

FP 1

Zeeman-Effekt

Alexander Fromm
&
Martin Hörner
Gruppe 7

8. September 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	3
2	Theorie	4
2.1	Zeeman-Effekt	4
2.1.1	Der normale Zeeman-Effekt	4
2.1.2	Der anomale Zeeman-Effekt	6
2.2	Spektrallinien-Verbreiterungsmechanismen	7
2.2.1	Natürliche Linienverbreiterung	7
2.2.2	Stoßverbreiterung	7
2.2.3	Dopplerverbreiterung	7
2.2.4	Stark-Effekt	7
2.3	Meßapparaturen	7
2.3.1	Photomultiplier	7
2.3.2	Fabry-Perot-Interferometer	8
2.3.3	Gittermonochromator	10
3	Versuchsdurchführung	11
4	Versuchsauswertung und -Ergebnisse	12
4.1	Skaleneichung	12
4.2	Bestimmung von $\frac{\Delta\nu}{B}$ (Lineare Regression)	12
4.3	Bestimmung der Landé-Faktoren	12
4.3.1	σ -Komponente bei 467,8nm	13
4.3.2	σ_{innen} -Komponente bei 480,0nm	13
4.3.3	$\sigma_{ausseren}$ -Komponente bei 480,0nm	13
4.3.4	π -Komponente bei 480,0nm	14
4.3.5	π -Komponente bei 508,6nm	14
4.3.6	σ_{innen} -Komponente bei 508,6nm	14
4.3.7	σ_{mitte} -Komponente bei 508,6nm	14
4.3.8	$\sigma_{ausseren}$ -Komponente bei 508,6nm	15
5	Zusammenfassung	15
6	Handschriftliches	16

Abbildungsverzeichnis

1	Normaler Zeeman-Effekt: Aufspaltung der Cd-Linie bei $\lambda = 643,8nm$	4
2	Schema eines Photomultipliers (<i>Quelle: www.microscopy.fsu.edu</i>)	8
3	Prinzip des Fabry-Perot-Interferometers (<i>Quelle: www.KIS.uni-freiburg.de</i>)	9
4	links: Beugung am Doppelspalt, rechts: Beugung am Gitter (<i>Quelle: www.KIS.uni-freiburg.de</i>)	10
5	schematischer Versuchsaufbau	11
6	Interferenzmuster, wie es auf dem Spalt zu sehen war	11
7	Ausgleichsgerade für σ bei 468nm	16
8	Ausgleichsgeraden für π (oben) und σ (unten) bei 508nm	17
9	Ausgleichsgeraden für π (oben) und σ (mitte / unten) bei 480nm	18

1 Aufgabenstellung

- Aufbauen und Justieren der optischen Elemente
- Beobachten der Hyperfeinstruktur der 467,8 nm Cd-Linie
- Untersuchen des anormalen Zeeman-Effekts am Cadmium. Hierfür sind folgende Linien geeignet: $\lambda = 508,58nm, 479,99nm, 467,81nm$. Die Aufspaltung ist bei transversaler und longitudinaler Beobachtungsrichtung und verschiedenen Magnetfeldstärken zu messen
- Aus den Aufspaltungen und den Magnetfeldern sind die Landé'schen g-Faktoren zu bestimmen

2 Theorie

2.1 Zeeman-Effekt

Als Zeeman-Effekt bezeichnet man das Aufspalten einer atomaren Spektrallinie unter Anlegen eines externen Magnetfeldes in mehrere Linien. Der Effekt wurde nach Pieter Zeeman, seinem Entdecker, benannt. Man unterscheidet zwischen dem anomalen und dem normalen Zeeman-Effekt, wobei der normale nur ein Spezialfall des anomalen ist.

Die Aufspaltungen haben ihren Ursprung in der Wechselwirkung des Magnetfeldes mit den magnetischen Momenten innerhalb des Atoms, die vom Bahndrehimpuls und vom Spin des Elektrons erzeugt werden.

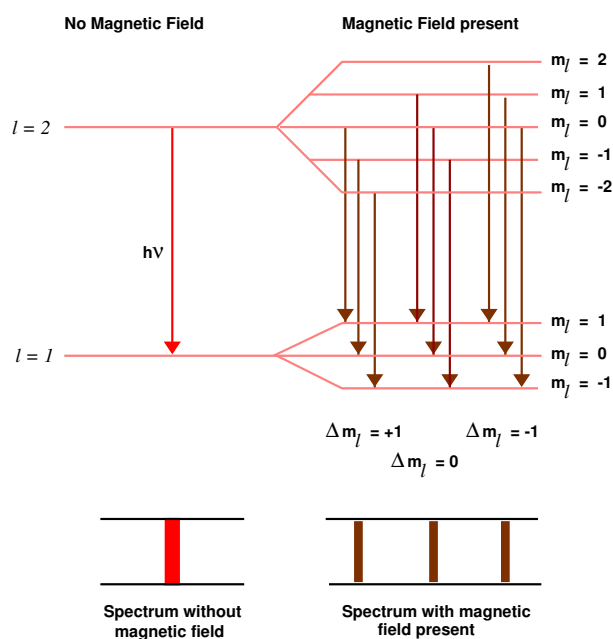


Abbildung 1: Normaler Zeeman-Effekt: Aufspaltung der Cd-Linie bei $\lambda = 643,8nm$

