACIJA I STANDARDI

Na početku razvoja strojarske tehnike svaki je dio stroja bio konstruiran i proizveden pojedinačno za potrebe samo tog stroja. Povećanjem broja različitih strojeva tokom decenija razvoja, dobilo je smisla dogovorno smanjenje raznolikosti oblika i dimenzija dijelova strojeva iste namjene i funkcionalnosti na razumnu mjeru. Na taj način poboljšana je i olakšana proizvodnja i eksploatacija strojeva, postignuta je znatna ušteda u uloženoj energiji, vremenu potrebnom za proizvodnju, te materijalu, uz povećanje pouzdanosti i sigurnosti.

*Standardizacija* je prema tome proces prihvaćanja i poštivanja propisa s ciljem smišljene organiziranosti u određenom području ljudske djelatnosti, te dostizanja najveće moguće ekonomičnosti u ispunjavanju zahtjeva funkcionalnosti i sigurnosti. Standardizacija je zasnovana na provjerenim rezultatima znanosti, tehnike i iskustva na jednoj strani, te sporazuma svih zainteresiranih na drugoj strani.

*Standard* je dokument, koji je rezultat rada na određenom području standardizacije, a predstavljen je u obliku propisa koji su prihvaćeni sporazumno i potvrđeni od strane priznate institucije. Standard nastaje konsenzusom i obuhvaća pravila, smjernice za projektni ili kontrolni proračun, ili upotrebne karakteristike stroja, sklopa ili strojnog dijela, te je namijenjen za opću i višekratnu upotrebu. Usmjeren je ka dosizanju optimalnog stupnja uređenosti na danom području. Standardi su načelno neobavezni dokumenti, koje svatko dobrovoljno upotrebljava. Obvezatnost upotrebe standarda proizlazi iz tehničkih propisa, ugovora, zakona ili drugih obvezujućih dokumenata.

Razlikuju se sljedeći standardi:

- osnovni standard – obuhvaća široko područje i sadrži opće odredbe za određeno područje,
- terminološki standard – obuhvaća izraze, koji se koriste u definicijama, objašnjenjima, ilustracijama, primjerima itd.,
- standard ispitivanja – obuhvaća metode ispitivanja, koje dopunjuju druge odredbe, povezane s ispitivanjem, kao na primjer uzimanje uzoraka, upotreba statističkih metoda ili raspored ispitivanja,
- standard za proizvod – propisuje zahtjeve, koje mora ispunjavati proizvod ili skupina proizvoda da bi se osigurala njegova (njihova) namjena,
- procesni standard – propisuje zahtjeve, koje mora ispunjavati proces, da se osigura njegova namjena,
- standard za proračun – propisuje postupak proračuna koji se mora provesti da bi se osigurala funkcionalnost i radna sposobnost strojnog dijela,
- proizvodni standardi – propisuje zahtjeve, koje mora ispuniti proizvodnja, da se osigura njena namjena.

Standardizacija olakšava rad konstruktoru, omogućava mu izbor najprimjerenijeg standardiziranog dijela i postupka, pa mu nije potrebno iznova rješavati iste probleme. Standardizacija omogućava velikoserijsku i ekonomičnu proizvodnju na automatiziranim obradnim strojevima u specijaliziranim tvornicama, što vodi do dijeljenja proizvodnje, i s time se bitno utječe na uštedu vremena, materijala, potrebne zalihe i na sigurnost.

Postupak prihvaćanja standarda počinje s internom standardizacijom u tvornici, koji u suradnji sa srodnim tvornicama, vodi do prihvaćanja nacionalnog standarda. Globalizacijom proizvodnje pojavila se također potreba međunarodnog standarda, pa je po završetku drugog svjetskog rata utemeljena međunarodna organizacija za standardizaciju ISO (International Standardising Organisation). U slučaju da o određenom međunarodnom standardu nema suglasnosti svih država

članica, standard se objavi u obliku ISO tehničkog izvještaja (ISO Technical Report), koji je podvrgnut reviziji svake tri godine s namjenom dostizanja pune suglasnosti. ISO standardi imaju značaj preporučenog standarda, iako ih države članice ISO organizacije preuzimaju kao osnovu pri izradi ili usklađivanju svojih nacionalnih standarda. Proces globalne standardizacije je tako povratnog značaja, pa se preuzimanjem međunarodnih standarda utječe na odgovarajuće nacionalne standarde, a time i na osnovnu standardizaciju u tvornici.

U Republici Hrvatskoj na snazi je hrvatski standard HRN (hrvatske norme), koji je preuzet od standarda JUS bivše državne zajednice. No, kako se ovi standardi slabo ili nikako ne dopunjuju niti proširuju, prisiljene su gospodarske i druge organizacije preuzeti međunarodne standarde (ISO) ili nacionalne standarde drugih zemalja- prvenstveno njemačke (DIN)- kad god hrvatski standardi ne postoje ili su zastarjeli. Za pojedina područja industrije, npr. u brodogradnji, na snazi su standardi jednog ili više osiguravajućih društava, koja osiguravaju proizvod (brod). Na taj način i svi strojevi i uređaji u brodu moraju udovoljiti tim standardima.

Osnutkom evropske zajednice država (EZ), ova je počela izdavati svoje standarde (EN), koji su velikim dijelom temeljeni na DIN-u, ali i dobrim standardima drugih zemalja EZ.

### 1.4.1 Standardni brojevi

U industriji su često potrebni strojni dijelovi istog tipa, ali različitih veličina (vijci, matice, pera, vratila, itd.). Dakako, njihovu raznolikost treba smišljeno ograničiti na što manju mjeru, premda pri tom treba zadovoljiti potrebe za različitim veličinama. U tom smislu, pri konstruiranju i određivanju dimenzija strojnih dijelova teži se ka tome, da se dužine, mjere, kote, površine, opterećenja itd., parametriziraju upotrebom standardnog broja. Upotreba parametriziranih dijelova omogućava ekonomičniju proizvodnju, kontrolu i zamjenu dijelova, te pojednostavnjuje održavanja strojeva.

Standardni brojevi temelje se na vrijednostima članova *geometrijskoga reda*. Pri tom redu brojevi se srazmjerno povećavaju, a faktor prirasta  $q$  određuje se po izrazu:

$$q = \sqrt[x]{10} \quad (1.1)$$

gdje se vrijednost korijena bira kao  $x = 5, 10, 20, 40$  ili  $80$ . Niz standardnih brojeva tvori se tako, da se osnovni član reda  $a$  uzastopce množi s faktorom  $q$  ( $a, a \cdot q, a \cdot q^2, a \cdot q^3 \dots a \cdot q^n$ ) i dobivene vrijednosti minimalno zaokružuju. Red standardnih brojeva označava se sa slovom R, a pripadajući niz s 5, 10, 20, 40 ili 80.

Tabela 1.1

Standardni brojevi

Osnovni redovi				Iznimni red		Osnovni redovi				Iznimni red	
R5	R10	R20	R40	R80		R5	R10	R20	R40	R80	
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,03	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,12
			1,06	1,06	1,09				4,25	4,25	4,37
		1,12	1,12	1,12	1,15			4,50	4,50	4,50	4,62
			1,18	1,18	1,22				4,75	4,75	4,87
	1,25	1,25	1,25	1,25	1,28	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,15
			1,32	1,32	1,36				5,30	5,30	5,45
		1,40	1,40	1,40	1,45			5,60	5,60	5,60	5,80
			1,50	1,50	1,55				6,00	6,00	6,15



1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,65	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30	6,50
			1,70	1,70	1,75				6,70	6,70	6,90
		1,80	1,80	1,80	1,85			7,10	7,10	7,10	7,30
			1,90	1,90	1,95				7,50	7,50	7,75
	2,00	2,00	2,00	2,00	2,06		8,00	8,00	8,00	8,00	8,25
			2,12	2,12	2,18				8,50	8,50	8,75
		2,24	2,24	2,24	2,30			9,00	9,00	9,00	9,25
			2,36	2,36	2,43				9,50	9,50	9,75
2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,58	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	
			2,65	2,65	2,72						
		2,80	2,80	2,80	2,90						
			3,00	3,00	3,07						
	3,15	3,15	3,15	3,15	3,25						
			3,35	3,35	3,45						
		3,55	3,55	3,55	3,65						
			3,75	3,75	3,87						

Tabela 1.1 daje brojčane vrijednosti za veličinu  $a = 1$  i decimalni interval od 1 do 10.

Standardni brojevi su dakle nizovi brojeva koje se preporuča upotrebljavati u svim primjerima kada se odluči dati prikaz u brojčanim iznosima. Pri tom vrijedi načelo, da se upotrebljavaju standardni nizovi sa što većim stupnjem uvećanja. Standardni brojevi se obično koriste za dužinske mjere i promjere u svim primjerima gdje se pomoću njih može na zadovoljavajući način nadomjestiti izračunate potrebne vrijednosti. Upotreba standardnih brojeva je nužna prije svega kod modularne gradnje strojeva, tipizaciji i sastavljanju standarda.

## 1.5 TOLERANCIJE I DOSJEDI STROJNIH DIJELOVA

Oblici strojnih dijelova su općenito kombinacija različitih geometrijskih tijela, omeđeni s ravnim, cilindričnim, konusnim, zavojnim i sličnim dimenzija dosjednih dijelova, oblika i međusobnih položaja pojedinih vanjskih površina. Nesavršenost svih elemenata, koji sudjeluju u proizvodnom procesu (radni strojevi, oruđa, materijali, ljudi) ima za posljedicu odstupanje ostvarenih dimenzija izratka od željenih. Isto tako, metode i alati mjerenja i kontrole, onemogućavaju apsolutno točno mjerenje ostvarenih dimenzija proizvedenog dijela.

Apsolutna točnost dimenzija i oblika strojnih dijelova, ne samo da nije moguća, nego nije niti nužno potrebna za pravilnu upotrebu stroja. Ponekad mjere i oblici dopuštaju veća, a nekad manja odstupanja. Izbor pravilnog stupnja točnosti pojedinih dimenzija i oblika dijelova stroja je zadatak konstruktora, koji mora uskladiti zahtjeve funkcionalnosti strojnih dijelova sa ekonomičnošću izrade. Pri izboru, konstruktor mora poštovati funkciju, za koju je pojedini dio namijenjen, mogućnost izrade, kontrole i montaže, te zahtjeve ekonomičnosti. Veći stupanj točnosti zahtijeva se prije svega kod dimenzija, koje neposredno utječu na kinematiku stroja, kao i kod spojnih dimenzija dvaju ili više dijelova stroja.

Da bi se omogućila funkcionalnost svakog strojnog dijela, unatoč nemogućnosti dosezanja apsolutne točnosti dimenzija i oblika, potrebno je u fazi konstruiranja propisati njihove prihvatljive dimenzije. Tako propisana dozvoljena odstupanja oblika i dimenzija strojnih dijelova od apsolutno točnih, nazivaju se *tolerancije*.

Razlikuju se sljedeće tolerancije:

- tolerancije dužinskih mjera strojnih dijelova,
- tolerancije oblika i položaja pojedinačnih površina strojnih dijelova,
- tolerancije kvalitete hrapavosti površina strojnih dijelova.

U pravilu se propisuju tolerancije samo za dimenzije dijelova, koji su važni za sparivanje s drugim dijelovima. Ostale dimenzije su tzv. slobodne mjere, čije odstupanje nazivnih vrijednosti praktično ne utječe na funkcionalnost strojnih dijelova, ukoliko su ta odstupanja u granicama koje su određene uobičajenim proizvodnim postupkom. Obično za njih vrijede tolerancije slobodnih mjera, koje su određene postupkom obrade i svrstane u razrede, u ovisnosti o točnosti izrade, proizvodnog procesa i upotrebljivanih radnih strojeva. Sistem tolerancija slobodnih mjera tako daje konstruktoru povratne informacije o predviđenim odstupanjima dimenzija u određenom proizvodnom procesu. Po potrebi se na radioničkim crtežima strojnih dijelova daje primjedba o stupnju točnosti slobodnih mjera. One se pri kontroli izratka načelno ne kontroliraju, osim u iznimnim slučajevima (upadljivo velika odstupanja, veća odstupanja težine, itd.).

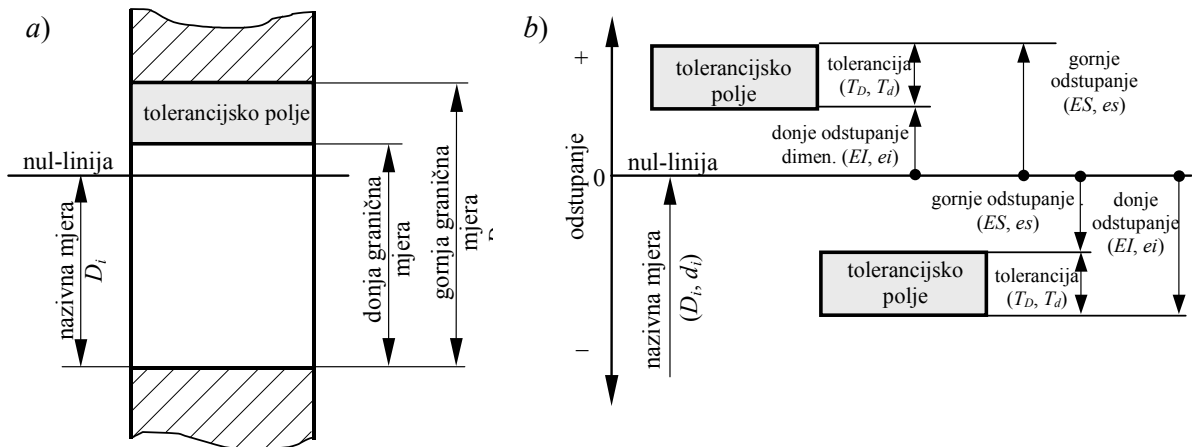
Izbor različitih stupnjeva točnosti izrade također ovisi o tipu proizvodnje. U procesu obrtničke maloserijske proizvodnje, zaključna faza obrade strojnih dijelova se obično izvodi u postupku montaže, čime se postiže veliki stupanj točnosti sastavnih dijelova i samog stroja. To ima za posljedicu da je obično isti postupak potrebno ponoviti i u slučaju zamjene dotrajalih i istrošenih dijelova, što dakako povećava troškove održavanja. U industriji s velikoserijskom proizvodnjom zahtjevi ekonomičnosti nalažu završnu obradu prije montaže. Zato je potrebno pojedinačne elemente izraditi neovisno jednog od drugog, uspješno ih sastaviti u cjelinu, i zamjenjivati bez naknadne obrade i prilagođavanja.

## **1.5.1 Tolerancije dužinskih mjera i dosjedi**

Sistematizirane podatke o veličini dopuštenih odstupanja prilagođenih potrebama funkcionalnosti strojeva i mogućnostima ekonomične izrade i kontrole, sadržani su u standardiziranom sistemu tolerancija. U većini država, gdje spada i Republika Hrvatska, na snazi je ISO sistem tolerancija i dosjeda (ISO 286).

### **1.5.1.1 ISO sistem tolerancija dužinskih mjera**

ISO sistem tolerancija dužinskih mjera je predviđen za dužinske mjere svih dijelova strojeva u sklopovima, s iznimkom navojnih parova, valjnih ležajeva i zupčanika. Za te elemente su propisani posebni sistemi tolerancija u skladu s specifičnostima njihovih oblika i funkcije. U osnovi je ISO sistem tolerancija namijenjen za dimenzije kružnih oblika, iako je upotrebljiv i za druge oblike. Sistem razlikuje tolerancije vanjskih i unutrašnjih mjera. *Vanjske mjere* strojnih dijelova su te, kod kojih se dodirne površine mjernog pribora pri mjerenju naslanjaju izvan mjerene dužine (npr. promjer čepa, dužina vratila, itd.). U ISO sistemu tolerancija, veličine koje se odnose na vanjske dimenzije, označuju se malim slovima abecede. *Unutrašnje dimenzije* su te kod kojih se dodirne površine mjernog pribora naslanjaju unutar mjerene dužine (npr. provrt, dužina utora za pero, itd.). Pripadajuće veličine označuju se velikim slovima abecede.



**Slika 1.1:** Definiiranje tolerancija dužinskih mjera  
a) mjere b) odstupanja

Nazivna mjera ( $D_i, d_i$ ) je određena zahtijevana mjera (cjelobrojna ili decimalna), na čijoj se osnovi određuju granične mjere, određene s gornjim i donjim odstupanjem. Gornja granična mjera ( $D_{\max}, d_{\max}$ ) je najveća dopuštena granica mjere, a donja granična mjera ( $D_{\min}, d_{\min}$ ) najmanja dopuštena granica, između kojih, uključno s njima samima, se mora nalaziti stvarna mjera ( $D, d$ ) strojnog dijela. Dakle  $D_{\min} \leq D \leq D_{\max}$ , te  $d_{\min} \leq d \leq d_{\max}$ , slika 1.1a. Razlika između gornjeg i donjeg graničnog odstupanja naziva se tolerancija mjere ( $T_D, T_d$ ), ili ukratko tolerancija, a jednaka je također razlici gornje i donje granične mjere, slika 1.1b. Tolerancija je apsolutna vrijednost i zbog toga je bez predznaka. Gornje odstupanje je algebarska razlika između gornje granične mjere i pripadajuće nazivne mjere i označava se slovima  $ES$  za vanjske mjere i  $es$  za unutrašnje mjere. Donje odstupanje je algebarska razlika između donje granične mjere i pripadajuće nazivne mjere, a označuje se slovima  $EI$  za unutrašnje mjere i  $ei$  za vanjske mjere. Nul-linija je, pri grafičkom prikazivanju graničnih mjera i dosjeda crta, koja označava nazivnu mjeru, i od koje mjerimo odstupanje. Stvarno odstupanje je algebarska razlika između stvarne izmjerene mjere i nazivne mjere, i mora se nalaziti između gornjeg i donjeg odstupanja, uključujući i njih.

$$\begin{aligned} D_{\max} &= D_i + ES \\ D_{\min} &= D_i + EI \end{aligned} \quad T_D = D_{\max} - D_{\min} = ES - EI \quad \text{provrt} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} d_{\max} &= d_i + es \\ d_{\min} &= d_i + ei \end{aligned} \quad T_d = d_{\max} - d_{\min} = es - ei \quad \text{osovina} \quad (1.3)$$

$D_{\max}$	[mm]	gornja granična mjera unutrašnje mjere (provrt)
$D_{\min}$	[mm]	donja granična mjera unutrašnje mjere (provrt)
$d_{\max}$	[mm]	gornja granična mjera vanjske mjere (osovine)
$d_{\min}$	[mm]	donja granična mjera vanjske mjere (osovine)
$ES$	[mm]	gornje odstupanje unutrašnje mjere (provrt)
$EI$	[mm]	donje odstupanje unutrašnje mjere (provrt)
$es$	[mm]	gornje odstupanje vanjske mjere (osovine)
$ei$	[mm]	donje odstupanje vanjske mjere (osovine)
$T_D$	[mm]	tolerancija unutrašnje mjere (provrt)
$T_d$	[mm]	tolerancija vanjske mjere (osovine)

Tolerancijsko polje je u grafičkom prikazu tolerancija područje između crta koje prikazuju najveću i najmanju graničnu mjeru, slika 1.1a. U ISO tolerancijskom sistemu tolerancijsko polje je određeno veličinom tolerancije i njenim položajem obzirom na nul-liniju. Veličina tolerancije

je ovisna o izabranoj kvaliteti obzirom na točnost mjere (IT), koja se označuje brojčanim oznakama kako slijedi:

- 01, 0, 1, 2, 3 ...18 za dimenzije do 500 mm i
- 6, 7, 8, 9, 10 ...16 za dimenzije od 500 mm do 3150 mm.

Kvaliteta označena s IT 01 zahtjeva najveću točnost (najmanja veličina tolerancije), kvaliteta IT 18 označava najmanju točnost kvalitete (najveća veličina tolerancije). Najbolje kvalitete tolerancija su namijenjene isključivo za izradu mjernih uređaja i pribora, koji mora biti precizno izrađen.

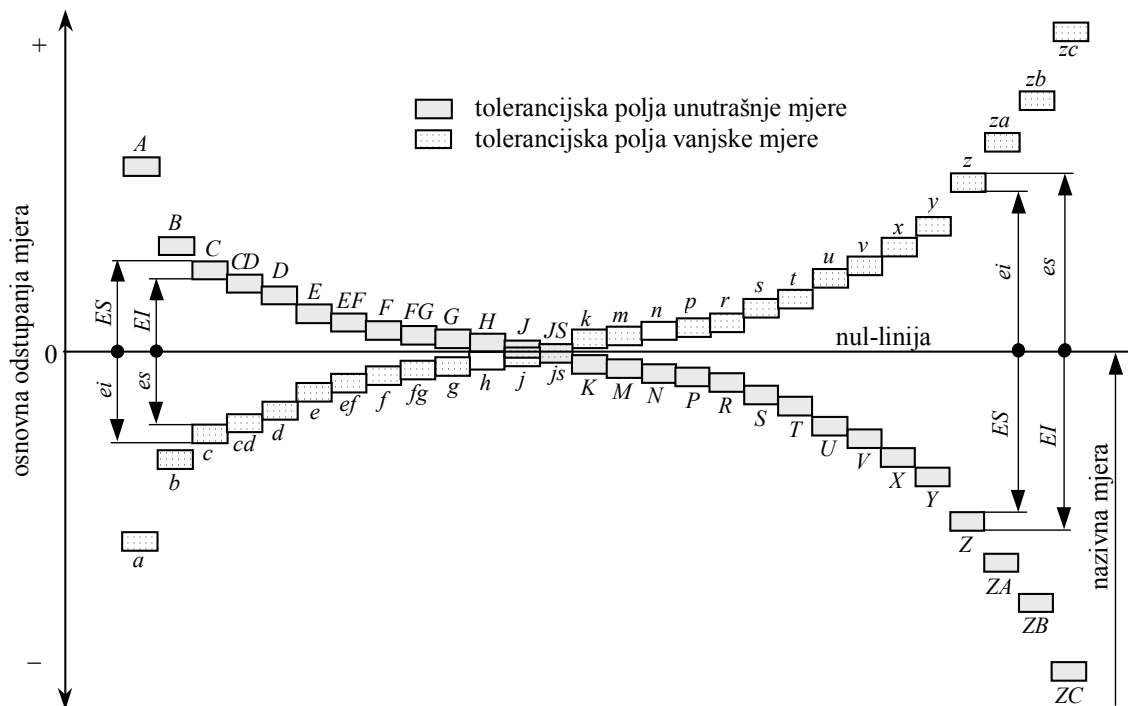
Izbor kvalitete tolerancije bitno utječe na trošak izrade strojnog dijela. Tako uske tolerancije zahtijevaju precizniju izradu, a ova točnije radne strojeve, mjerne naprave i kvalificirane stručnjake koji sudjeluju u proizvodnom procesu. Što je veća kvaliteta izrade, to je veća vjerojatnost povećanja stupnja otpada. Sve to povećava cijenu izrade strojnog dijela. Usporedne analize pokazuju da se prijelazom kvalitete tolerancije strojnog dijela iz razreda 7 u razred 6 cijena proizvodnje poveća za 20-30%. Zadaća konstruktora je izabrati optimalnu kvalitetu tolerancije tako da troškovi proizvodnje budu što manji, a da funkcionalnost strojnog dijela ne bude umanjena. Tablica 1.2 daje opće smjernice za izbor kvalitete tolerancije.

ISO sistem tolerancija predviđa vrlo širok izbor različitih položaja tolerancijskih polja, tako da konstruktor može za istu nazivnu mjeru propisati takove tolerancije da su obje granične mjere veće od nazivne, manje od nazivne, ili da je jedna granična mjera veća, a druga manja od nazivne. Na taj način je moguće u praksi zadovoljiti sve konstrukcijske zahtjeve pri izradi strojnih dijelova. Položaj tolerancijskog polja s obzirom na nul-liniju je definiran slovnim oznakom, pri čemu se za vanjske mjere upotrebljavaju mala slova abecede (a...zc), a za unutrašnje mjere velika slova (A...ZC), slika 1.2. Udaljenost tolerancijskog polja od nul-linije je ovisna o veličini nazivne mjere i propisane kvalitete tolerancije.

Brojčane vrijednosti odstupanja se upisuju uz nazivnu mjeru uglavnom samo kod pojedinačne proizvodnje. Inače, oznaka tolerancije se sastoji od slovne oznake, koja označava položaj tolerancijskog polja u odnosu na nul-liniju i brojčane oznake koja označava kvalitet tolerancije, npr.  $\phi 80\ h6$ , 120 P9, itd. Potrebne brojčane vrijednosti odstupanja mogu se naći iz tablica, danih u standardu ISO 286.

**Tabela 1.2** Opće smjernice za izbor kvalitete tolerancija

Područje upotrebe	Kvaliteta tolerancije (IT)																					
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
Mjerni pribor	Precizna mjerila						Mjerila za radioničku kontrolu															
							Najbolja kvaliteta															
Opća strojogradnja							Kvalitetna izrada															
							Srednja izrada															
							Gruba izrada															
							Grube tolerancije za kovane, lijevane i grubo obrađene poluproizvode															

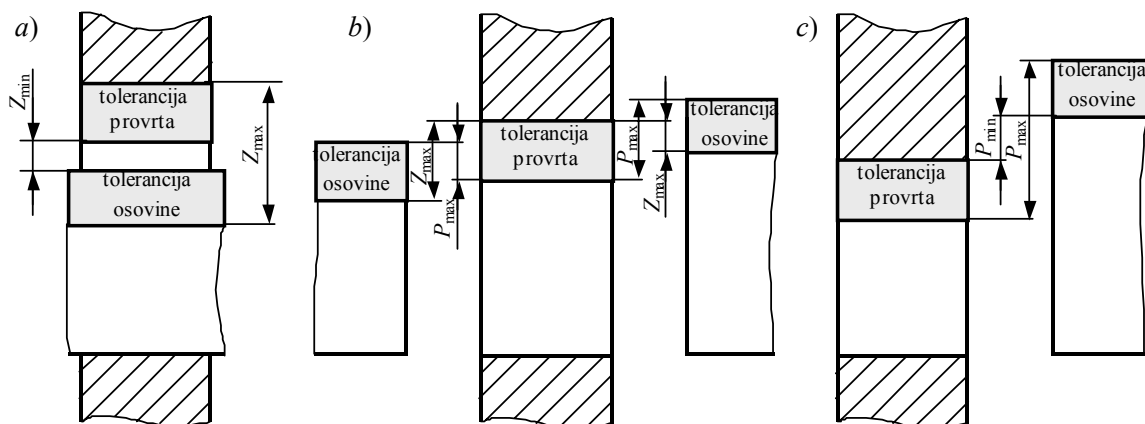


Slika 1.2: Položaj tolerancijskih polja obzirom na nul-liniju

### 1.5.1.2 Dosjedi

*Dosjed* je odnos dvaju oblikovanih elemenata (npr. provrt i osovina, utor i pero, itd.), koji imaju jednake nazivne mjere ( $D_i = d_i$ ). Pri tom je jedan element određen unutrašnjom nazivnom mjerom (provrt) i uvijek okružuje drugi, koji je određen istom nazivnom mjerom (osovina). Oba dosjedna dijela imaju svoje tolerancije.

Ovisno o izabranim tolerancijama, spregnuti dijelovi dosjedaju jedan u drugoga sa zračnošću ili sa preklopom. Zračnost (razmak) nastaje kada je stvarna mjera osovine manja od stvarne mjere provrta. To je pozitivna razlika između mjere provrta i mjere osovine. Preklop nastaje kad je razlika između mjera negativna (promjer osovine veći od promjera provrta). Obzirom na veličinu zračnosti odnosno preklopa razlikuju se sljedeće vrste dosjeda, slika 1.3:



Slika 1.3: Vrste dosjeda  
a) labavi dosjed b) prijelazni dosjed c) čvrsti dosjed

- *Labavi dosjed.* Između sastavljenih dijelova je uvijek zračnost. To se osigurava odgovarajućim izborom položaja tolerancijskih polja, pri čemu je uvijek gornja granična mjera osovine manja od donje granične mjere provrta, slika 1.3a. Najmanji i najveći razmak (zračnost) računa se po izrazima:

$$\begin{aligned} Z_{\min} &= D_{\min} - d_{\max} = EI - es > 0 \\ Z_{\max} &= D_{\max} - d_{\min} = ES - ei > 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

$Z_{\max}$	[mm]	najveća zračnost
$Z_{\min}$	[mm]	najmanja zračnost
$D_{\max}$	[mm]	gornja granična mjera unutrašnje mjere (provrt), izraz (1.2)
$D_{\min}$	[mm]	donja granična mjera unutrašnje mjere (provrt), izraz (1.2)
$d_{\max}$	[mm]	gornja granična mjera vanjske mjere (osovine), izraz (1.3)
$d_{\min}$	[mm]	donja granična mjera vanjske mjere (osovine), izraz (1.3)
$ES$	[mm]	gornje odstupanje unutrašnje mjere (provrt)
$EI$	[mm]	donje odstupanje unutrašnje mjere (provrt)
$es$	[mm]	gornje odstupanje vanjske mjere (osovine)
$ei$	[mm]	donje odstupanje vanjske mjere (osovine)

- *Čvrsti dosjed.* Između sastavljenih dijelova je stalno preklop. To se osigurava takvim izborom položaja tolerancijskih polja, kod kojeg je donja granična mjera osovine uvijek veća od gornje granične mjere provrta, slika 1.3c. Takve dijelove moguće je sklapati samo uz pomoć uzdužne sile, ili grijanjem dijela s unutrašnjom mjerom - kako bi se ova privremeno proširila, odnosno hlađenjem dijela s vanjskom mjerom - kako bi se ova privremeno smanjila.

Najmanji  $P_{\min}$  i najveći  $P_{\max}$  preklop računaju se po izrazima:

$$\begin{aligned} P_{\min} &= D_{\max} - d_{\min} = ES - ei < 0 \\ P_{\max} &= D_{\min} - d_{\max} = EI - es < 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

- *Prijelazni dosjed.* Između spojenih dijelova može nastati zračnost ili preklop. To se postiže izborom položaja i kvaliteta tolerancijskih polja, tako da se tolerancijska polja u cijelosti ili djelomično prekrivaju. Dakle, dosjed može bit čvrst ili labav, ovisno o stvarnim mjerama osovine i provrta, slika 1.3b. Sastavljanje dijelova s prijelaznim dosjedom je izvedivo ručno, ali i upotrebom uzdužne sile. Najveća zračnost, odnosno najveći preklop, računa se po izrazima (1.4) i (1.5).

Pri izboru tolerancija dosjeda, u pravilu je tolerancija osovine uvijek za jednu kvalitetu bolja (manja), od one koju ima provrt. Iz ekonomskih razloga je preporučljivo, da se za postizanje različitih dosjeda tolerancije ne izabiru proizvoljno, nego upotrebom *sistema dosjeda*. Po ISO razlikuju se dva sistema dosjeda:

- *Sistem jedinstvenog provrta.* U ovom sistemu svi promjeri provrta imaju jednak položaj tolerancijskog polja "H", bez obzira na vrstu dosjeda. Tolerancijsko polje "H" nalazi se iznad nul-linije. Najmanja mjera provrta je uvijek jednaka nazivnoj mjeri ( $D_{\min} = D_i$ ), pa je donje odstupanje uvijek jednako nuli ( $EI = 0$ ), a gornje odstupanje je jednako toleranciji ( $ES = T_D$ ). Tolerancijsko polje, tj. položaj i kvalitetu tolerancije osovine bira se obzirom na vrstu dosjeda kojeg se želi ostvariti (npr. H7/r6 – čvrsti dosjed, H7/j6 – prijelazni, H7/f6 – labavi dosjed).

- *Sistem jedinstvene osovine.* U ovom sistemu svi promjeri osovine imaju jednak položaj tolerancijskog polja "h", bez obzira na vrstu dosjeda. Tolerancijsko polje "h" leži ispod nul-linije. Najveća mjera osovine je uvijek jednaka nazivnoj mjeri ( $d_{\max} = d_i$ ), tako da je gornje odstupanje uvijek jednak nuli ( $es = 0$ ), a donje odstupanje je jednako toleranciji ( $ei = T_d$ ). Tolerancijsko polje, tj. položaj i kvaliteta tolerancije provrta izabire se obzirom na vrstu dosjeda kojeg se želi postići (npr. S7/h6 – čvrsti, J7/h6 – prijelazni, G7/h6 – labavi dosjed).

U općoj strojogradnji u pravilu se upotrebljava sistem jedinstvenog provrta, jer se lakše i točnije postižu željene mjere osovine.

U ISO sistemu dosjedi su razvrstani u 3 grupe po redu prvenstva, tabela 1.3. U pravilu je potrebno uvijek primjenjivati dosjede iz 1. prioritetne grupe. Ako se potrebnu veličinu zračnosti ili preklopa određuje analitički, može se birati dosjede i iz 2. grupe, a samo iznimno iz 3. prioritetne grupe.

Pri izboru tolerancija i dosjeda potrebno je uzimati u obzir i temperaturu strojnih dijelova. Sve tolerancije propisane u ISO sistemu se odnose na sobnu temperaturu materijala strojnih dijelova, tj. na 20<sup>0</sup> C. Pri toj temperaturi moraju imati izrađeni dijelovi i mjerni uređaji mjere u skladu sa propisanim vrijednostima. Većina strojnih dijelova je u funkciji pri nižim i višim temperaturama, pri čemu se zbog temperaturne dilatacije njihove mjere mijenjaju. Ako dijelovi imaju istu temperaturu i rađeni su od istog materijala, promjena temperature nema utjecaja na dosjed. Ako nije tako, dolazi do promjene zračnosti, odnosno preklopa pri radnoj temperaturi u odnosu na izmjerene vrijednosti na sobnoj temperaturi.

## 1.5.2 Tolerancije oblika i položaja

Pored odstupanja dužinskih mjera strojnih dijelova dolazi, u većoj ili manjoj mjeri, i do odstupanja njihovih konturnih linija i površina od idealnih geometrijskih oblika. Zbog toga nije moguće postići točno nalijeganje površina i podudaranje osi. Uzroci odstupanja oblika i položaja su u osnovi isti kao i uzroci odstupanja dužinskih mjera.

Kod tolerancija oblika toleriraju se sljedeća svojstva:

- pravocrtnost
- ravnost
- kružnost
- cilindričnost
- oblik crte
- oblik plohe

Kod tolerancija položaja razlikuju se :

- odstupanja po pravcu
  - ♦ odstupanje paralelnosti (neparalelnost)- osi i površina
  - ♦ odstupanje okomitosti
  - ♦ odstupanje kuta nagiba
- odstupanja po mjestu:
  - ♦ odstupanja od lokacije (npr. os provrta mora ležati unutar cilindra promjera  $t$  (vrijednost tolerancije), čija se os nalazi na idealnom mjestu
  - ♦ odstupanje od koaksijalnosti (koncentričnosti)

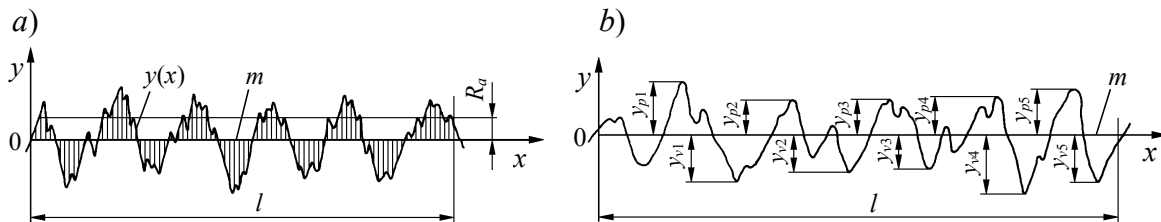
- ◆ odstupanje simetričnosti
- odstupanja rotacijskih površina:
  - ◆ radijalno bacanje (radijalna ispupčenost) pri rotaciji
  - ◆ aksijalno kružno gibanje (aksijalna ispupčenost) pri rotaciji

Obzirom na zahtijevanu točnost izrade strojnih dijelova, odstupanja oblika i položaja je potrebno omeđiti i propisivanjem potrebnih tolerancija. Ako na radioničkom nacrtu nije posebno propisana tolerancija oblika i položaja, moraju se dati potrebna odstupanja u sklopu tolerancija dužinskih mjera. U slučajevima kada funkcionalnost zahtijeva veću točnost oblika i položaja strojnih dijelova, potrebno je tolerancije oblika i položaja posebno propisati.

### 1.5.3 Tolerancije hrapavosti tehničkih površina

Hrapavost površine je u općem smislu mikrogeometrijska nepravilnost površine, koja nastaje tijekom postupaka obrade ili drugih utjecaja. Hrapavost površine u određenim slučajevima bitno utječe na radna svojstva strojnih dijelova, posebno na mjestima međusobnog spoja pojedinih elemenata (trenje, zračnost, podmazivanje...). Općenito, strojni dijelovi s manjom hrapavošću imaju veću dinamičku čvrstoću, veću otpornost na koroziju, veću sposobnost nalijeganja, bolje prenose toplinu itd. Kako je postizanje niskog stupnja hrapavosti uvijek povezano s duljim i skupljim postupcima obrade, ono ima za posljedicu povećanje cijene strojnog dijela.

Veličina hrapavosti obično se mjeri obzirom na srednju referentnu crtu profila neravnine  $m$ , koja dijeli profil tako, da je unutar mjerne duljine  $l$  veličina svih kvadrata odstupanja profila od te crte najmanja, slika 1.4. Mjerna duljina  $l$  ovisna je o vrsti i kvaliteti obrade, te o metodi mjerenja. Parametri hrapavosti određeni su standardom DIN 4762, a neki od njih i starijim standardima HRN M.A1.020 i 021 i DIN 4768.



**Slika 1.4:** Procjenjivanje hrapavosti površine

a) srednje aritmetičko odstupanje profila  $R_a$  b) način određivanja srednje visine neravnine  $R_z$

Za procjenjivanje hrapavosti površine u strojarskoj praksi najčešće se upotrebljava *srednje aritmetičko odstupanje profila*  $R_a$ , koje je jednako srednjoj aritmetičkoj vrijednosti apsolutnih vrijednosti visine profila neravnina na mjernoj duljini  $l$ .

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (1.6)$$

$R_a$	[ $\mu\text{m}$ ]	srednje aritmetičko odstupanje profila
$l$	[ $\mu\text{m}$ ]	mjerna duljina hrapavosti površine
$y(x), y_i$	[ $\mu\text{m}$ ]	visina profila hrapavosti s obzirom na srednju referentnu crtu
$x$	[ $\mu\text{m}$ ]	dužina uzduž mjerne duljine
$n$		broj točaka procjenjivanja visine profila uzduž mjerne duljine



Kao parametar hrapavosti često se upotrebljava *srednja visina neravnina*  $R_z$ , koja je jednaka zbroju aritmetičke sredine apsolutnih vrijednosti visine pet najviših vrhova i aritmetičke sredine apsolutnih vrijednosti pet najvećih dubina udolina na mjernoj duljini  $l$ .

$$R_z = \frac{1}{5} \left( \sum_{i=1}^5 |y_{pi}| + \sum_{i=1}^5 |y_{vi}| \right) \approx 4 \cdot R_a \quad (1.7)$$

$R_z$	[ $\mu\text{m}$ ]	srednja visina neravnina
$y_{pi}$	[ $\mu\text{m}$ ]	visina i-tog najvišeg vrha
$y_{vi}$	[ $\mu\text{m}$ ]	udubina i-te najniže udoline

Važan parametar hrapavosti jest i *najveća visina profila*  $R_y$ , koja je definirana kao udaljenost između dva pravca paralelna sa srednjom linijom profila, povučena tako da u granicama mjerne duljine dodiruju najvišu, odnosno najnižu točku profila. Ovaj parametar jednak je parametru  $R_{\max}$  (najveća visina neravnina) definiranom HRN standardom. Približno je  $R_{\max} = 6,4 R_a$ .

Prema standardu HRN M.A0.065 i DIN ISO 1302, hrapavosti tehničkih površina su podijeljene u 12 stupnjeva, ovisno o najvećoj vrijednosti srednjeg aritmetičkog odstupanja  $R_a$ , tabela 1.4. U istoj su tabeli, radi mogućnosti usporedbe, navedeni i razredi hrapavosti, koji se još mogu naći u starijoj literaturi i crtežima.

**Tabela 1.3:** Stupnjevi i razredi hrapavosti površina strojnih dijelova pri različitim obradama

Stupanj hrapavosti		N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12		
Razred hrapavosti		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$R_a$ [ $\mu\text{m}$ ]		0,012	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12,5	25	50	100
$R_z$ [ $\mu\text{m}$ ]		0,05	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12,5	25	50	100	200	400
Ručna obrada	grubo turpijanje														
	fino turpijanje														
Lijevanje	u pijesku														
	u kokili														
Kovanje	toplo, slobodno														
	toplo u ukovnju														
	hladno u ukovnju														
Valjanje	toplo														
	hladno														
Pjeskarenje															
Tokarenje	grubo														
	fino														
Blanjanje	grubo														
	fino														
Provlačenje	grubo														
	fino														
Glodanje	grubo														
	fino														
Bušenje															
Razvrtavanje															
Brušenje	grubo														
	fino														
Poliranje	mehaničko														
	električno														
Honanje, lepanje															
Superfinaš															

## 1.6 RADNA OPTEREĆENJA STROJNIH DIJELOVA

Za određivanje radne sposobnosti strojnih dijelova potrebno je što točnije odrediti mehanička i toplinska opterećenja kojima su oni izloženi u radu. Pod tim se podrazumijeva određivanje veličine i smjera sila i momenata, i njihovu promjenjivost u vremenu, te određivanje deformacije i naprezanja pod utjecajem povišene temperature.

Mehanička opterećenja pri kojima je predviđen normalan rad pojedinih strojeva i njihovih dijelova, su *nominalna (nazivna) opterećenja* (opterećenja, koja proizlaze iz nazivne snage i brzine vrtnje pogonskih strojeva, nosivosti dizala, i sl.). Radna opterećenja stroja za vrijeme jednog radnog ciklusa, ili u duljem vremenskom razdoblju nisu uvijek jednaka nominalnim. Potrebno je razlikovati strojeve, koji djeluju u *stalnom režimu* (konstantna opterećenja i vrlo male vibracije – pumpe, ventilatori) ili *intermitirajućem režimu* rada (promjenjiva nominalna opterećenja u vremenskim intervalima – motorna vozila, dizala, radni strojevi, i sl.). Pri tome su isti *dobro* ili *slabo uravnoteženi* (dodatna opterećenja zbog utjecaja centrifugalnih, inercijskih i vibracijskih sila).

Točno određivanje veličine radnih opterećenja, kojima su izloženi dijelovi strojeva u određenim vremenskim intervalima, je u većini slučajeva komplicirano i rijetko je moguće provesti. Zato se za osnovu proračuna čvrstoće strojnih dijelova uvijek uzima *mjerodavno* tj. *proračunsko opterećenje*, koje se uglavnom razlikuje od nominalnog. Proračunsko opterećenje se obično određuje pomoću *faktora radnih uvjeta* tako, da se s njim pomnoži nominalno opterećenje.

$$F_{rac} = K_o \cdot F_{nom} \quad (1.8)$$

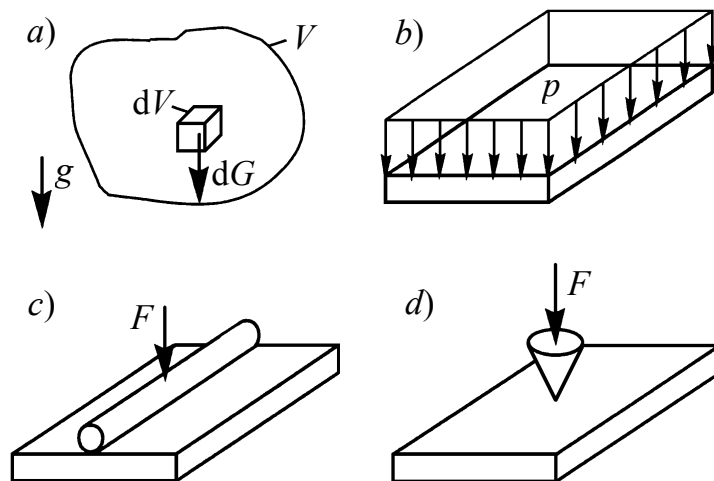
$F_{rac}$	[N]	proračunsko opterećenje
$K_o$		faktor radnih uvjeta
$F_{nom}$	[N]	nominalno opterećenje

Faktor radnih uvjeta sadrži nepoznata vanjska ili unutarnja opterećenje strojnih dijelova, koja se pojavljuju tijekom rada stroja. Tako se u proračun tj. u dimenzioniranje strojnih dijelova uvodi određeni stupanj sigurnosti. Faktor radnih uvjeta je obično u granicama od 1,0 do 2,5 i više. Njegova vrijednost se određuje pomoću iskustvenih izraza, dijagrama i tablica obzirom na poznate opće radne uvjete (način rada, vrijeme rada, utjecaji okoliša, vrste otpora, itd.), te prethodna iskustva u konstruiranju.

### 1.6.1 Radna opterećenja

Opterećenja strojnih dijelova općenito predstavljaju prostorni sistem vanjskih i unutarnjih sila i momenata. Pregled uobičajenih vrsta opterećenja dan je na slici 1.5. Ona se dijele na

- *volumenska* (težina, elektromagnetske sile), slika 1.5a;
- *površinska* (kontakti dijelova, pritisak plina ili tekućine), slika 1.5b;
- *linijska* (teorijski, praktički je to usko područje konačne širine), slika 1.5c;
- *opterećenja u točki* (teoretski, praktički područje vrlo male površine), slika 1.5d.



**Slika 1.5:** Vrste opterećenja obzirom na način djelovanja sile  
a) volumenska b) površinska c) linijska d) točkasta

### 1.6.1.1 Korisna opterećenja

Korisna opterećenja proizlaze iz otpora, koje stroj svladava da bi napravio koristan rad. Ta opterećenja se javljaju u obliku sile  $F$  ili torzijskog momenta  $T$ , odnosno posredno u obliku potrebne prenesene snage  $P$  pri zadanoj brzini  $v$  ili kutnoj brzini  $\omega$ .

$$F = \frac{P}{v} \quad (1.9)$$

$$T = \frac{P}{\omega} \quad (1.10)$$

$\omega$	[rad/s]	kutna brzina ( $= \pi n/30$ )
$n$	[min <sup>-1</sup> ]	brzina vrtnje.

### 1.6.1.2 Opterećenja uzrokovana trenjem

Dijelovi strojeva koji se kliču jedno po drugom, na mjestu dodira, pored normalne sile  $F_N$ , međusobno djeluju i tangencijalnim silama trenja  $F_{tr}$ , Slika 1.6. Te su sile usmjerene tako da kočē međusobno gibanje. One ne ovise o veličini dodirne površine, niti o njezinom obliku, nego samo o normalnoj sili  $F_N$  i njoj su proporcionalne. Prema Coulombovom zakonu je

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N \quad (1.11)$$

$F_{tr}$	[N]	sila trenja
$F_N$	[N]	normalna sila
$\mu$		koeficijent trenja, tabela 1.5.

Ukupna reakcija podloge sastoji se od dviju komponenata  $F_N$  i  $F_{tr}$ , a s okomicom na dodirnu površinu čini kut  $\varphi$  koji se naziva kut trenja. Prema Slici 1.6, kut trenja je određen izrazom

$$\tan \varphi = \frac{F_{tr}}{F_N} = \mu \quad (1.12)$$

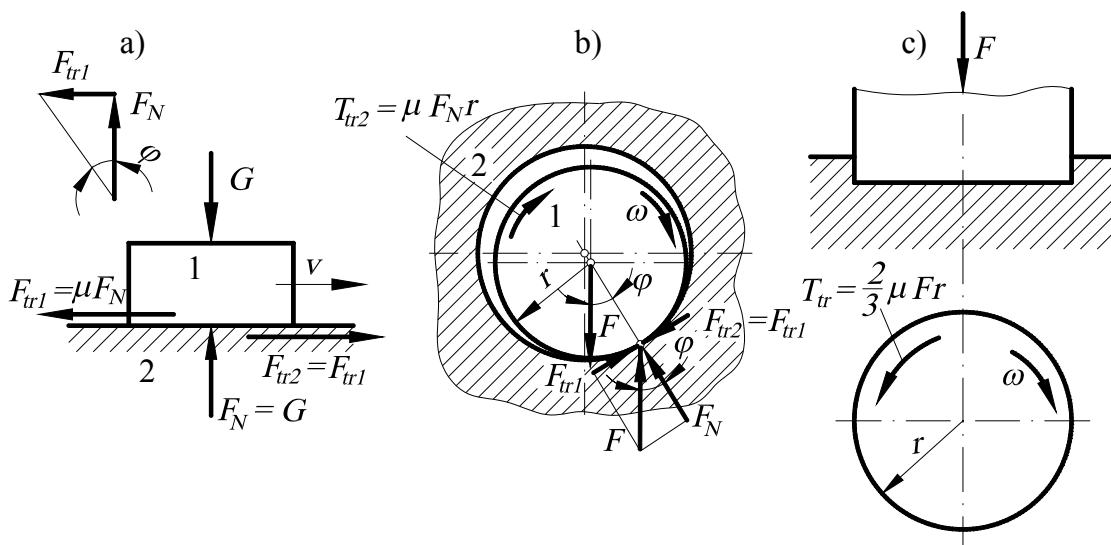
Koeficijent trenja ovisi o materijalu, hrapavosti, veličini površinskog pritiska, podmazivanju dodirnih površina, te brzini klizanja. Izraz 1.11 vrijedi samo ako tijela u dodiru klizu jedno po drugom i tada je po srijedi *kinematičko trenje*. No, sila trenja se može pojaviti i kad nema relativnog gibanja (klizanja), nego kad samo postoji težnja za tim gibanjem. Tada je riječ o *statičkom trenju* i vrijedi izraz:

$$F_{tr} \leq \mu_0 F_N \quad (1.13)$$

$\mu_0$  koeficijent statičkog trenja.

Znak jednakosti vrijedi samo neposredno prije početka gibanja. Čim počne gibanje, statičko trenje prelazi u kinematičko. Koeficijent statičkog trenja veći je od kinematičkog, tj. vrijedi:

$$\mu_0 > \mu \quad (1.14)$$



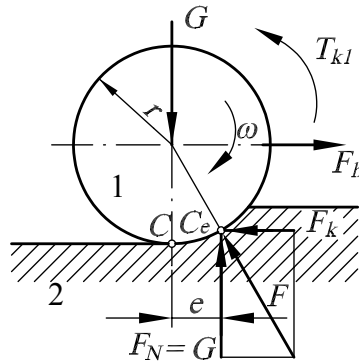
**Slika 1.6:** Trenje na površini  
a) ravnoj, b) cilindričnoj i c) kružnoj

### Trenje kotrljanja

Otpor trenja pri međusobnom kotrljanju strojnih dijelova bez klizanja nastaje kada se strojni dio cilindričnog oblika kotrlja po drugom strojnom dijelju, npr. ravne površine, slika 1.7. djelovanjem težine kotača  $G$  podloga se deformira i djeluje na kotač kontinuiranim opterećenjem. Rezultanta tog opterećenja prolazi kroz točku  $C_e$ , a komponente su joj reakcije  $F_y = G$  i  $F_k$ . Otklon  $e$  između hvatišta reakcija u stanju mirovanja i stanju gibanja naziva se još krakom otpora protiv kotrljanja, a nastali spreg sila tvori moment  $T_k = F_N \cdot e \approx F_k \cdot r$ , koji se naziva momentom otpora trenja pri kotrljanju, slika 1.7. Sila otpora kotrljanja  $F_k$  iznosi:

$$F_k = F_N \cdot \frac{e}{r} = \mu_k \cdot F_N \quad (1.15)$$

gdje se  $\mu_k = e/r$  naziva koeficijent trenja kotrljanja, tabela 1.5. Tako se sila otpora kotrljanju računa slično kao i sile otpora gibanju i mirovanju.



**Slika 1.7:** Trenje pri kotrljanju

Koeficijent trenja kotrljanja je ovisan o hrapavosti dodirnih površina i deformaciji dijelova u dodiru, o materijalu, polumjeru kotrljajućih tijela, opterećenju i brzini kotrljanja. Tabela 1.5 daje orijentacijske vrijednosti koeficijenta trenja kotrljanja. Da bi bilo moguće kotrljanje bez klizanja, mora biti ispunjen uvjet

$$F_k \leq F_{\text{tro}} \Rightarrow \mu_k \leq \mu_o \quad (1.16)$$

gdje je  $F_{\text{tro}} = F_N \cdot \mu_o$  sila trenja pri mirovanju.

### 1.6.1.3 Težina dijelova

Ako je težina proračunavanih dijelova relativno velika u odnosu na korisno opterećenje, mora se uključiti u proračun. Težina se računa po izrazu:

$$F_g = m \cdot g \quad (1.17)$$

$F_g$	[N]	težina
$m$	[kg]	masa strojnog dijela ili tereta
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]		gravitacijsko ubrzanje (= 9,81 m/s <sup>2</sup> )

Vlastita težina strojnih dijelova je u većini slučajeva relativno mala u odnosu na korisno opterećenje, pa se uglavnom zanemaruje.

### 1.6.1.4 Inercijske sile i momenti

Dijelovi strojeva su opterećeni i s inercijskim silama i momentima, koji se pojavljuju pri promjeni veličine i smjera njihovih brzina. Zbog tih promjena pojavljuju se inercijske sile kao dodatna, ciklički promjenjiva opterećenja, pri pokretanju i pri zaustavljanju stroja. Kod pravocrtnog gibanja inercijska sila mase  $m$  pri ubrzanju (ili usporenju)  $a$  jednaka je:

$$F_v = -m \cdot a \quad (1.18)$$

pri čemu negativni predznak pokazuje da je smjer djelovanja inercijske sile suprotan smjeru ubrzanja. Zbog toga je pri ubrzanju inercijska sila suprotna smjeru gibanja, dok je pri usporenju u smjeru gibanja. Pri kružnom gibanju inercijski okretni moment jednak je:

$$T_v = -J \cdot \alpha \quad (1.19)$$

$J$	[kg·m]	moment inercije mase strojnog dijela, vidi priručnike
$\alpha$	[s <sup>-2</sup> ]	kutno ubrzanje

Pri prijelazu iz pravocrtnog u kružno i pri kružnom gibanju neuravnoteženih masa, javljaju se dodatne inercijske sile zbog djelovanja normalnog ubrzanja. One se nazivaju centrifugalnim silama. Centrifugalne sile djeluju uvijek od središta vrtnje prema van u smjeru ekscentričnosti mase. Centrifugalna sila  $F_c$  mase  $m$ , koja se giba po krivulji radijusa  $r$  s kutnom brzinom  $\omega$  je jednaka:

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2. \quad (1.20)$$

### 1.6.1.5 Pritisak tekućina i plinova

U zatvorenim posudama pritisak plina jednak je u svim smjerovima, a odgovarajuće opterećenje  $F_t$  površine  $A$ , koja je podvrgnuta djelovanju pritiska  $p$ , izračuna se kao:

$$F_t = p \cdot A \quad (1.21)$$

U tekućinama odgovarajuće opterećenje površine ispod površine tekućine određuje se prema

$$F_t = (p_g + \rho gh)A \quad (1.22)$$

$p_g$	[N/m <sup>2</sup> ]	pritisak na površini tekućine
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	gustoća tekućine
$G$	[m/s <sup>2</sup> ]	ubrzanje zemljine teže
$h$	[m]	dubina pod površinom
$A$	[m <sup>2</sup> ]	površina za koju se računa opterećenje

### 1.6.1.6 Opterećenje zbog deformacija

Pojedini strojni dijelovi opterećeni su i zbog elastičnih deformacija ostalih sastavnih dijelova stroja. Ta opterećenja su posljedica pritezanja, ili tlačnih naprezanja u pojedinim spojevima (vijčani, zakovični, elastični spojevi), ili toplinskih dilatacija pod utjecajem promjena temperature. Odgovarajuće deformacije i rezultirajuća opterećenja detaljnije su obrađeni u poglavlju 1.7.

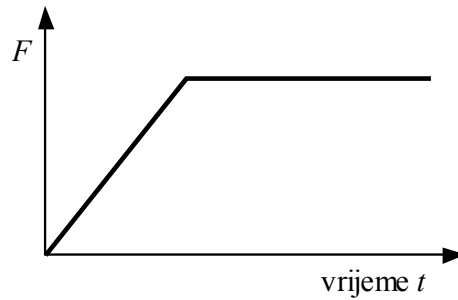
## 1.6.2 Opterećenja promjenjiva s vremenom

Obzirom na vremensku promjenjivost, postoje:

- *statička opterećenja*,
- *dinamička opterećenja*.

### 1.6.2.1 Statička opterećenja

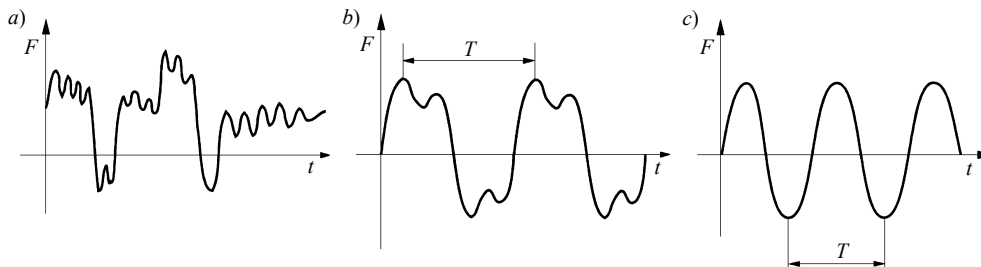
Statička opterećenja su opterećenja, pri kojima se nakon postizanja nazivne vrijednosti njihova veličina i smjer sa vremenom ne mijenjaju, Slika 1.8. Pri statičkom opterećenju su svi dijelovi u statičkoj ravnoteži (1. Newtonov zakon). Statička opterećenja se u strojarskoj praksi rijetko javljaju, premda su često temelj proračuna čvrstoće strojnih dijelova.



**Slika 1.8:** Statičko opterećenje

### 1.6.2.2 Dinamička opterećenja

Dinamička opterećenja su ona opterećenja koja se tijekom vremena mijenjaju po veličini i/ili po smjeru. Promjene veličine opterećenja općenito mogu biti stohastičke, periodičke, ili harmoničke, slika 1.9. Postoje također udarna dinamička opterećenja, pri kojima se veličina opterećenja mijenja skokovito u vrlo kratkom vremenskom intervalu, tako da imaju karakter kratkotrajnog impulsa.



**Slika 1.9:** Vrste dinamičkih opterećenja  
a) stohastičko b) periodičko c) harmoničko

S obzirom na smjer djelovanja opterećenja razlikuju se:

- *istosmjerna i*
- *izmjenična opterećenja.*

Pri proračunu strojnih dijelova periodička dinamička opterećenja najčešće se aproksimiraju s harmoničkim dinamičkim opterećenjima, a dodatni nepoželjni utjecaji zbog udarnih opterećenja uzimaju se u obzir faktorom radnih uvjeta, izraz (1.8).

Pri harmoničkim opterećenjima veličina opterećenja se mijenja u intervalu između najmanje  $F_{\min}$  i najveće vrijednosti  $F_{\max}$ , pri čemu su amplituda dinamičkog opterećenja  $F_A$  i srednje opterećenje  $F_{sr}$  određeni kao:

$$F_A = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \quad (1.23)$$

$$F_{sr} = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \quad (1.24)$$

Karakter dinamičkih opterećenja uvijek se određuje s obzirom na koeficijent asimetrije  $r$  ciklusa opterećenja, koji je definiran kao omjer minimalnog i maksimalnog opterećenja ciklusa:

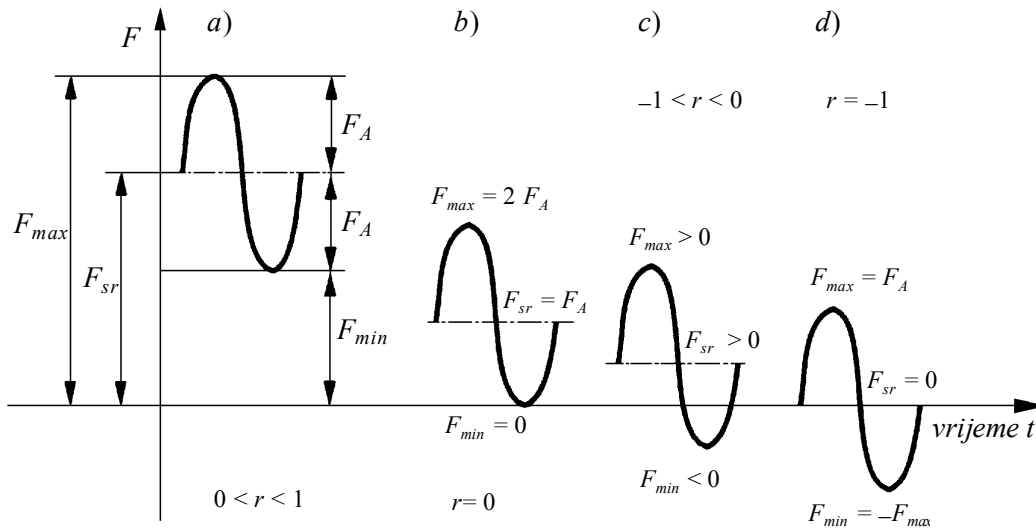
$$r = \frac{F_{\min}}{F_{\max}} \quad (1.25)$$

U strojarskoj praksi su česta dva posebna slučaja harmoničkih dinamičkih opterećenja:

- *pulzirajuće opterećenje* ( $r = 0$ ) je *istosmjerno promjenjivo* dinamičko opterećenje, kod kojeg je opterećenje promjenjivo s amplitudom  $F_A = F_{max}/2$  između vrijednosti  $F_{min} = 0$  i  $F_{max}$  oko srednje vrijednosti opterećenja  $F_{sr} = F_{max}/2$ , slika 1.10b;
- *titrajuće opterećenje* ( $r = -1$ ) je čisto (naizmjenično promjenjivo) dinamičko opterećenje, koje se mijenja s amplitudom  $F_A = F_{max}$  pri  $F_{sr} = 0$ , tzv. simetrični ciklus opterećenja, slika 1.10d.

Svi gornji izrazi i definicije vrijede i za momentna opterećenja, kao i za naprezanja: Potrebno je samo opterećenje  $F$  zamijeniti s torzijskim momentom  $T$ , ili momentom savijanja  $M$ , odnosno odgovarajućim naprezanjima.

Opći slučaj dinamičkog opterećenja uvijek se može prikazati kao kombinacija čistog naizmjeničnog (titrajućeg) opterećenja amplitude  $F_A$  i statičkog opterećenja  $F_{sr}$ , slika 1.10a. Treba primijetiti da se s porastom koeficijenta asimetrije ciklusa (dakle omjera minimalnog i maksimalnog naprezanja ciklusa) dinamičko opterećenje sve više približava statičkom opterećenju ( $r = 1$ ).



**Slika 10:** Vrste dinamičkih opterećenja

- a) opće jednosmjerno dinamičko opterećenje b) impulsno opterećenje  
c) opće izmjenično opterećenje d) čisto izmjenično opterećenje

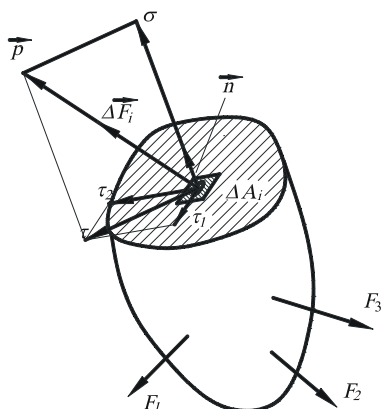
## 1.7 STANJA NAPREZANJA I DEFORMACIJA STROJNIH DIJELOVA

Radna opterećenja strojnih dijelova nastoje promijeniti njihov oblik i dimenzije, čemu se suprotstavlja materijal strojnog dijela djelovanjem unutrašnjih sila između svojih čestica. Ove sile svedene na jedinicu površine nazivaju se *naprezanje*. Naprezanje se definira pomoću slike 1.1, na kojoj je prikazano tijelo proizvoljnog oblika opterećeno vanjskim silama  $F_1$  do  $F_n$ , presječeno proizvoljnom ravninom. Ako je tijelo bilo u ravnoteži pod djelovanjem vanjskih sila, bit će i svaki dio tijela u ravnoteži pod djelovanjem vanjskih i unutrašnjih sila koje djeluju na mjestu presjeka. Na svakoj od  $i$  elementarnih površina  $\Delta A_i$  presjeka djeluju elementarne unutrašnje sile  $\overline{\Delta F}_i$ , načelno u različitim smjerovima i različite veličine. Omjer sile  $\overline{\Delta F}_i$  i površine  $\Delta A_i$  definira se kao vektor naprezanja:



$$\vec{p} = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_i}{\Delta A_i} \quad (1.26)$$

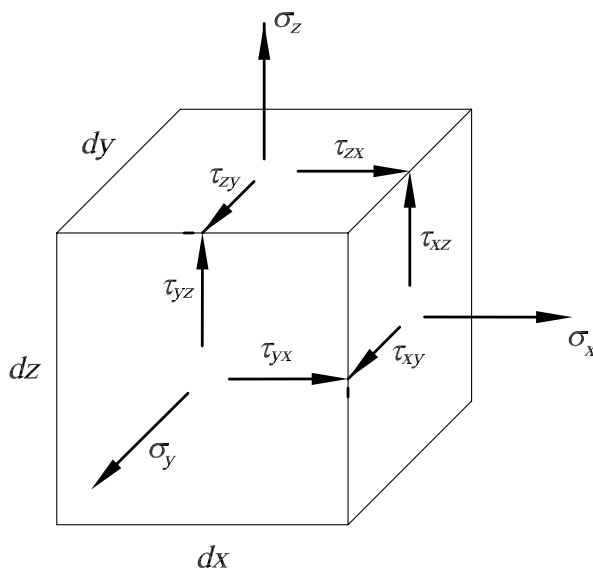
Komponenta vektora naprezanja okomita na presjek predstavlja *normalno naprezanje*, koje se označava sa  $\sigma$ , a komponenta položena u ravninu presjeka je *posmično ili tangencijalno naprezanje*, koje se označava sa  $\tau$ , a može se rastaviti na dvije međusobno okomite komponente  $\tau_1$  i  $\tau_2$ . Treba napomenuti da u fizikalnom smislu naprezanje nije vektor.



**Slika 1.11:** Vektor naprezanja, normalna i tangencijalna naprezanja

U nekoj točki tijela moguće je postaviti po volji mnogo presjeka, dakle i po volji mnogo vektora naprezanja. Ako su poznate komponente naprezanja za tri presjeka, slika 1.12, može se pomoću izraza za transformaciju odrediti naprezanje u svim presjecima.

Naprezanje u promatranoj točki je dakle tenzorska veličina definirana s devet komponenti: tri normalne i šest tangencijalnih, a od toga šest neovisnih, jer su tangencijalna naprezanja na dva međusobno okomita presjeka jednaka po veličini i predznaku. Istovremeno su oba usmjerena ka bridu ili od brida elementa. Ovih devet komponenti naprezanja tvore matricu tenzora naprezanja koja se skraćeno označuje sa  $[\sigma_{ij}]$ , tj.:



**Slika 1.12:** Komponente naprezanja (na vidljivim stranama diferencijalnog elementa)

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Komponente normalnih napreznja sadrže indeks koji označava koordinatnu os s kojom je komponenta paralelna. Komponente tangencijalnih napreznja sadrže dva indeksa od kojih prvi označava presjek na kojem djeluje, a drugi koordinatnu os s kojom je paralelna.

U općem slučaju, tj. pri troosnom stanju napreznja, postoje tri međusobno okomite ravnine u kojima tangencijalna napreznja iščezavaju, a normalna napreznja poprimaju ekstremne vrijednosti, koje se nazivaju glavnim napreznjima  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ . Dogovorno se uzima da je  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ . Za dvoosno (ravninsko) stanje napreznja je  $\sigma_z = 0$ . Za jednoosno stanje napreznja je  $\sigma_y = \sigma_z = 0$ , tj. postoji samo komponenta  $\sigma_x$ .

Pod djelovanjem opterećenja tijelo se deformira, odnosno mijenja svoj oblik i dimenzije. Pojam deformacija u nekoj točki tijela vezan je uz promjenu oblika i veličine neposredne okoline te točke. Deformacija svake točke tijela opisuje se sa tri duljinske i tri kutne deformacije koje izražavaju relativno produljenje tri međusobno okomite duljine (duljinske deformacije), odnosno promjene pravih kuteva koje oni čine (kutne deformacije). Očito je onda da je i deformacija tenzorska veličina definirana s devet komponenata. Odgovarajuća matrica tenzora napreznja slična je matrici tenzora napreznja, s indeksima komponenata koji imaju isto značenje kao i oni kod komponenata tenzora napreznja. Umjesto naziva duljinska deformacija ponekad se upotrebljava i naziv normalna deformacija, a umjesto naziva kutna deformacija naziv posmična deformacija. Ti nazivi potječu otuda što kod izotropnih materijala normalno napreznje izaziva samo duljinsku, a posmično napreznje samo kutnu deformaciju.

### 1.7.1 Veza između napreznja i deformacije

Većina materijala se do većeg ili manjeg opterećenja ponaša elastično. To znači da se pod djelovanjem određenog nivoa opterećenja epruvete iz takvih materijala deformiraju, da bi se nakon rasterećenja vratila u prvobitan oblik. U tom području napreznje i deformacija su linearno povezani. Za jednoosno stanje napreznja ta ovisnost je dana Hookeovim zakonom:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1.28)$$

$\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	normalno napreznje u jednoosno napregnutom štapu
$E$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul elastičnosti materijala štapa, tabela 1.7
$\varepsilon$		(duljinska) deformacija u smjeru napreznja.

Slična ovisnost vrijedi i za tangencijalna napreznja:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (1.29)$$

$\tau$	[N/mm <sup>2</sup> ]	tangencijalno napreznje u ravnini smicanja
$\gamma$		kutna deformacija (kut smicanja) u ravnini smicanja
$G$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul smika, konstanta materijala

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (1.30)$$

$\mu$ 

Poissonov koeficijent, konstanta materijala jednaka omjeru poprečne i uzdužne deformacije pri uzdužnom (vlačnom ili tlačnom) opterećenju, tabela 1.7.

Za opće troosno stanje naprezanja međusobna ovisnost naprezanja i deformacije dana je sa šest relacija (Hookeov zakon za troosno stanje naprezanja):

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right], & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_y - \nu (\sigma_z + \sigma_x) \right], & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \left[ \sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y) \right], & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G}.\end{aligned}\quad (1.31)$$

Svaki dio stroja ili konstrukcije sastavljen je od jednostavnijih oblika, ili ga se aproksimira s jednim ili više jednostavnih oblika. Zbog toga *Mehanika materijala*, kao dio *Teorije elastičnosti*, proučava uglavnom čvrstoću i elastičnu stabilnost štapova, ploča, ljuski i rotirajućih diskova. U tom smislu, elementi strojeva u ovom udžbeniku promatrat će se pretežno kao štapovi, pa će vrijednosti naprezanja izračunatih pod tom pretpostavkom biti tim dalje od stvarnih vrijednosti, što je oblik elementa manje sličan štapu.

Osnovne vrste opterećenja štapa su:

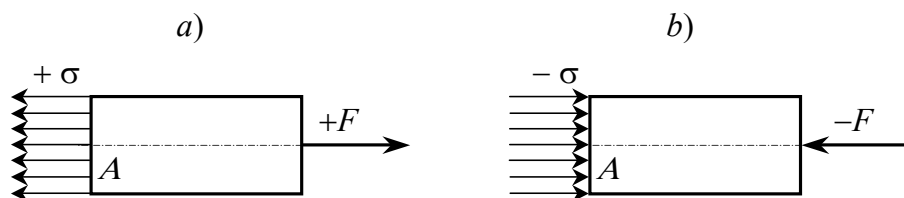
- *rastezanje (vlak) i sabijanje (tlak)*
- *savijanje*
- *smicanje*
- *uvijanje (torzija).*

### 1.7.2 Rastezanje i sabijanje

Sile, koje su jednakomjerno raspoređene po presjeku štapa i djeluju okomito (normalno) na promatrani presjek stvaraju vlačna ili tlačna naprezanja

$$\sigma_{v,t} = \frac{F}{A} \quad (1.32)$$

$\sigma_{v,t}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	normalno vlačno ili tlačno naprezanje
$F$	[N]	normalna sila
$A$	[mm <sup>2</sup> ]	površina promatranog presjeka



**Slika 1.13:** Naprezanja u uzdužno opterećenom štapu  
a) vlačna i b) tlačna naprezanja

Vlačne sile uzrokuju u promatranom presjeku vlačna naprezanja (+), a tlačne sile uzrokuju tlačna naprezanja (-), pri čemu se pretpostavlja da su ta naprezanja jednakomjerno raspoređena po presjeku, slika 1.13. U tom je slučaju linearna deformacija:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1.33)$$

$\Delta l$	[mm]	produljenje ili skraćenje strojnog dijela,
$l_0$	[mm]	početna dužina prije deformacije.

Normalne deformacije mogu nastati i zbog temperaturnih promjena strojnog dijela. Pri tome je produljenje posljedica pozitivne, a skraćenje negativne temperaturne razlike, i izračunava se prema izrazu:

$$\Delta l = \alpha_T \cdot l \cdot \Delta T \quad (1.34)$$

$\alpha_T$	[K <sup>-1</sup> ]	temperaturni koeficijent linearnog produljenja, tabela 1.7
$\Delta T$	[K]	razlika temperatura (+ zagrijavanje, - hlađenje)

Kod zagrijavanja ili hlađenja upetog strojnog dijela pojavljuju se u njemu normalna tlačna ili vlačna naprezanja

$$\sigma_T = E \cdot \alpha_T \cdot \Delta T \quad (1.35)$$

### 1.7.3 Savijanje

Vanjske sile koje opterećuju dijelove strojeva u ravnini koja siječe njihovu uzdužnu os, uzrokuju momente savijanja  $M_s$ . Pod utjecajem momenata savijanja u dijelovima strojeva se pojavljuju istodobno vlačna i tlačna naprezanja, koja su u promatranom presjeku linearno raspoređena u odnosu na neutralnu os n-n. Ova naprezanja nazivaju se naprezanjima od savijanja  $\sigma_s$ . Neutralna os prolazi kroz težište promatranog presjeka, i predstavlja graničnu liniju između tlačnih i vlačnih naprezanja. Pri tome su uzduž neutralne osi naprezanja od savijanja jednaka nuli. Najveće naprezanje  $\sigma_{s, \max}$  se nalazi u točki presjeka, koja je najudaljenija od neutralne osi i jednako je:

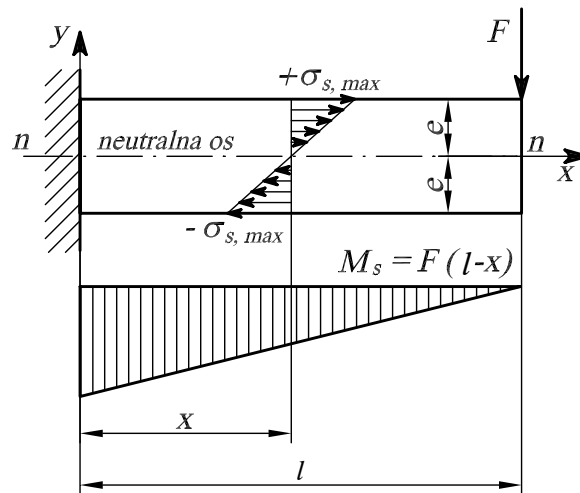
$$\sigma_{s, \max} = \frac{M_s}{I_y} \cdot e = \frac{M_s}{W_y} \quad (1.36)$$

$M_s$	[Nmm]	moment savijanja u promatranom presjeku; $M_s = F \cdot (l-x)$ ,
$I_z$	[mm <sup>4</sup> ]	moment inercije poprečnog presjeka za os y koja prolazi kroz njegovo težište, okomito na ravninu crtanja, slika 1.14
$W_z$	[mm <sup>3</sup> ]	moment otpora poprečnog presjeka za os y,
$e$	[mm]	udaljenost od neutralne osi najudaljenijeg vlakna presjeka

Kod nesimetričnih presjeka vlačna i tlačna naprezanja nisu simetrična.

Najveća deformacija  $\varepsilon_{x, \max}$  u smjeru osi  $x$  nalazi se na mjestu najvećeg normalnog naprezanja, dana je izrazom:

$$\varepsilon_{x, \max} = \frac{\sigma_{s, \max}}{E} \quad (1.37)$$



**Slika 1.14:** Naprezanja od savijanja u konzoli simetričnog presjeka

i obično se ne provjerava, jer je kontrolirana visinom naprezanja. Stoga su za ispravnu eksploataciju strojnih dijelova opasnije deformacije progiba i nagiba, koje se moraju nalaziti u dopuštenim granicama. Progib  $w = y$  i nagib  $\beta = y'$  neutralne linije opterećenog elementa na mjestu  $x$  računaju se integracijama njezine jednadžbe, koja je dana u diferencijalnom obliku:

$$y'' = \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{M_{z,x}}{E \cdot I_y} \quad (1.38)$$

$M_{z,x}$  [Nmm] moment savijanja oko osi  $z$  u presjeku čiji je položaj definiran koordinatom  $x$ .

### 1.7.4 Izvijanje

Pri postupnom povećanju tlačnih opterećenja vitkih elemenata (kod kojih je dužina mnogo veća u odnosu na njihovu debljinu), dolazi kod određenih kritičnih opterećenja do gubitka njihove elastične stabilnosti, koja se manifestira kao izvijanje.

Izvijanje je karakteristično po savijanju vitkih elemenata u smjeru najmanjeg momenta inercije poprečnog presjeka. Pri tome se u poprečnom presjeku, pored normalnih tlačnih naprezanja zbog tlačnih sila, javljaju i dodatna savojna naprezanja zbog izvijanja. Izvijanje uzrokuje gubitak stabilnosti elementa, pri čemu mala dodatna opterećenja iznad kritičnog vode do velikog porasta naprezanja i do loma.

Normalno naprezanje u elementu u trenutku kada dođe do izvijanja, naziva se kritično naprezanje izvijanja  $\sigma_k$ . Kritično naprezanje izvijanja određuje se analitički, posebno za elastično i neelastično izvijanje, a ovisno je o vitkosti elementa  $\lambda$ , koja se određuje izrazom

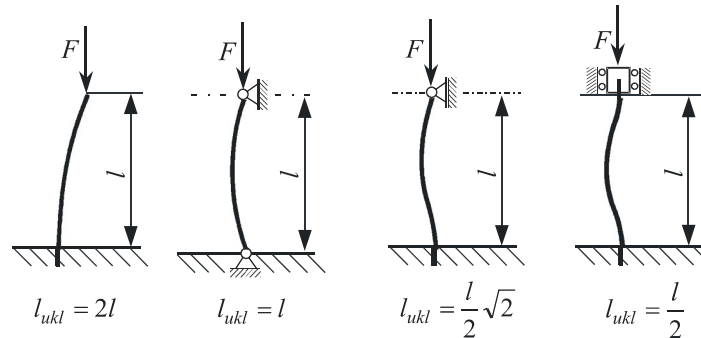
$$\lambda = \frac{l_{izv}}{i_{\min}} \quad (1.39)$$

$l_{izv}$  [mm] slobodna dužina izvijanja, slika 1.15  
 $i_{\min}$  [mm] najmanji polumjer inercije, izraz (1.40)

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} \quad (1.40)$$

$I_{\min}$  [mm<sup>4</sup>] najmanji moment inercije presjeka  
 $A$  [mm<sup>2</sup>] površina poprečnog presjeka.

Slobodna dužina izvijanja ovisi o načinu uklještenja elementa, kako je prikazano na slici 1.15.



**Slika 15:** Slobodne dužine izvijanja za različite slučajeve učvršćenja vitkih elemenata

Pri elastičnom izvijanju, tj. u slučaju kada izvijanje nastaje prije nego što naprezanja u elementu pređu granicu proporcionalnosti, kritično naprezanje izvijanja  $\sigma_k$  određuje se po Eulerovom izrazu

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \pi^2 \frac{E \cdot I_{\min}}{l_{izv}^2 \cdot A} = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2} \quad (1.41)$$

pri čemu je kritično opterećenje, tj. kritična sila izvijanja  $F_k$  određena kao

$$F_k = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_{\min}}{l_{izv}^2} \quad (1.42)$$

Izrazi (1.41) i (1.42) vrijede za vitkost veću od kritične, koja se može izračunati iz izraza (1.41) za  $\sigma_k = R_p$ . Za vitkosti manje od kritične dolazi do neelastičnog izvijanja kod kojeg je naprezanje u elementu između granice proporcionalnosti i granice tečenja, pri čemu se za određivanje kritičnih napreznja izvijanja upotrebljava. U području  $60 \leq \lambda \leq \lambda_{kr}$  dolazi do neelastičnog izvijanja, pri čemu se za određivanje kritičnih napreznja izvijanja upotrebljava Tetmajerova empirijska formula:

$$\sigma_k = \sigma_0 - (\sigma_0 - R_p) \frac{\lambda}{\lambda_k} \quad (1.43)$$

$\sigma_0$  [N/mm<sup>2</sup>] karakteristično naprezanje materijala, određuje se eksperimentalno  
 $R_p$  [N/mm<sup>2</sup>] granica proporcionalnosti  
 $\lambda_k$  kritična vitkost, iz izraza 1.41 za  $\sigma_k = R_p$ .

Tako svaki materijal ima drugačiju formulu za računanje  $\sigma_k$ . Za neke važnije materijale ovi izrazi su dati u tablici 1.6.

**Tabela 1.6:** Tetmajerove empirijske formule za naprezanje  $\sigma_k$  pri neelastičnom izvijanju

Materijal	Vitkost $\lambda$	$\sigma_k$ u N/mm <sup>2</sup>
konstrukcijski čelik	$\lambda < 105$	$310 - 1,14 \cdot \lambda$
legirani čelik	$\lambda < 89$	$335 - 0,62 \cdot \lambda$
CrNi čelik	$\lambda < 86$	$470 - 2,30 \cdot \lambda$
čelični lijev	$\lambda < 112$	$303 - 1,29 \cdot \lambda$
sivi lijev	$\lambda < 80$	$776 - 12 \cdot \lambda + 0,053 \cdot \lambda^2$

Granična vitkost ispod koje nema izvijanja može se izračunati iz izraza (1.43) za  $\sigma_k = R_{p0,2}$ , i za čelične elemente iznosi približno 60. U tom području vitkosti prije će doći do gnječenja (tečenja) nego do izvijanja.

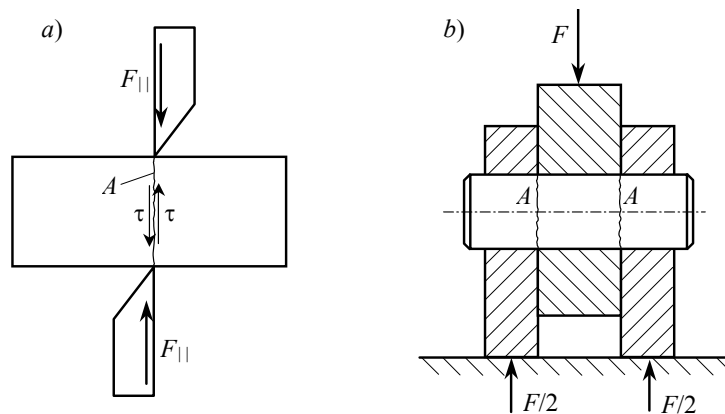
Dopušteno opterećenje  $F_{dop}$ , s kojim se može opteretiti strojni dio bez opasnosti od izvijanja, određuje se izrazom

$$F_{dop} = \frac{F_k}{\nu} = \frac{\sigma_k \cdot A}{\nu} \quad (1.44)$$

$\nu$  stupanj sigurnosti protiv izvijanja  
 $\nu = 5 \dots 10$  u elastičnom području  
 $\nu = 3 \dots 8$  u neelastičnom području.

### 1.7.5 Smicanje

Smična naprezanja uzrokuju sile koje djeluju duž promatranog presjeka. Čisti smik, prikazan na slici 1.16a je vrlo rijedak. Najčešće se smična naprezanja javljaju u kombinaciji s naprezanjima savijanja. Ako je udaljenost hvatišta poprečnih sila od promatranog presjeka mala obzirom na veličinu presjeka, naprezanja od savijanja se zanemaruju, slika 1.16b.



**Slika 1.16:** Smična opterećenja i naprezanja  
 a) čisti smik i b) inženjerski smik

Raspored tangencijalnih naprezanja uslijed smičnih opterećenja ovisi o obliku presjeka i često ga nije lako odrediti. Zbog toga se najčešće računa s njihovom srednjom vrijednošću  $\tau_s$ , koja se određuje po izrazu:

$$\tau_s = \frac{F}{A_s} \quad (1.45)$$

$F$  [N] smična sila  
 $A_s$  [mm<sup>2</sup>] površina smicanja, određuje se posebno za svaki presjek.

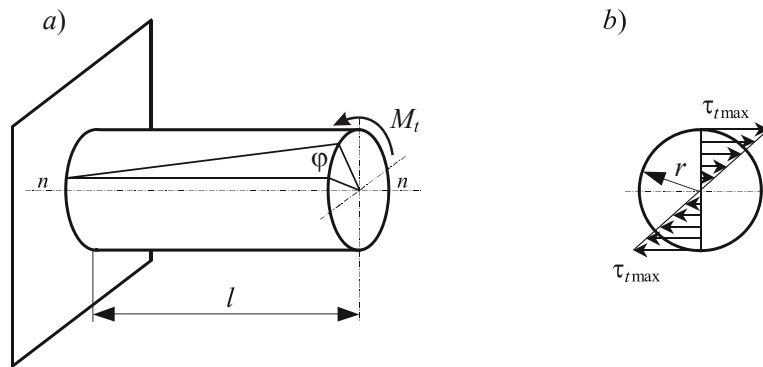
Mjera za deformaciju pri smicanju je kut smicanja  $\gamma$ , koji se određuje se iz Hookeovog zakona za smicanje, izraz 1.29.

### 1.7.6 Torzija (uvijanje)

Momenti okomiti na površinu u kojoj djeluju, uzrokuju u toj površini (presjeku) dijela stroja ili konstrukcije tangencijalna torzijska naprezanja  $\tau_t$ . Ona rastu linearno od nule u težištu presjeka do maksimalne vrijednosti u vlaknu presjeka najviše udaljenom od težišta. Ovi momenti nazivaju se momentima torzije  $M_t$ , a kada djeluju u osi okretnih elemenata strojeva (vratila, spojke, zupčanici itd.) nazivaju se okretnim momentima. Najveća torzijska naprezanja  $\tau_{t,max}$  koja oni uzrokuju u (okruglim) poprečnim presjecima računaju se prema izrazu:

$$\tau_{t,max} = \frac{M_t}{I_0} \cdot r = \frac{M_t}{W_0} \quad (1.45)$$

$I_0$  [mm<sup>4</sup>] polarni moment inercije presjeka; za okrugli presjek  $I_0 = 2 \cdot I$   
 $W_0$  [mm<sup>3</sup>] polarni moment otpora presjeka; za okrugli presjek  $W_0 = I_0/r = 2 \cdot W$   
 $r$  [mm] polumjer poprečnog presjeka



Slika 1.17: Uvijanje štapa okruglog presjeka

Pod utjecajem momenta torzije  $M_t$  dolazi do torzijskih deformacija, pri čemu se presjek strojnog dijela na dužini  $l$  relativno zakrene za kut  $\varphi$ , slika 1.18a:

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_0} \quad (1.47)$$

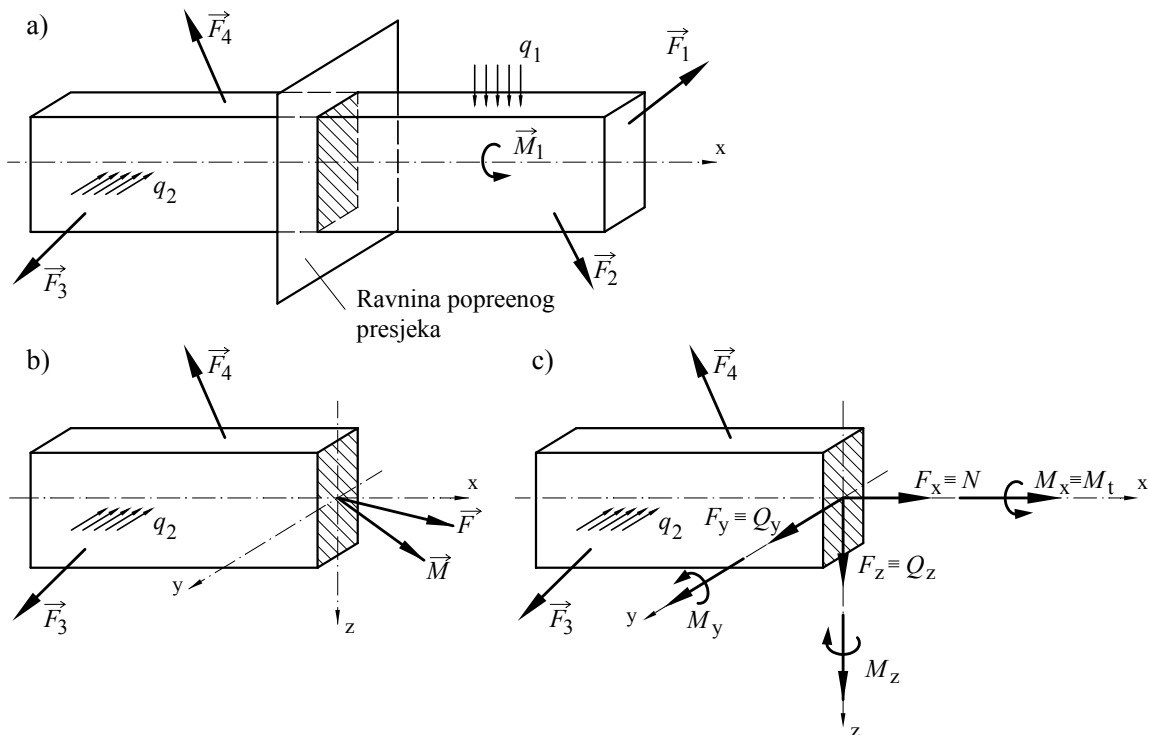
$G$  [N/mm<sup>2</sup>] modul smika materijala, izraz (1.30).



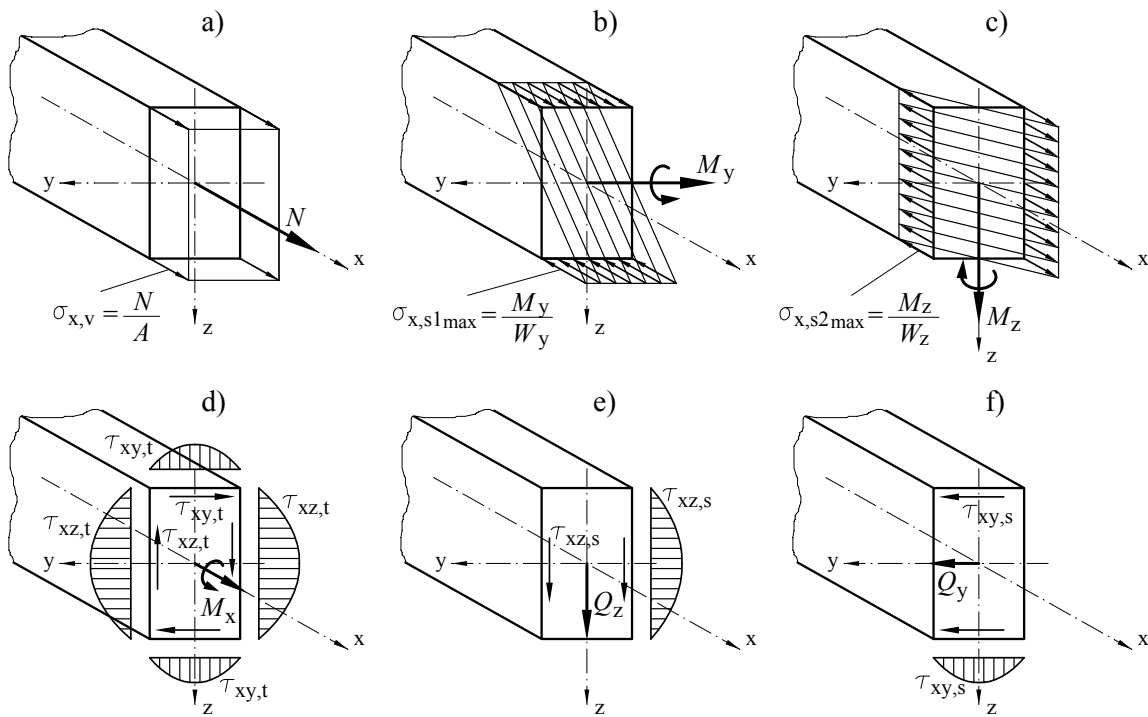
### 1.7.7 Složena stanja naprezanja

U praksi se vrlo rijetko pojavljuju osnovni slučajevi opterećenja štapa. Češće se pojavljuje više vrsta opterećenja istovremeno. Takvo stanje naprezanja u presjeku izazvano istovremenim djelovanjem nekoliko komponenta unutrašnjih sila, naziva se složenim stanjem naprezanja. Za ilustraciju svih mogućih naprezanja nastalih u poprečnom presjeku štapa, na slici 1.18a je prikazan ravni štap pravokutnog presjeka koji se, opterećen silama  $F_i$ , kontinuiranim opterećenjima  $q_i$  i momentima torzije  $M_{ti}$ , nalazi u statičkoj ravnoteži. Ako se štap presiječe na bilo kojem mjestu, lijevi i desni dio neće biti u ravnoteži pod djelovanjem samo vanjskih sila, pa se na mjestu presjeka pojavljuju unutrašnje sile  $\Delta\vec{F}_i$ . Ako se rezultanta tih sila  $\vec{F}$  svede na težište presjeka, u njemu će se pojaviti i rezultirajući moment  $\vec{M}$ , slika 1.18b. Rezultantna sila i moment rastavljeni su na po tri komponente u smjerovima  $x$ ,  $y$ , i  $z$ , slika 1.18c. Komponenta  $F_x$  naziva se uzdužna sila. Ona je normalna na poprečni presjek, tj. paralelna s uzdužnom osi štapa i označuje se sa  $N$ . Komponente  $F_y$  i  $F_z$  su poprečne sile i označuju se sa  $Q_y$  i  $Q_z$ . Komponenta momenta  $M_x$  uzrokuje uvijanje štapa, pa se naziva moment uvijanja ili moment torzije i označuje se sa  $M_t$ . Komponente  $M_y$  i  $M_z$  su momenti savijanja, koji uzrokuju savijanje štapa oko osiju  $y$  i  $z$ .

