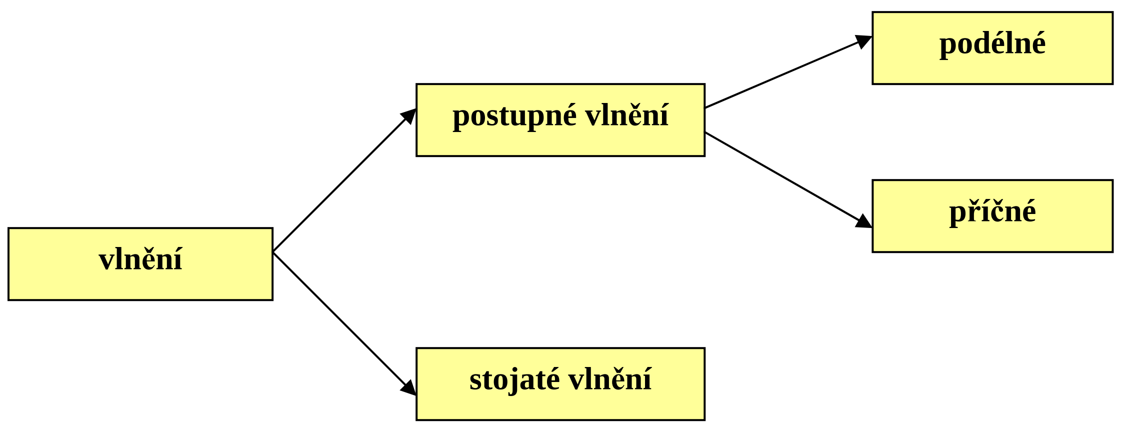
6. Vlnění

V předchozí části jsme se zabývali kmitavým pohybem, skládáním a rozkladem kmitů. Nyní již víme, že okamžitá výchylka kmitavého pohybu je funkcí času. Avšak vlnění, na rozdíl od kmitavého pohybu, je funkcí jak času, tak i prostoru. Můžeme tedy říci, že vlnění je kmitavý pohyb přenášený prostorem. Vzruch, který nám vlnění způsobuje, se z místa zdroje šíří prostředím konečnou rychlostí, která je závislá na fyzikálních vlastnostech prostředí. Důležité je při tom to, že částice se trvale nepřemisťují, tj. nepohybují se ve směru šířícího se vzruchu, nýbrž pouze kmitají kolem svých rovnovážných poloh.

Uveďme si nyní několik základních pojmů. Body prostředí, ve kterých částice nekmitají, ale zůstávají ve svých rovnovážných polohách se nazývají uzly. Naopak body, v nichž částice kmitají kolem svých rovnovážných poloh s maximální výchylkou nazýváme kmitny. Místa, do nichž dospěje vlnění při svém šíření za určitou stejnou dobu, leží na ploše, kterou nazýváme vlnoplocha. Směr šíření vlnění je kolmý na tuto vlnoplochu.

Základním principem v teorii vlnění je tzv. Huygensův princip, který nám říká:
Vlnění se šíří prostředím tak, že každý bod, do něhož vlnění dospěje, se stává novým zdrojem elementárního vlnění. Tento bod se tedy stává středem další elementární vlnoplochy, a tak vlnění postupuje k dalším bodům. Pro lepší orientaci rozdělujeme vlnění podle některých charakteristik na vlnění stojaté a na vlnění postupné. Postupné vlnění dále dělíme na postupné vlnění podélné a postupné vlnění příčné (viz. následující schéma).



6.1. Postupné vlnění

Jak již bylo uvedeno, postupné vlnění rozdělujeme na

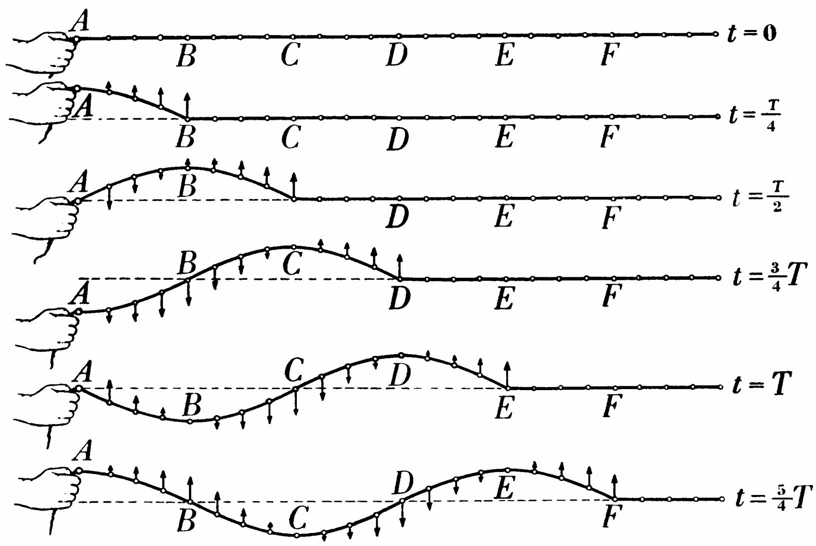
A) příčné

U příčného vlnění je okamžitá výchylka kolmá na směr šíření vlnění, jak je patrné z obrázku 6.1. Příkladem postupného vlnění jsou například vlny na vodní hladině.