2.1.1 Der normale Zeeman-Effekt

2.1.1.1 semiklassische Erklärung

Den normalen Zeeman-Effekt kann man mit Hilfe eines halbklassischen Modells beschreiben. Hierfür nimmt man für die Bewegung des Elektrons um den Atomkern eine klassische Kreisbahn an, der Drehimpuls wird als gequantelt angenommen. Damit ergibt sich eine elektromagnetische Kugelwelle. Mit der Annahme eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} und unter Beachtung der Maxwell'schen Gleichungen ergibt sich die Bewegungsgleichung:

$$m_e \ddot{\vec{r}} + m_e \omega_0^2 \vec{r} + \frac{e}{c} (\dot{\vec{r}} \times \vec{B}) = 0$$

Einheit Ørsted:
nach *Hans Christian Ørsted*
(*1777, † 1851)
1 Ørsted $\approx 79,6 \frac{A}{m}$

mit dem Ortsvektor \vec{r} , Masse m_e und der Ladung e des Elektrons und der Eigenfrequenz ω_0 . Dabei wird der Kern auf Grund seiner großen Masse als ruhend angenommen. Als Lösungsansatz der Bewegungsgleichung dient

$$x_k(t) = \alpha_k \exp(i\omega t) \quad \text{mit } k \in [1, 2, 3] \quad \text{und } \alpha_k \in \mathbb{C} .$$

Damit ergibt sich mit der Lamorfrequenz $\omega_L = \frac{eB}{2m_e c}$ für die Frequenz ω

$$\omega_{1,2} = \pm\omega_L + \sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2} .$$

Diese Elektronenbewegung kann anschaulich auch als Überlagerung von senkrecht aufeinander schwingenden Dipolen beschrieben werden. Für schwache \vec{B} -Felder gilt in guter Näherung $\omega_L \ll \omega_0$, damit folgt $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = 2\omega_L$. Daraus ergibt sich die Frequenzaufspaltung in insgesamt drei Linien:

$$\Delta\nu = \pm \frac{\omega_L}{2\pi} = \pm \frac{eB}{4\pi m_e c}$$

$$\text{mit den Energieniveaus } E_m = E \pm \frac{m\hbar e}{2m_e c} B .$$

Es läßt sich außerdem noch die Polarisationsrichtungen der Komponenten ermitteln. Es ergibt sich mit den Amplituden α_k :

$$\frac{\alpha_j}{\alpha_k} = -2i \frac{\omega_L \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\stackrel{\omega \approx \omega_2}{\Rightarrow} \alpha_1 = -i\alpha_2 = \alpha_2 \exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right) \hat{=} \sigma^- \hat{=} \text{rechtszirkular}$$

$$\stackrel{\omega \approx \omega_1}{\Rightarrow} \alpha_1 = i\alpha_2 = \alpha_2 \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \hat{=} \sigma^- \hat{=} \text{linkszirkular}$$

2.1.1.2 quantenmechanische Erklärung

Die quantenmechanische Beschreibung des normalen Zeeman-Effekts ersetzt den Impulsoperator \mathcal{P} des Elektron im Coulombpotential des Kerns durch $\mathcal{P} = \mathcal{P} + \frac{e\vec{A}}{c}$ mit Vektorpotential \vec{A} , um das äußere Feld zu berücksichtigen.

$$\stackrel{\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0}{\Rightarrow} \mathcal{H} = -\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}^2}{2m_e} + \frac{\hbar e \vec{A} \cdot \vec{\nabla}}{im_e c} + \frac{Ze^2}{r} + \mathcal{O}(\vec{A}^2)$$

Bei geeigneter Wahl von \vec{A} , so daß $\vec{B} \parallel \hat{e}_z$ und nach Umschreiben in Polarkoordinaten ergibt sich nach Einsetzen in die Schrödingergleichung:

$$\Delta\psi + \frac{2m_e E_m}{\hbar^2} + \frac{ieB}{\hbar c} \frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + 2m_e \frac{Ze^2}{\hbar^2 r} = 0$$

Diese Gleichung für ψ wird von den Legendre-Polynomen $P_l^m(r, \vartheta, \varphi)$ mit der Drehimpulsquantenzahl $l \in \mathbb{N}_0$ und der Magnetquantenzahl $m \in \{-l, \dots, l\}$ gelöst. Damit ergibt mit sich eine Frequenzverschiebung von

$$\Delta\nu = \pm m \frac{eB}{4\pi m_e c} = \pm \frac{\Delta E}{2\pi\hbar} .$$

2.1.2 Der anomale Zeeman-Effekt

Obwohl die quantenmechanische und die semiklassische Rechnung das selbe Ergebnis liefern, kann man den normalen Zeeman-Effekt nur selten beobachten. Grund dafür ist die Vernachlässigung der Elektronenspins s . Daraus resultiert eine Übereinstimmung nur für den Fall, daß es sich um Mehrelektronensysteme handelt, in denen sich die Elektronenspins gegenseitig wegheben. Das durch den Elektronenspin s verursachte magnetische Moment μ_s führt zu einer weiteren Aufspaltung der Energieniveaus. Diese lassen sich durch zwei Kopplungarten erklären:

2.1.2.1 l-s- bzw. Spin-Bahn-Kopplung

Der Gesamtbahndrehimpuls \vec{l} sowie der Gesamtspin \vec{s} setzt sich im Atom aus den Einzelbahndrehimpulsen \vec{l}_i bzw. den Einzelspins \vec{s}_i zusammen, denen die magnetischen Momente μ_{l_i} bzw. μ_{s_i} zugeordnet werden. Die Summe der beiden Drehimpulse ergibt den Gesamtdrehimpuls $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$. Das zugehörige magnetische Moment $\vec{\mu}_j$ führt aufgrund des durch das äußere Magnetfeld wirkende Drehmoment $\vec{D} = \vec{\mu}_j \times \vec{B}$ eine Präzessionsbewegung um \hat{e}_z aus. Dies wird formal durch Hinzufügen eines Wechselwirkungsoperators zum Potential in der Schrödingergleichung und unter der Annahme, daß die Wechselwirkung mit dem \vec{B} -Feld über Störungstheorie berechenbar ist erreicht. Damit ergibt sich für festes \vec{j} eine Energieverschiebung

$$\Delta E_{m_j, m_j-1} = g_j \mu_B B$$

mit dem Bohr'schen Magneton $\mu_B = e \frac{\hbar}{2m_e} \approx 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}$ und dem Landé-Faktor $g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$. Damit folgt eine Frequenzverschiebung

$$\Delta \nu = \frac{\mu_B B}{h} (g_{j_2} m_{j_2} - g_{j_1} m_{j_1}) .$$

Dabei ist der mit Index „1“ bezeichnete Zustand der energetisch niedrigere und g ein Korrekturfaktor zwischen quantenmechanischem Drehimpuls und dem magnetischen Moment μ_B . Aus der QED folgt

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_l &= g_l \frac{\mu_B \vec{l}}{\hbar} \quad \text{mit } g = 1 ; \quad \text{magnetisches Moment des Bahndrehimpulses} \\ \vec{\mu}_s &= -g_s \frac{\mu_B \vec{s}}{\hbar} \quad \text{mit } g \approx 2 ; \quad \text{magnetisches Moment des Spins} \end{aligned}$$

Eine weitere Ausführung würde aber den Rahmen dieses Protokolls sprengen.

2.1.2.1.1 Paschen-Back-Effekt

Ist das äußere Magnetfeld stärker als die Spin-Bahn-Kopplung, so richten sich μ_j und μ_s unabhängig voneinander nach dem äußeren Feld aus, man beobachtet den normalen Zeeman-Effekt wie in Abbildung 1.

2.1.2.2 j-j-Kopplung

In schweren Atomen kommt es häufig vor, daß die Spin-Bahn-Kopplung gegenüber der Wechselwirkung von \vec{l}_i und \vec{s}_i bzw. derer magnetischen Momente groß ist. Betrachtet man die Wechselwirkung der $\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i$, die um den Gesamtdrehimpuls \vec{j} präzedieren, so kann man im Fall der reinen \vec{j} - \vec{j} -Kopplung ähnlich wie bei der \vec{l} - \vec{s} -Kopplung vorgehen.

2.1.2.3 Hyperfeinstrukturaufspaltung

Hat auch der Atomkern ein magnetisches Moment, so ergibt sich der Gesamtdrehimpuls von Elektronenhülle \vec{j} und Kern \vec{i} zu $\vec{f} = \vec{i} + \vec{j}$. Dies führt zu einer weiteren Aufspaltung der Spektrallinien.

2.2 Spektrallinien-Verbreiterungsmechanismen

Es müssen eine Reihe von Verbreiterungsmechanismen der Spektrallinien berücksichtigt werden. Diese sorgen für eine Verstärkung der Absorptionslinie. Die verschiedenen Mechanismen hängen ab von der Temperatur T , dem Gasdruck p und dem magnetischen oder elektrischen Feld.

2.2.1 Natürliche Linienverbreiterung

Nach der Heisenberg'schen Unschärferelation gilt $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$. Die minimale Halbwertsbreite einer Linie rührt nun daher, daß ein angeregtes Atom nur eine sehr kurze Zeit Δt im angeregten Zustand verbleibt, bevor es seine Anregungsenergie wieder abstrahlt. Die Verbreiterung ist dabei gegeben durch $\Delta \nu \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2\pi}$

2.2.2 Stoßverbreiterung

Die Stoßverbreiterung wird durch die Kollision der absorbierenden bzw. emittierenden Atome mit anderen verursacht. Die Linienverbreiterung wächst mit dem Druck, daher der Name. Auf Grund dieses Effektes deckt z.B. eine Hochdruck-Quecksilber-Lampe fast den gesamten UV- und sichtbaren Strahlungsbereich ab.

2.2.3 Dopplerverbreiterung

Die Dopplerverbreiterung rührt von der Maxwell-Boltzmann-Verteilung der Atom-Geschwindigkeiten her. Die Dopplerverschiebung des ausgesandten Lichts erklärt die Verbreiterung der Spektrallinie. Bei einer Betriebstemperatur von $T = 600K$ ergibt sich für eine Cd-Dampf Lampe bei einer Wellenlänge von $\lambda = 508,6nm$ eine Linienverbreiterung von $\Delta \nu_{\frac{1}{2}} = 0,98GHz$.

2.2.4 Stark-Effekt

Der Stark-Effekt soll hier nicht unerwähnt bleiben, er beschreibt eine Linienverbreiterung im elektrischen Feld, ähnlich dem Zeeman-Effekt im magnetischen. Er spielt hier aber keine Rolle.

2.3 Meßapparaturen

2.3.1 Photomultiplier

Der Photomultiplier dient zur Verstärkung eintreffender Photonen in einen meßbaren Strom. Die auf der Photokathode auftreffenden Photonen schlagen dort Elektronen frei, die über eine Beschleunigungsspannung auf eine Dynode geleitet werden, um dort weitere Elektronen herauszulösen.