Dakle, u poprečnom presjeku štapa u općem slučaju postoji šest komponenti unutrašnjih sila: uzdužna sila  $N$ , poprečne sile  $Q_y$  i  $Q_z$ , moment uvijanja  $M_t$ , te momenti savijanja  $M_y$  i  $M_z$ . Njihov predznak definira se isto kao i predznak komponentata naprezanja: on je pozitivan ako na pozitivnom presjeku djeluje u pozitivnom smjeru, ili ako na negativnom presjeku djeluje u negativnom smjeru. Svaka od ovih komponenti napreže presjek određenim naprezanjem: uzdužna sila uzrokuje normalno (vlačno) naprezanje  $\sigma_{x,v}$  u smjeru osi  $x$ , jednoliko raspoređeno po presjeku, slika 1.19a, izraz (1.32); poprečne sile uzrokuju tangencijalna (smična) naprezanja  $\tau_{xy,s}$  i  $\tau_{xz,s}$ , za pravokutni presjek raspoređena po paraboli, slika 1.19e i f; moment torzije uzrokuje tangencijalna naprezanja  $\tau_{xy,t}$  i  $\tau_{xz,t}$ , slika 1.19d; momenti savijanja uzrokuju normalna naprezanja  $\sigma_{x,s1}$  i  $\sigma_{x,s2}$  prema poglavlju 1.7.3, slika 1.19b i c.



Slika 1.18: Opći slučaj opterećenja štapa



**Slika 1.19:** Sastavnice naprezanja u presjeku štapa

Sva normalna naprezanja djeluju u smjeru osi  $x$ , pa se ukupna vrijednost normalnog naprezanja  $\sigma_x$  u proizvoljnoj točki poprečnog presjeka dobije algebarskim zbrajanjem komponenti:

$$\sigma_x = \sigma_{x,v} + \sigma_{x,s1} + \sigma_{x,s2} \quad (1.48)$$

vodeći pri tome računa o predznaku pojedine komponente. U proračunima čvrstoće važno je odrediti najveću vrijednost naprezanja, posebno vlačnog, jer je najveći broj materijala otporniji na tlačna negoli na vlačna naprezanja. U promatranom presjeku štapa najveća vrijednost normalnog naprezanja je u točki u kojoj se spajaju gornji i desni rub presjeka. To znači da maksimalna vrijednost normalnog naprezanja u presjeku iznosi:

$$\sigma_{x,max} = \sigma_{x,v} + \sigma_{xs1,max} + \sigma_{xs2,max} \quad (1.48a)$$

Tangencijalna naprezanja istog smjera, npr.  $\tau_{xy,s}$  i  $\tau_{xy,t}$ , se algebarski zbrajaju u određenoj točki presjeka, a ukupno tangencijalno naprezanje  $\tau_x$  u toj točki je onda geometrijski zbroj dviju okomitih komponenti  $\tau_{xy} = \tau_{xy,s} + \tau_{xy,t}$  i  $\tau_{xz} = \tau_{xz,s} + \tau_{xz,t}$ :

$$\tau_x = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \quad (1.49)$$

Kada je dio stroja ili konstrukcije opterećen tako da u njemu vlada jednoosno naprezanje ili čisto smicanje, njegova čvrstoća se lako provjerava usporedbom s graničnim napreznjem (koje bi izazvalo nedopušteno opterećenje) dobivenim odgovarajućim pokusom (rastezanja, sabijanja, savijanja, smika, torzije). Ovaj princip provjere čvrstoće bi se teško mogao primijeniti na

dvoosno, odnosno troosno stanje naprezanja. Naime, bilo bi potrebno eksperimentalno imitirati sve moguće kombinacije naprezanja, tj. eksperimentalno odrediti granično naprezanje za različite kombinacije  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\sigma_3$ , što bi bilo skupo, dugotrajno i teško provedivo. Zbog toga se uvode teorije čvrstoće pomoću kojih se određuje ekvivalentno normalno jednoosno naprezanje, koje se pri proračunu čvrstoće može usporediti s graničnim naprezanjem (tj. mjerodavnom karakteristikom čvrstoće materijala). Ekvivalentno (reducirano) naprezanje je dakle ono normalno jednoosno naprezanje, koje na konstrukciju u pogledu čvrstoće ima jednaki učinak kao djelujuće višeosno naprezanje.

Prema *teoriji najvećih normalnih naprezanja*, koja je najprikladnija za krte materijale, do nedopuštenog opterećenja dolazi kada najveće normalno naprezanje dostigne graničnu vrijednost. Zbog toga se za ekvivalentno naprezanje uzima po apsolutnoj vrijednosti najveće glavno naprezanje:

$$\sigma_{\text{ekv}} = |\sigma_{\text{max}}|. \quad (1.50)$$

Po *hipotezi najvećih tangencijalnih naprezanja* (Mohr, Tresca) ekvivalentno naprezanje se računa prema:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (1.51)$$

U novije vrijeme češće je u upotrebi teorija najvećeg deformacijskog rada (energetska hipoteza po von Misesu), kod koje se ekvivalentno naprezanje određuje prema izrazu:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (1.52)$$

Proizvoljna točka presjeka štapa, u općem slučaju, napregnuta je sa šest osnovnih vrsta naprezanja od šest komponenata unutrašnjih sila, ili, kako je pokazano gore, sa tri komponente tenzora naprezanja:  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  i  $\tau_{xz}$ . To znači da vlada ravninsko stanje naprezanja za koje su glavna naprezanja:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_x^2}. \quad (1.53)$$

Sada se lako mogu izračunati vrijednosti ekvivalentnih naprezanja:

- Prema teoriji najvećih normalnih naprezanja:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_x^2} \quad (1.50a)$$

- Prema teoriji najvećih tangencijalnih naprezanja:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_x^2} \quad (1.51a)$$

- Prema teoriji najvećeg deformacijskog rada:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_x^2}. \quad (1.52a)$$

Uvjet čvrstoće štapa u promatranom presjeku jest da najveće ekvivalentno naprezanje bude manje od graničnog naprezanja. Položaj i veličina maksimalnog ekvivalentnog naprezanja može se odrediti analitički ili numerički. No, kod štapova on je najčešće na mjestu najvećeg normalnog naprezanja, a rijetko na mjestu najvećeg tangencijalnog naprezanja, pa je konstruktoru olakšan posao. Uz to, tangencijalna naprezanja  $\tau_{xy,s}$  i  $\tau_{xz,s}$  od poprečnih sila se najčešće mogu zanemariti.

Niti jedna od hipoteza čvrstoće ne slaže se u potpunosti s rezultatima eksperimenata, pogotovo ne za sve vrste materijala i za svaki vremenski karakter opterećenja. Zbog toga je za izračun ekvivalentnog naprezanja u poprečnom presjeku štapa predložen iskustveni izraz, koji uzima u obzir i mehanička svojstva materijala:

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_x^2 + (\alpha_0 \tau_x)^2} \quad (1.54)$$

$\alpha_0$  omjer mjerodavnih karakteristika čvrstoće za normalna i tangencijalna naprezanja

$$\alpha_0 = \frac{R_\sigma}{R_\tau} \quad (1.55)$$

$R_\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>] mjerodavna karakteristika čvrstoće za normalna naprezanja, 1.8.1.1  
 $R_\tau$  [N/mm<sup>2</sup>] mjerodavna karakteristika čvrstoće za tangencijalna naprezanja.

## 1.8 RADNA SPOSOBNOST STROJNIH DIJELOVA I KONSTRUKCIJA

Zahtjevi za radnom sposobnošću važe općenito za sve dijelove strojeva i konstrukcija, a pri ispunjenju tih zahtjeva treba voditi računa o dva stanja u kojima se oni mogu naći:

- *radno stanje* – odgovara predviđenim radnim (pogonskim) uvjetima;
- *kritično stanje* – odgovara graničnim radnim uvjetima, pri čemu se pojavljuju kritična oštećenja (kvarovi), koji onemogućavaju pravilan i pouzdan rad strojnih dijelova.

Poznavanje vrijednosti fizikalnih veličina koje odgovaraju kritičnim stanjima strojnih dijelova, omogućava definiranje općeg kriterija radne sposobnosti: *radne karakteristike (vrijednosti fizikalnih veličina) ne smiju nikako doseći kritične*. Strojni dijelovi moraju biti projektirani i dimenzionirani tako da su, pri propisanim radnim uvjetima, radne karakteristike dovoljno daleko od kritičnih.

Radna sposobnost strojnih dijelova se procjenjuje obzirom na kritične pojave, kojima se moraju dijelovi strojeva uspješno suprotstaviti. Pri tomu je na prvom mjestu čvrstoća, zatim krutost i elastičnost, vibracije, otpornost na trošenje, otpornost na koroziju, pouzdanost u radu, itd.

### 1.8.1 Čvrstoća

Čvrstoća je sposobnost suprotstavljanja pojavi nedopuštenih oštećenja koja mogu nastati zbog opterećenja. Ta, granična opterećenja, zbog naprezanja i deformacija koja proizvode, uzrokuju dvije osnovne vrste nedopuštenih oštećenja: lom (ili nastanak pukotine, koja vodi k lomu) i plastičnu deformaciju. Kroz povijest strojarstva, sve do novijeg vremena, smatralo se da obje vrste nedopuštenih oštećenja uzrokuje nedopušteni, granični nivo naprezanja. Iako je poznato da i pri plastičnim deformacijama u različitim pogonskim uvjetima, uvijek postoji neka veza između

opterećenja, naprezanja i deformacija, danas se točno zna, da npr. lom uslijed zamora materijala u području visokih vremenski promjenjivih opterećenja ne ovisi o visini naprezanja, nego samo o nivou deformacija. O tome će biti govora u poglavlju 1.8.1.2.4, no ipak, u većini slučajeva pojava nedopuštenog oštećenja je uzrokovana pojavom graničnih naprezanja. Zbog toga, uvjet da na određenom, kritičnom mjestu opterećenog strojnog dijela ili konstrukcije ne dođe do nedopuštenog oštećenja, najčešće jest da na tom mjestu naprezanja  $\sigma$  budu manja od onih (graničnih) naprezanja  $\sigma_{gr}$ , koja bi uzrokovala ta nedopuštena oštećenja. Dakle

$$\sigma < \sigma_{gr}^* \quad (1.65)$$

Naravno, *granična naprezanja su mjerodavne karakteristike čvrstoće materijala*, koje se označavaju sa  $R$ . To znači da ih treba odabrati prema onoj (karakterističnoj) vrijednosti čvrstoće, koja se ne smije dostići. Ako su naprezanja npr. statička (mirna), a važno je npr. samo da ne dođe do loma, mjerodavna karakteristika čvrstoće će biti statička čvrstoća materijala  $R_m$ . Ako pri statičkim naprezanjima nisu dopuštene plastične deformacije, mjerodavna karakteristika čvrstoće će biti granica tečenja  $R_e$ . Ako su naprezanja vremenski promjenjiva (dinamička), mjerodavna karakteristika čvrstoće će biti dinamička čvrstoća  $R_D$  (granica zamora materijala). U slučaju dugotrajnih statičkih opterećenja, posebno pri povišenim temperaturama, mjerodavna karakteristika čvrstoće će biti granica puzanja ili dugotrajna statička čvrstoća, itd. Jasno je da su vrijednosti ovih graničnih naprezanja različite za različite vrste opterećenja (vlak, tlak, savijanje, smik, torzija).

### 1.8.1.2 Stupanj sigurnosti i dopušteno naprezanje

Omjer mjerodavne karakteristike čvrstoće i radnog naprezanja, koji pokazuje koliko je puta mjerodavna karakteristika čvrstoće  $R$  veća od radnog naprezanja  $\sigma$  naziva se stupnjem sigurnosti:

$$\nu = \frac{R}{\sigma} > 1 \quad (1.66)$$

Stupanj sigurnosti  $\nu$  mora biti veći, ili barem jednak, vrlo pažljivo i vrlo odgovorno odabranoj vrijednosti tzv. potrebnog stupnja sigurnosti  $\nu_{potr}$

$$\nu \geq \nu_{potr} \quad (1.67)$$

Po ovom izrazu se kontrolira čvrstoća na kritičnom mjestu strojnog dijela, pa stoga on predstavlja *uvjet čvrstoće*. Pri tome se potrebni stupanj sigurnosti određuje na osnovi iskustva i znanja, a granice su mu određene procjenom visine štete, koja bi nastala nedopuštenim oštećenjem (gornja granica), te što manjim utroškom materijala, tj. cijenom proizvoda (donja granica). Vrijednost mu naročito raste, ako bi oštećenjem bili ugroženi ljudski životi.

Projektant treba biti sposoban procijeniti pouzdanost metoda, teorija i podataka kojima se služi, te vrstu i razinu tehnologije koja će se primijeniti pri izradi strojnog dijela. Nije svejedno npr. odrediti naprezanje metodom Nauke o čvrstoći, metodama Teorije elastičnosti, ili pak nekom od numeričkih metoda uz kvalitetan, pouzdan i provjeren softver. U prvom slučaju, budući da Nauka o čvrstoći daje približne rezultate, projektant treba biti svjestan moguće greške, i zbog toga mora

povećati potrebni stupanj sigurnosti. Pored toga, u svim spomenutim metodama, uključivši i numeričku, pretpostavlja se da su strojni dijelovi izrađeni iz idealnog materijala: homogenog- koji ima jednaku strukturu u svim točkama, i izotropnog- koji se ponaša jednako u svim smjerovima i svim točkama. U stvarnosti materijali koji se upotrebljavaju za izradu strojnih

\* Istovjetni izrazi važe i za tangencijalna naprezanja  $\tau$

dijelova, nisu ni homogeni niti izotropni, pa vrijednosti izračunatih naprezanja i deformacija nisu pouzdane. Dalje, Teorija elastičnosti i Mehanika materijala vrijede samo za elastične materijale, što konstrukcijski materijali opterećeni iznad granice elastičnosti nisu. Neki materijali uopće nemaju područje elastičnosti, tj. proporcionalnosti opterećenja i deformacije. Niti proračuni ili podaci o opterećenjima nisu sasvim pouzdani, budući da su najčešće dobiveni za apsolutno kruta tijela, što konstrukcijski elementi zapravo nisu. Budući da projektant ne može biti siguran da li je greška "na strani sigurnosti" ili ne, on uvijek mora povećati stupanj sigurnosti! Zato se potrebni stupanj sigurnosti ponekad naziva i "koeficijent neznanja". Uz pomoć suvremene mjerne tehnike, te primjenom prikladnog kvalitetnog softvera, moguće je danas - kada je to potrebno, vrlo precizno odrediti veličine opterećenja i naprezanja. No, svako povećanje pouzdanosti proračuna lako može biti porušeno nekvalitetnom tehnologijom izrade (kavernama nakon lijevanja, zaostalim naprezanjima ili koncentracijom naprezanja nakon lošeg zavarivanja itd). Sve ovo, a najviše vlastito i tuđe iskustvo, projektant mora imati u vidu prilikom određivanja vrijednosti potrebnog stupnja sigurnosti.

Izrazi (1.66) i (1.67) mogu se sažeti u jedan izraz:

$$\sigma \leq \frac{R}{\nu_{potr}} . \quad (1.68)$$

Omjer čvrstoće  $R$  i stupnja sigurnosti  $\nu_{potr}$  na desnoj strani ovog izraza predstavlja granicu koju pogonsko naprezanje  $\sigma$  ne smije nikada preći, i naziva se *dopušteno naprezanje*:

$$\sigma_{dop} = \frac{R}{\nu_{potr}} . \quad (1.69)$$

Sada se uvjet čvrstoće može pisati, i najčešće se piše kao

$$\sigma \leq \sigma_{dop} . \quad (1.70)$$

Kod *složenog stanja naprezanja* ekvivalentno naprezanje  $\sigma_{ekv}$  mora biti manje ili jednako dopuštenom normalnom naprezanju:

$$\sigma_{ekv} \leq \sigma_{dop} \quad (1.71)$$

Uvrštenjem u izraz 1.71 izraza 1.69 i 1.70, proizlazi novi izraz za uvjet čvrstoće u slučaju ekvivalentnih naprezanja:

$$\nu = \frac{R}{\sigma_{ekv}} \geq \nu_{potr} \quad (1.72)$$

Ako se za izračun ekvivalentnog naprezanja odabere izraz 1.52, odavde proizlazi još jedan izraz za računanje stupnja sigurnosti:

$$\nu = \frac{\nu_{\sigma} \cdot \nu_{\tau}}{\sqrt{\nu_{\sigma}^2 + \nu_{\tau}^2}} \geq \nu_{potr} \quad (1.73)$$

gdje je

$$v_{\sigma} = \frac{R_{\sigma}}{\sigma} \quad (1.74)$$

$v_{\sigma}$		parcijalni stupanj sigurnosti za samo normalna naprezanja
$R_{\sigma}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	mjerodavna karakteristika čvrstoće za normalna naprezanja
$\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	normalno naprezanje na mjestu na kojem se kontrolira čvrstoća

$$v_{\tau} = \frac{R_{\tau}}{\tau} \quad (1.75)$$

$v_{\tau}$		parcijalni stupanj sigurnosti za samo tangencijalna naprezanja.
$R_{\tau}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	mjerodavna karakteristika čvrstoće za tangencijalna naprezanja
$\tau$	[N/mm <sup>2</sup> ]	tangencijalno naprezanje na mjestu na kojem se kontrolira čvrstoća.

### 1.8.1.3 Čvrstoća u slučaju statičkih naprezanja

Kada su strojni elementi izloženi statičkim, vremenski nepromjenjivim opterećenjima, naprezanja u njihovim najnapregnutijim točkama ne smiju preći mjerodavnu karakteristiku statičke čvrstoće. Osnovne karakteristike statičke čvrstoće dobivaju se iz tzv. dijagrama rastezanja koji predstavljaju vezu između naprezanja i deformacija za određeni materijal.

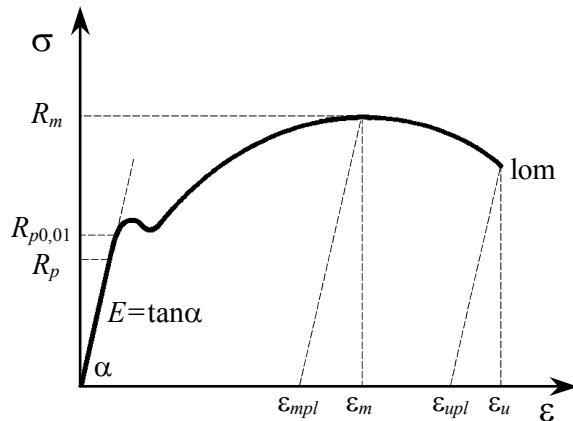
Ovisnost naprezanja i uzdužne relativne deformacije je ovisna o vrsti materijala. Za različite vrste materijala ta veza se određuje jednostavnim statičkim testiranjima standardnih epruveta.

Pri određivanju statičke čvrstoće materijala epruvete se opterećuju mirnim opterećenjem, koje se povećava sve dok ne dođe do njihovog loma. Karakteristični dijagram, snimljen pri vlačnom opterećenju mekog čelika, prikazan je na slici 1.22. Analizom dijagrama je uočljivo da poslije početnog proporcionalnog (linearog) rasta naprezanja s deformacijom, dolazi do nelinearnog rasta, tj. deformacija raste brže od naprezanja. Pri deformaciji  $\varepsilon_m$  doseže se najveće naprezanje koje materijal može podnijeti, i naziva se (statička) vlačna čvrstoća  $R_m$ . Nakon dosegnute vlačne čvrstoće, deformacija raste uz smanjenje naprezanja, do najveće deformacije  $\varepsilon_u$ , pri kojoj dolazi do loma, slika 1.22.

Najveće naprezanje pri kojem još postoji linearna ovisnost deformacije i naprezanja naziva se granicom proporcionalnosti  $R_p$ . Do granice proporcionalnosti materijal se ponaša linearno-elastično i u tom području veza između deformacija  $\varepsilon$  i naprezanja  $\sigma$  dana je Hookovim zakonom, izraz (1.28).

Do određene razine naprezanja ponašanje materijala je elastično, što znači, da se pri rasterećenju epruveta vraća u svoj prvobitni položaj tj. na prvobitnu dimenziju. Zbog toga se to područje naziva elastično područje, deformacije su elastične tj. povratne. Granica elastičnih deformacija je granica proporcionalnosti, ali je nju teško odrediti iz dijagrama. Zato se definira *tehnička granica elastičnosti*  $R_{p0,01}$ , koja je definirana kao ono naprezanje, nakon prestanka djelovanja kojeg, na epruveti ostaju trajne (zaostale) deformacije veličine  $\varepsilon = 0,01\%$ .

Naprezanje pri kojem dolazi do znatnih plastičnih deformacija naziva se granica plastičnosti ili granica tečenja (jer se na toj razini naprezanja materijal ponaša kao tekućina- teče bez povećanja opterećenja)  $R_e$ . Granica tečenja je izrazita kod mekih čelika, gdje se razlikuje gornja granica tečenja  $R_{eH}$ , pri kojoj se javlja prva plastična deformacija, i donja granica tečenja  $R_{eL}$ , pri kojoj se odvija daljnje deformiranje, slika 1.23a.



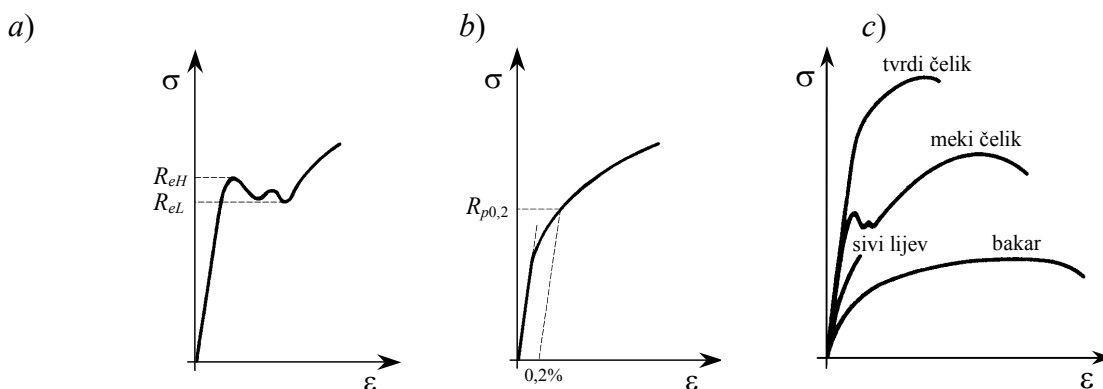
**Slika 1.22:** Dijagram rastezanja za meki čelik

Iz praktičnih razloga kod tih materijala određuje se samo gornja granica plastičnosti, na koju se može bitno utjecati brzinom opterećenja. Kod materijala kod kojih nije jasno vidljiva granica tečenja (npr. tvrdi čelik), dogovorno se (tehničkom) granicom tečenja naziva ono naprezanje, pri kojemu nakon rasterećenja ostane trajna deformacija  $\varepsilon = 0,2\%$ , a označava se s  $R_{p0,2}$ , slika 1.23b. Plastične deformacije većine metalnih materijala vode do njihovog otvrdnuća, te je za daljnje deformiranje potrebno veće opterećenje.

Po obliku njihovih dijagrama rastezanja, razlikuju se sljedeći materijali:

- *krti materijali*, koji se nakon početnih elastičnih deformacija lome bez izrazitijeg plastičnog deformiranja (npr. čelici visoke čvrstoće, sivi lijev, titan, keramika);
- *rastezljivi materijali* (materijali s viskoznom lomom), kod kojih se nakon početne (linearne) deformacije javlja izrazita plastična (trajna) deformacija, slika 1.23a,
- *plastični materijali*, koji se samo neznatno elastično deformiraju, a cijela je deformacija praktički plastična, npr. bakar, slika 1.23c.

Dijagram ovisnosti deformacije o tlačnim, savojnim i torzijskim napreznjima kvalitativno je jednak dijagramu rastezanja, slika 1.23. Odgovarajuće karakteristike statičke čvrstoće za neke važnije konstrukcijske materijale dane su u tabeli 1.7.



**Slika 1.23:** Karakteristični dijagrami rastezanja materijala  
a) granica tečenja za meki čelik b) dogovorna (tehnička) granica tečenja  
c) naprezanje-deformacija krivulje za različite vrste materijala



### 1.8.1.3.1 Karakteristike čvrstoće strojnih dijelova pri statičkim opterećenjima

Tabela 1.7 navodi neke osnovne karakteristike čvrstoće strojarskih materijala. Navedene vrijednosti vrijede za vlačna opterećenja, a za metale i za tlačna opterećenja. Podaci za vlačnu čvrstoću  $R_m$  i granicu tečenja  $R_e$ , tj.  $R_{p0,2}$ , su navedeni za srednje debljine strojnih dijelova i propisanu toplinsku obradu. Pri manjim debljinama strojnih dijelova su vrijednosti za vlačnu čvrstoću i granicu tečenja veće, a pri većim debljinama manje. Čvrstoća materijala opada s povećanjem dimenzija strojnih dijelova, jer je na većem prostoru veća vjerojatnost za nehomogenost, anizotropnost i ostale greške u materijalu, te za narušeni integritet površina zbog grešaka u obradi. Ovo smanjenje čvrstoće strojnih dijelova zbog njihovih dimenzija, većih negoli dimenzije epruvete na kojoj je ispitivana čvrstoća, obuhvaćeno je odgovarajućim *faktorom dimenzija*:

$$b_1 = \frac{R}{R_{ref}} \leq 1 \quad (1.76)$$

$R$	[N/mm <sup>2</sup> ]	statička karakteristika čvrstoće za određenu proizvoljnu dimenziju
$R_{ref}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	statička karakteristika čvrstoće za referentnu dimenziju, najčešće 10 mm.

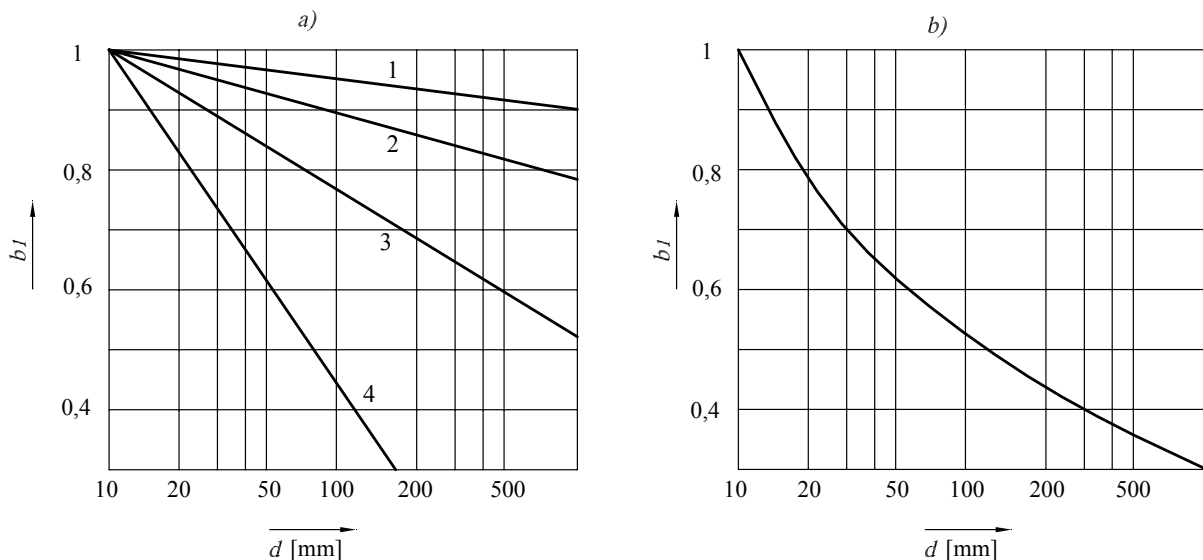
Faktor dimenzija  $b_1$  nije jednak za statičku čvrstoću (slika 1.24a) i za granicu tečenja (slika 1.24b). Za referentne dimenzije veće od 10 mm (kao što su u tabeli 1.7), faktor dimenzija se može odrediti iz slike 1.24 kao omjer vrijednosti  $b_1$  za proizvoljnu i novu referentnu dimenziju.

Statička čvrstoća strojnog dijela manja je od statičke čvrstoće probne epruvete i zbog koncentracije naprezanja, koja je prisutna u njemu zbog promjenjivog oblika. Doduše, efekt koncentracije naprezanja se za materijale s viskozim lomom sasvim poništi zbog očvršćenja strojnog dijela nakon lokalnog razvlačenja, ali kod materijala sa krtim lomom i visokom osjetljivošću na koncentraciju naprezanja, ovaj efekt se ne smije uvijek zanemariti. Općenito je dakle statička čvrstoća strojnog dijela  $R_{m,d}$  dana izrazom:

$$R_{m,d} = \frac{b_1}{\beta_{k,m}} R_m \quad (1.77)$$

$b_1$	faktor dimenzija za statičku čvrstoću, slika 1.24a
$\beta_{k,m}$	efektivni faktor koncentracije naprezanja za statičku čvrstoću. $\beta_{k,m} \approx 1$ za sve materijale osim za izrazito krte (staklo, keramika, berilij, titan i sl.).

Obično se za statički opterećene dijelove iz krtih materijala za mjerodavnu karakteristiku čvrstoće uzima statička čvrstoća, dok se za rastezljive materijale uzima granica tečenja korigirana faktorom dimenzija (slika 1.24b).



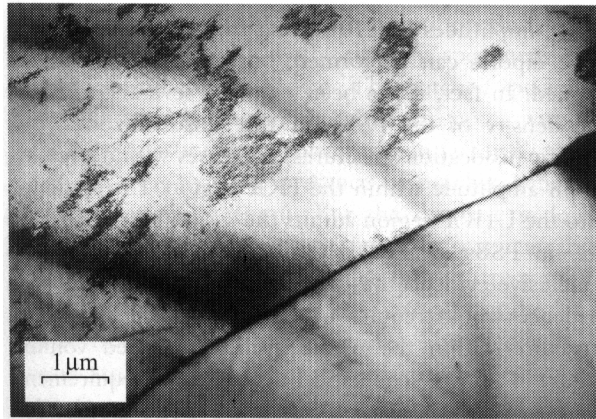
**Slika 1.24:** Faktori utjecaja dimenzija na statičke karakteristike čvrstoće  
a) za vlačnu čvrstoću: 1- ugljični čelici, 2- legirani čelici, 3- nodularni lijev, 4- sivi lijev  
b) za granicu tečenja pri vlačnom naprezanju za ugljične konstrukcione čelike

#### 1.8.1.4 Čvrstoća u slučaju promjenjivih naprezanja

Strojni dio koji je dulje vremena podvrgnut napreznjima promjenjivim u vremenu, lomi se pri napreznjima koja su znatno manja od statičke čvrstoće i granice tečenja. Ovo je posljedica tzv. *zamora materijala*. Za razliku od lomova pri statičkom opterećenju, lomovi zbog zamora materijala redovito nastaju bez prethodnog razvlačenja materijala (dakle bez trajne deformacije i kontrakcije presjeka), bez obzira na vrstu i osobine materijala i na vrstu napreznja. Razlog ovome je to što su napreznja koja uzrokuju zamorni lom, znatno ispod granice tečenja.

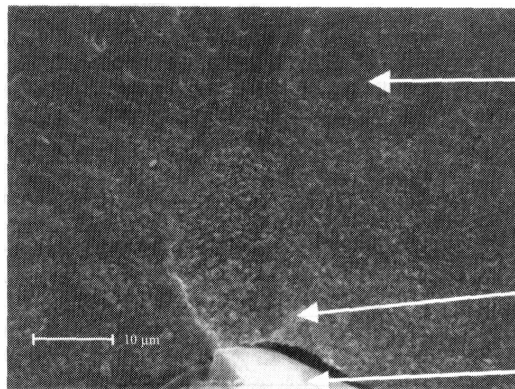
Proces zamaranja uvijek počinje začecem *inicijalne (mikro)pukotine* duljine reda veličine kristalnog zrna (oko 0,05 mm), a proces začeca pukotine započinje *cikličkim gomilanjem plastičnih deformacija* na mjestima mikrokoncentracije napreznja. Izvori mikrokoncentracije napreznja su najčešće na površini napregnutog elementa, i to pri dnu udubina površinskih neravnina, u okolini oksida koji djeluju kao strano tijelo (uključina), te na mjestima svih ostalih nehomogenosti izazvanih okolišem i obradom (npr. gubitak ugljika pri kovanju ili uključine pri lijevanju). Važan uzrok začeca pukotine na površini jest i činjenica da su nominalna napreznja uvijek najveća na površini. Ustvari, pukotina se uvijek začinje na mjestu najvećih stvarnih napreznja. Oko kristalnih zrna s ovako nagomilanim plastičnim deformacijama formiraju se *klizne ravnine*, najčešće na granici sa nedeformiranim zrnima. Daljnja ciklička opterećenja uzrokuju i samo klizanje - početak rasta kratkih mikropukotina.

Ovo se lijepo vidi na slici 1.29, gdje je lijevo-gore od mikropukotine zrno niskougljičnog čelika s plastičnim deformacijama tj. dislokacijama, a desno-dolje zrno praktički bez dislokacija. Gore desno se vidi ishodište buduće pukotine na dnu površinske neravnine. Inicijalna pukotina se dakle najčešće začinje transgranularno (između dvaju kristalnih zrna), ali se može začeti i intergranularno (kroz jedno kristalno zrno). U zoni visokih napreznja začinje se više pukotina, ali se počinje širiti samo jedna od njih, i to ona, čiji faktor intenziteta napreznja ( 1.8.1.3.7.3) premaši svoju graničnu vrijednost, tzv. prag širenja pukotine. Tada se pukotina počinje širiti, intergranularno ili transgranularno, ali makroskopski uvijek u smjeru maksimalne vrijednosti faktora intenziteta napreznja.



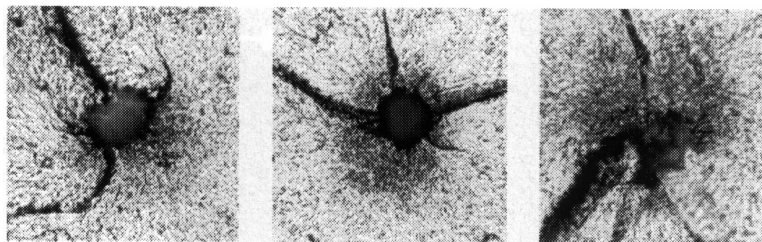
**Slika 1.29:** Formirana klizna ravnina na granici plastično i elastično deformiranog zrna

Kada je izvor pukotine pod površinom, onda je to isključivo na mjestima kaverni ili uključina, slika 1.30. Kod sivog lijeva začeca pukotine je redovito na kraju grafitnog listića, koji je dio njegove strukture i predstavlja konzentator naprezanja.



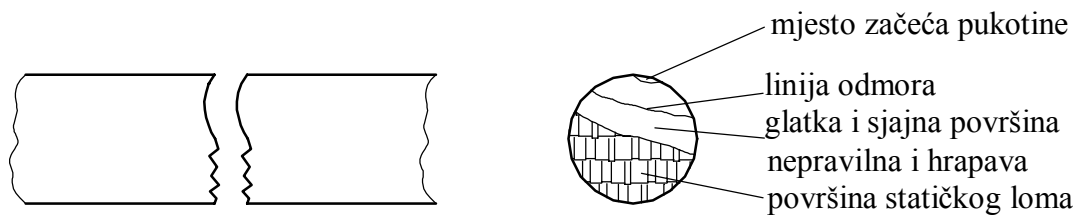
**Slika 1.30:** Tvrda uključina kao izvor ispodpovršinskog začeca pukotine kod Cr-Mo čelika

Izvor pukotine može biti i mekana intergranularna zona u kojoj se formira tzv. trostruka točka od koje se iniciraju tri mikropukotine- svaka u svome smjeru, slika 1.31.

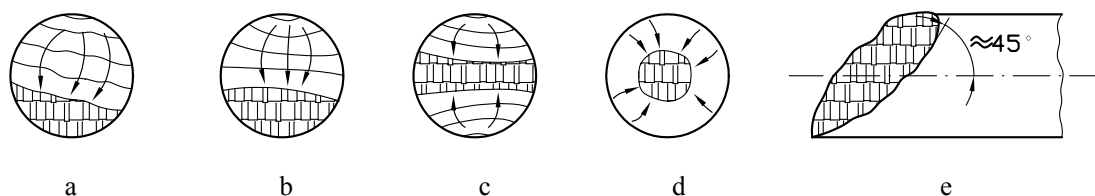


**Slika 1.31** - Tri primjera trostrukog začeca mikropukotina na jednom izvoru kod Cr-Mo čelika ASTM A295

Proces širenja pukotine traje sve dok se ostatak presjeka ne smanji toliko da naprezanja u njemu dostignu vrijednost statičke čvrstoće materijala, pa se on odjednom nasilno prelomi. Tako površina loma uslijed zamora materijala ima dvije jasno izražene zone: zonu širenja pukotine, koja je glatka (hrapavost na nivou kristalnih zrna), i zonu statičkog loma vrlo grube i nepravilne površine, karakteristične za statički lom, slika 1.32. Shematski izgledi površina zamornog loma za različite vrste opterećenja prikazani su na slici 1.33.



**Slika 1.32:** Opći izgled površine loma uslijed zamora materijala



**Slika 1.33:** Prikaz lomova uslijed zamora materijala

a) aksijalno opterećenje, b) istosmjerno savijanje, c) izmjenično savijanje, d) kružno savijanje, e) torzija

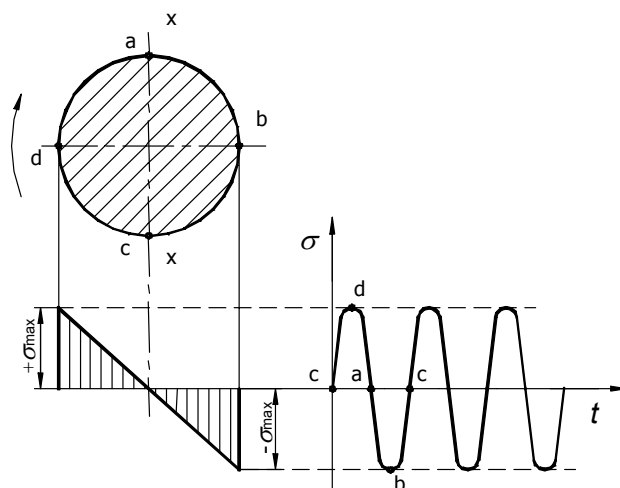
Statistička analiza lomova strojnih dijelova pokazuje da preko 80 % svih lomova nastaje kao posljedica zamora materijala. Pokretni dijelovi strojeva redovito su izloženi promjenjivim naprezanjima bez obzira na karakter vanjskog opterećenja. Tako npr. rotirajuća osovina opterećena u određenom presjeku konstantnim momentom savijanja oko osi x-x bit će izložena naizmjenično promjenjivim normalnim naprezanjima, slika 1.34. Naime, svaka točka konture presjeka u jednom okretaju osovine trpi naprezanja od nule (u položaju *a*) do  $-\sigma_{max}$  (u položaju *b*), te preko nule (u položaju *c*) i  $+\sigma_{max}$  (u položaju *d*), te ponovno do nule u položaju *a*.

Mjerodavna karakteristika čvrstoće pri promjenjivim naprezanjima strojnih dijelova jest *dinamička čvrstoća (ili granica zamora) strojnog dijela*, koja se dobije ispitivanjem na zamor samog strojnog dijela, ili češće, izračuna se na temelju ispitivanja na zamor probne epruvete, izrađene od materijala jednakog materijalu strojnog dijela. Epruvete su definirane odgovarajućim standardom, ali ako su okrugle, promjer im je najčešće 7 mm, a površina polirana.

Epruvete su izložene periodično promjenjivim opterećenjima određenog intenziteta, sve do pojave loma. Ispitivanja se provode za određeni koeficijent asimetrije ciklusa naprezanja:

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (1.91)$$

<i>r</i>		koeficijent asimetrije ciklusa naprezanja
$\sigma_{min}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	minimalno naprezanje ciklusa naprezanja
$\sigma_{max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	maksimalno naprezanje ciklusa naprezanja



**Slika 1.34:** Naizmjenično promjenjivi ciklus normalnog naprezanja pri statičkom savijanju rotirajuće osovine

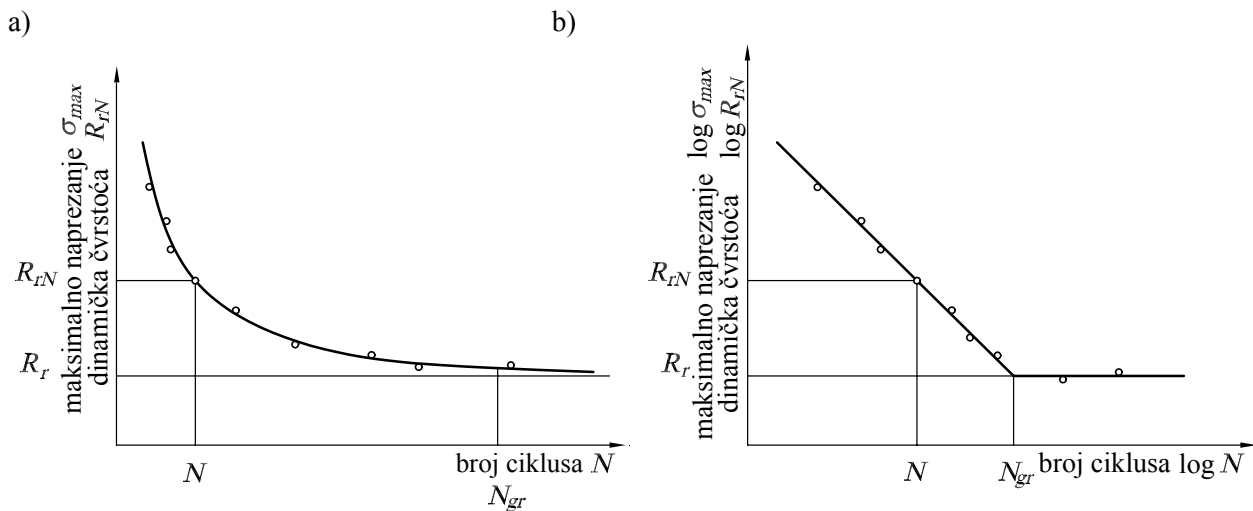
najčešće  $r = -1$  i  $r = 0$ , ali za nekoliko različitih nivoa maksimalnih naprezanja. Za svaki od ovih nivoa naprezanja bilježi se broj ciklusa naprezanja  $N$ , nakon kojeg je došlo do loma epruvete. Rezultati ispitivanja unose se u  $\sigma-N$  dijagram, a dobivena krivulja odgovara eksponencijalnoj krivulji poznatoj pod imenom *Wöhlerova krivulja* (po njemačkom inženjeru, koji je prvi izveo opisane eksperimente), ili krivulja dinamičke čvrstoće materijala (krivulja zamaranja), slika 1.35a.

Wöhlerova krivulja se asimptotski približava pravcu  $\sigma = R_r$ , pri čemu se  $R_r$  naziva *trajnom dinamičkom čvrstoćom materijala* izloženog ciklički promjenjivim naprezanjima s koeficijentom asimetrije ciklusa  $r$ . Očito, trajna dinamička čvrstoća materijala je ono maksimalno naprezanje ciklusa asimetrije  $r$  pri kojem epruveta doživi beskonačno mnogo ciklusa, tj. neograničenu trajnost. Wöhlerova krivulja se obično crta u logaritamskim koordinatama, gdje postaje karakteristični pravac s "koljenom" u točki  $N_{gr}$ , slika 1.35b. Jednadžba Wöhlerove krivulje se obično piše u obliku

$$R_{rN}^m \cdot N = R_r^m \cdot N_{gr} = const \quad (1.92)$$

$R_{rN}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	vremenska dinamička čvrstoća za trajnost u ciklusima $N$
$N$		broj ciklusa do loma pri maksimalnom naprezanju ciklusa $R_{rN}$
$N_{gr}$		broj ciklusa na prijelazu između vremenske i trajne dinamičke čvrstoće. Za čelike obično oko $10^7$ ciklusa, za obojene metale oko $10^8$ ciklusa, a varira s asimetrijom ciklusa i vrstom naprezanja.
$m$		eksponent Wöhlerove krivulje tj. nagib Wöhlerove krivulje u logaritamskim koordinatama, $m = 3 \dots 13$ ovisno o materijalu, obliku strojnog dijela ili vrsti spoja, te vrsti naprezanja.

Vrijednosti dinamičke čvrstoće ovise o vrsti naprezanja i o asimetriji ciklusa naprezanja, a za važnije konstrukcijske materijale date su u tabeli 1.8 za ciklička naprezanja s koeficijentom asimetrije ciklusa  $r = -1$  i  $r = 0$ , zajedno s vrijednostima granice tečenja za pojedine vrste naprezanja.



Slika 1.35: Wöhlerova krivulja

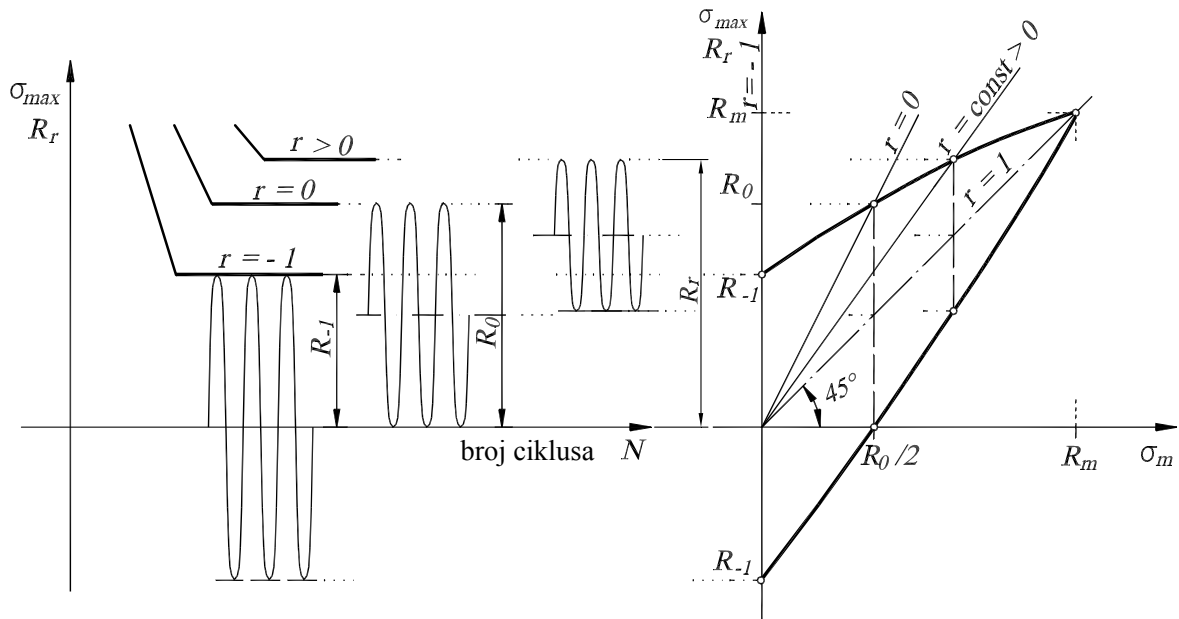
#### 1.8.1.4.1 Ovisnost dinamičke čvrstoće o srednjem naprežanju (Smithov dijagram)

Ispitivanja dinamičke čvrstoće redovito se izvode za probne epruvete ili strojne dijelove izložene cikličkim promjenjivim naprežanjima na vlak, tlak, savijanje i torziju s koeficijentima asimetrije ciklusa  $r = -1$  i  $r = 0$ , a samo iznimno sa  $r \neq 0$ . Budući da strojni dijelovi u svom radu mogu biti izloženi ciklusima naprežanja s koeficijentima asimetrije ciklusa u rasponu od  $-1 \leq r < 1$ , potrebno je na osnovi poznavanja obično dviju mehaničkih karakteristika čvrstoće (jedne dinamičke i jedne statičke), odrediti dinamičku čvrstoću materijala (ili strojnog dijela) za proizvoljni  $r$ , odnosno proizvoljno srednje naprežanje. Za tu svrhu služi Smithov dijagram, a ponekad (naročito u Sjedinjenim američkim državama) i Haighov dijagram.

Izvorišno, Smithov dijagram se dobiva unošenjem u njegove koordinate ( $\sigma_{max} = R_r$ ,  $\sigma_m$ ) vrijednosti maksimalnog  $\sigma_{max} = R_r$  i minimalnog naprežanja  $\sigma_{min}$  na nivou trajne dinamičke čvrstoće za pripadajuću srednju vrijednost naprežanja  $\sigma_m$ , za nekoliko ciklusa različitih asimetrija  $r$ , slika 1.36. Simetrala dijagrama ucrtava se pod kutem od  $45^\circ$  i predstavlja pravac, čije su ordinate jednake apcिसama tj. srednjim naprežanjima ciklusa. Očito je da konture Smithovog dijagrama omeđuju polje trajne dinamičke čvrstoće. Prijelaz maksimalnog ili minimalnog naprežanja izvan konture dijagrama znači zamorni lom!

Razumljivo je također, da su Smithovi dijagrami različiti za različite vrste naprežanja, slika 1.37a. Najveću površinu zauzima Smithov dijagram za savijanje, a najmanju za torziju. To znači da su dinamičke čvrstoće na savijanje najveće, a na torziju najmanje. Pri tome gornja krivulja (maksimalnih naprežanja ciklusa) Smithovog dijagrama predstavlja liniju trajne dinamičke čvrstoće, pa se najčešće crta sama ta linija. Na taj način se Smithov dijagram aproksimira kao linija koja povezuje obično samo jednu (najčešće  $R_{-1}$ ) karakteristiku dinamičke čvrstoće i jednu ( $R_m$  ili  $R_e$ ) karakteristiku statičke čvrstoće, slika 1.37. Najsljednija izvorišnom Smithovom dijagramu jest aproksimacija u obliku (Gerberove) parabole između točaka  $(0, R_{-1})$  i  $(R_m, R_m)$  (slika 1.38a), ali se on ipak najčešće aproksimira pravcem između istih točaka (slika 1.38b), u kojem slučaju se taj pravac naziva Goodmanovom linijom. Kod rastezljivih materijala se ova linija trajne dinamičke čvrstoće obično ograničava granicom tečenja, jer plastične deformacije najčešće nisu dopuštene niti kod dinamičkih naprežanja.

Shematizacija Smithovog dijagrama se tada najpreciznije provodi prema slici 1.37b, a može se provesti i prema slikama 1.38a do 1.38d.



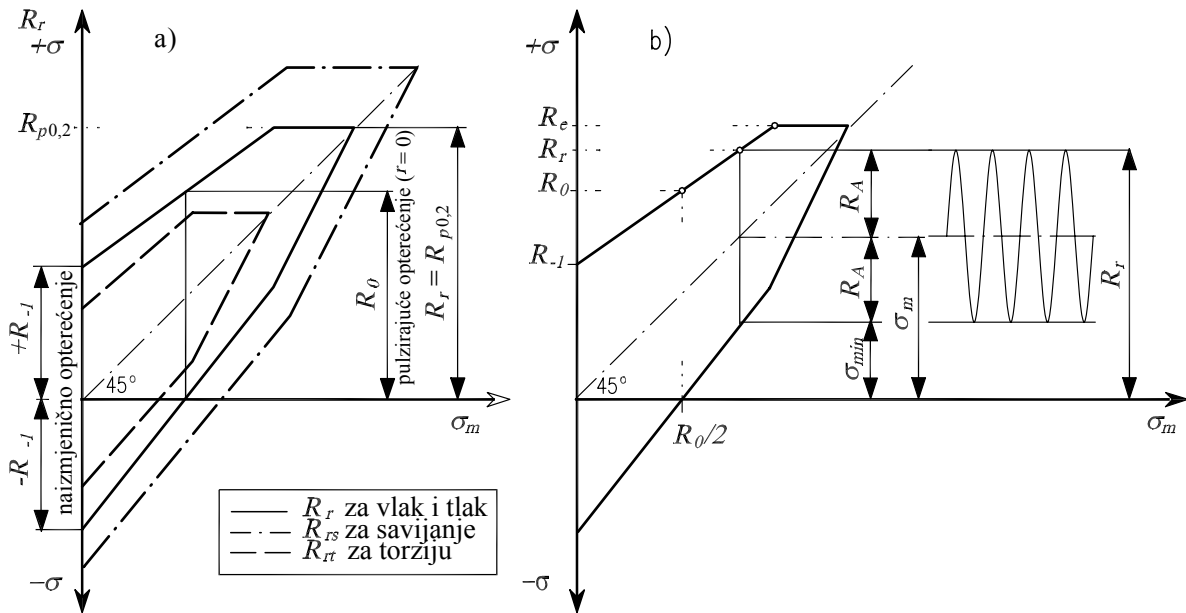
**Slika 1.36:** Nastanak Smithovog dijagrama trajne dinamičke čvrstoće

Treba zapaziti da svaka točka T u koordinatama  $(\sigma_m, \sigma_{\max})$  Smithovog dijagrama definira određeno cikličko naprezanje, slika 1.39a. Naime, uz poznato srednje i maksimalno naprezanje, koje definira točka T, poznato je i amplitudno naprezanje  $\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m$ , te minimalno naprezanje  $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ , pa je ciklus sasvim definiran. Također, svaki pravac povučen kroz ishodište je geometrijsko mjesto maksimalnih napreznja različitih ciklusa jednakog koeficijenta asimetrije  $r$ . Naime, koeficijent smjera  $k$  tog pravca je

$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \frac{2\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{2}{1+r}, \quad (1.93)$$

$\sigma_{\max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	maksimalno naprezanje ciklusa
$\sigma_m$	[N/mm <sup>2</sup> ]	srednje naprezanje ciklusa
$\sigma_{\min}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	minimalno naprezanje ciklusa
$r$		koeficijent asimetrije ciklusa radnih napreznja, $r = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$

Odatle slijedi da svaka točka pravca predstavlja ciklus napreznja jednakog koeficijenta asimetrije. Zato se taj pravac označuje s  $r = \text{const}$ , slika 1.39b. Budući da porastom radnih opterećenja strojnih dijelova koeficijent asimetrije ciklusa opterećenja ostaje sačuvan, a ako odziv strojnog dijela na ta opterećenja ne sadrži značajnije vibracije, onda i koeficijent asimetrije ciklusa napreznja ostaje sačuvan. Na temelju toga može se ustvrditi da maksimalne vrijednosti napreznja rastu po pravcu  $r = \text{const}$ . Zbog toga se taj pravac naziva *pravcem opterećenja*. Granično naprezanje tj. dinamička čvrstoća za taj  $r$  se također nalazi na tom pravcu. Kako se ona nalazi i na gornjoj konturi Smithovog dijagrama, očito je da se trajna dinamička čvrstoća za određeni koeficijent asimetrije ciklusa napreznja određuje kao presjecište pravca opterećenja  $r = \text{const}$  i linije trajne dinamičke čvrstoće  $R_r = f(\sigma_m)$ , slika 1.39c.



**Slika 1.37:** Smithov dijagram trajne dinamičke čvrstoće  
a) za različite vrste naprezanja b) konstrukcija Smithovog dijagrama  
za poznate tri karakteristike čvrstoće:  $R_{-1}$ ,  $R_0$  i  $R_e$

#### 1.8.1.4.2 Dinamička čvrstoća strojnog dijela

Dinamička čvrstoća strojnog dijela manja je od dinamičke čvrstoće materijala (tj. standardne probne epruvete od istog materijala) zbog čitavog niza utjecaja, od kojih su najvažniji oblik strojnog dijela, njegove apsolutne dimenzije i kvaliteta njegove površinske obrade.

##### Utjecaj oblika - koncentracija naprezanja

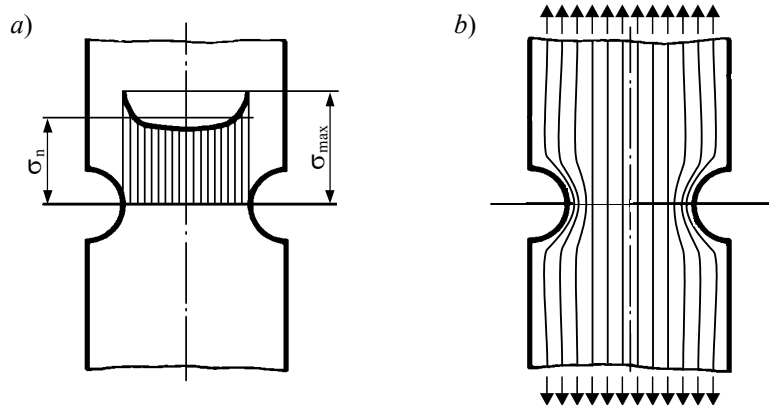
Utjecaj oblika strojnog dijela na njegovu dinamičku čvrstoću svodi se na (ne)ravnomjernost rasporeda naprezanja po presjeku. Naime, presjeci strojnih dijelova se mijenjaju, pa se mijenjaju i naprezanja u njima. No, ne samo promjena presjeka, nego i svaka druga promjena oblika izaziva skok naprezanja na mjestu promjene, tj. prijelaza. U takvim slučajevima, raspodjela naprezanja po presjeku bitno se razlikuje od slučaja tijela konstantnog presjeka, slika 1.41a. Dijagram rasporeda naprezanja po presjeku pokazuje nagli porast naprezanja na mjestu prijelaza, utoliko izrazitiji, ukoliko je prijelaz nagliji. Ovakva pojava naglih skokova naprezanja na mjestima promjene oblika, naziva se *koncentracija naprezanja*. Koncentracija naprezanja se može pojednostavnjeno opisati iskrivljavanjem strujnica sile (silnica - zamišljenih linija po kojima djeluje sila) do koje dolazi na mjestu skokovite promjene oblika, tj. na mjestu na kojem postoji koncentrator naprezanja - tzv. zarez, slika 1.41b. Zbog toga broj silnica u određenom dijelu presjeka kvalitativno ukazuje na veličinu naprezanja. U takvim točkama naprezanja su znatno veća od nominalnih naprezanja, izračunatih prema Nauci o čvrstoći.

Faktor koji pokazuje koliko puta je maksimalno naprezanje u određenoj točki tijela iz idealnog (elastičnog, izotropnog i homogenog) materijala, veće od nominalnog naprezanja u toj točki, naziva se *teoretski (geometrijski) faktor koncentracije naprezanja* i definira se kao:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} \geq 1 \quad (1.100)$$



$\sigma_{\max}$  [N/mm<sup>2</sup>] najveće naprezanje zbog učinka koncentracije, slika 1.41  
 $\sigma_n$  [N/mm<sup>2</sup>] nominalno naprezanje



**Slika 1.41: Koncentracija naprezanja**  
 a) raspodjela naprezanja po presjeku b) tok silnica

Pri statičkom opterećenju dijelova iz razvlačivih materijala, prilikom dostizanja granice tečenja na mjestima koncentracije naprezanja, materijal se na tim mjestima plastično deformira (razvlači) bez povećanja opterećenja. To uzrokuje ravnomjerniji raspored naprezanja, tj. efekt koncentracije naprezanja se poništi. Običaj je da se koncentracija naprezanja pri statičkim opterećenjima uzima u obzir samo kod izrazito krutih materijala, 1.8.1.2.1.

Kod dinamičkih opterećenja, koncentracija naprezanja vodi do smanjenja dinamičke čvrstoće strojnih dijelova izrađenih kako od krutih, tako i od razvlačivih materijala. Ovo je uzrokovano činjenicom da pri promjenjivom naprezanju efekta poravnjenja naprezanja ne može sasvim doći do izražaja kao pri statičkom naprezanju. Naime, materijal nema vremena za veće poravnanje naprezanja, jer je već u idućem trenutku napregnut mnogo manje, često i naprezanjem suprotnog predznaka. Svojstvo materijala da pri promjenjivom naprezanju, lokalnim plastičnim deformacijama ipak donekle smanji koncentraciju naprezanja, procjenjuje se *faktorom osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja*. Očito je da su razvlačivi materijali manje osjetljivi na koncentraciju naprezanja negoli kruti materijali. U izrazito nehomogenih materijala, kao što je sivi lijev, unutrašnji izvori koncentracije (zbog nehomogenosti) u velikoj mjeri poništavaju efekte vanjske koncentracije naprezanja (zbog oblika), tako da se dinamička čvrstoća dijelova izrađenih od ovakvih materijala malo razlikuje od dinamičke čvrstoće polirane probne epruvete iz istog materijala. Kaže se da su takvi materijali malo osjetljivi, ili neosjetljivi na koncentraciju naprezanja.

Faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja  $\eta_k$  definira se omjerom stvarnog lokalnog povećanja naprezanja poslije lokalnog razvlačenja, prema lokalnom povećanju naprezanja za homogen, izotropan i elastičan materijal, u odnosu na nominalno naprezanje. Ako je najveće lokalno naprezanje za slučaj idealnog materijala  $\alpha_k \cdot \sigma_n$ , a za slučaj stvarnog materijala  $\beta_k \cdot \sigma_n$ , onda je faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja dan izrazom

$$\eta_k = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1} \quad (1.101)$$

$\alpha_k$  teoretski (geometrijski) faktor koncentracije naprezanja

$$\beta_k = \frac{\sigma_{ef}}{\sigma_n} \quad (1.102)$$

$\beta_k$		efektivni (stvarni) faktor koncentracije naprezanja
$\sigma_{ef}$ [N/mm <sup>2</sup> ]		stvarno (efektivno) naprezanje na mjestu koncentracije naprezanja
$\sigma_n$ [N/mm <sup>2</sup> ]		nominalno naprezanje na mjestu koncentracije naprezanja

Izraz 1.102 u praksi služi za određivanje stvarne vrijednosti naprezanja na mjestu koncentracije, pri čemu se efektivni faktor koncentracije naprezanja procjenjuje prema izrazu izvedenom iz izraza 1.101

$$\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1) \quad (1.103)$$

Ako je materijal neosjetljiv na koncentraciju naprezanja, bit će  $\eta_k = 0$ , pa je  $\beta_k = 1$  bez obzira na veličinu  $\alpha_k$ . Za materijale čije su osobine slične osobinama idealnog materijala, je  $\eta_k = 1$ , pa je  $\beta_k = \alpha_k$ . U tom slučaju kaže se da je materijal apsolutno osjetljiv na koncentraciju naprezanja. Osjetljivost ugljičnih konstrukcijskih čelika na koncentraciju naprezanja kreće se u granicama od 0,40 do 0,85, legiranih čelika od 0,65 do 0,95, dok je u čelika za opruge od 0,95 do 1,0. U lakih metala osjetljivost je od 0,40 do 0,80, u čeličnom lijevu 0,30 do 0,40, dok je kod sivog lijeva, zbog opisanih uzroka, ona vrlo mala, i kreće se u granicama od 0,01 do 0,20. Za sve materijale važi pravilo da osjetljivost prema koncentraciji naprezanja raste s povećanjem statičke čvrstoće.

Običaj je da se koncentracija naprezanja ne uzima u obzir kod proračuna naprezanja, već se čvrstoća umanjuje za vrijednost efektivnog faktora koncentracije naprezanja. Zbog toga se kod promjenjivih naprezanja efektivni faktor koncentracije naprezanja definira omjerom trajne dinamičke čvrstoće materijala i trajne dinamičke čvrstoće modela strojnog dijela, koji ima iste dimenzije i istu kvalitetu površinske obrade kao ispitivana probna epruveta. Budući da koncentracija naprezanja uglavnom ne utiče na statičku komponentu naprezanja, već samo na amplitudu naprezanja, onda se efektivni faktor koncentracije naprezanja najčešće ispituje za čisto dinamičko naprezanje, tj. za  $r = -1$ . Dakle

$$\beta_k = \frac{R_{-1}}{R'_{-1D}} \geq 1 \quad (1.104)$$

$R_{-1}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća probne epruvete
$R'_{-1D}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća modela strojnog dijela.

### Utjecaj apsolutnih dimenzija

S povećanjem apsolutnih dimenzija strojnih dijelova njihova čvrstoća se smanjuje. Uzrok tome jest što je u većem volumenu veća vjerojatnost nehomogenosti, te grešaka u materijalu i obradi, a time je i veća vjerojatnost nastanka i širenja pukotine. Ovo se naročito odnosi na dinamička opterećenja, kod kojih se negativan utjecaj povećanih dimenzija na čvrstoću strojnog dijela procjenjuje faktorom dimenzija  $b_1$ . Ovaj je stvarno jednak omjeru dinamičkih čvrstoća strojnog dijela i modela strojnog dijela s dimenzijom u kritičnom presjeku jednakoj dimenziji standardne probne epruvete, ali ga se redovito aproksimira kao omjer dinamičkih čvrstoća epruvete s dimenzijom jednakoj dimenziji strojnog dijela, i standardne probne epruvete:

$$b_1 = \frac{R_{-1d}}{R_{-1}} \leq 1 \quad (1.108)$$

$R_{-1d}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća za $r = -1$ probne epruvete promjera $d$
-----------	----------------------	--

$R_{-1}$  [N/mm<sup>2</sup>] trajna dinamička čvrstoća za  $r = -1$  standardne probne epruvete promjera 7 mm.

Razumljivo, i faktor dimenzija je različit za različite vrste naprezanja, kao i za različite materijale. Ipak, za približne proračune, njegova vrijednost se može orijentacijski odrediti prema tabeli 1.9 za čelične strojne dijelove proizvoljno opterećene.

**Tabela 1.9:** Ovisnost faktora dimenzija o promjeru strojnih dijelova

Promjer [mm]	Faktor apsolutnih dimenzija $b_1$
7	1,0
10	0,95...0,98
15	0,90...0,95
25	0,80...0,90
50	0,70...0,80
100	0,63...0,70
300 i više	0,55...0,61
Napomena: Manje vrijednosti vrijede za legirane čelike, veće za ugljične konstrukcijske čelike.	

Utjecaj dužine na dinamičku čvrstoću još nije dovoljno proučen, iako su uzroci jednaki kao i kod povećanja promjera. Neka ispitivanja su pokazala da se povećanjem dužine strojnih elemenata njihova dinamička čvrstoća smanjuje za najviše 15...20%, ovisno o vrsti čelika i načinu njegove mehaničke i termičke obrade.

#### *Utjecaj kvalitete površine*

Utjecaj stanja površine strojnog dijela na njegovu dinamičku čvrstoću vrlo je značajan, jer inicijalna pukotina redovito nastaje na površini i to zbog slijedećih razloga:

- Koncentracija naprezanja je redovito na površini
- Površinske mikroneravnine i lokalne plastične deformacije nastale u procesu obrade uzrokuju lokalne koncentracije naprezanja
- Utjecaj vanjske sredine je najveći na površinske slojeve
- Nominalna naprezanja su najveća na površinama strojnih dijelova.

Smanjenje dinamičke čvrstoće strojnih dijelova zbog navedenih upliva obuhvaćeno je faktorom kvalitete površine strojnog dijela  $b_2$ , koji je definiran omjerom trajne dinamičke čvrstoće izvjesnog strojnog dijela i trajne dinamičke čvrstoće istog strojnog dijela, ali polirane površine. Slično kao ranije, ovaj se faktor aproksimira omjerom dinamičkih čvrstoća epruvete obrađene kao predmetni strojni dio i polirane probne epruvete:

$$b_2 = \frac{R'_{-1}}{R_{-1}} \quad (1.109)$$

$b_2$  faktor kvalitete površine, tabela 1.10  
 $R'_{-1}$  [N/mm<sup>2</sup>] trajna dinamička čvrstoća epruvete proizvoljne površinske obrade pri  $r = -1$   
 $R_{-1}$  [N/mm<sup>2</sup>] trajna dinamička čvrstoća materijala pri  $r = -1$

Vrijednosti faktora kvalitete površine date su u tabeli 1.10.

Tabela 1.10:

Orijentacijske vrijednosti faktora kvalitete površine

Hrapavost površine		$b_2$							
$R_z$ [ $\mu\text{m}$ ]	$R_a$ [ $\mu\text{m}$ ]	Vlačna čvrstoća materijala osovine ili vratila $R_m$ u [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ]							
		300	400	500	600	800	1000	1200	1500
0,8	0,2	1	1	1	1	1	1	1	1
1,6	0,4	0,99	0,98	0,97	0,97	0,96	0,96	0,96	0,96
3,2	0,8	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,94	0,94
6,3	1,6	0,97	0,96	0,95	0,93	0,91	0,89	0,88	0,88
10	2,5	0,95	0,93	0,90	0,88	0,84	0,81	0,79	0,78
40	10	0,94	0,90	0,85	0,82	0,75	0,70	0,67	0,65
160	40	0,91	0,86	0,80	0,76	0,69	0,63	0,57	0,50

$R_a$  srednje aritmetičko odstupanje profila  
 $R_z$  srednja visina neravnina

Znatno povećanje vrijednosti ovog faktora, a time i dinamičke čvrstoće strojnog dijela, postiže se naknadnom posebnom mehaničkom obradom tj. površinskim očvršćenjem tlačnim plastičnim deformacijama (kugličenje, pjeskarenje, valjanje kotačićem i sl.). Sličan efekt očvršćavanja dobiva se svakom vrstom plastičnog oblikovanja (valjanje, kovanje, provlačenje itd.), nakon koje uvijek ostaju tlačna naprezanja na površini. Toplinskom i toplinsko-kemijskom obradom (kaljenje, cementiranje, nitiranje, cijaniranje itd.) moguće je postići i 100% povećanje dinamičke čvrstoće ( $b_2 = 2$ ).

#### Određivanje dinamičke čvrstoće strojnog dijela i stupnja sigurnosti

Opisana tri osnovna utjecaja na dinamičku čvrstoću strojnog dijela kvantificiraju smanjenje trajne dinamičke čvrstoće strojnog dijela u odnosu prema trajnoj dinamičkoj čvrstoći materijala. Svi ovi utjecaji računaju se za čisto dinamičko naprezanje (bez statičke komponente), tj. za  $r = -1$ . To znači da je trajna dinamička čvrstoća strojnog dijela napregnutog cikličkim naprežanjem s koeficijentom asimetrije  $r = -1$ , jednaka

$$R_{-1D} = b_D \cdot R_{-1} = \frac{b_1 \cdot b_2}{\beta_k} R_{-1} \quad (1.110)$$

$R_{-1D}$  [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ] trajna dinamička čvrstoća epruvete proizvoljne površinske obrade, pri  $r = -1$   
 $R_{-1}$  [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ] trajna dinamička čvrstoća materijala pri  $r = -1$ , tabela 1.9

$$b_D = \frac{b_1 \cdot b_2}{\beta_k} \quad (1.111)$$

$b_D$  zbirni faktor dinamičkih utjecaja  
 $b_1$  faktor dimenzija  
 $b_2$  faktor kvalitete površine  
 $\beta_k$  efektivni faktor koncentracije naprežanja u elastičnom području (za trajnu dinamičku čvrstoću).

Smatra se da od početne točke  $\sigma_m = 0$ , pa do krajnje točke  $\sigma_m = R_m$  Smithovog dijagrama, tj. od čisto dinamičkog do čisto statičkog naprežanja, zbirni faktor dinamičkih utjecaja raste linearno od

vrijednosti  $b_D$  do vrijednosti 1. Zbog toga se za liniju trajne dinamičke čvrstoće u Smithovom dijagramu može uzeti Goodmanova linija definirana svojim krajnjim točkama  $(0, R_{-1D})$  i  $(R_m, R_m)$ , slika 1.38. Njezina jednadžba je

$$R_{rD} = b_D R_{-1D} + k_\sigma \sigma_m \quad (1.112)$$

$R_{rD}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća strojnog dijela za proizvoljnu asimetriju ciklusa $r$
$R_{-1D}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća strojnog dijela za asimetriju ciklusa $r = -1$ , izraz 1.110
$k_\sigma$		koeficijent smjera linije dinamičke čvrstoće strojnog dijela za trajnost $N$ $k_\sigma = 1 - R_{-1D}/R_m$ za Goodmanovu liniju prema slikama 1.38b i 1.38c
$\sigma_m$	[N/mm <sup>2</sup> ]	srednje naprezanje ciklusa trajne dinamičke čvrstoće

Ordinata presjecišta ove linije trajne dinamičke čvrstoće s pravcem opterećenja (izraz 1.95) za opći slučaj prednapregnutog strojnog dijela je trajna dinamička čvrstoća strojnog dijela napregnutog ciklički promjenjivim naprezanjima s koeficijentom asimetrije ciklusa  $r$ :

$$R_{rD} = \frac{2}{2 - k_\sigma(1+r)} b_D R_{-1} + \frac{1-r}{2 - k_\sigma(1+r)} k_\sigma \sigma_{pr} \quad (1.113)$$

$R_{rD}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća strojnog dijela za proizvoljnu asimetriju ciklusa $r$ dijagramu, $k_\sigma = 1 - R_{-1D}/R_m$ za Goodmanovu liniju, slika 1.38b i 1.38c
$\sigma_{pr}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	statičko prednaprezanje

#### 1.8.1.4.3 Čvrstoća u slučaju naprezanja promjenjive amplitude

Strojni dijelovi su često izloženi djelovanju naprezanja promjenjive amplitude, a određivanje njihove čvrstoće ili vijeka trajanja i dandanas predstavlja jedan od najtežih problema u strojarstvu. Osnovu za rješavanje ovog problema postavili su Palmgren i Miner poznatim pravilom o linearnom gomilanju oštećenja uslijed zamora materijala: Za strojni dio izložen cikličkim naprezanjima promjenjive amplitude, koja ostaje konstantna kroz  $n_i$  ciklusa, slika 1.45, doći će do loma uslijed zamora kada se ispuni uvjet

$$\sum_i D_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \geq D \cong 1 \quad (1.123)$$

$D_i$	zamorno oštećenje od $n_i$ ciklusa na nivou maksimalnog naprezanja $\sigma_i$
$n_i$	broj ciklusa na nivou maksimalnog naprezanja $\sigma_i$
$N_i$	broj ciklusa do loma na nivou maksimalnog naprezanja $\sigma_i$ , jednadžba Wöhlerove krivulje, izraz 1.93.
$D$	ukupno oštećenje uslijed zamora materijala, empirička konstanta. $D = 0,3...3,0$ ; izvorno prema Mineru $D = 1,0$ .

Ako se jednadžbu 1.123 podijeli s vijekom trajanja  $N$  strojnog dijela u ciklusima, dobije se jednostavan izraz za računanje vijeka trajanja:

$$N = \frac{D}{\sum_i \frac{\alpha_i}{N_i}} \quad (1.124)$$

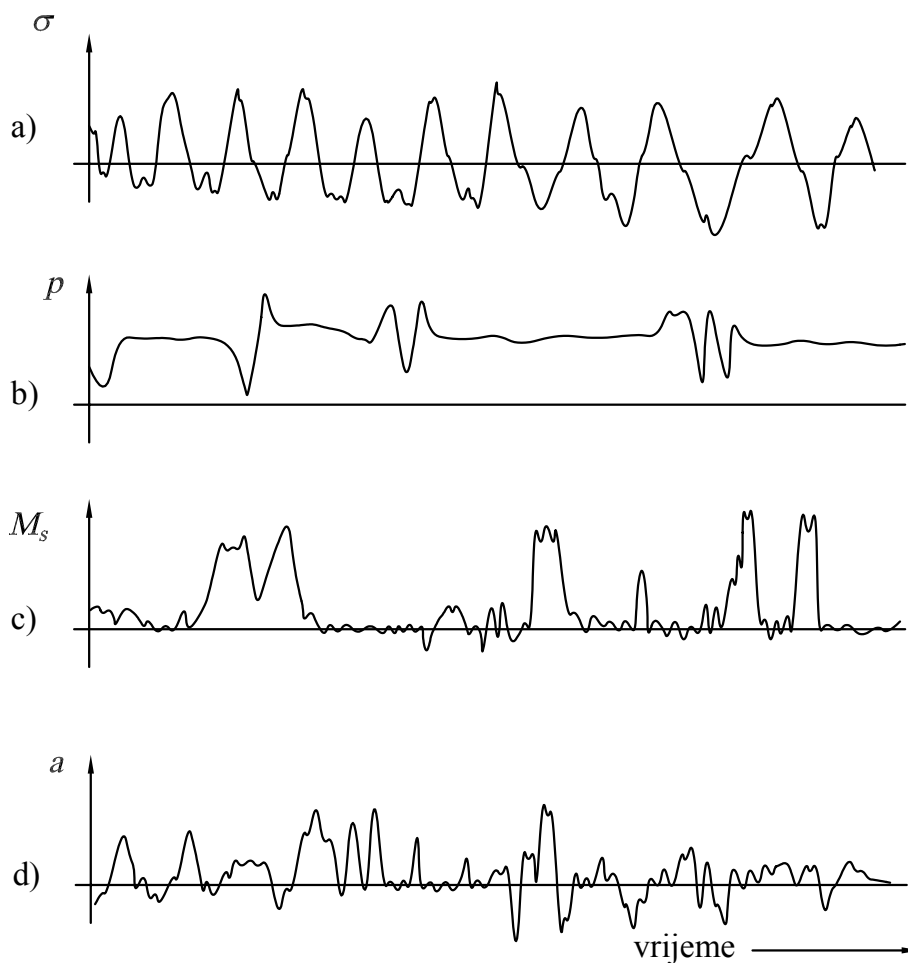
$D$	ukupno oštećenje uslijed zamora materijala, izraz 1.123
-----	---

$a_i$  udio broja ciklusa na  $i$ -tom nivou naprezanja prema ukupnom broju ciklusa, frekvencija pojavljivanja  $i$ -tog naprezanja,  $a_i = n_i / \sum n_i$ . U trenutku loma je  $a_i = n_i / \sum N_i = n_i / N$ .

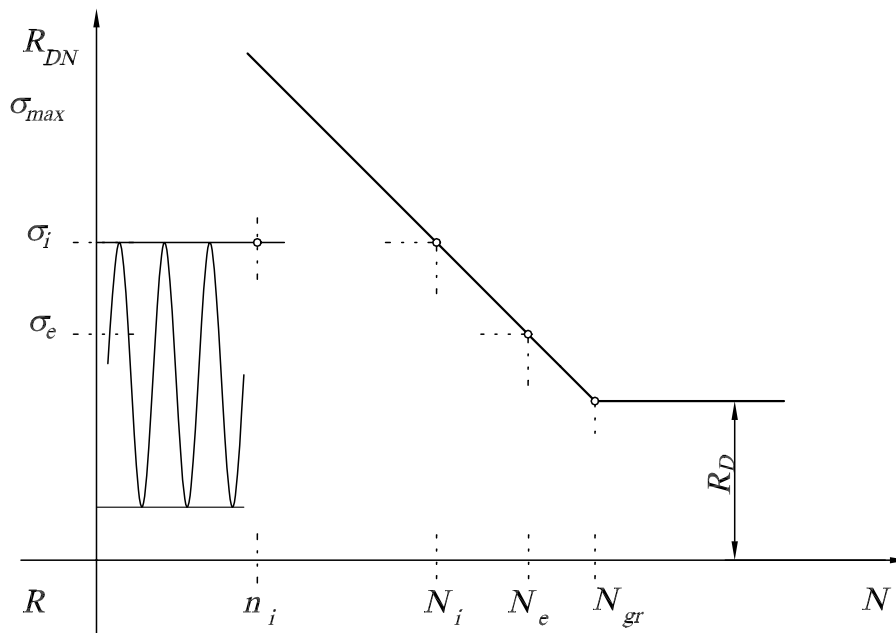
$$N_i = N_{gr} \left( R_D / \sigma_i \right)^{m'} \quad (1.92a)$$

$N_i$  broj ciklusa do loma na  $i$ -tom nivou maksimalnog naprezanja  
 $N_{gr}$  broj ciklusa na granici vremenske i trajne dinamičke čvrstoće  
 $R_D$  [N/mm<sup>2</sup>] trajna dinamička čvrstoća strojnog dijela  
 $\sigma_i$  [N/mm<sup>2</sup>] maksimalno naprezanje  $i$ -tog nivoa  
 $m'$  nagib Wöhlerove krivulje strojnog dijela, izraz 1.105.

Uvrštavajući izraz 1.92a u izraz 1.124, dobije se poznati izraz za procjenu vijeka trajanja strojnog dijela izloženog djelovanju cikličkih naprezanja diskretno promjenjive amplitude:



**Slika 1.44:** Neke karakteristične povijesti naprezanja (opterećenja)  
 a) normalna naprezanja automobilskog točka b) pritisak u naftnom cjevovodu  
 c) moment savijanja u vratilu točka automobila (poluosovina)  
 d) vertikalna akceleracija transportnog zrakoplova



Slika 1.45: Definiranje parametara čvrstoće kod cikličkih naprežanja promjenjive amplitude

### 1.8.2 Krutost strojnih dijelova

Krutost je sposobnost suprotstavljanja strojnih dijelova elastičnim deformacijama, kao posljedici radnog opterećenja. Kod mnogih strojnih dijelova mora biti ograničena veličina elastičnih deformacija, jer velike deformacije bitno utječu na funkcionalnost strojnih dijelova. Zahtjev krutosti je mnogo stroži od zahtjeva čvrstoće.

Zahtjev krutosti je posebno važan kod alatnih strojeva, jer je ispunjenje zahtjeva stupnja točnosti obrade i kvalitete obrađenih površina moguće doseći jedino pod uvjetom, da se glavni dijelovi alatnog stroja pod opterećenjem minimalno deformiraju.

U određenim slučajevima zahtijeva se da dijelovi strojeva imaju što manju krutost, tj. što veću elastičnost (opruge, elastični vijci, itd.). Veća elastičnost je posebno važna za dijelove strojeva, koji su izloženi udarnim opterećenjima, jer je za ocjenjivanje njihove radne sposobnosti mjerodavan deformacijski rad, s kojim je potrebno apsorbirati što veći dio kinetičke energije udara.

### 1.8.3 Pouzdanost

Pouzdanost je svojstvo strojnog dijela, elementa stroja ili konstrukcije, stroja, uređaja ili čitavog tehničkog sistema, da u predviđenom vremenu ispunjava svoju funkciju, sačuvavši pri tome svoja eksploatacijska svojstva u određenim granicama.

Pouzdanost je vjerojatnost ispravnog rada (rada bez kvara, oštećenja, loma). Može se opisati i srednjim vremenom ispravnog rada, intenzitetom kvarova, učestalošću kvarova itd. Danas su razrađene metode koje analizom parametara pouzdanosti, uz primjenu odgovarajućeg kvalitetnog programskog paketa, pomažu stručnjacima organizirati kvalitetno preventivno i drugo održavanje i najsloženijih tehničkih sistema.

No, u ovom udžbeniku, tretirat će se samo (projektna) pouzdanost opterećenih strojnih dijelova da ne dožive nedopušteno mehaničko oštećenje, najčešće lom. Budući da su naprezanje  $\sigma$  i čvrstoća  $R$  u općem slučaju slučajne varijable zadane svojim razdiobama, a oštećenje nastupa kada naprezanje dosegne kritičnu vrijednost (čvrstoću), onda se ova pouzdanost definira kao vjerojatnost da naprezanje bude manje od čvrstoće. Budući da je vjerojatnost oštećenja (rizik)

$$P_f = P(R \leq \sigma) = P(R - \sigma \leq 0) = P(Z \leq 0) \quad (1.182)$$

$P_f$		vjerojatnost oštećenja (rizik)
$P$		oznaka za vjerojatnost
$R$	[N/mm <sup>2</sup> ]	čvrstoća kao slučajna varijabla
$\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	naprezanje kao slučajna varijabla

Pri tome je  $Z$  slučajna varijabla, jednaka razlici čvrstoće i naprezanja kao slučajnih varijabli:

$$Z = R - \sigma. \quad (1.183)$$

Sada je pouzdanost

$$P_R = P(R > \sigma) = P(Z > 0) = 1 - P_f \quad (1.184)$$

očigledno jednaka vjerojatnosti da čvrstoća bude veće od naprezanja, koje bi izazvalo nedopušteno oštećenje. Ako se  $R$  i  $\sigma$  podvrgavaju zakonu normalne razdiobe, slika 1.61, tada se vjerojatnost oštećenja može izvući iz tablica normalne razdiobe za slučajnu varijablu jedinične normalne razdiobe  $u$ . Rizik je tada

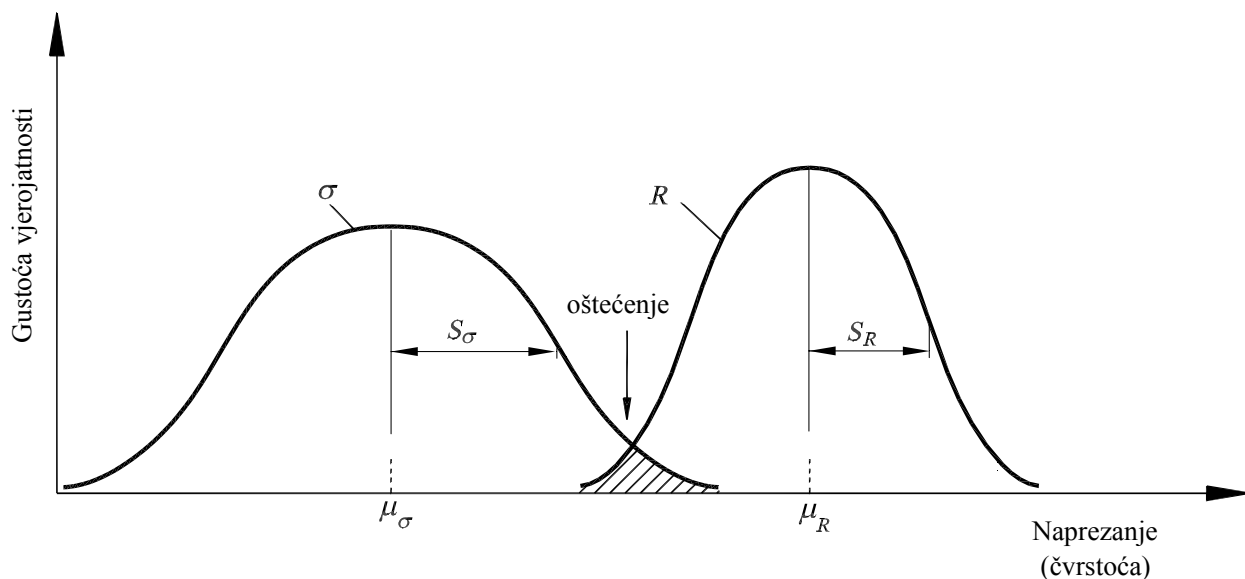
$$P_f = P(u \leq -\beta) \quad (1.185)$$

gdje je  $\beta$  indeks pouzdanosti

$$\beta = \frac{\mu_Z}{S_Z} = \frac{\mu_R - \mu_\sigma}{\sqrt{S_R^2 + S_\sigma^2}} \quad (1.186)$$

$\beta$		indeks pouzdanosti
$\mu_Z$	[N/mm <sup>2</sup> ]	očekivanje (srednja vrijednost) slučajne varijable $Z$
$S_Z$	[N/mm <sup>2</sup> ]	standardna devijacija slučajne varijable $Z$
$\mu_R$	[N/mm <sup>2</sup> ]	očekivanje (srednja vrijednost) slučajne varijable $R$
$\mu_\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	očekivanje (srednja vrijednost) slučajne varijable $\sigma$
$S_R$	[N/mm <sup>2</sup> ]	standardna devijacija slučajne varijable $R$
$S_\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	standardna devijacija slučajne varijable $\sigma$ .





**Slika 1.62:** Funkcije gustoće vjerojatnosti slučajnih varijabli naprezanja  $\sigma$  i čvrstoće  $R$  distribuirane po zakonu normalne razdiobe. Šrafirano područje predstavlja vjerojatnost oštećenja

Indeks pouzdanosti je temeljni parametar pouzdanosti pri projektiranju inženjerskih konstrukcija, i već danas je npr. u arhitekturi sasvim istisnuo stupanj sigurnosti. Evropski standard Eurocode 3 propisuje njegovu vrijednost na  $\beta = 3,8$  za predviđenu trajnost konstrukcije od 50 godina.

Naprezanje i čvrstoća su općenito slučajne varijable zbog slučajnog karaktera opterećenja, zbog rasipanja rezultata njihovih mjerenja ili mjerenja slučajnih veličina funkcionalno vezanih s njima. Budući da naprezanja, čvrstoća, pa i stupanj sigurnosti, ovise o više slučajnih varijabli (sile, momenti, dimenzije, različiti faktori i koeficijenti, ...), te budući da se i sama naprezanja međusobno funkcionalno povezuju, potrebno je znati odrediti srednju vrijednost, standardnu devijaciju i koeficijent varijacije slučajne funkcije više slučajnih varijabli. Za neke najčešće funkcije, ove vrijednosti su dane u tabeli 1.11. Pri tome je s  $K_{xy}$  označen moment korelacije između slučajnih varijabli  $x$  i  $y$ , koji je definiran kao očekivanje

$$K_{xy} = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)] \quad (1.187)$$

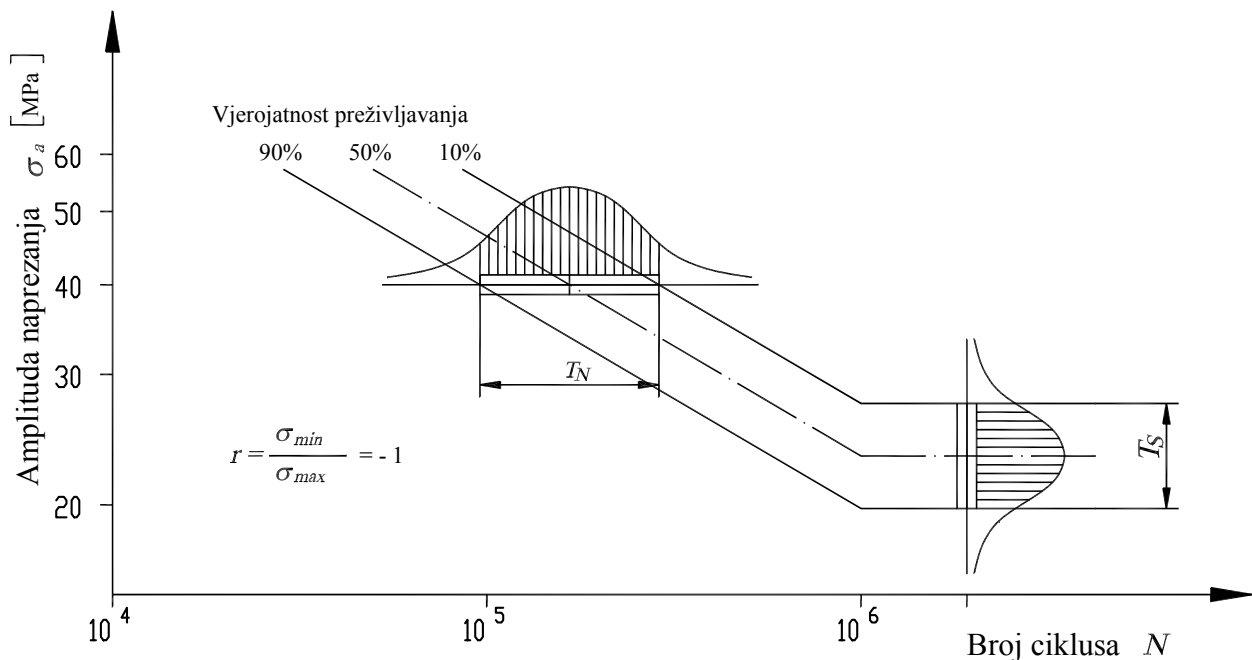
čija je vrijednost jednaka  $K_{xy} = 0$  ako su slučajne varijable međusobno nezavisne, te  $K_{xy} = S_x \cdot S_y$  za linearno zavisne varijable. Za ostale zavisne slučajne varijable vrijedi  $0 \leq K_{xy} < S_x \cdot S_y$ .

Koeficijent varijacije, kao mjera rasipanja vrijednosti slučajne varijable oko srednje vrijednosti, definiran je kao omjer standardne devijacije i srednje vrijednosti,  $C = S/\mu$ . Za statička naprezanja on iznosi oko 3 do 10%, a za statičku čvrstoću 2 do 8% od srednje vrijednosti. Za promjenjiva naprezanja i dinamičku čvrstoću, ove vrijednosti su nešto veće. Primjer Wöhlerove krivulje, gdje se rezultati čvrstoće i trajnosti rasipaju po zakonu normalne razdiobe, pokazan je na slici 1.62.

