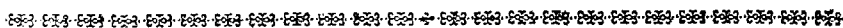




HIERONYMI  
CARDANI,  
ARTIS MAGNÆ,

SIVE

DE REGVLIS ALGEBRAICIS,  
LIBER VNVS.



ANDREÆ OSIANDRO

viro eruditiss.

S. P. D.



NIHIL tam animo vnquam versavi, Andrea doctiss. quàm vt eorum, qui de bonis litteris bene merentur, nomina posteritati commendarem. Tum verò præcipuam quandam diligentiam adieci, si tales cum eruditione humanitatem coniunxissent. Quamobrem cum te non solum Hebræarum, Græcarum ac Latinarum litterarum scientiam haud mediocrem, sed etiam Mathematicarum habere intelligam, humanissimum quoque semper expertus sim, visum est, hoc meum Opus nulli melius posse dedicari, quàm tibi, à quo possit & emendari, ( si manus mea imperium mentis transgressa fessisset ) & legi cum voluptate, & intelligi, tum verò etiam cum autoritate commendari. Hoc exemplum, nisi fallor, & alij sequentur, ac opera sua, non nisi in ea quam tractant arte eruditiss. dedicabunt. Accipe ergo amoris erga te mei, & officij in me tui, tum præclaræ simul eruditionis tuæ perpetuum testimonium. Et quanquam tu talis sis, quem tua virtus omnibus notum faciat, tamen cum Alexander, & Cæsar, factis suis notissimi, aliorum monumentis inscribi desiderauerint, cumque Plato, qui mira illa per sese conderet, aliorum tamen scriptis laudari concupiuerit, spero meum hoc qualecunque officium tibi quoque non ingratum esse futurum, quòd & in his fortuna quædam dominetur, pereantque meliora sæpè seruatiss. deterioribus. Et sit modo de hoc qualecunque iudicium tuum, certum mihi tamen

est, officio meo me satisfacere debere. Atque vtinam contingat illustriore exemplo, animum meum erga omnes ostendere, qui eo animi candore sunt, quo re in studiosos nostri temporis fuisse semper agnoui. Sed dabitur forsân occasio melior, etsi non detur, hanc tamen, qualiscunque sit, periisse mihi nolim. Vale. 5. Idus Ianuarias, M. D. XLV. Papiæ.

## LECTORI.



*ABES in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cosa vocant) nouis adiuuentionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea vulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neque solum, ubi vnus numerus alteri, aut duo vni, verumetiam, ubi duo duobus, aut tres vni aequales fuerint, modum explicant. Hunc autem librum idè de nouo edere placuit, partim ut hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmetica thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum opposito, Lectores incitarentur, ut reliquos Operis Perfecti libros, tanto avidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant: partim quia ab Authore recens diligenter recognitus & auctus sit.*

## CAPVT PRIMVM.

*De duabus equationibus in singulis capitulis.*

**H**ÆC Ars olim à Mahomete, Mosis Arabis filio initium sumpsit. Etenim huius rei locuples testis Leonartus Pisanus. Reliquit autem capitula quatuor, cum suis demonstrationibus, quas nos locis suis ascribemus. Post multa verò temporum interualla, tria capitula deriuatiua addita illis sunt, incerto authore quæ tamen cum principalibus, à Luca Pacciolo posita sunt. Demum etiam ex primis, alia tria deriuatiua, à quodam ignoto viro inuenta legi, hæc tamen minime in lucem prodierant, cum essent alijs longe utiliora nam cubi & numeri & cubi quadrati æstimationem docebant. Verùm temporibus nostris, Scipio Ferreus Bononiensis, capitulum cubi & rerum numero æqualium, inuenit, rem sanè pulchram & admirabilem. Cum omnem humanam subtilitatem, omnis ingenij mortalis claritatem ars hæc superet, donum profectò celeste, experimentum autem virtutis animorum, atque aded illistre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere posse se credat. Huius æmulatione Nicolaus Tartalea Brixellensis, amicus noster, cum in certamen cum illius discipulo Antonio Maria Florido venisset, capitulum idem, ne vinceretur, inuenit, qui mihi ipsum multis precibus exoratus tradidit. Deceptus enim ego verbis Luca Paccioli, qui ultra sua capitula, generale ullum aliud esse posse negat (quauquam tot iam antea rebus à me inuentis, sub manibus esset) desperabam tamen inuenire, quod querere non audebam. Inde autem, illo habito, demonstrationem

venatus, intellexi complura alia posse haberi. Ac eo studio, auctaque iam confidentia, per me partim, ac etiam aliqua per Ludouicum Ferrarium, olim alumnum nostrum, inueni. Porro quæ ab his inuenta sunt, illorum nominibus decorabuntur, cætera, quæ nomine carent, nostra sunt. At etiam demonstrationes, præter tres Mahometis, & duas Ludouici, omnes nostræ sunt, singulæque capitibus suis præponentur, inde regula addita, subiicietur experimentum. Et quanquã longus sermo de his haberi posset, ac longa capitulorum series subiungi, finem tamen exquisitæ considerationi in cubo faciemus, cætera, etiam si generaliter, quasi tamen per transfennam tractantes, namque cum positio lineam, quadratum superficiem, cubus corpus solidum referat, nã utique stultum fuerit, nos ultra progredi, quò naturæ non licet. Itaque satis perfectè docuisse videbitur, qui omnia, quæ usque ad cubum sunt, tradiderit, reliqua quæ adijcimus, quasi coacti aut incitati, non ultra tradimus. In omnibus autem præcedentium, ac maxime librorum tertij ac quarti, meminisse operæ precium fuerit, ne vel iterum tradendo nugax efficiat, aut obscurior præmittendo.

Iam enim docuisse nos meminimus, quæ 2 sint impares, aut pares denominationes. Namque quadratum, & quadratum quadrati, cubumque quadrati, ac deinceps una semper intermissa pares, rem autem seu positionem, cubum, primam ac secundam. Relatum, impares vocamus denominationes. At vero quòd tam ex 3, quàm ex m. 3. fit 9. quoniam minus in minus ductum producit plus. At in imparibus denominationibus eadem seruat natura: seu quòd dicimus debitum, expositione ulla numeri vel produci potest, iam meminisse oportet lucidius explicatum.

Si igitur par denominatio, numero æqua-

lis sit, rei æstimatio duplex est,  $\bar{m}$ . &  $\bar{p}$ . altera que alteri æqualis, velut, si quadratum æquetur 9. res est 3. vel 3.  $\bar{m}$ . & si æquetur 16. res est 4. vel  $\bar{m}$ . 4. & si quadratum quadrati æquetur 81. rei æstimatio est 3. vel  $\bar{m}$ . 3. Componere autem pares denominationes non est admodum necessarium, quia quadrati quadratum ad derivatiua capitula pertinet, verum si diligenter hæc, quæ scribam, animaduertis, cum hac regula etiam voto tuo satisfacies, nam cum quadratum & quadrati quadratum numero æquantur, eadem erit ratio quæ in simplici, duplex æquatio scilicet, altera  $\bar{p}$ . altera  $\bar{m}$ . inuicemque æquales, velut 1. quadrati quadratum  $\bar{p}$ . 3. quadratis æquantur 28. positio valet 2. vel 2.  $\bar{m}$ . At vero, si quadrati quadratum & numerus, æqualia sint quadratis, demonstrabimus sanè cap. 8. duas esse rei æstimationes veri numeri, totidem autem habebit per  $\bar{m}$ . singulas singulis correspondentibus æquales, velut si dicam 1. quadrati quadratum  $\bar{p}$ . 12. æquatur 7. quadratis, positionis æstimatio est, vel 2. vel  $\bar{m}$ . 2. vel  $\bar{p}$ . 3. vel  $\bar{m}$ . 3. & sic sunt quatuor æquationes. Quòd si caruerit æstimatione vera, carebit etiam ea, quæ est per  $\bar{m}$ . velut 1. quadrati quadratum  $\bar{p}$ . 12. æquatur 6. quadratis, quia non potest æquationem verã habere, carebit etiam ficta, sic enim vocamus eam, quæ debiti est seu minoris. At vero si quadrati quadratum numero & quadratis æquale sit, una semper est rei vera æstimatio, altera ei æqualis, ficta, vel per  $\bar{m}$ . velut 1. quadrati quadratum æquatur 2. quadratis  $\bar{p}$ . 80. rei æstimatio est 2. vel  $\bar{m}$ . 2. Eadem igitur ratio in cæteris paribus omnibus denominationibus inter se, cum numero iunguntur, at hoc per depressionem quomodo fiat, in quarto libro plenè docuimus.