Die mittlere Anzahl \bar{n}_0 , der aus der Photokathode freigeschlagenen Elektronen ist von der Energie E_γ des γ -Quants, der mittleren Quantenausbeute an der Kathode α , dem Energieanteil ΔE , der

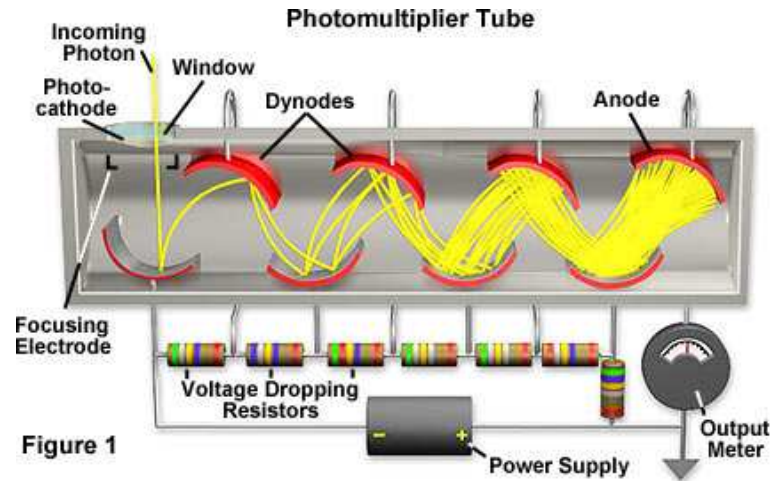


Abbildung 2: Schema eines Photomultipliers (Quelle: www.microscopy.fsu.edu)

als Strahlung in den Szintillatorzentren abgegeben wird und der mittleren Energie \bar{E} , die nötig ist, um ein Elektron aus dem Valenz- ins Leitungsband zu heben mit Hilfe von

$$\bar{n}_0 = \frac{\alpha \cdot \Delta E \cdot E_\gamma}{\bar{E}} \quad (1)$$

berechenbar. Dieser Vorgang wird mehrfach wiederholt. Auf diese Weise wird eine mittlere Verstärkung von $\bar{g} = \eta \cdot \Delta U \cdot 10^6$ erreicht, mit einer Spannungsdifferenz ΔU zwischen den Dynoden und einer spezifischen Sekundäremission pro Volt von η . In der Regel werden Werte von $\bar{g} \simeq 5$ erreicht. Nach m Dynodendurchgängen erhält man eine mittlere Elektronenzahl von

$$\bar{n}_{end} = \bar{n}_0 (\eta \cdot \Delta U)^m$$

womit sich aus Gleichung 1 die Energie des auslösenden Photons zu

$$E_\gamma = \frac{\bar{E}}{\alpha \cdot \Delta E (\eta \cdot \Delta U)^m}$$

ergibt.

Durch Unregelmäßigkeiten ergibt die ermittelte Energie im Spektrum eine Gauß- oder Poissonverteilung.

Die Auflösung der Messung ergibt sich aus dem Quotienten der Halbwertsbreite $E_{\frac{1}{2}}$ und dem Kurvenmaximum E_m zu

$$A = \frac{E_{\frac{1}{2}}}{E_m} \approx \frac{1}{\sqrt{E_m}},$$

da für eine Poissonverteilung $E_{\frac{1}{2}} \approx \sqrt{E_m}$ gilt.

2.3.2 Fabry-Perot-Interferometer

Das Prinzip von Fabry-Perot Interferometern (FPI) beruht auf der Vielfachreflexion von Licht an parallelen Oberflächen. Ein FPI besteht grundsätzlich aus zwei plangeschliffenen Glasplatten, die

eine bestimmte Reflektivität haben. Die Glasplatten haben einen kleinen Abstand voneinander, typischerweise 1mm, der von einem Medium mit Brechungsindex n' ausgefüllt ist.

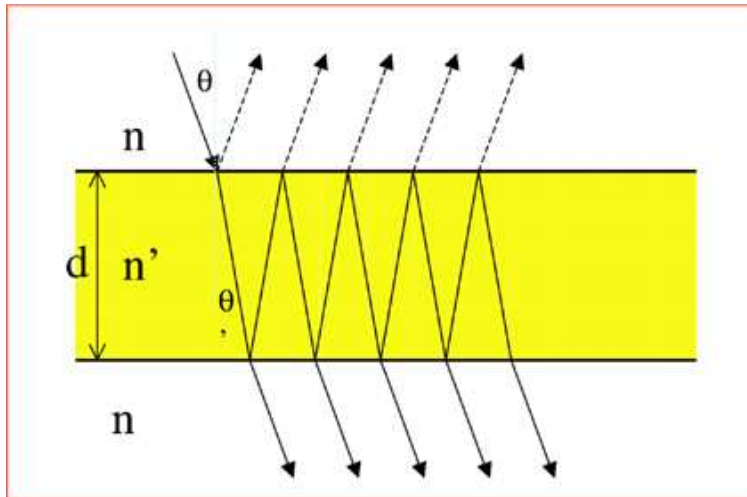


Abbildung 3: Prinzip des Fabry-Perot-Interferometers (Quelle: www.KIS.uni-freiburg.de)

Die transmittierten Teilstrahlen interferieren konstruktiv, wenn der Gangunterschied zwischen benachbarten Teilstrahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Die Transmissionsfunktion ist periodisch (Kanalspektrum). Je höher die Reflektivität, umso schmaler sind die Intensitätsmaxima. Der Abstand der Maxima hängt im Wesentlichen vom Plattenabstand des FPI ab. Durch Verstellen des Plattenabstands kann man nun die Durchlasswellenlänge durch Piezoelektronik variieren und somit Linienprofile aufzeichnen. Man erhält dabei an jedem Wellenlängenpunkt ein zweidimensionales Bild (Filtergramm) des ganzen Gesichtsfelds (Interferenzringe auf dem Spalt vor dem Photomultiplier).

Durch geeignete Kombination von zwei oder drei FPIS kann man dafür sorgen, daß der Abstand benachbarter Transmissionsmaxima (der Freie Spektralbereich) mehrere nm beträgt.