**Tabela 1.11** Srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijenti varijacije za neke funkcije jedne ili dvije slučajne varijable

Funkcija	Srednja vrijednost, $\mu$	Standardna devijacija, $S$	Koeficijent varijacije, $C$
$a$	$a$	0	0
$x$	$\mu_x$	$S_x$	$C_x = S_x / \mu_x$
$x+a$	$\mu_x + a$	$S_x$	$S / \mu$
$ax$	$a\mu_x$	$aS_x$	$S_x / \mu_x$
$x+y$	$\mu_x + \mu_y$	$\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + 2K_{xy}}$	$S / \mu$
$x-y$	$\mu_x - \mu_y$	$\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + 2K_{xy}}$	$S / \mu$
$xy$	$\mu_x \mu_y + K_{xy}$	$C \mu_x \mu_y$	$\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_x^2 C_y^2 + 2 \frac{K_{xy}}{\mu_x \mu_y}}$
$x/y$	$\mu_x / \mu_y + K_{xy}$	$C \mu_x / \mu_y$	$\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_x^2 C_y^2 - 2 \frac{K_{xy}}{\mu_x \mu_y}}$
$1/x$	$1/\mu_x$	$C_x / \mu_x$	$C_x$
$x^2$	$\mu_x^2$	$2 C_x \mu_x^2$	$2C_x$
$x^3$	$\mu_x^3$	$3 C_x \mu_x^3$	$3C_x$
$x^n$	$\mu_x^n$	$n C_x \mu_x^n$	$n C_x$

\* Vrijedi samo za nezavisne slučajne varijable



**Slika 1.62:** Dinamička čvrstoća i broj ciklusa do loma raspoređeni na Wöhlerovoj krivulji po normalnoj razdiobi

## 2 ZAVARENI SPOJEVI

Zavareni spojevi spadaju među nerastavljive veze i upotrebljavaju se prije svega za spajanje nosećih strojnih dijelova i konstrukcija. Zavarivanje je spajanje metalnih, ili nemetalnih dijelova toplinskim postupkom taljenja ili omekšavanja na mjestu spoja, sa ili bez dodavanja materijala. Spoj nastaje taljenjem osnovnih i dodatnih materijala, ili pritiskanjem omekšanih osnovnih materijala. Područje u kojem nastaje spoj naziva se zavar. Zavari i dijelovi koji se zavaruju predstavljaju zavareni spoj. Dijelovi koji se zavaruju su obično iz istih ili srodnih materijala, koji imaju približno jednaku temperaturu taljenja, ali mogu biti i iz raznorodnih materijala.

Primjena zavarenih spojeva kod izrade strojnih dijelova i metalnih konstrukcija stalno raste, jer postupci zavarivanja postaju sve bolji i danas je već moguće postići da mehanička svojstva zavarenih spojeva budu jednaka onim osnovnog materijala, a ponekad čak i bolja. Pored čelika, pod posebnim uvjetima mogu se zavarivati bakar i bakarne legure, aluminijske legure, umjetne mase itd.

Zavarene konstrukcije u strojogradnji imaju prednost pred lijevanima, ukoliko se radi o pojedinačnoj izvedbi. Zavareni spojevi omogućavaju da se materijal konstrukcije optimalno iskoristi obzirom na čvrstoću. Oblik konstrukcije se nastoji prilagoditi opterećenju, kako bi se povećala čvrstoća. Kombinacijom zavarenih i lijevanih dijelova, moguće je dobiti jednostavnu, čvrstu i jeftinu konstrukciju. Zavarene konstrukcije su skoro nezaobilazne u kemijskoj industriji, gdje je potrebno upotrijebiti materijale postojane na višim i nižim temperaturama, koji moraju istovremeno imati odgovarajuću čvrstoću i žilavost, te biti otporni na koroziju. Posebni zahtjevi postavljaju se kod zavarivanja cjevovoda, te u nuklearnoj tehnici.

*Prednosti zavarenih spojeva su:*

- u usporedbi s ostalim spojevima, nosivost zavarenih spojeva može biti približno jednaka nosivosti osnovnog materijala
- visoka nosivost se postiže pravilnim odabirom dodatnog materijala i parametara zavarivanja, te dobivanjem zavarenog spoja bez signifikantnih grešaka,
- u odnosu na lijevane, kovane i zakovične konstrukcije, zavarene konstrukcije imaju tanje stjenke i do 30 % manju težinu,
- za manji broj proizvoda, zavareni spojevi su najekonomičniji

*Nedostaci zavarenih spojeva su:*

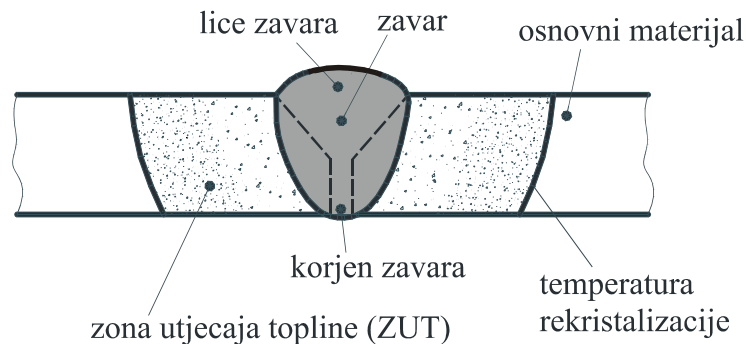
- zavarivanjem se bez problema spajaju samo materijali koji imaju jednaku ili približnu kvalitetu i sastav i koji su dobro zavarljivi,
- na mjestu spajanja dolazi do lokalnog zagrijavanja i neravnomjernog rastezanja i skupljanja, što prilikom hlađenja uzrokuje zaostala naprezanja. Posebno su opasna vlačna naprezanja, jer smanjuju čvrstoću, a u prisustvu vodika i lokalno zakaljene strukture mogu dovesti do nastanka tzv. hladne pukotine. Deformacije i zaostala naprezanja mogu se smanjiti pogodnim smjerom i redoslijedom zavarivanja, a čak potpuno odstraniti naknadnim žarenjem (kod čelika približno 500 - 700°C),
- mjesto zavarivanja treba odgovarajuće oblikovati, pripremiti i očistiti od nečistoća i oksida,

- zavareni spojevi imaju manju sposobnost prigušenja vibracija, te manju otpornost prema koroziji. Zato ih se mora nakon zavarivanja zaštititi protiv vanjskih utjecaja,
- zavareni spojevi su zbog svoje cijene neprimjereni za velikoserijsku proizvodnju.

## 2.1 NASTANAK ZAVARENOG SPOJA

Zavareni spojevi općenito se temelje na *kohezijskim silama* u zavaru, tako da poslije zavarivanja zavareni spoj čini neraskidivu cjelinu. Obzirom na način nastanka kohezijskih sila u zavarenom spoju razlikuje se:

- zavarivanje toplinskom energijom (zavarivanje taljenjem)
- zavarivanje s mehaničkom energijom, toplo i hladno



**Slika 2.1:** Zavar nastao taljenjem

Pri *zavarivanju s toplinskom energijom* spajani dijelovi iz jednakog ili srodnog materijala (osnovni materijal), te dodatni materijal, zagrijava se na temperaturu koja je viša od tališta materijala dijelova koji se zavaruju. Pri tome dolazi na mjestu spoja do stapanja taline osnovnog i dodatnog materijala. Zavareni spoj nastaje zbog kohezijskih veza koje postoje među atomima nakon hlađenja zavara u čvrsto stanje. Materijal u zavarenom spoju ima strukturu lijeva, i nakon potpunog otvrdnuća tvori čvrst, nerastavljiv spoj između spojenih dijelova. Donji dio zavara na dnu žlijeba naziva se korijen, gornji dio na vrhu naziva se lice zavara, slika 2.1. Zbog brzog lokalnog zagrijavanja i hlađenja na mjestu zavara velik dio topline prelazi u osnovni materijal, tako da u određenom području u okolini zavara dolazi do promjene mikrostrukture osnovnog materijala dijelova koji se zavaruju. To se područje naziva zona utjecaja topline (ZUT). Kod čelika ZUT zahvaća područje između linije staljivanja i područja u kojem temperatura pri zavarivanju prelazi temperaturu rekristalizacije (oko 40 % temperature taljenja). Promjena mikrostrukture u ZUT može dovesti do slabljenja zavarenog spoja (krta zakaljena struktura ili pogrubljenje zrna), a brzo lokalno zagrijavanje i hlađenje između zavarivanja vodi do nastanka zaostalih unutrašnjih naprezanja u okolici zavara. Jedno i drugo se može ukloniti žarenjem. Pri tome se, za odstranjivanje unutrašnjih naprezanja, čelične materijale zagrijava na približno 600°C. Dijelove koji se zavaruju potrebno je u određenim slučajevima predgrijavati na 100 do 150°C, ili prethodno deformirati s posebnim uređajem.

Pri zavarivanju toplinskom energijom na zraku, kod određenih vrsta materijala dolazi do vezivanja sa slobodnim elementima iz atmosfere (kisik, vodik) u talinu zavara, što nakon hlađenja nepovoljno utječe na nosivost zavara (korozija, poroznost). To se izbjegava zavarivanjem u zaštitnoj okolini (vakuum, zaštitni plin, troska, itd.), gdje se zavar kod zavarivanja štiti od reakcije s vanjskim elementima. S dodatnim sredstvima (npr. obložene elektrode, prašak, itd.) utječe se metalurški na talinu (umirenje, dezoksidacija, legiranje, itd.) i produžuje vrijeme

hlađenja. Time se utječe na poboljšanje mikrostrukture u zavarenom spoju i na pravilni oblik korijena i lica zavara. Zavar se naknadno također može obraditi (oblikovanje tjemena i korijena zavara, žarenje, itd.) i tako poboljšati kvalitetu zavarenog spoja.

Pri **zavarivanju s mehaničkom energijom** dijelovi se spajaju bez dodavanja materijala. U području spoja spajani materijali su izloženi velikim plastičnim deformacijama. To dovodi do izmjene atoma i time do difuzije na dodirnim površinama, lokalne rekristalizacije, te do nastanka adhezijskih i kohezijskih veza među dijelovima koji se spajaju. Zavarom se naziva dio materijala, koji se deformacijski omekšao i pri tome rekristalizirao. Kod toplog zavarivanja dodirne površine dijelova se prije zavarivanja na različite načine zagrijevaju do tjestastog stanja tj. lokalno do tališta, čime se pospješuje proces difuzije atoma preko kontaktnih površina i rekristalizacije pod djelovanjem mehaničke sile pritiska. Pri hladnom zavarivanju su za nastanak zavarenog spoja potrebne veće sile pritiska, jer su kontaktne površine na sobnoj temperaturi. Dubina difuzijskog prodiranja je od 2  $\mu\text{m}$  do 1 mm i ovisna je o vrsti spajanog materijala. Jednakomjernost difuzijskog prodiranja je od presudne važnosti za nosivost zavarenog spoja. Zbog toga zavarivane površine moraju biti po mogućnosti glatke (hrapavost  $R_z \leq 20 \mu\text{m}$ ) i dobro očišćene (mehaničko i kemijsko čišćenje). Upotrebom dodatnih sredstava pospješuje se difuzija atoma i poboljšavaju svojstva zavarenog spoja. Upotrebom različitih plinova sprječava se, odnosno smanjuje mogućnost oksidacije spajanih površina pri zavarivanju. U usporedbi sa zavarivanjem taljenjem, zavarivanje pritiskom je jednostavnije i ekonomičnije, i zato je primjereno za velikoserijsku proizvodnju.

## 2.2 ZAVARLJIVOST MATERIJALA

Zavarljivost je svojstvo materijala da se spajanjem zavarivanjem njegovih dijelova dobije upotrebljiv spoj. Materijal je dobro zavarljiv ako je standardnom opremom i procedurom zavarivanja moguće ostvariti upotrebljiv spoj, pri čemu je ponovljivost postupka vrlo visoka. Materijal je slabo zavarljiv ako se spoj ostvaruje složenom opremom i procedurom zavarivanja

**Tabela 2.2:** Zavarivanje termoplastičnih polimernih materijala

Način zavarivanja	Umjetni materijal	Debljina [mm]	Temperatura zavarivanja [°C]
Vrućim zrakom (dušikom)	PVC – tvrdi i meki	> 2,0	250...350
	Polietilen	> 2,0	190...210
	Polimetakrilat	> 2,0	350...400
	Poliamid (dušikom)	> 1,5	240...280
Vrućim alatom	PVC – meki	0,5...2,0	$\approx$ 250
	Polietilen	> 2,0	200...250
	Polimetakrilat	> 2,0	350...400
	Poliamid	0,5...2,0	240...280
Toplotno-impulzno	PVC – tvrdi	< 0,1	obostrano jednostrano
	PVC – meki	< 0,4	
	Polietilen	< 0,2	
	Poliamid	< 0,2	
Visokofrekventno	PVC – tvrdi i meki	> 0,1	
	Polimetakrilat	> 0,1	
	Poliamid	> 0,1	
Zavarivanje trenjem	PVC – tvrdi	profili, cijevi profili	
	Polimetakrilat		

čija je ponovljivost problematična. Većina metala i umjetnih materijala je dobro zavarljiva, ako se izabere odgovarajući postupak zavarivanja. Na zavarljivost utječe sastav materijala, njegova kemijska i mehanička svojstva, te krutost konstrukcije. U daljem tekstu su navedeni neki najčešće upotrebljavani materijali, koji se dobro spajaju zavarivanjem. Za zavarivane strojne dijelove najvažniji materijal je čelik.

**Čelici.** Zavarljivost čelika ovisna je o njegovom kemijskom sastavu, tj. o postotku osnovnih elemenata (C, Si, Mn, P, S) i legiranih dodataka (Cr, Ni, Mo, V, W, Ta, Nb, Al, Ti, Cu, Co), te o čistoći (razne primjese i plinovi kisika, dušika, vodika). Pored toga na zavarljivost velik utjecaj ima i debljina dijelova koji se zavaruju, jer o njoj ovisi brzina hlađenja zavara. Kod čelika je vrlo važno, da je kao materijal osjetljiv na pukotine (tople i hladne), utjecaje zareza, starenje, otvrdnuće, itd.

Bitan element, koji utječe na zavarljivost čelika je ugljik (C). Povećana količina ugljika u čeliku uzrokuje da se čelik na mjestu zavarivanja i u neposrednoj okolini zavara pri hlađenju zakali (visoka tvrdoća, krhka struktura, manja žilavost), pa se svojstva tog dijela razlikuju od osnovnog materijala. Konstrukcijski čelici, sa sadržajem do 0,23 % C imaju najbolju zavarljivost. Pri većem sadržaju ugljika zavarljivost je slabija, što utječe na postupak zavarivanja. Prisutnost sumpora i fosfora u čeliku također slabi zavarljivost čelika. Sadržaj sumpora i fosfora ne smije prelaziti 0,045% (ali 0,07% zajedno), a za dobru zavarljivost ne bi trebao prelaziti 0,02%. I drugi legirani elementi, prije svega Si i Mn, slabe zavarljivost. Ostalih nečistoća u čeliku treba biti manje od 0,01%. Najbolju zavarljivost imaju nelegirani i niskolegirani konstrukcijski čelici, koji se upotrebljavaju za gradnji mostova, rezervoara, vozila, strojeva, itd. Visokolegirani čelici, koji sadrže ukupno više od 10% svih legiranih elemenata, zavaruju se samo uz posebne postupke. Za zavarene konstrukcije uglavnom se upotrebljavaju sljedeći čelici (vidi svojstva u Tabeli 1.7):

- *konstrukcijski čelici:* dobro zavarljivi čelici su Č0260, Č0360, Č0460 i Č0560, tim bolje što im je čvrstoća manja.
- *čelici za poboljšanje:* za zavarivanje taljenjem sa najpogodniji čelici Č1330, Č4730, Č3139, te 28Cr4 (prema DIN-u); potrebno predgrijavanje i naknadna obrada.
- *čelici za cementaciju* su svi dobro zavarljivi, ali u necementiranom stanju.

**Čelični ljev** ima dobru zavarljivost kao srodni čelici, iako je potrebno uzimati u obzir grublju i manje žilavu strukturu, te velike debljine dijelova koji se zavaruju, što utječe na brzinu hlađenja. Općenito su dobro zavarljivi čelični ljevovi ČL0300 i ČL0400, ostali uz određene potrebne mjere.

**Sivi ljev** ima slabu žilavost i ne prenosi unutrašnja naprezanja. Zbog visokog postotka C u ZUT-u može doći do povećanja tvrdoće. Moguće je hladno zavarivanje bez predgrijavanja s elektrodama na bazi nikla, ali i na toplo. Kod toplog zavarivanja potrebno je dijelove zagrijati na 600...650°C i postepeno hladiti nakon zavarivanja. Zavaruje se plamenom ili lukom s istovrsnim dodatnim materijalom (šipke ili obložene elektrode iz sivog lijeva). I u jednom i u drugom slučaju potrebno je čekićati zavar da bi se smanjila vjerojatnost nastanka pukotina. *Zavarljivost nodularnog i temper lijeva* je bolja negoli sivog lijeva zbog njihove veće rastezljivosti i žilavosti. zavarivanje se provodi slično kao i kod sivog lijeva.

Laki metali. *Aluminij (Al) i aluminijeve legure, te magnezijeve (Mg) legure su teže zavarljive nego čelici, jer se brzo hlade i oksidiraju. Zbog toga dolaze u obzir postupci zavarivanja MIG i TIG.*

**Teški metali.** Bakar (Cu), mjedi (CuZn legure) i bronce (CuSn legure) su dobro zavarljivi. Mjedi imaju bolju zavarljivost pri manjem sadržaju cinka (Zn). Za zavarivanje je preporučljiv MIG i TIG postupak. Nikal (Ni) i njegove legure (NiFe, NiMn, NiCr, NiCu, NiMoCr) su zavarljivi pod određenim uvjetima. Titanove (Ti) legure dobro su zavarljive, a Ti u dodatnom materijalu poboljšava svojstva zavara.

**Polimerni materijali** su vrlo različiti s gledišta izvornih sirovina i načina proizvodnje. S stanovišta zavarivanja je važna podjela na termoreaktivne polimere – duroplasti, koji se nakon proizvodnje ne daju toplinski oblikovati i zato su nezavarljivi, te termoplastične polimere (termoplasti), koji se pri povišenoj temperaturi smekšaju ili tale, te su dobro zavarljivi.

## 2.3 VRSTE ZAVARENIH SPOJEVA I ZAVARA

Zavareni spojevi dijele se obzirom na međusobni položaj dijelova koji se zavaruju. Osnovni oblici zavarenih spojeva prikazani su u tabeli 2.3.


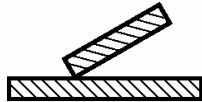
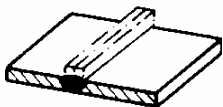
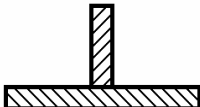
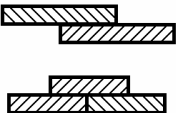
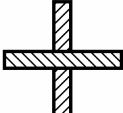
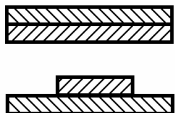
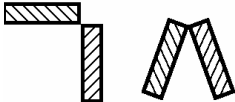
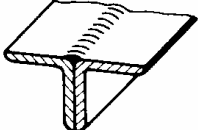
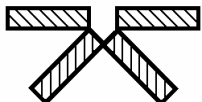
Zavari se općenito dijele na:

- *sučeone zavare, slika 2.8a i b.*
- *kutne zavare, slika 2.8c i d.*
- *posebne zavare, slika 2.8e i f.*

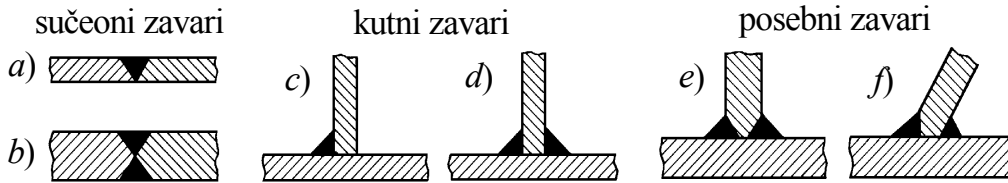
Ovisno o debljini dijelova koji se zavaruju, postupku zavarivanja, načinu zavarivanja, zahtjeva i mogućnosti, taljenjem se zavaruju:

- *bez žlijeba (bez pripreme ruba) – sučeoni spojevi tankih limova i dijelova, manja opterećenja, slika 2.8a,*

**Tabela 2.3:** Oblici zavarenih spojeva obzirom na položaj dijelova

Naziv spoja i opis	Poprečni presjek	Naziv spoja i opis	Poprečni presjek
<i>Sučeoni spoj</i> dijelovi leže u ravnini		<i>Kosi spoj</i> spoj dvaju dijelova pod kutom	
<i>Sučeoni spoj s ivicom</i> spoj dijelova s ivičastim rubom		<i>Kutni T spoj</i> spoj dvaju pravokutnih dijelova	
<i>Preklopni spoj</i> spoj dijelova koji se djelomično prekrivaju		<i>Križni spoj</i> spoj triju dijelova, koji se križaju	
<i>Paralelni spoj</i> spoj dijelova, koji se u cijelosti prekrivaju		<i>Rubni spoj</i> spoj rubova dijelova pod proizvoljnim kutom	
<i>Usporedni spoj</i> spoj dvaju usporednih dijelova		<i>Višedijelni spoj</i> spoj više dijelova koji spojeni tvore žlijeb	

- u prirodnom žlijebu s međusobnim naližanjem dijelova (bez posebne obrade rubova) – obični kutni zavar, slika 2.8c i d, te
- u posebno oblikovanom žlijebu (posebno obrađeni rubovi prije zavarivanja)- debeli dijelovi odnosno zavari s posebnim zahtjevima, veća opterećenja, slika 2.8b, e,f.



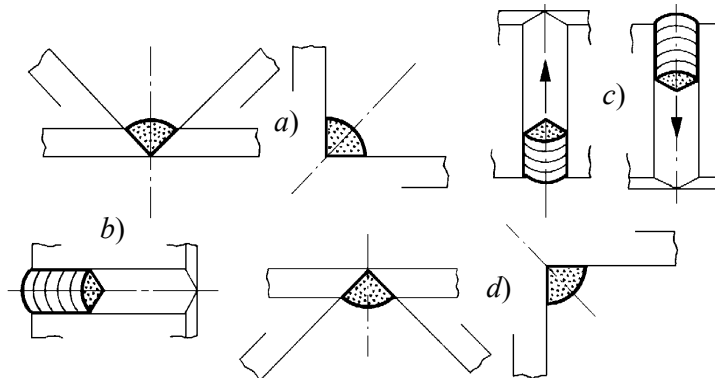
**Slika 2.8:** Opća podjela zavara s obzirom na položaj dijelova koji se zavaruju  
 a) sućeoni V-zavar b) sućeoni X-zavar c) kutni zavar d) dvojni kutni zavar  
 e) sućeoni K-zavar kutnog T-spoja f) polovični Y-zavar s kutnim zavarom u korijenu

Po položaju zavarivanja razlikuju se četiri osnovna položaja:

- horizontalni, slika 2.9a,
- horizontalni na zidu, slika 2.9b,
- vertikalni, slika 2.9c,
- nad glavom, slika 2.9d.

Svi drugi položaji su kosi.

Tabela 2.4 daje neke vrste i oblike taljenih zavara, te potrebne oznake na radioničkim crtežima. Tabela 2.5 prikazuje vrste i oznake zavara spojenih pritiskom.



**Slika 2.9:** Osnovni položaji zavarivanja  
 a) horizontalni b) horizontalni na zidu c) vertikalni d) iznad glave

Po kontinuitetu zavari mogu biti neprekinuti i prekinuti. Kod zavarivanja taljenjem zavarivački postupci teku od ruba ili k rubu. U prvom načinu zavar se počne izvoditi na rubu zavarivanih dijelova, kod drugog na sredini, odakle se, sa ili bez prekida, nastavlja prema oba ruba. Pri tome treba znati da su kvaliteta i nosivost zavara najslabiji na njegovom početku i kraju. Zato se kvaliteta i nosivost zavarenog spoja može znatno poboljšati, ako se zavaruje s produžnom pločicom jednake debljine, slika 2.10. Zavarivanje se započinje i završava na produžnoj pločici. Nakon hlađenja zavara, produžne pločice se odrežu, pa se dobije jednakomjerna kvaliteta zavara po čitavoj njegovoj dužini.



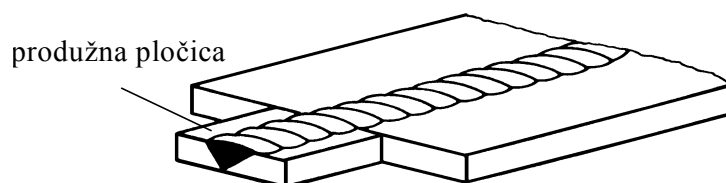
Ako zavar prenosi opterećenja koja djeluju uzduž njegovog položaja, naziva se *uzdužni zavar*. Ako pak opterećenja djeluju okomito na njegov smjer, naziva se *poprečni zavar*, slika 2.35.

**Tabela 2.4:** Vrste i oblici taljenih zavara po EN 22553 - izvadak

Naziv zavora	Oznaka	Priprema	Izvedba	Naziv zavora	Oznaka	Priprema	Izvedba
<b>Sučeonni spojevi</b>							
Zavar s ivicom	∩			Polovični Y zavar	Y		
I zavar				Dvostruki Y zavar	Y		
V zavar	∇			K zavar	K		
Polovični V zavar	∇			U zavar	U		
Široki V zavar	∇			Dvostruki U zavar	U		
X zavar	X			J zavar	J		
Y zavar	Y			Dvostruki J zavar	J		
<b>Kutni spojevi</b>							
Kutni zavar	∇			Ugaoni zavar	∇		
Dvostruki i kutni zavar	∇						
<b>Rubni spojevi</b>							
Rubni plosnati zavar	≡			Rubni V zavar	≡		

**Tabela 2.5:** Vrste i oblici mehanički spojenih zavara po EN 22553

Naziv	Oznaka	Priprema	Izvedba	Naziv	Oznaka	Priprema	Izvedba
<b>Čeonni spojevi</b>							
Zavar s zadebljanjem	I			Gnječeni zavar	⊙		
Zavar sa srhom	†						
<b>Preklopni spojevi</b>							
Jednoredni točkasti zavar	○			Bradavičasti zavar	⊙		
Dvoredni točkasti zavar	○			Šavni zavar	⊙		



### Slika 2.10: Zavarivanje s produžnom pločicom

Kvaliteta zavara ovisi o tipu i količini grešaka koje u njemu nastaju pri zavarivanju. U te greške spadaju zračni ili plinski mjehuri u zavaru, zaostala troska, hladno naljepljivanje između zavara i osnovnog materijala, pukotine u zavaru ili ZUT-u, neprovaren korijen, itd. Vanjske greške se lako zapaze prostim okom, ili se otkriju pomoću magnetskog praha ili penetrirajuće boje. Ultrazvučnim ili rendgenskim postupkom moguće je otkriti i unutrašnje greške. DIN EN 729-1 i 729-2 razvrstava greške u zavaru i propisuje odgovarajuće metode za njihovo otkrivanje.

Prema ISO 10721 i DIN 18800 zavareni spojevi se razvrstavaju u četiri razreda kvalitete:

*1. razred kvalitete* – U tom razredu moraju sve vrste sučeonih zavara imati provareni korijen, a kutni i križni zavari provarene presjeke. Upotrebljeni osnovni i dodatni materijal moraju imati atest. Zavari moraju biti bez grešaka, izvodi se 100% kontrola (radiografska, ultrazvučna). Zavar izvode samo stručno osposobljeni zavarivači s atestom za taj razred kvalitete.

*2. razred kvalitete* – U drugom razredu kvalitete su sve vrste spojeva i zavara. Materijali su atestirani, manje su greške dopuštene, ali u zavaru ne smije biti pukotina. Obavezna je 50% kontrola. Zavaruju zavarivači s atestom za postupke i položaje zavarivanja, koji su mogući na konstrukciji.

*3. razred kvalitete* – **Sučeone** zavare tog razreda moraju izraditi atestirani zavarivači. Zahtjeva se 10% - na kontrola zavara s ultrazvukom, te 100% - na vizualna i dimenzijska kontrola.

*4. razred kvalitete* – Nema posebnih zahtjeva, vrijedi samo za jednostavne konstrukcije.

Prema DIN EN 25817, za namjene proračuna zavari se razvrstavaju u tri skupine, kako slijedi:

*skupina B* - zavari visoke kvalitete (1. i 2. razred kvalitete); izabire se pri visokim opterećenjima, gdje je lom zavara opasan po život, ili uzrokuje ispad (otkaz) glavne funkcije stroja ili naprave, zatim pri velikim dinamičkim opterećenjima (npr. vozila, radni strojevi, preše, dizalice, itd.), odnosno prema posebnim zahtjevima kod rezervoara i tlačnih posuda u strojogradnji i gradnji kotlova (dimnjaka).

*skupina C* - zavari srednje kvalitete (3. razred kvalitete); izabire se pri srednjim iznosima opterećenja gdje lom zavara ne uzrokuje ispad glavne funkcije stroja ili naprave, i pri srednje velikim iznosima dinamičkih opterećenja (npr. potpore, određeni dijelovi kućišta, kućišta ležajeva, itd.)

*skupina D* - zavari niske kvalitete (4. razred kvalitete); izabire se pri manjim opterećenjima, gdje lom zavara nema bitnih posljedica, i pri statičkim i manjim dinamičkim opterećenjima (npr. uređaji, sanduci, ograde, itd.)

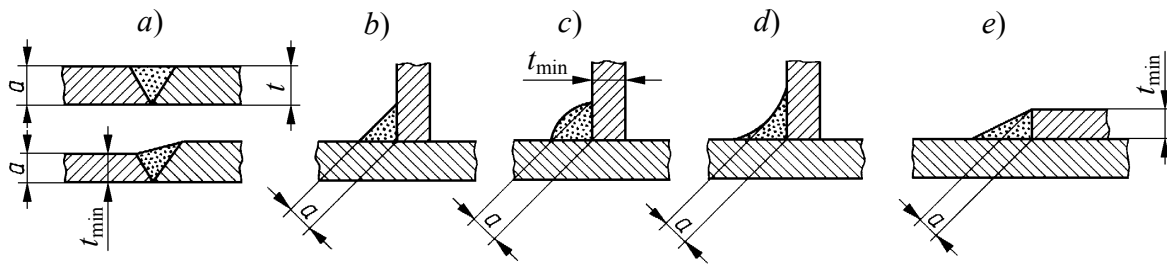
## 2.4 PRORAČUN ČVRSTOĆE ZAVARENIH SPOJEVA

Proračun čvrstoće zavarenih spojeva izvodi se prema osnovnim izrazima čvrstoće. Pri tome se uspoređuju radna naprezanja s dopuštenim naprežanjima u zavaru. Proračun zavarenih spojeva u općoj strojogradnji nije propisan standardom, pa se naprezanja računaju slično kao u gradnji čeličnih konstrukcija, kako je to propisano evropskim standardom ENV 1993-1-1.

Posebnu pozornost treba posvetiti pravilnom određivanju sila i momenata, koji opterećuju zavareni spoj. Pri udarnim opterećenjima, stohastički (slučajno) opterećenih konstrukcijskih dijelova, te u slučajevima kada su opterećenja samo približno poznata, potrebno je pri proračunu zavarenih spojeva u općoj strojogradnji uzeti u obzir vrijednost opterećenja koja se određuje po izraza(1.2).

U proračunu čvrstoće zavarenih spojeva zavari se smatraju samostalnim elementima, u čemu se određuju radna naprezanja u pojedinim kritičnim presjecima zavara. Kod sučeonih zavara to je okomit presjek zavara uzduž njegove osi, slika 2.32a, a kod kutnih zavara to su priključne ravnine zavara na spajanim dijelovima, slika 2.32b.

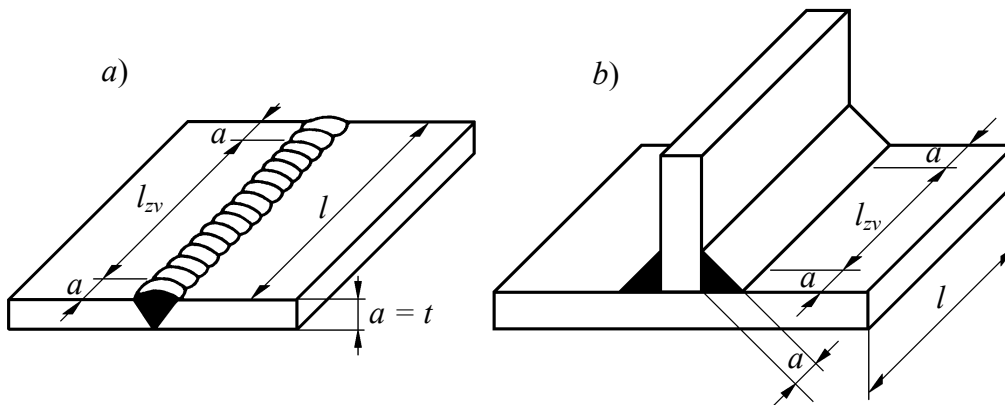
Kod proračuna je najvažnije pravilno određivanje ukupne nazivne nosive površine zavara  $A_{zv} = \Sigma a \cdot l_{zv}$ , gdje je  $a$  računaska debljina i  $l_{zv}$  nosiva dužina pojedinog zavara u zavarenom spoju koji prenosi vanjska opterećenja.



**Slika 2.32:** Računska debljina zavara

- a) sučeoni zavar b) sučeoni kutni zavar c) izbočeni kutni zavar  
d) udubljeni kutni zavar e) raznostranični kutni zavar

Kod sučeonih zavara računaska debljina  $a$  zavara jednaka je debljini dijelova koji se zavaruju ( $a=t$ ), odnosno debljini najtanjeg dijela u spoju različito debelih dijelova ( $a = t_{min}$ ), slika 2.32a. Kod kutnih zavara za računsku debljinu zavara uzima se visina istokračnog trokuta ucrtanog u poprečni presjek zavara, slika 2,32 b,c,d i e. U izboru potrebne debljine kutnih zavara koristi se nejednadžba (2.1)



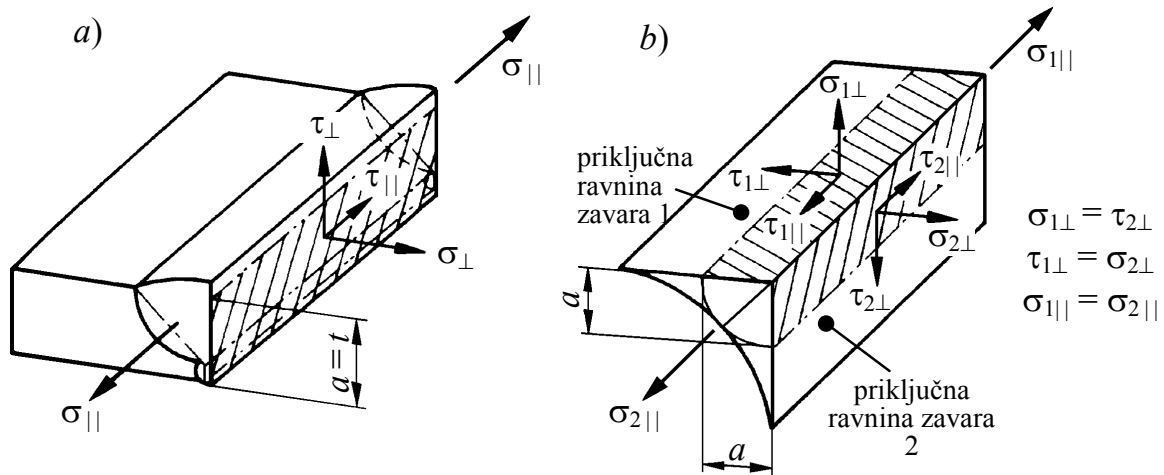
**Slika 2.33:** Računska dužina zavara  $l_{zv}$

- a) sučeoni zavar b) kutni zavar

Za nosivu dužinu zavara  $l_{zv}$  uzima se dužinu na kojoj zavar ima punu debljinu  $a$ . Ako se zavaruje s produžnom pločicom, slika 2.10, puna debljina zavara je po cijeloj dužini spoja  $l$  i vrijedi  $l_{zv} = l$ . Kod zavarivanja bez dodatka na početku i kraju zavara ne postiže se puna debljinu, i mora se cijelu dužinu zavara  $l$  smanjiti na svakoj strani za po jednu debljinu zavara  $a$ , slika 2.33. Stoga je

u tom primjeru nosiva dužina zavora  $l_{zv} = l - 2a$ . Kod kružnih zavora smatra se da je debljina zavora po cijelom obodu jednaka. Nastalu šupljinu u zavaru na krajevima zavarivanja je potrebno popuniti navarivanjem. Općenito vrijedi, da je dužina zavora u granicama

$$\max(6a, 40 \text{ mm}) \leq l_{zv} \leq 150a. \quad (2.3)$$



**Slika 2.34:** Kritični presjeci i osnovna naprezanja u zavaru  
a) sučeoni zavar b) kutni zavar

Pod djelovanjem vanjskih opterećenja u priključnim ravninama sučeonih i kutnih zavora mogu nastati različita naprezanja, slika 2.34:

- $\sigma_{\perp}$  – normalno naprezanje, koje djeluje okomito na računsku ravninu zavora
- $\sigma_{||}$  – normalno naprezanje, koje djeluje okomito na poprečni presjek zavora,
- $\tau_{\perp}$  – smično naprezanje, koje djeluje u računskoj ravnini okomito na dužinu zavora i nastoji zavar smično prekinuti po debljini,
- $\tau_{||}$  – smično naprezanje, koje djeluje u računskoj ravnini uzduž zavora i nastoji zavar smično prekinuti po dužini.

Kod **kutnog zavora** potrebno je uzeti u obzir da je normalno naprezanje  $\sigma_{\perp}$  na jednoj priključnoj ravnini jednako poprečnom smičnom naprezanju  $\tau_{\perp}$  na drugoj priključnoj ravnini  $\tau_{\perp} = \sigma_{\perp}$  i obratno, slika 2.34. Uzdužna smična i normalna naprezanja  $\tau_{||}$  i  $\sigma_{||}$  su jednaka na objema priključnim ravninama.

### 2.4.1 Tlačna, vlačna i smična opterećenja zavarenih spojeva

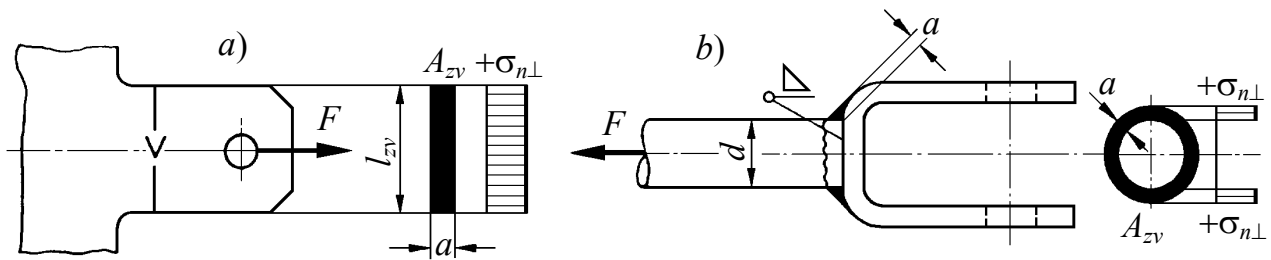
Za vlačno, tlačno ili smično (poprečno i uzdužno) opterećenje zavarenih spojeva silom  $F$ , koje uzrokuje pojedino stanje naprezanja, određuju se pripadajuća naprezanja po izrazu:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{n\perp} \\ \tau_{s\perp} \\ \tau_{s||} \end{array} \right\} = \frac{F}{A_{zv}} \leq \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\perp, zv \text{ dop}} \\ \tau_{zv \text{ dop}} \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$\sigma_{n\perp}$  [N/mm<sup>2</sup>] normalno vlačno/tlačno naprezanje okomito na računsku ravninu zavora, slika 2.35

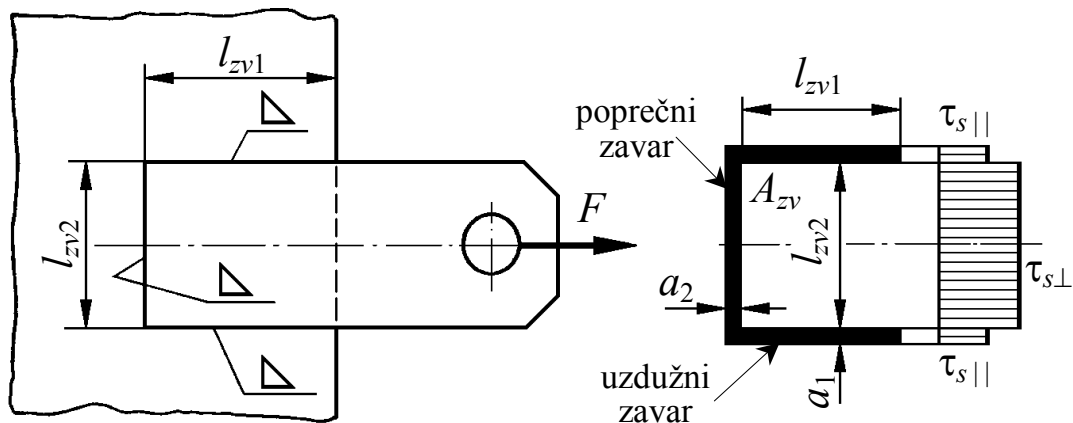
$\tau_{s\perp}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	smično naprezanje poprečno na dužinu zavara, slika 2.36
$\tau_{s\parallel}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	smično naprezanje uzduž zavara, slika 2.36
$F$	[N]	sila opterećenja
$A_{zv}$	[mm <sup>2</sup> ]	računski presjek zavara; $A_{zv} = \Sigma a \cdot l_{zv}$
$\sigma_{\perp,zv,dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno normalno naprezanje zavara, Tabela 2.9 i izrazi (2.21), (2.22)
$\tau_{zv,dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno smično naprezanje zavara, Tabela 2.9 i izrazi (2.21), (2.22)

Slika 2.35 prikazuje primjer vlačnog opterećenja sučeonog i kutnog zavarenog spoja. Kod kutnog zavarenog spoja potrebno je uzeti u obzir, da pod opterećenjem vlačnom silom  $F$  nastaju vlačna naprezanja  $\sigma_{n\perp}$  na normalnoj priključnoj ravnini i istovremeno poprečna smična naprezanja  $\tau_{s\perp}$  na poprečnoj priključnoj površini. **Oba se naprezanja provjeravaju posebno.**



**Slika 2.35:** Vlačno opterećeni zavareni spojevi  
a) sučeoni zavar b) kutni zavar

Slika 2.36 prikazuje primjer istovremeno smično opterećenih uzdužnih i poprečnih kutnih zavara. Pod opterećenjem, u uzdužnim zavarima dužine  $l_{zv1}$  pojavljuju se uzdužna smična naprezanja  $\tau_{s\parallel}$ , a u poprečnom zavaru  $l_{zv2}$  nastaju poprečna smična naprezanja  $\tau_{s\perp}$ . Naprezanja se računaju kao jednakovrijedna. Prema izrazu (2.4) izračuna se ukupno smično naprezanje tako da se u prikazanom primjeru odredi noseća površina  $A_{zv} = \Sigma a \cdot l_{zv} = 2 a_1 \cdot l_{zv1} + a_2 \cdot l_{zv2}$ . Ako je u prikazanom primjeru  $l_{zv1} > 1,5 \cdot l_{zv2}$ , nosivost poprečnog zavara u proračunu ne uzima se u obzir.



**Slika 2.36:** Smično opterećeni zavareni spoj

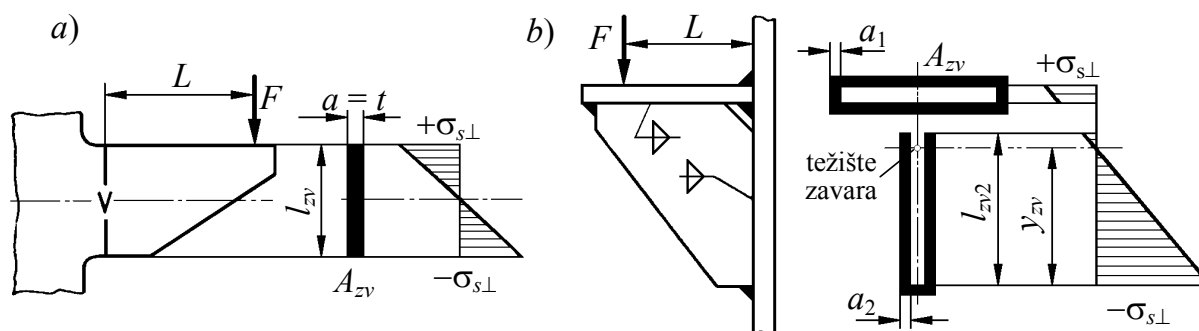
U primjeru opterećenja uzdužnog zavara uzdužnom silom  $F$  (bez momenta savijanja), normalno uzdužno naprezanje  $\sigma_{\parallel}$  u poprečnom presjeku zavara jednako je normalnom napreznju u samom konstrukcijskom dijelu:

$$\sigma_{\parallel} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{zv,dop} \quad (2.5)$$

$A$  [mm<sup>2</sup>] računski presjek cijelog konstrukcijskog dijela  
 $\sigma_{zv,dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno normalno naprezanje zavara, Tabela 2.9 i izrazi (2.21), (2.22)

## 2.4.2 Opterećenje savijanjem zavarenih spojeva

U slučaju opterećenja zavara momentom savijanja  $M_s$  određuje se najveće normalno naprezanje od savijanja u zavarenom spoju po izrazu, slika 2.37:



**Slika 2.37:** Zavareni spojevi opterećeni savijanjem  
a) sučeoni zavar b) kutni zavar

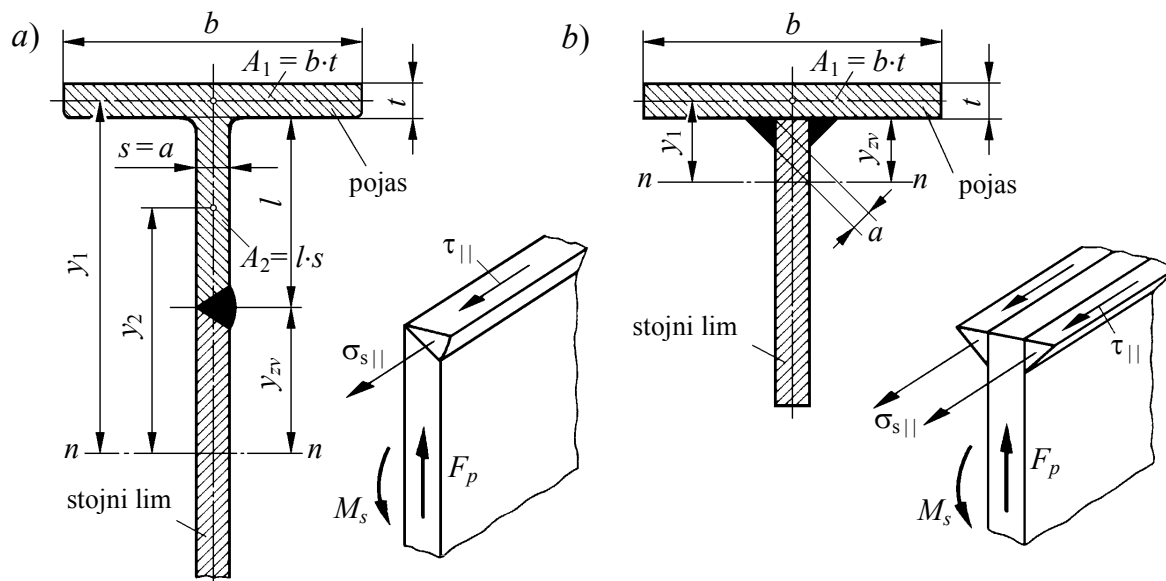
$$\sigma_{s,\perp} = \frac{M_s}{I_{zv}} \cdot y_{zv} \leq \sigma_{\perp,zv,dop} \quad (2.6)$$

$M_s$  [Nmm] moment savijanja okomit na računsku ravninu zavara;  $M_s = F \cdot L$   
 $I_{zv}$  [mm<sup>4</sup>] moment inercije računске površine zavarenog priključka  
 $y_{zv}$  [mm] udaljenost zavara od težišnice zavarenog priključka  
 $\sigma_{\perp,zv,dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno normalno naprezanje zavara, Tabela 2.9, izrazi (2.21), (2.22)

Kod uzdužnih zavara opterećenih na savijanje (Slika 2.38) nastaju naprezanja od savijanja  $\sigma_{s,\parallel}$  koja su jednaka napreznjima savijanja dijelova konstrukcije i ona se na mjestu najvećeg momenta savijanja uzduž zavara određuju po izrazu:

$$\sigma_{s,\parallel} = \frac{M_s}{I} \cdot y_{zv} \leq \sigma_{zv,dop} \quad (2.7)$$

$M_s$  [Nmm] uzdužni moment savijanja zavara  
 $I$  [mm<sup>4</sup>] moment inercije poprečnog presjeka zavarenog nosača  
 $y_{zv}$  [mm] udaljenost zavara od težišnice presjeka zavarenog nosača  
 $\sigma_{zv,dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno normalno naprezanje zavara, Tabela 2.9, izrazi (2.21), (2.22).



Slika 2.38: Savojno opterećeni uzdužni zavareni spojevi zavarenih profila  
a) sučeoni zavar b) kutni zavar

Uzdužna naprezanja od savijanja obično nisu kritična, pa ih se u praksi rijetko provjerava. Kritična su uzdužna smična naprezanja u računskim ravninama zvara, koja se pojavljuju zbog savijanja zavarenih nosača, slika 2.38. Ta se naprezanja moraju provjeriti na mjestu najvećih poprečnih sila uzduž zvara po izrazu:

$$\tau_{||} = \frac{F_p \cdot H}{I \cdot \Sigma a} \leq \tau_{zv, dop} \quad (2.8)$$

$\tau_{  }$	[N/mm <sup>2</sup> ]	uzdužno smično naprezanje u zvaru, slika 2.38
$F_p$	[N]	poprečna sila u promatranom presjeku
$H$	[mm <sup>3</sup> ]	statički moment poprečnog presjeka zavarenog nosača nad računskom površinom zvara $H = y_1 \cdot A_1 + y_2 \cdot A_2$ za uzdužni sučeoni zavar, slika 2.38a $H = y_1 \cdot A_1$ za uzdužni kutni zavar, slika 2.38b
$I$	[mm <sup>4</sup> ]	moment inercije poprečnog presjeka zavarenog nosača
$\Sigma a$	[mm]	ukupna debljina svih uzdužnih zvara $\Sigma a = a$ za uzdužni sučeoni zavar, slika 2.38a $\Sigma a = 2a$ za uzdužni dvojni kutni zavar, slika 2.38b
$\tau_{zv, dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno smično naprezanje zvara, Tabela 2.9 i izrazi (2.21), (2.22).

### 2.4.3 Torzijska opterećenja zavarenih spojeva

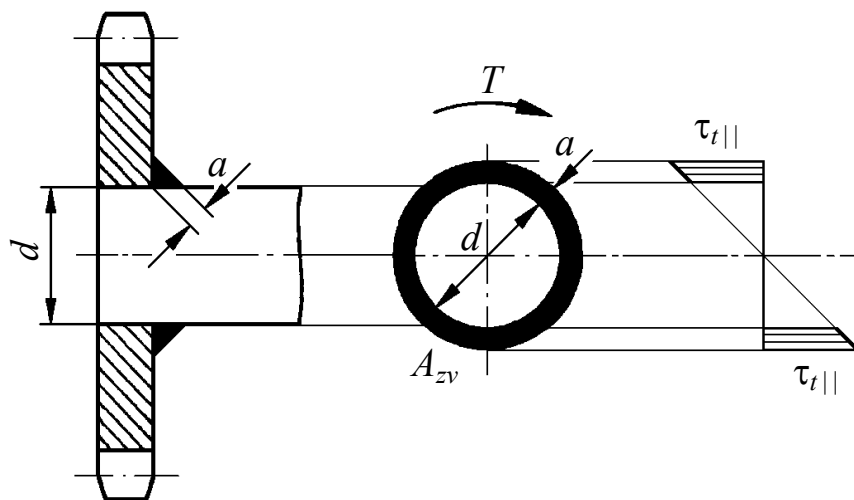
Pri torzijskim opterećenjima kružnih zavarenih spojeva (obično kutni zavar) pojavljuju se na priključnim ravninama smična torzijska naprezanja, koja djeluju u obodnom smjeru zvara. Jednostavni torzijski opterećeni kružni zavareni spojevi, slika 2.39, provjeravaju se po izrazu:

$$\tau_{t||} = \frac{T}{W_{tzv}} \leq \tau_{zv, dop} \quad (2.9)$$

$\tau_{t  }$	[N/mm <sup>2</sup> ]	tangencijalno naprezanje od torzije uzduž zvara, slika 2.39
$T$	[Nmm]	moment torzije zvara
$W_{tzv}$	[mm <sup>3</sup> ]	polarni moment otpora računске površine zvara;

$$W_{I_{zv}} = \frac{(d + 2a)^3 \pi}{16} \left[ 1 - \left( \frac{d}{d + 2a} \right)^4 \right]$$

$\tau_{zv,dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno smično naprezanje zavara, Tabela 2.9 i jednačbe (2.21), (2.22)



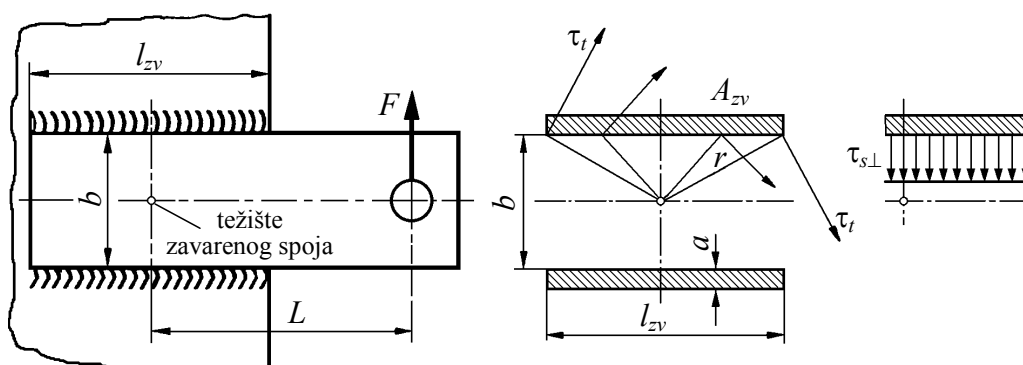
Slika 2.39: Torzijski opterećen kružni zavareni spoj

Treba provjeriti i smično naprezanje uzduž zavara:

$$\tau_s = \frac{F_o}{A_{zv}} \cong \frac{2T/d}{\pi a(d+a)} \leq \tau_{zv,dop} \quad (2.10)$$

Općenito, kod torzijski opterećenih zavarenih spojeva (obično s ravnim kutnim zavarima) tangencijalna naprezanja  $\tau_t$  nisu raspoređena jednakomjerno po površini zavara, nego su najveća u vlaknima materijala najudaljenijima od težišta zavarenog priključka, slika 2.40. Njihova raspodjela aproksimira se kao proporcionalna s udaljenošću  $r$  od težišta i računa se po izrazu:

$$\tau_t \cong \frac{T}{I_{t,zv}} \cdot r \quad (2.11)$$



Slika 2.40: Torzijski opterećen zavareni spoj s ravnim i kutnim zavarima



Pri tome je potrebno uzeti u obzir da se zbog djelovanja sile  $F$  u zavaru pojavljuju i poprečna smična naprezanja  $\tau_{s\perp}$ , koja se moraju dodati smičnim naprezanjima od torzije  $\tau_t$ . Zato se čvrstoća provjerava prema izrazu

$$\tau_{\perp} = \tau_t + \tau_{s\perp} \leq \tau_{zv,dop} \quad (2.12)$$

### 3 VIJČANI SPOJEVI

Vijčani spojevi spadaju u rastavljive spojeve, a pored spajanja, koriste se za brtvljenje, zatezanje, regulaciju, mjerenje i prijenos gibanja. Osnovni elementi vijčanog spoja su *vijak* i *matica*, pri čemu vijak ima *vanjski navoj*, a matica odgovarajući *unutarnji navoj*. Matica može u vijčanom spoju biti samostalan dio, ili je zamjenjuje dio spajanog strojnog dijela, u kojemu onda treba izraditi unutarnji navoj. Obzirom da su vijak i matica najčešće korišteni strojni dijelovi na svim područjima tehnike, njihov oblik, veličina i materijal su standardizirani.

Vijčani spojevi se mogu općenito razvrstati u sljedeće skupine:

- *Nosivi vijčani spojevi*. Najčešći su, a koriste se za pričvršćivanje rastavljivih strojnih dijelova koji su izloženi raznovrsnim opterećenjima. Izvode se sa ili bez prednaprezanja.
- *Dosjedni vijčani spojevi*. Koriste se za pričvršne, rastavljive veze raznih strojnih dijelova dosjednim vijcima, koji dobro podnose smična opterećenja i istovremeno centriraju spajane dijelove. Češće se izvode bez negoli sa prednaprežanjem.
- *Pokretni navojni spojevi*. Namijenjeni su za prijenos i pretvorbu kružnog gibanja u pravocrtno, ili obrnuto. S njima se postižu velike aksijalne sile za narinute male obodne sile, npr. kod vijčanih vretena alatnih strojeva, u vijčanim dizalicama i sl.
- *Vijčani spojevi za zatezanje*. Koriste se kod zatega s jednim ili dva vijka. Kod zatega sa dva vijka jedan vijak ima lijevi, a drugi desni navoj.
- *Brtveni vijčani spojevi*. Namjena im je zatvaranje ulaznih i izlaznih otvora posebno oblikovanim vijcima, npr. kod kliznih ležajeva, u rezervoarima i sl.
- *Diferencijalni vijčani spojevi*. Koriste se za podešavanje raznih naprava, te kod regulacije ventila.
- *Mjerni vijčani spojevi*. Služe za mjerenje dužina kod mehaničkih mjerila.

Prednosti vijčanih spojeva su sljedeće:

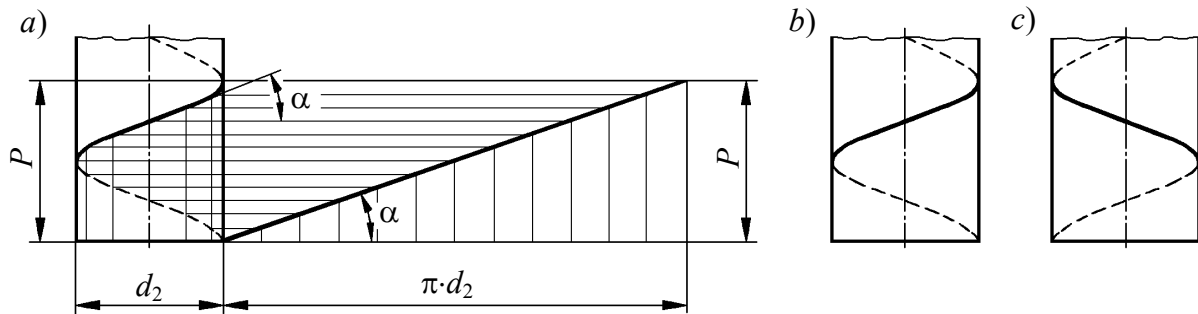
- mogu se međusobno spajati svi materijali,
- vijčani spoj se može proizvoljno rastaviti i ponovno sastaviti bez bitnih posljedica za spajane dijelove,
- visoki stupanj standardizacije vijaka i matica osigurava niske troškove nabave i jednostavnu zamjenu,
- nosivost vijčanog spoja proporcionalna je veličini i kvaliteti korištenog vijka i navoja,
- vijčani spojevi vrlo dobro podnose dinamička opterećenja.

Nedostaci vijčanih spojeva su:

- slabljenje presjeka spajanih dijelova i veliko zarezno djelovanje zbog uzdužnog provrta ili provrta s navojem.
- visoka koncentracija naprezanja na mjestima nalijeganja glave vijka ili matice na površinu spajanih dijelova.
- neprestana napregnutost u okolini prednapregnutih vijčanih spojeva.

### 3.1 ZAVOJNICA I NAVOJ

*Navoj* je osnovni dio vijka i matice preko kojega se prenose spojne sile. Temelj navoja je zavojnica. *Zavojnica* je krivulja koja se dobije obavljanjem kosog pravca oko cilindra promjera  $d_2$ , slika 3.1.a. Ako se kosi pravac obavlja oko stošca dobije se *konusna zavojnica*. Smjer obavljanja pravca može biti lijevi ili desni, pa se razlikuju lijeva i desna zavojnica. Desna zavojnica se dobije obavljanjem pravca oko rotacijskog tijela u smjeru kazaljke na satu, slika 3.1.b, dok se lijeva zavojnica dobije obavljanjem u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, slika 3.1.c.



**Slika 3.1:** Zavojnica

a) nastanak zavojnice b) desna zavojnica c) lijeva zavojnica

Ako se oko valjka obavlja dvije ili više paralelnih zavojnica dobije se *dvovojna* ili *viševojna* zavojnica. Udaljenost između dvije točke iste zavojnice koje leže na istoj osi naziva se *visina zavoja* ili *korak zavojnice*  $P$ . Dio zavojnice između tih točaka je jedan *zavoj*. Kut nagiba obavijenog pravca, koji je jednak kutu između tangente zavojnice i normalne ravnine na njezinu os, naziva se *kut uspona zavojnice*, te, prema slici 3.1, za njega vrijedi:

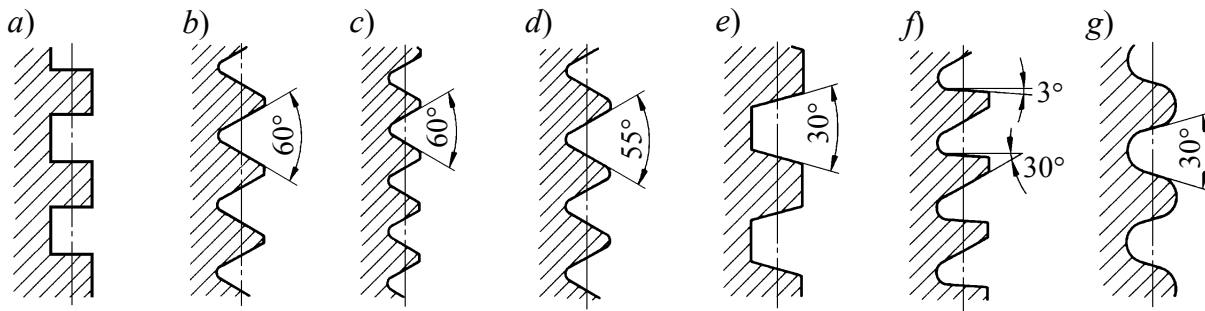
$$\tan \alpha = \frac{P}{\pi \cdot d_2} \quad (3.1)$$

$\alpha$	[°]	kut uspona zavojnice (navoja)
$P$	[mm]	korak zavojnice (navoja)
$d_2$	[mm]	promjer zavojnice (srednji promjer navoja)

*Navoj* nastaje gibanjem geometrijskog tijela određenog profila po zavojnici. Obzirom da se razlikuje lijeva i desna zavojnica, razlikuje se *desni* i *lijevi navoj*. Navoj koji se obavlja po vanjskoj plohi valjka naziva se *vanjski navoj*, a navoj koji se obavlja po unutarnjoj plohi cilindrične šupljine naziva se *unutarnji navoj*. *Vijak* je svaki strojni dio koji ima vanjski navoj, a *matica* je dio koji ima unutarnji navoj. Kako bi se vijak mogao spojiti s maticom, navoji vijka i matice moraju biti usklađeni. Glavna dimenzija navoja je nominalan promjer navoja. *Nominalan promjer navoja* je uvijek vanjski promjer navoja, te je označen s  $d$  za vijke i  $D$  za matice.

#### 3.1.1 Vrste navoja

Profili navoja dijele na *plosnate* i *trokutaste*. Profil plosnatog navoja, slika 3.2a, je kvadrat zato se takav navoj naziva i *kvadratni navoj*, slika 3.2a. Navoji kojima je teorijski profil trokut dijele se na više vrsta: metrički navoj, cjevasti (Whithworthov) navoj, trapezni navoj, pilasti navoj, obli navoj itd., slike 3.2b do g.



**Slika 3.2:** Osnovni profili navoja

a) kvadratni navoj b) metrički normalni navoj c) metrički fini navoj d) cjevasti (Withworthov) navoj  
e) trapezni navoj f) pilasti navoj g) obli navoj

**Metrički navoj s trokutastim ISO profilom.** Ima teorijski profil istostraničnog trokuta s kutom profila navoja  $2\beta = 60^\circ$ , slika 3.2b i c, tabela 3.1. Razlikuju se *normalni* i *fini metrički navoji*. Normalni metrički navoji se najviše upotrebljavaju u općoj strojogradnji, a prvenstveno kod pričvrstnih vijaka i matica. Fini metrički navoji koriste se u slučajevima kada se traži što manje slabljenje elemenata vijčanog spoja, velika sigurnost od odvijanja, mali i točni pomaci vijka ili matice u aksijalnom smjeru itd. Osnovni profil navoja vijaka s metričkim navojem standardiziran je prema ISO 261, a dimenzije navoja prema ISO 724, odnosno DIN 13 T1 (normalni navoj) i DIN 13 T12 (fini navoj). tabela 3.1 navodi neke vrijednosti metričkih navoja koji se pretežno koriste u općoj strojogradnji. Navoji su podijeljeni u tri reda prioriteta. Prvenstveno se koriste navoji prvog reda prioriteta, u posebnim slučajevima navoji drugog reda prioriteta, a samo iznimno trećeg. Normalni metrički navoji označavaju se slovom M i nominalnim promjerom navoja  $d$  u mm, npr. M 20. Kod finih metričkih navoja uz oznaku se još dodaje i veličina koraka  $P$  u mm, npr. M 20  $\times$  1,5. Ako se radi o lijevom navoju, oznaci navoja dodaje se i međunarodna oznaka LH (left-hand), npr. M 20 X 1,5 LH.

**Cjevasti navoj** (Whithworthov navoj) ima teorijski profil jednak istokračnom trokutu s kutom profila navoja  $2\beta = 55^\circ$ , Slika 3.2d. Profil navoja zaobljen je na tjemenu i u korijenu navoja, te je standardiziran prema ISO 228, DIN 2999 i DIN 3858. Zbog mogućnosti dobrog brtvljenja upotrebljavaju se za spajanje cijevi vodovodnih ili plinskih instalacija i raznih armatura. Nominalni promjer cjevastog navoja slaže se s unutarnjim promjerom cijevi. Označuje se slovom R i nominalnim promjerom u colima, npr. R 1/2". Aksijalni profil i dimenzije cjevastih navoja dani su u navedenim standardima i raznim priručnicima.

**Trapezni navoj.** Osnovica trapeznog navoja je istokračan trokut s kutom profila  $2\beta = 30^\circ$ , a teorijski profil mu je trapez, slika 3.2e, tabela 3.2. Trapezni navoj zamjenjuje nekada često korišten kvadratni navoj, jer se zbog automatskog centriranja vijak s trapeznom navojem lakše pomiče nego vijak s kvadratnim navojem. Najviše se koristi za pokretne navojne spojeve, npr. vretena u dizalima, škripcima, prešama i sl. Oblik trapeznog navoja standardiziran je prema ISO 2901, a osnovne dimenzije prema ISO 2902 i DIN 103. Standardi razvrstavaju navoje prema nominalnom promjeru navoja  $d$  u tri reda prioriteta, pri čemu navode za svaki nominalan slučaj preporučene i moguće korake navoja  $P$ . U tabeli 3.2. navedene su dimenzije najčešće korištenih trapeznih navoja u općoj strojogradnji. Trapezni navoj označava se slovima Tr, te nominalnim promjerom navoja  $d$  i korakom navoja  $P$  u mm, npr., Tr 20  $\times$  4.

## 3.2 ODNOS SILA I DEFORMACIJA U PREDNAPREGNUTIM VIJČANIM SPOJEVIMA

Sadržaj ovog poglavlja ograničen je na čelične vijke i matice, kojima se spajaju metalni strojni dijelovi u općoj strojogradnji. Radi jednostavnijeg prikaza odnosa u prednapregnutim vijčanim spojevima, najprije je određena rastezljivost vijaka i spajanih strojnih dijelova, a zatim su obrađeni pojedini primjeri opterećenja koji se mogu pojaviti kod ovih vijčanih spojeva.

### 3.2.1 Krutost vijaka i spajanih strojnih dijelova

Prema Hookeovom zakonu, za strojne dijelove konstantnog presjeka  $A$  opterećene s vlačnom/tlačnom silom  $F$ , njihov koeficijent krutosti  $C$  (češće nazivan "krutost"), definiran kao omjer sile  $F$  i duljinske deformacije  $\Delta l$ , određuje se prema izrazu:

$$C = \frac{E \cdot A}{l} \quad (3.2)$$

$C$	[N/mm]	krutost elementa
$\Delta l$	[mm]	promjena dužine (+rastezanje, -skraćenje)
$l$	[mm]	dužina prije deformacije
$E$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul elastičnosti materijala, tabela 1.5
$A$	[mm <sup>2</sup> ]	površina poprečnog presjeka

Vijci obično po dužini imaju različite presjeka  $A_i$  različitih dužina  $l_i$ , slika 3.13a, dakle promjenljivu krutost  $C_{vi}$ . Prilikom određivanja ukupne krutosti vijka  $C_V$  mora se, osim krutosti tijela vijka uzimati u obzir i krutost sudjelujućih dijelova glave vijka  $\delta_G$  i dijela vijka  $\delta_U$  i matice  $\delta_M$  koji se uvrće (ili dijela u kojega je vijak uvrnut), koji također podnose opterećenje, te se pri tome elastično deformiraju. Budući da se dijelovi vijka različitih presjeka različito deformiraju, a ukupna deformacija je jednaka zbroju deformacija pojedinih dijelova, *krutost vijka*  $C_V$  dobije se iz:

$$\frac{1}{C_V} = \sum_i \frac{1}{C_{vi}} = \sum_i \frac{l_i}{E_V A_i} = \frac{1}{E_V} \left( \frac{l_G}{A_d} + \frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} + \dots + \frac{l_s}{A_s} + \frac{l_U}{A_U} + \frac{l_M}{A_d} \right) \quad (3.3)$$

$C_{vi}$	[N/mm]	krutost pojedinog dijela tijela vijka s konstantnim presjekom $A_i$
$E_V$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul elastičnosti materijala vijka, tabela 1.7
$A_d$	[mm <sup>2</sup> ]	površina sudjelujućeg presjeka glave vijka i matice; $A_d \approx \pi \cdot d^2 / 4$
$l_i$	[mm]	dužine pojedinih dijelova tijela vijka s konstantnim presjekom $A_i$
$A_i$	[mm <sup>2</sup> ]	površina pojedinih presjeka tijela vijka dužine $l_i$
$l_s$	[mm]	dužina tijela vijka s neuvrnutim dijelom navoja
$A_s$	[mm <sup>2</sup> ]	presjek naprezanja navoja vijka
$l_U$	[mm]	dužina sudjelujućeg volumena dijela vijka uvrnutog u maticu; $l_U \approx 0,5 \cdot d$
$A_U$	[mm <sup>2</sup> ]	površina jezgre navoja vijka uvrnutog u maticu; $A_U \approx A_3$ ,
$l_M$	[mm]	visina sudjelujućeg volumena matice; $l_M \approx 0,4 \cdot d$
$d$	[mm]	nominalni promjer navoja.

*Produženje vijka* pod utjecajem sile u vijku  $F_V$  može se jednostavno odrediti prema izrazu (3.2) kao:

$$\Delta l_V = \frac{F_V}{C_V} \quad (3.4)$$

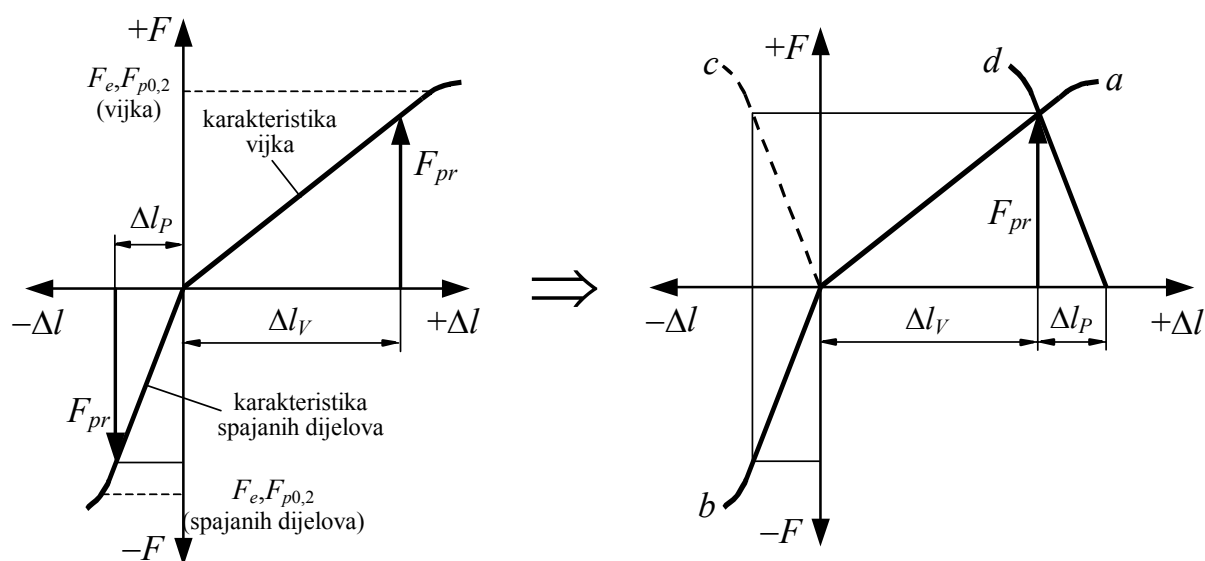
$\Delta l_V$	[mm]	promjena dužine vijka
$F_V$	[N]	aksijalna sila u vijku
$C_V$	[N/mm]	krutost vijka, izraz (3.3)

Teže je odrediti elastičnosti spajanih strojnih dijelova (podloge), s obzirom da se deformira, tj. učestvuje u prenošenju opterećenja, samo dio njihovog volumena koji je približno oblika krnjeg stošca, slika 3.13b. Radi praktičnijeg izračuna, praksa je da se ovaj volumen aproksimira zamjenskim šupljim cilindrom vanjskog promjera  $D_P$ , unutarnjeg promjera  $d_0$  i presjeka  $A_P$ . U najčešćem slučaju, kada je najveći promjer volumena koji prenosi opterećenje  $D_V \geq d_s$ , veličina presjeka zamjenskog valjka tlačno opterećenih volumena spajanih dijelova određuje se izrazom:

### 3.2.2 Neopterećeni prednapregnuti vijčani spoj

Nakon pritezanja vijčanog spoja, spajani dijelovi se skraćuju  $\Delta l_P$ , a istovremeno se vijak rasteže za  $\Delta l_V$ , uslijed reakcijske sile prednapreznja  $F_{pr}$ , kojom podloga djeluje na maticu, a ova preko svog navoja na navoj vijka. Zbog toga aksijalna sila u vijku iznosi  $F_V = F_{pr}$ . Istovremeno su zbog ravnoteže spajani dijelovi međusobno pritisnuti jednako velikom silom brtvljenja  $F_B = F_{pr} = F_V$ . Prema izrazu (3.4.) rastezanje vijka pri ovoj sili iznosi  $\Delta l_V = F_{pr}/C_V$ , a prema izrazu (3.7) podloga se skraćuje za  $\Delta l_P = F_{pr}/C_P$ .

Proces deformacije prednapregnutog vijčanog spoja može se bolje opisati dijagramom deformacije prednapregnutog vijčanog spoja (Slika 3.14) u kojega se ucrtavaju karakteristike vijka (linija a) i spajanih dijelova (linija b), odnosno omjer između sile  $F$  i deformacije  $\Delta l$  za pojedini element. Karakteristike, odnosno elastičnosti spajanih strojnih dijelova i vijka su različite, radi čega je rastezanje vijka, uz istu silu prednapreznja  $F_{pr}$ , različito od skraćenja podloge, te u pravilu vrijedi  $\Delta l_V \neq \Delta l_P$ . Radi lakšeg daljnjeg razmatranja procesa u prednapregnutom vijčanom spoju, karakteristika podloge se pomiče iz položaja c u položaj d, slika 3.14.

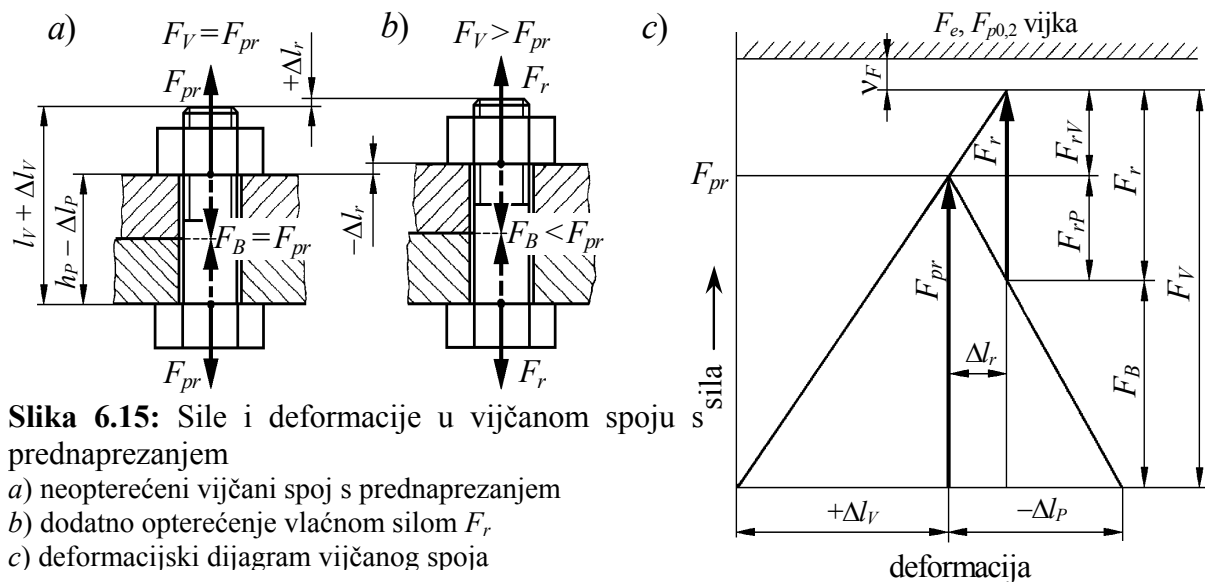


Slika 3.14: Deformacijski dijagram neopterećenog prednapregnutog vijčanog spoja

### 3.2.3 Prednapregnuti vijčani spoj opterećen statičkom aksijalnom radnom silom

Odnose u prednapregnutom vijčanom spoju, dodatno opterećenom statičkom aksijalnom radnom silom  $F_r$ , najlakše je pojasniti ako se najprije pretpostavi da je hvatište radne sile na vanjskoj površini spajanih strojnih dijelova, (vidi potpoglavlje 3.5.6), što je u praksi vrlo rijetko.

Na slici 3.15 dan je prikaz sile i deformacija prednapregnutog (pritegnutog) vijčanog spoja, neopterećenog vanjskim opterećenjem. Pod djelovanja statičke vlačne radne sile  $F_r$ , vijak je dodatno vlačno opterećenjem zbog čega je sila u vijku  $F_V > F_{pr}$ , a istovremeno se pritezani dijelovi rasterećuju po čitavoj debljini. Radnu silu  $F_r$  vijak ne preuzima u cijelosti, nego se ona dijeli na dodatnu silu u vijku  $F_{rV}$ , koja uzrokuje dodatno rastezanje vijka  $\Delta l_r$ , te na rasterećivanje spajanih dijelova  $F_{rP}$ , koje uzrokuje smanjenje skraćenja za  $\Delta l_r$  i slabljenje sile brtvljenja  $F_B = F_{pr} - F_{rP}$ , Slika 6.15:c. Ukupna sila u vijku tako iznosi  $F_V = F_{pr} + F_{rV}$ . Nakon prestanka djelovanja radnog opterećenja, u vijčanom spoju se opet uspostavlja prvobitno stanje.



**Slika 6.15:** Sile i deformacije u vijčanom spoju s prednaprežanjem

- a) neopterećeni vijčani spoj s prednaprežanjem
- b) dodatno opterećenje vlačnom silom  $F_r$
- c) deformacijski dijagram vijčanog spoja

Prema deformacijskom dijagramu (Slika 3.15c) i izrazu (3.4) i (3.7) mogu se zapisati slijedeći odnosi sila i deformacija vijka  $C_V = F_{pr}/\Delta l_V = F_{rV}/\Delta l_r$  i pritezanih dijelova  $C_P = F_{pr}/\Delta l_P = F_{rP}/\Delta l_r$ , iz čega slijedi, uzimajući u obzir  $F_r = F_{rV} + F_{rP}$ , da *dodatna sila u vijku* iznosi:

$$F_{rV} = F_r \frac{1}{1 + C_P/C_V} = F_r \Phi \quad (3.8)$$

$F_{rV}$	[N]	dodatno aksijalno opterećenje vijka
$F_r$	[N]	statično aksijalno radno opterećenje prednapregnutog vijčanog spoja
$C_P$	[N/mm]	krutost spajanih strojnih dijelova, izraz (3.6)
$C_V$	[N/mm]	krutost vijka, izraz (3.3)
$\Phi$		omjer sila; $\Phi = F_{rV}/F_r$
		$\Phi = \Phi_F = 1/(1 + C_P/C_V)$ za hvatište radne sile na vanjskoj površini spajanih dijelova
		$\Phi = k_F \Phi_F$ za hvatište radne sile po debljini spajanih dijelova

Iz gornjih izraza vidi se kako dodatno opterećenje vijka  $F_{rV}$  opada s povećanjem krutosti spajanih dijelova  $C_P$  i smanjenjem krutosti vijka  $C_V$ . Na sličan način *sila rasterećenja spajanih strojnih dijelova*  $F_{rP}$  može se odrediti kao:

$$F_{rP} = F_r - F_{rV} = F_r \frac{1}{1 + C_p/C_v} = F_r(1 - \Phi) \quad (3.9)$$

Preostala sila brtvljenja  $F_B$  između spajanih strojnih dijelova tako iznosi:

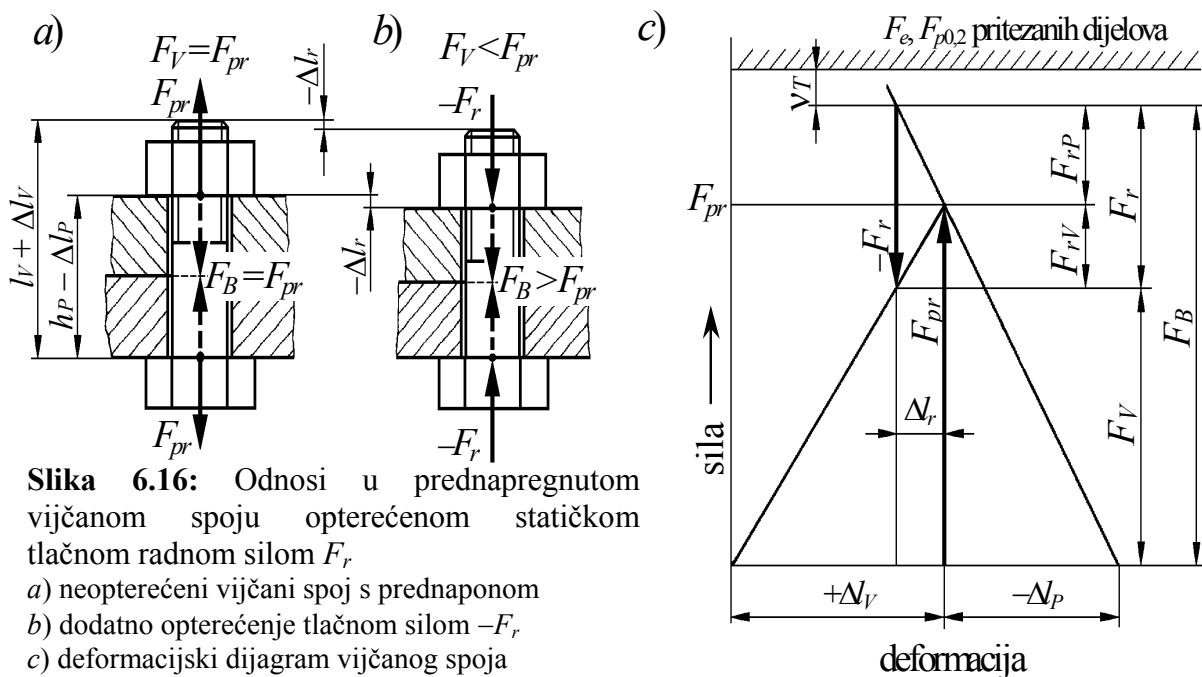
$$F_B = F_{pr} - F_{rP} = F_{pr} - F_r(1 - \Phi) \quad (3.10)$$

Ukupna sila u vijku je:

$$F_{max} = F_{pr} + F_{rV} = F_{pr} + F_r \cdot \Phi = F_B + F_r \quad (3.11)$$

$F_{max}$	[N]	cjelokupno opterećenje vijka
$F_{pr}$	[N]	sila prednaprezanja
$F_B$	[N]	sila brtvljenja između spajanih strojnih dijelova

Ukupno vlačno opterećenje vijka  $F_V$  mora, za stupanj sigurnost  $v_T$ , biti manje od opterećenja  $F_e$ , odnosno  $F_{p0,2}$ , koje odgovara granici tečenja materijala vijka, slika 3.15c. S druge strane, pod djelovanjem statičke tlačne radne sile  $F_r$ , odnosi su sasvim suprotni. Pritezani dijelovi po čitavoj su debljini dodatno tlačno opterećeni, a vijak se istovremeno rasterećuje, te je  $F_V < F_{pr}$ . Radna tlačna sila  $F_r$  dijeli se na dodatno tlačnu silu u spajanim strojnim dijelovima  $F_{rP}$ , koja uzrokuje povećanje skraćenja za  $\Delta l_r$  i povećanje sile brtvljenja  $F_B = F_{pr} + F_{rP}$ , te na rasterećenje vijka  $F_{rV}$ , koje uzrokuje smanjenje rastezanja vijka za  $\Delta l_r$ . Slike 3.16a i b. Ukupna sila u vijku tako iznosi  $F_V = F_{pr} - F_{rV}$ . Ukupno tlačno opterećenje podloge  $F_B$  mora uvijek, za određeni stupanj sigurnosti  $v_F$ , biti manje od opterećenja  $F_e$ , odnosno  $F_{p0,2}$ , koje odgovara nastajanju trajnih deformacija u pritezanim strojnim dijelovima, slika 3.16c. Nakon prestanka djelovanja radnog opterećenja, u vijčanom spoju se opet uspostavlja prvobitno stanje, slika 3.16a. Opisani odnosi vidljivi su iz deformacijskog dijagrama vijčanog spoja, slika 3.16c



**Slika 6.16:** Odnosi u prednapregnutom vijčanom spoju opterećenom statičkom tlačnom radnom silom  $F_r$   
a) neopterećeni vijčani spoj s prednaponom  
b) dodatno opterećenje tlačnom silom  $-F_r$   
c) deformacijski dijagram vijčanog spoja

### 3.2.4 Prednapregnuti vijčani spoj opterećen dinamičkom aksijalnom radnom silom

Radna sila u dinamički opterećenom prednapregnutom vijčanom spoju kreće se između najniže vrijednosti  $F_{r,\min}$  i najviše vrijednosti  $F_{r,\max}$ , pri čemu može imati pulzirajući ( $r = 0$ ), titrajni ( $r = -1$ ) ili proizvoljni ( $-1 \leq r \leq 1$ ) izmjenični karakter, 1.3.2.2. Kod strojeva rijetko, a kod metalnih konstrukcija redovito, radno opterećenje može imati i stohastički karakter.

Kod pulzirajućeg vlačnog radnog opterećenja,  $F_{r,\min} \geq 0$  i  $F_{r,\max} > 0$ , slika 3.17a, dodatno opterećenje u vijku kreće se između vrijednosti  $F_{rV\min}$  i  $F_{rV\max}$  s amplitudom:

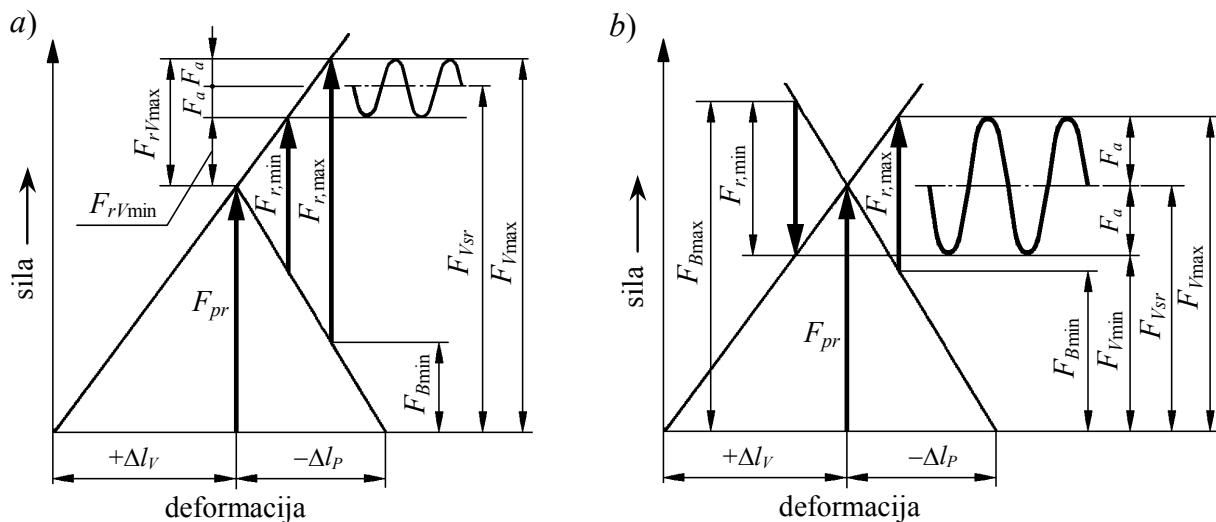
$$\pm F_a = \pm \frac{F_{rV\max} - F_{rV\min}}{2} = \frac{F_{r,\max} - F_{r,\min}}{2} \cdot \Phi \quad (3.12)$$

$F_a$	[N]	amplitudna sila u vijku
$F_{rV\max}$	[N]	najveća dodatna sila u vijku, izraz (3.8) za $F_{r,\max}$
$F_{rV\min}$	[N]	najmanja dodatna sila u vijku, izraz (3.8) za $F_{r,\min}$
$F_{r,\max}$	[N]	najveća radna sila
$F_{r,\min}$	[N]	najmanja radna sila
$\Phi$		omjer sila, izraz (3.15)

Srednje dinamičko opterećenje vijka iznosi:

$$F_{Vsr} = F_{V\max} - F_a \quad (3.13)$$

Prema izrazu (3.11) najveće opterećenje vijka iznosi  $F_{V\max} = F_{pr} + F_{rV\max}$ , dok je najmanja sila birtvljenja jednaka:  $F_{B\min} = F_{V\max} - F_{r,\max}$ .



Slika 3.17: Deformacijski dijagrami dinamički opterećenih prednapregnutih vijčanih spojeva  
a) pulzirajuće vlačno opterećenje b) naizmjenično promjenjivo opterećenje ( $r < 0$ )

Kod dinamičkog izmjeničnog radnog opterećenja,  $F_{r,\min} < 0$  i  $F_{r,\max} > 0$ , slika 3.17b, dodatno opterećenje u vijku kreće se između vrijednosti  $F_{rV\min} < 0$  i  $F_{rV\max} > 0$  s amplitudom određenom izrazom (3.12), pri čemu se dosljedno uzima u obzir negativni predznak za tlačno opterećenje  $-F_{rV\min}$ . Ukupno opterećenje vijka varira između vrijednosti  $F_{V\max} = F_{pr} + F_{rV\max} > F_{pr}$  i  $F_{V\min} = F_{pr} - F_{rV\min} < F_{pr}$  oko srednje vrijednosti, određene izrazom (3.13), gdje se ponovno uzima u

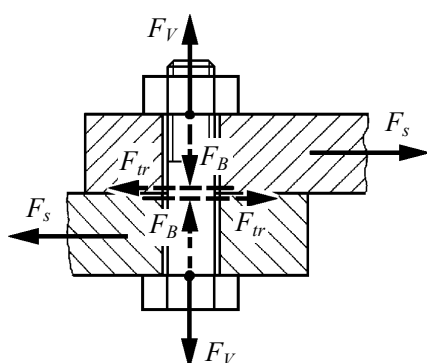


obzir predznak  $-F_{rV\min}$ . Najveće tlačno opterećenje podloge iznosi  $F_{B\max} = F_{V\min} + |F_{r,\min}|$ , a najmanja sila brtvljenja  $F_{B\min} = F_{V\max} - F_{r,\max}$ .