4. At imparium denominationum, una tantum æquatio vera est, nulla ficta, cum solæ numero comparantur, velut duæ res æquantur 16. æstimatori rei est 8. duò cubi æquantur 16. æstimatio rei est 2. semper autem numerus cui comparantur denominationes, in hoc capitulo verus, non fictus supponitur. Quid enim tam stultum, quàm fundamentum ipsum infirmare, quanquam tamen ratio opposita in oppositis esset obseruanda, eadem igitur est ratio, ubi plures denominationes numero comparantur, etiã si mille forent, una erit æstimatio rei vera, & nulla ficta, velut 1. cubus  $\bar{p}$ . 6. positionibus, æquatur 20. rei æstimatio nulla est præter 2. neque vera neque ficta.

5. Cum verò duæ denominationes cum numero comparantur, aut ambæ impares, & comparatio fiet ad extremam, vel ad mediam, (nam de ea quæ sit ad numerum, iam in præcedenti regula dictum est), vel altera impar, altera par, (nam de utraque pari in tertia regula generaliter diximus). Si igitur extrema denominatio, cubus scilicet, cum numero mediæ, id est positionibus comparatur, vide an ex duabus tertijs numeri rerum in radicem tertijs partis eiusdem numeri fiat ducendo, numerus propositus aut maior, aut minor, si igitur fiat numerus propositus ad vnguem, æstimatio rei est duplex, & una

vera, scilicet  $\bar{p}$ . ipsa, quæ ducta est. Exemplum, cubus  $\bar{p}$ . 16. æquatur 12. positionibus, ducto igitur 8. qui est  $\frac{2}{3}$  de 12. numero rerum in 2. radicem 4. qui est  $\frac{1}{3}$  numeri rerum, fit 16. numerus æquationis propositus, æstimatio igitur est 2. radix 4. & alia est æstimatio ficta, & est correspondens veræ, cubi æqualis eidem rebus, & eidem numero, ut in exemplo, si cubus æquatur 12. rebus  $\bar{p}$ . 16. numero, vera æstimatio est 4. igitur si cubus  $\bar{p}$ . 16. æquatur 12. positionibus, æstimatio rei est  $\bar{m}$ . 4. nam 12. res sunt  $\bar{m}$ . 48. & cubus  $\bar{m}$ . 4. est  $\bar{m}$ . 64. cui addito 16. fit  $\bar{m}$ . 48. Quod si productum ex  $\frac{2}{3}$  numeri rerum in  $\bar{p}$ . tertijs partis eiusdem numeri, superet numerum æquationis propositum, tunc capitulum habebit tres æquationes, duas veras, & tertiam fictam. Exemplum, 1. cubus  $\bar{p}$ . 9. æquetur 12. rebus, una æquationum vera est 3. alia  $\bar{p}$ . 5  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . 1  $\frac{1}{2}$ , tertia ficta ex his semper aggregatur, & respondet æstimationi cubi æqualis eidem rebus & eidem numero veræ, & est  $\bar{p}$ . 5  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 1  $\frac{1}{2}$  & ita reliqua ficta, de qua diximus, in alio exemplo, aggregatur ex duabus veris, sed quia veræ sunt inuicem æquales, ideo ficta semper dupla est veræ. Manifestum est igitur, quòd falsæ æquationes seu fictæ, capituli cubi & numeri æqualium rebus, respondent æquationibus veris capituli cubi æqualis rebus & numero, ubi res & numerus sint idem. At verò ubi ex tali multiplicatione  $\bar{p}$ . tertijs partis numeri rerum, in duas tertias eiusdem numeri fiat minus numero proposito, tunc nulla erit æquatio vera sed una ficta, æqualis veræ capituli cubi æqualis totidem rebus & eidem numero, velut 1. cubus  $\bar{p}$ . 21. æquatur 2. rebus, quanquam careat vera æquatione, ficta tamen est  $\bar{m}$ . 3. & hæc est æstimatio vera cubi æqualis duabus rebus ac numero viginti uno.

Ex his non difficile est venari, quot æquationes habeat capitulum cubi æqualis rebus & numero. Si igitur ex  $\frac{2}{3}$  numeri rerum in radicem tertijs partis eiusdem, fit numerus propositus, capitulum habet duas æquationes, veram æqualem fictæ præcedentis regulæ, & fictam æqualem veræ, ideo vera est dupla fictæ, quia ibidem ficta est dupla veræ, ut 1. cubus æquatur 12. rebus & 16. numero, æquatio vera est 4. & ficta est  $\bar{m}$ . 2. quia si 1. cubus  $\bar{p}$ . 16. æquatur 12. positionibus, æstimatio vera est 2. & ficta  $\bar{m}$ . 4. Quod si ex dicta multiplicatione proueniat plus numero æquationis, æstimatio vera erit vna respondens falsæ præcedentis regulæ, & falsa duplex, vtraque respondens veræ præcedentis regulæ, ut si cubus æquetur 12. positionibus  $\bar{p}$ . 9. æstimatio falsa vtraque est  $\bar{p}$ . 5  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . 1  $\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ . & 3.  $\bar{m}$ . & vera est  $\bar{p}$ . 5  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 1  $\frac{1}{2}$  & ita vides, qualiter falsæ veris, & veræ falsis sibi inuicem respondent, ex ambabus autem falsis conflatur vera, nam ex  $\bar{p}$ . 5  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . 1  $\frac{1}{2}$  & 3. fit  $\bar{p}$ . 5  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 1  $\frac{1}{2}$ . Quod si ex tali producto fiat minus numero æquationis, æstimatio est una tantum, & vera, sicut in precedenti regula est una tantum & ficta, velut si cubus æqualis sit duabus rebus & 21. numero, æquatio est 3. sicut in cubo  $\bar{p}$ .

## 224 Artis Magnæ, feu de Reg. Alg.

21. æquali duabus rebus æstimatio ficta est m. 3.

7 In capitulis autem in quibus æquantur inuicè numerus & denominatio par & impar, aut par est extrema, vt quando quadratum & positio & numerus æquantur inuicè, aut denominatio extrema est impar, ut quando cubus & quadratum æquantur numero, si igitur quadratum æquatur positionibus & numero, habebit duas æquationes, unam veram æqualem fictæ, capituli quadrati & rerum earundem æqualium eidem numero, & aliam fictam æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, si quadratum & 4. positionibus æquantur 21. æstimatio vera est 3. & ficta m. 7. & si quadratum æquatur 4. positionibus, & 21. æstimatio vera est 7. & ficta m. 3. ideo habitis veris, mutuò habentur fictæ, quemadmodum in præcedenti regula, sed diuerso modo, nam hic extrema quæ, ibi media extremis comparantur. Nam ibi capitulum cubi & numeri æqualis rebus, comparatur capitulo cubi æqualis rebus & numero, hic capitulum quadrati & rerum æqualium numero, comparatur capitulo quadrati æqualis rebus & numero. At quando quadratum æquatur rebus, & casus est possibilis, tunc sunt duæ solutiones veræ, vt dicendo quadratum p. 12. æquatur 7. positionibus, positio potest esse 4. vel etiam 3. nam in vtroque verificatur, nisi quando numerus est æqualis quadrato dimidij numeri radicem, nam tunc solum est vna æquatio, scilicet dimidium numeri ipsarum radicem. In hoc autem capitulo nunquam potest esse solutio ficta, nec æquatio per minus, sed vbi est solutio per verum numerum, est duplex, vbi caret solutione verâ, non tamen magis potest solui per æquationem fictam.

8 Si verò æquatio quærat in capitulis cubi, quadratorum & numeri, tunc si cubus æquatur quadratis & numero, tunc est vna tantum solutio vera: velut si dicam, cubus æquatur tribus quadratis p. 16. res valent 4. & non potest alia inueniri.

*Notandum.* NOTANDUM, quod in omnibus capitulis in quibus est vna tantum solutio, æquatio est facilius inuentu, & nitidior, velut in capitulo cubi & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadrato & numero, & in capitulo cubi æqualis rebus & numero, vbi productio illa ex  $\frac{1}{3}$  numeri in re. tertiæ partis est minor numero. Idem dico, vbi cubus cum numero æquatur rebus, & non potest haberi nisi ficta æquatio, reliquæ autem in quibus multiplex est æstimatio rei, sunt difficiliore & confusæ.

Si igitur cubus & quadratum æquantur numero, tunc æstimatio rei est vna tantum per plus, vbi ex  $\frac{1}{3}$  numeri quadrati in quadratum duarum tertiarum eiusdem numeri fiat in eundem numero æquationis, & hæc æstimatio eadem est fictæ, correspondens capitulo cubi & numeri æqualium quadratis sub eadem quantitate. Exemplum. Cubus & tria quadrata æquantur 20. tunc quia ex 1. tertia parte numeri quadratorum, in 4. quadratum duarum tertiarum fit minus

quàm 20. dico quòd non est nisi vna æquatio, & res valent 2. & hæc est æstimatio per m. cubi p. 20. æqualis tribus quadratis. Vbi verò ex ea multiplicatione talis numerus possit producti, erit vna æstimatio vera, & duæ fictæ, & vera correspondebit fictæ alterius capituli, & rursus fictæ veris. Exemplum, Si dico, cubus & 11. quadrata æquantur 72. res est re. 40. m. 4. pro vera æstimatione, sed pro ficta est 3. m. vel re. 40. p. 4. m. Et si cubus cum 72. æqualis sit 11. quadratis, æstimaciones veræ sunt 3. vel re. 40. p. 4. & ficta est re. 40. m. 4. m. Ideo querendo fictam semper querimus veram, & correspondentem alterius capituli.