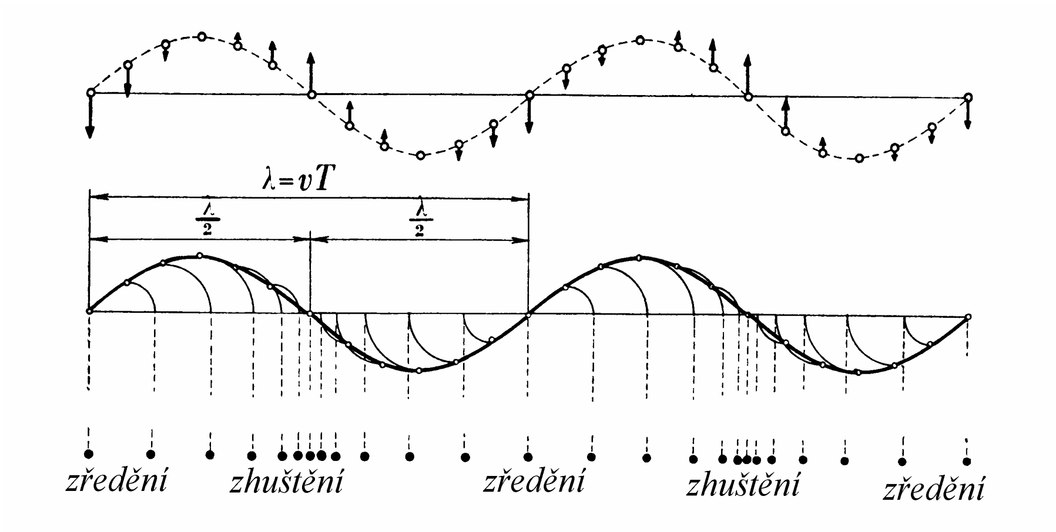
B) podélné

Při podélném vlnění má výchylka stejný směr jako je směr šíření vlnění. S podélným vlněním se setkáváme například při šíření zvukové vlny ve vzduchu. Při tomto jevu dochází totiž k postupnému zřeďování a zhušťování vzduchu, což je přesně ten případ, který nám popisuje podélné vlnění. Grafické znázornění šíření tohoto typu vlnění je na následujícím obrázku 6.2.

Na závěr ještě uveďme, že v tuhých tělesech se může šířit vlnění příčné i podélné, ale v kapalinách a v plynech existuje pouze vlnění podélné.



obr. 6.1



obr 6.2

6.2. Rovnice postupného vlnění

Také vlnění můžeme popsat pomocí poměrně jednoduché a dobře zapamatovatelné rovnice. Vyjděme ze situace na obrázku 6.3, na kterém sledujme zejména dva body. Bod A je zdrojem vlnění, které se šíří prostředím do bodu B ve vzdálenosti x od bodu A. Rychlost šíření vlnění nechť je v. Kmitavý pohyb bodu A můžeme popsat nám již dobře známou rovnicí pro kmitavý pohyb (počáteční fáze nechť je rovna nule).

$$y = A.\sin(\omega t)$$

Dle Huygensova principu se rozruch z bodu A za čas t' rozšíří do bodu B ve vzdálenosti x, přičemž

$$x = v.t'$$

Do bodu B tedy vlnění dorazí o dobu t' později. Rovnice kmitavého pohybu v tomto bodě bude mít tedy tvar

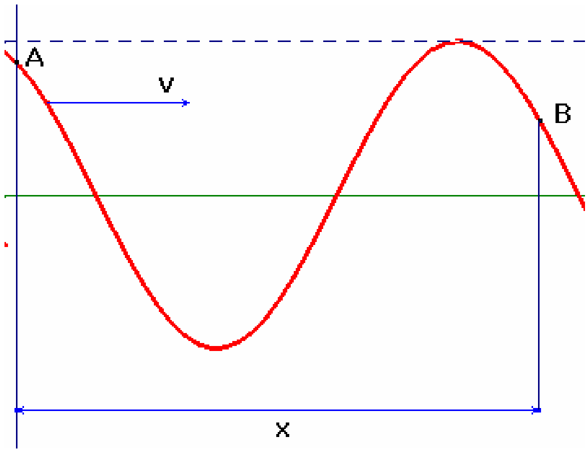
$$y = A.\sin\omega(t - t')\ .$$

Tuto rovnici můžeme upravit na tvar

$$y = A.\sin\omega(t - \frac{x}{v})$$

$$y = A.\sin(\omega t - \omega\frac{x}{v})$$

$$y = A.\sin(\omega t - \frac{\omega}{v}x)\ .$$



obr. 6.3

Nakonec zavedeme substituci

$$\boxed{k = \frac{\omega}{v}}$$

a máme výsledný tvar rovnice pro vlnění

$$\boxed{y = A.\sin(\omega t - kx)}$$

Konstantu k nazýváme vlnový vektor. Vidíme, že výchylka je již na rozdíl od kmitání i funkcí polohy.

Vzdálenost dvou sousedních bodů, které kmitají se stejnou fází, se nazývá vlnová délka λ, pro kterou platí vztah

$$\boxed{\lambda = \mathrm{v} \cdot \mathrm{T}}$$

kde T je perioda vlnění.

Užitím tohoto vzorce můžeme vyjádřit rovnici vlnění i v jiném tvaru. Vyjdeme ze stejného vztahu jako v předchozím případě , tedy z platnosti

$$y = A.\sin\omega(t - t')$$

který upravujeme:

$$y = A.\sin\frac{2\pi}{T}(t - t')$$

$$y = A.\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{t'}{T}\right)$$

V tomto okamžiku užijeme zmiňovaný vztah a získáváme

$$y = A.\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{t'}{\frac{\lambda}{v}}\right)$$

$$y = A.\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{t'v}{\lambda}\right)$$

a konečně

$$\boxed{y = A.\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

Toto je druhá možnost zápisu vlnění.