### 3.2.5 Prednapregnuti vijčani spoj opterećen poprečnom silom

S obzirom da su u prednapregnutim vijčanim spojevima spajani dijelovi međusobno pritisnuti silom brtvljenja  $F_B$ , silom trenja koja se stvara između naliježnih površina može se prenositi statička ili dinamička poprečna sila  $F_s$ . Ako prednapregnuti vijčani spoj prenosi samo poprečnu silu, tada je sila brtvljenja (normalna sila) jednaka sili prednaprezanja  $F_B = F_{pr}$ . Sila trenja mora uvijek ispunjavati uvjet.

$$F_{tr} = F_B \frac{n \cdot \mu}{v_k} \geq F_s \quad (3.14)$$



$F_{tr}$	[N]	sila trenja među površinama spajanih dijelova
$F_B$	[N]	normalna sila brtvljenja, izraz (3.10)
$n$		broj tarnih površina
$\mu$		koeficijent trenja među površinama spajanih dijelova, tabela 1.5
$F_s$	[N]	poprečna sila
$v_k$		sigurnost protiv proklizavanja: $v_k \approx 1,3$ za statičko opterećenje $v_k \approx 1,5$ za dinamičko opterećenje

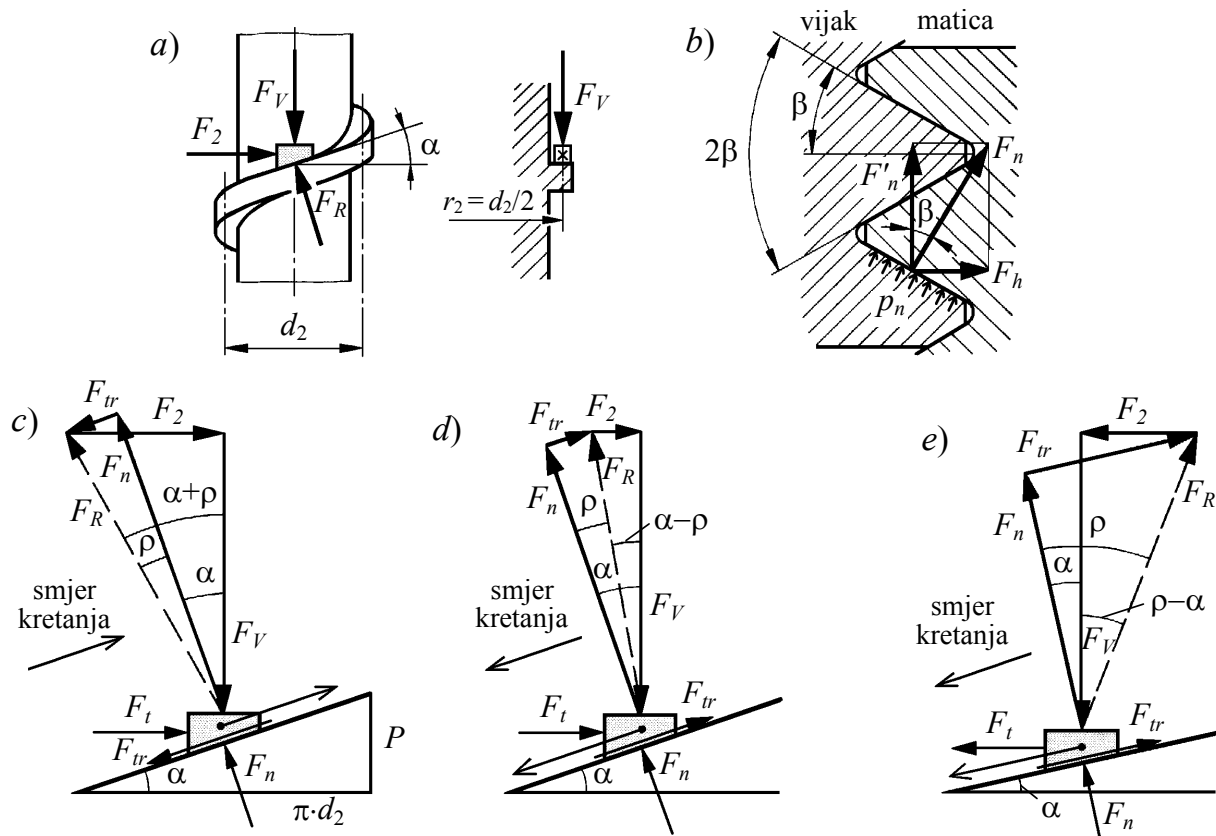
Slika 3.18: Poprečno opterećeni prednapregnuti vijčani spoj

## 3.3 PRITEZANJE VIJČANOG SPOJA

O pritezanju vijčanog spoja se govori kada se okretanjem matice ili vijka povećava opterećenje vijka. Odvijanjem (odvrtanjem, otpuštanjem) vijčanog spoja rasterećuje se vijak. U nosivim vijčanim spojevima pritezanje se obično podudara s okretanjem matice ili vijka u smjeru zavojnice navoja. Zbog toga se naliježne površine vijka i matice primiču i stišču strojne dijelove koji se spajaju. S obzirom da su način pritezanja i veličina momenta pritezanja od temeljnog značenja za nosive vijčane spojeve, u nastavku su detaljnije obrađeni odnosi u vijčanom spoju prilikom pritezanja.

### 3.3.1 Odnosi sila na navojima

Zbog djelovanja aksijalne sile u vijku  $F_V$ , naliježne površine vanjskog navoja (vijka) i unutarnjeg navoja (matice)  $A_N$  međusobno su pritisnute dodirnim pritiskom  $p_N$ . Njega se može zamijeniti s ekvivalentnom normalnom silom među navojima  $F_n = p_N \cdot A_N$ . Prilikom pritezanja vijčanog spoja, zbog trenja među navojima  $\mu_N$ , stvara se sila trenja  $F_{tr} = F_n \cdot \mu_N$ , koju je potrebno savladati. Osnovne odnose sila prilikom pritezanja i odvijanja najjednostavnije je objasniti na primjeru plosnatog navoja, kod kojega se promatra element navoja matice. On je, približno na srednjem promjeru navoja  $d_2$ , opterećen aksijalnom silom u vijku  $F_V$ , obodnom silom  $F_2$  i reakcijskom silom dodira među navojima  $F_R$ , slika 3.23a. Sila  $F_R$  rezultanta je normalne sile  $F_n$  i sile trenja među navojima  $F_{tr}$ , slike 3.23c, d i e. Kut kojega u dijagramu sila zatvaraju normalna sila  $F_n$  i sila trenja  $F_{tr}$  naziva se kut trenja  $\rho$ , te za njega vrijedi odnos  $\tan \rho = \mu_N$ .



**Slika 3.23:** Odnosi sila na navoju prilikom pritezanja i odvijanja  
a) odnosi na plosnatom navoju b) odnosi u normalnom presjeku navoja s trokutastim profilom  
c) pritezanje d) automatsko odvijanje (nesamokočnost) e) odvijanje silom (samokočnost)

Odnose sila prilikom pritezanja (uspon matice po nagibu navoja) prikazuje slika 3.23c. Potrebna obodna sila nanavoju  $F_2$  proizlazi iz ravnotežnog poligona sila, te iznosi  $F_2 = F_V \cdot \tan(\alpha + \rho)$ . Slika 3.23d pokazuje odnose prilikom odvijanja (spuštanja matice po nagibu navoja) iz čega je vidljivo kako je za uspostavljanje ravnotežnog stanja potrebna obodna sila  $F_2 = F_V \cdot \tan(\alpha - \rho)$ , koja djeluje u smjeru pritezanja, dakle u suprotnom smjeru od kretanja matice. Očito, bez prisutnosti obodne sile  $F_2$  matica bi se automatski kretala niz nagib navoja (odvijala), jer je sila trenja  $F_{tr}$  premala da bi mogla spriječiti to gibanje. U tom slučaju vijčani spoj odnosno navoj, se naziva *nesamokočnim*. Očito, navoj nije samokočan kada je  $\alpha > \rho$ . U graničnom slučaju, kada je  $\alpha = \rho$ , naizgled postoji ravnoteža, jer je sila trenja upravo dovoljno velika za uspostavljanje ravnoteže bez obodne sile  $F_{PN}$ . Takvu ravnotežu može narušiti i najmanja sila u smjeru odvijanja, pa i dolazi do odvijanja vijčanog spoja. Zbog toga se u praksi uzima da je i u ovom slučaju navoj nesamokočan. Ako je  $\alpha < \rho$ , slika 3.23e, tada je i  $F_2 < 0$ . Prema tome, za odvijanje je potrebna dodatna obodna sila u smjeru odvijanja. U takvom slučaju vijčani spoj odnosno navoj se naziva *samokočnim*. Dakle, *uvjet samokočnosti* je  $\alpha < \rho$ . Općenito, samokočnost vijčanog spoja definira se kao stanje pri kojem se vijčani spoj pod djelovanjem aksijalnog opterećenja ne odvrne. Dakle, nakon pritezanja vijčanog spoja, do otpuštanja npr. matice ne dolazi momentalno (samo po sebi), bez djelovanja vanjskog opterećenja.

U navojima s trokutastim profilom, slika 3.23 b, odnosno profilom s kutom nagiba  $\beta$ , potrebno je uzeti u obzir da se u normalnom presjeku navoja normalna sila među navojima  $F_n$ , zbog nakošenosti profila, raspodijeli na normalnu komponentu  $F'_n = F_n \cdot \cos \beta$ , koja je okomita na zavojnicu vijka, te na radijalnu komponentu  $F_h$ , koja pokušava navoj matice radijalno odmaknuti od navoja vijka. U ravnini uzduž zavojnice navoja, slika 3.23 c, d i e, sila  $F'_n$  zatvara sa silom

trenja  $F_{tr} = F_n \cdot \mu_N$  kut  $\rho'$ , iz čega slijedi  $\tan \rho' = F_{tr} / F_n = \mu_N / \cos \beta = \mu'_N$ , gdje se  $\mu'_N$  naziva *reducirani koeficijent trenja navoja*. Odnosi u navojima s nagnutim profilom jednaki su onima u navojima s plosnatim profilom, osim što se mora u poligonima sila i odgovarajućim izrazima računati s  $F_n'$  umjesto s  $F_n$ , a umjesto kuta trenja  $\rho$ , s *reduciranim kutem trenja navoja*  $\rho'$ . Kod metričkih navoja s trokutastim profilom i kutom  $2\beta = 60^\circ$  je  $\mu'_N \approx 1,155 \cdot \mu_N$ .

Samokočnost navoja je ovisna o trenju među navojima  $\mu_N$  i kutu uspona navoja  $\alpha$ . Kod običnih nosivih vijaka s metričkim normalnim navojem i trokutastim ISO profilom, kut uspona navoja je u području  $\alpha = 3,6^\circ$  (M4) ...  $1,8^\circ$  (M60), dok je reducirani kut trenja među navojima u granicama  $\rho' = 5,2^\circ$  ( $\mu_N = 0,08$ ) ...  $16,1^\circ$  ( $\mu_N = 0,25$ ), tabela 3.10. Dakle, kod metričkih navoja s trokutastim profilom je  $\alpha \ll \rho'$ , pa su navoji uvijek samokočni.

Prema pretpostavci da obodna sila pritezanja  $F_2$  djeluje na polumjeru  $r_2 = d_2/2$ , može se zapisati *moment na navoju vijka*  $T_V$  potreban za postizanje željene aksijalne sile u vijku  $F_V$  (podizanje tereta).

$$T_V = F_2 \cdot d_2 / 2 = F_V \cdot d_2 / 2 \cdot \tan(\alpha \pm \rho') \quad (3.20)$$

$F_2$	[N]	obodna sila na srednjem promjeru navoja, $F_2 = F_V \cdot \tan(\alpha \pm \rho')$
$F_V$	[N]	aksijalna sila u vijku; kod prednaprezanja $F_V = F_{pr}$
$d_2$	[mm]	srednji promjer navoja, tabele 3.1 i 3.2
$\alpha$	[°]	kut uspona navoja, izraz (3.1) ili tabele 3.1 i 3.2
$\rho'$	[°]	reducirani kut trenja, $\tan \rho' = \mu_N / \cos \beta$
$\mu_N$		koeficijent trenja među navojima, tabela 3.10
$\beta$	[°]	kut profila navoja, poglavlje 3.1
		predznak + vrijedi za pritezanje, a – za odvrtnanje navoja.

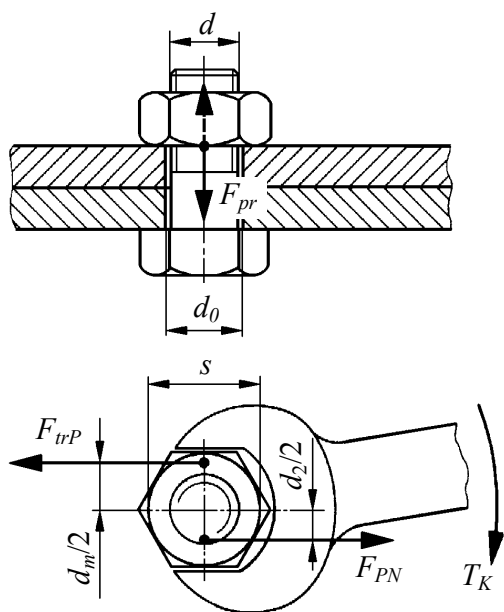
Uslijed momenta pritezanja  $T_V$ , vijak je prilikom pritezanja vijčanog spoja dodatno opterećen torzijskim naprezanjem, koje je potrebno uzeti u obzir kod proračuna čvrstoće vijka.

### 3.3.2 Moment pritezanja vijčanog spoja

Pored momenta na navoju vijka  $T_V$ , prilikom pritezanja vijčanog spoja potrebno je savladati i moment trenja između naliježnih površina glave vijka ili matice i podloge  $T_P = F_{trP} \cdot d_m / 2 \cong F_{pr} \cdot \mu_P \cdot (s + d_0) / 4$ , slika 3.24. *Ukupni moment pritezanja* (tzv. moment ključa) za postizanje potrebne sile prednaprezanja prilikom montaže  $F_{pr}$  iznosi  $T_K = T_V + T_P$  ili:

$$T_K = F_{pr} \cdot \left[ d_2 / 2 \cdot \tan(\alpha + \rho') + \mu_P \frac{s + d_0}{4} \right] \quad (3.21)$$

$T_K$	[Nmm]	potreban moment pritezanja vijčanog spoja (moment ključa)
$F_{pr}$	[N]	sila prednaprezanja u vijku
$\mu_P$		koeficijent trenja između glave vijka ili matice i podloge, tabela 3.10
$d_m$	[mm]	srednji promjer naliježne površine glave vijka ili matice na podlogu $d_m \approx (s + d_0) / 4$ ; kod šesterokutnih ili cilindričnih glava $d_m \approx 0,65 \cdot d$
$d_0$	[mm]	promjer rupe u kojoj je vijak, tabela 3.8
$s$		otvor ključa kod šesterokutnih i četverokutnih vijaka, tabela 3.4
$d$	[mm]	nominalni promjer navoja.



Slika 3.24: Moment pritezanja vijčanog spoja

odabrati koeficijente trenja  $\mu_N$  i  $\mu_P$ , čije vrijednosti, dobivene eksperimentalno, su navedene u tabeli 3.10. Vrijednosti koeficijenta trenja kreću se u prilično širokim granicama, a mijenjaju se također i od jedne do druge montaže istog, rastavljivog vijčanog spoja. Zbog toga se, prilikom određivanja potrebnog momenta pritezanja  $T_K$ , mora uvijek računati s  $\mu_{N\min}$  i  $\mu_{P\max}$ . Ako bi se za oba koeficijenta uzimale u obzir njihove najveće vrijednosti  $\mu_{N\max}$  i  $\mu_{P\max}$ , tada bi s tolikim narinutim momentom pritezanja  $T_K$  postigli preveliku silu prednaprezanja  $F_{pr}$ , redovno veću od granice tečenja materijala vijka.

Omjer  $k_{pr}$  između najmanje i najveće postignute sile prednaprezanja  $F_{pr,\min}$  i  $F_{pr,\max}$

$$k_{pr} = \frac{F_{pr,\max}}{F_{pr,\min}} \quad (3.23)$$

naziva se *koeficijent pritezanja*, i određuje se eksperimentalno.

Prilikom proračuna prednapregnutog vijčanog spoja potrebno je, provjerom najvećih opterećenja vijka, uvijek uzeti u obzir najveću moguću silu prednaprezanja prilikom montaže  $F_{pr,\max}$

$$F_{pr,\max} = k_{pr} \cdot F_{pr,\min} \quad (3.24)$$

### 3.3.3 Vijčani spojevi s prednaprežanjem

Kod vijčanih spojeva s prednaprežanjem proračunom čvrstoće provjeravaju se naprežanja u vijku koja nastaju prilikom montaže (pritezanja) vijčanog spoja i djelovanja vanjskog radnog opterećenja  $F_r$ . U oba slučaja u vijku se, zbog momenta na navoju vijka, osim normalnog naprežanja  $\sigma_v$ , javlja i torzijsko naprežanje  $\tau_t$ . Složeno stanje naprežanja provjerava se preko ekvivalentnog naprežanja:

Uzimajući u obzir geometrijske odnose normalnog metričkog navoja s trokutastim profilom, tabela 3.1, i srednje vrijednosti koeficijenta trenja  $\mu_{sk} = \mu_N = \mu_P \approx 0,12$ , tabela 3.10, može se izraz (3.21) pretvoriti u pojednostavljeni, inženjerski izraz za određivanje potrebnog momenta pritezanja kod nosivih vijčanih spojeva s normalnim metričkim navojem s trokutastim profilom.

$$T_K \approx 0,17 F_{pr} \cdot d \quad (3.22)$$

Prilikom ocjene veličine pojedinih udjela u izrazu (3.21), može se ustanoviti kako je veći dio (80-90%) momenta pritezanja vijčanog spoja namijenjen savladavanju trenja među navojima, te između glave vijka ili matice i podloge. Samo manji dio momenta pritezanja stvarno je namijenjen savladavanju sile prednaprezanja  $F_{pr}$ , odnosno savladavanju nagiba navoja. Zbog toga je vrlo bitno pravilno

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_v^2 + 3 \cdot \tau_t^2} \leq 0,9 \cdot R_{p0,2} \quad (3.30)$$

$\sigma_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	ekvivalentno naprezanje vijka
$\sigma_v$	[N/mm <sup>2</sup> ]	vlačno naprezanje vijka
$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko naprezanje u vijku
$R_{p0,2}, R_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najniža granica tečenja materijala vijka, tabela 3.7.

Torzijsko naprezanje u vijku iznosi

$$\tau_t = \frac{T_V}{W_{tN}} = \frac{F_V \cdot d_2 / 2 \cdot \tan(\alpha + \rho')}{\frac{\pi \cdot d_N^3}{16}} \quad (3.31)$$

$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko naprezanje vijka
$T_V$	[Nmm]	moment pritezanja navoja, izraz (3.20)
$W_{tN}$	[mm <sup>3</sup> ]	polarni moment otpora odgovarajućeg poprečnog presjeka vijka
$F_V$	[N]	aksijalna sila u vijku
$d_2$	[mm]	srednji promjer navoja, tabele 3.1 i 3.2
$\alpha$	[°]	kut uspona navoja
$\rho'$	[°]	efektivni kut trenja, $\tan \rho' = \mu_N / \cos \beta$
$\mu_N$		koeficijent trenja među navojima, tabela 3.10
$\beta$	[°]	kut nagnutosti profila navoja, 3.1
$d_N$	[mm]	nosivi promjer navoja, $d_N \approx (d_2 + d_3) / 2$
$d_3$	[mm]	promjer jezgre.

### 3.3.3.1 Kontrola naprezanja u vijku prilikom pritezanja vijčanog spoja

Prilikom montaže (pritezanja) vijčanog spoja vijak je opterećen montažnom silom prednaprezanja  $F_{pr}$ . Ako se traži postizanje najmanje sile brtvljenja među spajanim strojnim dijelovima  $F_{Bmin}$ , te ako se poznaje radno opterećenje vijčanog spoja  $F_r$ , najmanja potrebna sila prednaprezanja prilikom montaže  $F_{pr,min}$  određuje se izrazom 3.19. Složeno stanje naprezanja nakon pritezanja provjerava se prema izrazu 3.30, gdje se prilikom određivanja normalnog montažnog naprezanja  $\sigma_v$  prema izrazu 3.29 i torzijskog naprezanja prema izrazu 3.31, uzima u obzir da je sila u vijku  $F_V$  jednaka montažnoj sili prednaprezanja  $F_V = F_{pr}$  koja se određuje prema izrazu 3.24.

Novija istraživanja vijčanih spojeva s prednaprezanjem pokazuju kako se nakon montaže vijčanog spoja zbog elastičnih povratnih deformacija torzijska naprezanja  $\tau_t$  poništavaju, pa u vijcima ostaje samo normalno naprezanje  $\sigma_v$ . Ono se dodatno smanji zbog usjedanja vijčanog spoja i smanjenja sile prednaprezanja s montažne vrijednosti  $F_{pr}$  na radnu vrijednosti  $F'_{pr}$ , pa ih tako nije potrebno posebno provjeravati.

### 3.3.3.2 Kontrola naprezanja u vijku pri djelovanju vanjskog radnog opterećenja

Složeno stanje naprezanja u vijku s prednaprezanjem pri djelovanju vanjskog opterećenja  $F_r$  također se provjerava izrazom 3.30, u kojoj se prilikom određivanja normalnog naprezanja  $\sigma_v$  prema izrazu 3.29 uzima u obzir najveća sila u vijku  $F_V$ , koja se određuje prema izrazu 3.11.

Kod dinamičkog aksijalnog opterećenja s vremenom može doći do loma vijaka zbog zamora na mjestima koncentracije naprezanja, koja su najveća na prvom navojku vijka u matici ili u provrtu s navojem. Kod vijaka s visokim prednaprezanjem lom zbog zamora je vrlo rijedak, jer su vijci opterećeni malim dinamičkim opterećenjima. *Dinamička čvrstoća vijka* provjerava se kontrolom amplitude naprezanja, slika 3.32:

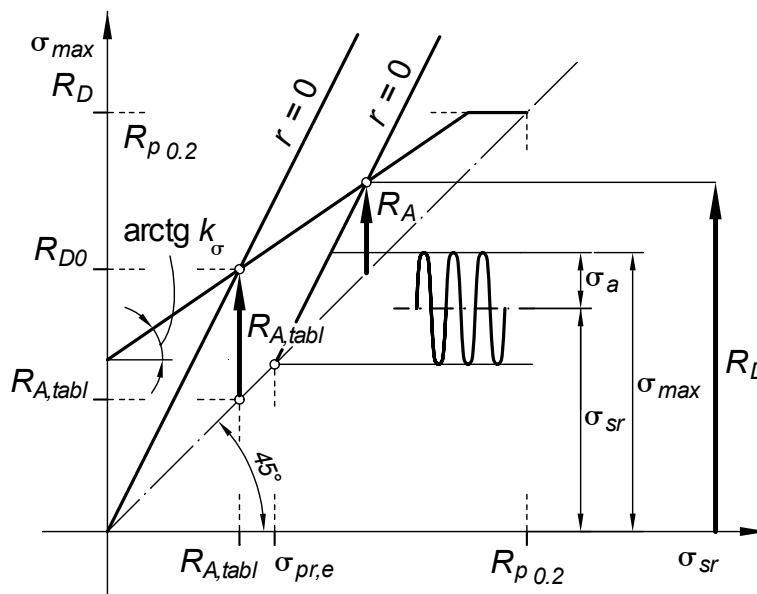
$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_3} = \frac{4F_a}{\pi d_3^2} \leq \sigma_{a,dop} = 0,8R_A \quad (3.32)$$

$\sigma_a$	[N/mm <sup>2</sup> ]	amplitudno normalno naprezanje vijka
$F_a$	[N]	amplitudno opterećenje vijka, izraz 3.12
$A_3$	[mm <sup>2</sup> ]	presjek jezgre tijela vijka s navojem, tabela 3.1 i tabela 3.2
$d_3$	[mm]	promjer jezgre tijela vijka s navojem, tabela 3.1 i tabela 3.2
$\sigma_{a,dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno amplitudno naprezanje jezgre vijka.

Trajna dinamička čvrstoća vijka prednapregnutog s ekvivalentnim naprezanjem  $\sigma_{pr,e}$  (zbog pritezanja) i opterećenog cikličkom radnom silom (pulzirajućom, tj. s koeficijentom asimetrije ciklusa  $r = 0$ ), dobije se, u Smithovom dijagramu prema poglavlju 1.9.1.3.2.4, kao presjecište linije trajne dinamičke čvrstoće vijka (koja zasigurno prolazi točkom ( $R_{A,tabl}$ ,  $2 R_{A,tabl}$ )) i pravca opterećenja koji prolazi kroz točku ( $\sigma_{pr,e}$ ,  $\sigma_{pr,e}$ ) pod kutem  $\arctan 2$  (za  $r = 0$ ), slika 3.32. Tako definirana amplituda trajne dinamičke čvrstoće vijka  $R_A$  računa se prema izrazu 1.114, poglavlje 1.9.1.3.2.4:

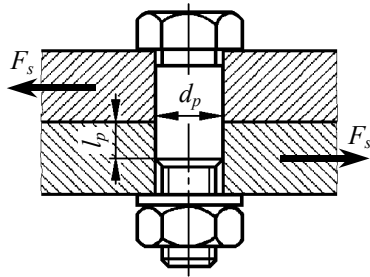
$$R_A = R_{A,tabl} - \frac{1 - k_\sigma}{2 - k_\sigma} \sigma_{pr,e} \quad (3.33)$$

$R_{A,tabl}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	amplituda trajne dinamičke čvrstoće vijka za koeficijent asimetrije ciklusa $r = 0$ ,
$k_\sigma$		koeficijent smjera linije trajne dinamičke čvrstoće vijka u Smithovom dijagramu, $k_\sigma = 0,85$ do $1,0$ ; $k_\sigma \cong 0,85$ za vijke klase čvrstoće 12.9 i 14.9; $k_\sigma \cong 1,0$ ( $R_A$ $= R_{A,tabl}$ ) za vijke klase čvrstoće 5.6 i manje
$\sigma_{pr,e}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	ekvivalentno naprezanje jezgre vijka nakon pritezanja vijčanog spoja.



Slika 3.32: Određivanje trajne dinamičke čvrstoće prednapregnutih vijaka u Smithovom dijagramu

### 3.3.4 Vijčani spojevi s dosjednim vijkom



Smik i površinski pritisak u tlačno opterećenim vijcima (slika 3.34) računaju se kao u zakovicama. *Smična naprezanja u dosjednom vijku moraju zadovoljavati uvjet čvrstoće:*

$$\tau_s = \frac{F_s}{m \cdot A_p} = \frac{4F_s}{m \cdot \pi \cdot d_p^2} \leq \tau_{s,dop} \quad (3.35)$$

Slika 3.33: Poprečno opterećeni dosjedni vijak

$\tau_s$	[N/mm <sup>2</sup> ]	naprezanje vijka na smik
$F_s$	[N]	poprečna sila
$m$		broj ravnina smicanja vijka
$A_p$	[mm <sup>2</sup> ]	presjek dosjednog dijela vijka
$d_p$	[mm]	promjer dosjednog dijela vijka
$\tau_{sdop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje vijka na smik
		$\tau_{sdop} \approx 0,6 \cdot R_e$ kod statičkog opterećenja
		$\tau_{sdop} \approx 0,5 \cdot R_e$ kod istosmjernog dinamičkog opterećenja
		$\tau_{sdop} \approx 0,4 \cdot R_e$ kod izmjeničnog dinamičkog opterećenja
$R_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	granica tečenja materijala vijka, tabela 3.7

Površinski pritisak između dosjednog vijka i spajanih strojnih dijelova provjerava se izrazom

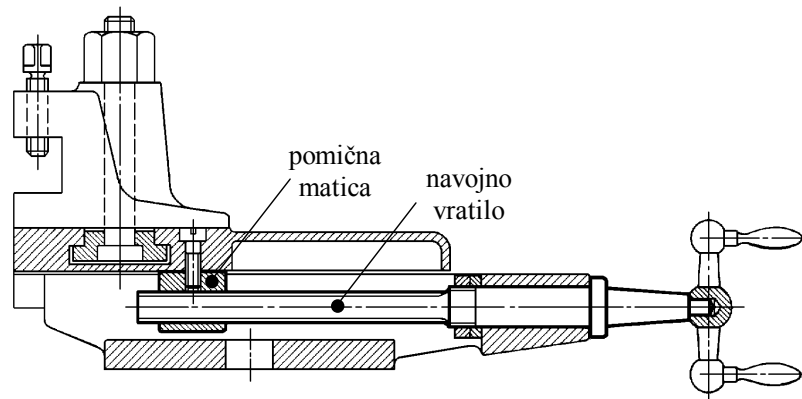
$$p = \frac{F_s}{A_{proj}} = \frac{F_s}{d_p \cdot l_p} \leq p_{dop} \quad (3.36)$$

$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak između dosjednog vijka i spajanih strojnih dijelova
$F_s$	[N]	opterećenje vijka na smik
$A_{proj}$	[mm <sup>2</sup> ]	normalna projekcija površine dodira, $A_{proj} = d_p \cdot l_p$
$d_p$	[mm]	promjer dosjednog dijela vijka
$l_p$	[mm]	najkraća dodirna dužina dosjednog dijela vijka i strojnog dijela
$p_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak spajanih strojnih dijelova, tabela 3.13 za druge materijale iznosi
		$p_{dop} = 1,2 \cdot R_e$ ili $0,75 \cdot R_m$ pri statičkom opterećenju
		$p_{dop} = 0,9 \cdot R_e$ ili $0,60 \cdot R_m$ pri dinamičkom opterećenju
$R_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	granica tečenja materijala vijka ili strojnih dijelova, tabele 3.7 i 1.7
$R_m$	[N/mm <sup>2</sup> ]	vlačna čvrstoća materijala vijka ili strojnih dijelova, tabele 3.7 i 1.7.

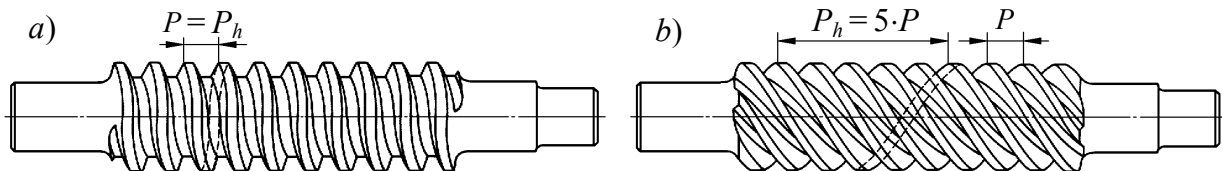
## 3.4 POKRETNI NAVOJNI SPOJEVI

Pokretni navojni spojevi koriste se za prijenos i pretvorbu kružnog gibanja u pravocrtno i obrnuto. Uz njihovu pomoć postižu se velike aksijalne sile pri malim momentima vrtnje, npr. u vijčanim vretenima i napravama za posmak u strojevima za obradu, vijčanim prešama, vijčanim dizalima, ventilima, škripcima i sl. Pokretni navojni spoj čine: *navojno vreteno*, koje je obično

veće dužine i odgovarajuća *pomična matica*. slika 3.36 prikazuje tipičan primjer upotrebe pokretnog navojnog spoja u napravi za posmak tokarskog noža.



**Slika 3.36:** Primjer upotrebe pokretnog navojnog spoja za pravocrtno pomicanje držača tokarskog noža



**Slika 3.38:** Jednovojni i više vojni navoj vretena  
a) jednovojni trapezni navoj b) 5-vojni trapezni navoj

Navojna vretena obično su izrađena od *konstrukcijskih čelika* Č0545 i Č0645 ili *čelika za cementiranje* s cementiranim i kaljenim navojima. Posebno povoljni klizni uvjeti navoja postižu se naknadnim brušenjem. Pomične matice obično su od *mekših materijala*. Razlog tome je što se u fazi razrađivanja navoji matice prilagode navojima vretena, čime se postiže bolji raspored opterećenja na navojima i povoljniji klizni uvjeti, te stoga manje gubici trenja. Za mala opterećenja i brzine, pomične matice su obično od lijevanog gvožđa ili umjetnih tvari, a za srednja i velika opterećenja i brzinu od legura bakra, aluminija i kositra.

### 3.4.1 Iskoristivost pokretnog navojnog spoja

Prilikom podizanja tereta  $F_D$ , za jedan okret vretena mora se dovesti rad  $W_{do} = F_r \cdot d_2 \cdot \pi = F_D \cdot \tan(\alpha + \rho'_G) \cdot d_2 \cdot \pi$ . Pri tome se matica, a s njom i teret  $F_D$ , pomakne za korak navoja  $P_h$ , dakle odveden je rad jednak  $W_{od} = F_D \cdot P_h$ . Uzimajući u obzir da je  $P_h = d_2 \cdot \pi \cdot \tan \alpha$ , *iskoristivost  $\eta_{GK}$  pokretnog navoja prilikom pretvaranja kružnog gibanja u pravocrtno* može se zapisati kao

$$\eta_{GK} = \frac{W_{od}}{W_{do}} = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \rho'_G)} \quad (3.45)$$

Iz izraza 3.45 proizlazi da je iskorištenje navoja prilikom podizanja tereta veće što je veći kut uspona navoja  $\alpha$  i što je manje trenje među navojima. Ako se uzmu u obzir i gubitci zbog trenja u aksijalnom ležaju, *ukupna iskoristivost  $\eta$  pokretnog spoja* može se zapisati kao



$$\eta = \frac{W_{od}}{W_o} = \frac{P_h}{\tan(\alpha + \rho'_G) \cdot d_2 \cdot \pi + \mu_L \cdot d_m \cdot \pi} \quad (3.46)$$

$P_h$  [mm] korak navoja, izraz 3.42  
 $\alpha, \rho'_G, d_2, \mu_L, d_m$  kao u izrazu 3.43

U slučaju kada na maticu djeluje opterećenje  $F_D$ , a navojno vreteno može slobodno rotirati, matica se počinje spuštati s teretom, a vreteno automatski vrtjeti (odvijati). Pri jednom okretu vretena teret se spusti za korak navoja  $P_h$ , dakle doveden je rad  $W_{do} = F_D \cdot P_h$ . Sila  $F_D$  u jednom dodiru navoja prouzroči nastanak obodne sile na vretenu  $F_t = F_D \cdot \tan(\alpha - \rho'_G)$  koja prilikom jednog okreta vretena obavi rad  $W_{od} = F_t \cdot d_2 \cdot \pi = F_D \cdot \tan(\alpha - \rho'_G) \cdot d_2 \cdot \pi$ . Tako *iskorištenje pokretnog navoja prilikom pretvorbe pravocrtnog gibanja u kružno* iznosi

$$\eta_{GP} = \frac{W_{od}}{W_{do}} = \frac{\tan(\alpha - \rho'_G)}{\tan \alpha} \quad (3.47)$$

$\eta_{GP}$  [Nmm] iskorištenje pokretnog navoja prilikom pretvorbe pravocrtnog gibanja u kružno gibanje  
 $W_{od}$  [Nmm] odveden rad,  $W_{od} = F_t \cdot d_2 \cdot \pi = F_D \cdot \tan(\alpha - \rho'_G) \cdot d_2 \cdot \pi$   
 $W_{do}$  [Nmm] potreban doveden rad,  $W_{do} = F_D \cdot P_h$   
 $\alpha, \rho'_G$  kao u izrazu 3.43

Automatsko spuštanje matice, odnosno tereta, moguće je samo u slučaju nesamokočnosti pokretnog navoja, kada je  $\alpha > \rho'_G$ . Ako je navoj samozaoran,  $\alpha < \rho'_G$ , tada je  $\eta_{GP}$  u izrazu 5.47 negativan. U tom slučaju nije moguće postići automatsko odvijanje pokretnog vijčanog spoja ni uz veliku silu  $F_D$ . Za spuštanje tereta mora se dovesti odgovarajući moment na navojno vreteno. Osiguravanje od automatskog spuštanja tereta ili odvijanja vretena sa samokočnim pokretnim navojima veće je što je manji kut uspona navoja  $\alpha$  i veće trenje među navojima.

### 3.4.2 Proračun čvrstoće pokretnih navojnih spojeva

Prilikom proračuna čvrstoće pokretnih navojnih spojeva provjeravaju se naprezanja u navojnom vretenu, a kod dugih i vitkih vretena i opasnost od savijanja, te površinski pritisak na navojima matice.

#### Dimenzioniranje navojnih vretena

Najmanji potreban presjek jezgre *kratkih, tlačno opterećenih navojnih vretena*, kod kojih nema opasnosti od savijanja određuje se s obzirom na najveća dopuštena naprezanja izrazom

$$A_3 \geq \frac{F_D}{\sigma_{dop}} \quad (3.48)$$

$A_3$  [mm<sup>2</sup>] presjek jezgre navojnog vretena, tabela 3.2  
 $F_D$  [N] najveće tlačno aksijalno radno opterećenje navojnog vretena  
 $\sigma_{dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno naprezanje  
 pri statičkom opterećenju:  $\sigma_{dop} = 0,7 \cdot R_e$   
 pri titrajnom opterećenju:  $\sigma_{dop} = 0,20 \cdot R_m$  trapezni navoj  
 $\sigma_{dop} = 0,25 \cdot R_m$  pilasti navoj  
 pri izmjeničnom opterećenju:  $\sigma_{dop} = 0,13 \cdot R_m$  trapezni navoj  
 $\sigma_{dop} = 0,16 \cdot R_m$  pilasti navoj  
 $R_e, R_m$  [N/mm<sup>2</sup>] granica tečenja i vlačna čvrstoća materijala vretena, tabela 1.7.

Potreban promjer jezgre *dugih, tlačno opterećenih navojnih vretena*, kod kojih postoji opasnost od gubitka elastične stabilnosti, određuje se na temelju izraza za izvijanje, iz čega proizlazi

$$d_3 \geq \sqrt[4]{\frac{64 \cdot F_D \cdot \nu \cdot l_{ukl}^2}{\pi^3 \cdot E}} \quad (3.49)$$

$d_3$	[mm]	promjer jezgre navojnog vretena, tabela 3.2
$F_D$	[N]	najveće tlačno aksijalno radno opterećenje navojnog vretena
$\nu$		faktor sigurnosti, $\nu = 6 \dots 8$
$l_{ukl}$	[mm]	slobodna dužina izvijanja navojnog vretena, slika 1.14
$E$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul elastičnosti materijala navojnog vretena, tabela 1.7.

Iz odgovarajućih tabela odabire se najbliži veći promjer navoja, odnosno navoj s najbližim većim presjekom jezgre. Primjerenost ovako dimenzioniranog navojnog vretena mora se u svakom slučaju provjeriti proračunom čvrstoće.

### Kontrola naprezanja u navojnom vretenu

Zbog aksijalnog radnog opterećenja  $F_D$  navojno vreteno opterećeno je na vlak ili tlak, pri čemu se u vretenu pojavljuju *normalna naprezanja*  $\sigma_v$ , koja se određuju izrazom

$$\sigma_v = \frac{F_D}{A_3} \quad (3.50)$$

$\sigma_v$	[N/mm <sup>2</sup> ]	normalno naprezanje u navojnom vretenu
$F_D$	[N]	najveće vlačno ili tlačno aksijalno opterećenje navojnog vretena
$A_3$	[mm <sup>2</sup> ]	presjek jezgre navojnog vretena, $A_3 = \pi \cdot d_3^2 / 4$ , tabela 3.2
$d_3$	[mm]	promjer jezgre navojnog vretena, tabela 3.2

Zbog okretnog momenta  $T_G$  u jezgri vretena pojavljuju se i *torzijska naprezanja*

$$\tau_t = \frac{T_G}{W_{t3}} \quad (3.51)$$

$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće torzijsko naprezanje u presjeku jezgre navojnog vretena
$T_G$	[Nmm]	potreban moment za podizanje tereta, izraz 3.43
$W_{t3}$	[mm <sup>3</sup> ]	torzijski moment otpora jezgre vretena, $W_{t3} \approx 0,2 \cdot d_3^3$
$d_3$	[mm]	promjer jezgre navojnog vretena, tabela 3.2

Za takvo složeno stanje naprezanja provjerava se *ekvivalentno naprezanje u jezgri navojnog vretena*:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_v^2 + 3\tau_t^2} \leq \sigma_{dop} \quad (3.52)$$

$\sigma_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	ekvivalentno normalno naprezanje
$\sigma_v$	[N/mm <sup>2</sup> ]	normalno naprezanje u navojnom vretenu, izraz 3.50
$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko naprezanje u presjeku jezgre navojnog vretena, izraza 3.51
$\sigma_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno normalno naprezanje, kao u izrazu 3.48.

### Kontrola opasnosti od izvijanja navojnog vretena

U tlačno opterećenim dugim navojnim vretenima uvijek se mora provjeravati *opasnosti od izvijanja*, 1.7.3. Prema izrazima 1.36 i 1.37 *vitkost vretena*  $\lambda$  može se odrediti kao

$$\lambda = \frac{4l_{ukl}}{d_3} \quad (3.53)$$

$l_{ukl}$	[mm]	dužina izvijanja vretena, slika 1.14
$d_3$	[mm]	promjer jezgre navojnog vretena, tabela 3.2.

S obzirom na vitkost vretena, u slučaju *elastičnog izvijanja*, npr.  $\lambda \geq 105$  za čelik Č0360 i Č0460, odnosno  $\lambda \geq 89$  za čelik Č0545 i Č0645, određuju se kritična naprezanja zbog izvijanja  $\sigma_k$  prema izrazu (1.37), a kod *neelastičnog savijanja* prema Tetmajerjevima izrazima u Tabeli 1.6 (npr.  $\lambda < 105$  za Č0360 i Č0460 odnosno  $\lambda < 89$  za Č0545 i Č0645). Kako bi bila osigurana primjerena sigurnost od gubitka elastične stabilnosti, kritično naprezanje kod kojega dolazi do izvijanja, mora biti veće od složenog naprezanja u navojnom vretenu. To se provjerava izrazom:

$$\nu = \frac{\sigma_k}{\sigma_e} \geq \nu_{dop} \quad (3.54)$$

$\nu$		sigurnost od savijanja
$\sigma_k$	[N/mm <sup>2</sup> ]	kritično naprezanje na izvijanje elastično savijanje, izraz (1.37) neelastično izvijanje, izraza u Tabeli 1.6
$\sigma_v$	[N/mm <sup>2</sup> ]	tlačno naprezanje u vretenu, izraz 3.52
$\nu_{dop}$		najmanja dopuštena sigurnost od izvijanja $\nu_{dop} = 3 \dots 6$ elastično izvijanje $\nu_{dop} = 2 \dots 4$ neelastično izvijanje

Kod vitkosti vretena  $\lambda < 20$  ne postoji opasnost od izvijanja, pa ga nije potrebno provjeravati.

### Kontrola površinskog pritiska navoja pokretne matice

Prilikom upotrebe pokretnog vijčanog spoja navoj matice klizi po navoju vretena, te se zbog djelovanja sile trenja polako troši.

Radi kontroliranog trošenja navoja matice *površinski pritisak među navojima*  $p_G$  mora biti u dozvoljenim granicama što se provjerava izrazom

$$p_G = \frac{F_D}{A_{proj}} = k_G \frac{F_D \cdot h}{m \cdot d_2 \cdot \pi \cdot H_1} \leq p_{Gdop} \quad (3.55)$$

$p_G$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak među navojima
$F_D$	[N]	najveće vlačno ili tlačno aksijalno opterećenje navojnog vretena
$A_{proj}$	[mm]	aksijalna projekcijska površina svih navoja u dodiru
$k_G$		koeficijent ne ravnomjernog rasporeda površinskog pritiska po navojima $k_G \approx 1,3$
$h$	[mm]	korak navoja; $h = P/i$
$P$	[mm]	uspon navoja
$i$	[mm]	broj početaka navoja
$m$	[mm]	istoj osi ili korak jednostupanjskog navoja, izraz (3.42)
		visina matice

$d_2$	[mm]	srednji promjer navoja
$H_1$	[mm]	nosiva dubina navoja
$p_{Gdop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak materijala matice.

Uz poznat navoj i dopušteni površinski pritisak  $p_{Gdop}$ , može se iz izraza (3.55) odrediti i najmanja potrebna visina matice  $m$ . Zbog neravnomjerne raspodjele površinskog pritiska po navojima, pri čemu su početni nosivi navoji više opterećeni, visina matice mora biti niža od  $m_{max} \approx 2,5 \cdot d$ .

## 4 SVORNJACI, ZATICI, USKOČNICI I RASCJEPKE

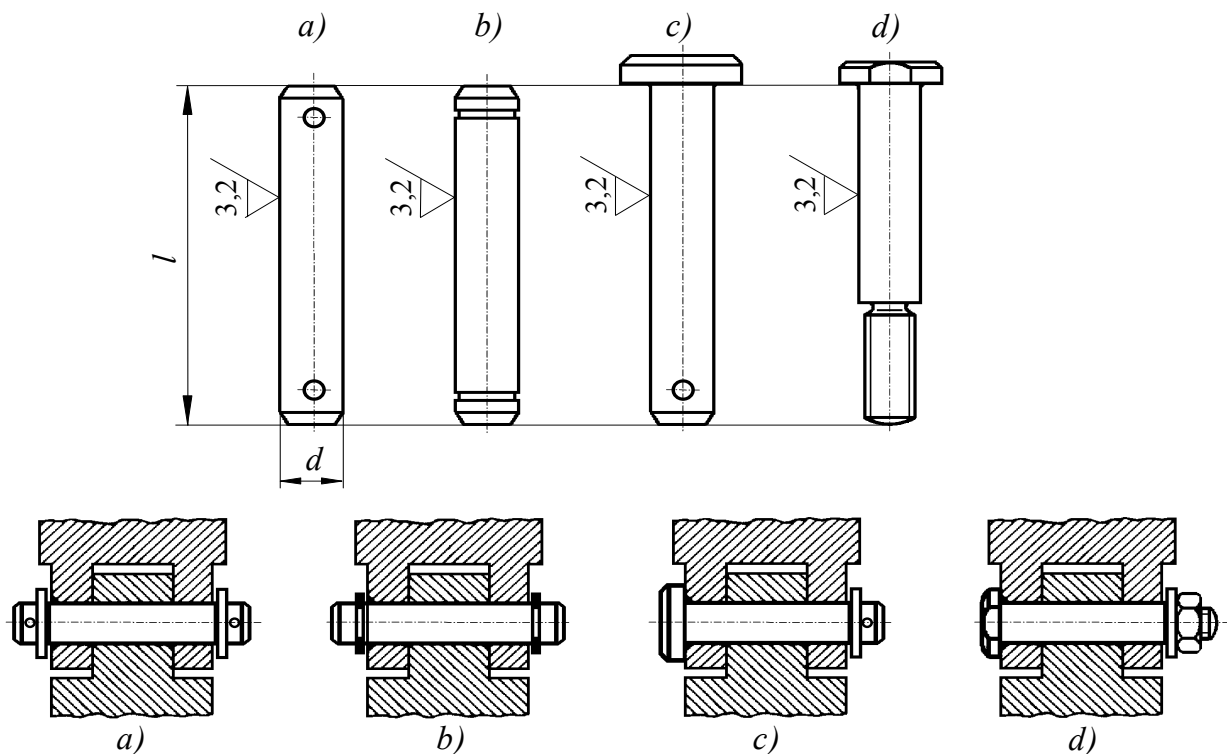
U ovom poglavlju obrađeni su jednostavni i jeftini strojni elementi (svornjaci, zatici, uskočnici i rascjepke) koji služe za spajanje, pozicioniranje, centriranje i osiguranje položaja strojnih dijelova. Oblik i dimenzije obrađenih strojnih elemenata standardizirani su i prilagođeni potrebama u svakodnevnoj strojnoj praksi.

### 4.1 SVORNJACI

*Svornjaci* se upotrebljavaju za zglobno spajanje strojnih dijelova. Pri tome jedan dio može biti pokretljiv oko svornjaka, dok drugi miruje ili su oba dijela pokretljiva. Pokretljivi dio svornjaka mora biti uvijek podmazivan. Promjer svornjaka obično je izrađen s tolerancijom h11, dok je tolerancija provrta, s obzirom na propisanu zračnost, D9, D11, C11, B12 ili A11. Svornjaci za opću upotrebu prvenstveno se izrađuju od čelika za automate s tvrdoćom 125 do 245 HV, a za velika opterećenja upotrebljavaju se čelici za poboljšanje, te čelici za cementiranje i kaljenje.

#### 4.1.1 Oblik i dimenzije standardnih svornjaka

Oblici i dimenzije svornjaka su standardizirani. *Glatki svornjaci* standardizirani su prema DIN 1433, jeftini su i najviše se upotrebljavaju. Od ispadanja svornjaka osigurani su rascjepkom (slika 4.1a) ili uskočnikom (slika 4.1b). *Svornjaci s glavom* standardizirani su prema DIN 1434, a upotrebljavaju se kada to zahtjeva dostupnost montaže. S jedne strane su od osnog pomaka osigurani glavom svornjaka, a s druge strane uskočnikom ili rascjepkom, slika 4.1c. *Svornjaci s navojem* standardizirani su prema DIN 1445, a upotrebljavaju se uglavnom kao osovine trkaćih bicikla i kolotura. S jedne strane su od osnog pomaka osigurani glavom svornjaka, a s druge strane maticom i podloškom, slika 4.1d.



**Slika 4.1:** Spojevi strojnih dijelova sa svornjacima standardnih oblika  
 a) glatki svornjak s rascjepkom b) glatki svornjak s uskočnikom c) svornjak s glavom d) svornjak s navojem

U fazi konstruiranja oblik i veličina svornjaka obično se odabiru prema dimenzijama sastavnih dijelova koje svornjak povezuje. Za promjer svornjaka  $d$  tako se, ovisno o širini poluge  $l_1$  i širini kućišta  $l_2$  (vidi Sliku 7.2), preporučuju vrijednosti:

- $l_1/d = 1,0 \dots 1,6$
- $l_2/d = 0,4 \dots 0,6$

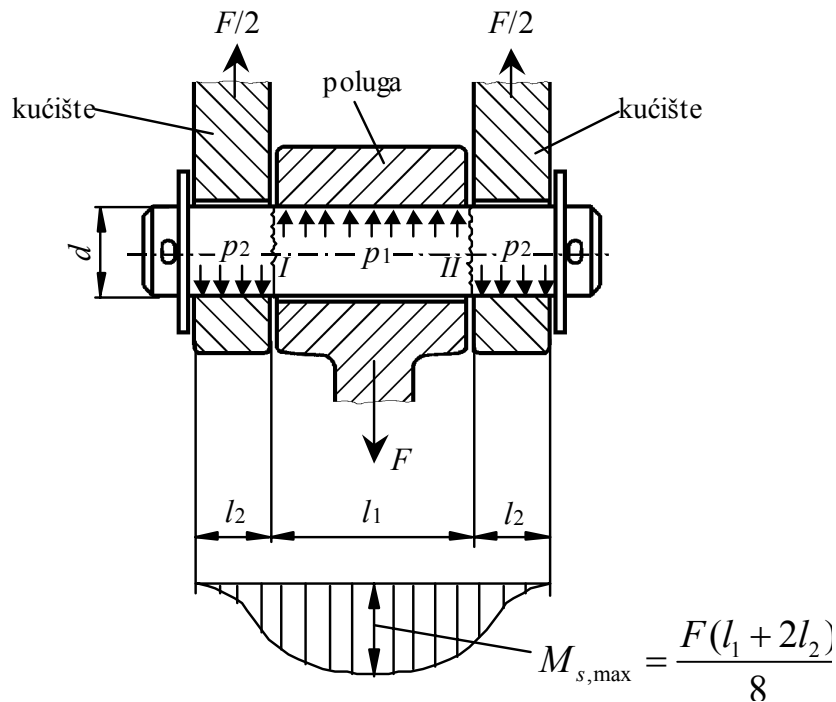
S obzirom na gornje preporuke, odnosno s obzirom na druge konstrukcijske zahtjeve, odabire se standardizirani promjer svornjaka  $d$  iz tablica, a zatim se odabranom svornjaku provjerava čvrstoća.

#### 4.1.2 Proračun čvrstoće svornjaka

Slika 4.2 pokazuje uobičajen spoj strojnih dijelova sa svornjakom. Svornjak se promatra kao nosač s dva potpornja koji je preko poluge opterećen pogonskom silom  $F$  i poduprt na obje strane u kućištu. Sila  $F$  uzrokuje:

- naprezanje na smik  $\tau_s$  u presjecima  $I$  i  $II$ ,
- naprezanje na savijanje  $\sigma_s$  na mjestu najvećeg momenta savijanja  $M_{s,max}$ ,
- površinski pritisak  $p_1$  između svornjaka i poluge, te površinski pritisak  $p_2$  između svornjaka i kućišta.

Između svornjaka i pokretnog dijela, koji može biti poluga ili kućište, dolazi do trošenja dodirnih površina. Trošenja se u pravilu ne provjeravaju računski, nego se za pokretne dijelove predvide odgovarajući materijali i podmazivanje dodirnih površina. U posebnim slučajevima između svornjaka i pokretnog dijela umeće se i tuljak koji se jednostavno zamjeni kada se istroši.



Slika 4.2: Opterećenja u spoju strojnih dijelova svornjakom

#### a) Naprezanje na smik u svornjaku

$$\tau_s = \frac{F_s}{A} = \frac{2F}{\pi d^2} \leq \tau_{s,dop} \quad (4.1)$$

$\tau_s$	[N/mm <sup>2</sup> ]	naprezanje na smik u svornjaku
$F_s$	[N]	poprečna sila; $F_s = F/2$
$A$	[mm <sup>2</sup> ]	poprečni presjek svornjaka; $A = \pi \cdot d^2 / 4$
$F$	[N]	vanjsko opterećenje svornjaka
$d$	[mm]	promjer svornjaka
$\tau_{s,dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na smik materijala svornjaka,

#### b) Naprezanje na savijanje u svornjaku

$$\sigma_s = \frac{M_{s,max}}{W_x} = \frac{4(l_1 + 2l_2)}{\pi d^3} \leq \sigma_{s,dop} \quad (4.2)$$

$\sigma_s$	[N/mm <sup>2</sup> ]	naprezanje na savijanje u svornjaku
$M_{s,max}$	[Nmm]	najveći moment savijanja, slika 4.2
$W_x$	[mm <sup>3</sup> ]	moment otpora na savijanje svornjaka; $W_x = \pi \cdot d^3 / 32$
$F$	[N]	vanjsko opterećenje svornjaka
$l_1$	[mm]	širina poluge
$l_2$	[mm]	širina kućišta
$d$	[mm]	promjer svornjaka
$\sigma_{s,dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na savijanje materijala svornjaka.

#### c) Površinski pritisak između svornjaka i poluge te između svornjaka i kućišta

$$p_1 = \frac{F}{A_{proj}} = \frac{F}{l_1 \cdot d} \leq p_{dop} \quad (4.3)$$

$$p_2 = \frac{F}{A_{\text{proj}}} = \frac{F}{2l_2 \cdot d} \leq p_{\text{dop}} \quad (4.4)$$

$p_1$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak između svornjaka i poluge
$p_2$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak između svornjaka i kućišta
$F$	[N]	vanjsko opterećenje svornjaka
$A_{\text{proj}}$	[mm <sup>2</sup> ]	projekcijska dodirna površina, slika 4.2
		$A_{\text{proj}} = l_1 \cdot d$ između svornjaka i poluge
		$A_{\text{proj}} = 2 \cdot l_2 \cdot d$ između svornjaka i kućišta
$l_1$	[mm]	širina poluge
$l_2$	[mm]	širina kućišta
$d$	[mm]	promjer svornjaka
$p_{\text{dop}}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak materijala poluge, odnosno kućišta.

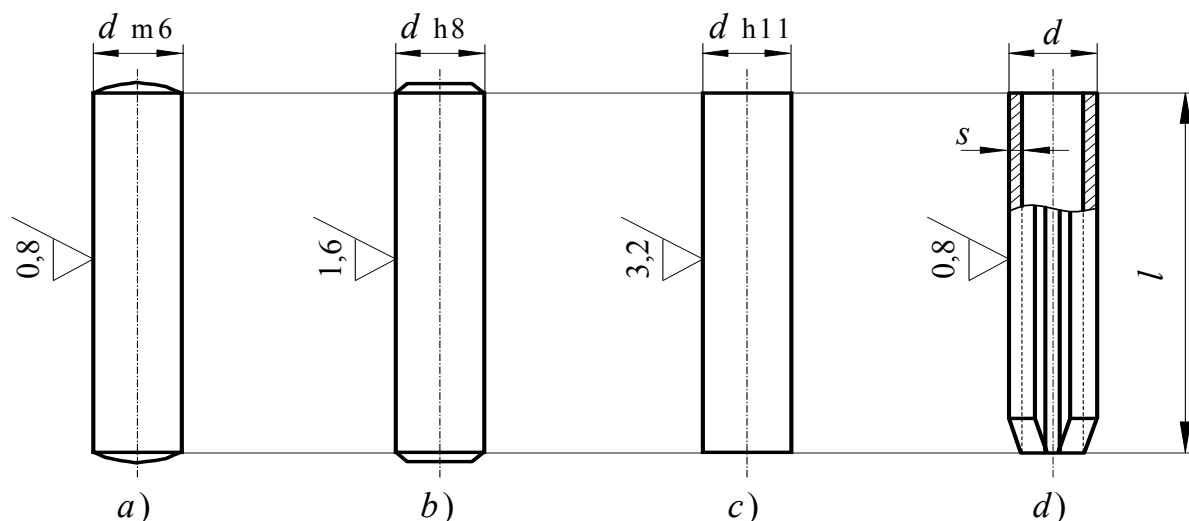
## 4.2 ZATICI

Zatici se upotrebljavaju za čvrsti spoj strojnih dijelova koji se prema potrebi može i rastaviti. Prema svojoj funkciji mogu služiti za spoj glavine s vratilom, ograničenje hoda, centriranje, pozicioniranje, fiksiranje međusobnog položaja strojnih dijelova i sl. Zatici se proizvode od istih materijala kao i svornjaci, dakle od čelika za automate s tvrdoćom 125 do 245 HV, a za velika opterećenja i od poboljšanog čelika, te čelika za cementiranje i kaljenje.

### 4.2.1 Oblik i dimenzije standardnih zatika

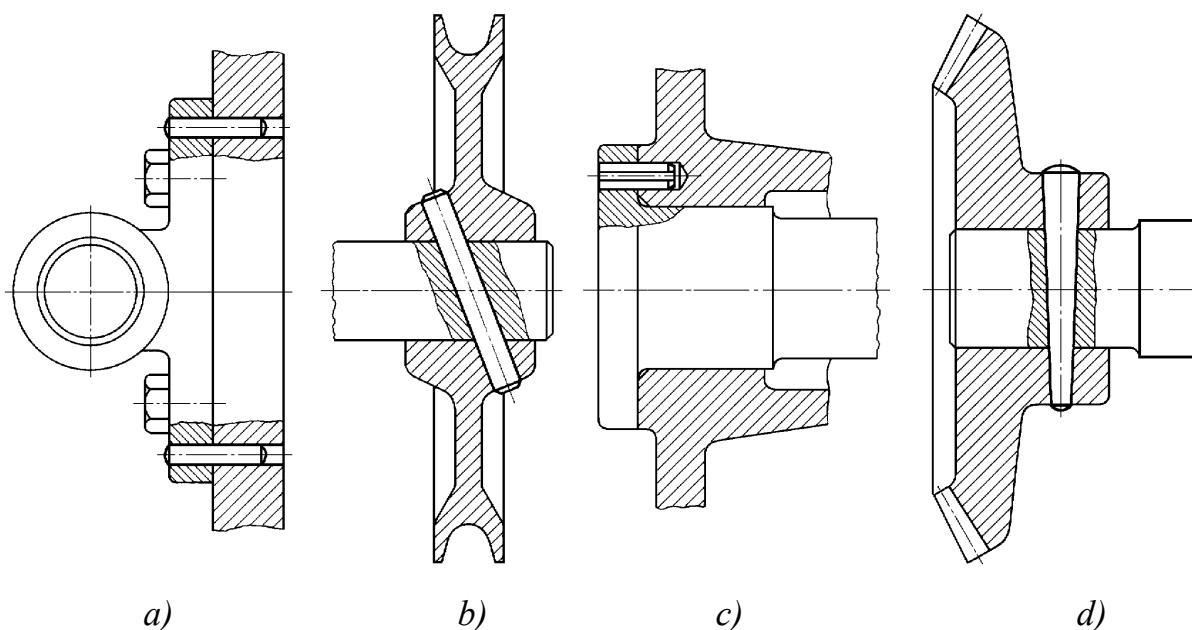
Oblik i dimenzije zatika su standardizirani (standardne promjere zatika navodi Tabela 4.1). S obzirom na upotrebu zatici imaju različite oblike:

- cilindrični zatici, slika 4.3
- stožasti zatici, slika 4.5
- zasječeni zatici, slika 4.6



**Slika 4.3:** Standardne izvedbe cilindričnih zatika  
a), b) i c) cilindrični zatici prema DIN 7 d) elastični cilindrični zatic prema DIN 1481 i DIN 7346

**Cilindrični zatici** imaju nominalan promjer  $d$ , prema namjeni upotrebe izrađeni s različitim tolerancijama. Cilindrični zatici s tolerancijom **m6** (slika 4.3a) upotrebljavaju se prvenstveno za međusobno pozicioniranje strojnih dijelova. U jednom dijelu dosjed mora biti čvrst, a u drugome labav, kako bi se spoj mogao rastaviti. Primjer upotrebe takvog zatika pokazuje slika 4.4a. Cilindrični zatici s tolerancijom **h8** (slika 4.3b) upotrebljavaju se za spajanje, odnosno pričvršćenje strojnih dijelova, Slika 4.4b. U oba sastavna dijela ovi zatici imaju čvrst dosjed, pa ih se prilikom demontaže mora izbiti silom. Zatici s tolerancijom m6 i h8 zahtijevaju dodatnu obradu provrta nakon bušenja. Cilindrični zatici s tolerancijom **h11** (slika 4.3c) upotrebljavaju se kao zakovični zatici, koje se nakon ugradnje na oba kraj zakuje, ili kao člankasti zatici s labavim dosjedom D11/h11. Elastični cilindrični zatici (slika 4.3d) su šuplji s debljinom stijenke  $s$ . Uzdužan žlijeb daje im dobra elastična svojstva zbog kojih nisu potrebne uske tolerancije izrade, a provrti u strojnim dijelovima mogu biti samo izbušeni. Prvenstveno se upotrebljavaju za osiguravajuće zaticke, slika 4.4c.

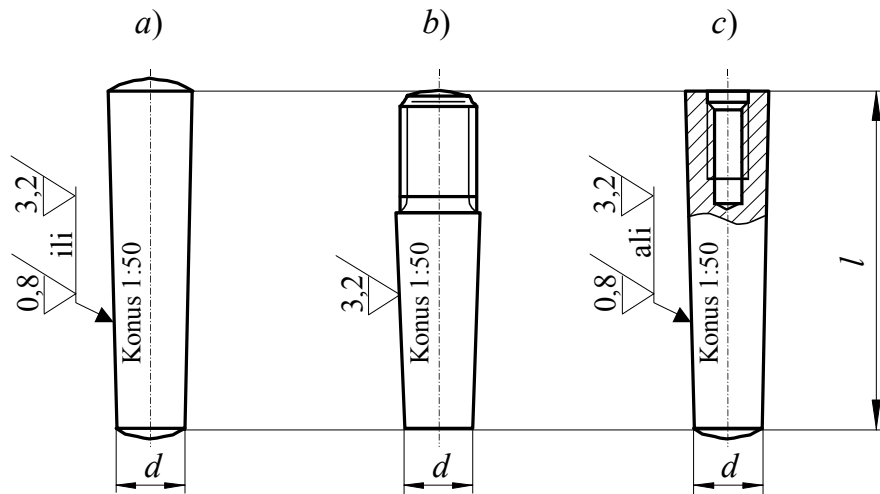


**Slika 4.4:** Primjeri upotrebe cilindričnih i stožastih zatika

- a) pozicioniranje strojnih dijelova    b) spajanje strojnih dijelova    c) fiksiranje položaja strojnih dijelova  
 d) spoj glavine i vratila

**Stožasti zatici** imaju konus 1:50, a nominalni promjer  $d$  im se mjeri na donjoj strani zatika, slika 4.5. Njihova dobra svojstva su što dobro centriraju međusoban položaj dva dijela, vrlo dobro podnose opterećenja na smik, a obratno od cilindričnih zatika mogu se više puta sastaviti i rastaviti. Slaba strana im je skuplja izvedba jer provrt mora imati jednak konus kao i zatic, a osjetljivi su i na dinamička opterećenja. Osim osnovne izvedbe (slika 4.5a) izrađuju se i stožasti zatici s vanjskim (slika 4.5b) ili unutarnjim (slika 4.5c) navojem koje se može upotrebom matice ili vijka jednostavno demontirati. Uglavnom se upotrebljavaju za pozicioniranje strojnih dijelova, a služe i kao vezni elementi (npr. spoj glavine s vratilom, slika 4.4d).





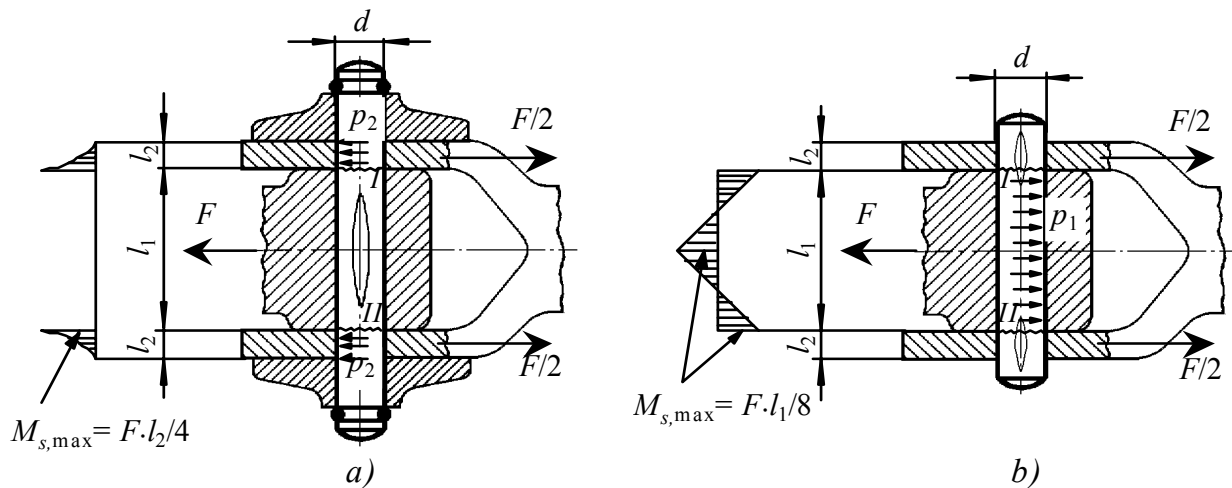
**Slika 4.5:** Standardne izvedbe stožastih zatika  
 a) stožasti zatici prema DIN 1 b) stožasti zatici s vanjskim navojem prema DIN 258  
 c) stožasti zatic s unutarnjim navojem prema DIN 7978

#### 4.2.2 Proračun čvrstoće zatika

Zatici za centriranje i pozicioniranje strojnih dijelova, koji se u praksi najviše upotrebljavaju, opterećeni su vrlo malim opterećenjima, pa im nije potrebno posebno proračunavati čvrstoću. Promjer takvih zatika bira se na temelju iskustva, obzirom na dimenzije strojnih dijelova koje zatic povezuje. U slučaju većih opterećenja (npr. člankasti zatici, zatici za pričvršćivanje, spoj glavine s vratilom) zaticima se ipak mora kontrolirati čvrstoća, obzirom na opterećenja kojima su opterećeni.

##### a) Člankasti zatici

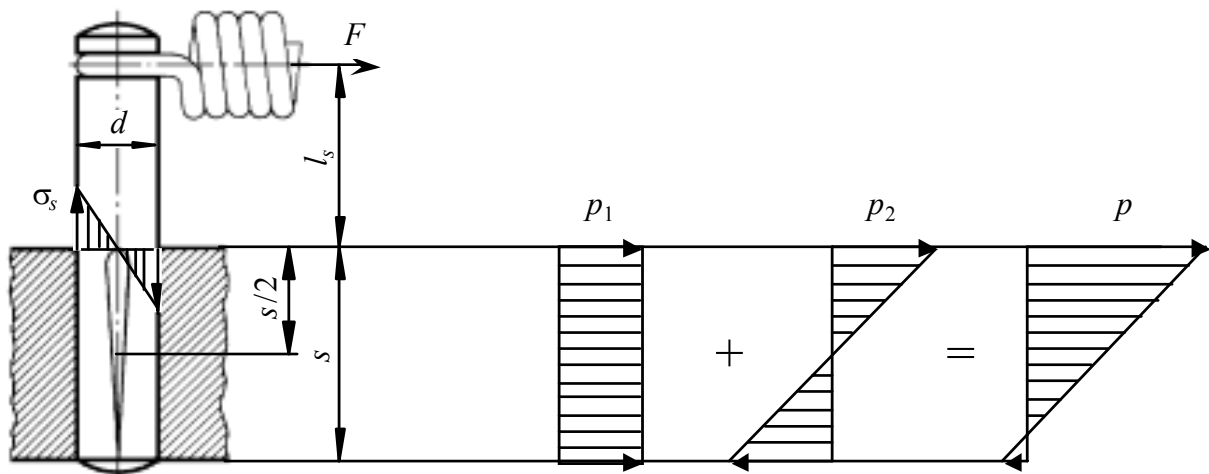
Člankasti zatici upotrebljavaju se slično kao svornjaci za zglobno spajanje strojnih dijelova, osim što je zatic uglavljen s čvrstim dosjedom u jednoga od spajanih dijelova. Za ovu svrhu prvenstveno se upotrebljavaju zasječeni zatici, a tijesan dosjed između zatika i veznog dijela nastaje na mjestu gdje zatic ima žlijeb, Slika 4.8. Na mjestu tijesnog dosjeda zatic je u veznom dijelu čvrsto uglavljen zbog čega se u usporedbi sa svornjakom mijenja tok momenta savijanja  $M_s$  koje u zaticu uzrokuje naprezanje  $\sigma_s$ . Površinski pritisak  $p$  u člankastim zaticima provjerava se samo ne mjestu gdje je zatic u veznom dijelu pokretljiv ( $p_2$  na Slici 4.8a, odnosno  $p_1$  na Slici 4.8b), a sila  $F$  na mjestima I i II uzrokuje i naprezanje na smik  $\tau_s$ . Izračun opterećenja  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $\sigma_s$  i  $\tau_s$ , te kontrola čvrstoće člankastih zatika izvode se, uzimajući u obzir gornje pretpostavke, prema jednakim izrazima kao za svornjake.



**Slika 4.8:** Zasječeni zatic kao karika lanca  
 a) čvrsti dosjed u unutarnjem dijelu b) čvrsti dosjed u vanjskom dijelu

### b) Zatici za pričvršćivanje opterećeni na savijanje

Zatici za pričvršćivanje najviše se upotrebljavaju za pričvršćivanje opruga ili drugih elemenata koji opterećuju zatic na savijanje  $F$ . Ovo opterećenje u zatiku uzrokuje naprezanje na savijanje  $\sigma_s$  (Slika 4.9.), koje se provjerava s obzirom na čvrstoću prema izrazu (4.5), i naprezanje na smik  $\tau_s$ , koje je u usporedbi s naprezanjem na savijanje malo, pa se može zanemariti. Između zatika i strojnog dijela, u kojemu je zatic pričvršćen, nastaje površinski pritisak  $p_1 = F/A_{\text{proj}}$  zbog sile  $F$ , gdje je  $A_{\text{proj}} = d \cdot s$ . Istovremeno, momentu savijanja  $M_2 = F \cdot (l_s + s/2)$  odupire se projekcija  $A_{\text{proj}}$  dodirne površine između zatika i strojnog dijela, pa se na njezinim krajevima javlja dodatni površinski pritisak  $p_2$ , računski jednak naprezanju na savijanje  $\sigma_{s2} = M_2/W_2$ , pri čemu je moment otpora  $W_2 = d \cdot s^2/6$ . Ukupan površinski pritisak je  $p = p_1 + p_2$ , te se provjerava pomoću izraza (4.6).



**Slika 4.9:** Primjer upotrebe i računske veličine zatika za pričvršćivanje

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W_x} = \frac{32F \cdot l_s}{\pi d^3} \leq \sigma_{s,\text{dop}} \quad (4.5)$$

$\sigma_s$  [N/mm<sup>2</sup>] naprezanje na savijanje u zatiku

$M_s$	[Nmm]	moment savijanja; $M_s = F \cdot l_s$
$W_x$	[mm <sup>3</sup> ]	otpor presjeka zatika na moment savijanja; $W_x = \pi \cdot d^3 / 32$
$F$	[N]	vanjsko opterećenje zatika, Slika 4.9
$l_s$	[mm]	krak sile, Slika 4.9
$d$	[mm]	promjer zatika
$\sigma_{s, dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na savijanje materijala zatika

$$p = \frac{F \cdot (6l_s + 4s)}{d \cdot s^2} \leq p_{dop} \quad (4.6)$$

$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveći površinski pritisak između zatika i strojnog dijela
$F$	[N]	vanjsko opterećenje zatika, slika 4.9
$s$	[mm]	dubina pričvršćivanja zatika, slika 4.9
$d$	[mm]	promjer zatika
$p_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak materijala strojnog dijela.

### c) Poprečni zatici opterećeni okretnim momentom

Poprečni zatici upotrebljavaju se za spoj glavine i vratila gdje prenose okretni moment s glavine na vratilo i obrnuto. Zbog okretnog momenta  $T$ , između zatika i provrta u glavini nastaje površinski pritisak  $p_p$  (slika 4.10a) koji se kontrolira jednačinom:

$$p_p = \frac{F_t}{A_{proj}} = \frac{4T}{(D_z^2 - D_n^2) \cdot d} \leq p_{dop} \quad (4.7)$$

$F_t$	[N]	obodna sila; $F_t = 2T/D_{sr}$
$A_{proj}$	[mm <sup>2</sup> ]	projekcijska dodirna površina; $A_{proj} = (D_z - D_n) \cdot d$
$D_{sr}$	[mm]	srednji promjer glavine, slika 4.10a
$D_z$	[mm]	vanjski promjer glavine, slika 4.10a
$D_n$	[mm]	unutarnji promjer glavine, slika 4.10a
$d$	[mm]	promjer zatika
$p_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak materijala glavine.

Površinski pritisak  $p_v$  između zatika i provrta u vratilu (slika 4.10b) određuje se kao naprezanje na savijanje otporne površine  $d \cdot D_n$  prema izrazu (4.8)

$$p_v = \frac{M_v}{W_v} = \frac{6 \cdot T}{D_n^2 \cdot d} \leq p_{dop} \quad (4.8)$$

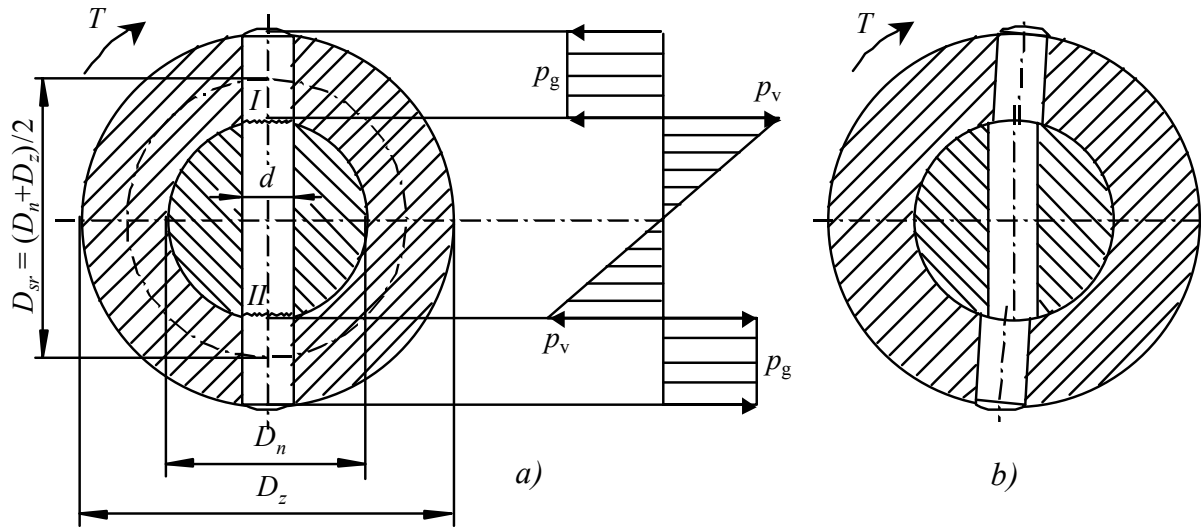
$M_v$	[Nmm]	moment savijanja; $M_v = T$
$W_v$	[mm <sup>3</sup> ]	moment otpora zatika na savijanje; $W_v = d \cdot D_n^2 / 6$
$T$	[Nmm]	okretni moment
$D_n$	[mm]	unutarnji promjer glavine, Slika 4.10a
$d$	[mm]	promjer zatika
$p_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak materijala vratila.

Zbog obodne sile  $F_o$  zatik je u presjecima  $I$  i  $II$  opterećen i naprezanjem na smik  $\tau_s$  koje mora zadovoljavati uvjet:

$$\tau_s = \frac{F_s}{A} = \frac{4T}{\pi d^2 \cdot D_n} \leq \tau_{s, dop} \quad (4.9)$$

$F_s$	[N]	obodna sila smika; $F_s = F_o / 2 = T / D_n$
$A$	[mm <sup>2</sup> ]	poprečni presjek zatika; $A = \pi \cdot d^2 / 4$

$T$  [Nmm] okretni moment  
 $D_n$  [mm] unutarnji promjer glavine, slika 4.10a  
 $d$  [mm] promjer zatika  
 $\tau_{s, dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno naprezanje na smik materijala zatika.



**Slika 4.10:** Poprečni zatic za spojeve glavine i vratila  
 a) konstrukcijske veličine i površinski pritisak b) lom zatika zbog preopterećenja na smik

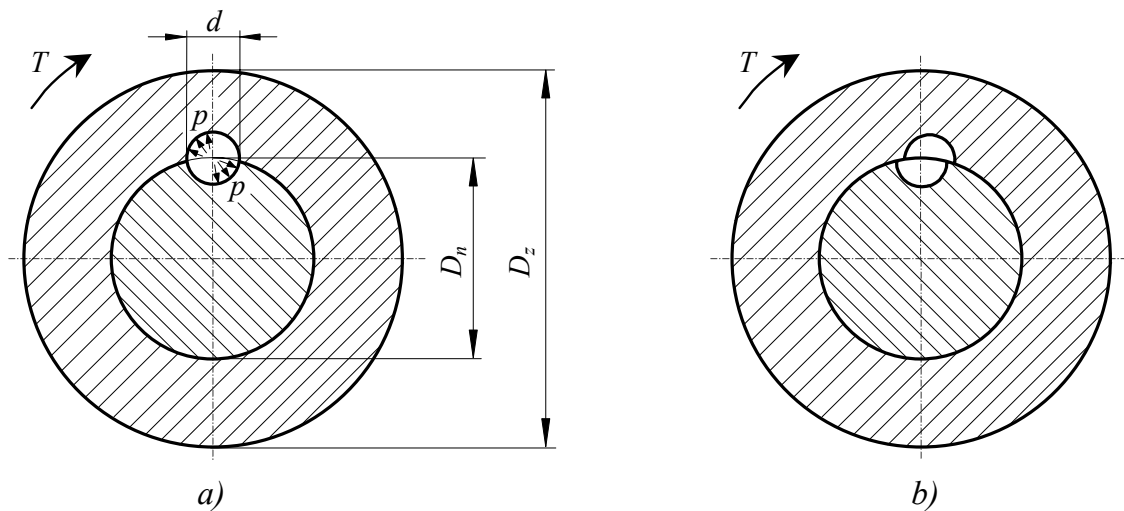
#### d) Uzdužni zatici opterećeni okretnim momentom

Uzdužni zatici upotrebljavaju se slično kao i poprečni za spojeve glavine i vratila, osim što ih se postavlja uzdužno u prethodno napravljenu provrt između glavine i vratila, Slika 4.11a. S obzirom da obavljaju istu funkciju kao i klinovi ( 8.1), uzdužni zatici u praksi su poznati i pod imenom *okrugli klinovi*. Okretni moment  $T$  uzrokuje između zatika i glavine, te između zatika i vratila, površinski pritisak  $p$  koji je zbog okrugle dodirne površine nejednako razmješten ( 1.4.4.1). Za približan proračun dovoljno je precizno ako se površinski pritisak računa kao srednja vrijednost  $p = F_o / A_{proj}$ , gdje je  $F_o$  obodna sila zbog djelovanja okretnog momenta  $T$ , a  $A_{proj}$  projekcijska površina dodirne plohe, izraz (4.10). Obodna sila  $F_o$  opterećuje zatic i naprezanjem na smik  $\tau_s$  koje može dovesti do rušenja zatika ako nije ispunjen uvjet (4.11), slika 4.11b.

$$p = \frac{F_o}{A_{proj}} = \frac{4T}{D_n \cdot d \cdot l} \leq p_{dop} \quad (4.10)$$

$$\tau_s = \frac{F_o}{A_l} = \frac{2T}{D_n \cdot d \cdot l} \leq \tau_{s, dop} \quad (4.11)$$

$A_l$  [mm<sup>2</sup>] uzdužni presjek zatika,  $A_l = d \cdot l$   
 $d$  [mm] promjer zatika  
 $l$  [mm] dužina zatika  
 $p_{dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteni površinski pritisak materijala glavine,  
 $\tau_{s, dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno naprezanje na smik materijala zatika,



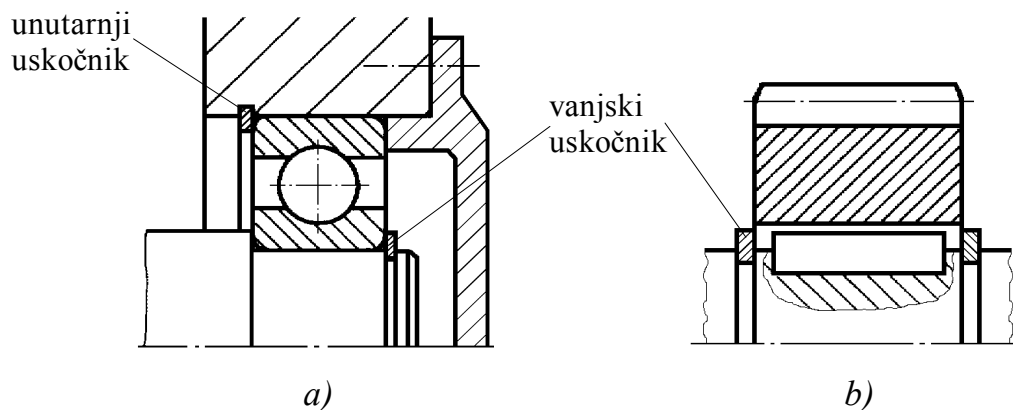
**Slika 4.11:** Uzdužni zatik za spoj glavine i vratila

a) konstrukcijske veličine i površinski pritisak b) rušenje zatika zbog preopterećenja na smik

### 4.3 USKOČNICI

Uskočnici služe kao osigurači od osnovnog pomaka osovine ili vratila, odnosno dijelova koji leže na osovini ili vratilu, ili su umetnuti u odgovarajuće kućište. Najčešće se upotrebljavaju kao osigurači od ispada svornjaka (Slika 4.1b), za pozicioniranje valjnih ležajeva na vratilu i u kućištu (Slika 4.12a), te za osno pozicioniranje raznih strojnih elemenata (koloture, ramenice, zupčanci, itd) na osovine ili vratila, Slika 4.12b. Dijelev se na:

- *vanjske uskočnike* koji se umeću u odgovarajuće oblikovan žlijeb na osovini ili vratilu; dimenzije vanjskih uskočnika i žljebova u osovini ili vratilu standardizirane su prema DIN 471, Tabela 4.4
- *unutarnje uskočnike* koji se umeću u odgovarajuće oblikovan žlijeb u kućištu; dimenzije unutarnjih uskočnika i žljebova u kućištu standardizirane su prema DIN 472, Tabela 4.4



**Slika 4.12:** Primjeri upotrebe uskočnika

a) pozicioniranje valjnog ležaja na vratilu i u kućištu b) pozicioniranje zupčanika na vratilu

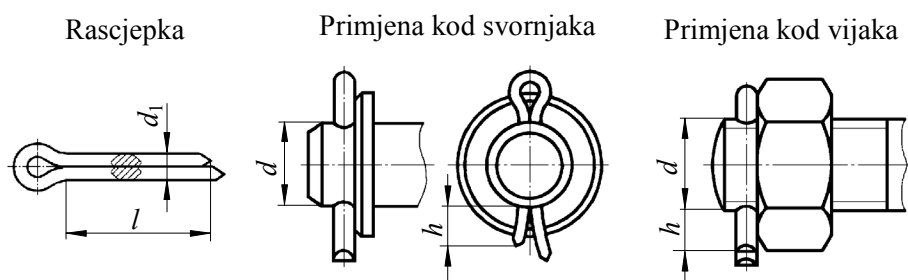
Uskočnici se izrađuju od čelika za opruge (npr. C55E, C60E prema EN 10027-1) s vlačnom čvrstoćom  $R_m \approx 1200 \text{ N/mm}^2$ , koja osigurava potrebna svojstva elastičnosti uskočnika. Naime,

prilikom montaže uskočnike je potrebno posebnim kliještima primjereno elastično deformirati (vanjske uskočnike rastegnuti, a unutarnje suziti), kako bi ih se moglo umetnuti u žlijeb na osovini ili vratilu, odnosno u kućištu. U smjeru prema slobodnim krajevima uskočnici imaju nešto smanjen poprečan presjek (vidi Tabelu 4.3), čime je osigurana jednakomjerna elastičnost uskočnika po čitavom obodu, te time jednakomjeran površinski pritisak na stjenke žljebova u radijalnom smjeru.

Uskočnicima se ne provjerava posebno čvrstoća, nego se samo provjerava moguća aksijalna sila  $F_a$  (npr. iz djelovanja cilindričnih zupčanika s kosim zubima, stožastih zupčanika, itd) koja opterećuje uskočnik na površinski pritisak, savijanje i smik. Ta sila mora biti manja od dopuštenog osnog opterećenja uskočnika  $F_{adop}$  ( $F_a \leq F_{adop}$ ), koje se obzirom na odabrani uskočnik očitava iz Tabele 4.4. Za velike osne sile umjesto uskočnika radije se upotrebljavaju odstojni tuljci, matice, poklopci ležajeva i druga konstrukcijska rješenja koja osiguravaju snažnije osiguranje osnog položaja strojnih elemenata.

## 4.4 RASCJEPKE

Rascjepke su jednostavni i jeftini strojni elementi koji se upotrebljavaju prvenstveno kao osigurači od ispadanja svornjaka i osigurači od odvijanja matice u vijčanim spojevima, slika 4.13. Standardizirane su prema DIN 94 (ISO 1234). Rascjepke se izrađuju prvenstveno od mekih konstrukcijskih čelika, a rjeđe od bakra, bronci i legura aluminija. Rascjepka ima manji promjer od promjera rupe u svornjaku ili vijku, što osigurava jednostavnu montažu. S obzirom da materijal rascjepke ima nisku granicu tečenja, oba njezina kraka mogu se nakon namještanja u svornjak ili vijak lako plastično deformirati i time spriječiti ispad rascjepke. Prilikom demontaže krakovi rascjepke ponovno se izravnavaju i rascjepka se izvuče. U pravilu se pojedina rascjepka upotrebljava samo jednom.



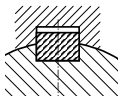
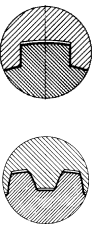
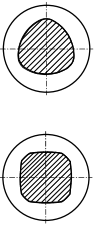
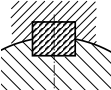
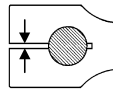
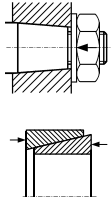
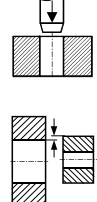
Slika 4.13: Rascjepka i njezine primjene

## 5 VEZE S GLAVINAMA

Vratila nose razne strojne dijelove (zupčanike, lančanike, ramenice, spojke itd.), s kojih preuzima, ili na koje prenosi gibanje i opterećenje, a koji se vrte skupa s vratilom. Dio strojnog elementa koji naliježe na vratilo naziva se *glavina*. Za spoj vratila i glavine koriste se takvi elementi koji omogućuju prijenos okretnog momenta s glavine na vratilo ili obrnuto, te u posebnim slučajevima i pomicanje glavine u smjeru osi. Prema načinu prijenosa okretnog momenta između vratila i glavine razlikuju se *spojevi oblikom* i *spojevi trenjem*, tabela 5.1.

Tabela 5.1

Spojevi vratila i glavine i njihova svojstva

Osnovna svojstva i mogućnosti	SPOJEVI OBLIKOM			SPOJEVI TRENJEM			
	Pera	Žlijebljeni i zupčasti spojevi	Poligonski spojevi	Klinovi	Spoj steznom glavinom	Rastavljivi stezni spojevi	Nerastavljivi stezni spoj
							
Prijenos aksijalne sile	ne	ne	ne	da	da	da	da
Udarana opterećenja	ne	uvjetno	uvjetno	ne	da	da	da
Jednostavna demontaža	da	da	da	da	da	da	ne
Proizvoljan položaj montaže	ne	uvjetno	uvjetno	ne	da/ne	da	uvjetno
Oсни pomak spoja	ne	da	uvjetno	ne	ne	ne	ne
Zarezni učinak spoja	velik	velik	mali	velik	mali	mali	mali
Troškovi izrade	srednji	visoki	visoki	srednji	srednji	niski	visoki
Dodatni troškovi	niski	nikakvi	nikakvi	niski	srednji	srednji	nikakvi

*Spojevi oblikom* uglavnom prenose okretni moment oblikom preko površinskog pritiska neposredno između vratila i glavine (žlijebljeni i zupčasti spojevi, poligonski spojevi), odnosno posredno preko dodatnih elemenata (poprečni klinovi i pera).

*Spojevi naponskom vezom* prenose okretni moment isključivo trenjem koje nastaje neposredno između vratila i glavine zbog međusobnog pritiska (spoj steznom glavinom, rastavljivi i nerastavljivi stezni spojevi). Za ove spojeve općenito mora biti ispunjen uvjet:

$$F_{tr} = F_N \cdot \mu_0 \geq F \cdot v_k \quad (5.1)$$

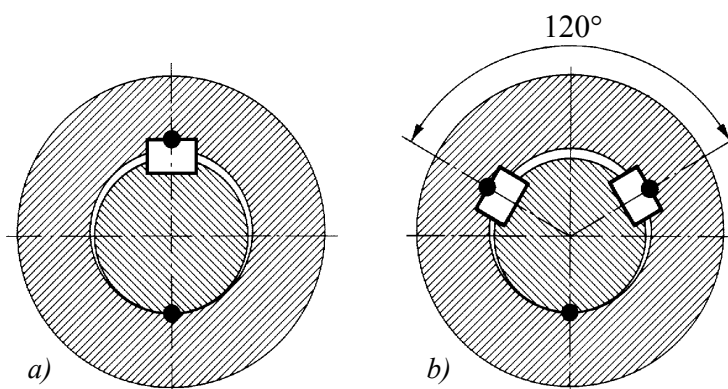
$F_{tr}$ [N]	sila trenja na dodirnim površinama
$F_N$ [N]	normalna sila na dodirnim površinama
$\mu_0$	(statički) koeficijent trenja na dodirnim površinama, tabela 1.5
$F$ [N]	rezultanta aktivnih sila; $F = \sqrt{F_o^2 + F_a^2}$
$F_o$ [N]	obodna sila; $F_o = 2T/d$ ( $T$ - okretni moment, $d$ - promjer vratila)
$F_a$ [N]	aksijalna sila
$v_k$	sigurnost protiv klizanja; $v_k = 1,0$ do $2,5$ .

Prilikom prijenosa okretnog momenta, dijelovi vratila i glavine, te upotrijebljeni vezni elementi (klinovi i pera) na dodirnim površinama su opterećeni površinskim pritiskom  $p$ , koji mora biti manji od dopuštenoga,  $p \leq p_{\text{dop}}$ . Dopušteni površinski pritisak se određuje pomoću izraza

## 5.1 KLINOVI

Klinovi su strojni elementi klinastog oblika, obično s nagibom 1:100, koji se primjenom sile umeću između glavine i vratila. Time se na dodirnim površinama stvara sila trenja potrebna za prijenos okretnog momenta. Dok glavina uvijek ima izrađen žlijeb s jednakim nagibom kao klin, vratilo može s obzirom na vrstu klina, biti različito oblikovano. Prema tome razlikuju se:

- *žlijebljeni klinovi*, gdje vratilo ima žlijeb bez nagiba
- *plosnati klinovi*, gdje je vratilo na mjestu klina spljošteno
- *zaobljeni klinovi*, gdje se ne zahtjeva nikakva dodatna obrada vratila
- *tangencijalni klinovi*, gdje su vratilo i glavina izrađeni s posebnim žljebovima po obodu



**Slika 5.1:** Ekscentričnost spoja vratila i glavine s klinom  
a) dodir u dvije točke b) dodir u tri točke

U spoju vratila i glavine s klinom, zbog djelovanja klina, nastaje ekscentričan spoj, obzirom da općenito dolazi do dodira među elementima u dvije točke (na jednoj strani posredno preko klina, a na drugoj strani neposredno), slika 5.1a. Ako se upotrijebe dva klina pod kutom  $120^\circ$ , vratilo i glavina dodiruju se u tri točke, slika 5.1b. To je povoljnije, posebno za izmjenična i udarna opterećenja. Kako bi se što više smanjila ekscentričnost vratila i glavine preporučuje se prijelazni dosjed između rupe u glavini i vratila (npr.  $H/k$  ili  $H/m$ ). Zbog ekscentričnosti spoja klinovi se koriste samo za manje brzine vrtnje ( $n \leq 1200 \text{ min}^{-1}$ ) prvenstveno u poljoprivrednim i građevinskim strojevima, te u napravama za dizanje. Klinovi su obično izrađeni od vučenog čelika prema DIN 1652 (ili ISO 1052), s vlačnom čvrstoćom  $R_m \geq 600 \text{ N/mm}^2$  i to:

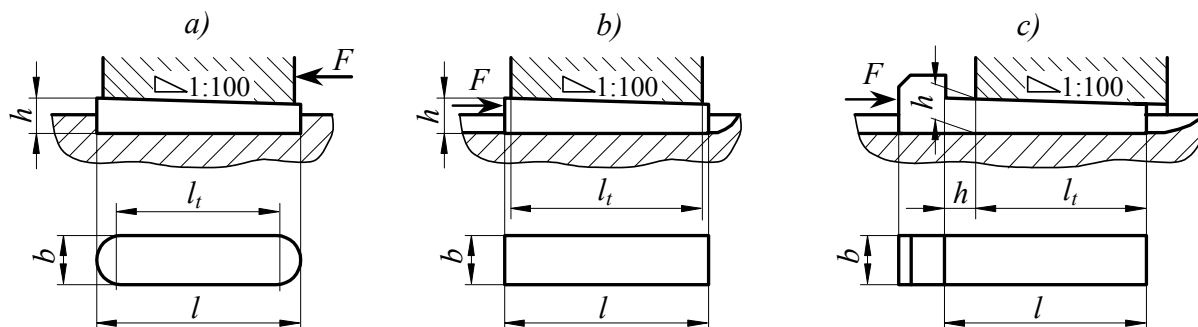
- St50-1K (Č0545) za visine klinova  $h \leq 25 \text{ mm}$ ,
- St60-2K (Č0645) za visine klinova  $h > 25 \text{ mm}$ .