Notum est autem ex hoc, quòd capitula quædam habent duas, quædam vnam æstimationem, & quando habet tres, in vna parte capituli, habent postmodum vnam tantum in reliqua, velut capitulum cubi æqualis rebus & numero in parte inferiore, & capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, & capitulum cubi & numeri æqualium quadratis aut rebus, nam in vna parte habent tres æquationes, in alia vnam tantum, & similiter capitulum quadr. quadrati, & capitulum æqualium quadrato in vna parte habet quatuor æquationes, in alia postmodum nullam. Quædam verò habent duas per totum, vt capitulum quadrati & rerum æqualium numero, aut capitulum quadrati æqualis rebus & numero: quæ verò habent vnam, sunt, vt capitulum cubi & rerum æqualium numero, & capitulum quadrati & numeri æqualium rebus, quod habet duas æquationes in vna parte, in alia postmodum nullam.

Et scias, quod æquationes capitulorum, cubi & quadratorum æqualium numero, item cubi & numeri æqualium quadratis, sic se habent, quod differentia æquationum verarum & fictarum semper æst numerus quadratorum, velut, si cubus & 72. æquantur 11. quadratis, æquatio ficta est re. 40. m. 4. veræ sunt re. 40. p. 4. & 3. differentia, re. 40. m. 4. & 7. p. re. 40. est 11. numerus quadratorum, & ita, si cubus & 11. quadrata æquantur 72. numero.

In his autem capitulis, quæ duplici denominatione, impari & vnâ pari ac numero constant, si cubus & res, æquales sint, quadratis & numero, æquationes possunt esse tres, & omnes veræ, & nulla ficta, quia vt dictum est, minus cum ad solidum deducitur, fit minus, & ita minus æquale esse plus, quod esse non potest.

Vbi verò cubus, quadratum & res, æquales sint numero, tunc tres etiam erunt æquationes, altera p. duæ m. & hoc, si sub eisdem denominationibus quadrata æquari possunt rebus numero & cubo, & æquationes veræ hic, sunt fictæ in illo exemplo, 1. cubus p. 6. quadratis, p. 3. rebus, æquatur 8. tunc rei vera æstimatio habetur ex capitulo suo, deinde habet æstimaciones fictas capituli, 1. cubus p. 3. rebus p. 18. æqualium 5. quadratis, & vna earum est 3. alia re.  $8\frac{1}{3}$  p.  $1\frac{1}{3}$ ; igitur m. 3. vel m. re.  $8\frac{1}{3}$  p.  $1\frac{1}{3}$  est æstimatio ficta, 1. cubi p. 6. quadratis

dratis p. 3. positionibus æqualium 18. & cum hoc est etiam tertia æquatio vera.

Ex hoc habentur tres æquationes capituli, cubi, rerum, & numerus æqualium quadratis, ubi æquatio possibilis, cognoscitur autem hoc ex suis capitulis, earum igitur duæ veræ sunt & æquales, vt dictum est, æquationibus capituli totidem quadratorum & rerum & cubi æqualium numero eadem, vt in exemplo dicto, tertia autem veræ responderet alterius capituli, & est ficta, ideo æquatio capituli 1. cubi p. 6. quadrati p. 3. positionibus, vera est æquatio per m. capituli, 1. cubi p. 3. rebus p. 18. æqualium 6. quadratis. At vbi quadratorum numerus minor sit quam vt possit æquari cubo rebus & numero, tunc vna est æquatio vera, nulla ficta, at in capitulo quadratorum æqualium cubo rebus & numero vna ficta, nulla vera, velut dicendo, 1. cub. p. 1. quadrato p. 2. rebus æquantur 16. rei vera æstimatione est 2. & hæc est ficta æquatio cubi & duarum rerum & 16. æqualium 1. quadrato. Manifestum igitur est, capitula cubi quadratorum, rerum, æqualium numero: etiam cubi rerum & numeri, æqualium quadratis inuicem sibi respondere.

10 Pariter capitulum cubi, æqualis quadratis, rebus, & numero, responderet capitulo, cubi, quadratorum & numeri, æqualium rebus, ideoque vbi res admodum paucae sunt, est æquatio vna ficta, æqualis veræ correspondenti alterius capituli cubi æqualis totidem quadratis rebus & numero. Exemplum, Si cubus æqualis sit 2. quadratis 1. positioni 6. numero, res valet 3. nec plus aut minus, quia si cubus & 2. quadrata & 6. numerus, æquantur vni positioni, nulla potest æquatio vera esse, sed ficta erit m. 3. quæ erat vera in alio capitulo. Quod si res tot sint, vt capitulum cubi, quadratorum, numeri, æqualium rebus, possit habere æquationem veram, tunc æquatio vera duplex erit, & vna ficta, correspondentes duabus fictis, & vni veræ alterius capituli. Exemplum, Si cubus & 3. quadrata & 6. numerus, æquales sint 20. rebus, duæ erunt æquationes veræ, scilicet 3. & 20. 11. m. 3. & vna ficta, scilicet 20. 11. p. 3. m. Igitur æstimatione cubi, æqualis 3. quadratis, 20. rebus, 6. numero, vera est, 20. 11. p. 3. & duæ fictæ erunt, 3. m. & 20. 11. m. 3. m.

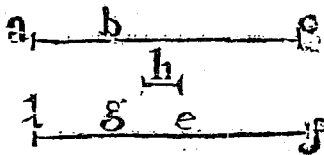
11 Eadem ratione capitula cubi & quadratorum æqualium rebus & numero, & cubi ac numeri æqualium quadratis & rebus, sibi inuicem respondent. Vbi igitur capitulum cubi & numeri æqualium rebus & quadratis non habet æquationem veram, habebit vnâ tantum fictam, æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, 1. cubus p. 72. æquatur 6. quadratis p. 3. rebus, rei ficta æstimatione est, m. 3. rebus, rei ficta æstimatione est, m. 3. & hæc est vera, vnus cubi & 9. quadratorum æqualium 3. rebus & 72. Et sicut capitulum 1. cubi p. 72. æqualium 6. quadratis p. 3. rebus, caret verâ æstimatione, sic capitulum 1. cubi p. 6. quadratis æqualium 3. rebus p. 72. caret ficta: at vbi capitulum cubi & numeri æqua-

lium quadratis & rebus habet veram æstimationem, habebit duplicem, & vnâ fictam, correspondentes duabus fictis, & vni veræ alterius capituli. Exemplum, cubus p. 4. æqualis sit 3. quadratis p. 5. rebus, tunc veræ æstimationes sunt 4. vel 2.  $1\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , ficta vero est, 2.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  m. & hæc est vera æstimatione capituli cubi & 3. quadratorum æqualium 5. rebus & 4. numero, & reliquæ duæ, scilicet 4. & 2.  $1\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  sunt m. in eodem casu & fictæ.

Est etiam manifestum, quod si quadrati quadrata & res & numerus comparentur; regula septima in eis ad vnam locum habebit, sicut in quadrato rebus & numero, conferendo capitula capitulis, eadem ratio in reliquis derivatur.

DEMONSTRATIO.

Et iam opportunum est, vt ostendamus hæc demonstratione, quod etiam in toto hoc libro facturi sumus, vt rebus tam admirabilibus, vltra experientiam, fidei ratio



accedat. Sit igitur gratia exempli, a. b. cubus, cum b. c. numero æqualis d. e. quadratis cum e. f. rebus, & sit h. æstimatione vera, quia igitur ex supposito, a. c. æquatur d. f. fiat d. g. æqualis a. b. quia igitur d. e. superat a. b. in g. e. & b. c. est æqualis g. f. ex communi animi sententia, erit b. c. maior f. e. in g. e. & qualis excessus d. e. super a. b. talis b. c. super e. f. Ponatur igitur h. minus, & ficta æquatio, erit igitur a. b. & e. f. m. sed d. e. & b. c. remanent. p. quia igitur differentia a. b. & d. e. est g. e. & differentia b. c. & e. f. est etiam g. e. & tantum est detrachere a. b. ex d. e. & e. f. ex b. c. quantum addere eas tanquam m. sequitur quod posita æstimatione positionis, m. h. quod a. b. cum d. e. æquatur b. c. cum e. f. vtrumque enim aggregatum est residuum g. e. igitur cubus cum quadratis, æquatur rebus & numero eodem modo, & rei æstimatione est m. h. quantum scilicet in alia æquatione fuit idem in aliis.