Obecně lze říci, že průběh každého vlnění v prostoru se souřadnicemi x, y, z a t nám popisuje tzv. vlnová rovnice. Její diferenciální tvar má následující podobu:

$$\boxed{\Delta u = \frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}}$$

nebo-li (při rozepsání do souřadnic)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Znak Δ je operátor laplace, u je hledaná vlnová funkce (pro nás ve většině případů okamžitá výchylka daného bodu z jeho rovnovážné polohy).

6.3. Shrnutí

Rovnice vlnění:

$$y = A.\sin(\omega t - kx)$$

$$y = A.\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Vlnový vektor

$$k = \frac{\omega}{v}$$

Vlnová rovnice

$$\Delta u = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Vlnová délka

$$\lambda = v \cdot T$$

Příklad:

Jaká je vlnová délka, amplituda, frekvence a rychlost postupné vlny, dané rovnicí $u = 0{,}001 \cdot \sin 870\pi\left(t - \frac{x}{340}\right)$. Rozměry jsou udány v metrech.

Řešení:

Abychom mohli danou rovnici porovnat s rovnicí v obecném tvaru, upravíme ji do tvaru:

$$u = 0{,}001 \cdot \sin 2\pi\left(435 \cdot t - \frac{435 \cdot x}{340}\right) = 0{,}001 \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{\frac{1}{435}} - \frac{x}{\frac{340}{435}}\right).$$

Z toho vyplývá $\lambda = \frac{340}{435} = 0{,}782\ \mathrm{m}$, A_0=0,001 m, $T = \frac{1}{435} = 2{,}29 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}$. A nyní již lehce můžeme určit $f = \frac{1}{T} = 435\ \mathrm{Hz}$, $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}782}{2{,}29 \cdot 10^{-3}} = 340\ \mathrm{ms}^{-1}$.

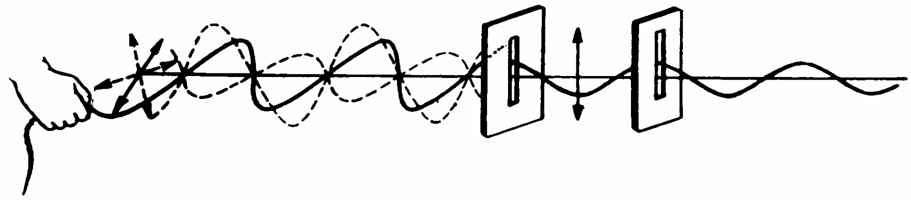
Odpověď:

Vlnová délka je 0,782 m, amplituda 0,001 m, frekvence 435 Hz a rychlost 340 ms^{-1}.

6.4. Skládání vlnění

Skládání vlnění je obdobný proces jako skládání kmitavých pohybů**.**

Skládání vlnění se řídí principem superpozice a mluvíme o tzv. interferenci vlnění. Při interferenci dochází na některých místech k zesílení vlnění (zvětšení okamžité výchylky) a na jiných k zeslabení. Výsledné vlnění je v každém místě obecně dáno vektorovým součtem jednotlivých kmitů, obdobně jako je tomu u kmitavého pohybu. Jsou-li příslušné vlny lineárně polarizovány (viz obrázek 6.4 - tzn. všechna skládaná vlnění se šíří v jedné a téže rovině), přejde součet vektorový v algebraický.



obr 6.4.

6.5. Skládání koherentních vlnění

Skládáme-li koherentní vlnění, znamená to, že skládáme vlnění se stejnou frekvencí, se stejným směrem a se stejnou fází (nebo se stálým rozdílem fází). Nechť první vlnění je možno popsat rovnicí

$$y_1(x,t) = A_1 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right)$$

druhé pak

$$y_2(x,t) = A_2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

Výsledná velikost amplitudy A je dána, obdobně jako při skládání kmitavého pohybu, vztahem :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \,. \qquad / * /$$

Tento vztah se pokusíme dále upravit. Předpokládejme, že v bodě A o souřadnici x_1 má vlnění fázi φ_1, v bodě B o souřadnici x_2 má vlnění fázi φ_2. Zkoumejme nyní čas, který uběhne za dobu, než se vlnění rozšíří z bodu A do bodu B. Zřejmě platí vztahy

$$t = \frac{x_1 - x_2}{v}$$

a

$$t = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\omega}$$

které můžeme porovnat

$$\frac{x_1 - x_2}{v} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\omega}$$

Tuto rovnici chvilku upravujeme:

$$x_1 - x_2 = v\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\omega}$$

$$x_1 - x_2 = v\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\frac{2\pi}{T}}$$

$$x_1 - x_2 = vT\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2\pi}$$

$$x_1 - x_2 = \lambda\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2\pi}$$

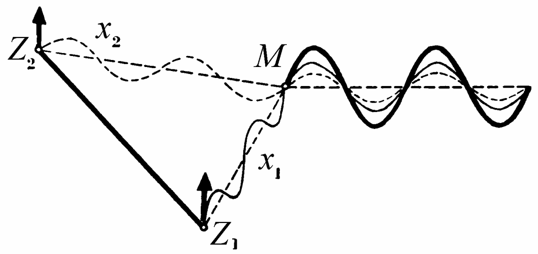
odkud již plyne

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda}$$

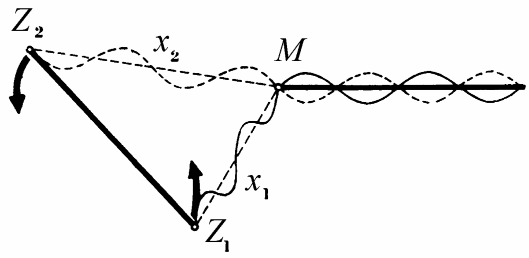
Vztah (*) pak může mít tvar

$$\boxed{A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}}}$$

Jak je vidět, amplituda výsledného vlnění nezávisí tady jen na amplitudách dílčích vln, ale také na vzdálenosti $(x_2 - x_1)$ dvou bodů v níž mají obě vlnění stejnou fázi. Tuto vzdálenost nazýváme dráhový rozdíl. Tato závislost je patrná i z obrázku 6.5., kde se vlny potkávají tak, že se vlnění zesiluje, a z obrázku 6.6. kde se naopak zeslabuje.