### 5.1.1 Žlijebljeni klinovi

Žlijebljeni klinovi standardizirani su prema ISO 774 (DIN 6886 i DIN 6887). Dimenzije žlijebljenih klinova i žljebova u vratilu i glavini navedene su u tabeli 5.3. Prema obliku i načinu montaže razlikuju se:

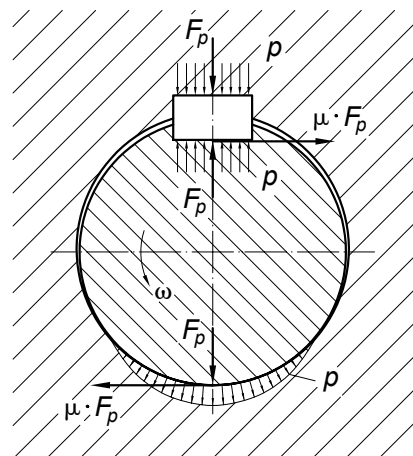


- *uložni klinovi*, koji se ulažu u žlijeb vratila, a zatim se silom  $F$  glavina navuče na vratilo, slika 5.2a. Uložni klinovi imaju zaokruženo čelo (tip A), a dužina im je jednaka dužini žlijeba u vratilu.
- *utjerni klinovi*, kod kojih se najprije namješta glavina na željeno mjesto na vratilu, a zatim se klinovi utjeruju silom  $F$  između glavine i vratila, slike 5.2b i c. Utjerni klinovi imaju ravno čelo (tip B i klin s nosom), a žlijeb u glavini mora biti primjereno duži kako bi se klin zabio između vratila i glavine. Klinovi s nosom prvenstveno se koriste u slučajevima kada kod zabijenog klina nije moguće izbijanje sa suprotne strane, pa prilikom demontaže nos klina služi za njegovo izvlačenje.



**Slika 5.2:** Konstrukcijske izvedbe žlijebljenih klinova  
a) uložni klin b) utjerni klin c) klin s nosom

Princip prijenosa okretnog momenta žlijebljenim klinom prikazan je na slici 5.3. Zbog klinastog oblika, a uslijed aksijalne sile zabijanja, klin pritišće s donje strane (na truhu) vratilo, a s gornje (na leđima) glavinu radijalnim pritiskom  $p$  koji stvara na svim dodirnim površinama silu i moment trenja potrebne za prijenos okretnog momenta. Ovako stvorena veza, koja drži zajedno glavinu, klin i vratilo, naziva se *naponska veza*. Da bi se ona održala, stvoreni moment trenja mora biti stalno veći od okretnog momenta koji se prenosi. Ako ova naponska veza popusti, tada se prijenos okretnog momenta ostvaruje *oblikom*, tj. pritiskom bočnih površina klina na glavinu ili vratilo, ili obratno.



**Slika 5.3:** Prijenos okretnog momenta žlijebljenim klinom

. S obzirom da sile kojima se zabija klin između vratila i glavine općenito nisu poznate, ne može se pouzdano odrediti radijalni pritisak  $p_r$ , slika 5.3. Zbog toga se žlijebljene klinove proračunava na bočni pritisak  $p$ , a neuzimanje u obzir radijalnog pritiska  $p_r$  u proračunu predstavlja određenu sigurnost. Obodna sila  $F_o$ , kao posljedica djelovanja okretnog momenta  $T$  na promjeru vratila ( $F_o = 2 \cdot T/d$ ), uzrokuje na dodirnoj površini između klina i žlijeba glavine  $A = l_t \cdot t_2$  površinski pritisak  $p = F_o / A$  koji mora biti u dopuštenim granicama. Upotrebom više klinova površinski pritisak se smanjuje, jer je raspoređen na više klinova:

$$p = \frac{2T}{d \cdot t_2 \cdot l_t \cdot i} \leq p_{\text{dop}} \quad (5.3)$$

$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak između klina i glavine
$T$	[Nmm]	okretni moment
$d$	[mm]	promjer vratila
$t_2$	[mm]	dubina žlijeba u glavini, tabela 5.3
$l_i$	[mm]	nosiva dužina klina, slika 5.2
$i$		broj klinova; obično $i \leq 2$
$p_{\text{dop}}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak, izraz (5.2)

## 5.2 PERA

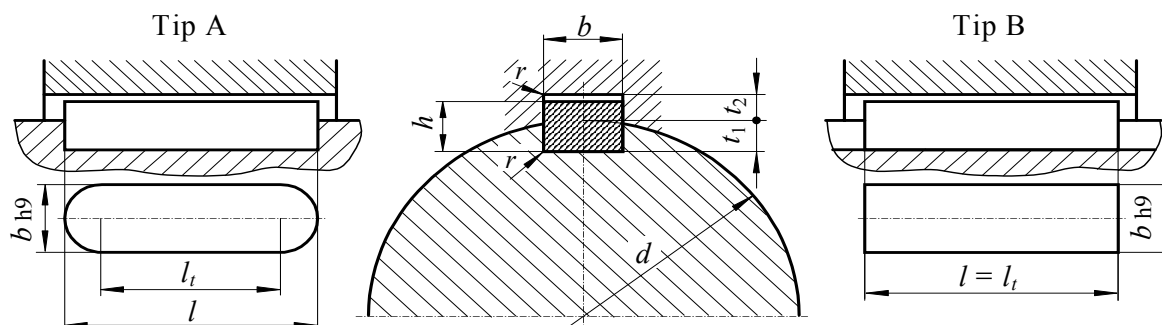
Spoj s perima najčešće je korišten spoj vratila i glavine, prvenstveno primjeren za mirna opterećenja. Pera, slično kao i klinovi, imaju pravokutan poprečan presjek, ali su im donja i gornja ploha paralelne. Prilikom montaže, najprije se umeće pero u žlijeb vratila, a zatim se namješta glavina na željeno mjesto na vratilu. Obzirom da između gornje plohe pera i žlijeba glavine postoji zračnost, slika 5.7, to omogućuje centriranje položaja elemenata na vratilu. Spojevi s perima zbog toga su, u usporedbi s klinovima, primjereni za veće brzine vrtnje. Okretni moment kod pera se prenosi samo oblikom preko površinskog pritiska na bočne dodirne površine između pera i žlijeba glavine. Pera se izrađuju od istih materijala kao i klinovi, poglavlje 5.1.

Standardne izvedbe pera mogu pri jednakoj širini  $b$  imati različitu visinu  $h$ . Prema tome se razlikuju:

- *visoka pera*, standardizirana prema DIN 6885 (ISO 773),
- *niska pera*, koja su standardizirana prema DIN 6885 (ISO 2491), a koriste se kod tankih glavina koje bi se upotrebom visokog pera previše oslabila.

Visoka i niska pera izrađuju se u dvije osnovne izvedbe, slika 5.7.

- *tip A* sa zaokruženom čeonom plohom, gdje je žlijeb u vratilu izrađen prstastim glodalom, a dužina žlijeba jednaka je dužini pera,
- *tip B* s ravnom čeonom plohom, gdje je žlijeb u vratilu izrađen obodnim glodalom, a dužina žlijeba je duža od dužine pera.



Slika 5.7: Spojevi vratila i glavine perom

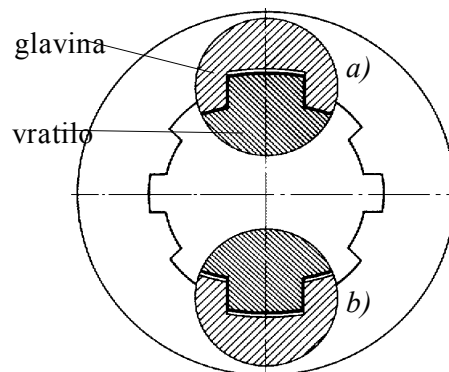
Pera su izrađena s tolerancijom širine h9, dok je tolerancija širine žlijeba  $b$  i glavine ovisna o zahtijevanoj aksijalnoj pokretljivosti strojnih elemenata namještenih na vratilu. Tako se razlikuju spojevi vratila i glavine s:

- *aksijalno nepokretnom glavinom*, gdje je između pera i žlijeba glavine čvrsti dosjed (tolerancije širine žlijeba vratila i glavine dane su u tabeli 5.4).

- *aksijalno pokretnom glavinom*, gdje je između pera i žlijeba glavine labav dosjed (tolerancije širine žlijeba vratila i glavine navodi tabela 5.4)

### 5.3 ŽLIJEBLJENI SPOJEVI

Za prijenos većih okretnih momenata, te izmjeničnih i udarnih opterećenja, koriste se *žlijebljeni spojevi*. U takvom spoju vratilo ima u uzdužnom smjeru simetrično raspoređene grebene («klinove»), a provrt u glavini ima profil koji odgovara profilu vratila, tj. žljebove u koje dosjedaju grebeni vratila, slika 5.10. Profil glavine i vratila izrađuje se s odgovarajućim vlačnim trnovima, odnosno vlačnim glavinama koja na rubovima svojih grebena i žljebova imaju oštrice za rezanje. U općoj strojogradnji najviše se upotrebljavaju žlijebljeni spojevi s *unutarnjim centriranjem* prema ISO 14, u kojima uvert u glavini naliježe na unutrašnji promjer vratila, slika 5.10a. Prema veličini žljebova ovi spojevi se izrađuju u lakoj i srednjoj izvedbi, tabela 5.5 (teža izvedba, koja se koristi za posebne namjene standardizirana je prema DIN 5464). Odgovarajućom tolerancijom glavine i vratila može se osigurati da glavina na vratilu bude aksijalno pokretna ili nepokretna. Za velika izmjenična i udarna opterećenja koriste se žlijebljeni spojevi s *bočnim centriranjem*, slika 5.10b, kojeg je u usporedbi s unutarnjim centriranjem teže izraditi. U strojevima za obradu u praksi su poznate i posebne namjenske izvedbe žlijebljenih spojeva, koje su standardizirane prema DIN 5471 i DIN 5472.



**Slika 5.10:** Centriranje žlijebljenog spoja  
a) unutarnje centriranje b) bočno centriranje

Žlijebljeni spojevi proračunavaju se slično kao i pera obzirom na površinski pritisak  $p$  na bočnim dodirnim površinama među grebenima vratila i žljebovima glavine. Obzirom da se zbog postupaka izrade ukupno opterećenje nejednakomjerno raspoređuje na pojedine dodirne površine, prilikom proračuna potrebno je uzimati u obzir i koeficijent nošenja  $k$ . Tako stvarni površinski pritisak na pojedinoj dodirnoj površini iznosi:

$$p = k \frac{2T}{d_{sr} \cdot h \cdot l_t \cdot i} \leq p_{\text{dop}} \quad (5.5)$$

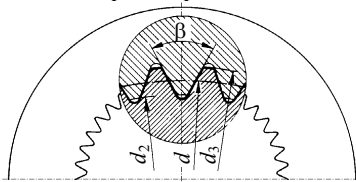
$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak između grebena vratila i žljebova glavine
$T$	[Nmm]	okretni moment
$d_{sr}$	[mm]	srednji promjer žlijebljenog vratila; $d_{sr} = (d + D)/2$
$h$	[mm]	visina nalijeganja glavine na žlijebljeno vratilo; $h = (D - d)/2$
$d$	[mm]	unutarnji promjer vratila, tabela 5.5

$D$	[mm]	vanjski promjer vratila, tabela 5.5
$l_t$	[mm]	nosiva dužina žlijebljenog vratila (obično dužina glavine)
$i$		broj žljebova, tabela 5.5
$k$		faktor nošenja
		$k \approx 1,35$ za unutarnje centriranje; $k \approx 1,05$ za bočno centriranje
$p_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak, izraz (5.2).

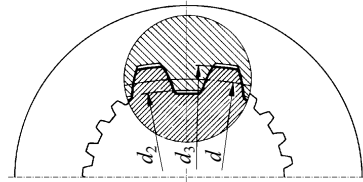
## 5.4 ZUPČASTI SPOJEVI

Zupčasti spojevi slični su žlijebljenim spojevima, pri čemu vratilo i glavina umjesto žljebova po obodu imaju primjereno oblikovane zupce s trokutastim ili evolventnim profilom.

Trokutasti profil prema DIN 5481



Evolventni profil prema DIN 5480



Razmjerno velik broj zuba osigurava prijenos velikih okretnih momenata i udarnih opterećenja. U usporedbi sa žlijebljenim spojevima zupci su manji, pa su zupčasti spojevi primjereniji za tanja vratila, a omogućuju i pozicioniranje glavine u obodnom smjeru. Zupčasti spojevi s trokutastim profilom obično su izrađeni s bočnim centriranjem, a koriste se prvenstveno za aksijalno nepokretne glavine. Kod zupčastih spojeva s evolventnim profilom moguće je također i unutarnje ili vanjsko centriranje, a koriste se za aksijalno pokretne ili nepokretne glavine. Zupčasti spojevi proračunavaju se na površinski pritisak kako slijedi:

$$p = k \frac{2T}{d_{sr} \cdot h \cdot l_t \cdot z} \leq p_{dop} \quad (5.6)$$

$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	površinski pritisak među bokovima zuba
$T$	[Nmm]	okretni moment
$d_{sr}$	[mm]	srednji promjer; $d_{sr} = (d_2 + d_3)/2$
$h$	[mm]	nosiva visina zupca; $h = (d_3 - d_2)/2$
$d_2$	[mm]	unutarnji promjer glavine, tabela 5.6
$d_3$	[mm]	vanjski promjer vratila, tabela 5.6
$l_t$	[mm]	nosiva dužina zupčastog vratila (obično dužina glavine)
$z$		broj zuba, tabela 5.6
$k$		faktor nošenja
		$k \approx 2$ za trokutasti profil; $k \approx 1,35$ za evolventni profil
$p_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteni površinski pritisak, izraz (5.2).

## 5.5 STEZNI SPOJEVI

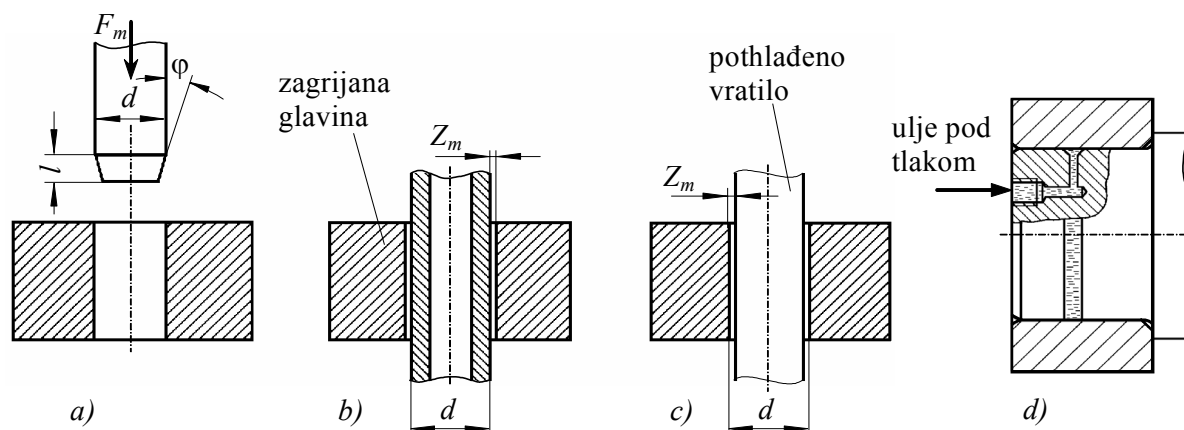
### 5.5.1 Nerastavljivi stezni spoj

U nerastavljivom steznom spoju vratilo i glavina su izrađeni s čvrstim dosjedom, s potrebnim preklom. Zbog toga nakon ugradnje na dodirnom površinama nastaje površinski pritisak  $p$  koji osigurava silu trenja  $F_{tr}$ , potrebnu za prijenos vrtnje. Istovremeno, takav spoj podnosi i određenu aksijalnu silu. Stezni spoj je primjeren za velika izmjenična i udarna opterećenja, pa ga se može koristiti svugdje tamo gdje ostali spojevi vratila i glavine nisu dovoljni za prijenos velikih okretnih momenata. Zbog čvrstog dosjeda između vratila i glavine za stezni spoj je potrebno upotrebiti odgovarajući postupak montaže.

#### Montaža nerastavljivog steznog spoja

U praksi se upotrebljavaju tri postupka montaže i demontaže steznog spoja: *mehanički*, *toplinski* i *hidraulički* postupak, slika 5.12. Odabrani postupak ovisi prvenstveno o zahtjevanom preklomu steznog spoja i montažnim sredstvima koja su na raspolaganju.

U *mehaničkom (uzdužnom) postupku* vratilo i glavina sastavljaju se u hladnom stanju s određenom montažnom silom  $F_m$  i brzinom utiskivanja vratila u glavinu 2 do 5 mm/s, slika 5.12a. Kako bi se olakšala montaža, dio s višom granicom tečenja (obično je to vratilo) je skošen pod kutom  $\varphi = 5^\circ$  na dužini  $l \approx \sqrt[3]{d}$  [mm], a dodirne površine obično su još i nauljene, osim ako je jedan dio iz bronce. Kod većih preklapa izvodi se dvostruko skošenje vratila. Ovako montiran stezni spoj postiže radnu sposobnost nakon približno 48 sati.



**Slika 5.12:** Načini montaže (demontaže) steznog spoja  
a) mehanički b) i c) toplinski d) hidraulički

U *toplinskom postupku* montaže koriste se svojstva materijala da se prilikom zagrijavanja rasteže, a prilikom hlađenja skuplja. Glavina se raširi kada se zagrije na odgovarajuću temperaturu, a između dijelova nastane zračnost  $Z_m$ , pa ih se može sastaviti bez upotrebe dodatne mehaničke sile, slika 5.12b. Kada se glavina nakon montaže ohladi na sobnu temperaturu, skupi se, a zbog

preklopa na dodirnim površinama nastaje odgovarajući površinski pritisak za postizanje sile trenja. Glavina se obično zagrijava u ulju, ali ako se zahtijevaju suhe dodirne površine radi većih koeficijentata trenja, tada se glavina zagrijava u peći s vrućim zrakom. U oba slučaja glavina se zagrijava do 400°C. Više temperature nisu preporučljive, jer mogu lako uzrokovati strukturne promjene u materijalu i smanjenje čvrstoće. Slični odnosi postižu se i hlađenjem vratila, slika 5.12c. Na nižoj temperaturi vratilo se skupi, pa se lako umetne u glavinu. Kada se nakon montaže vratilo ponovno zagrije na sobnu temperaturu, raširi se, te zbog čvrstog dosjeda pritišće na glavinu s potrebnom silom za savladavanje željenih vanjskih opterećenja. Vratilo se hladi u suhom ledu u kojemu se postižu temperature do -78 °C, a niže temperature (do -196 °C) postižu se u tekućem dušiku. Glavinu je potrebno zagrijati ili vratilo ohladiti za:

$$\Delta g = \frac{P_{\max} + Z_m}{\alpha \cdot d} \quad (5.12)$$

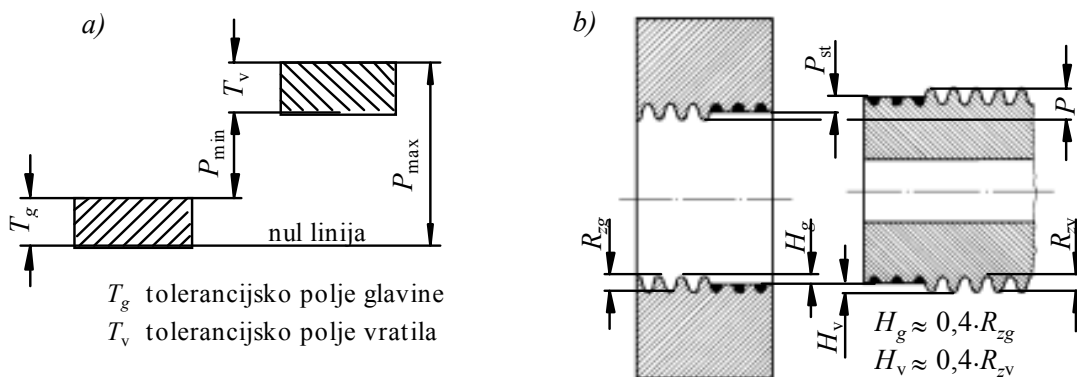
- $P_{\max}$  [mm] najveća moguća vrijednost preklopa za odabrani dosjed, tabela 5.10  
 $Z_m$  [mm] potrebna zračnost pri montaži;  $Z_m \approx 0,1 \text{ mm}$ ,  $Z_m \geq 0,001 \cdot d$   
 $d$  [mm] nominalni promjer steznog spoja; slika 5.13  
 $\alpha$  [K<sup>-1</sup>] koeficijent toplinskog rastezanja glavine (vratila), tabela 1.7.

U *hidrauličkom postupku* na dodirne površine između vratila i glavine dovodi se ulje pod pritiskom zbog čega se vratilo skupi, a glavina raširi, slika 5.12d. Na taj način mogu se montirati samo dijelovi s blago koničnim površinama (konus 1:30), gdje se vratilo najprije potisne u glavinu do određenog položaja, a konačni položaj se postiže tek uz pomoć pritiska ulja. U slučaju cilindričnih dodirnih površina spomenuti postupak se koristi za demontažu ležajeva koji su prethodno montirani mehaničkim ili toplinskim postupkom, slika 5.12d. Vrijednosti za najmanji potrebni pritisak ulja za montažu, te pritisak ulja za demontažu, mogu se naći u specijaliziranoj literaturi ili u katalogima proizvođača ležajeva.

Pri svakom, a naročito pri uzdužnom postupku montaže steznog spoja, dolazi do tzv. zaglađivanja (uglačavanja) površina vratila i glavine ( $H_v$  i  $H_g$  na slici 5.13), zbog čega je stvarni preklop nakon montaže nešto manji od teoretskog. Očito je gubitak preklopa  $\Delta P = 2(H_v + H_g)$ , pa se, prema slici 5.13b, može procijeniti izrazom:

$$\Delta P \approx 0,8 \cdot 10^{-3} \cdot (R_{zv} + R_{zg}) \quad (5.13)$$

- $\Delta P$  [mm] izgubljena preklop zbog uglačavanja površina  
 $R_{zv}$  [μm] srednja visina neravnina vratila; tabela 1.4  
 $R_{zg}$  [μm] srednja visina neravnina glavine; tabela 1.4



**Slika 5.13:** Shematski prikaz postignutog preklopa u steznom spoju  
a) teorijski za sistem jedinstvenog provrta b) praktično

Vrijednosti za  $R_{zv}$  i  $R_{zg}$  mogu se, ovisno o stupnju hrapavosti površina vratila i glavine, očitati iz tabele 1.4, ili se uzimaju preporučene vrijednosti prema DIN 7190:

$$\begin{aligned} d \leq 500 \text{ mm} &\Rightarrow R_{zv} = 0,8 \text{ } \mu\text{m}; R_{zg} = 1,6 \text{ } \mu\text{m} \\ d > 500 \text{ mm} &\Rightarrow R_{zv} = 1,6 \text{ } \mu\text{m}; R_{zg} = 3,2 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

Dakle, stvarne vrijednosti najvećeg i najmanjeg preklopa su:

$$P_{\min, st} = P_{\min} - \Delta P \quad (5.14)$$

$$P_{\max, st} = P_{\max} - \Delta P \quad (5.15)$$

$P_{\min}$	[mm]	teorijska vrijednost minimalnog preklopa
$P_{\max}$	[mm]	teorijska vrijednost maksimalnog preklopa
$P_{\min, st}$	[mm]	stvarna vrijednost minimalnog preklopa
$P_{\max, st}$	[mm]	stvarna vrijednost maksimalnog preklopa
$\Delta P$	[mm]	izgubljeni preklop zbog zaglađivanja površina, izraz (5.13)

Prilikom odabira stvarnog dosjeda, odnosno određivanja odgovarajućih tolerancija promjera glavine i vratila, treba računski dobivene preklope povećati za gubitak preklopa:

$$P_{\min} = P_{\min, st} + \Delta P \quad (5.16)$$

$$P_{\max} = P_{\max, st} + \Delta P. \quad (5.17)$$

Teorijski, u steznom spoju preklop  $P$  je razlika između unutarnjeg promjera glavine  $D_n$  i vanjskog promjera vratila  $d_z$  koja imaju jednaku nominalnu dimenziju  $d$  i pripadne tolerancije. Za proizvoljne tolerancije mogu se izračunati najveći ( $D_{\max}$ ,  $d_{\max}$ ) i najmanji ( $D_{\min}$ ,  $d_{\min}$ ) promjeri preklop prema izrazu (1.5). U pravilu se tolerancije vratila i glavine ne odabiru proizvoljno, nego se upotrebljavaju preporučeni čvrsti dosjedi koji se, prema ISO preporukama, mogu odabrati iz tabele 5.5. U njoj se, s obzirom na nominalni promjer steznog spoja  $d$  i odabrani dosjed, navode pripadajuće vrijednosti za  $P_{\min}$  i  $P_{\max}$ . Tabela 5.8 izrađena je za sistem jedinstvenog provrta (tolerancija glavine H7) i vrijedi za nominalne promjere  $d \leq 500$  mm. Za promjere  $d > 500$  mm tolerancija glavine je H8, stupanj tolerancije vratila IT 7, a vrijednosti za  $P_{\min}$  i  $P_{\max}$  mogu se očitati iz specijalizirane literature.

U slučaju kada nijedan dosjed iz tabele 5.8 ne odgovara uvjetima (5.30), odabire se neki drugi dosjed prema ISO 286, odnosno promjene se geometrijske veličine vratila i glavine, ili se odabire drugi materijal.

### Proračun steznog spoja

Proračun čvrstoće i određivanje odgovarajućeg preklopa, odnosno tolerancije vratila i glavine, standardizirani su npr. prema DIN 7190. U steznom spoju vratilo i glavina imaju jednak nominalni promjer  $d$  različitih tolerancija, koje osiguravaju postizanje preklopa  $P$ , tj. čvrstog dosjeda. Zbog preklopom nastalog (radijalnog) površinskog pritiska  $p$  glavina je nakon montaže opterećena u radijalnom smjeru tlačnim naprezanjima  $\sigma_{rg}$ , a u obodnom (tangencijalnom) smjeru vlačnim naprezanjima  $\sigma_{tg}$ . Zbog istog pritiska vratilo trpi naprezanja  $\sigma_{rv}$  i  $\sigma_{lv}$ . Radijalna naprezanja glavine i vratila na promjeru  $d$  steznog spoja jednaka su površinskom pritisku  $p$ , te

opadaju (do nule) s udaljenošću od  $d$ . Tangencijalna naprezanja  $\sigma_{tg}$  i  $\sigma_{rv}$  glavine i vratila veća su od radijalnih i opadaju s promjerom. Radijalna i obodna normalna naprezanja, budući međusobno okomita, su ujedno i glavna naprezanja, pa je za proračun čvrstoće prema hipotezi najvećih tangencijalnih naprezanja mjerodavna njihova razlika, koja predstavlja ekvivalentno naprezanje. Kvalitativni rasporedi ekvivalentnih naprezanja  $\sigma_{eg}$  za glavinu i  $\sigma_{ev}$  za vratilo prikazani su na slici 5.13a. Uočljivo je da ona u glavini imaju vlačni, a u vratilu tlačni karakter. Zbog toga, ali još više zbog toga što su u glavini naprezanja veća a materijal slabiji, obično se provjerava samo čvrstoća glavine:

$$\sigma_{eg,max} = \sigma_{tg,max} - \sigma_{rg,max} = p \frac{1 + \delta_g^2}{1 - \delta_g^2} + p = \frac{2p}{1 - \delta_g^2} \leq \sigma_{dop} \quad (5.18)$$

$\sigma_{eg,max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće ekvivalentno naprezanje u glavini, na promjeru steznog spoja
$\sigma_{tg,max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće obodno naprezanje u glavini, na promjeru steznog spoja
$\sigma_{rg,max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće radijalno naprezanje u glavini, na promjeru steznog spoja
$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	srednji površinski pritisak na steznim površinama
$\delta_g$		omjer dimenzija glavine, $\delta_g = d/D_v$
$\sigma_{dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje materijala glavine, $\sigma_{dop} = R_e / \nu_T \cong 0,9R_e$ za $\sigma_{eg,max} < R_e$ .

Površinski pritisak  $p$  na steznim površinama ovisi o veličini preklapa  $P$ . Prema teoriji cilindara s debelim ljuskama, ta veza je dana sljedećim izrazom:

$$p = \frac{P}{K \cdot d}, \quad (5.19)$$

gdje je  $K$  pomoćna proračunska veličina definirana svojstvima materijala obaju stegnutih dijelova, te njihovim omjerima dimenzija:

$$K = \frac{1}{E_g} \left( \frac{1 + \delta_g^2}{1 - \delta_g^2} + \mu_g \right) + \frac{1}{E_v} \left( \frac{1 + \delta_v^2}{1 - \delta_v^2} - \mu_v \right) \quad (5.20)$$

$E_g, E_v$	[N/mm <sup>2</sup> ]	moduli elastičnosti materijala glavine i vratila
$\mu_g, \mu_v$		Poissonovi koeficijenti materijala glavine i vratila
$\delta_v$		omjer dimenzija vratila, $\delta_v = d_w/d$
$\kappa$		faktor utjecaja duljine glavine na stezanje vratila, tabela 5.9.

Ovaj izraz strogo vrijedi samo za beskonačno dugački stezni spoj. U stvarnosti, stezanje, tj. stvoreni pritisak ovisi o omjeru duljine glavine i promjera steznog spoja, te o omjeru  $\delta_v$  promjera vratila. On se uzima u obzir tako da se za vanjske dijelove čija je dužina manja od promjera vratila (to su rjeđe glavine, a češće prstenovi), pomoćna proračunska veličina  $K$  pomnoži s faktorom duljine glavine  $\kappa$ . Tako stvarna vrijednost  $K_{st}$  proračunske veličine  $K$  postaje:

$$K_{st} = \kappa \cdot K \quad (5.21)$$

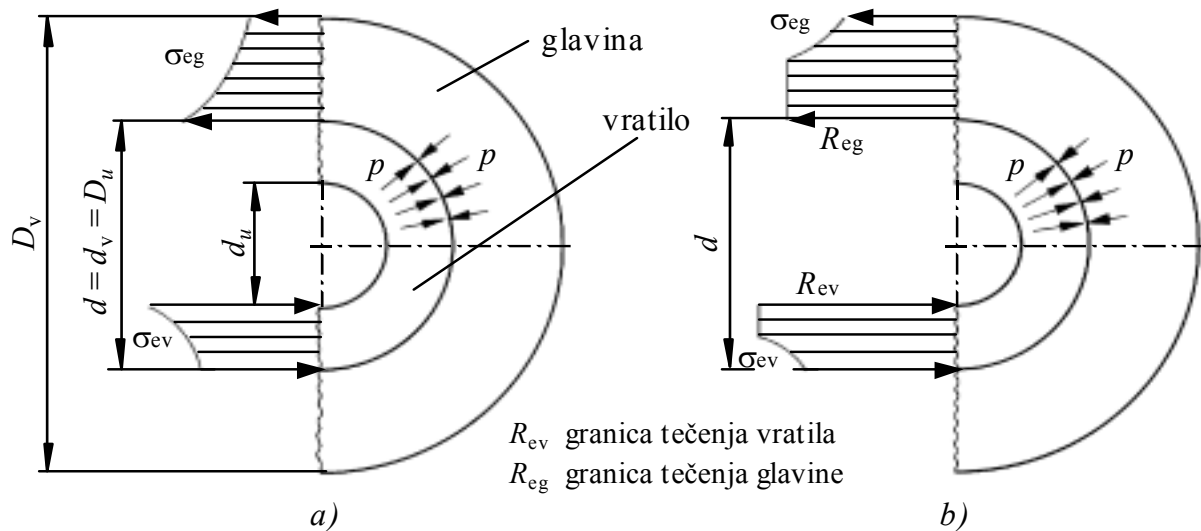
**Tabela 5.9** Faktor duljine glavine  $\kappa$

$\delta_v$	Omjer $l/d$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,33	0,55	0,69	0,78	0,83	0,87	0,90	0,92	0,94	0,95



0,2	0,32	0,53	0,67	0,78	0,83	0,87	0,90	0,92	0,94	0,95
0,4	0,31	0,52	0,65	0,76	0,81	0,85	0,88	0,91	0,93	0,94
0,6	0,29	0,50	0,62	0,73	0,78	0,82	0,86	0,89	0,92	0,93

Ukoliko maksimalno ekvivalentno naprezanje  $\sigma_{eg,max}$  izračunato prema izrazu 5.18 premašuje vrijednost granice tečenja, ulazi se u elastično plastično područje, raspored naprezanja za razvlačive (duktilne) materijale prikazan je na slici 5.14b, a gore prikazani način proračuna ne vrijedi. Postupak proračuna za elastično-plastično područje može se pronaći u specijaliziranoj stručnoj literaturi ili npr. u standardu DIN 7190. U daljnjem tekstu se proračun steznog spoja odnosi samo za naprezanja u elastičnom području, tj. za  $\sigma_{eg,max} < R_e$ .



**Slika 5.14:** Raspored naprezanja u steznom spoju  
a) elastično opterećenje b) elastično-plastično opterećenje

Stezni spoj u općem slučaju podnosi obodnu silu  $F_t$ , kao posljedicu okretnog momenta  $T$  i aksijalnu silu  $F_a$  koja proizlazi iz djelovanja elemenata kao što su stožasti zupčanci, cilindrični zupčanci s kosim zubima, aksijalni ležajevi itd. U proračunu steznog spoja potrebno je uzeti u obzir rezultirajuće opterećenje  $F_R$  na nominalnom promjeru steznog spoja  $d$  prema izrazu:

$$F_R = \sqrt{F_t^2 + F_a^2} \quad (5.22)$$

Da bi stezni spoj mogao prenijeti rezultirajuće opterećenje  $F_R$ , na dodirnim površinama između glavine i vratila treba postići silu trenja  $F_{tr} > F_R$ , slika 5.15, odnosno

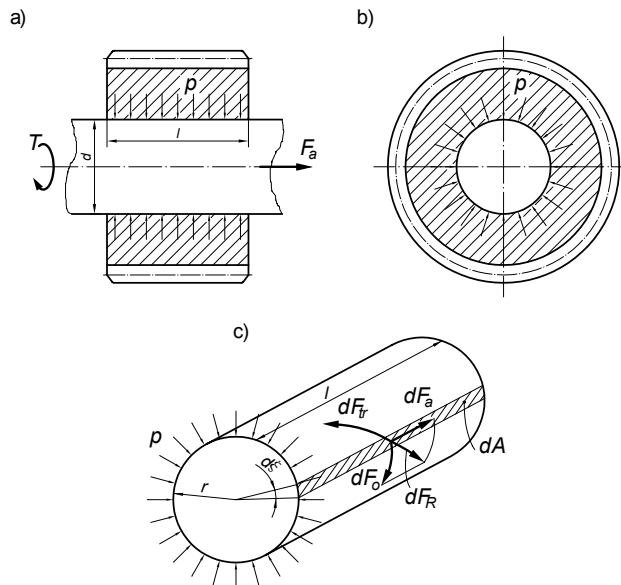
$$F_{tr} = F_R \cdot v_k \quad (5.23)$$

- $v_k$  sigurnost protiv klizanja  
 $v_k = 1,5$  za mirno opterećenje  
 $v_k = 1,8$  za istosmjerno promjenjivo opterećenje  
 $v_k = 2,2$  za izmjenično opterećenje.

Da bi se dobila tolika sila trenja površinski pritisak mora biti

$$p_{min} = \frac{F_r}{A} = \frac{F_{tr}}{A \cdot \mu_0} = \frac{F_{tr}}{\pi \cdot d \cdot l \cdot \mu_0} \quad (5.24)$$

$p_{\min}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	najmanji potrebni površinski pritisak između vratila i glavine
$F_r$ [N]	radijalna sila na dodirnoj površini; $F_r = F_{tr}/\mu_k$
$F_{tr}$ [N]	sila trenja na dodirnim površinama između vratila i glavine, izraz (5.23)
$A$ [mm <sup>2</sup> ]	dodirna površina između vratila i glavine; $A = \pi d l$
$d$ [mm]	nominalni promjer steznog spoja, slika 5.13
$l$ [mm]	nosiva dužina steznog spoja (obično dužina glavine)
$\mu_0$	(statički) koeficijent trenja steznog spoja.



**Slika 5.15:** Stezni spoj zupčanika s vratilom

a) uzdužni presjek b) poprečni presjek c) diferencijalne sile na diferencijalnoj površini

Ako je površinski pritisak manji od ovog, sigurnost protiv klizanja će biti manja od prije odabrane, što nije dopušteno. U suprotnom, sigurnost protiv klizanja će biti veća od  $v_k$ . Budući da je stvarna vrijednost preklopa slučajna veličina, onda su i stvarne vrijednosti površinskog pritiska, sile trenja, sigurnosti protiv klizanja i naprezanja također slučajne veličine. Vjerojatnost da se ove veličine nađu u određenim granicama lako se može odrediti ako se poznaje srednja vrijednost i varijanca preklopa. Takav, vjerojatnosni proračun steznog spoja, može se naći u specijalističkoj literaturi, a ovdje će se problem nemogućnosti određivanja točnih vrijednosti slučajnih veličina odrediti na klasičan način: računati će se uvijek samo s jednom vrijednošću preklopa, minimalnom  $P_{\min}$  ili maksimalnom  $P_{\max}$ . Pravilo je da se uzima ona vrijednost koja će, kad se preko nje izračuna tražena fizikalna veličina, rezultirati s većom stvarnom sigurnošću steznog spoja. Tako npr, ako se za poznati dosjed kontrolira čvrstoća steznog spoja, naprezanja će se računati za  $P_{\max}$ , jer će tako stvarna naprezanja biti manja od računskih, a stvarni stupanj sigurnosti veći. Ako se računa sigurnost protiv klizanja, sila trenja će se računati za  $P_{\min}$ , pa će tako njezina stvarna vrijednost biti veća, kao i sigurnost protiv klizanja. Ako je potrebno odrediti dosjed, tj. preklop za traženu sigurnost protiv klizanja, tada računski dobivena vrijednost preklopa mora približno odgovarati vrijednosti  $P_{\min}$  odabranog dosjeda. Tada će stvarna sigurnost protiv klizanja biti veća, jer će stvarni preklop biti veći od potrebnog. Pri proračunu potrebne sile utiskivanja kod mehaničke (uzdužne) montaže, uzima se  $P_{\max}$ .

Kod steznih spojeva koji brzo rotiraju potrebno je uzeti u obzir i utjecaj centrifugalne sile koja kod većeg broja okretaja vodi k smanjenju površinskog pritiska.

U praksi, proračun steznog spoja najčešće teče tako da se za poznata vanjska opterećenja ( $T$ ,  $F_a$ ) traži odgovarajući čvrsti dosjed ( $P_{\min}$  i  $P_{\max}$ ), kojim će se na dodirnim površinama između vratila i glavine postići potreban površinski pritisak  $p_{\min}$ , odnosno sila trenja  $F_{tr}$  za prijenos željenih opterećenja. U tom slučaju, nakon što se prema izrazu 5.23 izračuna potrebna sila trenja  $F_{tr}$ ,

prema izrazu 5.24 potrebni minimalni pritisak  $p_{\min}$ , potrebna vrijednost  $P_{\min, st}$  minimalnog preklopa računa se iz izraza 5.19:

$$P_{\min, st} = \frac{K_{st} \cdot d \cdot p_{\min}}{E_g} \quad (5.25)$$

Za izbor dosjeda prema tabeli 5.8, potrebno je ovoj vrijednosti dodati vrijednost zaglađivanja  $\Delta P$ .

Ako su u steznom spoju na glavini predviđena rebra za ojačavanje (slika 5.16), ona koče elastičnu deformaciju u radijalnom smjeru. Spomenuti utjecaj uzima se u obzir tako da se modul elastičnosti glavine ojačane s rebrima, poveća za 30%. Ako je glavina nazubljena, tada se za vanjski promjer glavine mora uzeti promjer jezgre (npr. prilikom montaže zupčanika sa steznim spojem vanjski promjer glavine jednak je promjeru kruga preko korijena kruga zupčanika).

U proračunu steznog spoja potrebno je odrediti i potrebne parametre montaže. U slučaju mehaničke montaže (slika 5.12a) potrebna sila utiskivanja iznosi:

$$F_m \geq \pi \cdot \mu \cdot p_{\max} \cdot d \cdot l \quad (5.26)$$

$F_m$ [N]	potrebna sila utiskivanja kod mehaničke montaže steznog spoja
$p_{\max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	najveći površinski pritisak između vratila i glavine
$D$ [mm]	nominalni promjer steznog spoja; slika 5.13
$l$ [mm]	nosiva dužina (obično dužina glavine)
$\mu$	kinetički koeficijent trenja, tabela 1.5, $\mu \cong 0,15$ do $0,2$ .

## 5.5.2 Rastavljivi stezni spojevi

Rastavljivi stezni spojevi prenose okretni moment s vratila na glavinu ili obratno trenjem, tj. pomoću naponske veze. Zbog toga se praktički neograničen broj puta mogu rastaviti i ponovno sastaviti. Najpoznatiji je stezni spoj s koničnim dosjedom. Od elastičnih elemenata koji se umeću između vratila i glavine da bi se djelovanjem aksijalne sile stvorio na njihovim obodima radijalni pritisak, najčešće se upotrebljavaju stezni prstenovi, stezni ulošci, naponske ploče i Spieth čahure.

### Stezni spoj s koničnim dosjedom

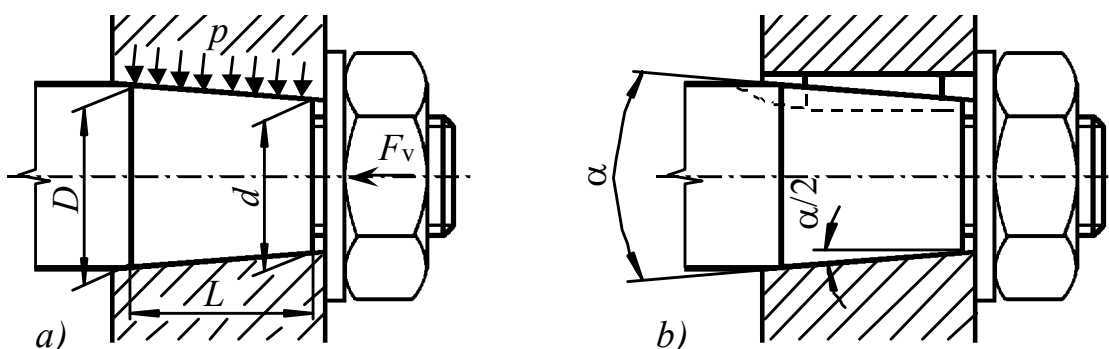
Konični dosjed prenosi okretni moment silom trenja između konično oblikovanog završetka vratila i glavine. Pri tome se potrebna radijalna sila, odnosno površinski pritisak, stvara preko aksijalne sile prednapona  $F_v$  pritezanjem vijka, prema slici 5.17a. Prednost koničnog dosjeda je u tome što dobro centrira glavinu na vratilo, pa se može koristiti za veće brzine vrtnje. Koničnom dosjedu se, prvenstveno kod dinamičkih opterećenja, dodaje i odgovarajuće pero kao dodatno osiguranje protiv klizanja, slika 5.17b. Kod manjih kutova konusa ( $\alpha/2 < \rho$ , gdje je  $\rho$  kut) konični dosjed je *samokočan*, što znači da spoj ostaje čvrst i nakon prestanka djelovanja sile  $F_v$ , pa se mora rastaviti silom.

U koničnom dosjedu vratilo i provrt u glavini na mjestu spoja imaju oblik konusa, koji je definiran omjerom:

$$\text{konus} = \frac{1}{x} = \frac{D-d}{L} = 2 \tan(\alpha/2) \quad (5.27)$$

$D$	[mm]	veći promjer konusa, slika 5.17
$d$	[mm]	manji promjer konusa, slika 5.17
$L$	[mm]	dužina konusa, slika 5.17
$\alpha$	[°]	kut konusa, slika 5.17

U općem strojarstvu, za pričvršćivanje zupčanika, remenica, spojki i drugih strojnih elemenata, najviše se upotrebljava konus 1:10, a za držače alata koriste se *Metrički konus* 1:20 i *Morseov konus* 1:19,212 do 1:20,02.

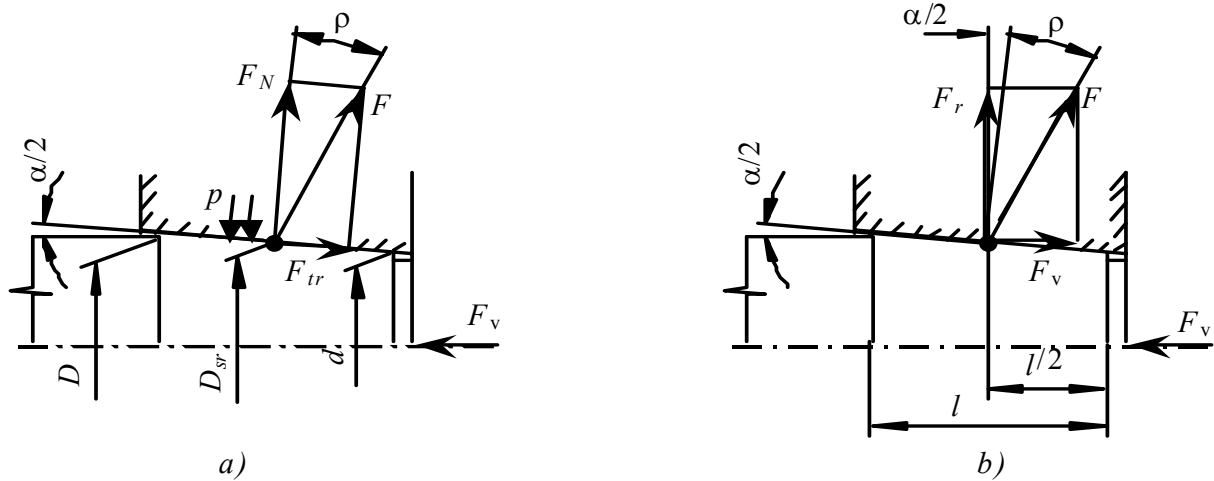


**Slika 5.17:** Konični dosjed  
a) bez pera b) sa perom

Slika 5.17 prikazuje odnose sila u koničnom dosjedu. Zbog pojednostavljenja pretpostavlja se da sile djeluju na srednjem promjeru  $D_{sr}$ . Kao posljedica pritezanja matice, javlja se prednaponska sila  $F_v$  koja nabiva glavinu na vratilo, stvarajući na dodirnim površinama površinski pritisak  $p$ , odnosno normalnu silu  $F_N = p \cdot A_N$  (slika 5.18a). U ravnini dodirnih ploha djeluje sila trenja  $F_{tr} = F_N \cdot \mu_0$ . Sile  $F_N$  i  $F_{tr}$  mogu se sastaviti u rezultantu  $F$  (slika 5.18a), koja se rastavlja na radijalnu komponentu  $F_r$  i aksijalnu komponentu (slika 5.18b). Zbog ravnoteže sila, ta aksijalna komponenta mora biti jednaka prednaponskoj sili  $F_v$ . Uzimajući u obzir izraze  $\tan \rho = \mu_0 = F_{tr} / F_N$  (slika 5.18a) i  $\tan(\alpha/2 + \rho) = F_v / F_r$  (Slika 5.18b), iz izraza (5.1) slijedi izraz za nastalu sila trenja:

$$F_{tr} \cong \frac{\mu_0 F_r}{\tan(\alpha/2 + \rho)} \quad (5.28)$$

$\mu_0$	koeficijent trenja na dodirnim površinama
$F_r$ [N]	radijalna sila zbog pritiska
$\rho$	kut trenja; $\rho = \arctan \mu_0$ .
$\mu_0$	koeficijent trenja; $\mu_0 \approx 0,1$ ( $\rho \approx 6^\circ$ ) za suhe i glatke površine.



**Slika 5.18:** Odnosi sila u koničnom dosjedu  
a) normalna sila  $F_N$  i sila trenja  $F_{tr}$  b) radijalna sila  $F_r$  i sila prednapona  $F_v$

Da ne bi došlo do proklizavanja steznih površina, sila trenja mora biti veća od rezultante djelujućih aktivnih sila koje stezni spoj prenosi, tj.

$$v_k = \frac{F_{tr}}{\sqrt{F_o^2 + F_a^2}} \geq v_{k,potr} \quad (5.29)$$

$v_k$	stupanj sigurnosti protiv klizanja
$F_o$ [N]	obodna sila
$F_a$ [N]	aksijalna sila koja se prenosi
$v_{k,potr}$	potrebni stupanj sigurnosti protiv klizanja; $v_{k,potr} = 1,3$ .

Ukoliko se ne prenosi aksijalna sila,  $v_k$  je (za sve vrste steznih spojeva) jednak:

$$v_k = \frac{F_{tr}}{F_o} = \frac{T_{tr}}{T} \quad (5.29a)$$

$T_{tr}$ [Nmm]	moment trenja na dodirnoj površini; $T_{tr} = F_{tr} \cdot D_{sr}/2$
$T$ [Nmm]	okretni moment koji se prenosi; $T = F_o \cdot D_{sr}/2$ .
$D_{sr}$ [mm]	srednji promjer steznog spoja; $D_{sr} = (D+d)/2$ .
$D$ [mm]	veći promjer konusa, slika 5.17
$d$ [mm]	manji promjer konusa, slika 5.17.

U fazi konstruiranja steznog spoja potrebno je odrediti prednaponsku silu vijka potrebnu za siguran prijenos opterećenja. Iz gornjih izraza slijedi:

$$F_v = \frac{v_k \cdot \sqrt{F_o^2 + F_a^2} \cdot \tan(\alpha/2 + \rho)}{\mu_0} \quad (5.30)$$

Za  $F_a = 0$  slijedi:

$$F_v = \frac{2v_k T \cdot \tan(\alpha/2 + \rho)}{\mu_0 \cdot D_{sr}} \quad (5.30a)$$

Ovolika sila prednapona dobije se pritezanjem matice momentom ključa, koji se izračuna prema izrazu (6.21).

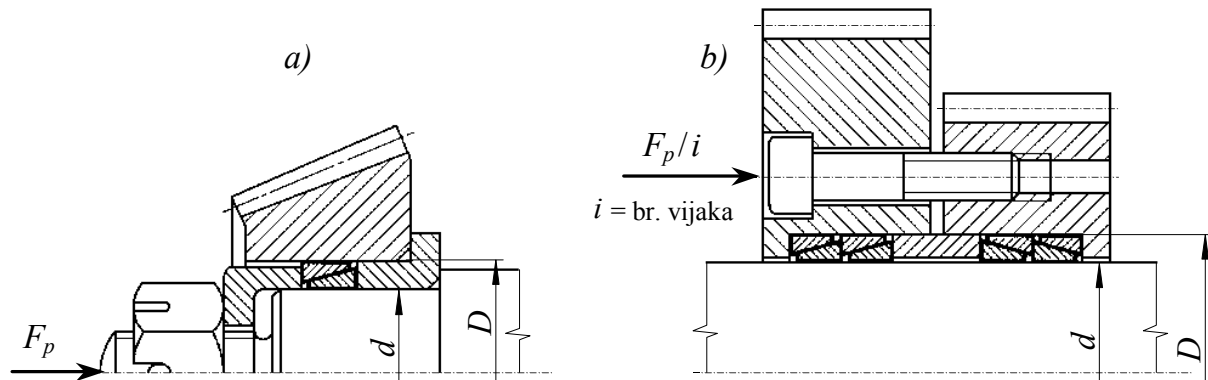
Normalna sila  $F_N$ , kao posljedica djelovanja aksijalne sile  $F_v$ , uzrokuje površinski pritisak  $p = F_N / A_N \approx F_r / A_{sr}$ , kojega je potrebno kontrolirati:

$$p = \frac{F_v}{\pi D_{sr} \cdot l \cdot \tan(\alpha/2 + \rho)} \leq p_{dop} \quad (5.31)$$

$F_v$  [N] prednaponska sila montaže koničnog dosjeda, izraz (5.31)  
 $p_{dop}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteni površinski pritisak, izraz (5.2).

### 5.5.3 Stezni spoj pomoću steznih prstenova

Par steznih prstenova kao elastični vezni element glavine i vratila, sastavljen je od unutrašnjeg ili vanjskog koničnog prstena od poboljšanog čelika koji se umeće u odgovarajući otvor između vratila i glavine, slika 5.19. Ako na prstene djeluje dovoljno velika aksijalna sila  $F_a$ , na dodirnim površinama između vratila i unutarnjeg prstena, te između glavine i vanjskog prstena, stvara se površinski pritisak  $p$  koji uzrokuje potrebnu silu trenja za prijenos vrtnje. Potrebna aksijalna sila  $F_a$  obično se postiže s jednim (slika 5.19a) ili više (slika 5.19b) vijaka za pritezanje. Zbog velikog polukuta konusa ( $\alpha/2 = 16^\circ 42'$ ) ovakav spoj *nije samokočan*, pa se nakon prestanka djelovanja aksijalne sile  $F_a$  lako može rastaviti.



**Slika 5.19:** Primjeri veza glavine i vratila sa steznim prstenima

a) s jednim priteznim vijkom i jednim parom prstenova b) s više priteznih vijaka i četiri para prstenova

Na slici 5.20 prikazani su odnosi sila na kosini, tj. na dodirnim površinama steznih prstenova. Iz poligona sila na vanjskom i unutrašnjem prstenu, očito je:

$$F_{a1} = F_{tr,o} + F_{r1} \tan(\alpha/2 + \rho) = F_{r1} [\mu_0 + \tan(\alpha/2 + \rho)] \quad (5.32)$$

$F_{a1}$  [N] aksijalna sila na prvom paru steznih prstenova  
 $F_{tr,o}$  [N] sila trenja između unutrašnjeg prstena i vratila, za prvi par prstenova  
 $F_{r1}$  [N] radijalna sila na prvom paru steznih prstenova  
 $\alpha$  kut konusa steznih prstenova  
 $\rho$  kut trenja;  $\rho = \arctan \mu_0$   
 $\mu_0$  koeficijent trenja.

Uz  $F_{tr,o} \cong F_{tr,g}$ , također slijedi:

$$F_{a2} = F_{a1} - 2F_{tr1} = F_{r1} [\tan(\alpha/2 + \rho) - \mu_0] \quad (5.33)$$

$F_{a2}$  [N] aksijalna sila na prvom paru steznih prstenova  
 $F_{tr1}$  [N] sila trenja za prvi par steznih prstenova

pa je, uz  $F_{tr1} = \mu_0 F_{r1}$ , lako izračunati silu trenja na prvom paru steznih prstenova, stvorenom aksijalnom silom  $F_{a1}$  jednakoj sumi aksijalnih sila svih vijaka. Dakle:

$$F_{tr1} = \frac{\mu_0}{\mu_0 + \tan(\alpha/2 + \rho)} F_{a1} \quad (5.34)$$

Za svaki idući par steznih prstenova prikazani odnosi sila ostaju isti, ali je, u skladu s izrazom (5.33), aksijalna sila manja od prethodne za dvije sile trenja. Dakle, za drugi par steznih prstenova vrijedi:

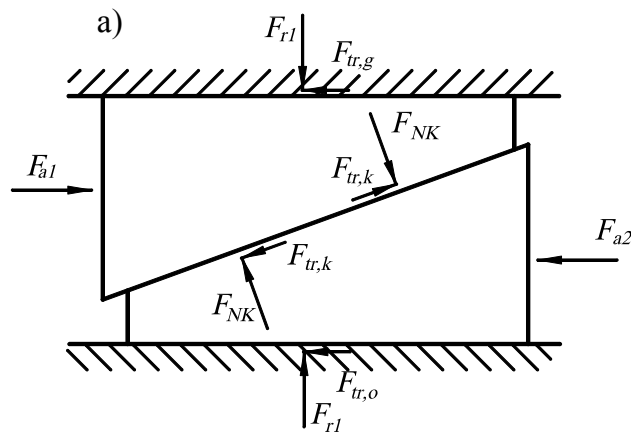
$$F_{tr2} = \frac{\mu_0}{\mu_0 + \tan(\alpha/2 + \rho)} F_{a2}, \quad (5.35)$$

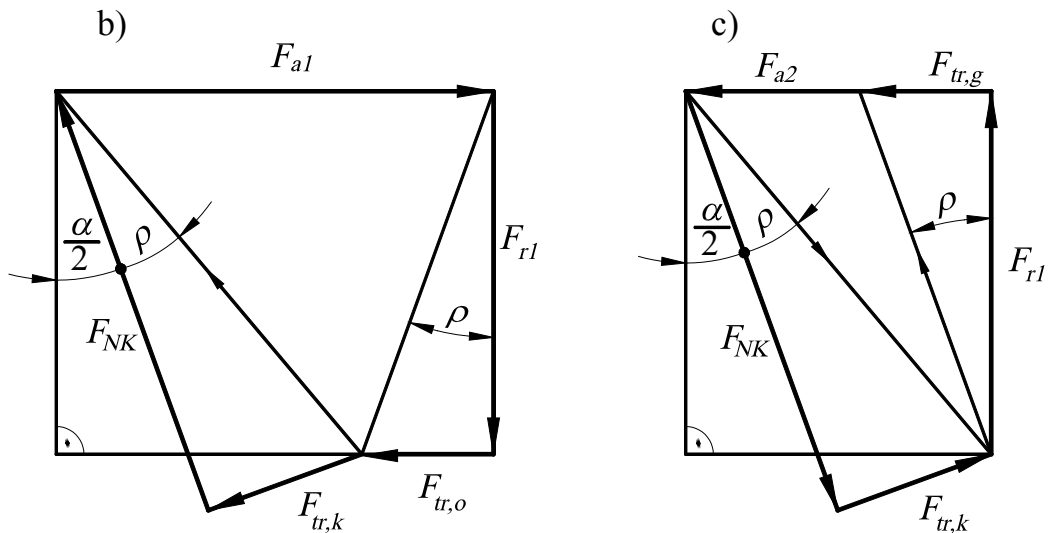
Ova relacija vrijedi i za svaki idući par steznih prstenova, samo što se redni broj u indeksu oznake za silu povećava za jedan. Pri tome je potrebno napomenuti da obodna (ili svaka druga) sila trenja stvorena istim površinskim pritiskom, tj. istom radijalnom silom, ima istu vrijednost kao ova, aksijalna sila trenja, a smjer suprotan rezultanti obodne  $F_o$  i aksijalne sile  $F_A$  koje se prenose. Usporedbom izraza (5.32) i (5.33) dolazi se do omjera

$$\frac{F_{r2}}{F_{r1}} = \frac{F_{r,n}}{F_{r,n-1}} = \frac{F_{a,n}}{F_{a,n-1}} = \frac{F_{tr,n}}{F_{tr,n-1}} = q = \frac{\tan(\alpha/2 + \rho) - \mu_0}{\tan(\alpha/2 + \rho) + \mu_0} \quad (5.36)$$

koji pokazuje da moć nošenja svakog idućeg para steznih prstenova opada po geometrijskom nizu. Vrijedi i

$$q = \frac{T_{tr,n}}{T_{tr,n-1}} \quad \text{za } F_A = 0. \quad (5.36a)$$





**Slika 5.20:** Sile na prvom paru steznih prstenova

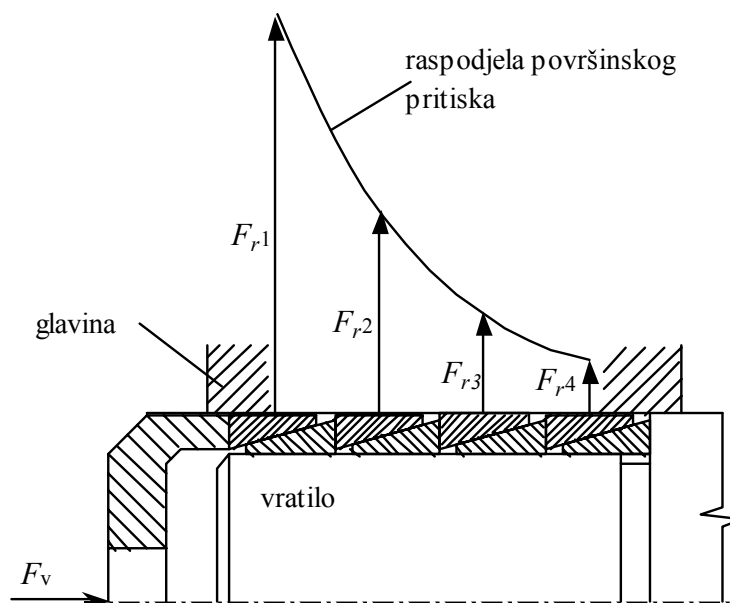
a) sile na dodirnim površinama b) poligon sila na vanjskom prstenu c) poligon sila na unutrašnjem prstenu

Ukupna sila trenja  $F_{tr}$  za  $n$  pari steznih prstenova jednaka je zbroju sila trenja svih parova prstenova, tj. sumi članova geometrijskog niza, kojemu je  $q$  kvocijent:

$$F_{tr} = \sum_{j=1}^n F_{tr,j} = F_{tr1} (1 + q + q^2 + \dots) = F_{tr1} \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (5.37)$$

Sličan izraz vrijedi i za ukupni moment trenja  $T_{tr}$ , ako je  $F_A = 0$ .

No, kako je vrijednost omjera  $q$  za  $\alpha/2 = 16^\circ 42'$  i za  $\mu_0 = 0,15$  prema izrazu (5.30) jednaka  $q = 0,5$ , proizlazi da je sposobnost nošenja svakog para steznih prstenova otprilike upola manja od prethodnog para, slika 5.21. Tako bi npr. peti par nosio svega oko tri posto ukupne sile (ili momenta), što je neisplativo. Zato se nikada ne ugrađuje više od četiri para steznih prstenova.



**Slika 5.21:** Raspodjela površinskog pritiska na pojedine vezne elemente



Sigurnost protiv klizanja je dakle:

$$v_k = \frac{F_{tr}}{\sqrt{F_r^2 + F_A^2}} \geq v_{k, \text{potr}} \quad (5.38)$$

$v_{k, \text{potr}}$		potrebni stupanj sigurnosti protiv klizanja; $v_{k, \text{potr}} = 1,2 \dots 2,0$ .
$F_r$	[N]	aktivna radijalna sila koja se prenosi
$F_A$	[N]	aktivna aksijalna sila koja se prenosi

Stezni prstenovi se ugrađuju s labavim dosjedom kako između vanjskog prstena i glavine, tako i između unutrašnjeg prstena i vratila. Za uklanjanje ove inicijalne zračnosti potrebno je stezne prstenove opteretiti početnom aksijalnom silom  $F_0$ . Tek povećanjem aksijalne sile na vrijednost prednaponske sile  $F_{pr} = F_0 + F_v$  postiže se na dodirnim površinama željeni površinski pritisak  $p$  za prijenos vrtnje.

Pri određivanju dimenzija steznih prstenova odlučujući je površinski pritisak  $p_1$  između vanjskog prstena prvog para prstenova i glavine, koji mora biti u dopuštenim granicama:

$$p_1 = \frac{F_{r1}}{\pi D \cdot l} \leq p_{\text{dop}} \quad (5.39)$$

## 6 OPRUGE

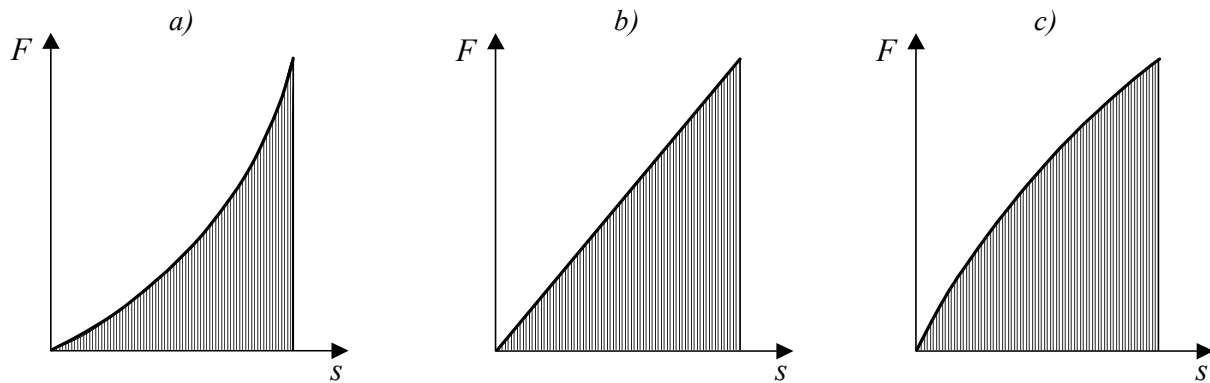
*Opruge* su elastični elementi koji pod utjecajem vanjskog opterećenja akumuliraju energiju, te je nakon rasterećenja vrate u obliku potencijalne energije, čitavu ili umanjenu. U praksi se opruge upotrebljavaju za različite namjene. Neki od najčešćih primjera upotrebe su:

- akumulacija energije (opruge za pogon mehanizma u satu i u igračkama),
- prigušivanje udaraca i vibracija (torzijske opruge u cestovnim vozilima)
- kao povratni elementi (opruge u ventilima, spojkama, mjernim instrumentima)
- mjerenje sila (vaga s oprugom)
- raspodjela sila (oruđa za učvršćivanje)
- opruge za zatezanje

Obzirom na materijal, u praksi se najčešće upotrebljavaju metalne i gumene opruge, a prema obliku zavojne, tanjuraste, lisnate i šipkaste. Ipak, osnovna podjela opruga je prema vrsti glavnog naprezanja: dijele se na savojne, vlačno-tlačne i torzijske opruge.

### 6.1 KARAKTERISTIKA I RAD OPRUGE

Ako se vlačna, tlačna ili savojna opruga opterete silom  $F$ , hvatište sile napravi put  $s$  koji se naziva *progib*. Slično tome, opruge opterećene torzijskim momentom  $T$  zakreću se za kut  $\alpha$  koji se naziva *zakretanje opruge*. Progib i kut zakreta se zajedničkim imenom nazivaju *opruženje*. Ovisnost opruženja o opterećenju naziva se *karakteristika opruge*, a može biti linearna, progresivna ili degresivna, slika 6.1.



**Slika 6.1:** Karakteristika opruge  
 a) progresivna b) linearna c) degresivna

Karakteristika opruge definirana je omjerom prirasta opterećenja i opruženja koji se naziva *krutost opruge*:

$$c = \frac{dF}{ds} \quad (6.1)$$

$$c_t = \frac{dT}{d\alpha} \quad (6.2)$$

U oprugama s linearnom karakteristikom (slika 6.1b) krutost opruge je konstantna veličina i naziva se *konstanta opruge*:

$$c = \frac{F}{s} \quad (6.3)$$

$$c_t = \frac{T}{\alpha} \quad (6.4)$$

- $c$  [N/mm] krutost opruge za vlačne, tlačne i savojne opruge
- $c_t$  [Nmm/rad] krutost opruge za torzijske opruge
- $F$  [N] opterećenje opruge
- $s$  [mm] progib opruge
- $T$  [Nmm] torzijski moment opruge
- $\alpha$  [rad] zakretanje opruge.

Prilikom opterećenja opruge silom  $F$  ili momentom torzije  $T$ , u opruzi se akumulira *radnja opruge*, koji se računa izrazima (6.5) i (6.6). Opruga prilikom rasterećenja predaje akumuliranu radnju umanjenu za udio unutarnjeg trenja u materijalu opruge.

$$W = \int_s F(s) \cdot ds \quad (6.5)$$

$$W_t = \int_\alpha T(\alpha) \cdot d\alpha \quad (6.6)$$

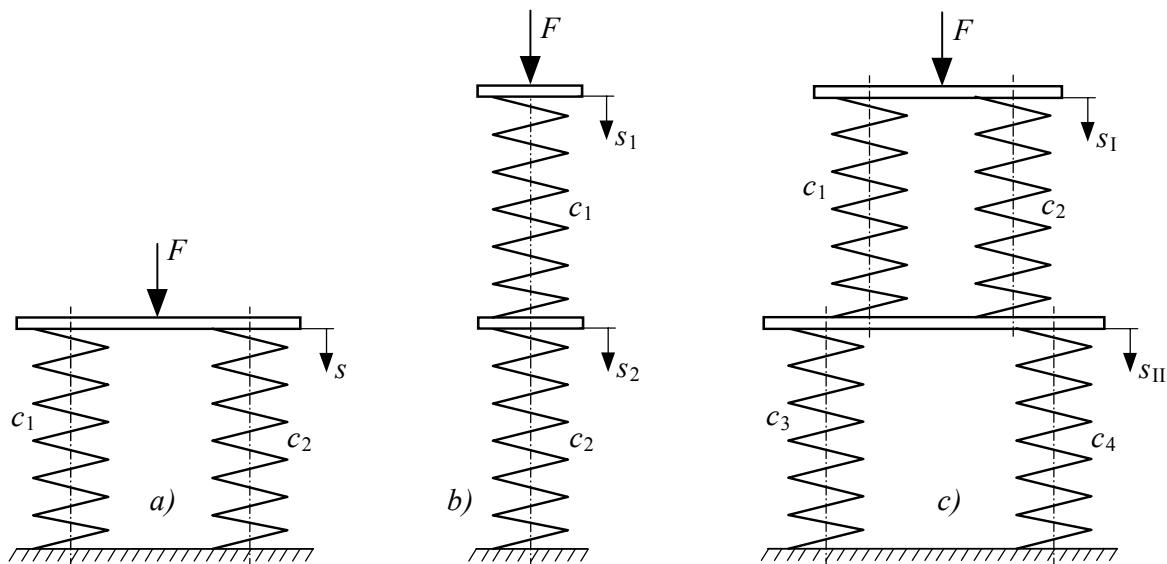
Radnja opruge grafički predstavlja površina ispod karakteristike opruge u dijagramima na slici 6.1. Kod opruga s linearnom karakteristikom (slika 6.1b) radnja opruge iznosi:

$$W = \frac{F}{2} \cdot s \quad (6.7)$$

$$W_t = \frac{T}{2} \cdot \alpha \quad (6.8)$$

$W$  [Nmm] radnja opruge za vlačne, tlačne i savojne opruge  
 $W_t$  [Nmm] radnja opruge za torzijske opruge.

U praksi se često susreću primjeri kada je u pojedinom sklopu istovremeno ugrađeno više opruga koje su povezane u takozvani *sustav opruga*, čime se omogućuje tražena funkcija tog sklopa. Pojedine opruge mogu biti povezane u sustav opruga na različite načine, slika 6.2.



**Slika 6.2:** Sustavi opruga  
a) paralelni b) serijski c) kombinirani

### a) Paralelni sustavi opruga

Opruge su ugrađene tako da se ukupna sila raspoređuje na pojedine opruge, pri čemu je progib svih opruga jednak. Dakle, u sustavu opruga na slici 6.2a ukupna sila  $F$  se raspoređuje na sile  $F_1$  i  $F_2$  ( $F=F_1+F_2$ ), što se može, uzimajući u obzir krutosti opruga  $c_1$  i  $c_2$ , te jedinstveni progib ( $s_1=s_2=s$ ), zapisati i u obliku  $c \cdot s = c_1 \cdot s + c_2 \cdot s$ . Iz ovoga slijedi da je ukupna konstanta opruge ugrađenih opruga na slici 6.2a jednaka  $c = c_1 + c_2$ . Slično se može izvesti i za proizvoljan broj opruga, pa tako za  $n$  sporedno ugrađenih opruga vrijedi:

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n = \sum_{i=1}^n c_i \quad (6.9)$$

### b) Serijski sustavi opruga

Opruge su ugrađene tako da na pojedine opruge djeluje jednako velika sila  $F$ . Progibi pojedinih opruga općenito nisu jednaki, te su ovisni o konstantama opruge. U sustavu opruga na slici 6.2b

ukupan progib  $s$  jednak je zbroju pojedinih progiba  $s_1$  i  $s_2$  ( $s = s_1 + s_2$ ), što se može, uzimajući u obzir konstante opruga  $c_1$  i  $c_2$  te jedinstvenu silu ( $F_1=F_2=F$ ), zapisati i u obliku  $F/c = F/c_1 + F/c_2$ . Ukupna konstanta opruge serijski ugrađenih opruga na slici 6.2b tako iznosi  $1/c = 1/c_1 + 1/c_2$ . Sličan izvod bi slijedio i za proizvoljan broj opruga, pa tako za  $n$  serijski ugrađenih opruga vrijedi:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} \quad (6.10)$$

### c) Kombinirani sustavi opruga

U kombiniranim sustavima opruga, opruge su u različitim kombinacijama ugrađene paralelno i serijski. U sustavu opruga na slici 6.2c gornje i donje paralelno ugrađene opruge povezane su u zajednički serijski sustav opruga. Iz gornjeg obrazloženja može se zaključiti kako je ukupna konstanta opruge sustava na slici 6.2c jednaka  $1/c = 1/(c_1+c_2) + 1/(c_3+c_4)$ . Na isti način bi se dobila konstanta opruge s proizvoljnim brojem paralelno i serijski spojenih opruga.

## 6.2 MATERIJALI OPRUGA I DOPUŠTENA NAPREZANJA

Pri odabiru materijala za opruge mora se uzeti u obzir sposobnost oblikovanja i elastična svojstva materijala. Izbor materijala prvenstveno ovisi o uvjetima eksploatacije opruge.

- *Opruge za rad u normalnim uvjetima:* Ako se za ove opruge koristi nelegirani čelik, onda je to najčešće već patentirana žica sa 0,5 do 0,85 % ugljika. *Patentiranje* se izvodi tako da se austenitizirana žica provlači kroz olovnu kupku gdje se izotermno poboljša, a zatim se ohladi na zraku. Obično se nakon toga još hladno gnječi. Poslije izrade (motanja) izvodi se nisko popuštanje. Zbog slabe prokaljivosti nelegirani čelici se koriste samo za manje presjeke, a zbog slabe temperaturne postojanosti za rad na temperaturama samo do 80°C.

Za opruge koje se toplinski obrađuju poslije oblikovanja koriste se čelici legirani silicijem, manganom, kromom i manje vanadijem, uz srednji sadržaj ugljika (0,4 do 0,7 %). Legirni elementi povećavaju prokaljivost, postojanost popuštanju i mehanička svojstva materijala opruge. Silicij se rastvara u feritnoj rešetki, povećavajući čvrstoću materijala, a još više granicu tečenja, koja kod ovakvih materijala može dostići i 90 % vlačne čvrstoće. S druge strane, pri toplinskoj obradi na višim temperaturama, silicij povećava sklonost čelika jakom razugljičavanju i grubozrnatosti, pa se na površini dobije čisti ferit koji je neotporan na dinamička naprezanja. Karakteristika mangana je da osim što povećava svojstva čelika isto kao silicij, uzrokuje nejednoliki raspored uključina sulfida i oksida. Valjanjem one zauzmu vlaknasti raspored, pa čelik legiran manganom ima visoku žilavost u uzdužnom smjeru (lisnate opruge).

- *Opruge za rad na povišenim temperaturama:* Kod ovih opruga čelici su legirani prvenstveno kromom (do 1,5 %) koji sa željezom formira kompleksni karbid, te sa drugim elementima (molibden, volfram i vanadij) koji formiraju svoje temperaturno postojeće karbide.
- *Opruge za rad u korozionoj sredini:* Problem korozije najjednostavnije i najjeftinije se rješava izradom opruga iz čelika iz prethodnih skupina, te njihovim oblaganjem antikorozijskim zaštitnim slojem. No, mnogo efikasnije, ali zato i znatno skuplje, je izraditi opruge iz materijala otpornog na koroziju. To su prvenstveno nerđajući čelici, te različite vrste bronci.

U praksi se za opruge najviše upotrebljavaju toplo valjani čelici koji se nakon kaljenja popuštaju, kako bi se povećala žilavost materijala, Tabela 6.1. Najbolja svojstva čvrstoće postižu se upotrebom okrugle žice za opruge koja se izrađuje u različitim razredima kvalitete, Tabela 6.2. Za hladnu izradu opruga postupcima rezanja, prešanja i namotavanja, koriste se hladno valjane čelične trake, tabela 6.3.

Krutost opruge metalnih opruga ( 6.1) ovisna je, kod vlačnih, tlačnih i savojnih opruga, o modulu elastičnosti materijala opruge  $E$ , odnosno o modulu elastičnosti  $G$  kod torzijskih opruga. Vrijednosti  $E$  i  $G$  najčešće korištenih materijala za opruge navodi Tabela 6.4.

Pri dimenzioniranju opruga bitno je da su naprezanja koja nastaju kao posljedica vanjskih opterećenja manja od dopuštenih. Dopuštena opterećenja ovisna su, osim o korištenom materijalu, i o obliku opruge, načinu opterećenja i opasnosti od posljedica koje bi eventualno pucanje opruge prouzročilo. Općenito se dopuštena naprezanja određuju za pojedinu vrstu opruge posebno. Ukoliko takvi podaci nisu na raspolaganju, dopuštena naprezanja opruge mogu se odrediti orijentacijski prema vlačnoj čvrstoći materijala  $R_m$ :

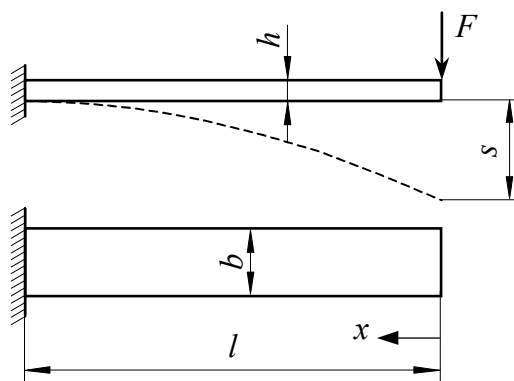
## 6.3 OPRUGE OPTEREĆENE NA SAVIJANJE

### 6.3.1 Lisnata opruga s konstantnim presjekom

Najjednostavniji primjer ovakve opruge je konzolno učvršćena lisnata opruga pravokutnog presjeka, slika 6.4. Ako je opruga opterećena silom  $F$  koja djeluje na kraju opruge, moment savijanja na proizvoljnom mjestu iznosi  $M_x = F \cdot x$ . Najveći moment savijanja  $M_s = F \cdot l$  nastaje na mjestu učvršćenja i ima odlučujući utjecaj pri dimenzioniranju opruge. Obzirom da su širina opruge  $b$  i debljina  $h$  po čitavoj dužini jednake ( $W_y = \text{konst}$ ), zbog promjenljivog momenta savijanja mijenja se i naprezanje, pa materijal nije optimalno iskorišten. Zbog toga se ovakve opruge u praksi koriste samo za mala opterećenja, prvenstveno u preciznoj mehanici kao dodirne opruge u raznim sklopkama ili pritisne opruge za kvake i slično. Za izradu ovakvih opruga prvenstveno se upotrebljavaju hladno valjane čelične trake prema DIN 17222 (tabela 6.3) i legure bakra prema Din 17670. Progib opruge na mjestu djelovanja sile iznosi:

$$s = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} \quad (6.13)$$

$s$	[mm]	progib opruge
$F$	[N]	opterećenje opruge
$l$	[mm]	dužina opruge
$E$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul elastičnosti materijala opruge, Tabela 6.4
$b$	[mm]	širina opruge
$h$	[mm]	debljina opruge



**Slika 6.4:** Konzolno učvršćena savojna opruga s konstantnim presjekom

Naprezanje na savijanje  $\sigma_s$  opruge računa se poznatim izrazom

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W_y} = \frac{6 \cdot F \cdot l}{b \cdot h^2} \leq \sigma_{s \text{ dop}} \quad (6.14)$$

$M_s$  [Nmm] najveći moment savijanja;  $M_s = F \cdot l$

$W_y$  [mm<sup>3</sup>] aksijalni moment otpora poprečnog presjeka opruge oko horizontalne osi  $y$ ;

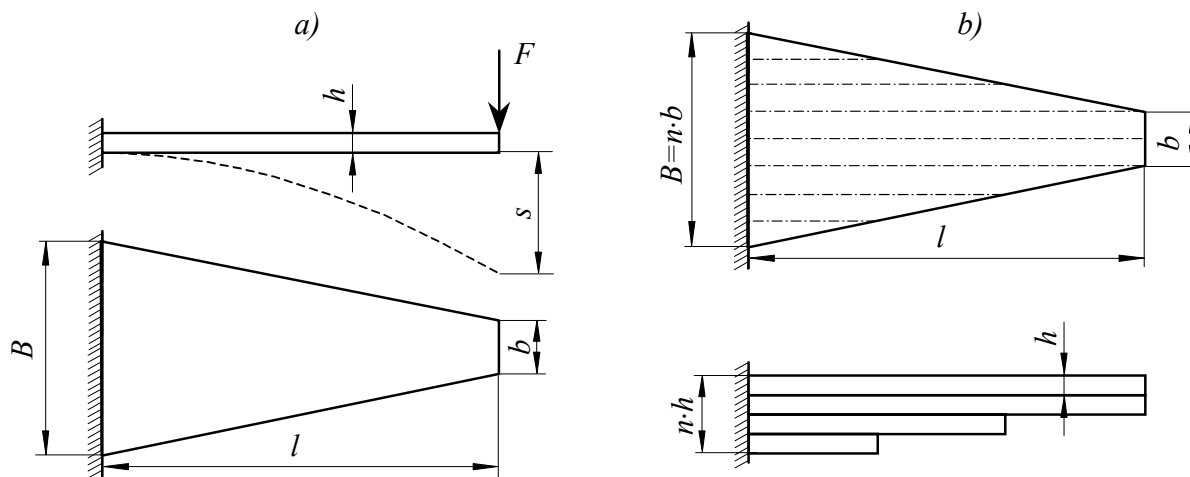
$$W_y = b \cdot h^2 / 6$$

$F, l, b, h$  vidi izrazu (6.13)

$\sigma_{s \text{ dop}}$  [N/mm<sup>2</sup>] dopušteno naprezanje na savijanje materijala opruge, poglavlje 6.2.

### 6.3.2 Lisnata opruga jednake čvrstoće

Jako opterećene opruge i opruge za cestovna i šinska vozila oblikovane su tako da je uzduž opruge naprezanje na savijanje približno konstantno. To znači da se moment otpora na savijanje presjeka opruge mijenja približno u istom odnosu kao i moment savijanja. Ako je poprečni presjek opruge pravokutnik s momentom otpora na savijanje  $W_u = (b \cdot h^2) / 6$ , za postizanje gornje pretpostavke mora se uzduž opruge mijenjati širina  $b$  ili debljina  $h$ . Zbog jednostavnije izrade opruzi se obično u praksi mijenja širina  $b$ , tako da se dobiva lisnata opruga "jednake čvrstoće", slika 6.5a. Ako se ova opruga razreže po širini na  $n$  jednakih listova koji se polože jedan na drugoga, dobiva se lisnata opruga jednake čvrstoće u sloju, slika 6.5b. Ako se upotrijebe dvije lisnate opruge i krajevi pojedinih listova odgovarajuće oblikuju dobiva se praktički oblik lisnate savojne opruge u sloju (slika 6.6), tzv. gibanj, koji se često upotrebljava u cestovnim i šinskim vozilima. Njegovo dobro svojstvo je što ublažava udare zbog neravnog kolnika, što povoljno utječe na vožnju vozila.



**Slika 6.5:** Konzolno učvršćena lisnata opruga s promjenjivim presjekom  
 a) lisnata opruga jednake čvrstoće b) nastajanje gibnja

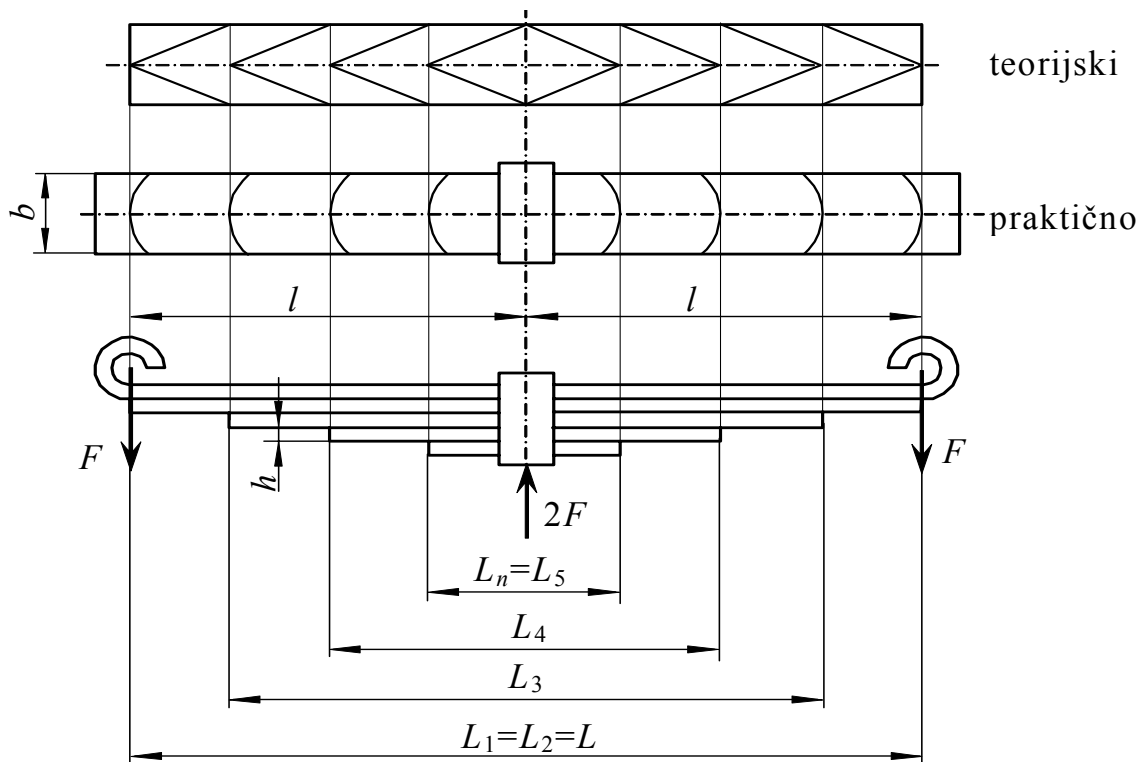
**Tabela 6.5** Debljina  $h$  i širina  $b$  listova lisnatih opruga prema DIN 4620

$h$ [mm]	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8	9	10	11	12	14	16	20
$b$ [mm]	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	90	100	110	120	140		
$h \times b$ [mm]	3 × (35 ... 50)				3,5 × (35 ... 60)				4 × (35 ... 70)				4,5 × (35 ... 70)				
	5 × (35 ... 90)				6 × (35 ... 140)				6,5 × (35 ... 140)				7 × (40 ... 140)				
	8 × (40 ... 140)				9 × (40 ... 140)				10 × (40 ... 140)				11 × (60 ... 140)				
	12 × (60 ... 140)				14 × (110 ... 140)				16 × (110 ... 140)				20 × (110 ... 140)				

Lisnate opruge izrađuju se prvenstveno od toplo valjanih čelika za opruge prema DIN 17221, Tabela 6.1. Debljina listova  $h$  i širina listova  $b$  lisnatih opruga standardizirane su prema DIN 4620 i navedene u Tabeli 6.5. Dužina pojedinih listova određuje se pomoću Slike 6.6, pri čemu se polazi od dužine donjeg lista  $L_n$  koji mora zbog učvršćivanja biti nešto duži:

$$L_n = \frac{L}{n-1} + a \quad (6.15)$$

- $L$  [mm] dužina gornja dva lista;  $L = L_1 = L_2$   
 $n$  broj ostalih listova  
 $a$  [mm] dodatak za donji list ;  $a \approx 25 \dots 40$  mm



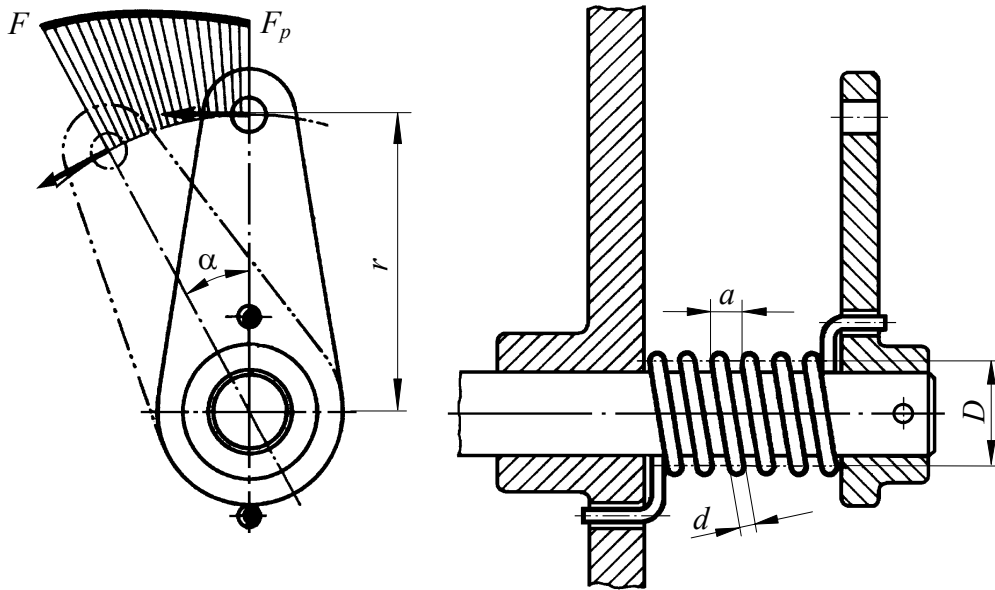
**Slika 6.6** Lisnata savojna opruga

Kako prilikom rada opruge ne bi došlo do poprečnog zamicanja, listovi su primjerno oblikovani i pričvršćeni posebnim prstenom; slika 6.7. Osim toga, listovi su po sredini opruge međusobno povezani odgovarajućim elementom za pričvršćivanje (slika 6.8), čime se osigurava jednakomjeran raspored opterećenja koje djeluje na pojedine listove. Kao što je vidljivo iz slike 6.6, gornji list je nešto produžen i oblikovan tako da se opruga može primjereno pričvrstiti. Pri tome su na raspolaganju brojne konstrukcijske mogućnosti, slika 6.6.

### 6.3.3 Zavojna fleksiona opruga

Zavojna fleksiona opruga se upotrebljava prvenstveno kao povratna opruga u raznim ručicama i poklopcima. Jedan kraj opruge fiksno je učvršćen na odgovarajuće kućište ili konzolu, a drugi kraj je pokretan skupa s ručicom ili poklopcem, slika 6.10. U osnovnom položaju opruga ima prednaprezanje silom  $F_p$ , koje pritišće ručicu ili poklopac na odgovarajući naslon. Prilikom aktiviranja opruge sila  $F_p$  se povećava na radnu silu  $F$ , koja osigurava okretanje ručice za željeni kut  $\alpha$  ili otvaranje poklopca. Nakon rasterećenja opruga je opet opterećena silom  $F_p$ .





Slika 6.10: Zavoju fleksionu oprugu kao oprugu za okretanje

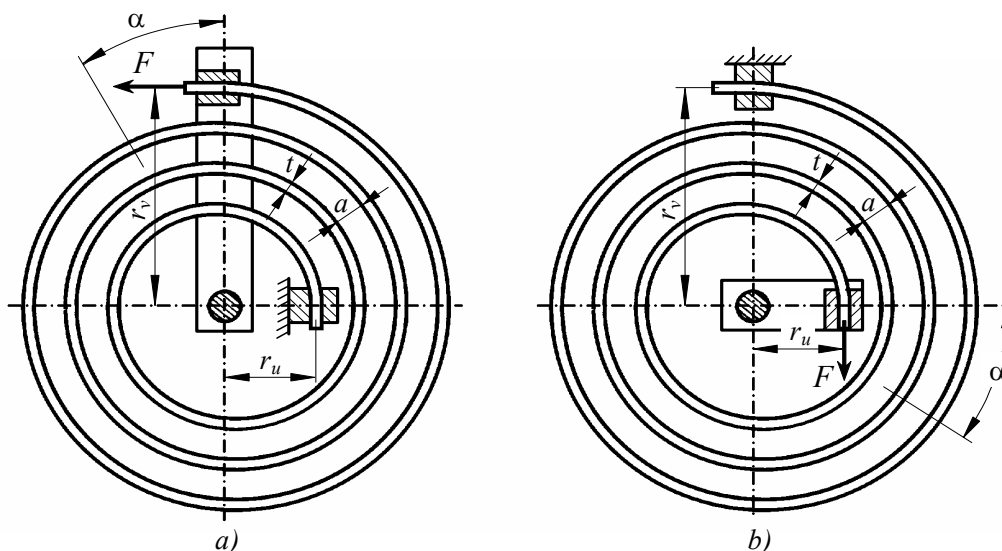
### 6.3.4 Spiralna opruga

Spiralne opruge su savojne opruge namotane u obliku Arhimedove spirale, slika 6.12. Za izradu spiralnih opruga najčešće se upotrebljavaju okrugla žica za opruge prema DIN 17223 (tabela 6.2) i čelične trake od toplo valjanog čelika za opruge prema DIN 17211, tabela 6.1. Općenito se ove opruge koriste kod satnih mehanizama, kazaljki mjernih instrumenata, elastičnih spojki i slično.