Sequitur etiam, quod aggregatum partium in vno, est æquale differentie mutue in reliquo: velut si dicam, cubus & 10. æquantur 6. quadratis & 8. rebus, & æstimatione in hoc capitulo sit vera, erit in capitulo cubi & 6. quadratorum æqualium 8. rebus & 10. numero in ficta æstimatione, aggregatum ex cubo & 6. censibus, æquale differentie cubi & 6. censuum in vera æstimatione, vel 10. & 8. rerum in eadem vera æstimatione, & tantum erit aggregatum 8. rerum & numeri in ficta æquatione.

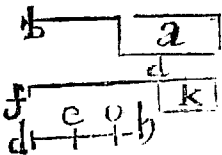
Et cum fuerint numerus & extrema denominatio æqualia, mediæ aut mediis duabus aut quotquot, habebit capitulum duas æstimationes. Nam cum sub aliquo numero

mediæ possint excedere extremas, vt 100. quad. 1. cu. p. sit a. b. rei æstimatio.



Cum igitur contingat æqualem fieri 1. cubi centum quadratis diminuta æstimatione & stante numero vt sit a. c. vel aucto cubo, & sic augebitur æstimatio, vt sit a. d. igitur 100. quoad æqualia 1. cu. p. 1. habent duas æstimationes. Et pariter si fuerint denominationes mediæ plures, etiam si centum forent, quia subeunt rationem vnius, quoniam æstimatione mutata omnes pariter denominationes mediæ augentur aut diminuuntur. Sed si extremæ denominationes inuicem

æquales sint cum mediis alternatis, vt cubus & res sint æquales quadratis & numero, dico



quod poterunt esse tres æstimationes. Sic enim a. numerus cum b. numero quadratorum, æqualis, cum res est de cubo k. & numero rerum f. Et ponatur F. magna, igitur posita d. e. parua poterit consistere æquatio, quia quadrata & cubus minora redduntur ob d. e. paruitatem. At si quadrata exuperent cubum, & res iuxta ea quæ dicta sunt, habebunt æquationes duas, vel aucta propter cubi magnitudinem, vel diminuta ob incrementum rerum igitur erunt tres.

cubi ratione, erunt igitur generalia deriuatiua quadraginta quatuor. Post hæc duo alia sunt ignotæ quantitatis, alterum cum multiplicatur, alterum cum sumitur. Est præterea vnum generale mediourum. Omnium igitur primorum notabilem numerus viginti sex, deriuatiuorum quadragintaquatuor, omnium collectio septuaginta. Post hæc autem plura alia etiam singularia adieciimus, sed eorum maior voluptas quam necessitas, ea igitur non inter hæc numerabimus.

Horum autem necessitas sic colligitur, 2 cum lineæ superficiebus, aut superficies lineis cognoscuntur, quadratorum, positionum, ac numeri capitula opportuna sunt, ac si ex latere Tetragonico aut Solido, capitulum simplex, cum vero trium ignota duo supponuntur, eaque ad superficies ac lineas pertinent, quantitatis ignotæ, & rei capitula exploranda erunt, atque ea simpliciter, si lineæ lineis comparantur, producta vero, cum superficiebus, ac si lineis corpora comparanda, cubi rerum & numeri, sin autem superficieum & corporum & linearum ratio sit quærenda, capitula cubi quadratorum positionum & numeri sunt vtiliora. Porro in his omnibus ad numerum semper comparatio fiet. Hæc ratio præcipua est, quanquam per sepe omnibus in vnoquoque horum vti necessarium sit, operæ precium tamen fuerit, singula hæc describere, deriuatiuæque suis adiungere primitiuis: sunt autem hæc,

*Capitula primitiua carentia deriuatiuis.*

C A P V T II.

*De numero omnium Capitulorum.*

1 **A**T capitula, quæ generaliter scire conuenit, vsque ad solidum extenduntur cubum, simplicia verò, quoniam vnius sunt generis, in vnum contraximus, quanquam ipsum vsque in infinitum extendatur. Quæ verò cum numero quadratum & positionem habent, tria sunt, & quamuis duas fortiat æstimationes vnum eorum, quia tamen simul illæ coniunctæ sunt, tria tantum dicemus esse capitula. At verò cubi & rerum & numeri tria, verum cum vnum illorum duas habeat æquationes, in quatuor euadunt, totidem sunt ex cubo quadratis & numero, iam igitur duodecim. At cubi quadratorum positionum ac numeri, septem, in eorum autem quatuor geminæ æquationes, quare vndecim fient capitula omnia, igitur prima & generalia viginti tria, horum primo prætermisso, quodlibet deriuatiua duo sibi iungit, alterum quadrati, alterum

Numerus æqualis rebus, vel numerus 1 æqualis quadratis, vel numerus æqualis cubis, vel numerus æqualis quadratis quadratorum, vel numerus æqualis nomini seu relato primo, ac ita deinceps comparando numerum cuiusque denominationi.

Numerus & quadrata æqualia rebus, vel 2 numerus & cubus æqualia rebus, vel numerus & cubus æqualia quadratis, vel numerus & quadrati quadrata æqualia rebus, vel numerus & quadrati quadrata æqualia quadrato, vel numerus & quadrati quadrata æqualia cubis, vel numerus & nomen primum æqualia rebus aut quadratis aut cubis & sic absque fine.

Numerus & positio, & ignota quanti- 3 tas.

Numerus & quadratum positionis, igno- 4 ta quantitas, seu numerus & quadratum quantitatis ignotæ & positio, seu numerus cum quadrato positionis quantitatis ignotæ, seu numerus & productum ex positione in quantitatem ignotam, cum altera eorum, vel cum quadrato vnius earum.

*Capitula primitiua.*

- 1 Numerus æqualis quadrato & rebus.
- 2 Numerus & res æqualia quadrato.
- 3 Numerus & quadratum æqualia rebus.

*Capitula deriuatiua.*

- 1 Numerus æqualis quad. quad. & quad.
- 2 Numerus æqualis cub. quad. & cub.
- 3 Numerus & quadrata æquales quad. quad.
- 4 Numerus & cubus æquales cubis quadrat.
- 5 Numerus & quadratum quadrati æqualia quadra.
- 6 Numerus & cubus quadrati æqualia cubis.

# Cap. II. De Numero omn. capit. 227

- |  |   |
|--|---|
| 4 Numerus æqualis cubo & rebus.                            | 7 Numerus æqualis quad. & cubus quadr.                |
| 5 Numerus & res æqualia cubis.                             | 8 Numerus æqualis cub. & cubo cubi.                   |
| 6 Numerus & cubus æqualia rebus æquatio prima.             | 9 Numerus & quadratum æqualia cubo quad.              |
| 7 Numerus & cubus æqualia rebus æquatio secunda.           | 10 Numerus & cubus æqualia cubo cubi.                 |
| 8 Numerus æqualis quadrato & cubo.                         | 11 Numerus & cubus quad. æqualia quad. æquat. pri.    |
| 9 Numerus & quadratum æqualia cubo.                        | 12 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio prima.       |
| 10 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio prima.         | 13 Num. & cubus quad. æqualia quad. æquat. secun.     |
| 11 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio secunda.       | 14 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio secunda.     |
| 12 Numerus æqualis rebus quadrato & cubo.                  | 15 Numerus æqualis quad. quad. & cub. quadrati.       |
| 13 Numerus & res æqualia quadrato & cubo.                  | 16 Numerus æqualis cubo quadrati & cubo cubi.         |
| 14 Numerus & res & quadratum æqualia cubo.                 | 17 Num. & quadratum quad. æqualia cubo quadrati.      |
| 15 Numerus & quad. æqualia rebus & cub. æquatio prima.     | 18 Num. & cubus quadrati æqualia cubo cubi.           |
| 16 Numerus & quadr. æqualia rebus & cubo æquatio secunda.  | 19 Num. & cub. quad. æqualia quad. qd. æquat. prim.   |
| 17 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquatio prima.    | 20 Num. & cub. cubi æqualia cubo quad. æqu. prima.    |
| 18 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquat. secunda.   | 21 Num. & cub. quad. æqu. quad. quad. æquat. sec.     |
| 19 Numerus & res & cubus æqualia quad. æquatio prima.      | 22 Num. & cub. cubi æqual. cu. quad. æquat. secun.    |
| 20 Numerus & res & cubus æqualia quad. æquatio secunda.    | 23 Num. æqualis quad. & quadrat. quad. & cub. quad.   |
| 21 Numerus quad. & cubus æqualia rebus æquatio prima.      | 24 Numerus æqualis cubo & cub. quad. & cub. cubi.     |
| 22 Numerus & quadrat. & cubus æqualia rebus æquatio secun. | 25 Num. & quad. æqualia quad. quad. & cub. quad.      |
|  | 26 Num. & cubus æqualia cubo quadrati & cub. cub.     |
|  | 27 Num. & quad. & quad. quad. æqualia cubo quadr.     |
|  | 28 Num. & cubus & cubus quadr. æqualia cubo cubi.     |
|  | 29 Nu. & quad. quad. æqual. qd. & cu. quad. æquat. p. |
|  | 30 Num. & cu. quad. æqual. cub. & cub. æquat. pri.    |
|  | 31 Num. & quad. quad. æqu. qd. & cu. qd. æquat. sec.  |
|  | 32 Num. & cub. quad. æqual. cub. & cu. cu. æqu. sec.  |
|  | 33 Num. & cub. quad. æqual. quad. qd. æquat. prim.    |
|  | 34 Num. & cub. cu. æqual. cu. & cub. quad. æqu. pri.  |
|  | 35 Nu. & cu. quad. æq. quad. & quad. qd. æquat. sec.  |
|  | 36 Nu. & cu. cu. æqual. cu. & cu. quad. æquatio sec.  |
|  | 37 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. quad. qd. æqu. pri. |
|  | 38 Nu. & cub. & cub. cu. æqual. cu. quad. æquat. pri. |
|  | 39 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. qd. qd. æquat. sec. |
|  | 40 Nu. & cu. & cu. cu. æqual. cu. quad. æquatio sec.  |
|  | 41 Nu. & quad. qd. & cub. qd. æqual. qd. æquat. pri.  |
|  | 42 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio pri.  |
|  | 43 Nu. & quad. qd. & cu. quad. æqual. qd. æquat. sec. |
|  | 44 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio sec.  |