Eigenschaften:

Die Breite der Intensitätsmaxima nimmt mit zunehmender Reflektivität ab, d.h. deren Schärfe nimmt zu (spektrale Auflösung). Das Verhältnis von Freiem Spektralbereich zur Halbwertsbreite der Intensitätsmaxima wird als Finesse bezeichnet. Das Auflösungsvermögen wird reduziert durch:

- Reflektions-Finesse
- Winkel-Finesse
- Platten-Finesse
- Parallelitäts-Finesse

Das Auflösungsvermögen eines FPIs hängt vom Plattenabstand d , der Finesse F_i , der Wellenlänge und dem Eintrittswinkel ab. Ein Problem mit der Verwendung von FPIs als Spektrometer in der

Physik ist der sehr kleine freie Spektralbereich, $FSR = \frac{\lambda}{d}$. Für $\lambda = 500nm$ und $d = 1mm$ ist der FSR nur $1.25nm$.

Die Auflösung eines Fabry-Perot-Interferometers lässt sich aus

$$A = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_0} = \frac{2ndF}{\lambda_0}$$

berechnen. Die Finesse F weist einen Wert von 50 auf bei einer FSR von 30 GHz, was einer Halbwertsbreite von 0,6 GHz entspricht. Die tatsächlichen Kurvenbreiten liegen im Bereich von ca. 3 GHz. Grund dafür sind die spektralen Linienverbreiterungsmechanismen und die teilweise durchscheinende Hyperfeinstrukturaufspaltung.

2.3.3 Gittermonochromator

Das einfallende Licht wird im Monochromator auf einen Hohlspiegel gelenkt, der das Licht parallelisiert und auf ein Blaze-Gitterspektrographen leitet. Beim Blaze-Gitter sind die Gitterfurchen als Stufenprofil ausgebildet, die das gebeugte Licht bevorzugt in einen bestimmten Winkelbereich, den sogenannten Blaze-Winkel reflektieren. Dargestellt sind in Abbildung 4 die an den einzelnen Gitterfurchen reflektierten Lichtstrahlen. Konstruktive Interferenz tritt ein, wenn der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist.

Durch Drehen des Blaze-Gitters kann nun das Spektrum durchfahren werden.

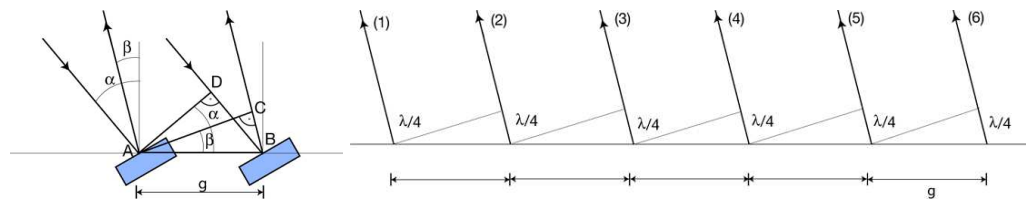


Abbildung 4: links: Beugung am Doppelspalt, rechts: Beugung am Gitter (Quelle: www.KIS.uni-freiburg.de)

3 Versuchsdurchführung

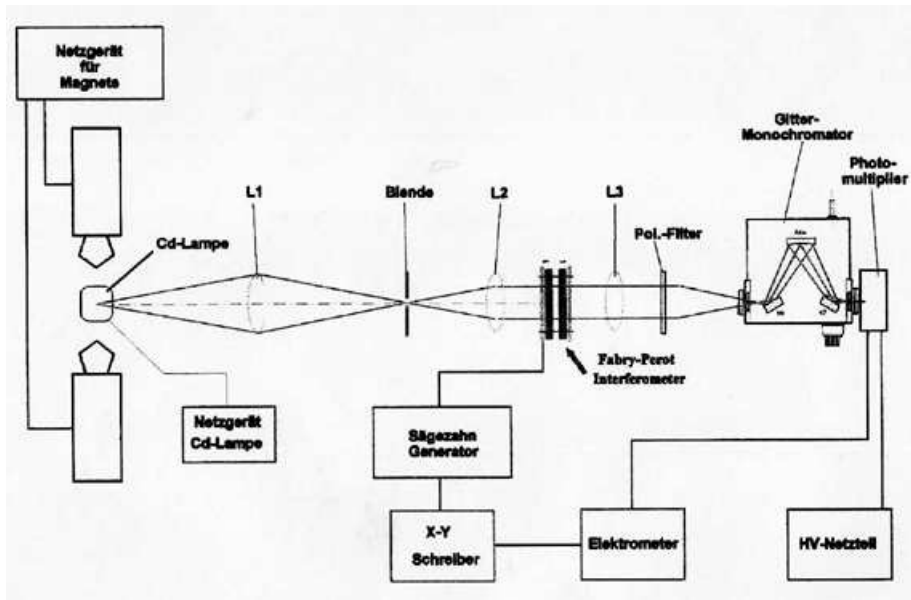


Abbildung 5: schematischer Versuchsaufbau

Zu Beginn des Versuchs justierten wir als erstes den optischen Strahlengang. Dabei achteten wir besonders auf einen geraden Strahlengang und darauf, daß paralleles Licht ins Fabry-Perot-Interferometer fällt. Als bei offener Blende ein Beugungsbild (wie in Abb. 6) auf dem Spalt vor dem Photomultiplier zu erkennen war, begannen wir mit der Messung in transversaler Beobachtungsrichtung sowohl mit als auch ohne Polarisationsfilter.