Krajevi spiralnih opruga vođeni su s odgovarajućim nastavcima, pri čemu opterećenje djeluje samo na vanjskom (slika 6.12a) ili samo na unutarnjem kraju (slika 6.12b). Pri opterećenju opruge pojedini navoji jednakomjerno se pomiču prema središtu opruge, tako da razmak između navoja ostaje čitavo vrijeme jednak za sve navoje. Ovisno o broju navoja i udaljenosti među njima, takva opruga može se okrenuti za vrlo velike kutove (i za više navoja). Pri tome među navojima mora još uvijek ostati određena zračnost jer bi u slučaju doticanja navoja nastali preveliki gubici zbog trenja.

Pri opterećenju opruge silom  $F$ , opruga se okrene za kut  $\alpha$ , koji se računa pomoću izraza

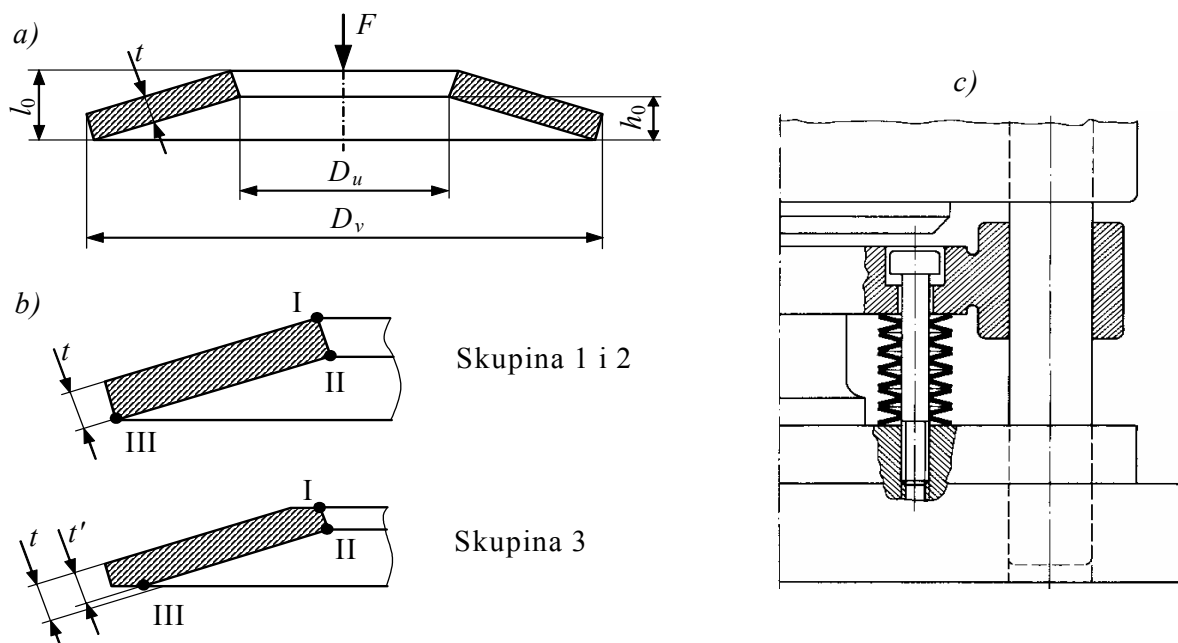
$$\alpha = \frac{M \cdot l}{E \cdot I} = \frac{F \cdot r \cdot l}{E \cdot I} \quad (6.29)$$



**Slika 6.12:** Spiralna opruga  
*a)* opterećenje na vanjskom kraju *b)* opterećenje na unutarnjem kraju

### 6.3.5 Tanjuraste opruge

Tanjuraste opruge su konično oblikovani metalni prstenovi koji prenose opterećenja u aksijalnom smjeru, slika 6.14a. Najčešće se upotrebljavaju kao pritisni elementi u valjnim ležajevima, kao elementi upravljanja ventilima, prigušivači vibracija u strojevima za obradu i svugdje tamo gdje su zahtijevani manji progibi opruge pri velikim pogonskim silama.



**Slika 6.14:** Tanjurasta opruga  
*a)* osnovne konstrukcijske veličine *b)* konstrukcijske izvedbe *c)* primjer upotrebe

Ako se želi postići veći progib opruge, naniže se više tanjura u stupac opruge, ali suprotno okrenutih, slika 6.14c. Pri tome tanjuri mogu u stupac biti razmješteni u različitim

kombinacijama, tabela 6.7. U takvim slučajevima potrebno je razlikovati parametre stupca opruge (sila stupca  $F_s$ , progib stupca  $s_s$ , dužina neopterećenog stupca  $L_0$ ) od parametara pojedine opruge (sila pojedine opruge  $F$ , progib neopterećenog tanjura  $s$ , visina pojedinog neopterećenog tanjura  $l_0$ ). Iz tabele 6.7 je vidljivo da se povećanjem broja suprotno okrenutih tanjura povećava ukupan progib opružnog stupca, uz nepromijenjeno opterećenje. S druge strane, s povećanjem broja tanjura u pojedinom paketu uz nepromijenjen ukupan progib, opteretivost opruge se proporcionalno povećava. Koja mogućnost će se odabrati ovisi o konstrukcijskim zahtjevima korištenog stupca opruga.

Prilikom ugrađivanja tanjurastih opruga u stupac opruga potrebno je uzimati u obzir kako se dopuštena odstupanja pojedinih opruga zbrajaju, što može kod većih dužina stupaca opruga dovesti do većih odstupanja, te time do problema prilikom ugradnje opruge. Zbog toga u praksi vrijedi preporuka prema kojoj je dužina neopterećenog opružnog stupca  $L_0 \leq 3 \cdot D_z$ , gdje je  $D_z$  vanjski promjer opruge.

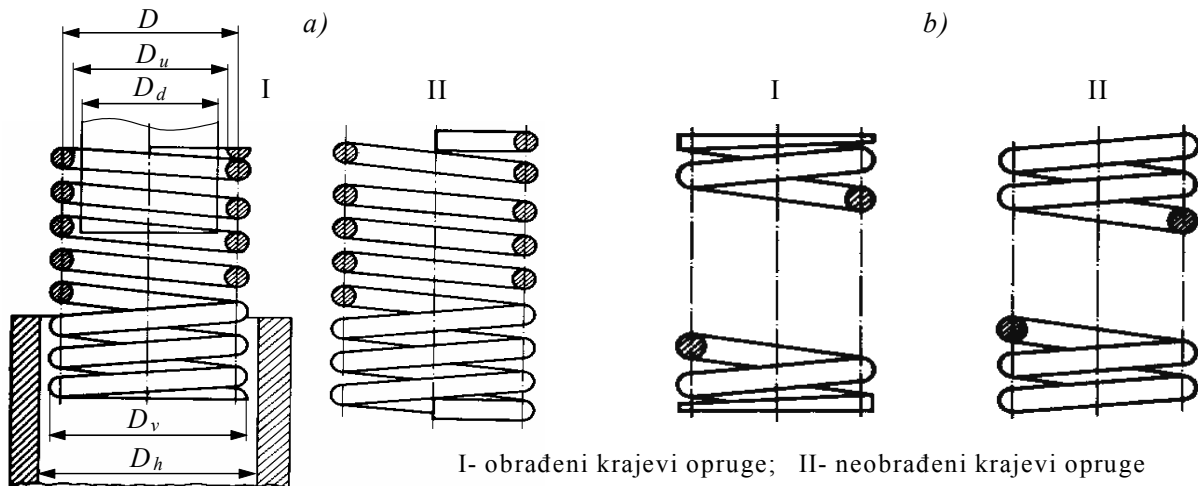
Pri ugrađivanju tanjurastih opruga u stupac opruga potrebno je osigurati dobro vođenje opruge, a to se postiže svornjakom za vođenje (unutarnje vođenje) ili tuljcem za vođenje (vanjsko vođenje). U praksi se preporučuje unutarnje vođenje. Površine elemenata za vođenje (svornjaka ili čahure) i sve naliježne površine opruge trebaju po mogućnosti biti primjereno toplinski obrađene (preporučljivo je cementiranje do dubine  $\approx 0,8$  mm i kaljenje na tvrdoću najmanje 55 HRc). Također, površina elemenata za vođenje treba biti glatka (preporučeno je precizno brušenje), čime se smanjuje trenje u slučaju dodira prstena opruga i elementa za vođenje. U svakom slučaju, između elementa za vođenje i prstena opruge mora biti osigurana određena zračnost.

## 6.4 ZAVOJNE TORZIJSKE OPRUGE

Zavojna torzijska opruga nastaje kad se žica namotava u obliku zavojnice na cilindar (cilindrične zavojne opruge) ili na stožac (konične zavojne opruge). Presjek žice obično je okrugao, iako se u praksi upotrebljavaju i zavojne torzijske opruge s pravokutnim presjekom. U nastavku su detaljno obrađene samo cilindrične zavojne torzijske opruge s okruglim presjekom, koje su praksi i najviše upotrebljavaju. Obzirom na smjer opterećenja dijele se na *tlačne* i *vlačne* zavojne torzijske opruge.

### Tlačne zavojne torzijske opruge

U tlačnim zavojnim torzijskim oprugama opterećenje djeluje u aksijalnom smjeru tako da se opruga tlači (njena dužina se prilikom opterećenja smanjuje). Obzirom da postoji opasnost od loma, prvenstveno kod dužih opruga, opruge su vođene sa svornjakom za vođenje promjera  $D_d$  (unutarnje vođenje) ili s čahuricom za vođenje s promjerom  $D_h$  (vanjsko vođenje), slika 6.17. Vrijednosti  $D_d$  i  $D_h$  za neke standardne opruge navodi tabela 6.14. Za sve ostale opruge može se prilikom unutarnjeg vođenja uzeti  $D_d \approx (0,8 \dots 0,9) \cdot D_u$ , gdje je  $D_u$  unutarnji promjer opruge, a prilikom vanjskog vođenja  $D_h \approx (1,1 \dots 1,2) \cdot D_v$ , gdje je  $D_v$  vanjski promjer opruge. Tlačne zavojne torzijske opruge mogu se izrađivati u hladnom ili toplom stanju.



**Slika 6.17:** Tlačna zavojna torzijska opruga  
 a) hladno oblikovana prema DIN 2095 b) toplo oblikovana prema DIN 2096

**Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge** motaju se na hladno, prvenstveno od okrugle žice za opruge prema DIN 17223 (tabela 6.2), a također i od nehrđajućeg čelika prema DIN 17224 i legura bakra DIN 18672. Kao što pokazuje slika 6.17a, opruge mogu na oba kraja biti dodatno obrađene (izvedba I – opruga naliježe na naliježnu plohu po čitavom obodu opruge) ili neobrađene (izvedba II – opruga naliježe samo po dijelu oboda opruge na naliježnu površinu). Općenito se izvedba II upotrebljava samo za promjere žice  $d < 1$  mm, odnosno kod omjera navoja  $e = D/d > 15$ . U obje izvedbe potrebno je uzeti u obzir da krajnji navoji, koji se oslanjaju jedan na drugog, nemaju opružnih svojstava kao ostali navoji. Zbog toga mora broj svih navoja  $i_u$  imati nešto veći broj aktivnih navoja  $i_a$ , koji sudjeluju u opruženju.

Za hladno oblikovane opruge vrijedi:

$$i_u = i_a + 2 \quad (6.46)$$

$i_u$  ukupni broj navoja  
 $i_a$  broj aktivnih navoja

Konstruktivna izvedba hladno oblikovanih tlačnih zavojnih torzijskih opruga standardizirana je prema DIN 2095. Za ove opruge vrijede slijedeća konstruktivna ograničenja:

- promjer žice:  $d \leq 17$  mm
- srednji promjer navoja:  $D \leq 200$  mm
- dužina neopterećene opruge:  $L_0 \leq 630$  mm
- broj aktivnih navoja:  $i_a \geq 2$
- indeks opruge:  $e = D/d = 4 \dots 20$

Tabela 6.14. navodi standardne veličine hladno oblikovanih tlačnih zavojnih torzijskih opruga prema DIN 2098, izrađenih od okrugle žice za opruge kvalitete C ili D (vidi tabelu 6.2). U tabeli su osim geometrijskih dimenzija navedene i opružna konstanta  $c$  i dopuštena sila opruge  $F_n$ .

**Toplo oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge** izrađuju se na toplome, prvenstveno od toplo valjanih čelika za opruge prema DIN 17221, Tabela 6.1. Standardni promjeri okruglih šipki

jednaki su kao za okrugle torzijske šipkaste opruge ( 6.5.1), te ih navodi tabela 6.12. Za ove opruge vrijede prema DIN 2096 slijedeća konstrukcijska ograničenja:

Konstrukcijska veličina	Male serije (do 5000 komada)	Velike serije (preko 5000 komada)
Promjer šipke $d$ [mm]	8 ... 60	9 ... 18
Vanjski promjer $D_v$ [mm]	$\leq 460$	$\leq 180$
Dužina neopterećene opruge $L_0$ [mm]	$\leq 800$	$\leq 600$
Broj aktivnih navoja $i_a$	$\geq 3$	5 ... 12
Indeks opruge $e = D/d$	3 ... 12	6 ... 12

I ove opruge moraju na krajevima biti dodatno obrađene ili neobrađene (izvedbe I i II na slici 6.17b). Ukupan broj navoja  $i_u$  je:

$$i_u = i_a + 1,5 \quad (6.47)$$

I hladno i toplo motane tlačne zavojne torzijske opruge u pravilu su desno motane. Radi dobrog centriranja opruge ukupan broj navoja  $i_u$  u oba slučaja mora biti zaokružen na 0,5 (npr. 5,5; 6,5; 7,5; itd.). Iz izraza (6.46) i (6.47) proizlazi da je broj aktivnih navoja  $i_a$  u hladno motanih opruga također zaokružen na 0,5, dok je u toplo oblikovanim oprugama cijeli broj.

Odnose prilikom opterećenja tlačne zavojne torzijske opruge (hladno ili toplo oblikovane) prikazuje slika 6.18. Najmanja dopuštena dužina opruge  $L_n$ , koja nastaje pri najvećoj dopuštenoj sili  $F_n$ , odnosno najvećem dopuštenom progibu  $s_n$ , iznosi:

$$L_n = L_B + S_a \quad (6.48)$$

- $L_n$  [mm] najmanja dopuštena dužina opruge  
 $L_B$  [mm] dužina potpuno sabijene opruge, izraz (6.49)  
 $S_a$  [mm] suma minimalnih udaljenosti među pojedinim navojima, izrazi (6.50) i (6.51).

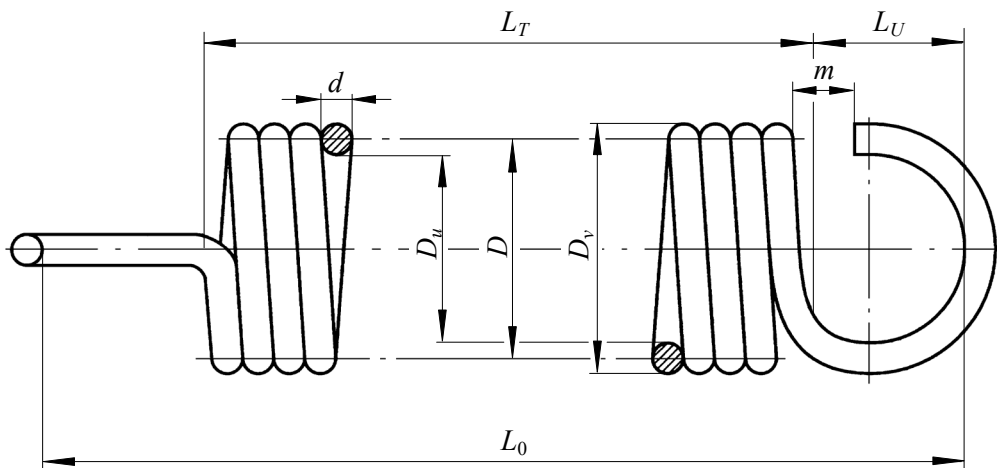
Dužina potpuno sabijene opruge je ona dužina kod koje pojedini navojci dodiruju jedan drugoga. Računa se prema izrazu:

$$L_B = k_i \cdot d \quad (6.49)$$

- $L_B$  [mm] blokirana dužina opruge prema izrazu  
 $d$  [mm] promjer žice (šipke)  
 $k_i$  koeficijent navoja ( $i_u$  je broj svih navoja)  
 $k_i = i_u$  hladno oblikovane opruge s obrađenim krajevima  
 $k_i = i_u + 1,5$  hladno oblikovane opruge s neobrađenim krajevima  
 $k_i = i_u - 0,3$  toplo oblikovane opruge s obrađenim krajevima  
 $k_i = i_u + 1,1$  toplo oblikovane opruge s neobrađenim krajevima.

### Vlačne zavojne torzijske opruge

U vlačnim zavojnim torzijskim oprugama sila djeluje u aksijalnom smjeru tako da se opruga pod utjecajem te sile rasteže (njena dužina se prilikom opterećenja povećava), slika 6.16. Izrađuju se u hladnom ili toplom stanju.



Slika 6.19: Vlačna zavojna torzijska opruga

### Proračun čvrstoće zavojnih torzijskih opruga

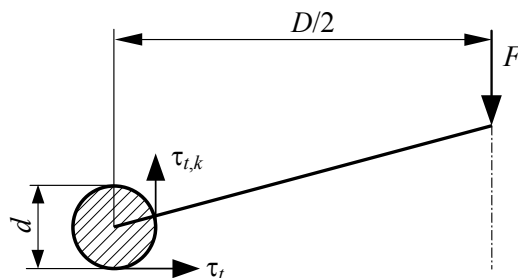
Proračun čvrstoće zavojnih torzijskih opruga (vlačnih i tlačnih, hladno i toplo oblikovanih) standardiziran je prema DIN 2086. Opterećenje  $F$  opruge uzrokuje uvijanje žice opruge zbog momenta torzije  $T_t = T \cos \alpha$  kao dijela sprega sila  $T$

$$T = F \cdot \frac{D}{2} \quad (6.58)$$

kojeg tvore dvije sile  $F$  na kraku  $D$  Smična naprezanja od poprečne sile  $F \cos \alpha$ , te tlačna i savojna naprezanja od dvije komponente reakcije veze  $F$  su zanemariva, pa se provjerava samo torzijsko naprezanje  $\tau_t$  (vidi sliku 6.22):

$$\tau_t = k_t \cdot \frac{T}{W_t} = k_t \cdot \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_{t \text{ dop}} \quad (6.59)$$

$T$	[Nmm]	torzijski moment opruge
$F$	[N]	opterećenje opruge
$D$	[mm]	srednji promjer navoja
$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko naprezanje u opruzi
$W_t$	[mm <sup>3</sup> ]	torzijski moment otpora presjeka žice opruge; $W_t = \pi \cdot d^3 / 16$
$d$	[mm]	promjer žice (šipke)
$k_t$		popravni faktor naprezanja, izraz (6.59)
$\tau_{t \text{ dop}}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno torzijsko naprezanje.



Slika 6.22: Opterećenje zavojne torzijske opruge

Popravni faktor naprezanja  $k_t$  uzima u obzir povećanje teoretskog torzijskog naprezanja zbog zakrivljenosti žice. Naime, stvarno torzijsko naprezanje je raspoređeno nesimetrično po presjeku žice, te je na unutarnjoj strani navoja veće nego na vanjskoj. Faktor  $k_t$  je ovisan o indeksu opruge  $e = D/d$ , te se računa prema izrazu:

$$k_t = \frac{e + 0,5}{e - 0,75} \quad (6.60)$$

Dopušteno torzijsko naprezanje  $\tau_{t \text{ dop}}$  u izrazu (6.58) određuje se posebno za tlačne i vlačne zavojne torzijske opruge, te posebno za statičko i dinamičko opterećenje.

### Dopušteno torzijsko naprezanje za tlačne zavojne torzijske opruge

#### Statički opterećene opruge:

Prema DIN-u, smatra se da je opruga statički opterećena kad je broj ciklusa opterećenja u ukupnom životnom vijeku opruge  $N \leq 10^4$ . Dopušteno torzijsko naprezanje  $\tau_{t \text{ dop}}$  tada iznosi:

- hladno oblikovane opruge:  $\tau_{t \text{ dop}} = 0,56 \cdot R_m$ , gdje je  $R_m$  vlačna čvrstoća materijala opruge (za žicu za opruge prema DIN 17223 vidi tabelu 6.2)
- toplo oblikovane opruge: za opruge od toplo valjanih čelika prema DIN 17221 vidi tabelu 6.15

**Tabela 6.15:** Dopušteno torzijsko naprezanje  $\tau_{t \text{ dop}}$  za toplo oblikovane opruge iz toplo valjanih čelika prema DIN 17221

Promjer šipke $d$ [mm]	10	20	30	40	50	60
$\tau_{t \text{ dop}}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	925	840	790	760	735	720

#### Dinamički opterećene opruge:

Opruge su najčešće opterećene s cikličkim opterećenjem s koeficijentom asimetrije ciklusa  $r = 0$ . Često su ugrađene i s predopruženjem  $s_{pr}$  koje uzrokuje statičko prednaprezanje  $\tau_{pr}$ , pa moment torzije varira između  $T_{\max}$  i  $T_{pr}$ , tako da torzijsko naprezanje varira između  $\tau_{t \text{ max}}$  i  $\tau_{pr}$ . U tom slučaju, zamor materijala opruge se kontrolira prema:

$$\tau_a = \frac{\tau_{t \text{ max}} - \tau_{t \text{ min}}}{2} \leq \tau_{a \text{ dop}} = \frac{R_A}{v_{a, \text{potr}}} \quad (6.61)$$

$R_A$  [N/mm<sup>2</sup>]      amplituda dinamičke čvrstoće  
 $v_{a, \text{potr}}$             potrebni stupanj sigurnosti za amplitudno naprezanje;  $v_{a, \text{potr}} = 1,3 \dots 1,5$ .

Amplituda dinamičke čvrstoće računa se prema izrazu:

$$R_A = R_{A,0} - \frac{1 - k_\tau}{2 - k_\tau} \cdot \tau_{pr} \quad (6.62)$$

$R_{A,0}$  [N/mm<sup>2</sup>]      amplituda trajne dinamičke čvrstoće savojne zavojne opruge iz okrugle žice prema DIN 17223; za  $r = 0$  i  $\tau_{pr} = 0$ ; Određuje se iz kataloga proizvođača ili  $R_{A,0} \approx 1,4 \tau_{A0, \text{dop}}$   
 $\tau_{A0, \text{dop}}$  [N/mm<sup>2</sup>]      dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje pri pulzirajućem opterećenju ( $r = 0$ ) bez prednaprezanja ( $\tau_{\min} = \tau_{pr} = 0$ ), tabela 6.16

$k_\tau$		faktor utjecaja srednjeg naprezanja na dinamičku čvrstoću materijala; $k_\tau = 0,8 \dots 0,85$ za torzijske zavojne opruge iz čelika
$\tau_{pr}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko prednaprezanje.

Dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje  $\tau_{A,dop}$  se može i približno odrediti prema izrazu:

$$\tau_{A,dop} = \tau_{A0,dop} - 0,15 \cdot \tau_{t,min} \quad (6.63)$$

$\tau_{A0,dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje pri pulzirajućem opterećenju ( $r = 0$ ) bez prednaprezanja ( $\tau_{min} = \tau_{pr} = 0$ ), tabela 6.16
$\tau_{t,min}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najmanje torzijsko naprezanje ciklusa.

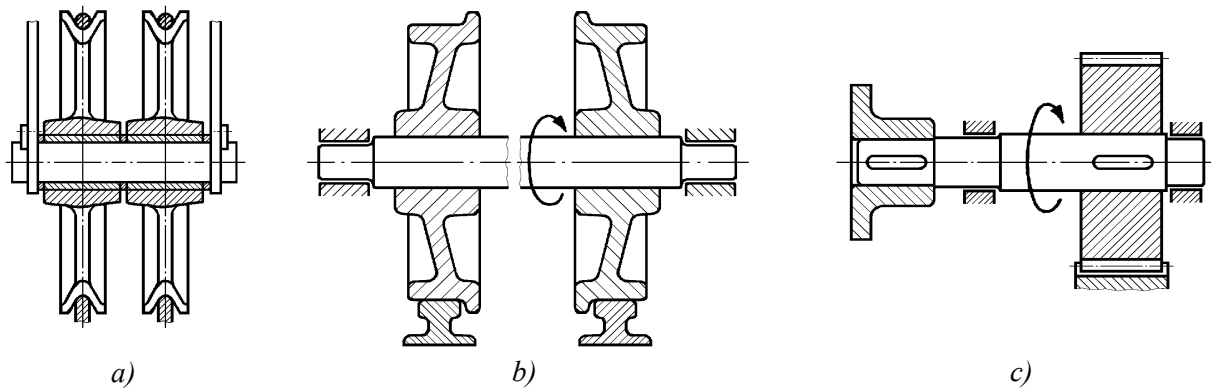
**Tabela 6.16** Dopušteno amplitudno torzijsko naprezanje  $\tau_{A0,dop}$  pri pulzirajućem opterećenju  $\tau_{pr} = 0$ , te najveće dopušteno torzijsko naprezanje  $\tau_{t,max}$  za tlačne zavojne torzijske opruge

Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od žice za opruge razreda C i D prema DIN 17223								
Promjer žice $d$ [mm]		1	2	3	5	8	10	Broj ciklusa
$\tau_{A0,dop}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	očvrsnute	355	330	305	285	265	250	$N = 10^6$
	očvrsnute	300	275	255	235	215	200	$N \geq 10^7$
	neočvrsnute	250	230	215	200	170	165	$N \geq 10^7$
$\tau_{t,max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]		$\leq 1115$	$\leq 990$	$\leq 920$	$\leq 830$	$\leq 745$	$\leq 705$	
Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od žice za opruge razreda FD prema DIN 17223								
Promjer žice $d$ [mm]		1	2	3	5	8	10	Broj ciklusa
$\tau_{A0,dop}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	očvrsnute	320	295	280	265	245	245	$N = 10^6$
	očvrsnute	250	220	210	195	180	180	$N \geq 10^7$
	neočvrsnute	185	170	165	150	130	130	$N \geq 10^7$
$\tau_{t,max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]		$\leq 880$	$\leq 810$	$\leq 760$	$\leq 700$	$\leq 630$	$\leq 630$	
Hladno oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od žice za opruge razreda VD prema DIN 17223								
Promjer žice $d$ [mm]		1	2	3	5	7	Broj ciklusa	
$\tau_{A0,dop}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	očvrsnute	315	295	285	270	265	$N \geq 10^7$	
	neočvrsnute	265	245	225	205	195	$N \geq 10^7$	
$\tau_{t,max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]		$\leq 835$	$\leq 760$	$\leq 715$	$\leq 670$	$\leq 650$		
Toplo oblikovane tlačne zavojne torzijske opruge od toplo valjanog čelika prema DIN 17221								
Promjer šipke $d$ [mm]		10	15	25	35	50	Broj ciklusa	
$\tau_{A0,dop}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	očvrsnute	380	335	295	260	215	$N = 10^5$	
	neočvrsnute	320	275	235	205	165	$N = 2 \cdot 10^6$	
$\tau_{t,max}$ [N/mm <sup>2</sup> ]		$\leq 890$	$\leq 830$	$\leq 780$	$\leq 740$	$\leq 690$		
Hladno oblikovane tlačne zavojne opruge od nehrđajućeg čelika prema DIN 17224								
Promjer žice $d$ [mm]		1	2	3	4	6	Broj ciklusa	
$\tau_{A0,dop}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	X12CrNi177	245	220	195	165	165	$N \geq 10^7$	
	X7CrNiAl177	255	230	205	175	175		
$\tau_{t,max}$ N/mm <sup>2</sup>	X12CrNi177	$\leq 1000$	$\leq 900$	$\leq 800$	$\leq 750$	$\leq 700$		
	X7CrNiAl177	$\leq 1050$	$\leq 950$	$\leq 850$	$\leq 750$	$\leq 700$		



## 7 OSOVINE I VRATILA

Osovine služe za nošenje i uležištenje mirujućih, njišućih ili rotirajućih dijelova, te za preuzimanje poprečnih i eventualno uzdužnih sila koje na te dijelove djeluju. Osovine mogu biti mirujuće (dijelovi na njima rotiraju ili se njišu), slika 7.1a, ili rotirajuće (dijelovi su na njima pričvršćeni i rotiraju zajedno s njima), slika 7.1b, a opterećene su na savijanje i rjeđe – aksijalnim silama. Dakle, *osovine ne prenose okretni moment*.



**Slika 7.1:** Konstrukcijske izvedbe osovine i vratila  
a) mirujuća osovina b) rotirajuća osovina c) vratilo

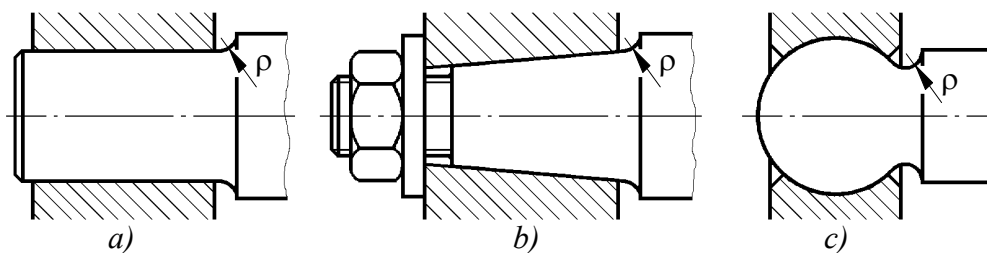
Vratila služe za prijenos okretnih momenata, i eventualno poprečnih i uzdužnih sila, te su opterećena na torziju, odnosno torziju i savijanje (i eventualno tlak, vlak ili smik), slika 7.1c. Vratila su, za razliku od osovine, u pravilu *rotirajući element*.

Rukavci su dijelovi osovine i vratila koji se vrte u kliznim kležajima (ili se ležajevi vrte na osovinama). Oni mogu biti različito oblikovani (slika 7.2), a prije svega moraju imati glatku površinu koja se postiže finim tokarenjem, brušenjem ili poliranjem. Za ostale dijelove osovine ili vratila obično nije potrebna tako fina obrada. Kod sjedala ležaja radijus prijelaza vratila  $\rho$  mora biti manji od zaobljenja rubova ležajeva  $r$  ( $\rho < r$ ), kako bi se ležaj mogao potisnuti do odgovarajućeg naslona, 11.2.4. Često su na mjestima ležajeva predviđeni i odgovarajući žljebovi za krajeve alata koji omogućuju lakšu obradu rukavaca osovine ili vratila, te istovremeno osiguravaju dobro pozicioniranje ležajeva uz odgovarajući naslon, tabela 7.2.

Osovine su pretežno ravne i cilindrične, a mogu biti izvedene kao glatke ili stepenaste. Kratke osovine nazivaju se još i osovinice (npr. osovinica klipa) i svornjaci.

Vratila mogu biti ravna ili koljenasta (uobičajeni naziv je koljenasta osovina). Ravna vratila mogu biti cilindrična ili posebno profilirana (četverokutni presjek, žljebljena vratila, poligonska vratila i sl.). Posebnu kategoriju čine zglobna, teleskopska i savitljiva vratila.

Vratila, odnosno kombinacija vratila za prijenos okretnih momenata na veće udaljenosti naziva se *transmisija*. Za prijenos snage sa brodskog motora na propeler služi *osovinski vod* (ne brodsko vratilo) koji pored momenta torzije prenosi i znatnu aksijalnu silu – poriv propelera.



**Slika 7.2:** Različite izvedbe rukavaca  
 a) cilindrični rukavac b) konični rukavac c) okrugli rukavac

Uobičajeno je umjesto naziva *vratilo* primijeniti naziv *osovina* kad god je iz samog opisa jasno da se radi o elementu opterećenom na torziju, npr. osovina reduktora, koljenasta osovina, kardanska osovina, osovina kormila, osovina motora (turbine, pumpe...), ili općenito pogonska osovina.

## 7.1 MATERIJALI I OBLIKOVANJE OSOVINA I VRATILA

Pri izboru materijala za osovine i vratila potrebno je, osim karakteristika čvrstoće, uzeti u obzir i otpornost materijala na koncentraciju napreznja, te otpornost na koroziju. Posebno je karakteristično za čelike visoke čvrstoće da su osjetljivi na koncentraciju napreznja koja nastaje uz prijelaze s jednog na drugi promjer, uz žljebove za pera i klinove, žljebove za uskočnike i slično. Za izradu osovine i vratila upotrebljavaju se konstrukcijski čelici, poboljšani čelici i čelici za cementiranje. Karakteristike čvrstoće spomenutih materijala navedene su u tabeli 7.1.

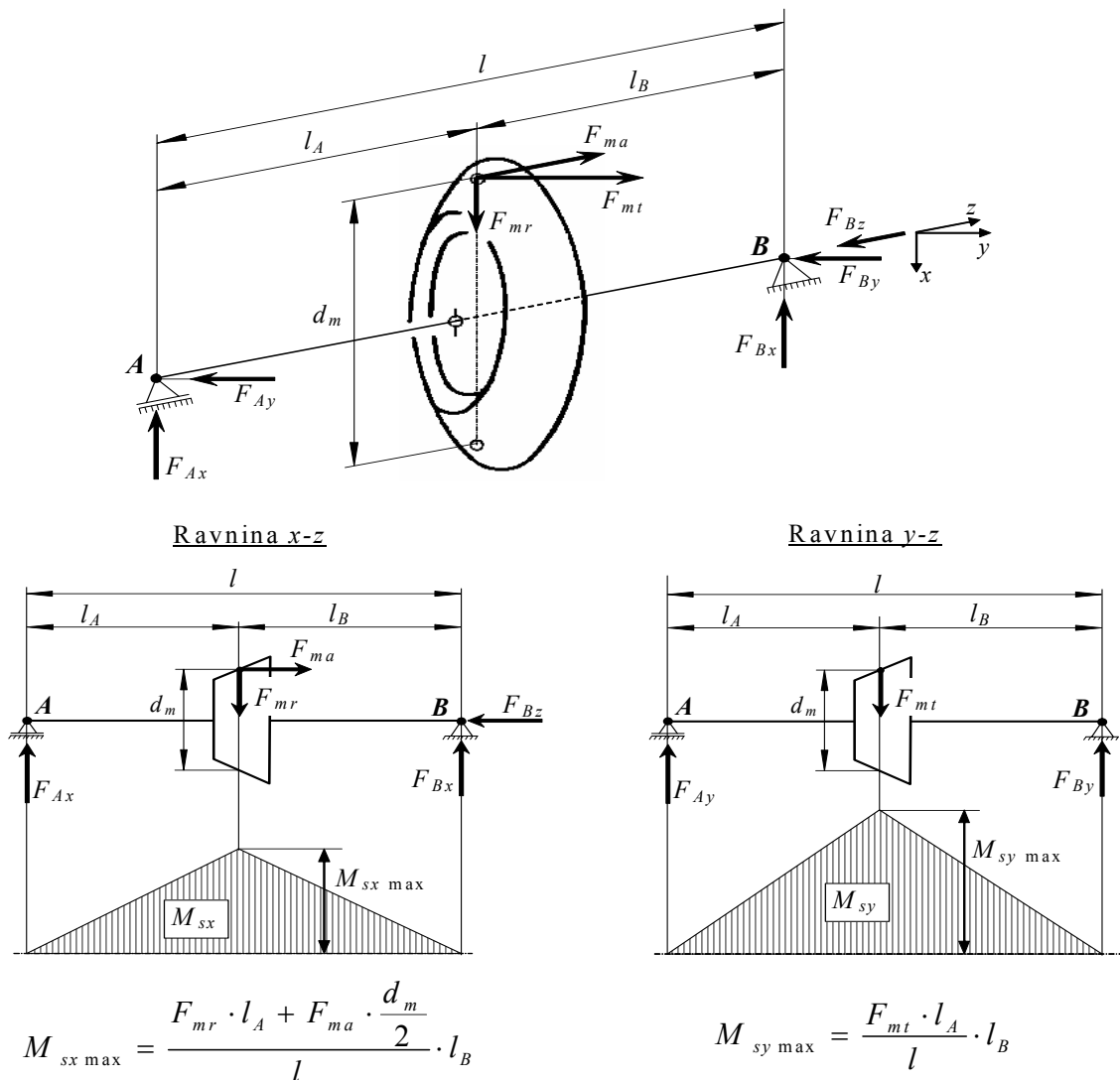
Sve osovine i vratila, a naročito ako su vučene i hladno vučene, a nisu normalizirane, imaju zaostala napreznja: veliki tlak na površinskom sloju, a niski vlak u jezgri, slika 7.3a. Poslije rezanja, a naročito poslije izrade utora za klin, ravnoteža zaostalih napreznja se naruši, i vratilo se savine bez djelovanja vanjskog opterećenja, slika 7.3b. Ovaj progib iznosi čak oko 1mm za vratilo promjera  $\varnothing 50$  na duljini utora od 1000 mm. Zato je obavezna završna obrada nakon rezanja utora za klin. Obično brušenje samo dosjednih ploha zadovoljava. Rukavci, prelazi, dosjedi, mjesta za brtvenice i sl. fino se tokare ili bruse, odnosno komprimiraju, lepuju ili obrađuju superfiniš postupkom. Ova završna obrada se bezuvjetno radi poslije termičke obrade.

Zbog naglih promjena presjeka uzrokovanih prijelazima s manjega na veći promjer i obrnuto, utorima za uskočnike, rupama itd. osovine i vratila u pravilu trpe veliku koncentraciju napreznja. Pri cikličkom opterećenju ovo može dovesti do loma zbog zamora materijala. Odgovarajućim oblikovanjem, posebno oko kritičnih mjesta, ova opasnost se može znatno ili potpuno ukloniti.

## 7.2 OPTEREĆENJA OSOVINA I VRATILA

Većina osovine i vratila mogu se u praksi smatrati nosačima na dva ili više ležaja, klizna ili valjna. Vanjske sile koje djeluju na elemente smještene na osovine ili vratilu (zupčanike, remenice, lančanike, koloture itd.) uzrokuju reakcijske sile u ležajevima koje skupa s vanjskim silama uzrokuju momente savijanja u poprečnim presjecima. Sile, a time i momenti savijanja, općenito djeluju u dvije okomite ravnine (ravnini  $x-z$  i  $y-z$  na slici 7.5). Momenti savijanja  $M_{sx}$  i  $M_{sy}$  stvaraju u tim dvjema ravninama rezultirajući moment savijanja  $M_s$ , koji u osovine ili vratilu uzrokuje napreznje na savijanje:

$$M_s = \sqrt{M_{sx}^2 + M_{sy}^2} \quad (7.1)$$



**Slika 7.5:** Primjer određivanja momenata savijanja vratila  $M_{sx}$  i  $M_{sy}$  za obostrano uležišten konični zupčanik

Kao što je vidljivo sa slike 7.5, prilikom dvostranog uležištenja stožastog zupčanika, momenti savijanja  $M_{sx}$  i  $M_{sy}$  mijenjaju svoje vrijednosti uzduž vratila od vrijednosti nula na mjestu uležištenja, do najvećih vrijednosti  $M_{sx \max}$  i  $M_{sy \max}$  na mjestu djelovanja vanjskih sila. Zbog toga je pri proračunu osovine i vratila razumno pretpostaviti da će najveće naprezanje od savijanja biti na mjestu spajanja vratila s zupčanikom.

Vratila su osim momentom savijanja  $M_s$  opterećena i s okretnim momentom  $T$  koji u vratilu uzrokuje torzijsko naprezanje. Okretni moment ne opterećuje vratilo po čitavoj dužini, nego samo između mjesta dovođenja i odvođenja okretnog momenta.

## 7.3 PRORAČUN OSOVINA I VRATILA

### 7.3.1 Dimenzioniranje osovina

Pri dimenzioniranju osovina i vratila približno se određuje njihov najmanji potrebni promjer, pri čemu se uzimaju u obzir samo opterećenja na savijanje i torziju. Nakon odabira primjerenih promjera mora se izvršiti i detaljan proračun čvrstoće, gdje se uzimaju u obzir i eventualne aksijalne sile, te neki drugi utjecaji kao što su koncentracija naprezanja uz žljebove i prijelaze, kvaliteta površine i utjecaj veličine (promjera) osovine i vratila.

Pri dimenzioniranju osovina, smatra se da su one opterećene samo momentom savijanja  $M_s$ . Ako momenti djeluju u dvije ravnine, najveći rezultirajući moment savijanja  $M_s$  određuje se prema izrazu (7.1). Najveći moment savijanja uzrokuje u osovini najveće naprezanje na savijanje  $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W} \leq \sigma_{s, \text{dop}} = \frac{R_s}{v_{\text{potr}}} \quad (7.2)$$

$R_s$	[N/mm <sup>2</sup> ]	mjerodavna karakteristika čvrstoće na savijanje
$v_{\text{potr}}$		potrebni stupanj sigurnosti; $v_{\text{potr}} = 4 \dots 6$ .
$W$	[mm <sup>3</sup> ]	aksijalni moment otpora poprečnog presjeka osovine.

U *mirujućim osovinama* dinamičko opterećenje na savijanje je promjenjivo zbog promjenjivih vanjskih sila. Naprezanje na savijanje je tada najčešće istosmjerno promjenjivo, pa se za mjerodavnu karakteristiku čvrstoće uzima istosmjerna ( $r = 0$ ) trajna dinamička čvrstoća materijala.

U *rotirajućim osovinama* naprezanja na savijanje su naizmjenično promjenjiva, pa se za mjerodavnu karakteristiku čvrstoće uzima trajna dinamička čvrstoća materijala za simetrični ciklus savijanja  $R_{-1s}$ . U oba slučaja se dakle, kao i inače pri dimenzioniranju, ne računaju precizno dinamičke čvrstoće osovine, nego se računa samo s dinamičkim čvrstoćama materijala, ali se zato povećava potrebni stupanj sigurnosti.

Uz poznati najveći moment savijanja i materijal, uz pomoć izraza (7.2) može se odrediti najmanji potrebni moment otpora  $W$ . Nakon toga se iz tabele 7.3 može odrediti još i potrebna veličina poprečnog presjeka. Uz  $W = d^3 \pi / 32$ , najmanji potrebni promjer osovine treba biti:

$$d_{\text{min}} \approx \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_s}{\pi \cdot \sigma_{s, \text{dop}}}} \quad (7.5)$$

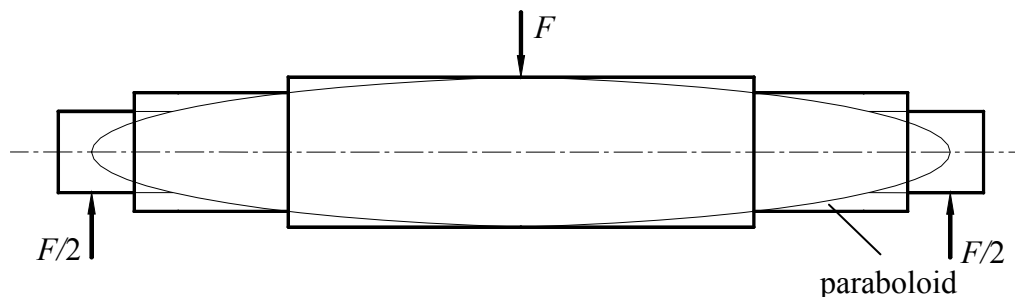
$M_s$	[Nmm]	najveći moment savijanja, izraz (7.1)
$\sigma_{s, \text{dop}}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na savijanje, izrazi (7.3) i (7.4).

Teoretski se svi presjeci mogu dimenzionirati tako da u svakom od njih vlada jednako naprezanje na savijanje. Takve osovine nazivaju se osovinama jednake čvrstoće, slika 7.7. Teoretski oblik im je kubni paraboloid, što proizlazi iz izraza za promjer osovine  $d_x$  na udaljenosti  $x$  od ležaja (oslonca):

$$d_x = \sqrt[3]{\frac{32 F_A \cdot x}{\pi \sigma_{s, \text{dop}}}} \quad (7.6)$$

$F_A$	[N]	veličina reakcije u osloncu.
-------	-----	------------------------------

Paraboloid se aproksimira nizom valjaka, pa osovina poprima uobičajeni izgled, ali sada s optimalnom težinom, slika 7.7.



Slika 7.7: Osovina jednake čvrstoće

### 7.3.2 Dimenzioniranje vratila

Vratila su općenito opterećena istovremeno s okretnim momentom i momentom savijanja, ali se na određenom dijelu vratila može pojaviti samo opterećenje na savijanje (vidi sliku 7.6.) ili samo torzijsko opterećenje. Odgovarajući postupak proračuna vratila odabire se prema tome kako je vratilo stvarno opterećeno u promatranom presjeku.

Moment savijanja  $M_s$  u vratilu uzrokuje normalno naprezanje na savijanje, a okretni moment  $T$  tangencijalno torzijsko naprezanje. Zbog toga je prilikom dimenzioniranja vratila, na mjestu gdje istovremeno djeluju oba naprezanja, odlučujuće ekvivalentno naprezanje, prema izrazu:

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W} \leq \sigma_{s \text{ dop}} \quad (7.7)$$

$\sigma_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	ekvivalentno naprezanje
$M_e$	[Nmm]	ekvivalentni moment savijanja, izraz (7.7)
$W$	[mm <sup>3</sup> ]	aksijalni moment otpora na savijanje, tabela 7.3
$\sigma_{s \text{ dop}}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na savijanje, izraz (7.4).

Ekvivalentni moment savijanja  $M_e$  dobije se iz izraza (1.54) za ekvivalentno naprezanje:

$$M_e = \sqrt{M_s^2 + \left(\frac{\alpha_0}{2} \cdot T\right)^2} \quad (7.8)$$

$M_e$	[Nmm]	ekvivalentni moment savijanja
$M_s$	[Nmm]	moment savijanja
$T$	[Nmm]	okretni moment
$\alpha_0$		omjer mjerodavnih karakteristika čvrstoće pri savijanju i torziji; $\alpha_0 \approx 4/3$ za mirnu torziju.

Na mjestu najvećeg ekvivalentnog momenta savijanja sada se može odrediti potrebni promjer vratila:

$$d \approx \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_e}{\pi \cdot \sigma_{s \text{ dop}}}} \quad (7.9)$$

$d$	[mm]	potrebni promjer vratila
-----	------	--------------------------

$M_e$	[Nmm]	ekvivalentni moment savijanja, izraz (7.7)
$\sigma_{s\ dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na savijanje, izraz (7.4).

Pri dimenzioniranju presjeka vratila opterećenog samo okretnim momentom  $T$  (npr. vratilo transmisije, osovinskog voda i sl.), polazi se od izraza za određivanje maksimalnog torzijskog naprezanja  $\tau_t$  u poprečnom presjeku vratila:

$$\tau_t = \frac{T}{W_0} \leq \tau_{t\ dop} \quad (7.10)$$

$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko naprezanje
$T$	[Nmm]	okretni moment
$W_0$	[mm <sup>3</sup> ]	polarni moment otpora u poprečnom presjeku vratila, tabela 7.3
$\tau_{t\ dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno torzijsko naprezanje, izrazi (7.10) i (7.11).
$R_\tau$	[N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{t\ dop} = R_\tau / v_{potr}$ mjerodavna karakteristika čvrstoće materijala vratila za torziju $R_\tau = R_{\tau t}$ za mirni moment torzije; $R_\tau = R_{0t}$ za istosmjerno promjenjivi moment torzije
$v_{potr}$		potrebni stupanj sigurnosti; $v_{potr} = 4 \dots 6$ .

Uzimajući u obzir  $W_0 = d^3 \pi / 16$ , potrebni promjer vratila slijedi iz izraza (7.9):

$$d \approx \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot \tau_{t\ dop}}} \quad (7.11)$$

Istim postupkom kao i za osovine, temeljem izraza (7.6), u kojem se umjesto momenta savijanja uvrsti ekvivalentni moment savijanja, konstruira se vratilo jednake čvrstoće.

### 7.3.3 Kontrolni proračun čvrstoće osovina i vratila

Nakon približnog određivanja dimenzija osovine ili vratila i njihovog cjelokupnog oblikovanja, mora se izvesti još i kontrola njihove čvrstoće, jer je sada, osim preciznijeg izračuna naprezanja, moguće i preciznije odrediti dinamičku čvrstoću u pojedinim presjecima. Ona se procjenjuje korigirajući dinamičku čvrstoću materijala osovine ili vratila za utjecaje koncentracije naprezanja, dimenzija presjeka, kvalitete površine i druge. Kontrola čvrstoće provodi se samo u pojedinim, tzv. kritičnim presjecima, u kojima se pretpostavlja da je čvrstoća upitna. To su presjeci u kojima opterećenja i koncentracija naprezanja poprimaju velike vrijednosti. Obično se nalaze u presjecima pod zupčanicima i drugim kolima koja prenose gibanje. Čvrstoća osovine u promatranom presjeku se provjerava poznatim izrazom

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{s, dop} = \frac{R_\sigma}{v_{potr}} \quad (7.12)$$

$\sigma_{\max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće normalno naprezanje u promatranom presjeku
$\sigma_{s, dop}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dopušteno naprezanje na savijanje u presjeku
$R_\sigma$	[N/mm <sup>2</sup> ]	mjerodavna karakteristika čvrstoće osovine na savijanje u presjeku $R_\sigma = R_{rD}$ za neograničenu trajnost osovine $R_\sigma = R_{rDN}$ za trajnost osovine od $N$ ciklusa
$R_{rD}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	trajna dinamička čvrstoća na savijanje osovine u presjeku za ciklički promjenjivo naprezanje s koeficijentom asimetrije ciklusa $r$
$R_{rDN}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	dinamička čvrstoća strojnog dijela pri asimetriji ciklusa $r$ za vijek trajanja $N$

$v_{potr}$  ciklusa  
potrebni stupanj sigurnosti,

dok se čvrstoća vratila provjerava kontrolom ekvivalentnih naprezanja

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + (\alpha_0 \cdot \tau_t)^2} \leq \sigma_{s,dop} = \frac{R_{rD}}{v_{potr}} \quad (7.13)$$

$\sigma_{ekv}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće ekvivalentno naprezanje u presjeku
$\tau_t$	[N/mm <sup>2</sup> ]	torzijsko naprezanje u presjeku
$\alpha_0$		omjer mjerodavnih karakteristika čvrstoće na savijanje i torziju; $\alpha_0 = R_{rD}/R_\tau$
$R_\tau$	[N/mm <sup>2</sup> ]	mjerodavna karakteristika čvrstoće na torziju,

ili kontrolom stupnja sigurnosti

$$v = \frac{v_\sigma \cdot v_\tau}{\sqrt{v_\sigma^2 + v_\tau^2}} \geq v_{potr} \quad (7.14)$$

$v_\sigma$	stupanj sigurnosti u odnosu na smo normalna naprezanja; $v_\sigma = R_\sigma/\sigma_{max}$
$v_\tau$	stupanj sigurnosti u odnosu na smo tangencijalna naprezanja; $v_\tau = R_\tau/\tau_t$

te, ako je vratilo opterećeno samo okretnim momentom, provjerom naprezanja od torzije:

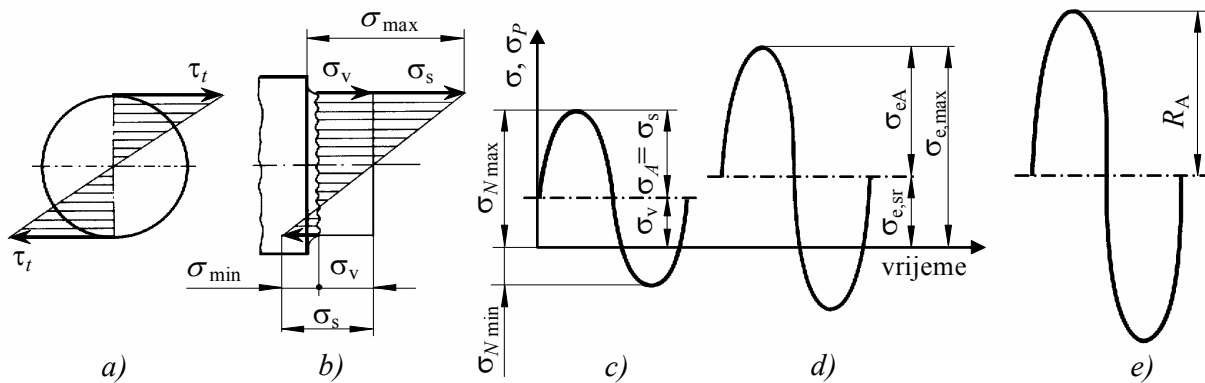
$$\tau_t = \frac{T}{W} \leq \tau_{dop} = \frac{R_\tau}{v_{potr}} \quad (7.15)$$

### Mjerodavne karakteristike čvrstoće osovina

Da bi se sproveo kontrolni proračun osovina potrebno je odrediti mjerodavne karakteristike čvrstoće čije određivanje prvenstveno ovisi o vremenskom karakteru opterećenja. Potrebno je i opterećenja preciznije odrediti. Tako se uzimaju u obzir i eventualne aksijalne sile, npr. aksijalna sila kod zupčanika s kosim zubima, porivna sila propelera kod vratila osovinskog voda na brodovima i sl. U svakoj točki poprečnog presjeka rotirajuće osovine se tada vlačna  $\sigma_v$  (ili tlačna  $\sigma_t$ ) naprezanja od aksijalne sile zbrajaju sa savojnim naprezanjima  $\sigma_s$ , slika 7.8b, pa se ukupna normalna naprezanja  $\sigma$  ciklički mijenjaju od  $\sigma_v - \sigma_s$  do  $\sigma_v + \sigma_s$ , slika 7.8c. Zbog toga je koeficijent asimetrije ciklusa normalnih naprezanja jednak:

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_v - \sigma_s}{\sigma_v + \sigma_s} \quad (7.16)$$

$\sigma_{min}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najmanje naprezanje ciklusa, slika 7.6c
$\sigma_{max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	najveće naprezanje ciklusa, slika 7.6c
$\sigma_v$	[N/mm <sup>2</sup> ]	vlačno naprezanje
$\sigma_s$	[N/mm <sup>2</sup> ]	naprezanje na savijanje, izraz (7.2).



**Slika 7.8:** Tok normalnih naprezanja u poprečnom presjeku osovine ili vratila  
 a) torzijsko naprezanje b) rezultirajuće normalno naprezanje c) ciklus normalnog napreznja (za jedan okretaj) d) ciklus ekvivalentnog napreznja e) ciklus dinamičke čvrstoće (ciklus na granici zamora materijala)

Trajna dinamička čvrstoća na savijanje osovine (ili vratila)  $R_{rD}$  za koeficijent asimetrije ciklusa normalnih napreznja  $r$ , određuje se sada prema izrazu (1.113):

$$R_{rD} = \frac{2}{2 - k_{\sigma}(1+r)} b_D R_{-1s} \quad (7.17)$$

$k_{\sigma}$	faktor otpornosti dinamičke čvrstoće na uticaj srednjeg (vlačnog, tlačnog) napreznja, tabela 7.4
$r$	koeficijent asimetrije ciklusa napreznja, izraz (7.16)
$b_D$	zbirni faktor dinamičkih uticaja

$$b_D = \frac{b_1 \cdot b_2}{\beta_{ks}} \quad (7.18)$$

$b_1$	faktor dimenzija za dinamičku čvrstoću na savijanje, tabela 1.9
$b_2$	faktor kvalitete površine, tabela 1.10
$\beta_{ks}$	efektivni faktor koncentracije napreznja na savijanje, tabele 7.5 i 7.6.

Ukoliko u promatranom presjeku osovine nema aksijalne sile, preostaje čisto savijanje s asimetrijom ciklusa  $r = -1$ , pa je dinamička čvrstoća

$$R_{rD} = R_{-1D} = \frac{b_1 \cdot b_2}{\beta_{ks}} R_{-1s} \quad (7.20)$$

### Mjerodavne karakteristike čvrstoće vratila

Pri proračunu vratila, prikazani proračun dinamičke čvrstoće na savijanje vrijedi samo za konstantni okretni moment. Naime, kod promjenjivog okretnog momenta, zbog ovisnosti savojnih opterećenja o njemu, javljaju se normalna napreznja promjenjive amplitude, pa se dinamička čvrstoća na savijanje određuje prema poglavlju 1.8.1.3.3. Mjerodavna karakteristika čvrstoće za torziju  $R_{\tau}$  određuje se ovisno o (ne)promjenjivosti momenta torzije:

- Za statičko opterećenje (mirni moment torzije) uzima se korigirana granica tečenja



$$R_{\tau} = b_{1e} \cdot R_{et} \quad (7.21)$$

$b_{1e}$  faktor dimenzija za granicu tečenja na torziju, približne vrijednosti na slici 1.24b

za rastezljive materijale, te korigirana statička čvrstoća

$$R_{\tau} = \frac{b_{1m} \cdot R_{mt}}{\beta'_{kt}} \quad (7.22)$$

$R_{et}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	granica tečenja za torziju, korigirana za faktor dimenzija, ako nije već obuhvaćen granicom tečenja, tabela 7.3
$b_{1m}$		faktor dimenzija za statičku čvrstoću na torziju, slika 1.24a
$R_{mt}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	statička čvrstoća na torziju, tabela 7.3
$\beta'_{kt}$		efektivni faktor koncentracije naprezanja pri statičkom lomu od torzije; osim za izrazito krte materijale, za sve ostale materijale je $\beta'_{kt} \approx 1$ za krte materijale.

- Za diskontinuirano promjenjivi okretni moment, slika 7.13, mjerodavne su statičke karakteristike čvrstoće na torziju, kao gore, koje se uspoređuju s najvećim naprežanjem (od najvećeg okretnog momenta). No, za svaki nivo okretnog momenta naprežanja od savijanja se ciklički mijenjaju, svaki put s različitom amplitudom. Djelovanje ovih naprežanja se tada može zamijeniti s ekvivalentnim naprežanjem  $\sigma_e$  konstantne amplitude koje u pogledu čvrstoće ima isti učinak:

$$\sigma_e = \left( \sum_i \alpha_i \cdot \sigma_i^m \right)^{1/m} = k_e \cdot \sigma_{i,max} \quad (7.23)$$

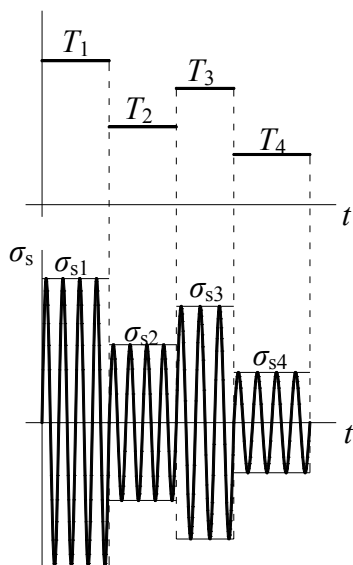
$\sigma_e$	[N/mm <sup>2</sup> ]	ekvivalentno naprežanje konstantne amplitude, koje uzrokuje isti nivo oštećenja tj. isti vijek trajanja strojnog dijela, kao sva djelujuća naprežanja $\sigma_i$ zajedno
$\alpha_i$		udio broja ciklusa na $i$ -tom nivou naprežanja prema ukupnom broju ciklusa, tj. frekvencija pojavljivanja $i$ -tog naprežanja
$\sigma_i$	[N/mm <sup>2</sup> ]	maksimalno naprežanje $i$ -tog nivoa
$m'$		nagib Wöhlerove krivulje za dinamičku čvrstoću materijala na savijanje izraz 1.105
$k_e$		faktor ekvivalentnosti spektra normalnih naprežanja u presjeku vratila
$\sigma_{i,max}$	[N/mm <sup>2</sup> ]	maksimalni nivo normalnih naprežanja.

$T$

Ako se zanemare težine dijelova na vratilu i naprežanja od aksijalne sile, onda su normalna naprežanja u vratilu linearno proporcionalna s okretnim momentom, pa se faktor ekvivalentnosti spektra može izračunati kao

$$k_e = \frac{\left( \sum_i \alpha_i T_i^m \right)^{1/m}}{T_{max}}, \quad (7.24)$$

a ekvivalentno naprežanje konstantne amplitude je  $\sigma_e = k_e \sigma_{i,max}$ .



**Slika 7.13:** Diskontinuirano promjenjivi okretni moment i njime izazvana savojna naprezanja

- Za dinamičko opterećenje (promjenjivi moment torzije), mjerodavna je dinamička čvrstoća na torziju  $R_{rDt}$  vratila u promatranom presjeku:

$$R_{rDt} = \frac{2}{2 - k_\tau(1-r)} \frac{b_{1t} \cdot b_{2t}}{\beta'_{kt}} R_{-1t} \quad (7.25)$$

$b_{1t}$	faktor dimenzija za statičku čvrstoću na torziju; približno prema tabeli 1.9
$b_{2t}$	faktor kvalitete površine za torziju, tabela 1.10
$R_{-1t}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	dinamička čvrstoća materijala za torziju pri $r = -1$ , tabela 7.3
$\beta'_{kt}$	efektivni faktor koncentracije naprezanja za torziju $\beta'_{kt} \approx 1$ i za najčvršće konstrukcijske čelike
$k_\tau$	faktor otpornosti torzijske dinamičke čvrstoće na uticaj srednjeg naprezanja, tabela 7.4
$r$	koeficijent asimetrije ciklusa momenta torzije, $r = T_{\min}/T_{\max}$ .

Za precizno računanje dinamičke čvrstoće na savijanje potrebno je precizno izračunati ekvivalentno naprezanje konstantne amplitude, ili odgovarajući faktor ekvivalentnosti spektra. Dinamička čvrstoća na savijanje može se približno izračunati prema izrazu (7.17), pri čemu se normalna naprezanja računaju temeljem maksimalnog momenta torzije.

## 7.4 DEFORMACIJE OSOVINA ILI VRATILA

### 7.4.1 Progib osovina ili vratila

Zbog momenta savijanja osovina ili vratilo se elastično deformira (savije), pa osna linija zauzme zakrivljen oblik, slika 7.16. Ova deformirana geometrijska linija naziva se *elastična linija savijanja*, a sama deformacija *progib*. Kutna deformacija elastične linije, tj. derivacija njezine jednačbe u smjeru osi, naziva se *nagib*. Progib uzrokuje ekscentričnu rotaciju dijelova na osovina ili vratilima (zupčanici, remenice, lančanici,...), što negativno utječe na funkciju čitavog stroja (npr. odstupanja u zahvatu zupčanika). Nagib mijenja i položaj rukavca u ležajima,

što uzrokuje njihovo nejednoliko opterećenje i time veće trošenje, tj. manju trajnost. Zbog toga se veličine progiba i nagiba ograničavaju s dopuštenim vrijednostima koje se određuju iskustveno.

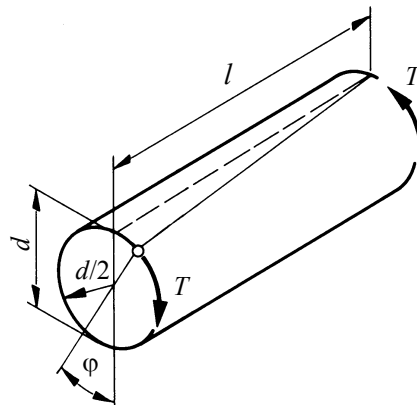
Postupak određivanja progiba  $f$  i nagiba vratila ili osovine rukavaca u ležajevima  $\beta_{LA}$  i  $\beta_{LB}$  teče tako da se, na mjestu gdje se želi izračunati progib, fiktivno podijeli osovina ili vratilo na dva konzolno učvršćena nosača (lijevi i desni dio, slika 7.16). Za svaki od dijelova određuju se progibi na pozicijama ležajeva  $f_A$  i  $f_B$ , te kutevi nagiba elastične linije  $\beta_A$  i  $\beta_B$ . Ako na lijevi i desni dio istovremeno djeluje više sila, za svaku pojedinu silu  $F_i$  odvojeno se računaju progibi na pozicijama ležajeva  $f_{Ai}$  i  $f_{Bi}$  te kutevi nagiba elastične linije  $\beta_{Ai}$  i  $\beta_{Bi}$  (izrazi za neke najvažnije praktične izvedbe osovine i vratila navode se u tabeli 7.11). Ako sila  $F_i$  djeluje upravo na mjestu gdje je prerezana osovina ili vratilo, moraju se toj sili izračunati pripadajuće reakcije  $F_A$  i  $F_B$ , koje se zatim uzimaju u obzir u proračunu. Progibi  $f_A$  i  $f_B$ , te kutevi nagiba elastične linije  $\beta_A$  i  $\beta_B$ .

## 7.4.2 Kutevi torzije

Kut torzije jest deformacija nastala djelovanjem okretnog momenta  $T$ . Njegova veličina važna je prvenstveno kod dugih vratila i kod vratila s čestim promjenama smjera vrtnje, jer veliki kut torzije uzrokuje neželjene vibracije. Za vratila s konstantnim poprečnim presjekom (slika 7.18) kut torzije vratila iznosi:

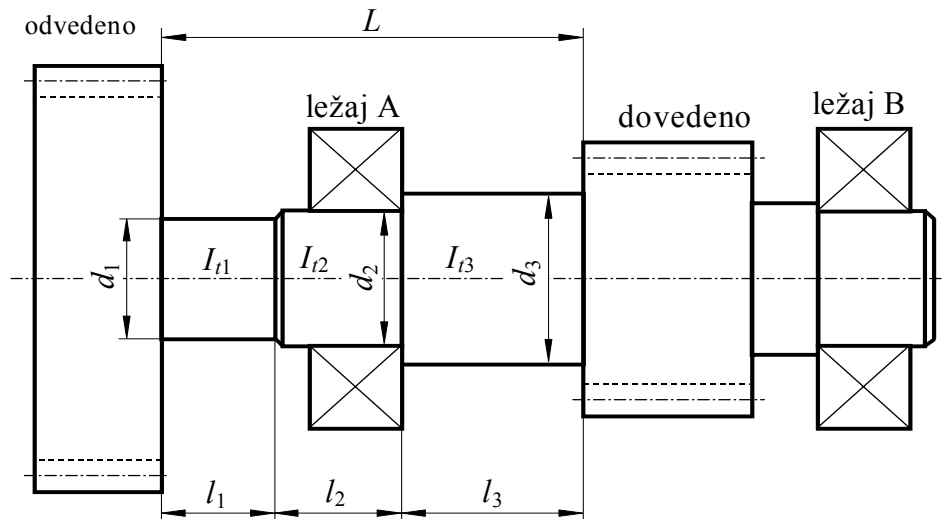
$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_t} \quad (7.45)$$

$\varphi$	[rad]	kut torzije
$T$	[Nmm]	okretni moment vratila
$l$	[mm]	dužina između dva usporedna presjeka vratila, slika 7.18
$G$	[N/mm <sup>2</sup> ]	modul smika materijala vratila
$I_t$	[mm <sup>4</sup> ]	polarni moment otpora presjeka vratila, tabela 7.3



**Slika 7.18:** Torzije vratila s konstantnim poprečnim presjekom

U praksi su vratila zbog konstrukcijskih razloga (sjedala ležajeva, nasloni za sprječavanje aksijalnog pomaka zupčanika itd.) općenito izrađena s različitim promjerima po dužini (slika 7.19). Kut torzija vratila između dva usporedna presjeka (obično između dovoda i odvoda) računa se kao zbroj progiba na pojedinim odsjecima s konstantnim poprečnim presjekom. Pri



**Slika 7.19:** Torzija vratila s promjenljivom poprečnim presjekom

tome se uzima u obzir da glavine na vratilu smještenih elemenata (zupčanici, ramenice, lančanici itd.) pridonose većoj krutosti vratila, pa se računaju dužine pojedinih odsječaka od ruba glavine, slika 7.19.

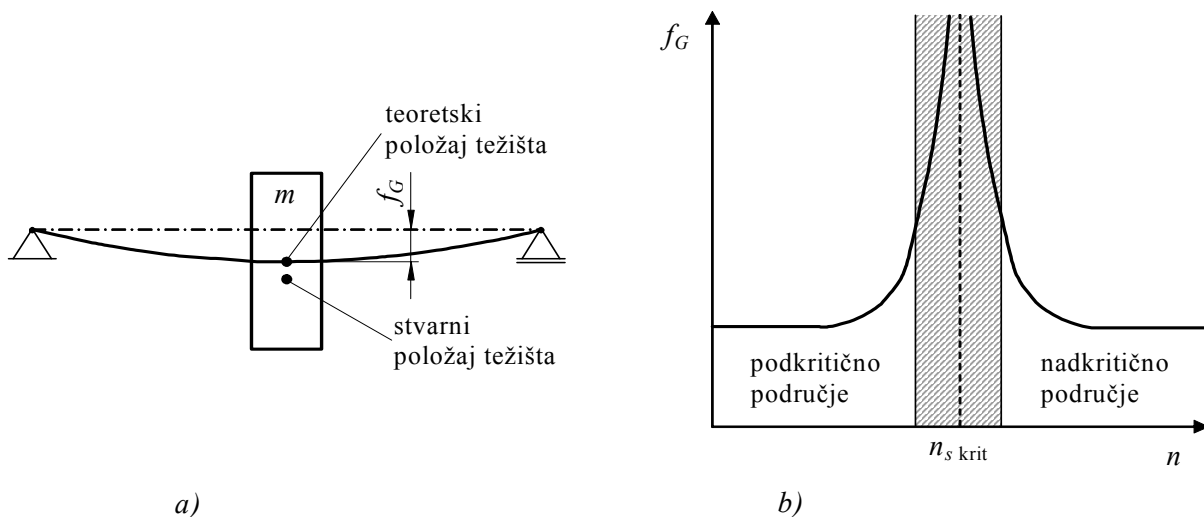
$$\varphi = \frac{T}{G} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{I_{oi}} \leq \varphi_{\text{dop}} \quad (7.46)$$

$l_i$ [mm]	dužina odsječaka vratila s konstantnim presjekom, slika 7.19
$I_{oi}$ [mm <sup>4</sup> ]	polarni moment otpora odsječaka vratila s konstantnim presjekom, slika 7.18
$n$	broj odsječaka vratila s različitim presjecima; $n = 3$ za vratilo na slici 7.19
$\varphi_{\text{dop}}$ [rad]	dopušteni kut torzije vratila $\varphi_{\text{dop}} = (4 \dots 6) \cdot 10^{-6} \cdot L$ [rad/mm] za transmisijska vratila $\varphi_{\text{dop}} = (7 \dots 9) \cdot 10^{-6} \cdot L$ [rad/mm] za ostala vratila
$L$ [mm]	udaljenost između mjesta dovođenja i odvođenja okretnog momenta na vratilu, slika 7.19.

## 7.5 KRITIČNE BRZINE VRTNJE OSOVINE ILI VRATILA

### 7.5.1 Fleksijska kritična brzina vrtnje

Osovine i vratila tvore, skupa s masama pričvršćenim na njima, elastični opružni sustav. Zbog vanjskih opterećenja osovine i vratila elastično se deformiraju i vibriraju vlastitom frekvencijom. Pri vrtnji dolazi, zbog neuravnoteženosti masa, do dodatnih impulsa centrifugalnih sila koji su ovisni o brzini vrtnje i masi elemenata smještenih na osovinu ili vratilo. Dodatni impulsi centrifugalnih sila posljedica su neizbježnog odstupanja prilikom izrade zbog kojih se položaj težišta na osovinu ili vratilu smještenih rotirajućih masa ne podudara s teoretskim položajem na liniji savijanja, slika 7.20a. Ako se pogonska brzina vrtnje podudara s vlastitom frekvencijom vibriranja osovine ili vratila i na njima smještenih masa, dolazi do *rezonancije*. U tom slučaju amplituda vibriranja skokovito se povećava, što može dovesti do loma osovine ili vratila. Brzina vrtnje, kod koje dolazi do rezonancije, naziva se *fleksiona kritična brzina vrtnje*,  $n_s$  krit.



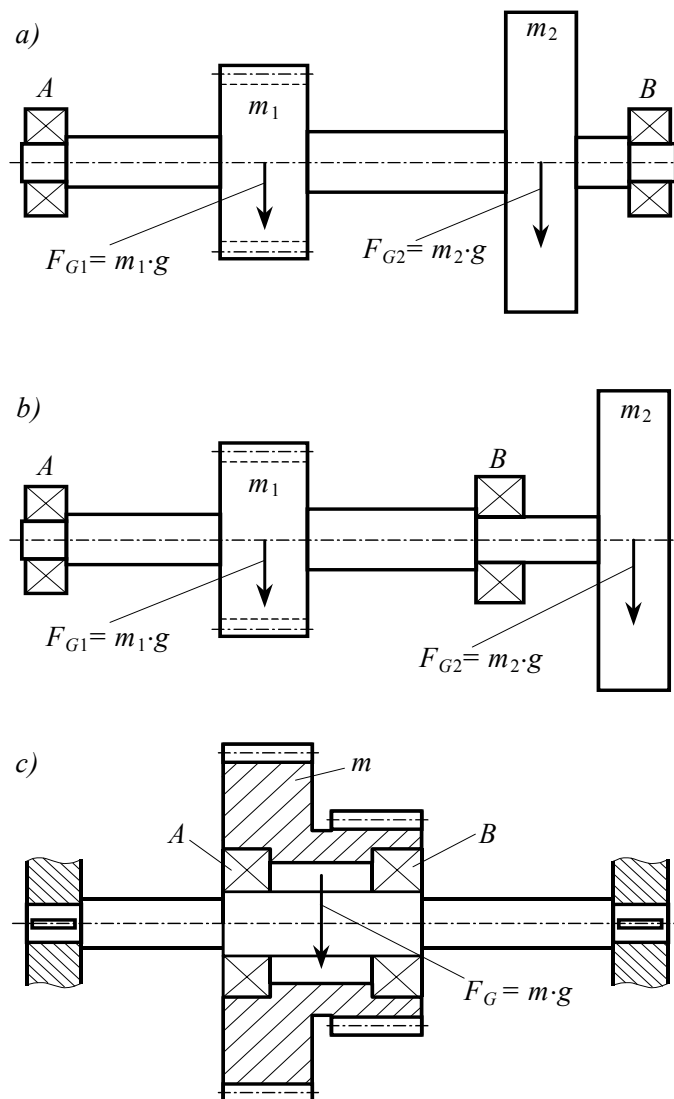
**Slika 7.20:** Odnosi kod savojnog vibriranja osovine ili vratila  
 a) teoretski i stvarni položaj težišta b) ovisnost progiba vratila  $f_G$  o brzini vrtnje

Općenito, duge i tanke osovine i vratila imaju nisku, a kratke i debele visoku fleksijsku kritičnu brzinu vrtnje. Ako je savojna kritična brzina vrtnje manja od brzine vrtnje osovine ili vratila tokom rada ( $n_{s, \text{krit}} < n$ ), prilikom pokretanja i zaustavljanja stroja mora se osigurati što brži prijelaz preko kritičnog područja. Tako će osovina ili vratilo vrlo kratko vrijeme raditi u kritičnom području, pa će utjecaj rezonancije biti zanemariv.

Prilikom određivanja savojne kritične brzine vrtnje, uzima se u obzir da vanjska opterećenja na savijanja samo potiču vlastite vibracije na osovini ili vratilu namještenih elemenata, ali nemaju utjecaj na vlastitu frekvenciju tog vibriranja. Ona je ovisna o krutosti osovine ili vratila, te masi na osovini ili vratilu namještenih elemenata. Ako je na osovini ili vratilu namješten samo jedan strojni element mase  $m$ , savojna kritična brzina vrtnje računa se prema izrazu:

$$n_{s, \text{krit}} \approx \frac{K}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{K}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{f_G}} \quad (7.42)$$

$n_{s, \text{krit}}$	$[\text{s}^{-1}]$	savojna kritična brzina vrtnje
$K$		koefficient uležištenja osovine ili vratila
		$K = 1,0$ rotirajuće osovine kod obostranog uležištenja, slika 7.20a
		$K = 0,9$ rotirajuće osovine kod konzolnog uležištenja, slika 7.20b
		$K = 1,3$ mirujuće osovine, slika 7.19c
$c$	$[\text{N/m}]$	krutost osovine ili vratila u težištu mase strojnog elementa; $c = m \cdot g / f_G$
$m$	$[\text{kg}]$	masa strojnog elementa na osovini
$g$	$[\text{m/s}^2]$	gravitacijsko ubrzanje; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
$f_G$	$[\text{m}]$	progib osovine u težištu mase strojnog elementa zbog sile teže $F_G = m \cdot g$ , poglavlje



**Slika 7.21:** Primjeri uležištenja osovine ili vratila  
a) rotirajuća osovina obostrano uležištena b) rotirajuća osovina konzolnog uležištena c) mirujuća osovina

Ako je na vratilo ili glavinu smješteno više strojnih elemenata s masama  $m_1, m_2, m_3$  itd., računaju se pojedine savojne kritične brzine vrtnje  $n_{s \text{ krit}1}, n_{s \text{ krit}2}, n_{s \text{ krit}3}$  itd. prema izrazu (7.42). Savojna kritična brzina vrtnje čitavog sustava tako iznosi:

$$\frac{1}{n_{u \text{ krit}}^2} \approx \frac{1}{n_{u \text{ krit}1}^2} + \frac{1}{n_{u \text{ krit}2}^2} + \frac{1}{n_{u \text{ krit}3}^2} + \dots \quad (7.43)$$

Prilikom određivanja savojne kritične brzine vrtnje, prema izrazima (7.42) i (7.43) nije uzimana u obzir masa osovine ili vratila. To znači da je izračunana savojna kritična brzina vrtnje veća od stvarne (razlika je veća kod većih masa, te kod većih progiba osovine ili vratila). Zbog toga je, iz sigurnosnih razloga, osovine i vratila u praksi potrebno dimenzionirati tako da stvarna brzina vrtnje prilikom rada bude za približno 30% veća ili manja od savojne kritične brzine vrtnje:  $1,3 \cdot n_{s \text{ krit}} \leq n \leq 0,7 \cdot n_{s \text{ krit}}$ . Kod teških osovine i vratila, na koje su smješteni lakši strojni elementi, u izrazima (7.42) i (7.43) uzima se u obzir masa dijela osovine ili vratila na kojemu je namješten pojedini strojni element.

## 7.5.2 Torzijska kritična brzina vrtnje

Vratila stvaraju, skupa s masama na njih namještenih elemenata, torzijski opružni sustav koji torzijsko vibrira vlastitom frekvencijom pod utjecajem vanjskog opterećenja (okretnog momenta). Zbog neuravnoteženosti elemenata namještenih na vratilo (npr. vratila s krakma) dolazi do dodatnih torzijskih impulsa koji su ovisni o brzini vrtnje i masi elemenata namještenih na vratilo. Ako se pogonska brzina vrtnje podudara s vlastitom frekvencijom torzijskog vibriranja vratila i na njih namještenih elemenata, dolazi do *rezonancije*. Brzina vrtnje pri kojoj se to događa naziva se *torzijska kritična brzina vrtnje*;  $n_{t \text{ krit.}}$ , a računa se prema izrazu:

$$n_{t \text{ krit.}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_t}{J}} \quad (7.44)$$

$c_t$  [Nm/rad] torzijska krutost vratila, izrazi (7.45) i (7.46)  
 $J$  [kgm<sup>2</sup>] moment otpora mase vratila i na njemu smještenih elemenata

Torzijska krutost vratila  $c_t$  iznosi:

$$c_t = \frac{\pi \cdot d^4 \cdot G}{32 \cdot l} \quad (7.45)$$

za glatko vratilo, te

$$c_t = \frac{\pi \cdot G}{32} \cdot \frac{1}{\frac{l_1}{d_1^4} + \frac{l_2}{d_2^4} + \frac{l_3}{d_3^4} + \dots} \quad (7.45a)$$

$c_t$  [Nmm/rad] torzijska krutost vratila; u jednadžbu (7.44) je potrebno umetnuti  $c_t$  u Nm/rad  
 $d$  [mm] promjer vratila; kod stepenastog vratila promjer pojedinog odsječka vratila  
 $l$  [mm] dužina vratila; kod stepenastog vratila dužina pojedinog odsječka vratila  
 $G$  [N/mm<sup>2</sup>] modul smika materijala vratila.

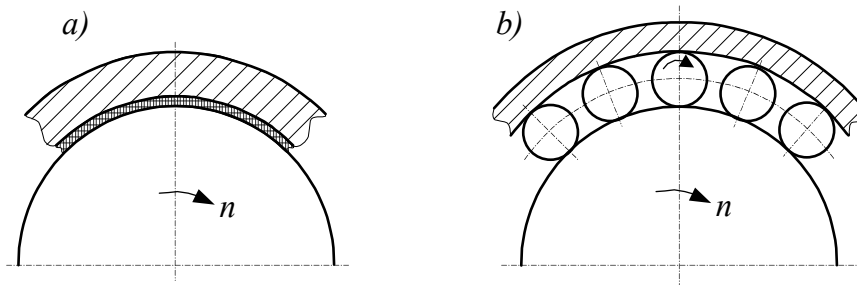
Za precizno računanje dinamičke čvrstoće na savijanje potrebno je precizno izračunati ekvivalentno naprezanje, ili odgovarajući faktor ekvivalentnosti spektra. Dinamička čvrstoća na savijanje može se približno izračunati prema izrazu (7.17), pri čemu se normalna naprezanja računaju temeljem maksimalnog momenta torzije.

## 8 LEŽAJEVI

Ležajevi su elementi strojeva koji služe za vođenje pokretnih strojnih dijelova, te prenose vanjska opterećenja između tih dijelova i onih koji se nalaze u relativnom gibanju prema njima.

Prema vrsti trenja, ležajevi se dijele na:

- *klizne ležajeve*, koji djeluju na principu trenja klizanja, slika 8.1a
- *valjne ležajeve*, koji djeluju na principu trenja valjanja, slika 8.1b



**Slika 8.1:** Tipovi trenja u ležajevima  
a) trenje klizanja b) trenje valjanja

Klizni ležajevi ušli su u upotrebu pronalaskom kotača, dakle davno prije nove ere, a danas je to element koji nas prati na svakom koraku: od ručnog sata (promjeri od 0,3 do 0,6 mm, opterećenja od nekoliko mN) do gigantskih kležajeva valjaoničkih stanova (promjeri preko 1000 mm, opterećenja preko 40 kN). Između dijelova u relativnom gibanju nalazi se tanki sloj ulja, tzv. uljni film, debljine reda veličine 2 do 50  $\mu\text{m}$ .

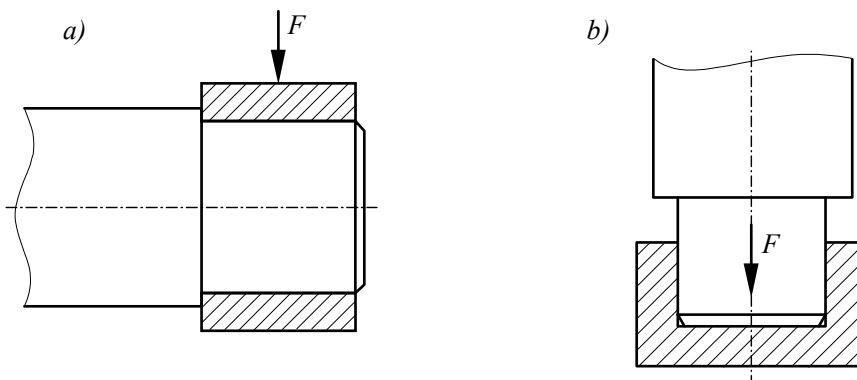
Valjni ležajevi patentirani su 1794. g. u Engleskoj, a prvi put primjenjeni 1852.g. na pedalima za bicikl. Kod njih se između dijelova u relativnom gibanju (unutrašnjeg prstena vezanog za osovinu i vanjskog prstena vezanog za kućište) nalaze valjna tijela promjera reda veličine 2 do 50 mm.

Klizni i valjni ležajevi nadopunjuju se u svojstvima i karakteristikama, pa se danas jedni i drugi primjenjuju s mnogo uspjeha.

Ispravan rad ležajeva je često od presudnog značenja za integritet i vijek trajanja strojeva i naprava u koje su ugrađeni. Zbog toga je pri njihovog projektiranja vrlo važno odabrati najprikladniju vrstu, odabrane ležajeve pravilno dimenzionirati, te uzeti u obzir upute za njihovu ugradnju u konstrukcijski sklop stroja ili naprave. Pri tome se moraju uzimati u obzir brojni kriteriji, kao što su promjer osovine ili vratila, način opterećenja, brzina vrtnje, zahtijevani životni vijek, uvjeti rada (temperatura, prašnjava okolina), itd. U svakom pojedinom slučaju treba odabrati najprimjerenije rješenje obzirom na navedene kriterije, istovremeno sa stajališta funkcionalnosti i ekonomičnosti.

Prema smjeru prenošenja opterećenja, ležajevi se dijele na:

- *radijalne ležajeve*, gdje opterećenje djeluje okomito na os ležaja, slika 8.2a
- *aksijalne ležajeve*, gdje opterećenje djeluje uzduž osi ležaja, slika 8.2b.



**Slika 8.2:** Podjela ležajeva obzirom na smjer djelovanja opterećenja  
a) radijalni ležaj b) aksijalni ležaj



## 8.1 KLIZNI LEŽAJEVI

Klizni ležajevi omogućuju vođenje pokretnih strojnih dijelova (osovine, vratila, itd.) i prijenos opterećenja s rukavca na blazinicu ležaja. Klizne površine podmazane su uljem, a rjeđe mašću ili krutim sredstvima za podmazivanje. Prema djelovanju opterećenja razlikuju se *radijalni* i *aksijalni* klizni ležajevi, slika 8.2. Postoje još i klizni ležajevi za *vođenje* koji služe samo za vođenje osovine ili vratila, a ne prenose nikakva vanjska opterećenja.

### Prednosti kliznih ležajeva:

- dozvoljavaju velike brzine vrtnje,
- hod im je miran i tih,
- uz dobro podmazivanje imaju nizak koeficijent trenja, te time praktički neograničen vijek trajanja,
- jednostavna izrada,
- pogodni su za prenošenje udarnih opterećenja,
- nisu osjetljivi na prašinu,
- jeftiniji su od valjnih ležajeva,
- u radijalnom smjeru zauzimaju manje prostora,
- prigušuju udarce, vibracije i šumove,
- mogu biti izrađeni u dijeljenoj izvedbi.

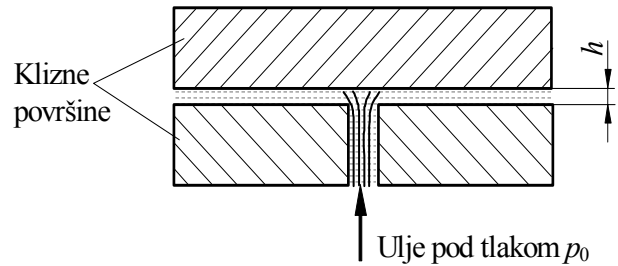
### Nedostaci kliznih ležajeva:

- veliko trenje kod pokretanja i malih brzina,
- neprecizno vođenje, odnosno pozicioniranje pokretnih strojnih dijelova,
- osjetljivi su na nedostatak podmazivanja,
- zahtijevaju urađivanje i pažljivo održavanje,
- na kvalitetu ležajeva bitno utječu materijal i toplinska obrada rukavaca osovine ili vratila.

### 8.1.1 Princip rada i podmazivanje kliznih ležajeva

Osnovna namjena podmazivanja kliznih ležajeva jest smanjenje trenja i time smanjenje gubitaka snage, smanjenje trošenja i time povećanje vijeka trajanja ležaja, te smanjenje zagrijavanja i time sprečavanje zaribavanja ležajeva. Ova tri cilja ostvaruju se dobrim podmazivanjem, pri kojem su površina rukavca i blazinice ležaja razdvojene tankim slojem ulja, tzv. uljnim filmom u kojem vlada tekuće trenje. Prema tome, kod idealnog kliznog ležaja nema trošenja. Dobri ležajevi mogu pod povoljnim okolnostima raditi bez vidljivog trošenja, tj. s praktički neograničenom trajnošću. To je posljedica razvoja tribologije – znanosti o trenju, trošenju i podmazivanju. Za postizanje tekućeg trenja potrebno je u sloju maziva osigurati pritisak koji omogućava ravnotežno stanje s vanjskim opterećenjem ležaja. Ovo se postiže *hidrostatičkim* ili *hidrodinamičkim* načinom podmazivanja:

Kod hidrostatičkog podmazivanja se potrebni pritisak u sloju maziva postiže s uljnom pumpom koja tlači ulje na  $p_0 \leq 20 \text{ MPa}$  ( $\approx 200 \text{ bar}$ ). Bez obzira na to da li klizne površine miruju ili se gibaju, pritisak ulja osigurava među njima uvijek određenu debljinu uljnog filma  $h$ , slika 8.3. Gubitci trenja su kod ovih ležajeva manji nego kod ostalih vrsta, ali unatoč tome se klizni ležajevi s hidrostatičkim podmazivanjem u praksi malo upotrebljavaju. Osnovni razlog za to je, prije svega, dodatni trošak investicije na pumpu za visoki pritisak.



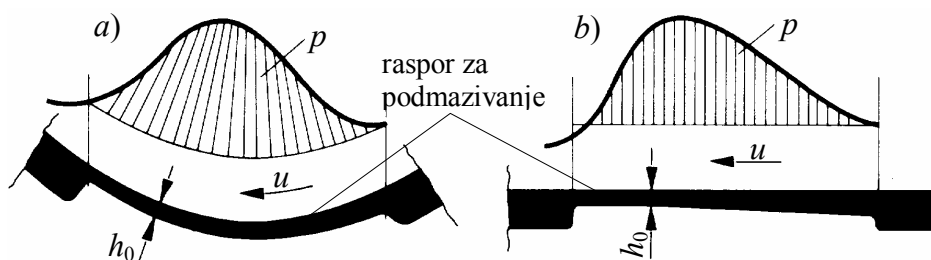
**Slika 8.3:** Princip hidrostatičkog podmazivanja

Kod hidrodinamičkog podmazivanja, nosivi uljni film se među kliznim površinama stvara automatski, ako je među kliznim površinama dovoljno velika relativna brzina klizanja  $v$  i ako klizne površine imaju oblik klina, slika 8.5. Promjenu pritiska u sloju maziva u smjeru relativne brzine klizanja dviju površina opisuje Reynoldsova jednadžba

$$\frac{dp}{dx} = 6\eta v \frac{h - h_m}{h^3} \quad (8.1)$$

$p$	[N/mm <sup>2</sup> ]	pritisak u filmu maziva
$\eta$	[MPa·s]	dinamička viskoznost maziva
$v$	[m/s]	relativna brzina klizanja između dviju površina
$h$	[m]	udaljenost dviju površina na mjestu $x$
$h_m$	[m]	udaljenost dviju površina na mjestu maksimalnog pritiska

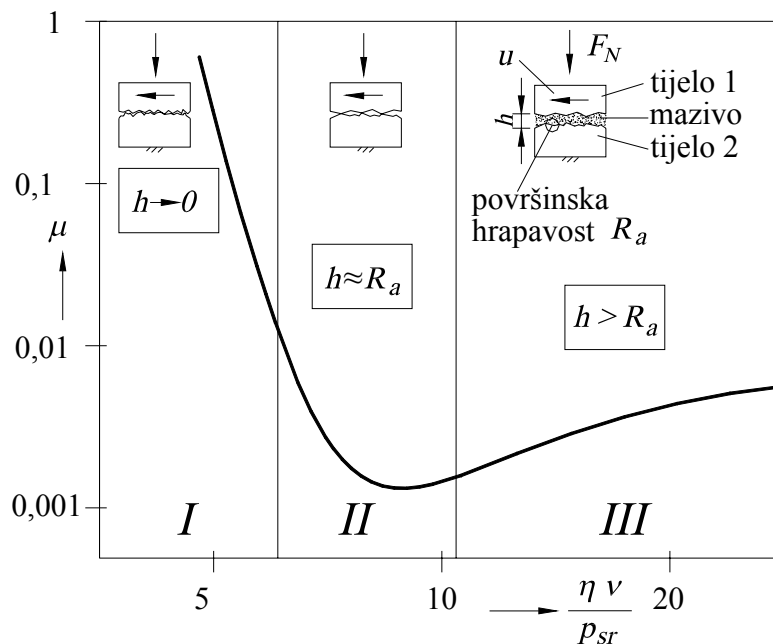
iz koje je vidljivo da je promjena pritiska, a time i egzistencija (hidrodinamičkog) pritiska, u sloju maziva moguća samo ukoliko se površine relativno gibaju, i ako nisu međusobno paralelne ( $h \neq h_m$ ). Ovo potonje zahtijeva egzistenciju tzv. „uljnog klina“ (vidi sliku 8.4), pri čemu nije bitno da li su klizne površine zakrivljene (radijalni klizni ležajevi, slika 8.5a) ili ravne (aksijalni klizni ležajevi, slika 8.5b).