## CAPVT III.

### De æquationibus capitulorum simplicium.

**A**ESTIMATIO rei, est quantitas. in qua veritatem experimur propositorum in capitulo & questione. Exemplum est, cum quis dixit, feci ex 10. duas partes, & duxi earum singulas in se, & fuit productorum differentia 60. quia igitur nescimus quæ quantitas sit maior aut minor, ponemus minorem esse rem ignotam, quam vocamus positionem, erit igitur pars maior

1. positio.	1. quadratum.
10. m. 1. posit.	1. quad. p. 100. m. 20. pos.
1. quadrat. p. 20. position.	1. quad. p. 100.
60. p. 20. positionibus æqualia 100.	
20. positiones æbuales 40.	

residuum ad 10. scilicet 10. m. 1. positione, tunc sequemur quod est propositum, & dumus partes in se, & fiet quadratum minoris 1. quadratum & maioris 1. quadratum p. 100. m. 20. positionibus, adde quod est m. alteri parti, fiet 1. quadratum p. 100. ex vna parte, & 1. quadratum p. 20. positionibus, horum diffe-

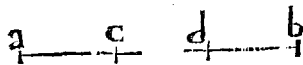
rentia fuit 60. ex supposito, addemus igitur 60. minori parti, & tunc fient æquales 1. quadratum p. 100. & 1. quadratum p. 20. positionibus, p. 60. abiciemus 1. quadratum & 60. ex vtraque parte, remanebunt igitur 20. positiones æquales 40. quia si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquantur sunt æqualia, diuidendo igitur 40. per 20. numerum positionum, exibit 2. æstimatio positionis, in hoc itaque 2. veritatem propositæ questionis experimur, nam si eius quadratum quod est 4. ex 64. quadrato 8. residui 2. & 10. abiciatur, relinquetur 60. propositus numerus. Est etiam verum de 2. quod proponitur in capitulo, scilicet quod quadratum eius quod est 4. cum 100. æquatur quadrato positionis, quod est iterum 4. & 20. positionibus, quæ sunt 40. & 60. simul iunctis, nam vtroque modo colliguntur 104. dicemus igitur merito, propter hoc, quod 2. est rei æstimatio, & cum rectè operatus fueris, in æstimatione seu æquatione, vtraque experientia succedit.

### DEMONSTRATIO.

Vt verò rei veritas apertius deprehendatur, atque cum ea ratio, scire enim est per demonstrationem, vt dicunt, intelligere, sint gratiæ exempli, cubi tres æquales

# 228 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

24. & ponatur a c latus vnus cubi, & c d alterius, & d b tertij: quia igitur cubi sunt



æquales inuicem, erunt & lineæ a c, c d, d b æquales. Cùm igitur secundum numerum, secundum quem a c est in a b, qui est 3. diuiditur 24. quod est cuborum quantitas & fiet ex 19. quinti vel 17. septimi Elementorum, & 31. vndecimi eiusdem, cubus a c æqualis 8. igitur a c latus, erit 2. æstimationis rei, ex quo colligitur generalis regula.

## REGVLA.

3 Deprime propositas duas denominationes ad numerum, si numerus non adsit, æqualiter deducendo, cùmque altera fuerit denominatio, altera numerus, diuide numerum per numerum denominationis, exiens est æstimationis denominationis. Quæ denominatio si positio est, positionis habes æstimationem: si alia denominatio, sume latus seu radicem illius numeri pro denominationis qualitate, si quadratum, quadratum, si cubus, latus cubicum, si quadratum quadrati, radicem radicis, atque ita deinceps, & latus illud seu radix, est positionis vera æstimationis. Exemplum, cubi 20. æquantur 180. relatis primis. Quia igitur non est hic numerus, infimam denominationem cuborum, pones pro simplici numero, scilicet 20. & maiorem seu altiore relatorum, per cubos deprimes, & fient 180. quadrati, diuide igitur 20. numerum, per 180. numerum quadratorum, exit  $\frac{1}{9}$  æstimationis quadrati. Verùm nos quærimus positionis æstimationem, non quadrati, sume igitur radicem quadratam  $\frac{1}{3}$ , & est  $\frac{1}{3}$ , pro vera æstimatione. Aliud exemplum, 7. quadrati æquantur 21. cub. quadrati, deprime ad numerum æqualiter, fient 7. æqualia 21. quadr. quadrati, diuide 7. per 21. exit  $\frac{1}{3}$ , & 2.  $\frac{1}{3}$ , quæ est latus quadr. quadrati, est rei æstimationis. Aliud, 2. cubi æquantur 20. quadr. quadrati, peruenient ad positiones, igitur 20. positiones æquantur 2. diuide 2. per 20. exit  $\frac{1}{10}$ , & quia diuisti cum numero positionum, erit positionis æstimationis,  $\frac{1}{10}$ . Aliud, 20. æquantur 5. quadratis, diuide 20. per 5. exit 4. æstimationis quadrati, igitur rei æstimationis est 2.

4 Et vt omnibus etiam capitulis futuris satisfaciam, maioris denominationis numero reliquos omnes ac numerum diuides, maiorem intelligo altiore, & cum minore denominatione deprimes, postmodum regulam capituli sequeris. Sint gratia exempli 4. cubi æquales 12. quadratis & 8. positionibus.

4. cubi		12. quadrata	8. positionibus.
4.		.	.
<hr/>			
1. quad.		3. positiones	8. 2.

bis, minor denominatio est positio, maioris numerus est 4. diuides omnia igitur per 4. & habebis 1. quadratum æquale 3. posit. 8. 2.

Ex his etiam patet, quod simplex positio, longè magis patet falsis positionibus. Nam & ad quadrata, & ad cubos, & reliquas extenditur denominationes, ideoque æstimationes habet in radicibus, quarum in falsa positione nullas omnino est usus. Quod verò pertinet ad omerum positionibus æqualem, adhuc vtraque falsa positione generalius est, vt in primo exemplo patuit, nulla enim falsa positione licet veniat, quæ nam partes decem quadrata faciant, quorum differentia sit 60. vt ibi propositum est.

## CAPVT IV.

### De subiectis æquationibus generalibus & singularibus.

SINGVLARES dicuntur æquationes, in quibus nullum capitulum perfecte potest absolui, & tales sunt numerus integer, vel fractus, latus etiam omne numeri, seu quadratum seu cubicum vel alterius generis, atque vt ita dicam, omnis simplex quantitas: item constantes ex duabus radicibus omnes, quarum altera sit quadrata, vel 2. 2. & generaliter radix par, vnde quæ ex duobus constant nominibus, & apotome seu vt dicunt recisa tertij ac sexti generis, non apta sunt æquationi generali.

Omne etiam capitulum, quod ex numero quadrato, cubo, & positionibus constat, eas habet generales æquationes, quæ ex capitulo, ad quod deducuntur, deriuatæ sunt, addita vel detracta tertia quadratorum numeri parte, vt suo loco ostendetur.

Generales autem æstimationes, sunt in capitulis quadrati æqualis rebus & numero, secundi generis, constans ex nominibus duobus, vt 2. 19. p. 3. capituli autem quadrati & rerum æqualium numero, secundâ apotome, vt 2. 19. m. 3. capituli autem quadratorum & numeri æqualium rebus, apotome, & constans ex duobus nominibus primi generis, vt 3. p. 2. & 3. m. 2. Vbi autem primum genus dico, quartum etiam intelligo, sic & vbi secundum, etiam quintum, tam in apotome quàm in ea quæ ex duobus nominibus constat.