Die Messung ging nach einiger Verwirrung um den x-y-Plotter schnell von der Hand. Im An-



Abbildung 6: Interferenzmuster, wie es auf dem Spalt zu sehen war

schluß folgte die Messung in longitudinaler Richtung mit Hilfe des Glasfaserkabels. Hierfür musste der Strahlengang nochmals nachjustiert werden. Die Justierung war schwieriger, da nun ein Punkt und nicht wie zuvor ein Beugungsmuster scharf zu stellen war.

Nachdem der Strahlengang justiert war, ging die Messung ebenfalls sehr schnell, da aus der ersten Messung der interessante Magnetfeldbereich bereits bekannt war.

4 Versuchsauswertung und -Ergebnisse

4.1 Skaleneichung

Aus der Vermessung der Hyperfeinstrukturaufspaltung der Cadmiumlinie bei 467,8nm ermittelten wir unter der Annahme eines freien Spektralbereiches von 30GHz einen Skalenumrechnungsfaktor von

$$S = (0,306 \pm 0,003) \frac{GHz}{mm} .$$

Der Fehler ergibt sich hier aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung gemäß

$$S_S = \sqrt{\left(\frac{\partial \nu}{\partial d}\right)^2 \cdot S_d^2 \stackrel{\text{hier}}{=} \sqrt{\left(\frac{\nu}{d^2}\right)^2 \cdot (1mm)^2} = 0,003 \frac{GHz}{mm} ,$$

dabei wird der freie Spektralbereich als fehlerfrei vorausgesetzt.

Da wir während aller folgender Messungen weder die Einstellungen des X-Y-Plotters, noch die des Sägezahnspannungsgenerators geändert haben, gilt diese Eichung für alle erstellten Plotts. Dies wurde von uns anhand der ebenfalls aufgezeichneten Anstiegsdauer der Sägezahnspannung überprüft.

4.2 Bestimmung von $\frac{\Delta\nu}{B}$ (Lineare Regression)

Zunächst wurden die aufgezeichneten Plotts analysiert und die Abstände d der zusammengehörigen Peaks vermessen. Mit Hilfe des oben errechneten Skalenumrechnungsfaktor wurde daraus die zugehörige Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ errechnet.

Das eingestellte Magnetfeld musste mittels des eingestellten Magnetstrom I aus der Eichkurve des Magneten abgelesen bzw. errechnet werden.

Der Fehler des Magnetfeldes ergibt sich aus dem Ablesefehler der Eichkurve und der Ungenauigkeit der Messung des Magnetstroms (dazu mehr in der Zusammenfassung), den wir als 0,5 Digits annehmen. Da die Eichkurve aber weder linear, noch gut abzulesen und zu allem Überflus wahrscheinlich mittlerweile verändert ist, was die Änderung im Laufe der Jahre zeigt, ist hier der Fehler der Magnetstromanzeige der weit geringere und kann guten Gewissens vernachlässigt werden. Somit ergibt sich der Fehler des Magnetfelds zu

$$S_{mag} = 0,01T ,$$

und setzt sich nur aus den Ablesefehlern in x- und y-Richtung zusammen.

Mittels des Magnetfeldes und der Frequenzverschiebung lassen sich nun Ausgleichgeraden (siehe Abb. 7, Abb. 8 und Abb. 9) errechnen, aus denen man den Quotienten $\frac{\Delta\nu}{B}$ als Steigung der Ausgleichsgeraden erhält. Da die Qualität und damit die Ablesegenauigkeit der Plotts sehr variiert, haben wir den abgelesenen Werten angepasste Fehler zugewiesen.

Die Fehler in x- und y-Richtung werden bereits von „Origin“ berücksichtigt und gehen in den Fehler der berechneten Steigung ein.

4.3 Bestimmung der Landé-Faktoren

Die Landé-Faktoren berechnen sich aus der Formel

$$\Delta\nu = \frac{\mu_B B}{h} (g_{J_2} m_{J_2} - g_{J_1} m_{J_1}) ,$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton mit einem Wert von $9,274 \cdot 10^{-24} Am^2$ und h das Planck'sche Wirkungsquantum mit einem Wert von $6,626 \cdot 10^{-34} Js$ ist.

Der Fehler des Landé-Faktors errechnet sich, da auch hier nur eine Größe, nämlich die Steigung als fehlerbehaftet angenommen wird, ebenfalls über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung mit der Formel

$$S_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \left(\frac{\Delta\nu}{B}\right)}\right)^2 \cdot S_{\frac{\Delta\nu}{B}}^2}$$

4.3.1 σ -Komponente bei 467,8nm

Aus der Linearen Regression ergibt sich für den Quotienten $\frac{\Delta\nu}{B}$ ein Wert von

$$(25,2 \pm 1,9) \frac{GHz}{T}$$

Damit ergibt sich für die σ^\pm -Linien, mit einem Übergang von $\Delta m = \pm 1$ (σ^+ : $1 \rightarrow 0$; σ^- : $-1 \rightarrow 0$) entsprechend ein Landé-Faktor von

$$g = 1,80 \pm 0,14$$

Der Literaturwert für den Landé-Faktor dieses Übergangs beträgt

$$g_{lit} = 2$$

4.3.2 σ_{innen} -Komponente bei 480,0nm

Hier ergibt sich aus der Linearen Regression für den σ^\pm -Übergang mit $\Delta m_J = \pm 1$ (σ^+ : $0 \rightarrow 1$; σ^- : $0 \rightarrow -1$) ein Wert von