**Slika 8.4:** Hidrodinamičko podmazivanje kliznih ležajeva  
a) zakrivljene klizne površine b) ravne klizne površine

Odnosi u sloju maziva između dviju kliznih površina opisuju se Stribeckovom krivuljom koja pokazuje utjecaj dinamičkog viskoziteta sredstva za podmazivanje  $\eta$ , srednjeg pritiska  $p_{sr}$  u ležaju i kutne brzine rukavca  $\omega$  na koeficijent trenja klizanja  $\mu$ . Utjecaj produkta tih veličina na koeficijent trenja pokazuje slika 8.5 na kojoj su također prikazana tri osnovna načina podmazivanja dvaju tijela i to:

- granično podmazivanje (I),
- mješovito podmazivanje (II),
- hidrodinamičko podmazivanje (III),

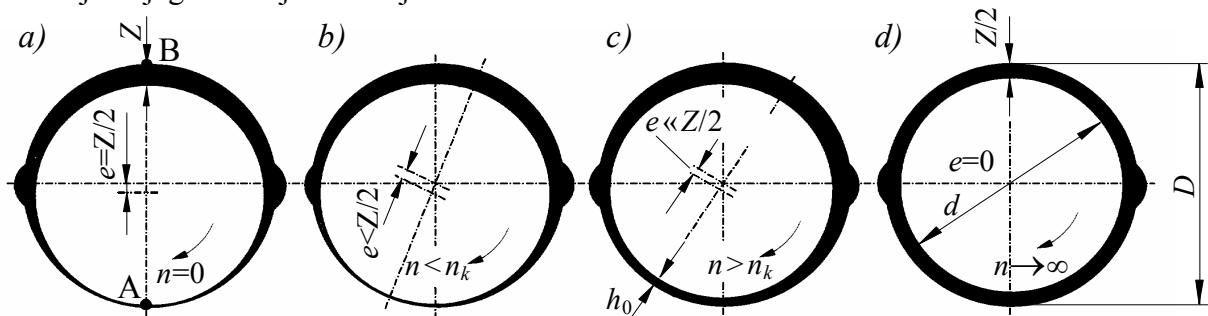


Slika 8.5: Stribeckova krivulja i načini podmazivanja

Do *graničnog podmazivanja* dolazi u slučaju kada se površine nalijeganja, koje na sebi imaju tanki, ali tvrdi granični sloj (epilamen) maziva, oksida, vlage ili nečistoća, dodiruju samo u najjisturenijim točkama površinskih neravnina u kojima je probijen granični sloj. Svojstvo maziva da tvori granični sloj naziva se *mazivost*, na sposobnost stvaranja kojeg utječu svojstva površine metala i molekularna svojstva maziva. Mineralna ulja, kao najčešće upotrebljavana maziva, imaju svojstvo stvaranja naročito otpornog epilamena. Poseban slučaj graničnog podmazivanja, s posebno visokom vrijednošću koeficijenta (graničnog) trenja, jest podmazivanje pri pokretanju i njemu pripadajuće *trenje pokretanja* koje nastaje pri sasvim malim brzinama vrtnje, i pri kojem se granični sloj probiva na velikom broju mjesta. Pri *hidrodinamičkom podmazivanju* površine dvaju tijela su odvojene kontinuiranim slojem maziva. Zbog viskoznosti maziva nastaje *tekuće trenje* koje zbog turbulencije u sloju maziva raste s povećanjem brzine, odnosno broja  $\eta \cdot \omega / p_{sr}$ . *Miješano podmazivanje* je prijelazan oblik između graničnog i hidrodinamičkog podmazivanja. Naliježne površine se dodiruju, ali ne direktno, nego klize preko svojih graničnih slojeva, pa je trenje manje i od trenja pri tekućem podmazivanju. No, takvo podmazivanje je labilno i lako može prijeći u granično, pa zato nije poželjno kao što je to hidrodinamičko podmazivanje.

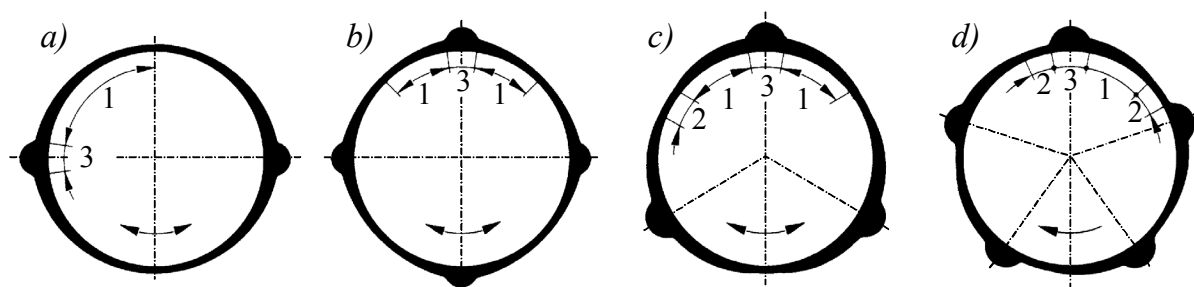
Slika 8.6 prikazuje princip hidrodinamičkog podmazivanja jednostavnog radijalnog kliznog ležaja. Rukavac osovine ili vratila promjera  $d$  je umetnut u blazinicu ležaja promjera  $D$ , pri čemu je promjer rukavca manji od promjera blazinice ( $d < D$ ). U mirovanju donji dio rukavca naliježe na donji dio blazinice u točki A, pa je udaljenost između površine rukavca i ležajne površine s gornje strane, u točki B, jednaka zračnosti ležaja  $Z = D - d$ , a udaljenost između centra rukavca i centra ležajne površine (ekscentricitet  $e$ ) jednaka razlici polumjera ležajne blazinice  $R$  i rukavca  $r$ , tj. polovini zračnosti:  $e = R - r = \Delta r = Z/2$  (slika 8.6a). Kada rukavac započne rotaciju trenje pokretanja brzo prijeđe u granično trenje, a površina rukavca tlači mazivo u klinasti prostor kojeg tvori s površinom blazinice, pri čemu se u mazivu stvara hidrodinamički pritisak koji pokušava odvojiti rukavac od blazinice ležaja. Taj pritisak je tim veći što je veća brzina vrtnje  $n$ ,

odnosno brzina klizanja (jednaka obodnoj brzini rukavca)  $v = \pi \cdot d \cdot n$ . Kod ustaljene male brzine vrtnje rukavac je tek malo uzdignut od blazinice i malo pomjeren u smjeru svoje obodne brzine na mjestu najmanje udaljenosti kliznih površina (slika 8.6b). Zbog toga u okolini tog mjesta dolazi do graničnog podmazivanja (za uobičajene hrapavosti površina). Kod veće brzine vrtnje povećava se debljina uljnog filma  $h_0$ , a smanjuje ekscentricitet  $e = Z/2 - h_0$  (slika 8.6c). Za istu hrapavost površina, sada nastaje hidrodinamičko podmazivanje, tj. tekuće trenje. Pri teoretski beskonačnoj brzini vrtnje vrijedi  $h_0 = Z/2$ , odnosno  $e = 0$ , tj. rukavac i blazinica ležaja postaju centrični. Za položaje rukavca (i odgovarajuće brzine vrtnje) između onih premaslikama 8.6b i 8.6c nastaje mješovito podmazivanje, a ona brzina vrtnje  $n_k$  pri kojoj pritisak u mazivu postaje dovoljan da razdvoji rukavac i blazinicu ležaja naziva se *kritična brzina vrtnje*. Ona odgovara točki najmanjeg koeficijenta trenja na slici 8.3.



**Slika 8.6:** Položaj rukavca u ležaju pri hidrodinamičkom podmazivanju radijalnog kliznog ležaja  
 a)  $v = 0$  b)  $v$  mala c)  $v$  velika d)  $v \rightarrow \infty$

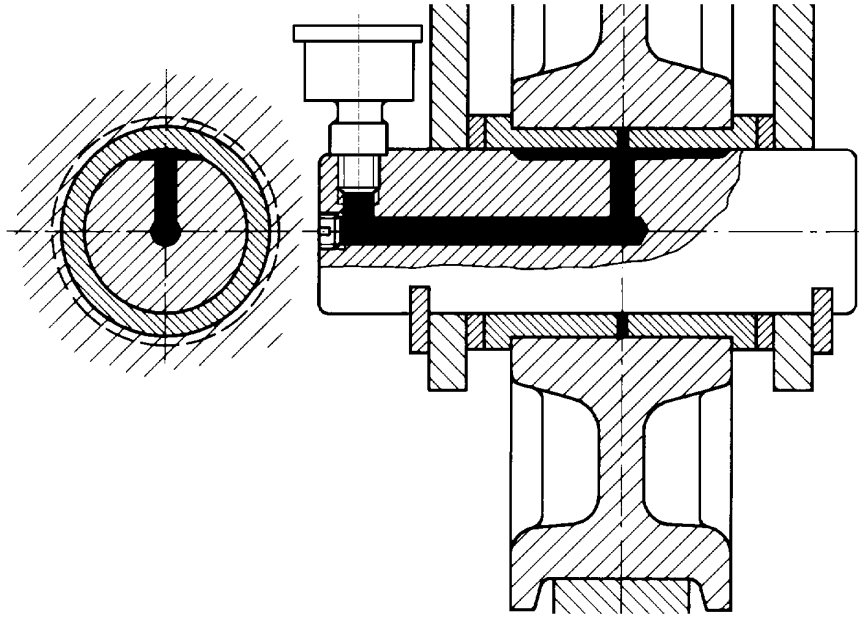
Kod jednostavnih radijalnih kliznih ležajeva s rukavcem i blazinicom kružnog oblika (slika 8.6) nastaje samo jedna klizna površina sa svojim „uljnim klinom“ koji osigurava hidrodinamičko podmazivanje. Odgovarajućim oblikom blazinice ležaja, koji odstupa od kruga, može se osigurati više uljnih klinova po obodu ležaja, čime su rukavci osovine ili vratila poduprti u više točaka, slika 8.7. U tom slučaju radi se o radijalnim kliznim ležajevima s *više točaka*, koji dobro centriraju rukavac u odnosu na blazinicu ležaja (miran hod). Prvenstveno se upotrebljavaju u vratilima turbina, vratilima preciznih obradnih strojeva i svugdje tamo gdje se zahtijevaju velike brzine vrtnje.



1- uljni klin, 2- uljni film jednake debljine, 3- utor za podmazivanje

**Slika 8.7:** Radijalni klizni ležajevi s hidrodinamičkim podmazivanjem u više točaka  
 a) u dvije točke b) u četiri točke c) u tri točke d) u pet točaka

Utori za podmazivanje uvijek su izvedeni u mirujućem dijelu ležaja (obično u blazinici ležaja), a kod mirujućih osovine nalaze se u rukavcu osovine koji mora imati odgovarajuće kanale za dovod maziva, slika 8.8.



**Slika 8.8:** Smještaj utora za podmazivanje u rukavcu mirujuće osovine

### 8.1.2 Materijali za klizne ležajeve

Pri odabiru materijala za klizne ležajeve, potrebno je, pored o materijalu blazinice ležaja, voditi računa i o materijalu rukavca i materijalu maziva. Ova tri materijala tvore tribološki sustav čija svojstva su presudna za ispravan rad kliznih ležajeva pri graničnom i mješovitom trenju. Tribološki sustav bi trebao imati slijedeća svojstva:

- da omogućava međusobno „uglašavanje“ materijala rukavca i osovine
- da ulje dobro prijanja na materijale rukavca i osovine
- da pri radu na suho ne dođe do zaribavanja
- prilagodljivost ležaja elastičnim i plastičnim deformacijama,
- otpornost na trošenje,
- otpornost na nagrivanje kliznih površina,
- sposobnost razrađivanja ležaja,
- otpornost na utiskivanje krutih (otpalih) dijelova u površinu,

Ova svojstva se zajedničkim imenom nazivaju „antifrikciona“ svojstva tribološkog sustava. Pored njih, ležajni materijali moraju imati slijedeća općenita svojstva:

- sposobnost odvođenja viška topline
- otpornost na dodirni pritisak
- odgovarajuću dinamičku čvrstoću
- da se što jednoličnije rastežu pri povišenim temperaturama i da ne bubre
- da se kao materijal za platanje dobro vežu za podlogu

Općenito je nemoguće udovoljiti svim gornjim zahtjevima. Zbog toga se u praksi odlučuje za takav materijal rukavca i blazinice ležaja kojim će se uz upotrijebljeno sredstvo podmazivanja postići najbolja svojstva tribološkog sustava.

## Materijali za rukavce

Kod kliznih ležajeva se teži tome da površina rukavaca bude približno tri do pet puta tvrđa od površine blazinice ležaja. Time se trošenja ležaja ograniče prije svega na trošenje blazinice ležaja, koji se u slučaju kritičnog trošenja jednostavno zamijeni. Troškovi su u tom slučaju mnogo manji nego kada bi trošenje nastalo na rukavcu osovine ili vratila.

Obzirom da su rukavci ležajeva obično i dijelovi osovine ili vratila, izrađeni su od jednakih materijala (konstrukcijski čelici, poboljšani čelici i čelici za cementiranje i kaljenje, 10.1). Najvažnije je da se rukavci mogu kvalitetno obraditi, obzirom na odabrani materijal, te da se tako na njima može postići što tvrđa i glatkija površina (preporučuje se tvrdoća 64 HRc  $\approx$  810 HV). S ovog aspekta, čelici za cementiranje i kaljenje bolji su nego konstrukcijski čelici i poboljšani čelici, iako se i površinskim kaljenjem poboljšanih čelika mogu postići zadovoljavajuća svojstva. Konstrukcijski čelici, koji se ne kale, primjereni su samo za nisko opterećene klizne ležajeve.

Rukavci kliznih ležajeva se nakon grube mehaničke obrade (struganje, grubo brušenje, itd.) i toplinske obrade (cementiranje i kaljenje, poboljšanje, površinsko kaljenje, itd.) prije ugradnje još i fino mehanički obrade (fino brušenje, honovanje, lepovanje, itd.) čime se postižu vrlo glatke klizne površine. Za poboljšanje svojstava čvrstoće obzirom na površinski pritisak, rukavci kliznih ležaja se, posebno u zadnje vrijeme, još i dodatno kromiraju, čime se postižu bolja antifrikciona svojstva i veća otpornost protiv nagrizanja kliznih površina.

## Materijali za blazinice ležaja

I kod materijala za blazinice ležaja bitno je da se klizne površine mogu precizno obraditi i tako postići dobra antifrikciona svojstva. Poseban problem pri obradi predstavljaju dijelovi koji otpadaju jer se pri obradi utiskuju u površinu, te je oštećuju. S ovog aspekta, za blazinice ležaja primjerenije je upotrijebiti legure za gnječenje, a ne legure za lijevanje, koje se inače lakše obrađuju.

Za blazinice ležaja najviše se koriste *neželjezni metali* (kositar, cink, olovo, bakar, aluminij) i njihove legure zbog dobrih kliznih svojstava pri nedovoljnom podmazivanju. Obzirom da su njihova svojstva čvrstoće ovisna o temperaturi, upotrebljavaju se samo u određenom temperaturnom području:

- legure olova i kositra: do 80 °C
- legure cinka: do 100 °C
- legure aluminija: do 150 °C
- legure bakra (bronce) za lijevanje: do 250 °C
- legure kositra za gnječenje: do 300 °C

Kositar (Sn) se legira prvenstveno olovom (Pb), bakrom (Cu) i antimonom (Sb). Blazinice ležaja od legura kositra imaju odlična antifrikciona svojstva, neosjetljivi su na geometrijska i radna odstupanja, te penetraciju sitnih produkata trošenja. Dobro svojstvo kositra je i to što ga se može u tankim slojevima (nekoliko  $\mu\text{m}$ ) galvansko nanijeti na druge materijale. Zbog male čvrstoće (vrlo su mekani) blazinice ležaja od legura kositra uvijek je potrebno ugraditi u odgovarajuće kruto kućište.

Cink (Zn) se legira prvenstveno aluminijem (Al) i bakrom (Cu). Blazinice ležaja od legura cinka imaju prije svega dobra antifrikciona svojstva. Obzirom da su jeftini, izrađuju se u masivnijim

izvedbama, čime se dobiva na krutosti i čvrstoći. Upotrebljavaju se za manje zahtjevne klizne ležajeve.

Olovo (Pb) se legira prije svega bakrom (Cu), kositrom (Sn) i cinkom (Zn). Blazinice ležaja od legura olova imaju vrlo dobra svojstva podmazivanja. Obzirom da su vrlo mekani neosjetljivi su na geometrijska i radna odstupanja, ali su slabo otporni na trošenje. Upotrebljavaju se prvenstveno u velikim i grubim ležajevima (npr. uležištenje osovina vagona).

Bakar (Cu) se upotrebljava za blazinice ležaja prvenstveno u obliku raznih bronci (udio bakra je iznad 50%). Bronce imaju vrlo dobru toplinsku vodljivost te time dobru sposobnost hlađenje ležajeva. Također imaju i zadovoljavajuću čvrstoću i dobru sposobnost deformiranja. Raznim nemetalnim dodacima (fosfor) poboljšavaju im se i antifrikciona svojstva. Obzirom da su slabo otporni na penetraciju produkata trošenja, u ovim ležajevima potrebno je osigurati dobar protok maziva. Upotrebljavaju se prije svega slijedeće bronce:

*Kositrene bronce* sadrže 5 do 14% kositra (Sn). Uz pomoć malih dodataka fosfora (P) poboljšavaju im se svojstva podmazivanja (mazivo se bolje hvata kliznih površina). Primjereni su za klizne ležajeve u uvjetima miješanog podmazivanja, visokih površinskih pritisaka i visoke radne temperature.

*Olovne bronce* sadrže 10 do 28% olova (Pb). Obzirom da su vrlo mekane, neosjetljive su na geometrijska odstupanja i rubne pritiske, ali su slabo otporne na trošenje. Primjerene su prvenstveno za male brzine klizanja. Upotrebljavaju se za manje zahtjevne ležajeve, u kojima nije potrebno da je rukavac osovine ili vratila površinski kaljen.

*Kositreno-olovne bronce* sadrže 5 do 14% kositra (Sn) i 3 do 25% olova (Pb). Pri većem udjelu olova imaju dobru prilagodljivost materijala rukavca i blazinice ležaja, ali slabu otpornost na trošenje.

*Aluminijeve bronce* sadrže oko 10% aluminija (Al) i manje udjele nikla (Ni), mangana (Mn) i željeza (Fe). Razmjerno su tvrde i time otporne na trošenje. Upotrebljavaju se prije svega tamo gdje postoji opasnost od korozije.

*Crvena kovina* je legura bakra (Cu), kositra (Sn), cinka (Zn) i olova (Pb), a predstavlja poseban slučaj kositrene bronce. Crvena kovina ima najbolja antifrikciona svojstva pri 10% Sn, 4% Zn i 1% Pb ili pri 6% Sn, 7% Zn i 1% Pb. Jeftinija je nego osnovna kositrena bronca.

*Mjed* je zapravo cinkova bronca s 30% cinka (Zn) i s malim udjelima aluminija (Al), nikla (Ni), fosfora (P) i silicija (Si). Ima slična antifrikciona svojstva kao i kositrena bronca. Upotrebljava se samo pri nižim temperaturama.

Aluminij (Al) se legira prije svega s bakrom (Cu), željezom (Fe), cinkom (Zn), manganom (Mn), silicijem (Si) i kositrom (Sn). Blazinice ležaja od legura aluminija upotrebljavaju se prvenstveno tamo gdje je i kućište od lakih metala. Obzirom da dobro provode toplinu imaju dobru sposobnost hlađenja.

Od željeznih materijala za blazinice ležaja prvenstveno se upotrebljava *sivi lijev*, jer njegova struktura (grafitne lamele) omogućuje dobra svojstva podmazivanja. S druge strane, sivi lijev ima slabija antifrikciona svojstva pri nedovoljnom podmazivanju, slabo je otporan na rubne pritiske, te ima slabiju sposobnost razrađivanja ležajeva.

Dobra svojstva podmazivanja blazinica ležaja postižu se *sinteriranim metalima*, koji su porozni i lako upijaju ulje (do 30% svog volumena). Pri radu ulje izlazi kroz pore zbog opterećenja i povišena temperature, te podmazuje klizne površine. Pri mirovanju, kada se ležaj ohladi, ulje opet otječe natrag u pore. Sinteriraju se prije svega legure željeza te kositrene i olovne bronce.

U zadnje vrijeme se za blazinice ležaja sve više upotrebljavaju *umjetne mase*. Primjerene su prvenstveno tamo gdje nije dovoljno podmazivanje uljem ili mašću (npr. u tekstilnoj industriji) i gdje postoji opasnost od korozije. Upotrebljavaju se prvenstveno slijedeći materijali:

*Termo- i duroplasti* imaju dobra antifrikciona svojstva, ali im je slaba strana puzanje pod opterećenjem i veliko toplinsko rastezanje (približno 10 puta veće nego kod metala). Od termoplasta poliamid i nylon imaju veliku čvrstoću, dobra antifrikciona svojstva, dobre prigušuju vibracije, te su otporni na trošenje. Slaba strana im je što upijaju vodu, naročito duroplasti. Poliuretani su po svojstvima slični polamidima, ali su manje osjetljivi na upijanje vode. Primjereni su za radne temperature od  $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $+80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Poliacetali imaju vrlo dobra antifrikciona svojstva. Mogu se lako obraditi i do vrlo preciznih dimenzija.

*Fluorirani ugljikovodici* (posebna vrsta voska) su otporni na kiseline i lužine. Primjereni su za radne temperature od  $-270\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $+260\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Slaba strana im je puzanje pod opterećenjem i nešto slabija otpornost na trošenje.

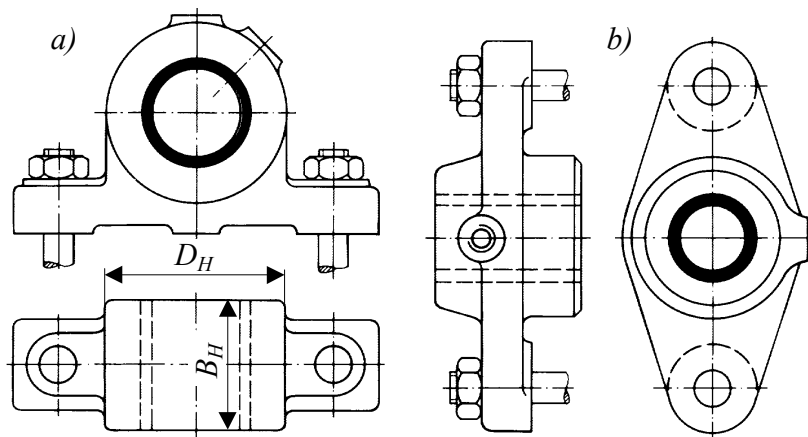
Antifrikciona svojstva gore navedenih umjetnih masa mogu se bitno poboljšati dodacima ugljika, grafita, olova i raznih bronci.

### **Oblikovanje radijalnih kliznih ležajeva**

Blazinice ležajeva u pravilu su izrađeni u nedijeljenoj izvedbi, ako je moguće rukavce osovina ili vratila u njih umetnuti s čeine strane. Standardizirani su npr. prema DIN 1850, tabela 8.1. Nabavljaju se kao samostalni elementi, utisnuti u kućište ili fiksno pričvršćeni na rukavac osovine ili vratila. Obično su izrađeni od bronce, sinteriranih kovina ili nemetalnih materijala, a mogu biti i od čelika presvučenog površinskim slojem od legura olova, legura kositra ili olovne bronce. Na unutarnjoj strani imaju izrađene utore za podmazivanje uljem ili mašću. Ovo ne vrijedi za blazinice ležajeva od sinteriranih kovina koji se podmazuju automatski, 8.1.2.2.

Klizni ležajevi se često izrađuju kao kompletan sklop koji je potrebno samo pričvrstiti na kućište stroja ili naprave. Razlikuje se stojeća izvedba prema DIN 504 (slika 8.9a) i izvedba s prirubnicom prema DIN 502 (slika 8.9b).

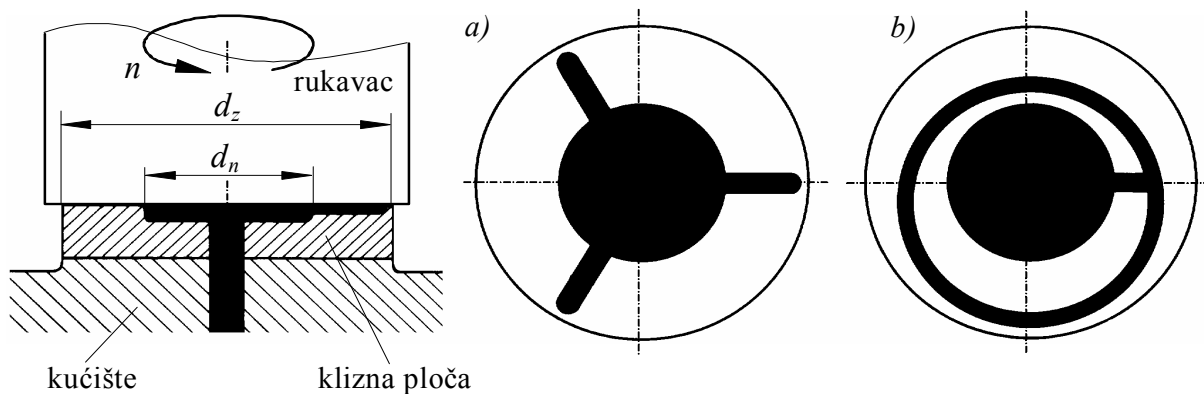




**Slika 8.9:** Radijalni klizni ležaj kao kompletan sklop stroja ili naprave  
*a) stojeća izvedba b) izvedba s prirubnicom*

### Oblikovanje aksijalnih kliznih ležajeva

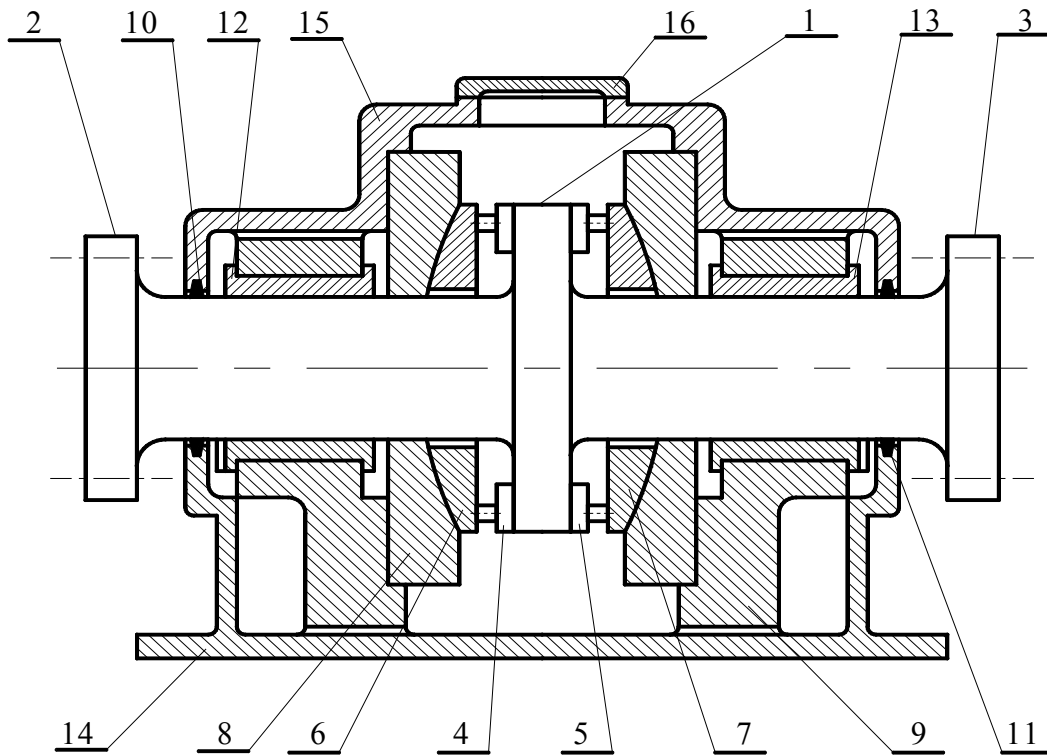
Najjednostavniji aksijalni klizni ležaj je okrugli čeon ležaj s ravnim klizim površinama, slika 8.10. Sastavljen je od čeon klizne ploče, pričvršćene na kućište, i rukavca osovine. Obično se podmazuje mašću, a rjeđe uljem. Sredstvo za podmazivanje se dovodi preko dovodnih kanala do utora za podmazivanje, koji su po kliznoj površini raspoređeni radijalno (slika 8.23a), ili su izvedeni u obliku ekscentričnog kružnog utora za podmazivanje, slika 8.23b. Pri vrtnje ležaja sredstvo za podmazivanje se iz utora za podmazivanje raspodijeli po čitavoj kliznoj površini. Takvi ležajevi rade prvenstveno u području miješanog podmazivanja, pa su primjereni samo za manje brzine klizanja i manje površinske pritiske. Ako je klizna ploča izrađena od umjetne mase ili ako je na nju nanesena odgovarajuća tvar za kruto podmazivanje (8.1.1.3), ležajevi mogu raditi i bez sredstva za podmazivanje.



**Slika 8.10:** Jednostavni aksijalni klizni ležaj  
*a) utori za podmazivanje u radijalnom smjeru b) ekscentrični kružni utori za podmazivanje*

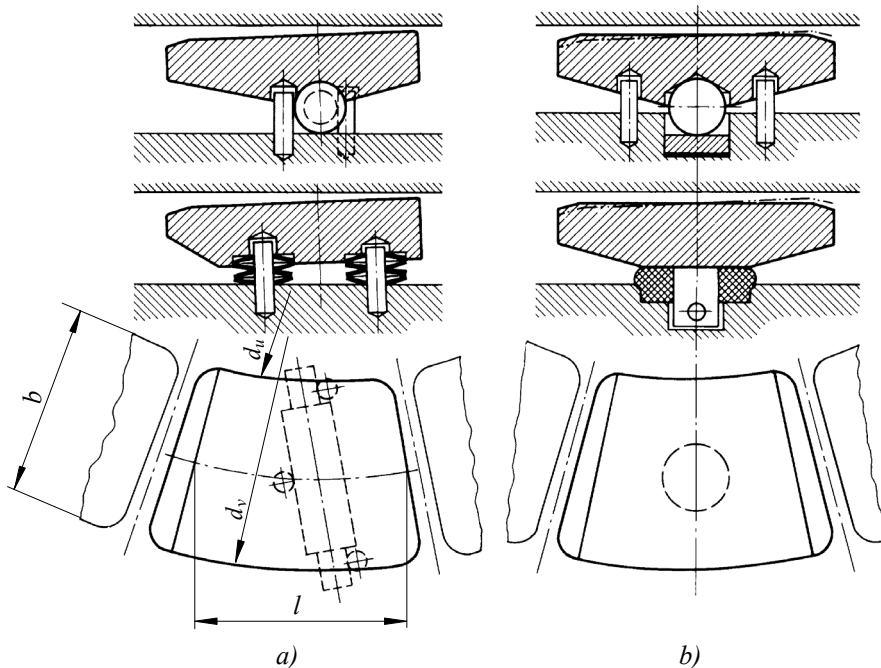
Za visokopterećene pogone u kojima se može očekivati kutni pomak osovine, upotrebljavaju se samopodesivi aksijalni klizni ležajevi s nagibnim segmentima (4, 5) koji u radu zauzmu optimalni nagib prema grebenu osovine (1) u smjeru obodne brzine, slika 8.8. Segmenti su oslonjeni na nosače segmenata (6, 7) koji naliježu na kućište ležaja (14, 15) sa kuglastom površinom omogućujući tako samopodesivost, tj. ispravan rad ležaja i pri malim kutnim pomacima osovine. Ovakova klasična izvedba aksijalnog kliznog ležaja omogućuje preuzimanje aksijalne sile iz oba smjera i obično uključuje i dva radijalna ležaja (12, 13) u isto kućište, a poznata je pod imenom svog izumitelja: Mitchellov ležaj. Neizbježno se primjenjuje kao brodski odzivni ležaj koji

preuzima (iz oba smjera) porivnu silu brodskog propelera i prenosi je na brodsku konstrukciju. Nekoliko načina učvršćenja nagibnih segmenata prikazano je na slici 8.12.



**Slika 8.11:** Mitchellov ležaj (brodski odzivni)

1- greben osovine, 2,3- prirubnice, 4,5- segmenti za vožnju napred i natrag, 6,7- nosači segmenata, 8,9- gnijezda sa sfernom površinom, 10,11- brtve, 12,13- radijalni ležajevi, 14-donje kućište (postolje) ležaja, 15- gornje kućište ležaja, 16- poklopac ležaja



**Slika 8.12:** Nekoliko načina učvršćenja nagibnih segmenata kod aksijalnih kliznih ležajeva  
*a)* za vrtnju osovine u samo jednom smjeru *b)* za vrtnju u oba smjera

### 8.1.3 Proračun radijalnih kliznih ležajeva

Ovdje prikazani računski postupci vrijede za klizne ležajeve sa samo jednim uljnim klinom između rukavca i blazinice ležaja. Kod kliznih ležajeva s većim brojem uljnih klinova računski postupci su zahtjevniji, te se mogu pronaći samo u specijalističkoj literaturi.

#### Zračnost i ekscentricitet ležaja

Za ispravan rad radijalnih kliznih ležajeva vrlo je važna zračnost između rukavca i blazinice ležaja. Razlikuje se apsolutna  $Z$  i relativna  $\psi$  zračnost ležaja. *Apsolutna zračnost ležaja* je razlika stvarnih mjera promjera ležajne blazinice i rukavca:

$$Z = D - d \quad (8.2)$$

Obično se procjenjuje, za poznati dosjed, kao srednja zračnost:

$$Z = \frac{Z_{\max} + Z_{\min}}{2} \quad (8.3)$$

$Z_{\max}$	[mm]	maksimalna zračnost ležaja
$Z_{\min}$	[mm]	minimalna zračnost ležaja

*Relativna zračnost* ležaja definirana je omjerom:

$$\psi = Z / d \quad (8.4)$$

$Z$	[mm]	apsolutna zračnost ležaja, slika 8.6
$d$	[mm]	promjer rukavca osovine.

Zračnost ležaja ovisna je o površinskom pritisku, brzini klizanja i mazivu. Za postizanje jednake nosivosti pri različitim brzinama klizanja, zračnost ležaja mora biti pri velikim brzinama velika, a pri malim mala. Obrnuti su odnosi kod površinskih pritisaka. Povećanjem zračnosti ležaja mora se povećati i viskozitet maziva. Uz veću zračnost manje je trenje, dakle manje je i zagrijavanje ležaja, ali prevelika zračnost dovodi do pojava vibracija i nemirnog hoda. Veću zračnost potrebno je predvidjeti za ležajeve čiji materijali imaju veliku toplinsku rastezljivost.

Za metalne radijalne klizne ležajeve s hidrodinamičkim podmazivanjem preporučena relativna zračnost iznosi  $\psi \approx 0,001 \dots 0,002$ , pri čemu vrijedi preporuka prema DIN 31652:

$$\psi \approx 8 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[4]{v} \quad (8.5)$$

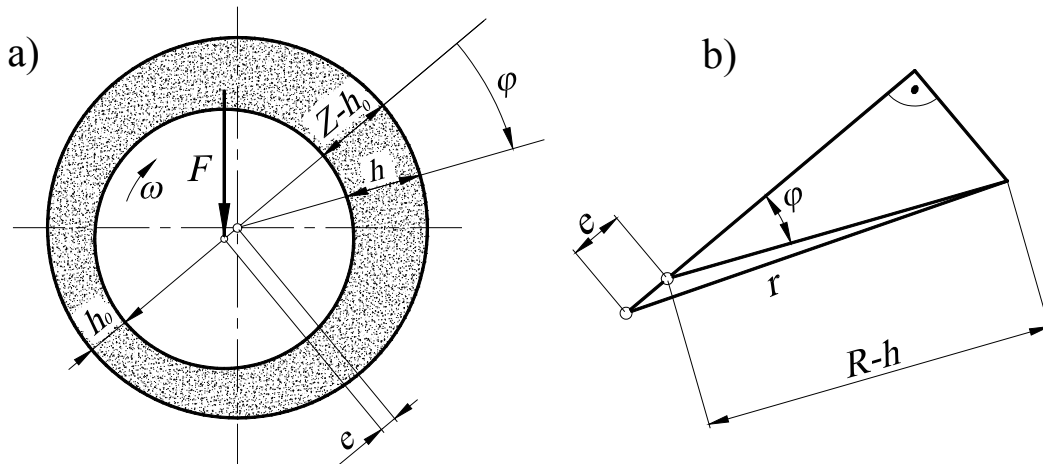
$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \quad (8.6)$$

$v$	[m/s]	obodna brzina rukavca
$d$	[m]	promjer rukavca
$n$	[min <sup>-1</sup> ]	brzina vrtnje rukavca.

Za klizne ležajeve od sinteriranih metala uzima se  $\psi \approx 0,0015 \dots 0,0025$ , a za klizne ležajeve od umjetnih masa  $\psi \approx 0,003 \dots 0,0045$ . Kod transmisijskih vratila relativna zračnost je obično u granicama od 0,2 do 4,0, kod ležaja reduktora 0,5 do 1,5 a kod ležajeva elektromotora, generatora

i centrifugalnih pumpi 1,0 do 1,5 promila. Ovako dobivenu relativnu zračnost treba još kontrolirati da li udovoljava uvjetima vezanim za toplinsko rastezanje materijala blazinice.

U stacionarnom (ustaljenom) pogonu kliznog ležaja s hidrodinamičkim podmazivanjem rukavac se odigne od ležaja i pomakne u smjeru obodne brzine, stvarajući tako uljni klin s razvijenim hidrodinamičkim pritiskom koji nosi opterećenje ležaja  $F$ , slika 8.32a.



**Slika 8.13:** Karikirani prikaz položaja rukavca u ležaju kod hidrodinamičkog podmazivanja

Udaljenost između centra rukavca i centra ležaja naziva se *ekscentricitet ležaja*  $e$ . Očigledno, na pravcu koji spaja centar ležaja i centar rukavca nalazi se *najmanja debljina uljnog filma*  $h_0$ , čija je vrijednost izuzetno važna pri proračunu radijalnog kliznog ležaja.

Da bi se Reynoldsova jednadžba mogla primijeniti na proračun radijalnog kliznog ležaja s hidrodinamičkim podmazivanjem, potrebno je pronaći analitički izraz za udaljenost kliznih površina, tj. za debljinu uljnog filma  $h$  na proizvoljnoj poziciji u ležaju definiranu kutem  $\varphi$ . Postavljajući Pitagorin poučak za pravokutni trokut sa slike 8.13b

$$\left[ (R-h)\cos\varphi + e \right]^2 + \left[ (R-h)\sin\varphi \right]^2 = r^2 \quad (8.7)$$

$R$	[mm]	polumjer blazinice ležaja, $R=D/2$
$r$	[mm]	polumjer rukavca, $r=d/2$
$h$	[mm]	debljina uljnog filma na proizvoljnoj poziciji definiranu kutem $\varphi$
$\varphi$	[rad]	kut kojeg zatvara proizvoljni radijus-vektor polumjera blazinice sa spojnicom centar rukavca - centar ležaja

te rješavajući kvadratnu jednadžbu po  $h$ , uz zanemarivanje članova drugog reda, dobiva se ovisnost debljine uljnog filma o zračnosti i ekscentricitetu ležaja:

$$h = \Delta r + e \cdot \cos\varphi \quad (8.8)$$

$\Delta r$  [mm] polovina zračnosti radijalnog kliznog ležaja,  $\Delta r = Z/2 = R-r$ .

Za  $\varphi = \pi$  dobije se izraz za najmanju debljinu uljnog filma:

$$h_0 = \Delta r - e. \quad (8.9)$$

Iz izraza (8.8) također slijedi:

$$h = \Delta r (1 + \varepsilon \cos \varphi) \quad (8.10)$$

$$\frac{h_0}{\Delta r} = 1 - \varepsilon \quad (8.11)$$

gdje je  $\varepsilon$  relativni ekscentricitet radijalnog kliznog ležaja

$$\varepsilon = \frac{e}{\Delta r} = \frac{2e}{Z}, \quad (8.12)$$

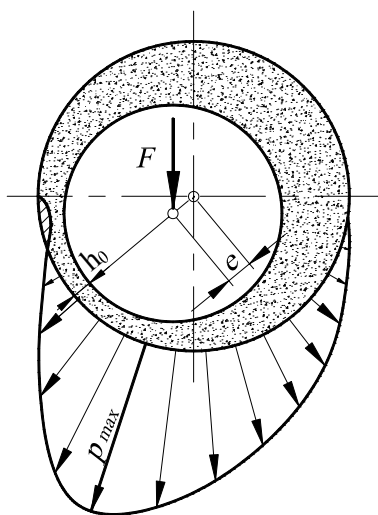
A omjer  $h_0/\Delta r$  relativna vrijednost najmanje debljine uljnog filma.

### Raspodjela površinskog pritiska i Sommerfeldov broj

Da bi se dobila raspodjela površinskog (hidrodinamičkog) pritiska u radijalnom klizom ležaju s jednim uljnim klinom potrebno Reynoldsovu jednadžbu (8.1) preurediti za polarne koordinate i integrirati je. Uvrštavajući u nju  $x = r \cdot d\varphi$ , izraz (8.10) i dovtljivu supstituciju, Sommerfeld ju je 1904. godine uspio integrirati. Dobiveno je:

$$\int_{p_0}^p dp = p - p_0 = 6 \frac{\eta \omega}{\psi^2} \frac{\varepsilon (2 + \varepsilon \cos \varphi) \sin \varphi}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \varphi)^2} \quad (8.13)$$

Raspored pritiska kojeg opisuje ova jednadžba prikazan je na slici 8.33. Uočljivo je da je maksimalna vrijednost hidrodinamičkog pritiska u točki ležaja koja se nalazi između njegove vertikalne simetrale i točke s najmanjom debljinom uljnog filma. Integrirajući hidrodinamički



**Slika 8.14:** Raspored hidrodinamičkog pritiska u radijalnom kliznom ležaju

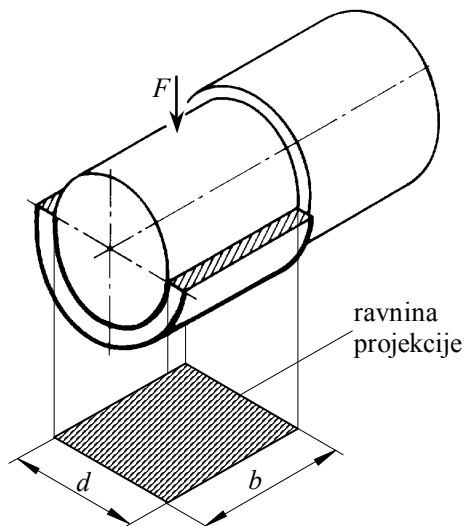
pritisak po površini na kojoj djeluje, i izjednačivši ga s opterećenjem ležaja  $F$ , nakon sređivanja, dobiva se:

$$\frac{b \cdot d \cdot \eta \cdot \omega}{F \cdot \psi^2} = \frac{6\pi\varepsilon}{(2 + \varepsilon^2)\sqrt{1 - \varepsilon^2}}. \quad (8.14)$$

Omjer opterećenja ležaja i projekcije dodirne površine  $b \cdot d$  (slika 8.34) definira se kao srednji površinski pritisak:

$$p_{sr} = \frac{F}{b \cdot d} \quad (8.15)$$

$F$	[N]	radijalno opterećenje ležaja
$b$	[mm]	širina ležaja, slika 8.34
$d$	[mm]	promjer rukavca osovine ili vratila.



**Slika 8.15:** Određivanje srednjeg površinskog pritiska radijalnih kliznih ležajeva

Srednji pritisak mora biti manji od dopuštene vrijednosti koja ovisi o materijalu ležajne blazinice. Veličina na lijevoj strani jednadžbe (8.14) je bezdimenzionalna, a obuhvaća sve osnovne parametre radijalnog kliznog ležaja. Ta značajka dakle ukazuje na hidrodinamičku sličnost svih radijalnih kliznih ležaja s jednim uljnim klinom, a nazvana je po već spomenutom značajnom istraživaču – Sommerfeldov broj s oznakom  $So$ :

$$So = \frac{\eta \cdot \omega}{p_{sr} \cdot \Psi^2} \quad (8.16)$$

$\Psi$	relativna zračnost ležaja, $\Psi = \Delta r/r = Z/d$
$\eta$ [Pa·s]	dinamički viskozitet maziva kod radne temperature
$\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	kutna brzina rukavca
$p_{sr}$ [N/m <sup>2</sup> ]	srednji površinski pritisak ležaja

Veza (8.14) između Sommerfeldovog broja i ekscentriciteta vrijedi za ležaj beskonačne širine. Za stvarne, ležajeve konačne širine numerički se rješava trodimenzionalna Reynoldsova jednadžba, te se dobiva ovisnost relativnog ekscentriciteta  $\varepsilon$  (ili vrijednosti  $h_0/\Delta r$ ) o Sommerfeldovom broju  $So$  i relativnoj širini ležaja  $\lambda = b/d$ . Ova ovisnost omogućava, za određeni ležaj, tj. za poznati Sommerfeldov broj, određivanje točnog položaja rukavca u ležaju i najmanju debljinu uljnog filma.

### Koeficijent trenja i gubitak snage u ležaju

Za ležajeve s velikom vrijednošću Sommerfeldovog broja kod kojih je rukavac postavljen približno centrično, značajka trenja ležaja  $\mu/\psi$  računa se prema poznatoj formuli Petrova

$$\mu/\psi = \pi \cdot So \quad (8.17)$$

koja približno vrijedi za  $So > 5$ . Za  $So < 1$  vrijedi približno:

$$\mu/\psi = \pi \cdot \sqrt{So} \quad (8.18)$$

Točnije vrijednosti značajke trenja mogu se naći u dijagramu na slici 8.38.

Gubitak snage zbog trenja u ležaju je:

$$P_g = T_{tr} \cdot \omega = \mu F \frac{d}{2} \omega = \mu F v \quad (8.19)$$

$P_g$	[W]	gubitak snage zbog trenja u ležaju
$T_{tr}$	[N/m]	moment trenja u ležaju
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ]	kutna brzina rukavca
$d$	[m]	nazivni pomjer ležaja
$v$	[m/s]	obodna brzina rukavca
$\mu$		koeficijent trenja u ležaju.

## Provjera hidrodinamičkog plivanja

Da bi se ostvarilo hidrodinamičko podmazivanje odnosno plivanje rukavca u ležaju (a time i tekuće trenje), potrebno je da najmanja debljina uljnog filma  $h_o$  bude veća od kritične debljine uljnog filma  $h_{kr}$ :

$$h_o > h_{kr} + (2...5) \mu\text{m}. \quad (8.30)$$

Najmanja debljina uljnog filma dobiva se iz relativne vrijednosti najmanje debljine uljnog filma  $h_o / \Delta r$ , pomnoživši je s  $\Delta r$ , dok se kritična debljina uljnog filma računa prema

$$h_{kr} = R_{z1} + R_{z2} + \Delta h. \quad (8.31)$$

Srednje visine neravnine  $R_{z1}$  i  $R_{z2}$  ovise o primijenjenom načinu obrade, odnosno klasi površinske hrapavosti. Veličina  $\Delta h$  uzima u obzir neparalelnost osi rukavca i blazinice, progib osovine duž ležaja, te odstupanje uzdužnog presjeka rukavca i blazinice od nominalnog profila. Ako su maksimalni progib osovine između dva oslonca  $y_{max}$  i raspon između ležajeva  $l$  nepoznati podaci, uvjet hidrodinamičkog podmazivanja se računa približno

$$h_o > (1,5...3) \cdot (R_{z1} + R_{z2}) \quad (8.33)$$

Ukoliko ovaj uvjet nije ispunjen, potrebno je ponoviti proračun sa smanjenom vrijednosti srednjeg pritiska u ležaju, tj. s povećanim dimenzijama ležaja.

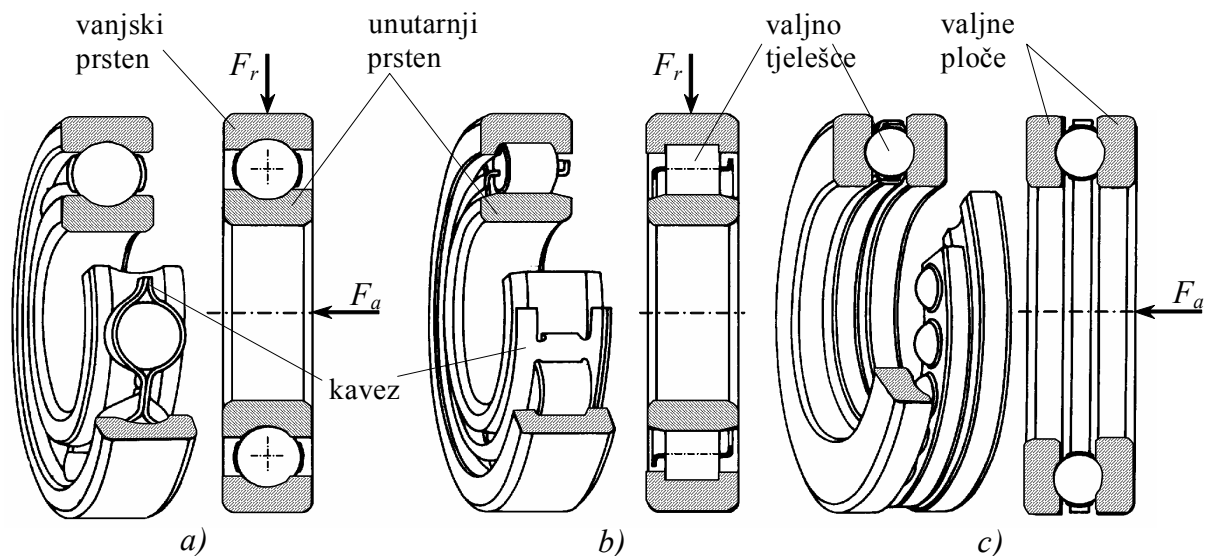
## 8.2 VALJNI LEŽAJEVI

Valjni ležajevi omogućuju, slično kao i klizni ležajevi, vođenje pokretnih strojnih dijelova, umetnutih u odgovarajuće kućište. Sastavljeni su od unutarnjeg i vanjskog prstena (ili ploče – kod aksijalnih ležajeva), između kojih se u odgovarajuće oblikovanom kavezu vrte valjna tijela. Među valjnim tijelima prevladava trenje valjanja. Valjni ležajevi mogu istovremeno prenositi radijalno i aksijalno opterećenje (slika 8.16a), samo radijalno (slika 8.16b) ili samo aksijalno opterećenje (slika 8.16c). Obzirom na opterećenje koje prevladava razlikuju se *radijalni* i *aksijalni* valjni ležajevi. Valjni ležajevi imaju, u usporedbi s kliznim ležajevima, slijedeće *prednosti*:

- koeficijent trenja je, zbog valjnog trenja, 25 do 50 % niži nego kod kliznih ležajeva s hidrodinamičkim podmazivanjem,
- visoka nosivost pri relativno malim dimenzijama,
- zbog manjeg trenja, manji su gubici snage i ležajevi se manje zagrijavaju,
- precizna vrtanja zbog manje zračnosti među valjnim elementima,
- jednostavno održavanje,
- upotrebljivi su za sve položaje vratila,
- standardizirani su, pa je time osigurana jednostavna zamjenjivost ležajeva.

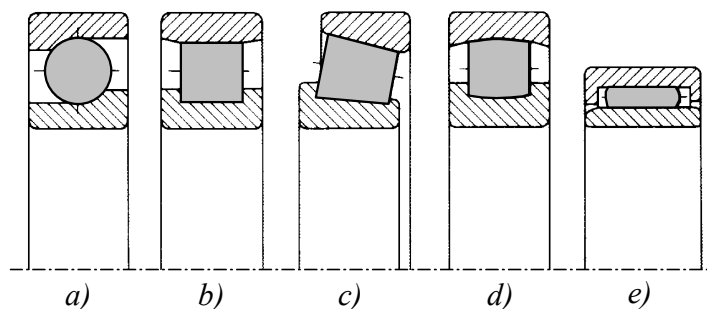
*Nedostaci* valjnih ležajeva su:

- veća osjetljivost na udarna opterećenja,
- slaba otpornost na mehaničke vibracije, a zvučne čak proizvode,
- skuplji su od jednostavnih kliznih ležajeva,
- sastavljeni su iz velikog broja pojedinačnih dijelova,
- nisu reparabilni, tj. u slučaju kvara treba zamijeniti čitav ležaj,
- zahtjevnija montaža i demontaža.

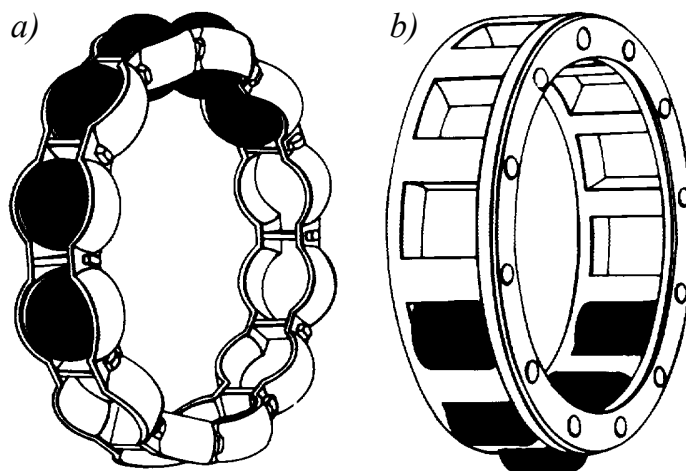


**Slika 8.16:** Osnovni elementi valjnih ležajeva  
 a) radijalni kuglični ležaj b) radijalni valjkasti ležaj c) aksijalni kuglični ležaj

Valjna tijela su jednostavnih geometrijskih oblika (slika 8.17), vođena u kavezu koji sprječava njihov međusoban dodir, a istovremeno su jednakomjerno raspoređena po obodu ležaja, slika 8.18.



**Slika 8.17:** Osnovne izvedbe valjnih tijela  
 a) kuglica b) valjak c) stožac d) bačvica e) igla

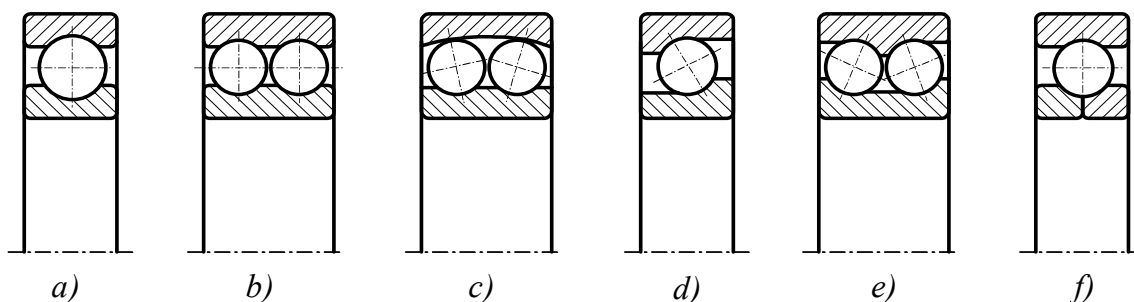


**Slika 8.18:** Kavez za vođenje valjnih tijela  
 a) limeni kavez za kuglice b) masivni kavez za valjke



## 8.2.1 Radijalni valjni ležajevi

Radijalni valjni ležajevi su u osnovi namijenjeni za prenošenje radijalnih opterećenja, iako neke izvedbe omogućavaju i prenos aksijalnih opterećenja. Međusobno se razlikuju prije svega prema obliku valjnih tijela. U praksi se najviše upotrebljavaju *kuglični ležajevi* u kojima su valjna tijela kuglice. Slika 8.19 shematski prikazuje izvedbe radijalnih kugličnih ležajeva.



**Slika 8.19:** Standardne izvedbe radijalnih kugličnih ležajeva

*a), b)* jednostavni jednoređni i dvoređni kuglični ležajevi, *c)* samopodesivi kuglični ležaj *d), e)* jednoređni i dvoređni kuglični ležaj s kosim dodirnom *f)* kuglični ležaj s dodirnom u četiri točke

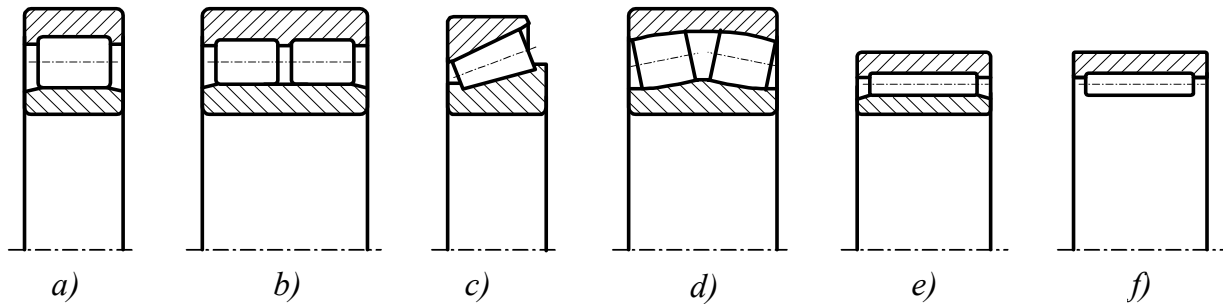
**Jednostavni kuglični ležajevi** standardizirani su prema ISO 15, DIN 625 i HRN M C3.600. Dopuštaju velike brzine vrtnje, te su primjereni za prenošenje obostranih radijalnih i aksijalnih opterećenja. S obzirom da imaju povoljnu cijenu, u praksi su to najčešće korišteni valjni ležajevi. Izrađuju se u jednoređnoj ili dvoređnoj izvedbi. *Jednoređni kuglični ležajevi* (slika 8.19a) su kruti, nerastavljivi radijalni ležajevi u kojima su valjna tijela (kuglice) vođena u dubokim utorima u unutarnjem i vanjskom prstenu ležaja. Imaju približno jednaku radijalnu i aksijalnu nosivost, a od svih vrsta ležajeva najprimjereniji su za najviše brzine vrtnje. *Dvoređni kuglični ležajevi* (slika 8.19b) imaju, u usporedbi s jednoređnima, veću radijalnu nosivost, ali dopuštaju nešto manje brzine vrtnje. U zadnje vrijeme se sve manje upotrebljavaju jer su ih u praksi skoro u potpunosti zamijenili dvoređni kuglični ležajevi s kosim dodirnom.

**Samopodesivi kuglični ležajevi** (slika 8.19c) su standardizirani prema ISO 15, DIN 630 i HRN M. C3.68. Imaju kutnu pokretljivost pa su zato neosjetljivi na kutna odstupanja i savijanje vratila. Optimalna unutarnja konstrukcija osigurava malo trenje valjnih površina, veću nosivost i dugi životni vijek ležaja. Izrađuju se s cilindričnim i koničnim provrtom s konusom 1:12.

**Kuglični ležajevi s kosim dodirnom** standardizirani su prema ISO 15, DIN 628 i HRN M. C3.621. Optimalna unutarnja konstrukcija osigurava veliku točnost vrtnje, veliku nosivost u radijalnom i jednom (jednoređni i dvoređni s T-rasporedom) ili oba (dvoređni) aksijalna smjera, velike brzine vrtnje i miran hod. Aksijalna nosivost ležaja raste s kutom dodira između kuglice i prstenova ležaja. *Jednoređni kuglični ležajevi s kosim dodirnom* (slika 8.19d) imaju kut dodira  $40^\circ$ , nerastavljivi su i dopuštaju velike brzine vrtnje. Na raspolaganju su u dvije izvedbe - normalnoj i univerzalnoj. Dok su ležajevi normalne izvedbe primjereni za uležištenja u kojima je za svaki oslonac potreban samo jedan ležaj koji prenosi aksijalno opterećenje samo u jednom smjeru, ležajevi univerzalne izvedbe predviđeni su za uležištenje dvaju ili više ležajeva zajedno u nizu, s proizvoljnim međusobnim rasporedom.

**Valjkasti ležajevi** su standardizirani prema DIN 5412 i HRN M.C3.631 do 642. Geometrija dodira između valjaka i prstenova ležajeva poboljšana je takozvanim logaritamskim profilom

dodira, koji omogućuje optimalno podmazivanje i pravilno kretanje kotrljajućih tijela. Posljedica toga je duži životni vijek, pouzdaniji rad i manja osjetljivost na odstupanja od idealnih odnosa. Izrađuju se u jednorodnoj ili dvorednoj izvedbi. *Jednorodni valjkasti ležajevi* (slika 8.20a) mogu biti s kavezom ili bez. Prvi imaju valjke vođene u kavezu, koji je pričvršćen na jednom od prstenova ležaja. Prsten ležaja s pričvršćenim kavezom odvojiv je skupa s valjcima od drugog prstena, što omogućuje jednostavnu montažu i demontažu ležajeva. Općenito, ovi ležajevi prenose velika radijalna opterećenja, a primjereni su i za velike brzine vrtnje.



**Slika 8.20:** Standardne izvedbe radijalnih ležajeva s različitim oblicima valjnih tijela  
*a), b)* jednorodni i dvoredni valjkasti ležaj, *c)* konični ležaj *d)* bačvasti ležaj  
*e), f)* igličasti ležaj s ili bez unutarnjeg prstena

Osnovne izvedbe nisu primjerene za dodatna aksijalna opterećenja, ali s odgovarajuće oblikovanim prstenima ovi ležajevi mogu prenositi mala opterećenja i u aksijalnom smjeru. *Jednorodni valjkasti ležajevi* (slika 8.20a) bez kaveza imaju povećan broj valjaka što omogućuje izradu vrlo kompaktnih sklopova s ležajevima. Odlikuju se malom visinom poprečnog presjeka, u usporedbi sa širinom (malen prostor za ugradnju), te su primjereni za vrlo velika radijalna opterećenja. Slaba strana su im nešto manje dopuštene brzine vrtnje. *Dvoredni valjkasti ležajevi* (slika 8.20b) se izrađuju se u pravilu bez kaveza i imaju slična svojstva kao i jednorodni ležajevi, osim što su primjereni za još veća vanjska opterećenja.

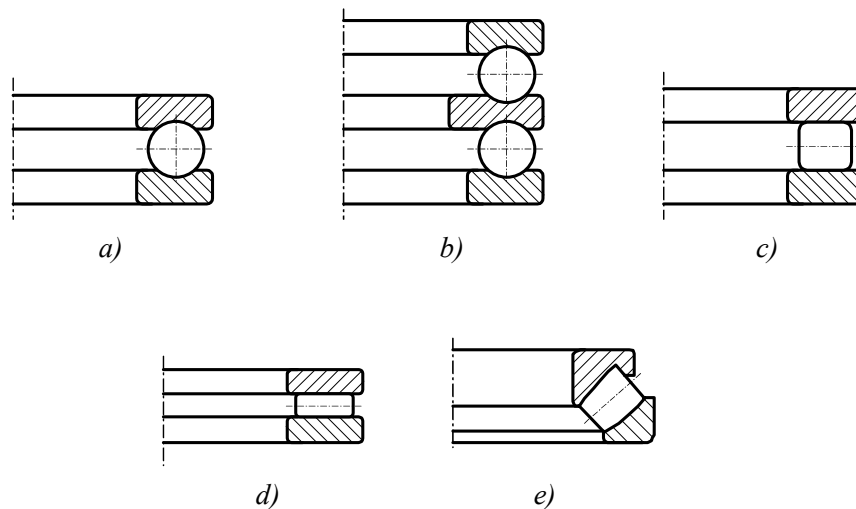
**Konični ležajevi** (slika 8.20c) su standardizirani prema DIN 720 i HRN M.C3.735. Mogu istovremeno prenositi radijalno i aksijalno opterećenje. Obično se izrađuju u jednorodnoj izvedbi, a aksijalna opterećenja mogu prenositi samo u jednom smjeru. Ako aksijalne sile djeluju u oba smjera, potrebno ih je pri montaži namjestiti zrcalno u odnosu jednog prema drugom (vidi tabelu 8.16). Ležajevi su rastavljivi i omogućuju odvojenu ugradnju unutarnjeg prstena s valjnim vijencem i vanjskog prstena.

**Bačvasti ležajevi** (slika 8.20d) su standardizirani prema DIN 635 i HRN M. C3.651 do 657. Slično kao i samopodesivi kuglični ležajevi, kutno su pokretljivi i zato neosjetljivi na kutno odstupanje vratila, ali u usporedbi s njima imaju višu nosivosti u radijalnom i u aksijalnom smjeru. Bačvasti ležajevi su općenito ležajevi upotrebljivi za velika opterećenja.

**Igličasti ležajevi** su standardizirani prema ISO 1206 (DIN 617). Valjna tijela su valjci manjih promjera (iglice) koji osiguravaju relativno veliku nosivost unatoč malim poprečnim presjecima. Izrađuju se s unutarnjim prstenom ili bez njega, a primjereni su svugdje tamo gdje je u radijalnom smjeru na raspolaganju malo prostora za ugradnju. Igličasti ležajevi s unutarnjim prstenom (slika 8.20e) su upotrebljivi za uležištenja kod kojih nije moguće ili nije ekonomski opravdano kaljenje i brušenje vratila. Igličasti ležajevi bez unutarnjeg prstena (slika 8.20f) predstavljaju optimalno rješenje za uležištenja kod kojih je vratilo moguće kaliti i brusiti. Jedni i drugi su primjereni samo za radijalna opterećenja.

## 8.2.2 Aksijalni valjni ležajevi

Aksijalni valjni ležajevi u pravilu prenose samo velika aksijalna opterećenja. Između sebe se razlikuju prema obliku valjnih tijela. Standardne izvedbe aksijalnih valjnih ležajeva shematski prikazuje slika 8.21



**Slika 8.21:** Standardne izvedbe aksijalnih valjnih ležajeva  
a), b) jednoredni i dvoredni aksijalni kuglični ležaj c) aksijalni valjkasti ležaj  
d) aksijalni igličasti ležaj e) aksijalni bačvasti ležaj

**Aksijalni kuglični ležajevi** su standardizirani prema ISO 104 (DIN 711) i HRN M.C3.701/705. Mogu prenositi samo aksijalna opterećenja. Izrađeni su kao jednoredni (slika 8.21a) ili dvoredni (slika 8.21b) ležajevi. Prvi prenose aksijalna opterećenja u jednom, a drugi u oba smjera. Jedni i drugi dopuštaju relativno velike brzine vrtnje. Ležajevi su rastavljivi što omogućuje odvojenu ugradnju pojedinih sastavnih dijelova i time lakšu montažu.

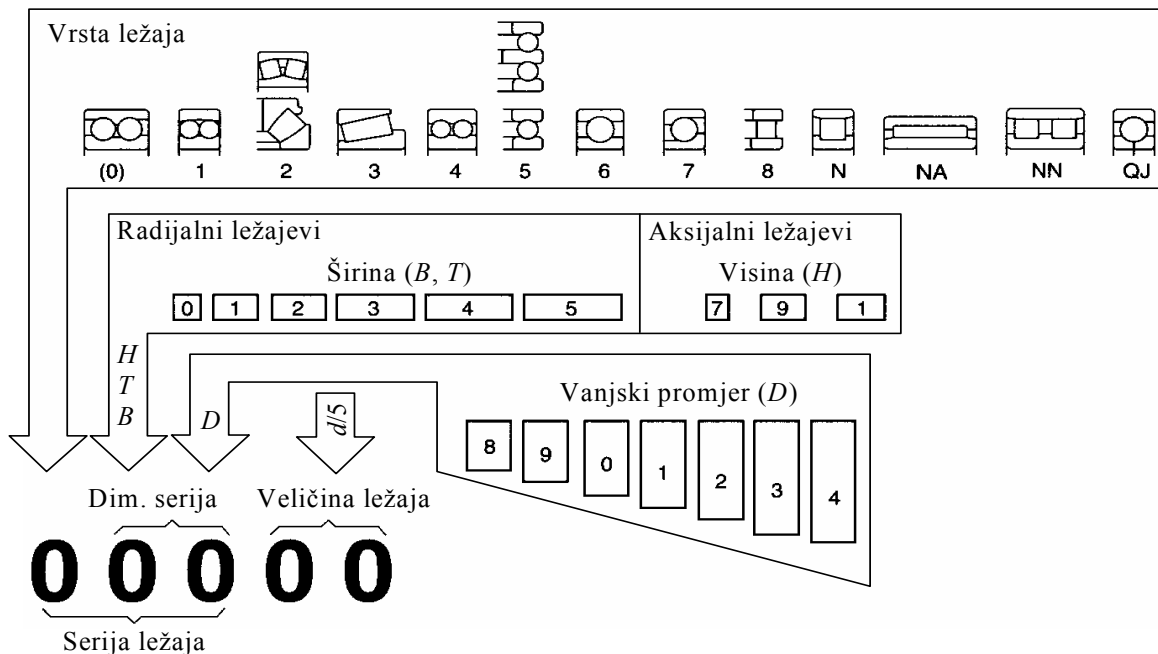
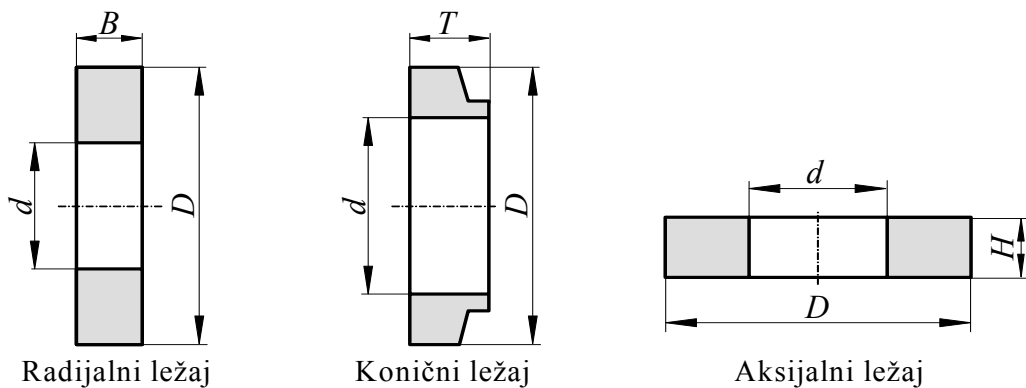
**Aksijalni valjkasti ležajevi** imaju vrlo jednostavan oblik i građu. Sastavljeni su od dviju ravnih podloški za ležajeve između kojih je aksijalni vijenac kotrljajućih tijela, slika 8.21c. Mogu prenositi samo aksijalna opterećenja u jednom smjeru, a stvaraju uležištenja koja su neosjetljiva na udare i zahtijevaju malo prostora. Ležajevi su rastavljivi pa se svi dijelovi mogu montirati odvojeno. Upotrebljavaju se prvenstveno tamo gdje je nosivost aksijalnih kugličnih ležajeva premala.

**Aksijalni igličasti ležajevi** (slika 8.21d) stvaraju kruta uležištenja, neosjetljiva na udarce, koja mogu prenositi velika jednosmjerna aksijalna opterećenja, a trebaju najmanje prostora za ugradnju u aksijalnom smjeru. Za tračnice aksijalnog igličnog vijenca u tim ležajevima mogu se upotrijebiti i čelone površine strojnih dijelova, čime se dodatno ušteduje na prostoru.

**Aksijalni bačvasti ležajevi** su standardizirani prema DIN 728 i HRN M.C3.711/715. Tračnice su im postavljene koso na os ležaja (slika 8.21e), zbog čega mogu, osim aksijalnih, prenositi i radijalna opterećenja. Ležajevi su kutno pokretljivi, te zato neosjetljivi na kutno odstupanje vratila.

### 8.2.3 Označavanje valjnih ležajeva

Osnovna oznaka valjnih ležajeva je sastavljena prema DIN 623 od odgovarajuće kombinacije brojeva i slova, kao što to prikazuje slika 8.22.



Slika 8.22: Osnovna oznaka valjnih ležajeva prema DIN 623

Prvi broj ili slovo u osnovnoj oznaci predstavlja vrstu ležaja, koja može biti:

- 0 dvoredni kuglični ležaj s kosim dodirom
- 1 samopodesivi kuglični ležaj
- 2 radijalni i aksijalni bačvasti ležajevi
- 3 konični ležajevi
- 4 jednostavni dvoredni kuglični ležajevi
- 5 aksijalni kuglični ležajevi
- 6 jednostavni jednoredni kuglični ležajevi
- 7 jednoredni kuglični ležajevi s kosim dodirom
- 8 aksijalni valjkasti ležajevi
- N jednoredni valjkasti ležajevi (s obzirom na izvedbu može i NJ, NU, NUP, itd.)

NA	igličasti ležajevi
NN	dvoredni ili višeredni valjkasti ležajevi
QJ	kuglični ležajevi s dodirrom u četiri točke

Drugi i treći broj zajedno predstavljaju *dimenzijsku seriju*. Pri tome treći broj znači *red vanjskog promjera* (brojevi 8, 9, 0, 1, 2, 3 i 4), prema kojoj odabranom promjeru uvrta  $d$  odgovara precizno određeni vanjski promjer ležaja  $D$ . Broj na drugom mjestu definira za svaki pojedini red vanjskog promjera odgovarajući *red širine* za radijalne ležajeve (brojevi 0, 1, 2, 3, 4 i 5 koji definiraju širinu ležaja  $B$  ili  $T$ ), odnosno *red visine* za aksijalne ležajeve (brojevi 7, 9 i 1 koji definiraju visinu ležaja  $H$ ). Geometrijske dimenzije valjnih ležajeva, koje moraju odgovarati dimenzijskoj seriji, standardizirane su prema DIN 616. Vrsta ležaja i dimenzijska serija zajedno predstavljaju *seriju ležaja*.

Zadnja dva broja osnovne oznake označuju unutrašnji promjer ležaja (jednak promjeru rukavca)  $d$ , koji istovremeno definira *veličinu ležaja*. Promjeri od 17 mm do 480 mm označavaju se tako da se brojana vrijednost promjera podijeli s 5. Promjeri iznad 480 mm označavaju se stvarnim brojem milimetara, a za promjere manje ili jednake 17 mm vrijedi: 00=10 mm, 01=12 mm, 02=15 mm, 03=17 mm.

## 8.2.4 Proračun valjnih ležajeva

Ležajevi su oslonci osovina i vratila. Na osovine djeluju sile od različitih tereta, a na vratila još i sile od zupčanika, remenica, lančanika, spojki itd., koje ležaj mora preuzeti na sebe. Proračunati valjni ležaj znači pronaći (odabrati) takav ležaj koji će biti u stanju da, uz određenu pouzdanost, ostvari taj zadatak.

### Nosivost i vijek trajanja ležaja

Potrebna veličina ležaja za određeno ležajno mjesto određuje se na temelju vrste ležaja i njegove nosivosti, prisutnih opterećenja, projektnog vijeka trajanja i pogonske sigurnosti. Kao mjerilo nosivosti ležaja pri njihovom dimenzioniranju upotrebljavaju se dinamička ( $C$ ) i statička ( $C_0$ ) nosivost ležaja. Obje veličine predstavljaju osnovna obilježja ležajeva i nalaze se u odgovarajućim katalozima proizvođača (FAG, SKF, INA, itd.).

### Dinamička nosivost ležaja

Dinamička nosivost je kriterij nosivosti pri odabiru dinamički opterećenih ležajeva, odnosno ležajeva kod kojih je prisutna rotacija pod opterećenjem. Ona se određuje na osnovi vijeka trajanja ležaja. Naime, na stazama valjanja pojavljuju se nakon izvjesnog vremena, ovisno o visini opterećenja, inicijalne pukotine – prvi znakovi zamora materijala. Rasipanje vremena do pojave zamora materijala (rasipanje vijeka trajanja) je vrlo veliko i kreće se u rasponu od 1:30 do 1:40, kao i kod ostalih ispitivanja na zamor. Ovo je ponajviše uzrokovano neizbježnim razlikama u promjerima valjnih tijela (tolerancije), što izaziva nejednoliku raspodjelu pritiska na njih. Utječe još veličina vanjskog promjera ležaja, kvalitet površinske obrade, promjenjivost vanjskog opterećenja i drugo. Utjecaj svih ovih faktora nemoguće je računski obuhvatiti. Zato se niti ne može odrediti trajnost pojedinog ležaja, već je ona definirana kao *nominalna trajnost* temeljem vjerojatnosti dobivene iz rezultata velikog broja pokusa: Nominalna trajnost  $N_n$  valjnog ležaja je onaj ukupni broj okretaja kojeg dostigne ili premaši 90 % ležaja jedne serije podvrgnutih istim uvjetima pogona. Terminom pogonske čvrstoće, kaže se: Nominalna trajnost valjnog ležaja pri određenom, konstantnom opterećenju, je broj ciklusa kontaktnih naprezanja za vjerojatnost preživljavanja 90 %. Iz jednadžbe ove (preuređene) Woehlerove krivulje za vjerojatnost preživljavanja od 90 %

$$F^\varepsilon \cdot N_n = C^\varepsilon \cdot 10^6 \quad (8.67)$$

$N_n$	[okr]	vijek trajanja ležaja, u okretajima jednog prstena u odnosu na drugi
$C$	[N]	dinamička nosivost ležaja, opterećenje pri kojem nominalna trajnost iznosi $10^6$ okretaja, konstanta ležaja; odabire se iz kataloga proizvođača
$F$	[N]	ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja, poglavlje 8.2.6.2
$\varepsilon$		eksponent trajnosti, konstanta ležaja $\varepsilon = 3$ ako je teorijski dodir valjnog tijela i staze kotrljanja u jednoj točki (npr. kuglični ležajevi) $\varepsilon = 3,33$ za teorijski dodir u liniji (npr. valjkasti ležajevi).

proizlazi izraz za određivanje nominalnog vijeka trajanja valjnog ležaja:

$$N_n = 10^6 \cdot \left(\frac{C}{F}\right)^\varepsilon \quad (8.67)$$

Iz izraza (8.67) je vidljivo da je  $N_n = 10^6$  za  $C = F$ . Odatle slijedi definicija dinamičke nosivosti valjnog ležaja: to je ono ekvivalentno dinamičko opterećenje pri kojem nominalni vijek trajanja iznosi milijun okretaja. Pri tome se pretpostavlja da je opterećenje konstantno po smjeru i po veličini i da djeluje centralno na ležaj. U fazi projektiranja potrebno je, za poznati vijek trajanja, odrediti dinamičku nosivost ležaja, na osnovu koje će se, iz kataloga proizvođača, odabrati odgovarajući ležaj s najmanje tolikom nosivošću:

$$C = F \cdot \left(\frac{N_n}{10^6}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \quad (8.68)$$

Budući da je vijek trajanja ležaja obično zadan u satima, a njegova veza s vijekom trajanja u okretajima iznosi

$$L_h = \frac{N_n}{60 \cdot n}, \quad (8.69)$$

$L_h$	[h]	vijek trajanja valjnog ležaja, u satima, tabela 8.14
$n$	[okr/min]	brzina vrtnje jednog prstena u odnosu na drugi, obično jednaka brzini vrtnje vratila

supstitucijom  $N_n$  iz (8.69) u (8.68), dobije se uobičajeni izraz za dinamičku nosivost valjnog ležaja

$$C = F \cdot \left(\frac{60n \cdot L_h}{10^6}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} = F \cdot \left(\frac{n \cdot L_h}{33,33 \cdot 500}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} = F \cdot \frac{f_L}{f_n} \quad (8.70)$$

Gdje je  $f_L$  faktor trajnosti

$$f_L = \left(\frac{L_h}{500}\right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \quad (8.71)$$

a  $f_n$  faktor brzine vrtnje

$$f_n = \left( \frac{33,33}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \quad (8.72)$$

Izraz (8.70) strožije vrijedi ne samo za opterećenje konstantno po smjeru i po veličini, nego i za temperature koje se ne razlikuju signifikantno od temperature pri kojoj su izvedena ispitivanja (sobna temperatura), jer se pri povišenim temperaturama smanjuje tvrdoća i čvrstoća čelika. Da bi izraz (8.70) vrijedio i za povišene temperature, spomenuti utjecaj se obuhvaća faktorom utjecaja temperature  $f_t$  čije su orijentacijske vrijednosti date u tabeli 8.15.

**Tabela 8.1** Orijetacijske vrijednosti faktora temperature  $f_t$

Temperatura, °C	100	150	200	250	300
Faktor $f_t$	1	1,11	1,33	1,67	2,50

Konačan izraz za izračun dinamičke nosivosti valjnih ležajeva je dakle:

$$C = F \cdot \frac{f_L \cdot f_t}{f_n} \quad (8.73)$$

Ako se proračun nosivosti, tj. trajnosti, želi provesti s većom pouzdanošću, npr. 99,9 % umjesto s 90 %, tada se, za poznatu srednju vrijednost i standardnu devijaciju graničnih opterećenja (ako je dostupno npr. iz kataloga proizvođača), uz pomoć tablica jedinične normalne razdiobe, može odrediti zamjenska, u ovom slučaju manja, dinamička nosivost.

### Ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja

U većini slučajeva opterećenja valjnih ležajeva nisu jednaka onima pri kojima su ležajevi ispitivani, odnosno za koje vrijedi izraz (8.67). Zbog toga je potrebno izračunati *ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja*. Ono je definirano kao virtualno, po veličini i smjeru konstantno, radijalno ili aksijalno opterećenje koje ima jednak utjecaj na životni vijek ležaja kao i opterećenje koje stvarno djeluje.

Za radijalne ležajeve koji prenose samo radijalno opterećenje i za aksijalne ležajeve koji prenose samo aksijalno opterećenje ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja jednako je stvarnom (radijalnom ili aksijalnom) opterećenju. Za kombinirano opterećene radijalne valjne ležajeve, koji istovremeno prenose radijalno i aksijalno opterećenje, ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja određuje se po izrazu:

$$F = V \cdot x \cdot F_r + y \cdot F_a \quad (8.74)$$

- $F$  [N] ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja
- $V$  proračunski faktor  
 $V = 1$  ako se unutrašnji prsten okreće ili ako su ležajevi samopodesivi  
 $V = 1,2$  ako se vanjski prsten okreće
- $F_r$  [N] radijalno opterećenje ležaja
- $F_a$  [N] aksijalno opterećenje ležaja
- $x$  faktor radijalnog opterećenja
- $y$  faktor aksijalnog opterećenja.

Faktori  $x$  i  $y$  ovisni su o vrsti ležaja, načinu opterećenja i omjeru aksijalnog i radijalnog opterećenja, a navedeni su u katalozima proizvođača ležajeva. Njihove vrijednosti mogu se naći u katalozima proizvođača.

Ako aksijalni ležajevi mogu prenositi i radijalne sile, tada se njihovo *ekvivalentno aksijalno opterećenje* računa prema izrazu:

$$F = F_a + 1,2F_r . \quad (8.75)$$

## 9 SPOJKE

Spojke služe za stalno ili povremeno spajanje dviju osovina u svrhu prenošenja okretnog momenta.

Dijelimo ih prema primjeni i konstruktivnim karakteristikama u nekoliko grupa i podgrupa:

Neelastične spojke koje kruto prenose okretni moment (bez značajnijeg uvijanja).

1. Čvrste spojke – spajaju dvije osovine u jednu cjelinu, te mogu prenositi i moment savijanja.
2. Kompenzacione (pomične) spojke – prenose okretni moment kruto, ali dozvoljavaju male aksijalne, krute ili poprečne pomake između osovina.

Elastične spojke dozvoljavaju kruto uvijanje između osovina i elastično prenose okretni moment. Obično mogu kompenzirati i manje poprečne i aksijalne pomake.

Tarne spojke – okretni moment prenose trenjem. Upotrebljavaju se kao uključno – izvrstive spojke za povremeno uključivanje radnog stroja u pogon. Uključivanje može biti mehaničko, hidrauličko, pneumatsko i elektromagnetsko.

Hidrodinamičke spojke - okretni moment prenose mlazom tekućine (ulja), a sastoje se od rotora pumpe na pogonskoj, rotora turbine na gonjenoj strani i zajedničkog kućišta. U kombinaciji sa tarnim spojkama mogu biti izvedena kao automatski mjenjači.

Specijalne spojke

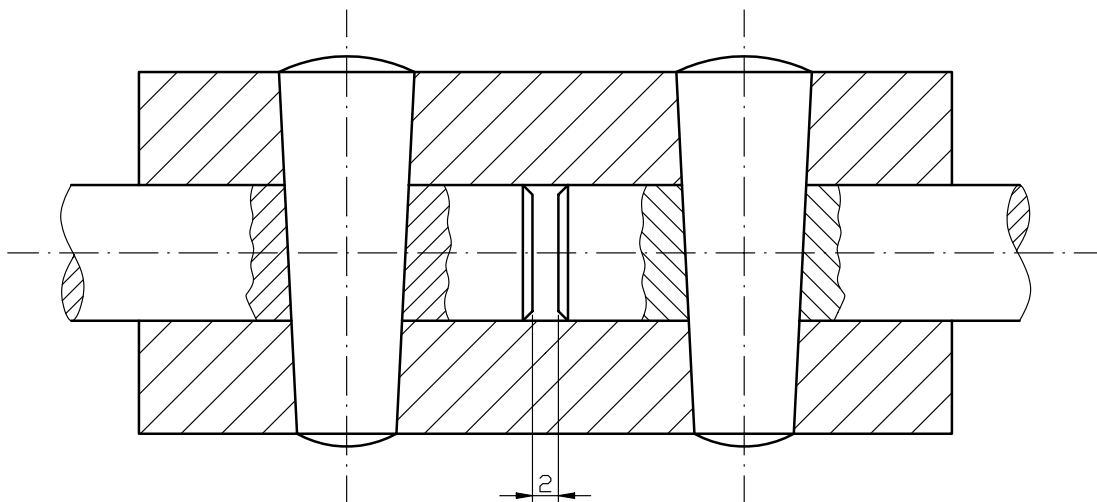
1. Spojke za upuštanje u rad
2. Sigurnosne spojke
3. Elektrodinamičke (indukcione) spojke itd.

### 9.1 NEELASTIČNE SPOJKE

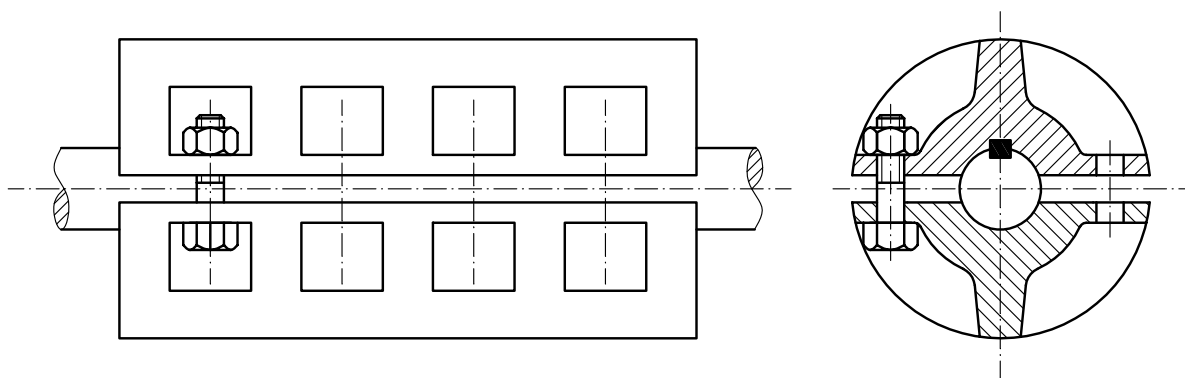


## 9.1.1 Čvrste spojke

### Čahurasta



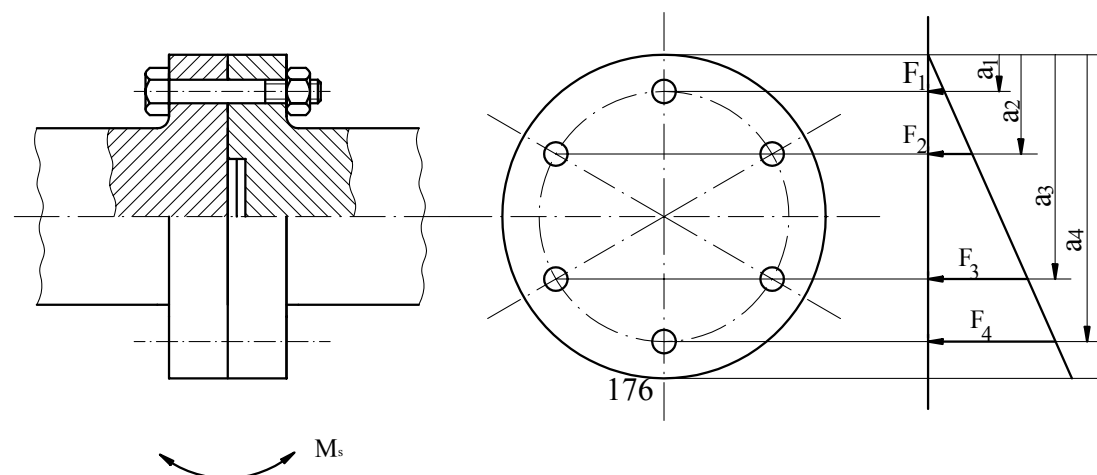
### Školjkasta (oklopna) spojka



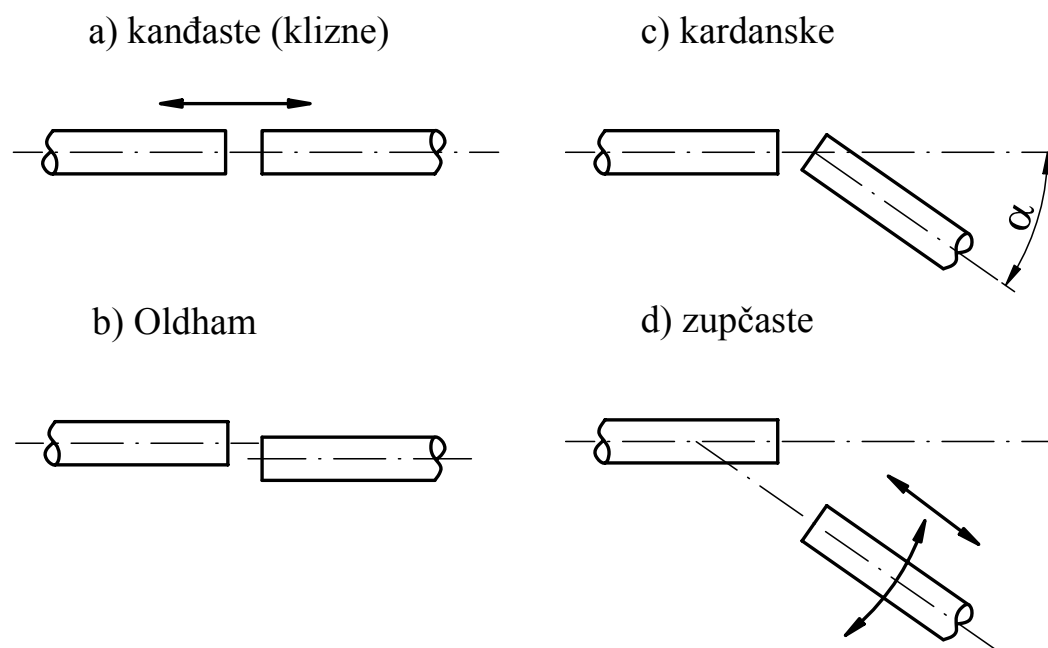
### Kolutna (tanjurasta) spojka

Ima oblik prirubnice spojene s običnim, ili, još bolje, sa dosjednim vijcima. Računa se na trenje, ali se vijci kontroliraju i na odrez. Ako se radi s glavinom, obavezan je stezni spoj između glavine i osovine.

Za brodske osovine rade se s iskovanim prirubnicama.