At vnus radices vniuersalis æquatio, deriuatis conuenit capitulis, seu cubica seu quadrata, hisque quorum principalibus quadratum aut cubus radicis pro æquatione fuerat, velut si quadrato æquali rebus & numero æstimationis hæc conueniabat, 2. 19. p. 3. capitulo cub. quadrati æqualis cubis & numero sub eadem quantitate, æquatio erit, 2. v. cubica 2. 19. p. 3.

Et sicut radix quadrata, nulli præterquam numero iungi potest, vt æquationem efficiat generalem, sic è diuerso, cubica cubicæ iuncta efficere potest, numero non potest. Cùm igitur iungitur cubi æqualis rebus & numero, æquationem producit, non integram tamen, ac detractæ inuicem, efficiunt æquationem capituli cubi & rerum æqualium numero, velut 2. cubica 4. p. 2. cubi-



# Cap. V. Ostendit æstim. Cap. &c. 229

cubica 2. est æquatio capituli, cubi æqualis tribus & numero, & 32. cubica 4. m. 32. cubica 2. est æquatio capituli cubi & rerum æqualium numero.

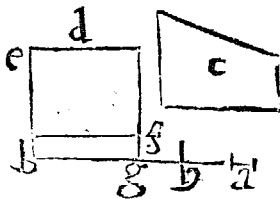
6 At capitulum cubi æqualis quadratis & numero habet æquationem quæ constat ex tribus quantitatibus in continua proportione, quarum duæ extremæ sunt radices cubicæ, media est numerus, vt 32. cubica 16. p. 2. p. 32. cubica 4. sed capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, habet similem in omnibus præcedenti æquationem, excepto quod numerus est m. velut 32. cubica 16. m. 2. p. 32. cubica 4.

7 Illud etiam intelligendum est, radices simplices pro generalibus æquationibus haberi, vt tamen etiam simplicia sint capitula, velut 32. cubica inseruit capitulo numeri æqualis cubo: & quadrata numeri æqualis quadrato, & relata, capitulo relati æqualis numero: & sicut hæ simplices compositis capitulis conuenire nequeunt, sic nec vllum compositum ex pluribus radicibus incommensi capitulo simplici potest conuenire.

quadratum c d est 9. quia b d est 3. igitur a c quadratum est 100. quare latus eius a c est 10. cum igitur b c sit 3. detracta b c ex a c, relinquitur a b latus d e 7.

## ALIA DEMONSTRATIO.

Sit modo a b numerus rerum quarundam æqualium c numero & quadrato d, & faciam quadratum b g dimidij a b, quod sit g e, à quo auferam c numerum, vt e f superficies æqualis sit numero c, & ponam la-



tus quadratum, f b superficies, quod sit g h, dico vtranque lineam b h & h a esse latus quadrati d, vnde sequitur duas fore veras æstimationes huius capituli, quare aggregatum est æquale numero rerum, videlicet a b, constat enim quod rectangulum ex a h in h b, vna cum quadrato h g est æquale quadrato b g, per 3. 2. Elementorum. Quadratum autem h g æquale fuit f b superficies, rectangulum igitur ex a h in h b, æquale est e f, quare & c numero: quod autem sit ex a b in h b, ex tertia secundi Elementorum, æquale est quadrato h b & rectangulo a h in h b, igitur quod sit ex numero rerum a b in æstimationem rei quæ est h b, æquale est numero c, & quadrato h b, quod fuit probandum. Et similiter eadem ratione rectangulum ex a b in a h, æquale est quadrato a h, & ductui a h in h b, sed ex a h in h b vt probandum est, sit c numerus, igitur rectangulum ex a b in a h, scilicet ex numero rerum in rerum æstimationem, æquatur quadrato rei & numero proposito.

Ex hoc patet, quod illi falluntur qui dicunt (quod si b h, gratiâ exempli) sit æstimatione rei, & g f 3. quod rectangulum ex b h in g ferit 3. g h, seu triplum g h, hoc enim esse non potest, scilicet quod superficies contineat lineam aliquam, neque numero, nec aliâ proportionem, cum infinitæ lineæ possint esse in superficie, quantitas enim continua nullum suæ diuisionis recipit terminum, sed veritas est, quod si g f contineat tres monades (gratiâ exempli) id est partes tres lineæ b h, diuisæ in tot partes, quot monades sunt in numero quem dicitur continere, veluti quod b h ponatur 12. erit g f 3. vbi g f sit quarta pars b h, & tunc verum est, quod ex b h in f g sit superficies contineas 36. superficies quadratas, quarum vnusquisque tetragonorum latus est vnitatis, id est, vna ex partibus illis, secundum quas b h est diuisa in 12. & g f in 3. Hoc autem tam in rhetis quam alogis pulchrè ostendit Plato in Memnone.

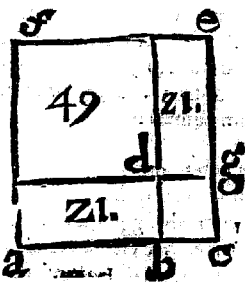
Nec admiretis, hanc secundâ demonstrationem, aliter quàm à Mahumete, explicatâ.

## CAPVT V.

Ostendit æstimationem Capitulorum compositorum minorum, quæ sunt quadratorum, numeri, & rerum.

### DEMONSTRATIO.

1 SIT quadratum f d & 6. res (gratiâ exempli) æquale 91. tunc producam d b & d g, quæ sint 3: dimidium 6. numeri rerum, & complebo quadratum d g b c, in æque productis c g & e b perficiam quadratum a f e c, prout in quarta secundi Elementorum, quia igitur d b ducta in a b ex diffinitione secundi Elementorum producta a d, & ex numero quolibet in rei æstimatione



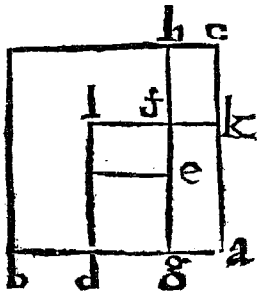
nem producit æstimatione illarum rerum velut si res est 4. & sint quinque res erunt 5. res 20. & tantum producit ex 4. æstimatione rei in 5. numerum rerum, vt ostendimus in capitulo tertio, igitur cum b d sit 3. & a b æstimatione rei, erit superficies a d tribus rebus æqualis, seu æstimatione trium rerum, at superficies d e æqualis est a d, per 43. primi Elementorum. Igitur & ipsa est æstimatione trium aliarum rerum, duæ igitur superficies, a d & d e, sunt æquales 6. rebus, quæ ipsæ cum quadrato f d sunt 91. at

# 230 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

nam ille immutata figura magis ex re offendit, sed tamen obcurus, nec nisi vnam partem, eamque pluribus. Vnde nos facilitati & breuitati consulentes, tum vt vtrique æstimationi vnâ demonstratione satisfacere-mus, hac vtimur.

## ALIA DEMONSTRATIO.

- 3 Sit modò quadratum a c in tertia figura, æquale 6. rebus & 16. numero, & ponatur a d numerus rerum, scilicet 6. igitur superficies a h est 6. positiones, quare d c residuum erit præcisè 16. diuidatur a d per æqualia in g, & fiant quadrata g b & g d,



quæ sint g k & g e. Quia igitur b c æqualis est b a, & b k æqualis b g, erit k c æqualis g a, quare etiam g d & f l, & quia d e & d g sunt æquales, item d f & b g, erit f e æqualis d b, quare etiam æqualis f k, duæ igitur lineæ f k & f h, æquales sunt f l & f e, & anguli a d f recti, igitur f c superficies æqualis est l e, sed f c cum f b fuit 16. igitur l e cum f b fuit 16. addito quadrato g e quod est 9. nam g d fuit 3. erit g k quadratum 25. igitur latus g b 5. addita igitur g a, quæ est 3. fiet a b tota 8. rei æstimationo.

- 4 Secundum hæc formabimus regulas tres, pro quarum memoria subiungemus carmen hoc.

Querna, da bis. Nuquer, admi. Requan,  
Minue dami.