obr. 6.5.



obr. 6.6

Obecně platí tato pravidla, na základě kterých můžeme rozhodnout o tom, zda se vlnění zesiluje anebo zeslabuje:

1) Je-li dráhový rozdíl $x_2 - x_1$ roven celistvému počtu vln, pak se obě vlnění potkala se stejnou fází a amplituda výsledné vlny nabývá svého maxima. Toto lze matematicky formulovat takto:

$$x_2 - x_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$$
$$A = A_1 + A_2$$

2) Je-li dráhový rozdíl $x_2 - x_1$ roven lichému násobku poloviny vlnové délky, pak se obě vlnění setkala s opačnou fází a amplituda výsledné vlny nabývá svého minima. Toto tvrzení lze zapsat vztahem

$$x_2 - x_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
$$A = A_1 - A_2$$

6.6. Stojaté vlnění

Stojaté vlnění vzniká skládáním dvou postupných vlnění stejné amplitudy a vlnové délky, které se šíří proti sobě, například skládáním vlny postupující ke konci bodové řady s vlnu odraženou na jejím konci. V přírodě je to například vlna, která se odráží od břehu zpět do rybníka a obě dvě vlny (původní i odražená) se skládají.

Stojaté vlnění je tedy důležitý případ interference dvou postupných vlnění stejné amplitudy a vlnové délky, které se šíří proti sobě. Mějme vlny o rovnicích

$$y_1 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$y_2 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

Výchylka výsledného vlnění vzniklého interferencí obou postupných vln bude dána součtem

$$y = y_1 + y_2$$

přičemž využijeme obecného matematického vztahu

$$u = 2\cos\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$$

Dosazením a úpravou získáme výsledný matematický předpis pro stojaté vlnění

$$\boxed{y = 2A\cos\frac{2\pi \cdot x}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{T}t}$$

Je zřejmé, že můžeme zavést pojem amplitudy v daném bodě. Amplituda A_x výsledné vlny v místě x je dána vztahem:

$$A_x = 2A\cos\frac{2\pi \cdot x}{\lambda}$$

Podle toho, zda je konec bodové řady (příkladem je například provaz, který na jednom konci rozkmitáváme pohybem ruky nahoru a dolů), po které se vlnění šíří pevný nebo volný, rozlišujeme tři případy:

1) Jsou-li oba konce pevné, vzniknou stojaté vlny, které budou mít na obou koncích uzly (příkladem je struna nebo oboustranně uzavřená trubice). V tomto případě je délka bodové řady rovna celistvému násobku půlvlny, tedy lze psát

$$l = k\frac{\lambda}{2}$$

Odtud po využití vztahu

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

pro přípustné hodnoty frekvencí platí

$$f = k \cdot \frac{v}{2l}$$

kde *v* je rychlost vlnění a *l* je délka bodové řady.

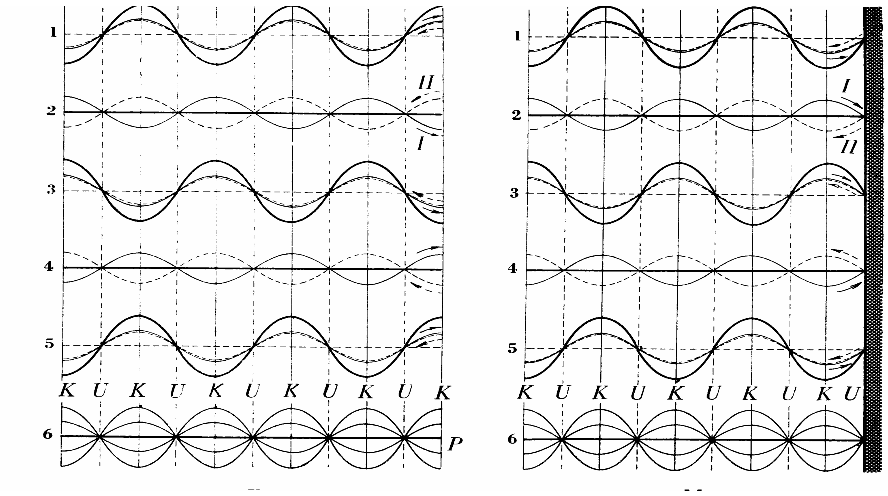
2) Jsou-li konce bodové řady volné, budou mít stojaté vlny na obou koncích kmitny (oboustranně otevřená trubice), takže délka řady je opět rovna celistvému násobku půlvlny a přípustné frekvence bodové řady jsou shodné jako v předchozím případě.

3) Je-li jeden konec volný a druhý pevný, pak na volném konci vznikne kmitna a na pevném uzel (trubice uzavřená na jednom konci). V tomto případě je délka bodové řady rovna lichým násobkům čtvrtiny vlnové délky, takže frekvence vlnění budou

$$f = (2k - 1) \cdot \frac{v}{4l}$$

k je ve všech případech přirozené číslo.