$$\frac{\Delta\nu}{B} = (20,7 \pm 3,7) \frac{GHz}{T}$$

für die Steigung der Ausgleichsgeraden und damit ein Wert von

$$g = 1,5 \pm 0,3$$

Hier findet man einen Literaturwert von

$$g_{lit} = 1,5$$

4.3.3 $\sigma_{ausßen}$ -Komponente bei 480,0nm

Für die Steigung ergibt sich hier ein Wert von

$$\frac{\Delta\nu}{B} = (27,0 \pm 2,0) \frac{GHz}{T}$$

der zu einem Landé-Faktor von

$$g = 1,93 \pm 0,14$$

führt. Der Literaturwert hierfür ist

$$g_{lit} = 2$$

4.3.4 π -Komponente bei 480,0nm

Für $\frac{\Delta\nu}{B}$ ergibt sich

$$(7,1 \pm 1,1) \frac{GHz}{T}$$

und damit

$$g = 0,51 \pm 0,08,$$

mit Literaturwert

$$g_{lit} = 0,5.$$

4.3.5 π -Komponente bei 508,6nm

Hier ergab sich

$$\frac{\Delta\nu}{B} = (6,46 \pm 0,11) \frac{GHz}{T}$$

und damit

$$g = 0,46 \pm 0,01.$$

Der zugehörige Literaturwert ist

$$g_{lit} = 0,5.$$

4.3.6 σ_{innen} -Komponente bei 508,6nm

Hier ergibt sich aus der Linearen Regression ein Wert von

$$\frac{\Delta\nu}{B} = (13,7 \pm 1,1) \frac{GHz}{T}$$

für die Steigung der Ausgleichsgeraden und damit ein Wert von

$$g = 0,98 \pm 0,08.$$

Hier findet man einen Literaturwert von

$$g_{lit} = 1.$$

4.3.7 σ_{mitte} -Komponente bei 508,6nm

Hier konnte aus den überlappenden Peaks der von σ_{mitte} nur bei einer Messung ohne zu Raten gefunden werden. Dieser ergab einen Wert von

$$\frac{\Delta\nu}{B} = (4,7 \pm 2,2) \frac{GHz}{T}.$$

Der hohe Fehler stammt wieder aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$S_{\frac{\Delta\nu}{B}} = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial(\Delta\nu)}\right)^2 \cdot S_{\Delta\nu}^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial B}\right)^2 \cdot S_B^2} = 2,2 \frac{GHz}{T}$$

und erklärt sich, da sich hier die Fehler nicht durch die Lineare Regression wegmitteln. Daraus ergibt sich ein Landé-Faktor von

$$g = 0,33 \pm 0,16 ,$$

der mit dem Literaturwert von

$$g_{lit} = 1,5$$

gar nichts zu tun hat.

4.3.8 $\sigma_{ausßen}$ -Komponente bei 508,6nm

Die Peaks von $\sigma_{ausßen}$ konnten wir auf den Plotts nicht wieder finden. Der Literaturwert ist

$$g_{lit} = 2 .$$

5 Zusammenfassung

Bis auf den Landé-Faktor von σ_{mitte} bei einer Wellenlänge von 508.6nm stimmen unsere Werte erstaunlich gut mit den Literaturwerten überein. Der Ausreißer von σ_{mitte} dürfte an der geringen Finesse des Fabry-Perot-Interferometers oder aber an dem doch nicht ausreichend gut justierten Strahlengang liegen, wogegen aber die Qualität der anderen Werte spricht. Eventuell kann dies aber auch am neuen Plotter liegen, der die während der Messung eigentlich gleich gehaltenen Werte doch etwas geändert hat.

Der Peak von $\sigma_{ausßen}$ bei einer Wellenlänge von 508.6nm konnte ebenfalls nicht gefunden werden. Hier ist es ebenfalls möglich, daß die Finesse des Fabry-Perot-Interferometers nicht wirklich bei 50 liegt, sondern schlechter ist. Außerdem überlappen sich die Peaks bei den Magnetfeldstärken, die nötig sind, um die Aufspaltung dieser Linien nachzuweisen.

Während der Messung stellten wir fest, daß sich der Magnetstrom nach einiger Zeit nicht mehr auf Null herunterregeln ließ. Aufgrund dieser Feststellung überprüften wir die Spannung über dem Elektromagneten. Hierbei stellte sich heraus, daß die Werte bei gleicher Einstellung (nach Digitalanzeige) stark variierten (über 10%). Es ist davon auszugehen, daß der Strom einer ähnlichen Schwankung unterliegt. Diese kann als systematischer Fehler in die Messung eingehen.