## REGVLA I.

Est autem vnicuique horum capitulorum commune, vt dimidium numeri rerum in se ducatur. Quando igitur quadratum æquatur rebus & numero, quod significatur per Querna siue primam tantum intelligas litteram, seu adnumeres sequentes à prima vocali consonantes, vt Querna, quadratum æquale rebus & numero significet, & Nuquer, Numerum quadrato ac rebus æqualem, & Requan, res quadrato & numero æquales. In hoc Querna igitur, seu capitulo quadrati æqualis rebus & numero addens quadrato dimidij rerum numerum æquationis, & totius accipe radicem quadratam, cui adde dimidium numeri rerum, & aggregatum est rei æstimationo. Exemplum, sit vnum quadratum æquale 10. rebus p. 144. duc 5. in se fit. 25. quadratum dimidij rerum, adde 144. fit 169. cuius 13. est 13. huic adde 5. dimidium numeri rerum, fit 18. æstimationo rei. Rursus sit 1. quadratum

æquale 1. rei p. 11. due 1. dimidium numeri rerum in se, fit 1. adde ei 11. fit 12. accipe 12. quæ est 3. cui adde 1. dimidium numeri rerum, fit 3. rei æstimationo. Rursus, sit 1. quadratum æquale 10. rebus p. 6. duc 5. in se dimidium numeri rerum, fit 25. adde ei 6. fit 31. huius 12. adde 5. dimidium numeri rerum, erit rei æstimationo, 12. p. 5. Rursus sit 1. quadratum æquale rebus 12. p. 2. duc 12. 3. in se fit 3. quadratum dimidij numeri rerum, adde ei 22. fit 25. huius 12. est 5. cui adde 12. 3. quod est dimidium numeri rerum, fiet rei æstimationo 5. p. 12. 5. & si in hoc casu numerus fuisset 20. esset rei æstimationo 12. 23. p. 3. & si fuisset numerus 9. esset æstimationo rei 12. p. 12. 3. quod est dicere, 12. 27. & si fuisset 1. quadratum æquale rebus 12. p. 12. cub. 10. numeri, duc vt prius 12. 3. dimidium numeri rerum in se, fit 3. adde ei 12. cub. 10. fit 3. p. 12. cub. 10. huius accipe radicem, quæ est 12. 7. 3. p. 12. cub. 10. cui adde dimidium numeri rerum & fiet æstimationo rei 12. 3. p. 12. v. 3. p. 12. cub. 10. & hac varietate exemplorum hic vsi sumus, vt in reliquis idem fieri posse intelligas, tum etiam in duabus sequentibus regulis experire, quando quidem nos duplici exemplo contenti erimus. Manifestum est igitur, quod hic bis addimus, scilicet numerum quadrato dimidij rerum, & dimidium rerum radici aggregati, & hoc est, quod in carmine diximus, da, bis, quasi, bis iunge.

## REGVLA II.

Si autem numerus quadrato & rebus æqualis sit, quadrato dimidij numeri rerum adicies numerum æquationis, & totius aggregati accipe radicem, à qua minue dimidium numeri rerum, & residuum est rei æstimationo. Exemplum, 144. æquatur 10. rebus & 1. quadrato, duc 5. dimidium 10. numeri rerum, in se, fit 25. huic adde 144. fit 169. huius 13. est 13. à qua abice 5. dimidium numeri rerum, relinquatur rei æstimationo 8. Rursus, sit 6. æqualis 12. rebus p. 1. quadrato, ducto 5. dimidio rerum in se fit 25. adde 6. fit 31. ex huius radice abice 5. dimidium numeri rerum, fit 12. 3. 1. m. 5. æquatio.

Ex hoc patet, quod hæc regula à precedenti solum differt, quod minuat dimidium numeri rerum ab aggregati radice, vbi illa iungebat, & hæc est, quod in carmine diximus. Ad mi, quasi, adde primo, deinde minue, scilicet, adde numerum quadrato, & minue dimidium numeri rerum postmodum ab aggregati radice.

Ex quo patet quod differentia æstimationis quadrati, æqualis rebus & numero, & numeri æqualis rebus & quadrato, est numerus rerum ad vnguem, vbi in eisdem rebus & numeris statuatur, velut æstimationo quadrati æqualis 10. rebus p. 144. est 18. & æstimationo 144. æqualis quadrato & 10. rebus est 8. & differentia 18. & 8. est 10.

# Cap. V. Ostendit æstim. Cap. & c. 231

## REGULA III.

## QVÆSTIO II.

Si verò res æquales sint quadratis & numero, ducto, vt prius, dimidio numeri rerum in se, & ab eo detracto numero æquationis, radicem residui minue ex dimidio numeri rerum, aut adde, & tam aggregatum quàm residuum est rei æstimatio. Exemplum, 1. quadratum p. 16. æquatur 10. rebus, ducto 5. in se fit 25. vt prius deinde minue 16. ex 25. relinquatur 9. cuius r. quæ est 3. addita vel detracta à 5. dimidio numeri rerum, ostendit rei æstimationes, 8. addita, & 2. detracta, si igitur 10. res sumantur quæ sint 2. erunt 20. & tantum erit quadratum 2. cum 16. item si sumantur 10. res quæ sint 8. erunt 80. & tantum est quadratum 8. addito ei 16. Rursus si dicam, 10. res, æquantur 1. quadrato p. 6. ducto 5. dimidio numeri rerum in se, fit 25. detracto autem 6. relinquatur 19. cuius r. addita vel detracta ex 5. ostendit rei æstimationes, maiorem quidem 5. p. r. 10. minorem verò 5. m. r. 19.

*Notandum.* Quod si detractio ipsa numeri, à quadrato dimidij numeri rerum fieri nequit, quæstio ipsa est falsa, nec esse potest quod proponitur, semper autem pro regula generali in hoc tractatu toto est obseruandum, quòd cum ea quæ præcipiuntur fieri non possunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec esse potuit. Nunc autem subiungemus aliquas quæstiones, duas ex Mahumete, reliquas nostras ex omnibus his, quæ nec multiplici positione, nec propria vtuntur regula, difficillimas.

## QVÆSTIO I.

*Quæst. 1.* Est numerus, à cuius quadrato si abieceris  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{4}$  ipsius quadrati, atque insuper 4. residuum autem in se duxeris, fiet productum æquale quadrato illius numeri, & etiam 12. Pones itaque quadratum numeri incogniti quem quæris, esse 1. rem, abiecit  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{4}$  eius insuper 4. fiet  $\frac{5}{4}$  rei m. 4. duc in se fit  $\frac{25}{16}$  quadrati p. 16. m. 3  $\frac{1}{4}$  rebus, & hoc est æquale vni rei, & 12. abiecit similia, fiet 1. res æqualis  $\frac{25}{16}$  quadrati p. 4. m. 3  $\frac{1}{4}$  rebus, redde quod est minus, alteri parti, pro vniuersali regula, erunt res 4  $\frac{25}{16}$  æquales  $\frac{25}{16}$  quadrati p. 4. quare per 4. regulam tertij capituli, diuisi numerum rerum & 4. per  $\frac{25}{16}$  numerum quadrati, & fient res 24  $\frac{25}{16}$  æquales 23  $\frac{1}{4}$  p. quadrato, quare per tertiam regulam, duces 12  $\frac{25}{16}$  in se, fiet 155  $\frac{625}{16}$  minue 23  $\frac{1}{4}$  fiet 132  $\frac{625}{16}$ , huius r. est 11  $\frac{13}{16}$ , quam adde ad 12  $\frac{25}{16}$  dimidium numeri rerum, fiet æstimatio rei quæ sita 24. scilicet quadrati cuius radix, est numerus ille, qui quæritur. Ex hoc docemur per principalia capitula vitare deriuatiua, nam in positione rei pro primo numero, fuisse quadratum eius operationis fundamentum, & peruenisses ad 1. quadratum p. 23  $\frac{1}{4}$  æqualia 24  $\frac{25}{16}$  quadrato, quare hæc sit tibi pro exemplo, nunc sequamur secundam illius.

Tom. IV.

Fuerunt duo duces quorum vnusquisque *Quæst. 2.* diuisit militibus suis aureos 48. Porro vnus ex his habuit milites duos plus altero, & illi qui milites habuit duos minus, contigit vt aureos quatuor plus singulis militibus daret, quæritur quot vniciuque milites fuerint? Pone numerum militum minorem 1. rem, maior erit 1. positio p. 2. quia igitur summa distribuenda æqualis fuit, manifestum est, quòd quantitates erunt proportione similes, est autem 4. duodecima pars 48. multiplica igitur  $\frac{1}{12}$  in 1. positionem p. 2. fit  $\frac{1}{6}$  positionis p. 2. hoc multiplica per numerum priorum hominum, fit  $\frac{1}{3}$  quadrati p.  $\frac{1}{6}$  positionis, duc verò omnia ad 1. quadratum, fiet 1. quadratum p. 2. positionibus, æqualia 24. accipe dimidium numeri rerum & est 1. duc in se, fit 1. adde ad 24. fit 25. ab huius r. minue 1. dimidium numeri rerum, fit 4. numerus hominum minor, & 6. maior, & primis obtigerunt aurei 12. pro singulo, aliis 8. pro singulo. Multiplicatio autem illa, quando reducitur quadrati pars ad integrum fit per excessum hominum, scilicet 12. per 2. Et causa in hoc est, quòd proportio differentie secundæ ad primam, est vt aggregati quod diuidi debet ad productum ex numero hominum vniciuem, velut proportio 48. ad 24. productum ex 4. in 6. est velut 4. differentie aureorum ad 2. differentiam hominum, & per hanc docuit modum operandi in quæstionibus proportionum, & præcipue quando volumus numerum integrum, vt in hominum numero, in quibus per absurdum esset intelligere medium hominem, nedum quantitatem aliquam alogam seu latum.