A jaký je vlastně základní rozdíl mezi vlněním postupným a stojatým? Při postupném vlnění kmitají všechny body řady se stejnou amplitudou, avšak s různou fází, tzn. každý následující bod kmitá o něco později než bod předcházející. Fáze se šíří rychlostí vlnění (tzv. fázovou rychlostí). Zato při stojatém vlnění kmitají všechny body se stejnou fází ve všech bodech vzdálených o vlnovou délku a s opačnou fází v bodech vzdálených o půl vlnové délky. Amplitudu mají však různou, periodicky závislou na poloze bodu. Některé body mají trvale amplitudu největší (tato místa nazýváme kmitny), jiné mají amplitudu trvale rovnou nule (tzv. uzly). Příklady jsou uvedeny na obrázku 6.7.



obr. 6.7.

6.7. Vlnění na tělesech

Jak jsme již řekli v předchozí části, rychlost šíření vlnění je pro různá tělesa a prostředí různá, a proto si nyní uvedeme některé vztahy pro rychlosti šíření v nejběžnějších tělesech a prostředích:

A) rychlost šíření vlnění na struně o délce *l* a hmotnosti *m*

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$$

kde *F* je síla, kterou je struna napnuta.

B) rychlost šíření příčných vln v tenké tyči o hustotě ρ

$$v_{\text{příč.}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

kde *G* je modul pružnosti ve smyku.

C) rychlost šíření podélných vln v tenké tyči o hustotě ρ

$$v_{\text{podél}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

kde *E* je Yongův modul pružnosti.

D) rychlost šíření podélného vlnění v kapalinách

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

kde K je modul objemové pružnosti a ρ je hustota prostředí.

E) rychlost šíření podélného vlnění v plynech

$$v = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

kde κ je Poissonova konstanta a p je tlak plynu.

S využitím vztahu

$$\lambda = c.T$$

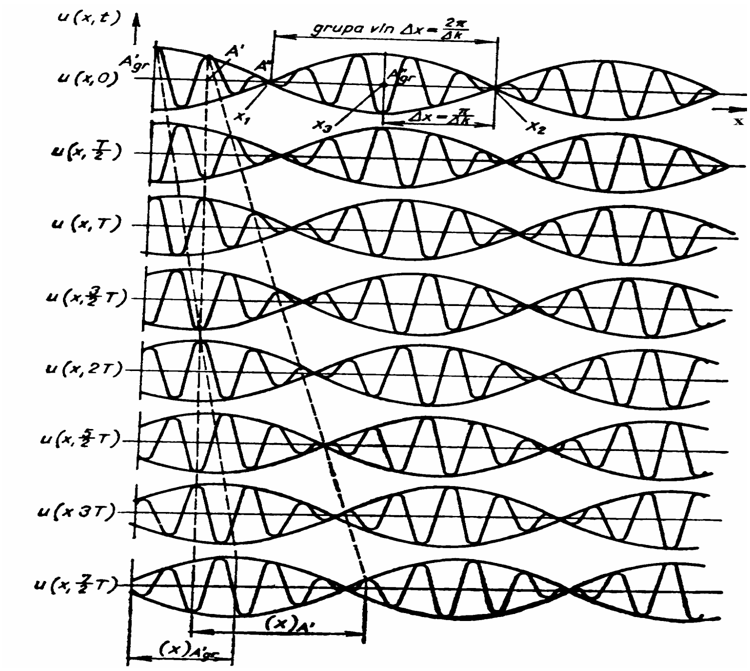
umíme z výše uvedených vzorců jednoduše získat předpisy pro výpočet odpovídajících frekvencí.

6.8. Skládání vlnění blízkých frekvencí

Nyní se blíže podíváme na vlnění, které vznikne interferencí dvou shodně lineárně polarizovaných harmonických vln, šířících se touž bodovou řadou, jehož vlnové délky a úhlové frekvence se jen málo od sebe liší. Amplituda jednotlivých vln, z nichž se výsledné vlnění skládá, není stejná (viz. obr. 6.8.), ale je závislá na vzdálenosti od počátku soustavy souřadné.

Výsledné vlnění se rozkládá na jednotlivé skupiny neboli grupy, které sahají od místa, v němž je v daném okamžiku výchylka nulová, k dalšímu takovému místu. Tyto grupy se šíří tzv. grupovou rychlostí, která je definovaná vztahem

$$\boxed{v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}}$$



obr. 6.8.

Naproti tomu, výsledné vlnění se šíří rychlostí, která je dána podílem průměrné úhlové frekvence ω jednotlivých vln a průměrného vlnového vektoru k a nazýváme ji fázovou rychlostí. Pro tu tedy lze psát

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

Tyto rychlosti nemusí být číselně shodné, obecně může být v_{gr} větší nebo menší než v_f podle toho, jak se mění v_f v závislosti na vlnové délce. Tuto závislost nám popisuje tzv. Rayleighův vztah

$$v_{gr} = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda}$$

Ze vztahu vyplývá, že je-li v_f stejná pro všechny vlnové délky (tedy jest to konstantní funkce proměnné λ), je derivace rovna nule a pak platí, že $v_f = v_{gr}$.

6.9. Energie vlnění

Jak již víme, vlněním se prostorem přenáší energie. Přenos této energie vyjadřujeme kvantitativně veličinou, kterou nazýváme intenzita vlnění. Lze pro ni odvodit vztah

$$\boxed{I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2}$$

kde ρ je hustota prostředí a v je rychlost šíření vlnění o úhlové frekvenci ω a amplitudě A. Intenzita vlnění nám udává, jaká energie prošla jednotkovou plochou kolmou na směr šíření vlnění za jednotku času.