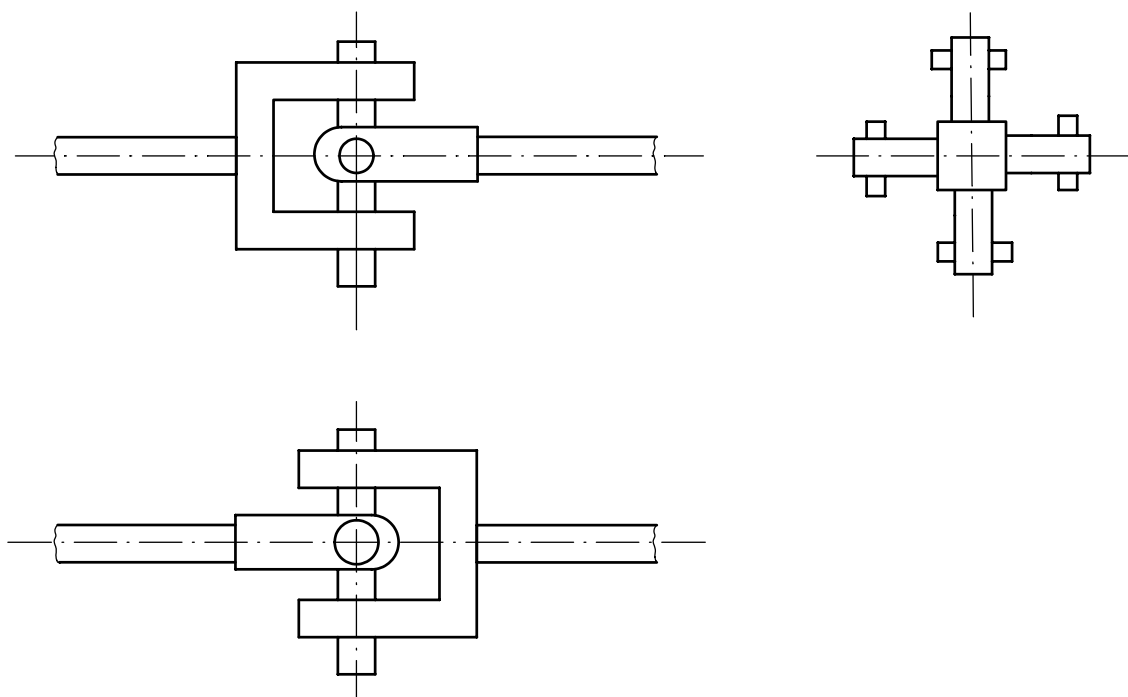


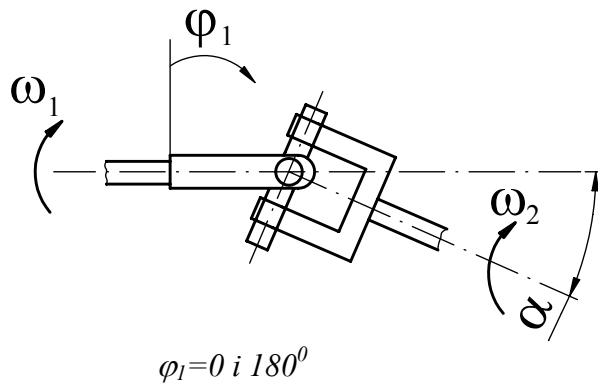
1. Kompensacione (pomične) spojke – torzijski krute



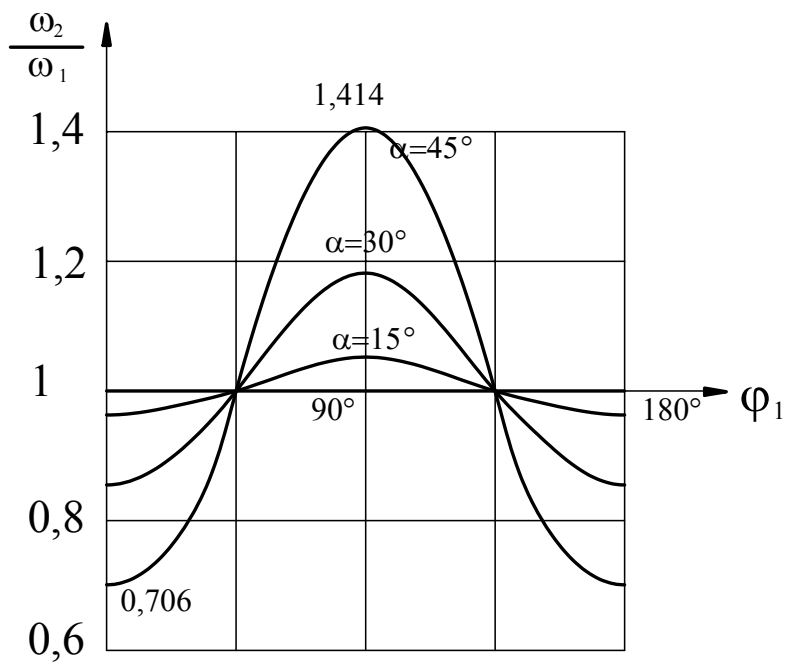
**Ad c) Kardanski (klizni, Hookov) zglob ili kao kuglasti zglob (vozila-homokinetički zglobovi)**

Jednostavni kardanski zglob

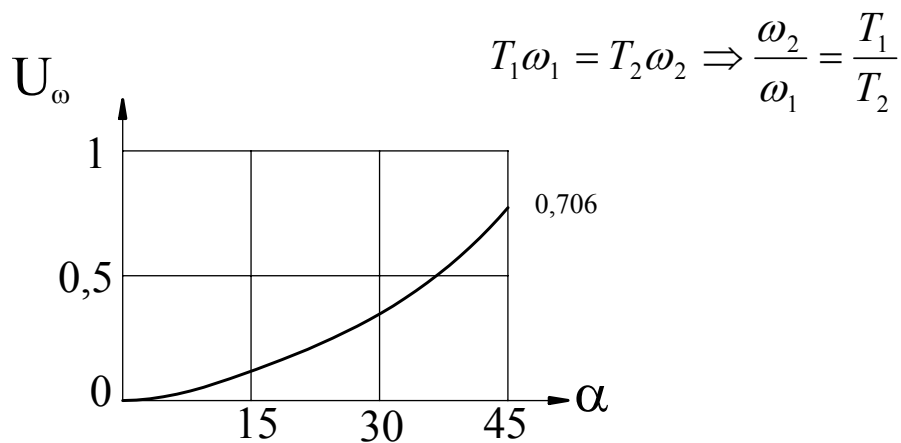




$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \alpha}$$

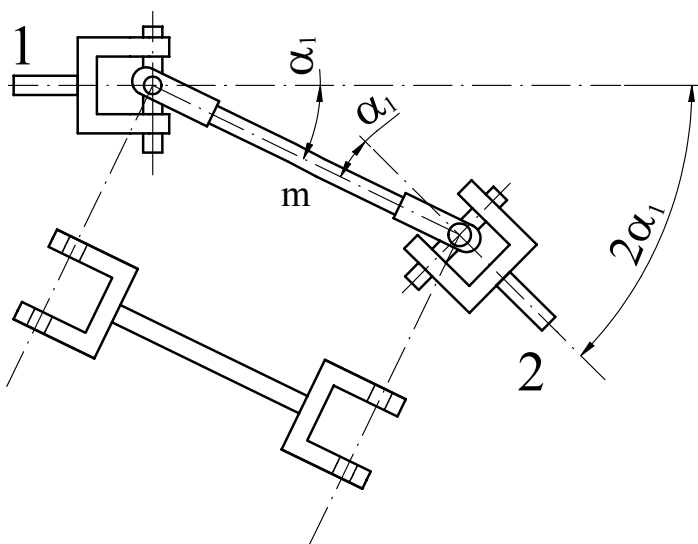


Stepen nejednakosti prijenosa: 
$$U_\omega = \frac{\omega_{2 \max} - \omega_{2 \min}}{2} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

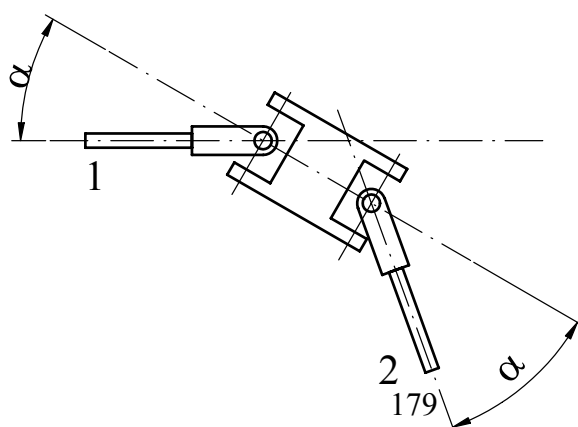


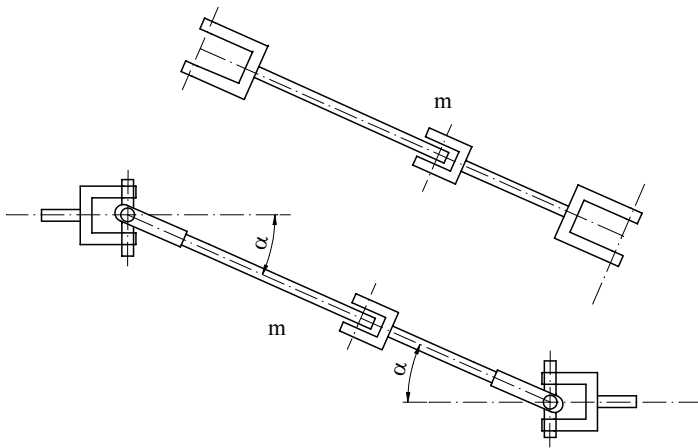
Da bi izbjegli nejednolikosti kutnih brzina treba kombinirati dva zgloba. Pri tome trebaju biti ispunjena dva uvjeta:

1) Vilice međuosovine u istoj ravnini.



2) Kutevi koje međuosovin (ili dvostruki zglob) čini s pogonskom i gonjenom osovinom moraju biti isti!





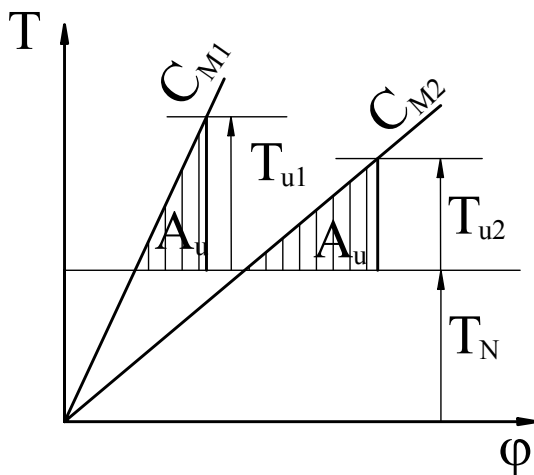
Za paralelne osovine

## II. Elastične spojke

Prvenstvena namjena: elastično prenošenje momenta torzije uz kutno uvijanje između obje polovine spojke. Moguća je kompenzacija manjih odstupanja između osovina.

- sprečavaju prenošenje torzionih udaraca
- pomiču kritičnu brzinu okretaja i smanjuju torzione vibracije prigušivanjem.

Najvažnija elastična torziona karakteristika



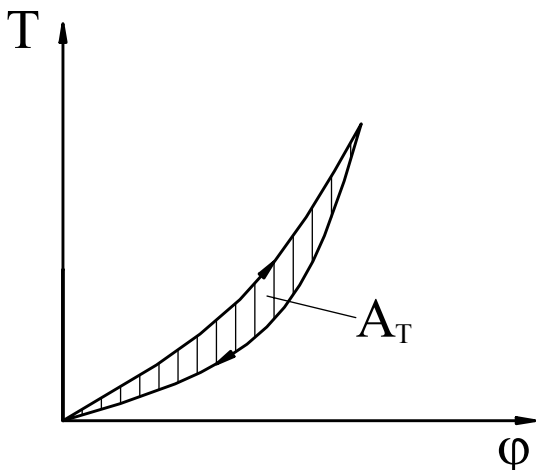
$$C_M = \frac{T}{\varphi} \quad \text{Nm/rad}$$

ako je linearna

$$A = \frac{T\varphi}{2} = \frac{T^2}{2C_M}$$

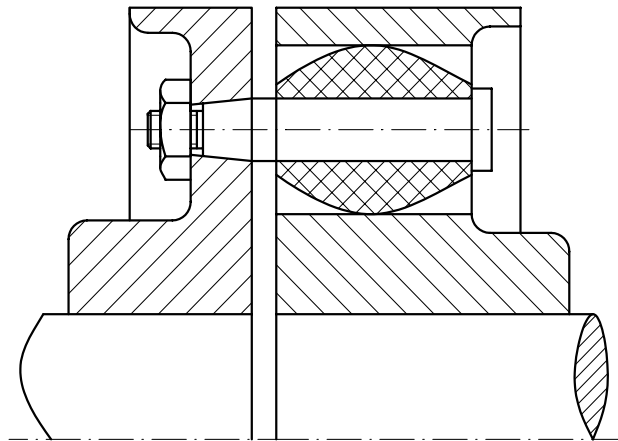
Energija deformacije udara u oba slučaja je jednaka ili je amplituda udarnog momenta manja.

Elastične spojke obično nemaju linearne karakteristike i često imaju znatno unutarnje prigušenje.



$$C_M = \frac{dT}{d\varphi}$$

$$A = \int T d\varphi$$



Elastične spojke se biraju iz kataloga proizvođača na osnovi maksimalnog momenta  $T_{max} = \psi T_{nom}$ ;  $\psi$  - pogonski faktor koji ovisi o vrsti pogonjenog i radnog stroja.

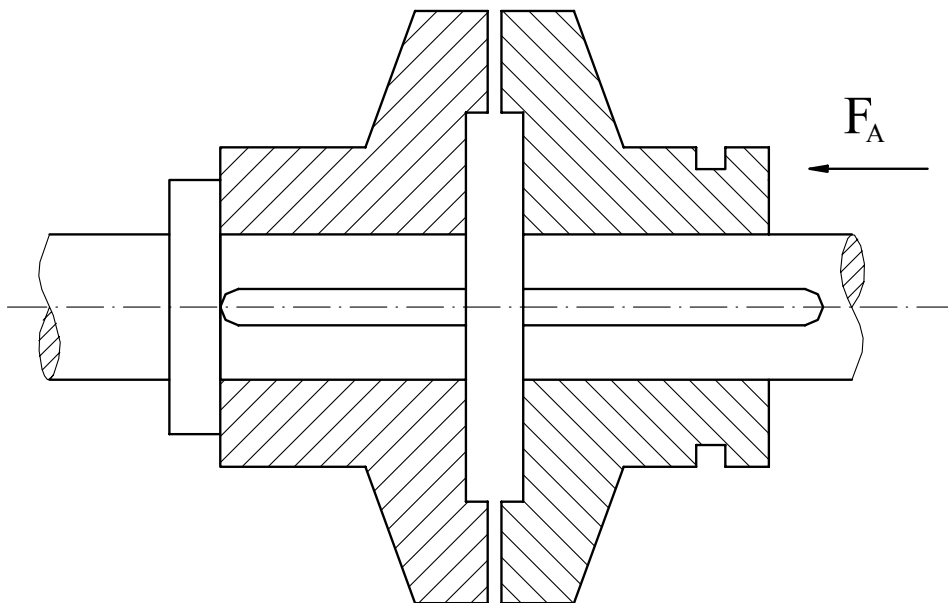
### III Tarne spojke

Tarne spojke služe za povremeno uključivanje u rad radnog (gonjenog) stroja pri neprekidnom radu pogonskog stroja. Kod ukapčanja (pokretanja) dolazi do klizanja pri čemu se gubi snaga

$P_G = \int T_t d\omega$  koja se pretvara u toplinu, a manifestira kao veće ili manje trošenje ploha.

U normalnom pogonu brzine se moraju izjednačiti i spojke rade bez klizanja.

Vrlo slične po konstrukciji (a često identične) su tarne kočnice.



### Dinamički procesi kod uključivanja tarnih spojki

- Moment inercije rotirajućih masa

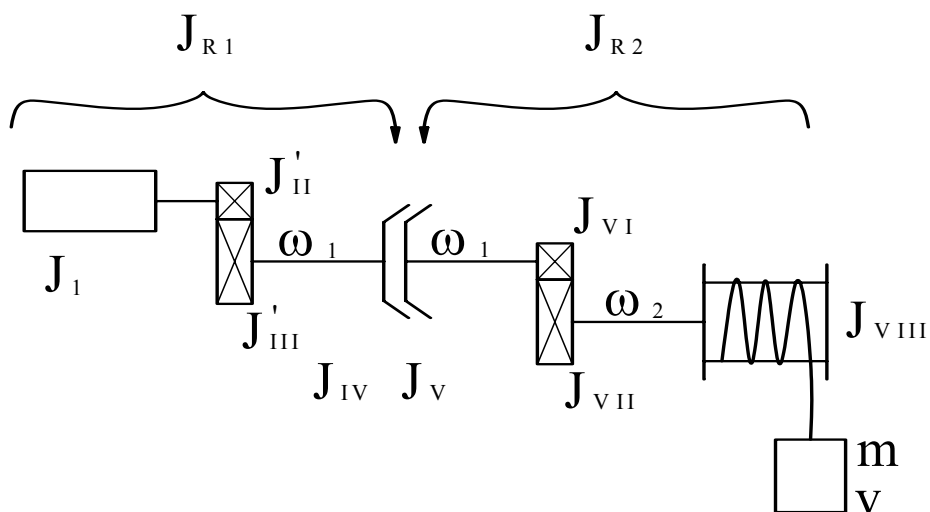
$$J = \int r^2 dm$$

Za sistem sa vezanim masama koje se gibaju raznim brzinama obično reduciramo masu na osovinu spojke (na osnovu kinetičke energije).

$$A_{K1} = J_{R1} \frac{\omega_1^2}{2} = J_1 \frac{\omega_1^2}{2} + J_2 \frac{\omega_2^2}{2} + J_3 \frac{\omega_3^2}{2} + \dots + m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} + \dots$$

$$J_{R1} = J_1 + J_2 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + \dots + m_1 \left( \frac{v_1}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left( \frac{v_2}{\omega_1} \right)^2 + \dots$$

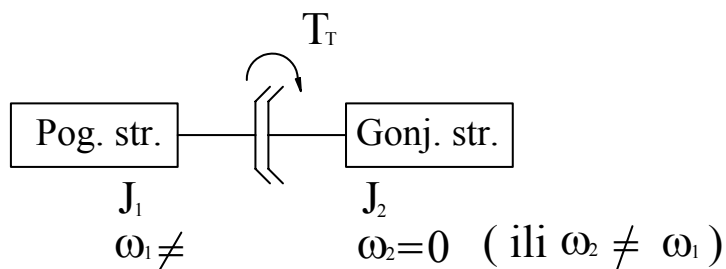
Primjer:



$$J_1 = J_{R1} = (J_1 + J_{II}) \left( \frac{\omega_m}{\omega_1} \right)^2 + J_{III} + J_{IV}$$

$$J_2 = J_{R2} = J_V + J_{VI} + (J_{VII} + J_{VIII}) \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m \left( \frac{v}{\omega_1} \right)^2$$

Reducirano:



## Dinamički procesi prilikom uključivanja tarne spojke

Moment trenja taranih površina djeluje na pokretne dijelove radnog stroja kao moment ubrzanja, a na okretna dijelove pogonskog stroja kao moment usporenja.

$$T_P - T_{tr} = J_1 \frac{d\omega}{dt}$$
$$T_{tr} - T_R = J_2 \frac{d\omega_2}{dt}$$

gdje su:

- $T_P, T_R$  - okretni momenti pogonskog i radnog stroja
- $T_{tr}$  - moment trenja
- $J_1, J_2$  - momenti inercije (reducirani) pogonskih i gonjenih pokretnih dijelova
- $\omega_1, \omega_2$  - kutne brzine pogonskog i radnog stroja

Integracijom gornjih izraza dobije se:

$$\int_{\omega_1}^{\omega} d\omega = -\frac{1}{J_1} \int_0^t (T_{tr} - T_P) dt \quad \text{- za pogonski stroj}$$

$$\int_{\omega_1}^{\omega} d\omega = \frac{1}{J_2} \int_0^t (T_{tr} - T_R) dt \quad \text{- za gonjeni stroj}$$

odnosno

$$\omega = \omega_1 - \frac{1}{J_1} \int_0^t (T_{tr} - T_P) dt \quad \text{- za pogonski}$$

$$\omega = \omega_2 + \frac{1}{J_2} \int_0^t (T_{tr} - T_R) dt \quad \text{- za gonjeni}$$

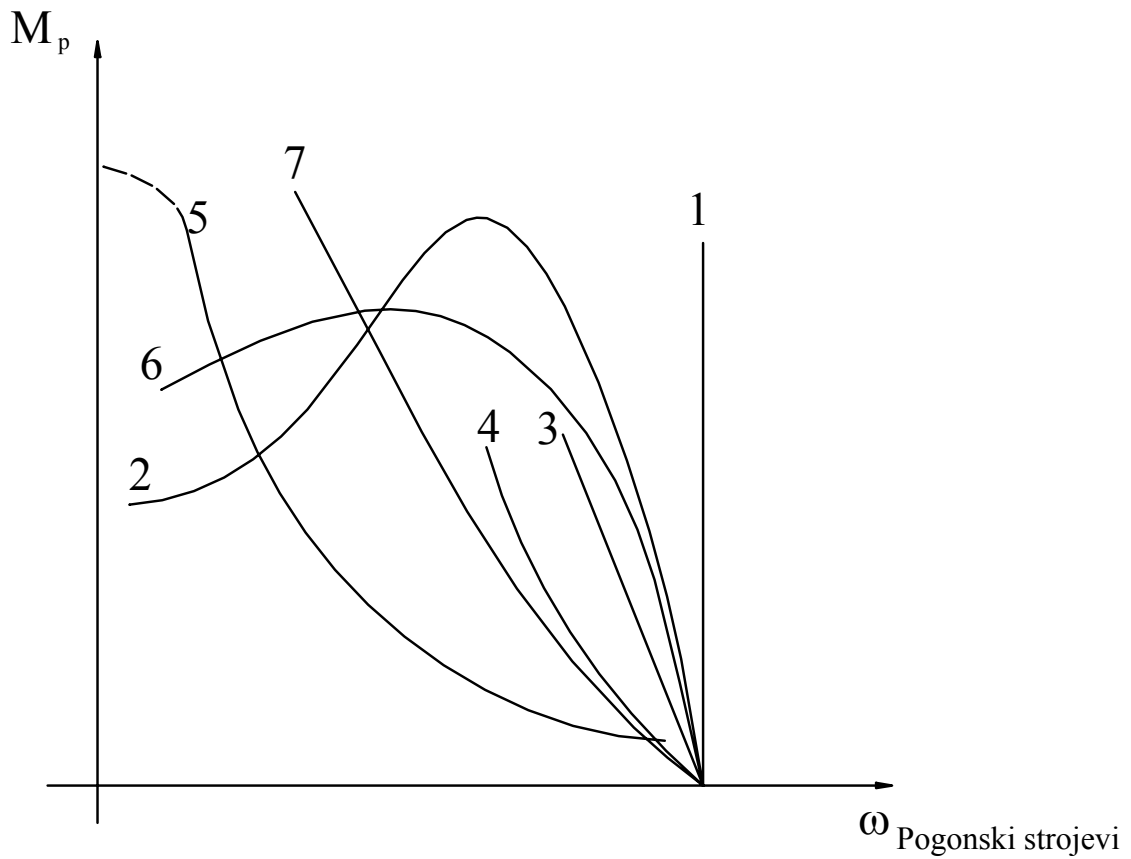
Da bi se riješili ovi integrali potrebno je poznavati funkcionalnu ovisnost  $T_{tr} = T_{tr}(\omega)$ ,  $T_P = T_P(\omega)$  i  $T_R = T_R(\omega)$ .

Za moment trenja tarne spojke može se računati približno s  $T_{tr} = \text{const.}$  ili sa srednjom vrijednošću:

$$T_{tr} \approx T_{tr}^* = \frac{1}{t} \int_0^t T_t(t) dt$$

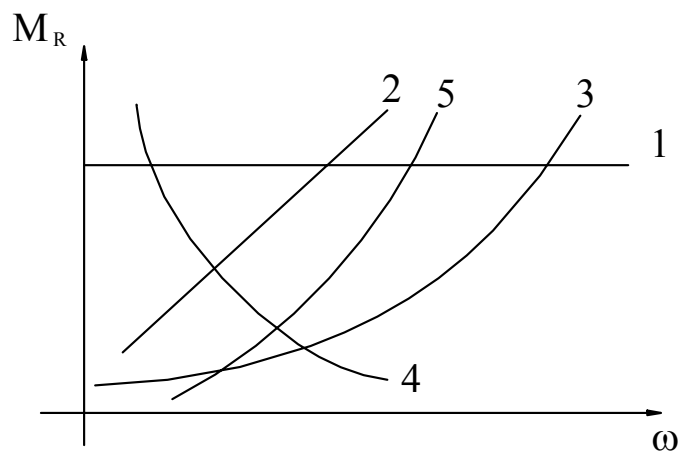
Ovisnost okretnog momenta pogonskog i radnog stroja ovisi o vrsti stroja:





- 1- sinhroni EM
- 2- asinhroni EM
- 3- istosmjerni poredni EM
- 4- kompaudni EM
- 5- istosmjerni serijski uzbuđeni EM
- 6- diesel motor
- 7- parna turbina

- Radni strojevi



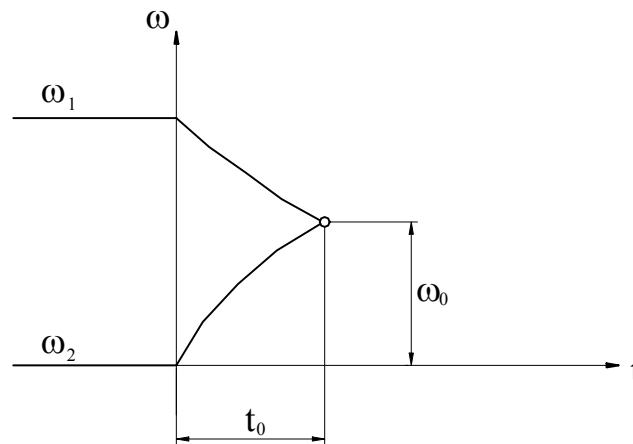
- 1) dizalični mehanizmi, transportni uređaji s konstantnim teretom, valjaonički strojevi
- 2) motalica za papir
- 3) centrifugalne pumpe i kompresori, ventilatori i propeleri
- 4) mehanizmi "konstantne snage": strojevi za obradu metala, ljuštalice, kalanderi i sl.

Vidimo da se mehaničke karakteristike pogonskih i radnih strojeva vrlo različitog oblika i teško ih je matematički definirati. Zato se ovisnost  $\omega = \omega(t)$  za pogonski radni stroj dobivaju najčešće grafičkim integriranjem:

$$t = J_1 \int_{\omega_1}^{\omega} \frac{d\omega}{T_P - T_{tr}} \quad \text{- za pogonski dio}$$

$$t = J_2 \int_{\omega_1}^{\omega} \frac{d\omega}{T_R - T_R} \quad \text{- za radni dio}$$

Ovako dobivene ovisnosti  $\omega = \omega(t)$  ucrtavaju se u dijagramu. Presjecište ovih krivulja daje nam vrijeme klizanja  $t_0$  i brzine sinhronizacije  $\omega_0$ .



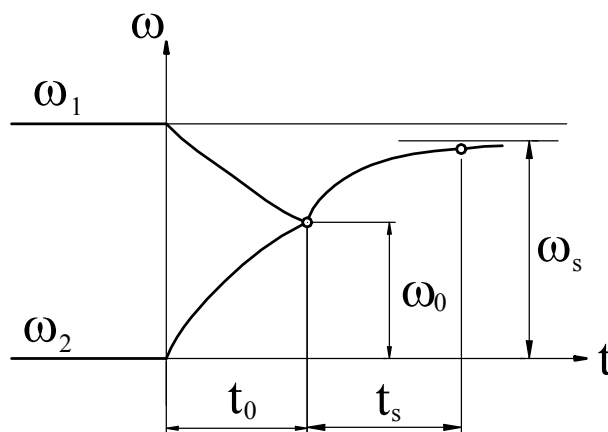
Od trenutka  $t_0$  mase pogonskog i radnog stroja su spojene i predstavljaju jednu cjelinu. Jednadžba gibanja (rotacije) zato glasi:

$$T_P - T_R = (J_1 + J_2) \frac{d\omega}{dt}$$

Zajednička promjena kutne brzine od  $\omega_0$  na  $\omega_s$  (brzina u stacionarnom stanju) dobiva se rješenjem ove jednadžbe

$$t = t_0 + (J_1 + J_2) \int_{\omega_0}^{0.98\omega_s} \frac{d\omega}{T_P - T_R}$$

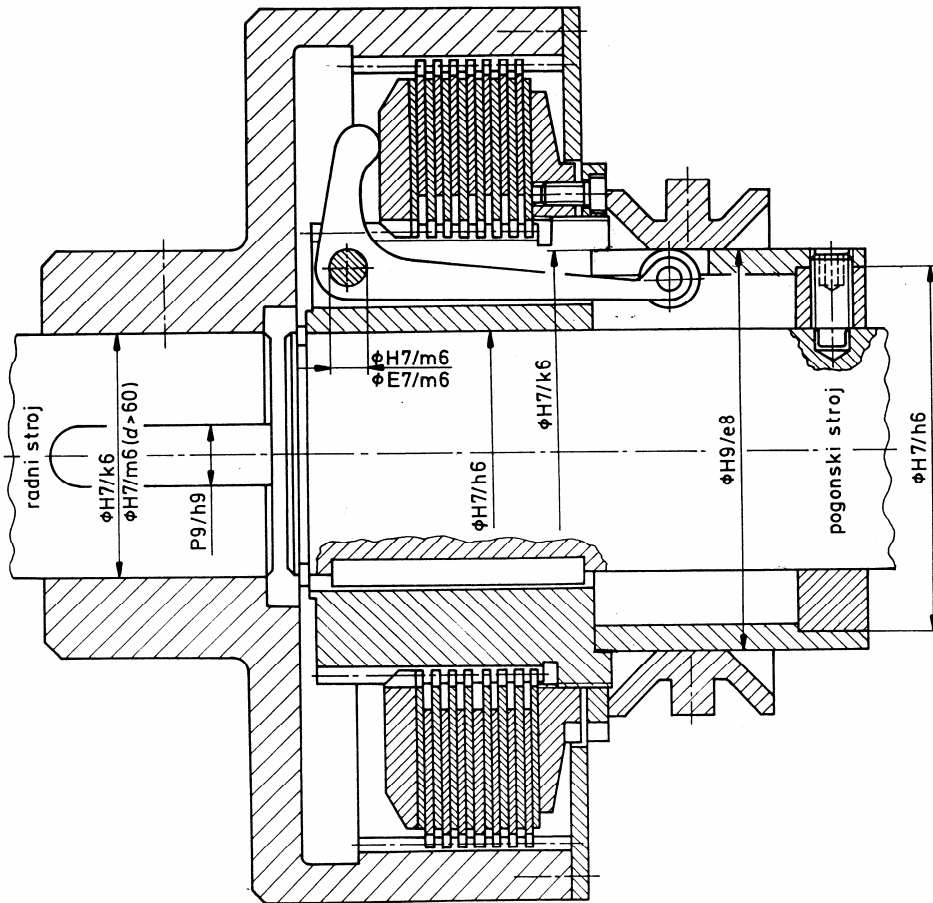
Ukupni dijagram uključivanja tane spojke u rad izgleda ovako:



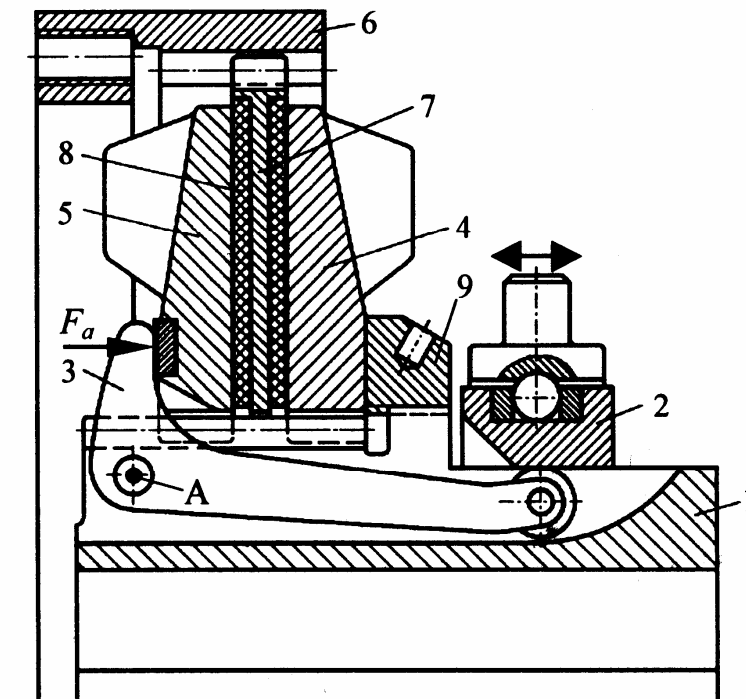
Ukupno vrijeme uključivanja:

$$t_u = t_0 + t_s$$

Tarne spojke se najčešće izrađuju kao višedelne tarne spojke

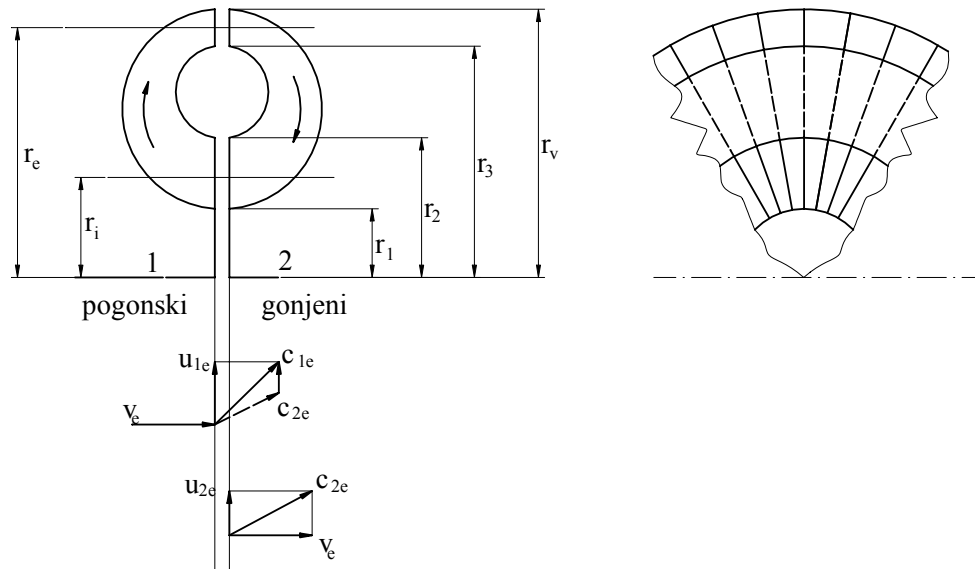


dok se kod osobnih vozila najčešće koristi jednolamelana tarne spojka (sa dvije tarne površine):

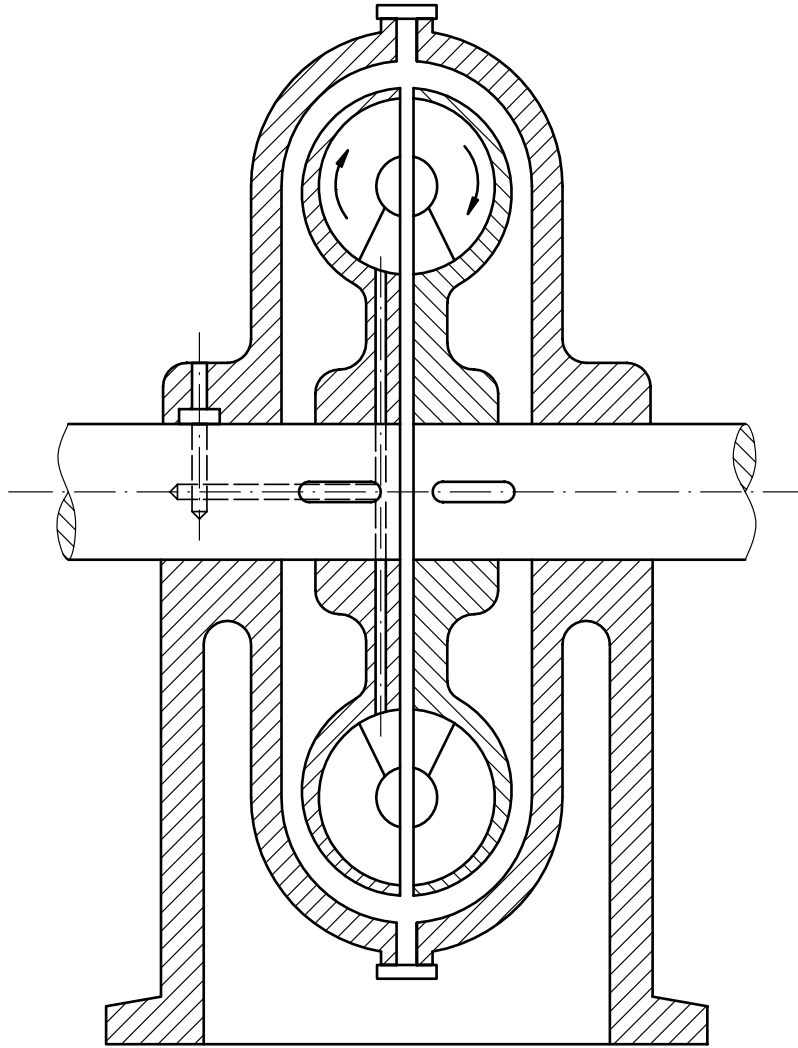


## Hidrodinamičke spojke

Sastoje se od rotora pumpe (na pogonskom dijelu) i rotora turbine (na gonjenom dijelu) u zajedničkom kućištu. Pogonski i gonjeni dijelovi nemaju međusobno neposredni dodir, nego su povezani mlazom fluida. Shematski prikaz spojke s brzinama fluida (relativnom i apsolutnom) na ulazu i izlazu iz turbinskog kola (rotora) je na slici:

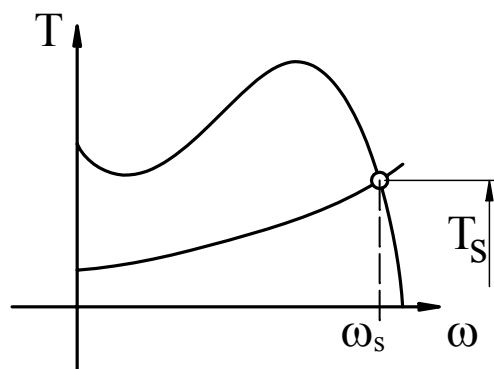


Skica presjeka:



### Spojke za upuštanje u rad

- Upotrebljavaju se:
  - 1) Ako je vrijeme potrebno za postizanje stacionarne brzine preveliko (tj. ako su mase prevelike)

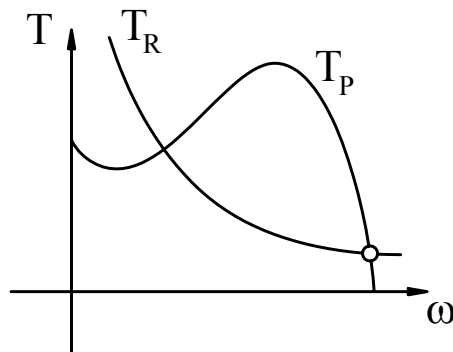


$$T_P - T_R = (J_1 + J_2) \frac{d\omega}{dt}$$

$$t = \frac{J_1 + J_2}{T_S} \omega_1 (1 - \Omega_S) \int_0^{\Omega} \frac{d\Omega}{\Omega - \Omega_S}$$

$$t \approx (3 \dots 5) \omega_1 \frac{J_1 + J_2}{T_S}$$

- 2) Ako je karakteristika radnog stroja takva da je u trenutku pokretanja kod ( $\omega=0$ )  $T_R > T_P$ , pa mase uopće nije moguće pokrenuti!



## 10 MEHANIČKI PRIJENOSNICI

Prijenosnici služe za prijenos energije s pogonskog na gonjeni stroj. Prijenosnici mogu biti: mehanički, hidraulički, pneumatski i električni.

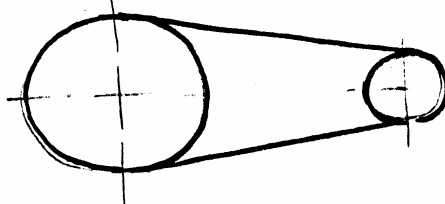
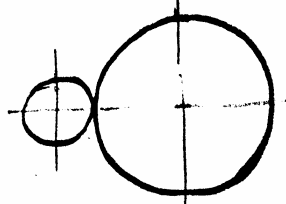
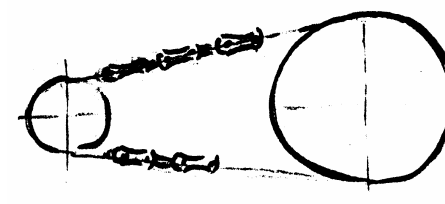
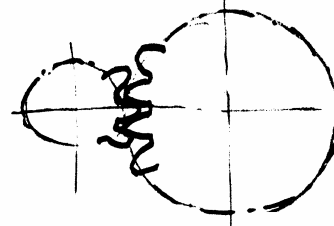
Mehanički prijenosnici prenose energiju pomoću rotacionog gibanja, a upotrebljavaju se:

- ako je brzina pogonskog stroja prevelika,
- ako se osi pogonskog i gonjenog stroja ne podudaraju,
- ako jedan pogonski stroj mora goniti više gonjenih strojeva,
- ako je potrebno izbjeći kritičnu brzinu vrtnje.

Podjela mehaničkih prijenosnika:

- Obzirom na način prijenosa gibanja
  - mehanički prijenosnici kod kojih se gibanje prenosi trenjem: tarni prijenosnici, remenski prijenosnici, prijenosi užetima,
  - mehanički prijenosnici kod kojih se gibanje prenosi zahvatom: zupčani prijenosnici, pužni prijenosnici, lančani prijenosnici.
- Obzirom na položaj pogonskog i gonjenog kola

- prijenosnici s neposrenim kontaktom između pogonskog i gonjenog kola: tarni prijenosnici, zupčani prijenosnici, pužni prijenosnici,
- prijenosnici s posrednom vezom između pogonskog i gonjenog kola: remenski prijenosnici, lančani prijenosnici, prijenosi užetima.

	POSREDNI	NEPOSREDNI
TRENJEM	 <p>REMENSKI</p>	 <p>TARNI</p>
ZAHVATOM	 <p>LANČANI</p>	 <p>ZUPČANI</p>

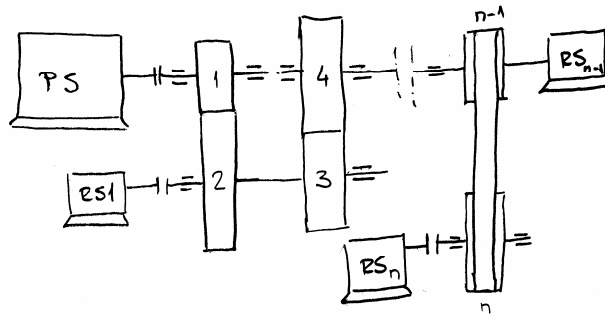
**Prijenosni odnos (omjer)** mehaničkih prijenosnika definiran je kao omjer brzine vrtnje pogonskog i gonjenog vratila (kola)

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

**Stupanj djelovanja** je odnos snage koju dobije gonjeni stroj prema snazi koju odaje pogonski stroj

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_g}{P_1} = 1 - \frac{P_g}{P_1}$$

Primjer višestupanjskih prijenosnika:



Ukupni prijenosni omjer  $i_{1-n} = i_{1,2} \cdot i_{3,4} \cdot i_{5,6} \cdot \dots \cdot i_{n-1,n} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \cdot \dots \cdot \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}$

Ukupni stupanj djelovanja  $\eta_{1-n} = \eta_{1,2} \cdot \eta_{3,4} \cdot \eta_{5,6} \cdot \dots \cdot \eta_{n-1,n}$

Potrebna snaga pogonskog stroja  $P_{PS} = \frac{P_{RS1}}{\eta_{PS-RS1}} + \frac{P_{RS2}}{\eta_{PS-RS2}} + \dots + \frac{P_{RSn-1}}{\eta_{PS-RSn-1}} + \frac{P_{RSn}}{\eta_{PS-RSn}}$

gdje je:

$i_{n-1,n}$  prijenosni omjer jednog stupnja prijenosa

$\eta_{n-1,n}$  stupanj djelovanja jednog stupnja prijenosa

$\eta_{PS-RSn}$  stupanj djelovanja od pogonskog stroja do n-tog radnog stroja

## 10.1 ZUPČANI PRIJENOSNICI

Zupčani prijenosnici su najraširenija i najvažnija grupa mehaničkih prijenosnika.

**Prednosti:**

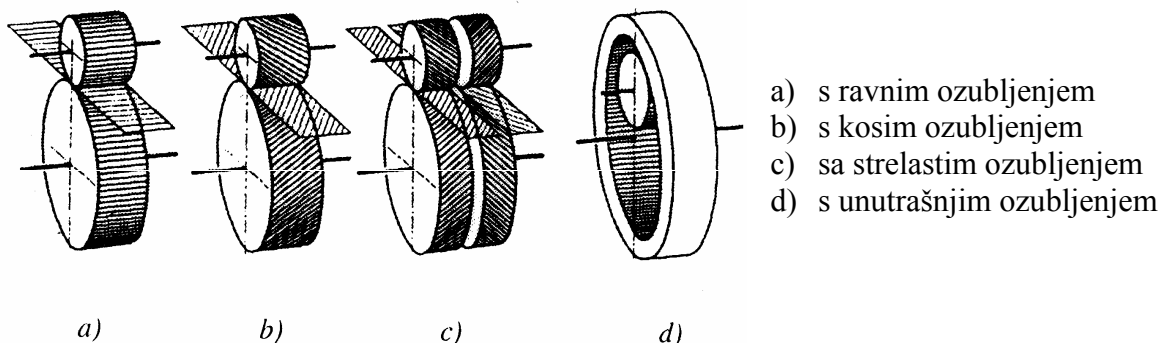
- visok stupanj djelovanja ( $\geq 0,98$ )
- velika trajnost i izdržljivost
- male dimenzije
- mogu se upotrebljavati za prijenos od najmanjih do najvećih snaga, te od najmanje do najveće brzine vrtnje

**Nedostaci:**

- najskuplji od mehaničkih prijenosnika (izuzev pužnih)
- vibracije i šumovi zbog krutog prijenosa okretnog momenta
- zahtijeva se vrlo točna obrada

Podjela zupčanih prijenosnika prema položaju osi zupčanog para

1) prijenosi za paralelna vratila (prijenosni cilindrični zupčanicima)



a)

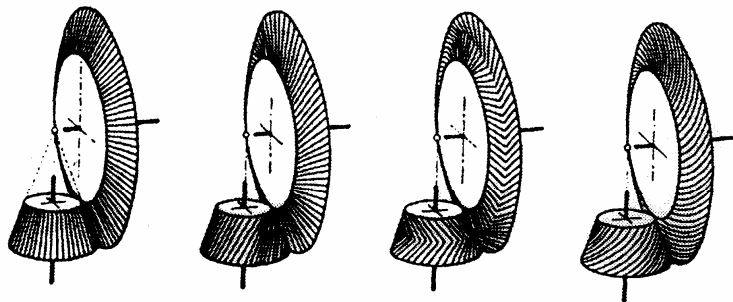
b)

c)

d)



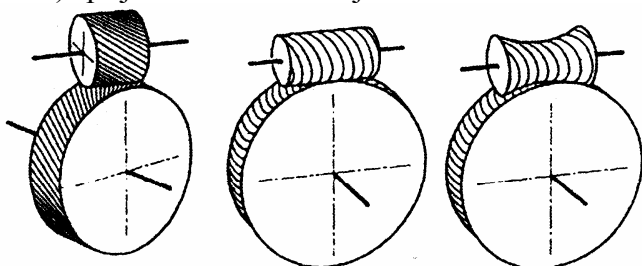
2) prijenosi za vratila koja se sijeku (konični zupčani prijenosi)



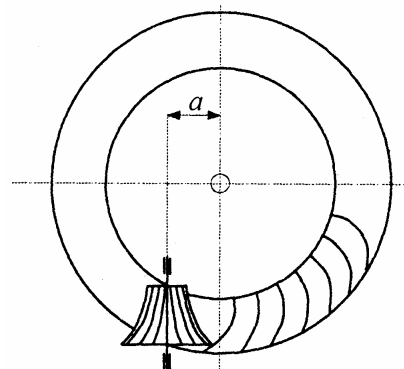
- a) s ravnim zubima
- b) s kosim zubima
- c) sa strelastim zubima
- d) sa zakrivljenim zubima (spiralno ozubljenje)

a)                      b)                      c)                      d)

3) prijenosi za mimosmjerna vratila



a)                      b)                      c)



Hipoidni prijenosi

Pužni prijenosi

- a) vijčanički b) pužni (cilindrični) c) pužni (globoidni)

**Cilindrični zupčanci (čelnici) s ravnim zubima**

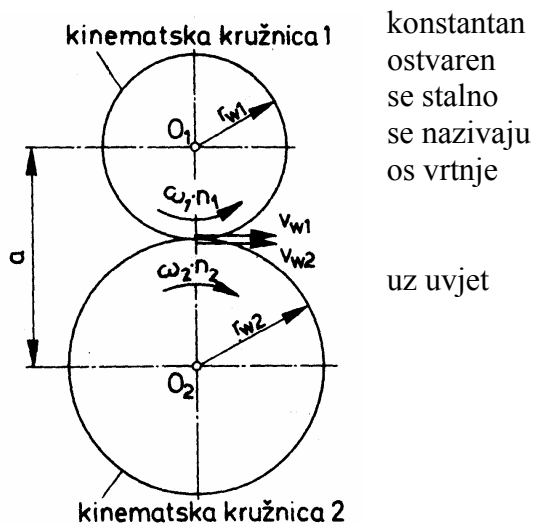
**Osnovni pojmovi i oznake**

Da bi se kod para cilindričnih zupčanika ostvario prijenosni omjer, prijenos gibanja mora biti tako kao da su na vratila navučena dva cilindra koji dodiruju i prenose gibanje bez klizanja. Ovi cilindri kinematski cilindri, a ako ih se presiječe okomito na dobivaju se kinematske kružnice. Dodirna točka kinematskih kružnica je kinematski pol. Uvjet valjanja bez klizanja može se ostvariti samo jednakih obodnih brzina obaju kinematskih kružnica ( $v_{w1} = v_{w2}$ ):

$$v_{w1} = r_{w1} \omega_1 = d_{w1} \pi n_1 \Rightarrow$$

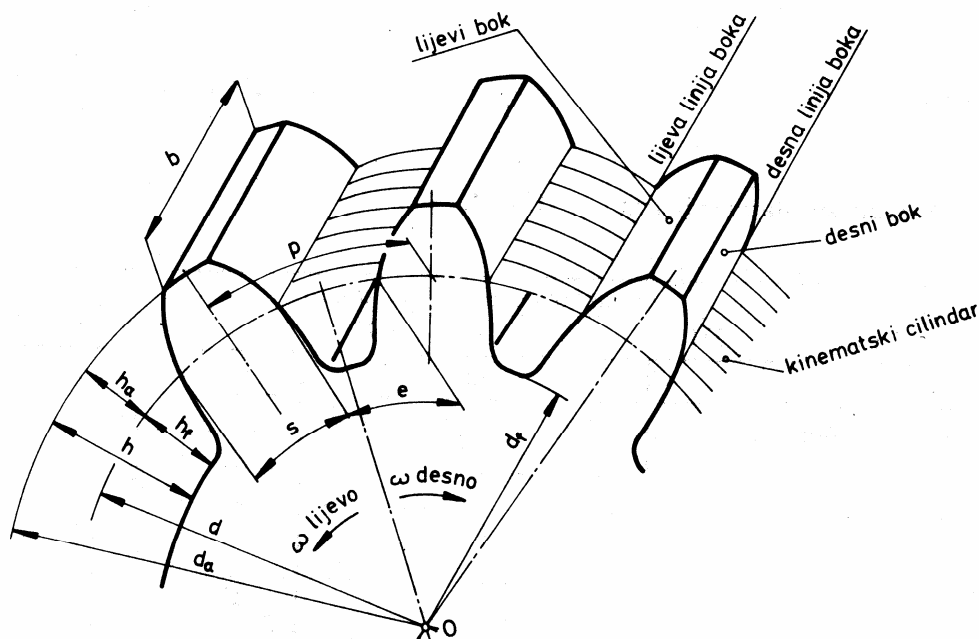
$$v_{w2} = r_{w2} \omega_2 = d_{w2} \pi n_2$$

$$\text{prijenosni omjer } i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}$$



*Brzine vrtnje obrnuto su proporcionalne promjerima kinematskih kružnica.*

Osnovni parametri cilindričnih zupčanika s ravnim zubima prikazani su na sljedećoj slici:



$p$  - korak (ako je bez indeksa onda je to korak na diobenoj kružnici) - lučna mjera uzastopnih lijevih, odnosno desnih bokova.

$d$  – diobeni promjer – računaska veličina, koja se na zupčaniku ne može mjeriti, a definiran je tako da je *opseg diobene kružnice jednak umnošku koraka  $p$  i broja zubi  $z$ .*

Ako su diobene i kinematske kružnice jednake, tada su koraci  $p$  zupčanika u zahvatu jednaki.

$$\begin{aligned} z_1 p &= d_1 \pi &\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} &= \frac{d_1}{d_2} \\ z_2 p &= d_2 \pi && \end{aligned}$$

*Omjer broja zubi u zahvatu direktno je proporcionalan omjeru promjera zupčanika.*

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}$$

*Proizlazi da se brzine vrtnje zupčanika odnose obrnuto proporcionalno prema broju zubi zupčanika.*

Zbog pojednostavljenja proračuna i izrade, usvojeno je da je korak višekratnik broja  $\pi$ .

$$p = m\pi$$

gdje je  $m$  – modul, čije su vrijednosti standardizirane.

Uvrštavanjem gornjeg izraza u izraz za izračunavanje opsega diobenog promjera dobiva se:

$$d = \frac{p}{\pi} z = mz$$

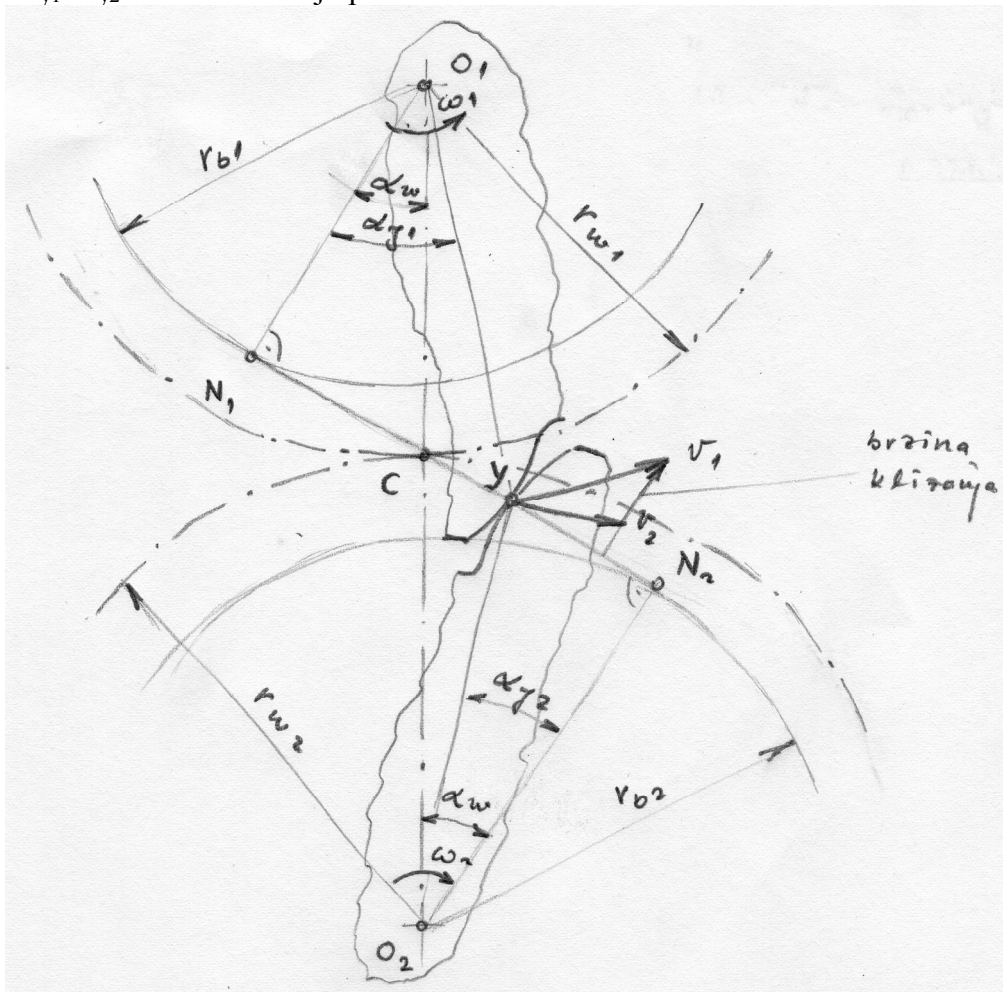
$a$  – osni razmak – kod zupčanika kome su diobene i kinematske kružnice jednake:

$$a = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

### Glavno pravilo zupčanja

Na slici su prikazan dva profila (tj. boka zuba) koji se odvaljuju jedan po drugome, a istovremeno rotiraju oko svojih centara rotacije  $O_1$  i  $O_2$ . Očito se gibanje sa profila 1 prenosi na profil 2. S  $\omega_1$  označena je kutna brzina profila 1, a s  $\omega_2$  kutna brzina profila 2. U proizvoljnom trenutku, profili se dodiruju i odvaljuju u proizvoljnoj točki  $Y$  (trenutna točka dodira). Potrebno je odrediti omjer kutnih brzina obaju profila u ovisnosti o njihovoj geometriji. U tu svrhu, povuku se zajednička tangenta  $t-t$  i normala  $n-n$  u trenutnoj točki dodira. Kutevi  $N_1O_1Y \equiv \alpha_{y1}$  i  $N_2O_2Y \equiv \alpha_{y2}$  nazivaju

se kutevima pritiska u točki Y kao točki boka 1 i boka 2, odnosno kutevima pritiska na krugovima  $r_{y1}$  i  $r_{y2}$ . Oni se određuju prema izrazu



$$\cos \alpha_{y1,2} = \frac{r_{b1,2}}{r_{y1,2}}$$

Kut  $\alpha_w$  naziva se kut zahvata. Za vrijeme procesa odvaljivanja, u općem slučaju dok se dodirna točka pomiče po krivulji definiranoj oblikom profila, kutevi  $\alpha_{y1}$ ,  $\alpha_{y2}$  i  $\alpha_w$ , kao i krugovi  $r_{y1}$  i  $r_{y2}$ , se mijenjaju. Obodne brzine točke Y kao točke profila 1 i 2 su:

$$v_1 = r_{y1}\omega_1 \text{ i } v_2 = r_{y2}\omega_2$$

Vektorska razlika ovih brzina naziva se brzina klizanja spregnutih profila i uvijek je usmjerena u pravcu tangente na profil. Obodne brzine mogu se rastaviti na komponente u smjeru tangente ( $v_{t1}$ ,  $v_{t2}$ ) i u smjeru normale ( $v_{n1}$ ,  $v_{n2}$ ). Da bi se bokovi neprestano dodirivali moraju komponente  $v_{n1}$  i  $v_{n2}$  biti međusobno jednake (inače bi se zupčanik z1 utiskivao u zupčanik z2 ili bi se od njega odvajao).

Iz trokuta koji su naznačeni na slici i uvjeta o jednakosti normalnih komponenti obodne brzine proizlazi:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1}$$

Iz slike se vidi da zajednička normala  $n-n$  siječe međuosnu liniju  $O_1O_2$  u točki  $C$ , te iz dva slična trokuta  $O_1N_1C$  i  $O_2N_2C$  proizlazi

$$\frac{\overline{O_2N_2}}{\overline{O_1N_1}} = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_1C}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i$$

Oдавde je vidljivo da za konstantni prijenosni omjer točka  $C$  zauzima uvijek isti, stalni položaj, bez obzira koje točke profila su trenutno u zahvatu i bez obzira kakvog su oblika krivulje profila. To znači da se ovo, složeno odvaljivanje proizvoljnih profila, može opisati kao jednostavno međusobno odvaljivanje dviju kružnica s polumjerima  $\overline{O_1C}$  i  $\overline{O_2C}$ , koje istodobno rotiraju oko svojih osiju. Budući da u točki  $C$  nema klizanja između profila (bokova zubi), jer su brzine  $v_1$  i  $v_2$  paralelne i jednake, odvaljivanje ovih kružnica je čisto, bez klizanja. Zbog toga se ove kružnice, tj. njihovi krugovi, nazivaju kinematskim krugovima, a točka  $C$  je kinematski pol.

Konačni analitički izraz glavnog pravila zupčanja se dakle zapisuje kao

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}$$

tj. kutne brzine odnose se obrnuto proporcionalno s dimenzijama kinematskih krugova.

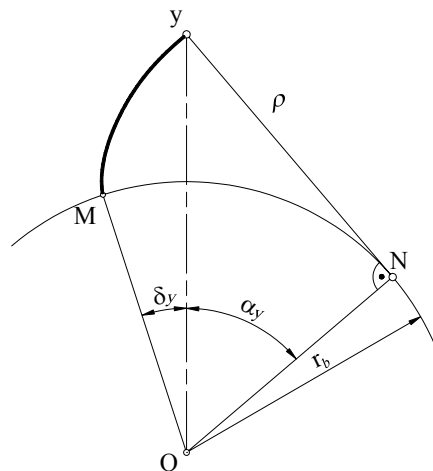
Temeljem glavnog pravila zupčanja moguće je za proizvoljni bok zuba jednog zupčanika, analitički ili grafički, odrediti bok zuba njemu spregnutog zupčanika, kao i odrediti zahvatnu liniju ili dodirnicu – liniju po kojoj se bokovi dodiruju tijekom odvaljivanja. Iz očitih, jednostavnih relacija

$$a = r_{w1} + r_{w2} \quad \text{i} \quad r_{w2}/r_{w1} = i$$

sljede izrazi za izračun polumjera kinematskih krugova za poznati osni razmak  $a$  i prenosni omjer  $i$ :

$$r_{w1} = \frac{a}{i+1}, \quad r_{w2} = \frac{i}{i+1}a$$

Zbog svojih prednosti kao što su relativno jednostavna izrada zupčanika i neosjetljivost prijenosnog omjera na manje promjene osnovnog razmaka, profil boka zuba zupčanika se najčešće izrađuje u obliku *evolvente*. Evolventa je krivulja koju opisuje svaka točka pravca koji se bez klizanja odvaljuje po osnovnoj kružnici polumjera  $r_b$ :



Prema ovoj definiciji, kao i prema slici, očito je da normala u svakoj točki evolvente tangira temeljni (osnovni) krug. Odatle proizlazi (i) da je udaljenost točke (Y) od dirališta tangente (N)

jednaka polumjeru zakrivljenosti ( $\rho$ ) evolvente u toj točki i (ii) da je ta udaljenost jednaka luku  $\widehat{MN}$ :

$$\overline{YN} = \rho = r_b \tan \alpha_y = \widehat{MN} = r_b (\alpha_y + \delta_y).$$

Oдавде slijedi jednadžba evolventne funkcije:

$$\delta_y = \text{inv } \alpha_y = \tan \alpha_y - \alpha_y$$

Iz opisanih svojstava evolvente proizlazi slijedeće:

- Za evolventni bok zuba normala u svakoj točki dodira tangira isti temeljni krug zupčanika. Budući da svaka od tih normala prolazi i kroz odvalnu točku C, proizlazi da je ona jedna te ista i nepomična, bez obzira koja je točka u dodiru. Kako je normala zajednička za oba zupčanika u zahvatu, i nepomična, profil boka zuba spregnutog zupčanika može i mora biti samo evolventan, jer samo kod evolvente normala u proizvoljnoj točki tangira isti (temeljni) krug. Dakle, normala za svo vrijeme zahvata tangira oba temeljna kruga. To znači i da je kut zahvata konstantan, kao i promjeri temeljnih krugova. Očito je također da se zahvat bokova odvija po tom pravcu koji se zato naziva *dodirnica* ili zahvatna linija, a zahvatni kut se naziva još i kut dodirnice. Jasno je i da je korak na dodirnici jednak koracima na oba temeljna kruga, kao što su i koraci na kinematskim krugovima jednaki, jer se oni odvaljuju jedan po drugom. Uočljivo je i da je zahvatni kut ustvari kut pritiska na kinematskom krugu.
- Kinematika evolventnog ozubljenja neosjetljiva je na promjenu osnovog razmaka. To slijedi iz izraza  $i = r_{b2}/r_{b1} = \text{const}$ . Promjenom  $a$  mijenja se zahvatni kut i promjeri kinematskih krugova:

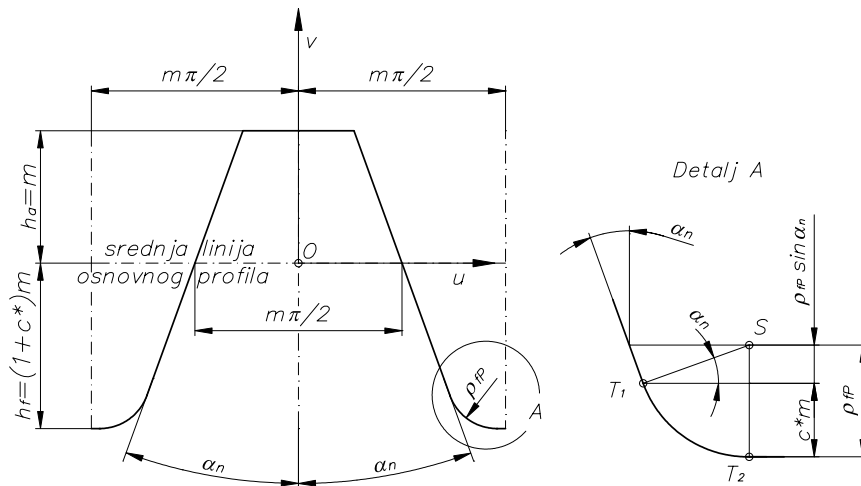
$$\cos \alpha_w = \frac{r_{b1,2}}{r_{w1,2}} = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{a}$$

ali temeljni krugovi ostaju nepromijenjeni.

- Kad promjer zupčanika teži beskonačnom, njegov bok zuba postaje pravac. Zato se takav zupčanik, koji se naziva ozubljen letva, bez problema spreže sa svakim evolventnim zupčanikom. Lako je uočiti da je tada kut zahvata jednak kutu nagiba profila ozubljene letve, koji po standardu treba biti jednak kutu osnovnog profila ozubljenja  $\alpha_n$ .

### Osnovni profil ozubljenja

Za osnovu pri standardizaciji zupčanika uzet je osnovni profil definiran na zupčaniku s  $\infty$  brojem zubi – tzv. zupčanoj letvi – tada evolventa prelazi u pravac, a diobeni krug u diobeni pravac na kojemu su debljina zuba i širina međuzublja jednake:



Ovaj način standardizacije je najracionalniji jer se definiraju osnovni parametri i zupčanika i reznog alata.

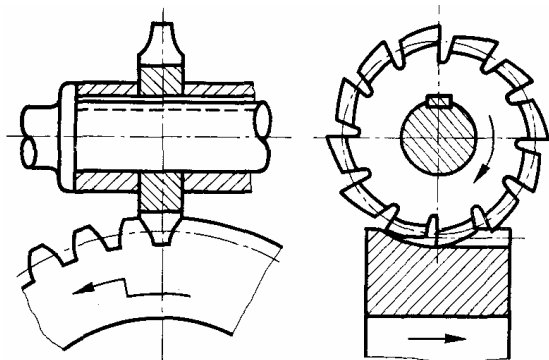
### Izrada cilindričnih zupčanika

Postupci izrade zupčanika mogu biti:

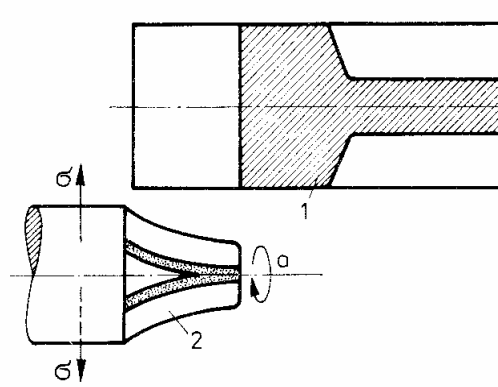
- a) Lijevanje
- b) Sinteriranje
- c) Hladno izvlačenje
- d) Valjanje
- e) Obrada odvajanjem čestica, koja se dijeli na
  - e1) Fazonske postupke – oblik alata odgovara obliku uzubine
  - e2) Odvalne postupke – alat ima oblik osnovnog profila ili zupčanika

U Fazonske postupke spadaju:

- e1.1) Provlačenje (pomoću profilirane igle) – za izradu zupčanika s unutrašnjim ozubljenjem
- e1.2) Štancanje – iz limova debljine do 1,3 mm
- e1.3) Profilno pločasto glodalo – profil glodala odgovara uzubini – za svaki modul i broj zubi trebalo bi drugo glodalo pa se radi ograničavanja broja potrebnih glodala odustaje od teoretski točnog profila boka ⇒ koriste se tamo gdje se ne traži velika točnost.

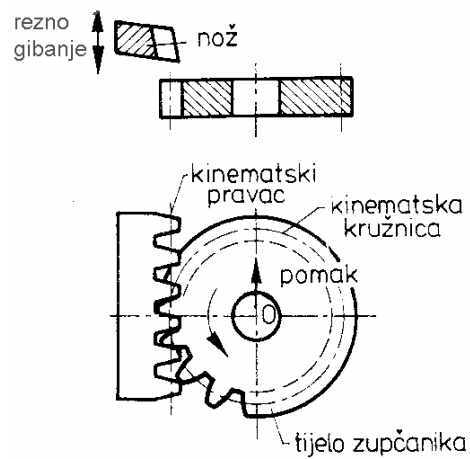


- e1.4) Prstasto – profilno glodalo – za zupčanike velikih promjera zbog velike cijene odvalnih pužnih glodala

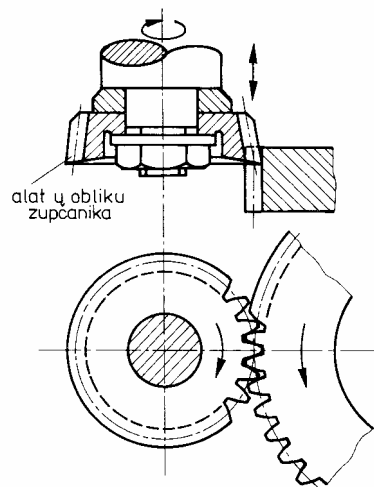


U odvalne postupke spadaju:

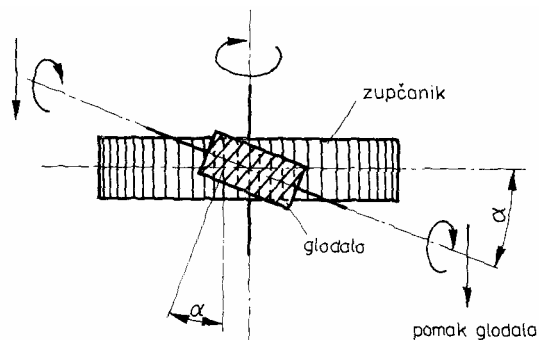
e2.1) Odvalno blanjanje –Maagov postupak – alat u obliku ozubnice (zupčane letve)



e2.2) Odvalno dubljenje – Fellows postupak – alat ima oblik zupčanika

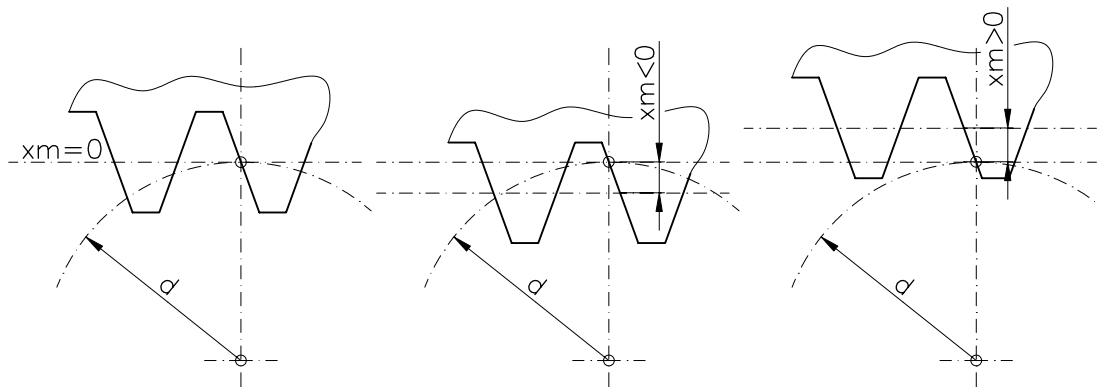


e2.3) Odvalno glodanje – alat ima oblik pužnog glodala (evolventni puž isprekidan uzdužnim utorima s oštricama)



## Pomak profila

Ako se u procesu izrade zupčanika diobeni pravac zupčane letve odvaljuje po diobenom krugu zupčanika dobiva se zupčanik bez pomaka profila. Međutim ukoliko je pri izradi zupčanika zupčana letva postavljena tako da njen diobeni pravac ne tangira diobeni krug zupčanika dobivaju se zupčanici s pomakom profila. Pomak profila, koji se definira kao umnožak faktora pomaka profila ( $x$ ) i modula ( $m$ ) može biti pozitivan ili negativan.



- Pomak profila ne utječe na promjer diobenog i temeljnog kruga: jer je promjer diobenog kruga  $d = mz$ , a promjer temeljnog kruga  $d_b = d \cos \alpha_n$
- Promjeri krugova preko glave i korijena se s povećanjem pomaka profila povećavaju: jer je promjer preko glave:  $d_a = d + 2(1+x)m$ , promjer preko korijena  $d_f = d - 2m(1,25 - x)$
- Debljina zuba na diobenom krugu s povećanjem pomaka profila se povećava jer je debljina zuba na diobenom krugu jednaka  $s = \frac{m\pi}{2} + 2x \tan \alpha_n$
- Pomak profila bitno utječe na podrezivanje korijena zuba: Ako je broj zubi zupčanika malen, alat ulazi u podnožje zuba, podrezuje ga i slabi. Kod zupčanika bez pomaka profila granični broj zubi - broj zubi kod kojeg još ne dolazi do podrezanosti korijena zuba je  $z = 17$ , odnosno praktično se može dopustiti mala podrezanost korijena pa je praktični granični broj zubi  $z = 14$ . Udaljavanjem alata od zupčanika, odnosno povećanjem pomaka profila smanjuje se opasnost od podrezivanja, na taj način mogu se izraditi zupčanici s brojem zubi manjim od 14, a da kod njih ne dolazi do podrezivanja, odnosno slabljenja zuba u korijenu.



- Pomak profila ne mijenja korak osnovnog profila, ni korak na diobenom krugu zupčanika pa proizlazi da se zupčanici s različitim pomacima profila mogu međusobno pravilno sprežati.

Zupčanici s pomakom profila se izvode radi sljedećih razloga:

- Mogućnost postizavanja standardnog osnog razmaka
- Mogućnost izrade zupčanika s manjim brojem zubi bez pojave podrezivanja
- Postizavanja boljih svojstava ozubljenja: npr. povećanje opteretivosti korijena i bokova zubi, povećanje stupnja prekrivanja, poboljšavanje uvjeta klizanja, izbjegavanje zašiljenosti zuba,...

### Kut zahvata

Iz uvjeta da debljine zuba na kinematskom krugu jednog zupčanika moraju biti jednake širini međuzublja njima sparenih zupčanika, može se izvesti temeljna jednadžba evolventnog zupčanja koja povezuje kut zahvata sa sumom pomaka profila spregnutih zupčanika:

$$\text{inv } \alpha_w = 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha_n + \text{inv } \alpha_n$$

Odavde se iteracijom lako može odrediti kut zahvata.

### Sparivanje zupčanika

Zupčani parovi mogu biti:

- Nula par - oba zupčanika se izvode bez pomaka profila
- V-nula par – suma faktora pomaka profila jednaka nuli
- V-par – suma faktora pomaka profila različita od nule
  - V-plus par - suma faktora pomaka profila veća od nule
  - V-minus par - suma faktora pomaka profila manja od nule

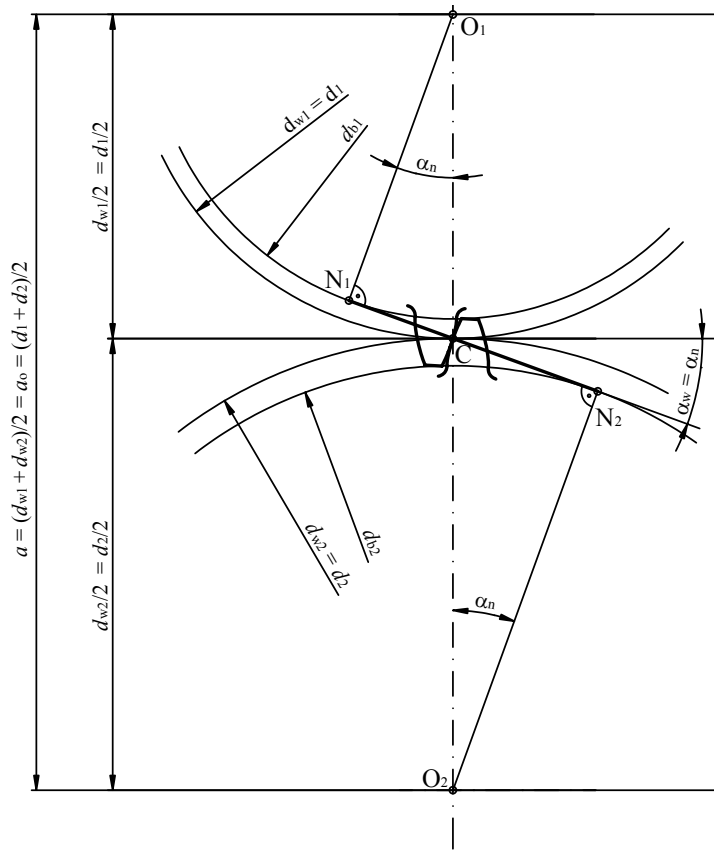
Opis slike sa sljedeće stranice:

Zahvatna linija je geometrijsko mjesto točaka dodira bokova zubi. Tangira obje temeljne kružnice u točkama  $N_1$  i  $N_2$ , a ujedno predstavlja okomice na tangente svih trenutnih točaka dodira i siječe spojnicu osi  $O_1O_2$  u kinematskom polu C. Dužina  $O_1C$  je prema tome kinematski promjer  $d_{w1}$ , a dužina  $O_2C$  kinematski promjer  $d_{w2}$ . Zahvatna linija zatvara s tangentom kinematskih kružnica u kinematskom polu pogonski kut zahvatne linije  $\alpha_w$ . Osni razmak općenito je jednak zbroju kinematskih polumjera, odnosno polovini zbroja kinematskih promjera (slika 4.1a i b).

Kada se radi o nula paru zupčanika, odnosno o paru zupčanika kod kojih su faktori pomaka profila jednaki nuli  $x_1 = x_2 = 0$ , odnosno o V-nula paru zupčanika, kod kojih je suma faktora pomaka profila jednaka nuli  $\sum x = x_1 + x_2 = 0$ , tada se u kinematskom polu dodiruju diobeni promjeri.

Na slici su prikazane promjene do kojih dolazi povećanjem osnog razmaka. Temeljni i diobeni promjeri ostaju isti, te su na taj način dobivene iste evolvente i nepromijenjen prijenosni omjer, a kinematski promjeri, i kut zahvatne linije se mijenjaju.

a) Nula par ( $x_1 = x_2 = 0$ ) i V-nula par ( $\sum x = x_1 + x_2 = 0$ )  
 b) V-plus par ( $\sum x = x_1 + x_2 > 0$ )

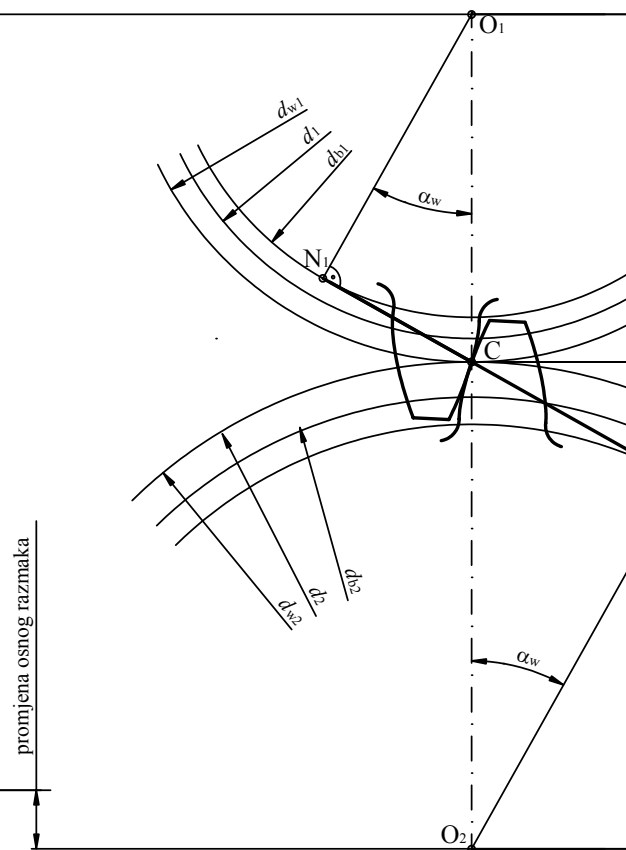


$$d_{w1} = d_1$$

$$d_{w2} = d_2$$

$$\alpha_w = \alpha_n$$

$$a = a_0 = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (0.1)$$



$$d_{w1} > d_1$$

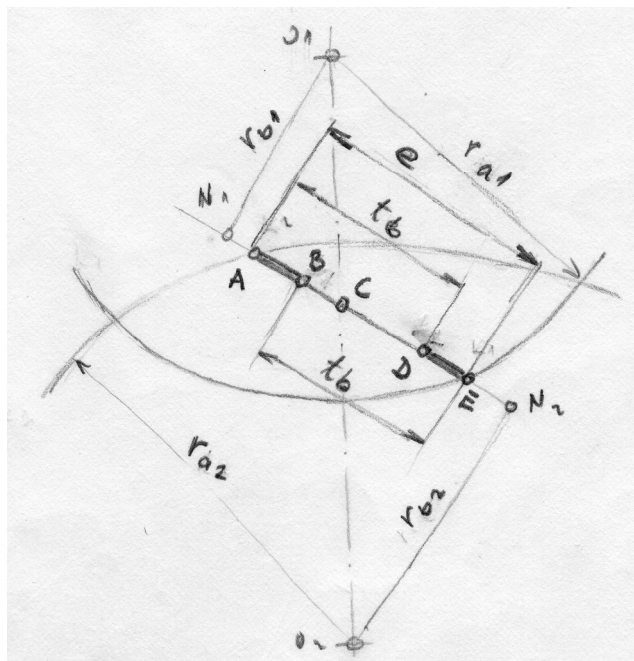
$$d_{w2} > d_2$$

$$\alpha_w > \alpha_n$$

$$a = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} > a_0 = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

## Prekrivanje profila

Znamo da se zahvat odvija po dodirnici  $N_1N_2$ , ali ne od  $N_1$  do  $N_2$ , već početak i kraj zahvata diktiraju promjeri krugova preko glava spregnutih zupčanika, jer zahvata na jednom zupčaniku ne može biti izvan krugova preko glave. Dakle, zahvat traje od točke A do točke E u kojima se sijeku krugovi preko glava. U trenutku kada zub zupčanika 2 uđe u zahvat (u točki A) s točkom boka zuba zupčanika 1 koja se nalazi na promjeru točke A, prethodni par zubi se dodiruje u točki zahvatne linije koja je za korak temeljnog kruga udaljena od tačke A. Dakle, tada su dva para zubi u zahvatu. To traje sve dotle dok spomenuti prethodni par zubi ne izađe iz zahvata u točki E. Tada se naš promatrani par zubi nalazi u točki (B) koja je za korak na temeljnom krugu udaljena od točke E. Dakle, od točke a do točke B svaki par zubi ima dvostruki zahvat, tj. profili su prekriveni. Slično se zaključuje i za područje zahvatne lijine od točke D do E. Jasno je da je između tih područja, od točke B do točke D područje jednostrukog zahvata.

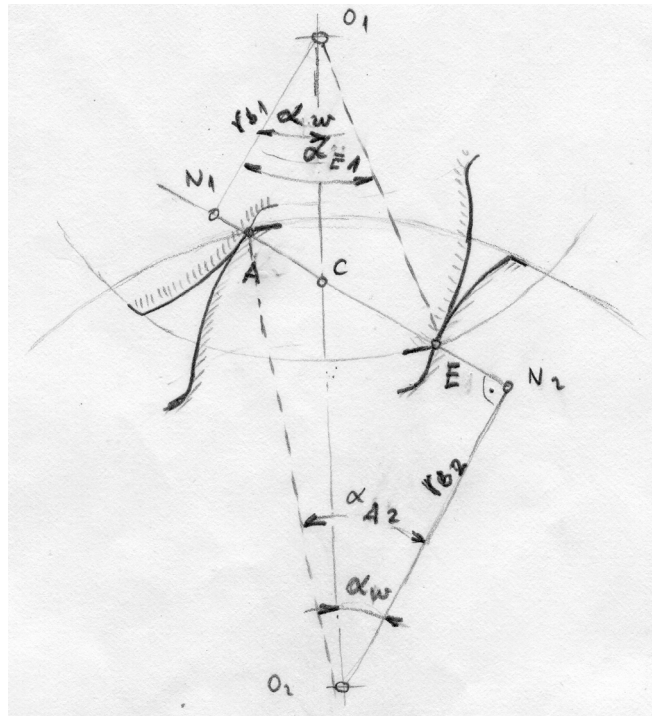


Područje dvostrukog zahvata mora postojati, inače nebi bilo kontinuiranog prijenosa gibanja s jednog na drugi zupčanik. Očiti uvjet za to je

$$e > t_b$$

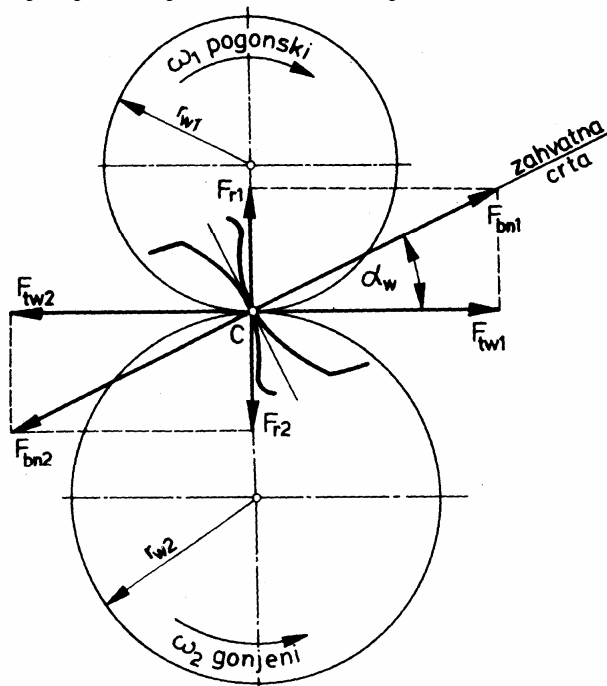
Omjer ovih dviju veličina naziva se stupanj prekrivanja profila

$$\varepsilon = \frac{e}{t_b} > 1.$$



### Sile na čelnicima s ravnim zubima

Normalna sila na zub  $F_{bn}$  djeluje u smjeru zahvatne linije u kinematskom polu C.



Normalna sila se rastavlja na obodnu i radijalnu komponentu. Obodna sila se računa iz okretnog momenta koji se prenosi:

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1}, \text{ gdje je okretni moment } T_1 = \frac{P}{\omega_1}$$

Iz slike je vidljivo da je radijalna sila:  $F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha_w$ .

Po zakonu akcije i reakcije slijedi:

$$F_{t1} = F_{t2}$$

$$F_{r1} = F_{r2}$$

$$F_{bn1} = F_{bn2}$$

Ove sile moraju prenijeti vratila i ležajevi.

### Nosivost (opteretivost) zupčanika

Tijekom predviđenog vijeka trajanja, zupčanici ne smiju pretrpjeti oštećenja. Uzroci nastajanja oštećenja su različiti, a najvažniji su: lom zuba u korijenu uslijed zamora materijala i rupičenje bokova zubi.

### Rupičenje bokova zubi

Pri prijenosu snage bokovi zubi se međusobno relativno gibaju. Pri ovom gibanju dolazi do pojave kontaktnog (Hertzovog) pritiska na dodirnim površinama. Zbog ovog pritiska, ovisno o stanju hrapavosti površine, te o čvrstoći bokova, kapljice maziva bivaju utisnute u mikropukotine i dolazi do razaranja površine. Tijekom rada, ove se rupice povećavaju, površina zuba se sve više oštećuje, dolazi do grešaka geometrije, te na kraju do loma zuba.

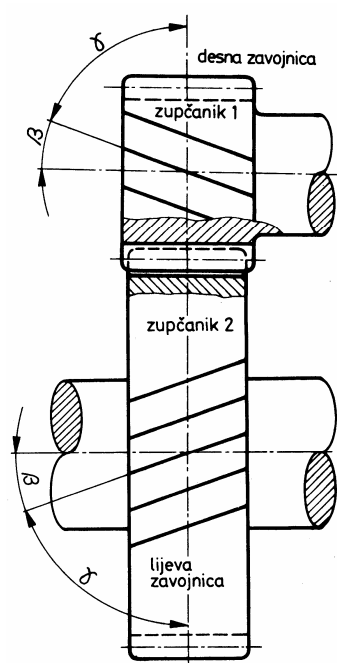
Pojava rupičenja je najizraženija u području oko diobenog (kinematskog) promjera, jer su tu najveći kontaktni pritisci.

### Lom zuba u korijenu uslijed zamora materijala

Obzirom na način opterećenja zuba i njegov oblik, zub se može pojednostavljeno predstaviti kao konzolno uležišteni nosač. Opterećenje predstavlja normalna sila  $F_{bn}$ , s hvatištem koje se pomiče, ovisno o trenutnoj točki dodira zupčanog para.

Osim intenziteta opterećenja i samog oblika zuba, na lom u korijenu nepovoljno utječu i pogrešna toplinska obrada, koncentracija naprezanja u korijenu, greške u materijalu, itd.

### Čelnici s kosim zubima



Čelnici s kosim zubima u odnosu na čelnice s ravnim zubima imaju slijedeće prednosti:

- Zubi postepeno ulaze u zahvat. Zahvat počinje na jednoj strani zuba i postepeno se širi po cijeloj širini zuba.
- U zahvatu se istovremeno nalazi veći broj zubi.
- Zubi se opterećuju postepeno, tako da je rad tiši.
- Moguća je veća opteretivost.
- Granični broj zubi (zbog podrezivanja korijena) je manji.

Nedostatak je pojavljivanje aksijalne komponente sile, koju mora preuzeti vratilo i ležajevi, pa problem uležištenja postaje složeniji.

Kut nagiba boka zuba  $\beta$  se definira u odnosu na os.

Dva čelnika s kosim zubima u zahvatu imaju suprotne kutove nagiba boka zuba  $\beta$ . Ako na primjer pogonski zupčanik ima desni kut nagiba boka, onda gonjeni zupčanik ima lijevi kut nagiba boka.

Kut nagiba boka zuba  $\beta$  se kreće između  $8^\circ$  i  $20^\circ$ . Kod vrijednosti manjih od  $8^\circ$  gubile bi se gotovo sve prednosti koje pružaju čelnici s kosim zubima, a kod vrijednosti većih od  $20^\circ$  aksijalna sila bi bila prevelika.

Kod čelnika s kosim zubima parametri ozubljenja se mogu promatrati u dva presjeka: čeonom (ravnina okomita na os rotacije) i normalnom (ravnina okomita na bok zuba).

### Konični zupčanici

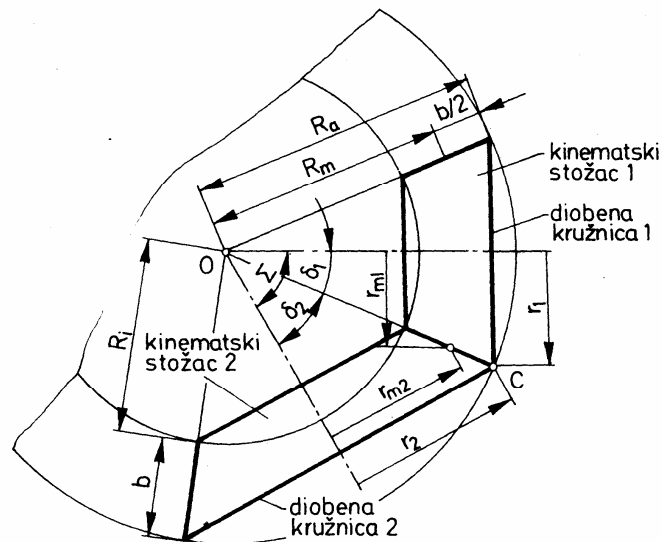
Najčešće se koriste za prijenos snage i gibanja pod pravim kutem, a bočna linija im može biti ravna, kosa ili zakrivljena.

Kinematske površine su im stošci na kojima se vrši valjanje bez klizanja.

Zbog složene geometrije dosta su osjetljivi na točnost izrade, montaže i odstupanje od pravilnog položaja osi. Često se učvršćuju i konzolno, pa se javlja opasnost od progiba vratila.

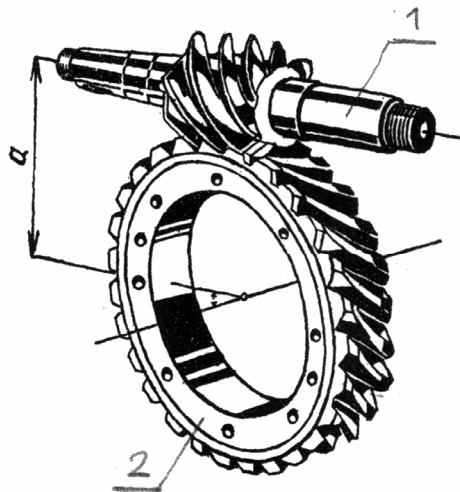
$d_1$  i  $d_2$  su kutevi izvodnica diobenih stožaca i najčešće je  $\delta_1 + \delta_2 = \Sigma = 90^\circ$  u tom slučaju je:

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{i} \text{ i } \tan \delta_2 = i \text{ gdje je } i \text{ prijenosni omjer.}$$



### Pužni prijenosnici

Pužni prijenosnici se sastoje od puža (pužnog vijka) (1) i pužnog kola (2) čije se osi mimoilaze, obično pod kutem od  $90^\circ$ , ali može biti i pod kutem različitim od  $90^\circ$ . Puž može biti smješten iznad ili ispod pužnog kola, koje može biti horizontalno ili vertikalno.



Prednosti pužnih prijenosnika:

Vrlo veliki prijenosni omjeri (do  $i \leq 100$ );  $P_1$  do 1000 kW,  $n_1$  do 40000  $\text{min}^{-1}$ .

Tihi rad prijenosnika, jer kod pužnih prijenosa nema valjanja zuba po zubu, nego samo klizanja zuba po zubu.

Visoka opteretivost, jer je istovremeno u zahvatu veći broj zubi.

Mogući su samokočivi prijenosi, kada je kolo pogonsko, ali u tom slučaju znatno lošiji stupanj djelovanja  $\eta \leq 50\%$ .

Manji su i lakši od prijenosnika s cilindričnim i koničnim zupčanicima.

Nedostaci:

Stupanj djelovanja manji od stupnja djelovanja prijenosnika s cilindričnim i koničnim zupčanicima.

Zahtjeva precizno izradu, fine i glatke površine – brušenje.

Zbog niske iskoristivosti razvija se toplina koju treba odvesti prisilnim hlađenjem (ventilator).