6 Handschriftliches

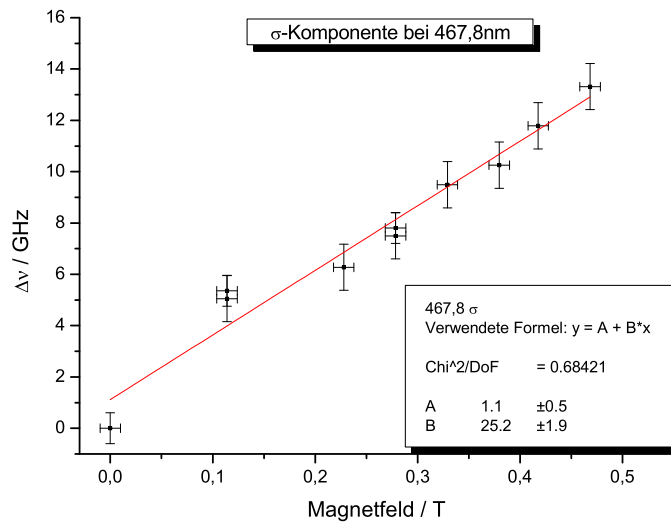


Abbildung 7: Ausgleichsgerade für σ bei 468nm

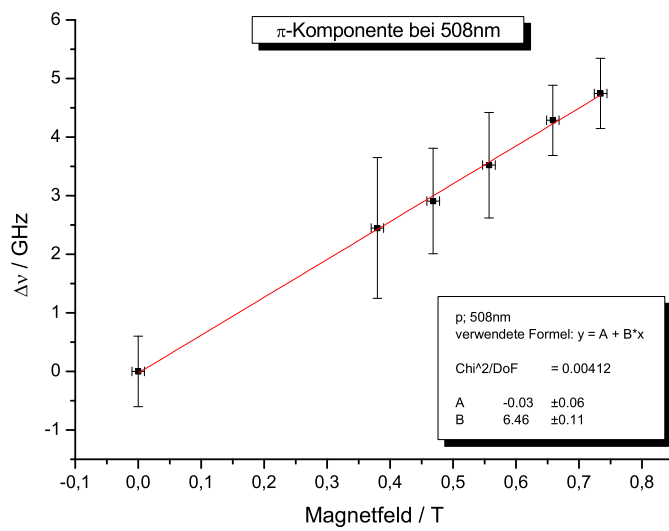
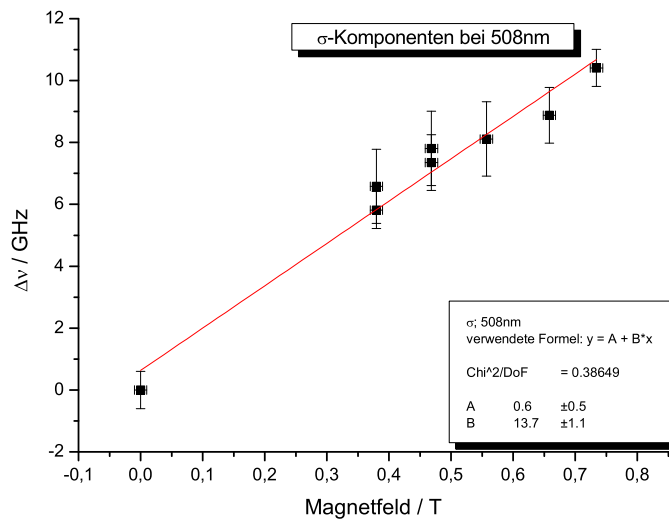


Abbildung 8: Ausgleichsgeraden für π (oben) und σ (unten) bei 508nm

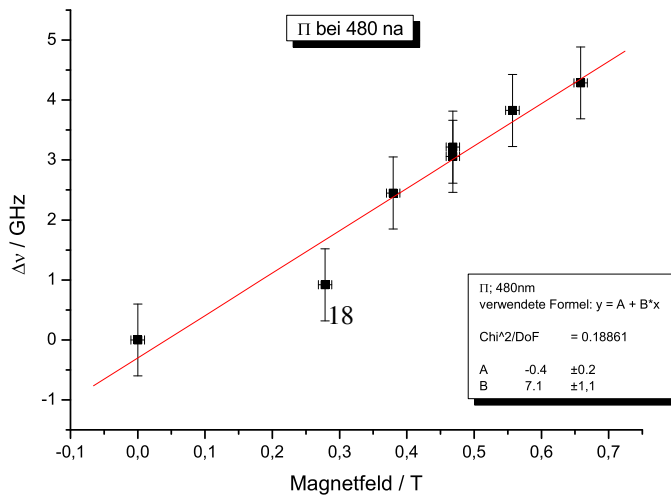
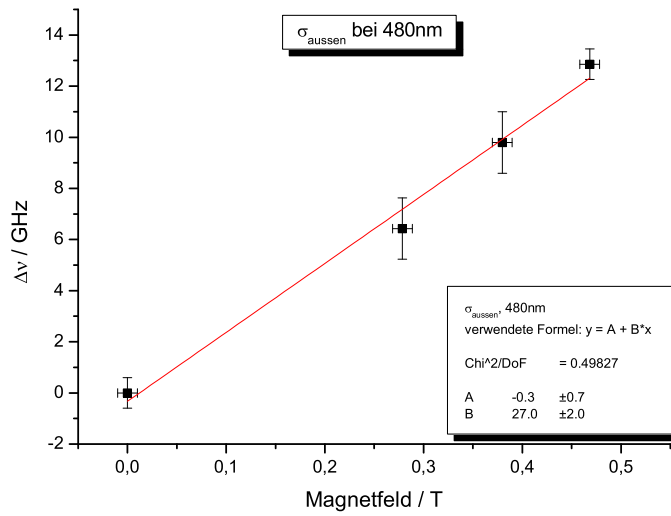
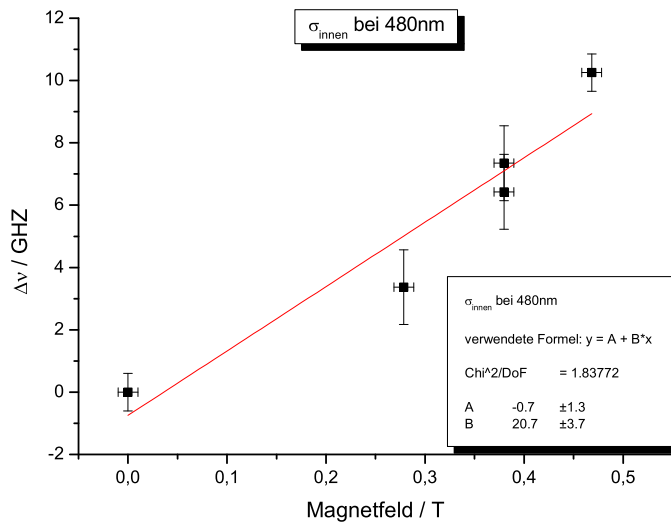


Abbildung 9: Ausgleichsgeraden für π (oben) und σ (mitte / unten) bei 480nm