Dále zavádíme veličinu nazývanou akustický tlak. Mezi intenzitou vlnění a amplitudou akustického tlaku p_{max} platí vztah:

$$\boxed{I = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{max}^2}{\rho \cdot v}}$$

Použijeme-li místo amplitudy akustického tlaku p_{max} jeho efektivní hodnotu $p_{ef} = \frac{p_{max}}{\sqrt{2}}$, dostaneme, lze psát také vztah

$$\boxed{I = \frac{p_{ef}^2}{\rho \cdot v}}$$

Jelikož rozsah intenzit vlnění běžných v přírodě je velký, zavádíme další veličinu, tzv. hladinu intenzity B, definovanou vztahem

$$\boxed{B = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}}$$

kde I_0 je tzv. referenční hodnota (práh slyšitelnosti), pro kterou platí $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{Wm^{-2}}$. Hladinu intenzity udáváme v decibelech. Fyzikální význam 1 belu nám říká, že je to rozdíl dvou hladin intenzity, jejichž poměr intenzit je roven deseti. Hodnota I_0 přibližně odpovídá prahové hodnotě lidského sluchu pro tón o kmitočtu 1 kHz.

6.10. Shrnutí

Amplituda výsledného vlnění vzniklého interferencí dvou vlnění

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}}$$

Podmínka pro maximum při interferenci vlnění

$$x_2 - x_1 = 2k\frac{\lambda}{2}$$

Podmínka pro minimum při interferenci

$$x_2 - x_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Rovnice stojatého vlnění

$$y = 2A\cos\frac{2\pi \cdot x}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{T}t$$

Grupová rychlost

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$$

Fázová rychlost

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

Rayleighův vztah

$$v_{gr} = v_f - \lambda\frac{dv_f}{d\lambda}$$

Intenzita vlnění

$$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Hladina intenzity

$$B = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0}$$

Příklad

Stojaté vlnění vzniklo interferencí dvou vln se stejnými frekvencemi f = 475 Hz. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je 1,5 metru. Určete rychlost šíření tohoto vlnění.

Řešení:

f = 475 Hz, x = λ/2 = 1,5 m, v = ?

Víme, že platí vztah $\lambda = v.T = \frac{v}{f}$. Vlnová délka vlnění je 3 metry. Z tohoto vzorce tedy vyjádříme rychlost a dosadíme:

$$v = \lambda \cdot f = 2 \cdot 475 \cdot 1{,}5 = 1425 ms^{-1}.$$

Odpověď:

Rychlost šíření vlnění je 1425 ms^{-1}.

Příklad

Měděný drát elektrického vedení o délce 10 m a průměru 2 mm je napnut silou 400N. Jakou nejnižší slyšitelnou frekvenci může vydávat (předpokládáme zdravé ucho)?

Řešení:

Frekvenci vlnění vydávaného strunou spočteme podle vztahu:

$$f = k \cdot \frac{v_z}{2 \cdot l}, \qquad \text{kde } v_z = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}.$$

Protože $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot l$, můžeme psát

$$f = \frac{k}{l \cdot d} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \rho}}$$

a po dosazení získáváme $f = k \cdot 6\ Hz$.

Odpověď:

Protože zdravé lidské ucho je schopno přijímat tóny o frekvenci v rozmezí od 16 Hz do 20 kHz, nejnižší slyšitelná frekvence bude pro k=3, a to 18 Hz.

Příklad

Jaký je vyzařovaný výkon zvukového zdroje o malých rozměrech (bodový zdroj), je-li ve vzdálenosti 100 m od něho tlaková amplituda ve vzduchu 0,1 Pa? Úlohu řešte za předpokladu, že intenzita zvuku je ve všech směrech stejná a že útlum je zanedbatelný. Akustický vlnový odpor (akustická impedance) vzduchu je 415 kg.m^{-2}.s^{-1}.

Řešení:

r = 100 m, p_{max} = 0,1 Pa, $\sigma \cdot v_Z = 415\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, P = ?

Elementární vyzářený akustický výkon *dP* zdroje je roven:

$$dP = I \cdot dS\,;$$

celkový výkon *P* vyzářený zdrojem do okolí

$$P = \int_{(S)} I \cdot dS\,.$$

Podle předpokladu je intenzita zvuku ve všech směrech stejná, pak:

$$P = I \cdot 4\pi \cdot r^2\,.$$

Intenzita *I* zvuku závisí na amplitudě p_{max} akustického tlaku vztahem:

$$I = \frac{p_{max}^2}{2 \cdot \sigma \cdot v_Z}\,.$$

Po dosazení do předchozí rovnice vychází pro výkon zdroje hodnota

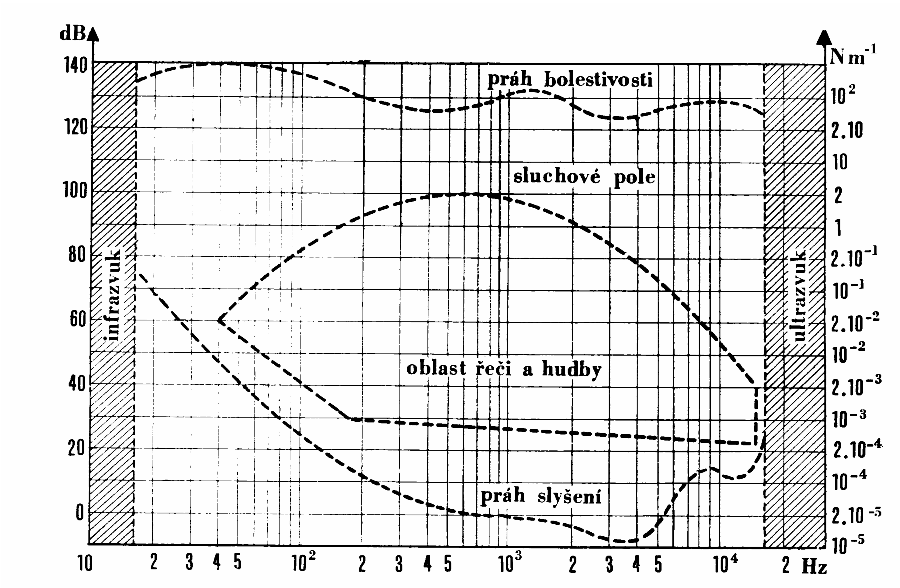
$$P = \frac{2\pi \cdot p_{max}^2 \cdot r^2}{\sigma \cdot v_Z} = \frac{2\pi \cdot 10^{-2} \cdot 10^4}{415} = 1{,}51\,\mathrm{W}\,.$$

Odpověď:

Výkon akustického zdroje je přibližně 1,5 wattu.

6.11. Zvuk

Zvukem rozumíme uspořádaný kmitavý pohyb molekul, přenášený působením sil, jimiž molekuly na sebe vzájemně působí. Zvukem tedy nazýváme vlnění molekul, které je příčinou sluchového vjemu. Pásmo slyšitelnosti pro lidské ucho je přibližně v rozsahu frekvencí od 16 Hz do 20 kHz. Tyto hranice jsou však pouze orientační a s rostoucím věkem se šíře intervalu postupně zmenšuje.



obr. 6.9.

Zvuková vlna je dána střídavým zhušťováním a zřeďováním vzduchu nebo jiného prostředí, v němž postupuje rychlostí závislou na okamžitých podmínkách (tlak, teplota, vlhkost,...). Rychlosti šíření tohoto vlnění (fázové rychlosti) říkáme rychlost šíření zvuku. Jak jsme již řekli, zvukové vlny se šíří různými prostředí různou rychlostí, přičemž se zeslabují. Zvuk se šíří podélným typem vlnění, při kterém kmitají jednotlivé částice prostředí uspořádaně kolem jistých středních poloh. Vychýlení u objemového elementu prostředí ze střední polohy při vlnění nazýváme akustickou (zvukovou) výchylkou. Pro tuto výchylku lze psát podobný vztah jako pro jiné druhy vlnění

$$u = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{v_z} \right)$$

kde A je amplituda akustické výchylky a v_z je rychlost zvuku. Neabsorbuje-li se rovinná vlna s rostoucí vzdáleností od zvukového zdroje, má amplituda akustické výchylky konstantní hodnotu. Proměnná rychlost v_a, kterou uspořádaně kmitají částice kolem svých středních poloh, se nazývá akustická (zvuková) rychlost. Tu lze vyjádřit vztahem

$$v_a = \frac{\partial u}{\partial t} = A \cdot \omega \cdot \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_z} \right) = v_0 \cdot \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_z} \right)$$

kde $v_0 = A \cdot \omega$ je amplituda akustické rychlosti.

Podobně bychom zavedli i zrychlení objemového elementu, ale příčinou zrychlení je změna akustického tlaku, pro který platí:

$$p_a = p_0 \cdot \cos \omega \left(t - \frac{x}{v_z} \right)$$

kde $p_0 = \rho \cdot v_z \cdot \omega \cdot A = \rho \cdot v_z \cdot v_0$ je amplituda akustického tlaku a rychlost zvuku v_z je dána výše uvedenou rovnicí.

6.12. Ultrazvuk

Ultrazvukem nazýváme zvukové vlny s frekvencemi řádově od 20 kHz do 10^{10} kHz. Ultrazvuk s frekvencemi vyššími než 10^9 Hz bývá někdy nazýván hyperzvukem. K buzení ultrazvuku se používá mechanických nebo elektromechanických generátorů. Nízkofrekvenčním mechanickým generátorem ultrazvukových vln o relativně velké intenzitě je siréna. Nejčastěji se však používají magnetostrikční a piezoelektrické elektromechanické generátory.

A) Magnetostrikční generátory

Magnetostrikční generátory se používají pro buzení ultrazvuku s frekvencemi do 200 kHz. Tyto přístroje jsou založeny na využití magnetostrikčního jevu, při němž u feromagnetik vložených do střídavého elektromagnetického pole dochází ke změnám tvaru i objemu. Jestliže se feromagnetikum zmagnetovává v periodicky se měnícím magnetickém poli, vznikají v něm nucené mechanické kmity, které jsou zdroji ultrazvuku. Kdybychom použily v magnetostrikčním generátoru ocelové tyče, pro kterou je rychlost podélných vln 5000 m/s, dostali bychom pro její frekvenci základního tónu vztah

$$f = \frac{2{,}5 \cdot 10^3 \cdot k}{l}$$

kde *l* je délka tyče.

B) Piezoelektrickými generátory

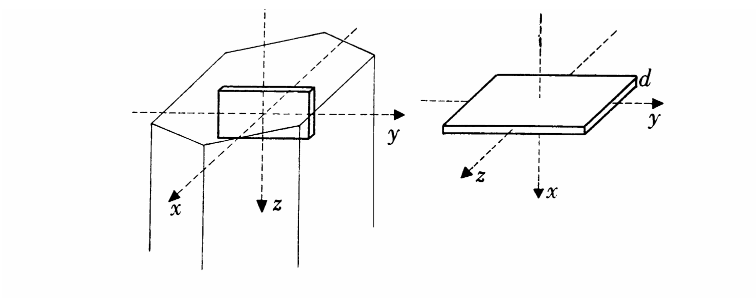
Piezoelektrickými generátory lze budit ultrazvukové kmity s frekvencemi do 50 MHz. Jsou založeny na tom, že některé krystaly (viz obr., např. křemen, mění své délkové rozměry působením elektrického pole. Piezoelektrická destička ve střídavém elektrickém poli koná nucené mechanické kmity, které generují ultrazvuk o stejné frekvenci jako má budící pole. Frekvenci těchto kmitů lze popsat vztahem

$$f = \frac{1}{2\,d} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

kde *E* je Yongův modul pružnosti, ρ je hustota prostředí a *d* je tloušťka destičky. Elektrické proudy vyvolávají u destičky roztažení nebo stlačení Δd, které je vázáno s elektrickým napětím vztahem:

$$\Delta\, d = k \cdot U$$

kde k je asi $2{,}1.10^{-10}$ cm.V^{-1}. Tloušťka destičky přitom nesmí být rovna sudému počtu půlvln, protože by při takové šířce vznikly na obou stranách náboje téhož znaménka.



obr. 6.10.

6.13. Dopplerův jev

V běžné praxi se velice často vyskytuje případ, kdy přijímané vlnění nepochází ze stacionárního zdroje, ale zdroj vlnění se pohybuje. Mnohdy se ještě navíc pohybuje i tzv. pozorovatel (místo příjmu vlnění). V důsledku těchto pohybů dochází ke změně frekvence přijímaného vlnění. Jakým způsobem tato změna probíhá nám popisuje Dopplerův jev. Jeho znění je následující:

Jestliže se oscilátor, který je zdrojem vlnění, a pozorovatel pohybují, pak při vzájemném přibližování je frekvence přijímaného vlnění vyšší a při vzájemném vzdalování naopak nižší. Podle vzájemné interakce těchto pohybů, mohou nastat čtyři následující případy:

1) Pozorovatel i zdroj jsou v klidu, prostředí se pohybuje, pak frekvence přijímaná pozorovatelem f' se rovná frekvenci zdroje f. Z toho je patrné, že pohyb prostředí nemá vliv na změnu frekvence. Proto dále budeme uvažovat, že prostředí je v klidu.

2) Zdroj je v klidu, pozorovatel se pohybuje rychlostí v_p. Je-li frekvence zdroje f, bude pozorovatel přijímat vlnění o frekvenci f' danou vztahem

$$\boxed{f' = \frac{v_z \pm v_p}{v_z} \cdot f}$$

kde v_z je rychlost zvuku. Znaménko plus platí pro pohyb pozorovatele ke zdroji, minus od zdroje.

3) Pozorovatel je v klidu, zdroj se pohybuje rychlostí w. Pozorovatel pak přijímá vlnění o frekvenci

$$\boxed{f' = \frac{v_z}{v_z \pm w} \cdot f}$$

přičemž znaménko plus platí pro pohyb zdroje od pozorovatele a znaménko minus pro pohyb zdroje k pozorovateli.

4) Zdroj i pozorovatel se pohybují ve směru spojnice, a to zdroj rychlostí *w* a pozorovatel rychlostí v_p

$$\boxed{f' = \frac{v_z \pm v_p}{v_z \pm w} \cdot f}$$

Znaménko plus v čitateli platí pro pohyb pozorovatele ke zdroji, minus od zdroje. Znaménko plus ve jmenovateli platí pro pohyb zdroje od pozorovatele a minus pro pohyb zdroje k pozorovateli.

Tento vztah v sobě obsahuje všechny vztahy předchozí, stačí vhodně volit některé rychlosti za nulové.

Změna frekvence způsobená pohybem zdroje je vždy větší než změna způsobená pohybem pozorovatele. Pohyb zdroje totiž způsobuje změnu vlnové délky, kdežto pohyb pozorovatele způsobuje přímo změnu frekvence. Shodné změny by se dosáhlo až při velkých rychlostech v relativistickém pojetí.

Příklad

Jak rychle by měl jít pozorovatel od jedné rozezvučené ladičky ke druhé, aby slyšel rázy o frekvenci f_r=2 Hz? Ladičky mají stejné frekvence f=435 Hz.

Řešení:

Kdyby nebylo druhé ladičky, slyšel by pohybující se pozorovatel frekvenci ladičky, k níž se blíží, poněkud vyšší než kdyby se nepohyboval. Tato frekvence by byla dána vztahem

$$f' = \frac{v_z \pm v_p}{v_z \pm w} \cdot f$$

a po zvolení příslušných znamének (w = 0 m.s^{-1})

$$f_1' = \frac{v_z + v_p}{v_z} \cdot f \, .$$

Naopak frekvenci ladičky, od níž se pozorovatel vzdaluje, by slyšel poněkud nižší. Její velikost by byla dána také vztahem , který po úpravě má tvar:

$$f_2' = \frac{v_z - v_p}{v_z} \cdot f$$

Obě tyto frekvence budí rázy o rázové frekvenci f_r, pro kterou platí:

$$f_r = f_1' - f_2' = \frac{v_z + v_p}{v_z} \cdot f - \frac{v_z - v_p}{v_z} \cdot f = \frac{2 \cdot v_p}{v_z} \cdot f \, .$$

Z tohoto vztahu potom pro rychlost pozorovatele dostáváme výslednou hodnotu:

$$v_p = \frac{v_z \cdot f_r}{2f} = \frac{340 \cdot 2}{2 \cdot 435} = 0{,}78 \text{ ms}^{-1}.$$

Odpověď:

Pozorovatel by měl jít od jedné ladičky ke druhé rychlostí 0,78 ms^{-1}, aby slyšel rázy o frekvenci 2 Hz.