## QVÆSTIO III.

Nunc autem proponamus quæstiones nostras, quarum prima est similis præcedenti. *Quæst. 3.* Duæ societates hominum, quarum vna continebat 3. homines plusquam altera, diuiserunt æquales aureorum numeros, qui erant 93. plus numero hominum ipsorum vtriusque societatis simul iunctorum, & pro singulis hominibus societatis minoris, contigerunt aurei 6. plus, quam hominibus singulis maioris societatis. Pones numerum primæ societatis rem vnam, habebit igitur secunda societas rem & 3. p. quare summa aureorum, quæ est 93. p. vtraque societate, est 69. p. duabus rebus, proportio autem ex

$$\begin{array}{r} 1. \text{ pol.} \\ 1. \text{ pol. } 3. \text{ p.} \\ \hline 93. \\ \hline 2. \text{ pol. } p. 96. \\ \hline 6-3 \\ 2. \text{ pol. } p. 48. \\ \hline 1. \text{ quad. } p. 3. \text{ pol.} \\ \hline 1. \text{ quad. } p. 2. \text{ pol. } \text{æqu. } 48. \end{array}$$

cessus aureorum 6. qui contingunt societati minori, ad excessum hominum, scilicet ad 3. est vt summa aureorum, ad productum

# 232 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

ex numero hominum primæ societatis, in numerum hominum secundæ societatis, proportio autem 6. ad 3. dupla est, igitur proportio 2. positionum  $\bar{p}$ . 69. ad 1. quadratum  $\bar{p}$ . 3. positionibus productum ex 1. positione in 1. positionem  $\bar{p}$ . 3. est dupla, igitur dimidium 2. positionum  $\bar{p}$ . 96. quod est  $\bar{p}$ . positio  $\bar{p}$ . 48. æquale est, 1. quadrato  $\bar{p}$ . 3. positionibus, abiecta itaque 1. positione ex utraque parte, fiet 1. quadratum  $\bar{p}$ . 2. positionibus æquale 48. ducito dimidium 2. in se, fit 1. nam dimidium 2. est 1. huic adde 48. fiet 49. huius radix est 7. à qua minue 1. dimidium numeri positionum, habebis æstimationem positionis, & numerum primæ societatis 6. ideo numerus hominum secundæ societatis, est 3.  $\bar{p}$ . scilicet, horum si fiat collectio, addanturque insuper 93. fiet numerus aureorum 108. primis igitur aurei 18. secundis 12. per capita contingere. Aliter & facilius expertis in operationibus, positio fiat ut prius, eritque summa aureorum 2. positiones 6. 96. diuide per positionem  $\bar{p}$ . 3. habebis  $\frac{2. \text{pos. } p. 96.}{1. \text{pos.}}$  æqualem 6.  $\bar{p}$ .  $\frac{2. \text{pos. } p. 66.}{1. \text{pos. } p. 3.}$  igitur detracto  $\frac{2. \text{pos. } p. 96.}{1. \text{pos. } p. 3.}$  ex  $\frac{2. \text{pos. } p. 96.}{1. \text{pos.}}$ , relinquatur 6. at ex tali detractioe fit  $\frac{6. \text{pos. } p. 288.}{1. \text{quad. } p. 3. \text{pos.}}$  hoc est æquale 6. diuisis igitur 6. positionibus  $\bar{p}$ . 288. per 6. exhibit 1. quadratum  $\bar{p}$ . 3. positionibus, nam si diuiso 10. per 2. exit 5. diuiso 10. per 5. exhibit 2. igitur diuisis 6. pos.  $\bar{p}$ . 288. per 6. exit 1. positio  $\bar{p}$ . 48. & hæc æqualia sunt 1. quadrato  $\bar{p}$ . 3. positionibus, quare ut prius, res valet 6.

## QVÆSTIO IV.

*Quest. 4.* Est numerus, cui si addantur duæ radices, aggregato verò iterum addantur duæ radices ipsius aggregati, fiet totum 10. tunc dices, 10. æqualis est secundo numero & duabus eius radicibus, ponemus igitur numerum aggregatum secundum, 1. quadratum, & hic, cum duabus radicibus, æqualis est 10. igitur rei æstimatio per secundam regulam, est  $\bar{p}$ . 11.  $\bar{m}$ . 1. igitur abiice duplum huius ex 10. relinquatur aggregatum 12.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 44. hoc autem ex supposito constat ex quadrato & duabus radicibus, igitur 1. quadratum  $\bar{p}$ . 2. positionibus, æquatur 12.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 44. ducito 1. dimidium numeri rerum in se, fit 1. adde ei numerum fit 13.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 44. accipe radicem, & ex ea minue 1. dimidium numeri rerum, habebis  $\bar{p}$ . v. 13.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 44.  $\bar{m}$ . 1. hanc igitur duplicatam, si detraxeris ex aggregato, relinquatur numerus primus propositus, 14.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 44.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . v. 52.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 704. & ita

14. $\bar{m}$ . $\bar{p}$ . 44. $\bar{m}$ . $\bar{p}$ . v. 52. $\bar{m}$ . $\bar{p}$ . 704.
duc radices eius $\bar{p}$ . v. 52. $\bar{m}$ . $\bar{p}$ . 704. $\bar{m}$ . 2.
aggregatum 12. $\bar{m}$ . $\bar{p}$ . 44.
duc radices huius $\bar{p}$ . 44. $\bar{m}$ . 2.
aggregatum 10.

posses regrediendo quantumlibet procedere, ab ultimo semper inchoando termino. Prolixior autem ero hic in exemplis, quoniam hæc capitula mercaturæ maximè conueniunt. tum quia tyrones in his introducun-

tur, velut & paruos pueros sulent magistri diligentius minuta quæque docere, tum verò quòd eadem in reliquis postmedum fabricare possumus.

## QVÆSTIO V.

Inuenias numerom, à quo detracta  $\bar{p}$ . *Quest. 5.* cubica, & residuo addita sua quadrata radice, perficiatur primus numerus. Pones itaque residuum illud à quo detraxisti radicem cubicam esse 1. quadratum, addemus itaque ei radicem quadratam & fiet 1. quadratum  $\bar{p}$ . 1. positione, & hoc æquale est 1. cubo, nam ex eo quod addito ad 1. quadratum tantum, fit quantum erat prius, igitur quod additur æquale est ei quod minuitur, munuitur autem  $\bar{p}$ . cubica totius quantitatis, igitur positio est radix cubica aggregati, quare aggregatum est cubus, & hic æqualis est 1. quadrato  $\bar{p}$ . 1. pos. deprime per 1. pos. habebis 1. quadratum  $\bar{p}$ . cubus  $\bar{p}$ . 5.  $\bar{p}$ . 2. quale 1. pos.  $\bar{p}$ . 1. pos. | quad.  $1\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  |  
 tio igitur est  $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . | pos.  $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{2}$  |  
 $\frac{1}{2}$ , at numerus primus fuit cubus positionis, igitur primus numerus est  $\bar{p}$ . 5.  $\bar{p}$ . 2.

## QVÆSTIO VI.

Quidam ter iuit ad nundinas, in primo *Quest. 6.* itinere retulit duplum eius quod attulerat, in secundo cum detulisset tale duplum secum, rediit cum eisdem pecuniis, & radice earum & duobus aureis plus, hoc totum autem seruauit, rediitque cum eo ad nundinas tertio, & superlucratus est tantum, quantum esset illud quod produceretur ex pecuniis quas secum attulerat in se ductis, ac etiam quatuor aureos plus, reuersus est autem enim 310. aureis, quæro igitur, quantum attulit secum pecuniarum, in primo itinere? Dices, retulit aureos 310. & hoc fuit æquale pecuniis secundi itineris & quadrato earum & 4.  $\bar{p}$ . igitur pecuniæ quas attulit secum in tertio itinere, quadratum æquatur 306. aureis, abiecto communiter numero 4. ponemus igitur pecunias quas secum attulit 1. positionem, & habebimus 1. quadratum  $\bar{p}$ . 1. positione æquale 306. igitur ex secunda regula, res valet  $\bar{p}$ . 306  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $\frac{1}{2}$ , quod est dicere 17. & tot aureos detulit secum tertio itinere, & tot haberat in secundo itinere quos seruauerat, dictum est autem, quod in secundo itinere lucratus est radicem eorum quos attulerat & 2.  $\bar{p}$ . & retulit 17. igitur si lucratus fuisset radicem tantum, retulisset 15. igitur possit pecuniis quas secum attulit 1. quadratum, habebimus 1. quadratum  $\bar{p}$ . 1. pos. æqualia 15. igitur ex secunda regula, res valet  $\bar{p}$ . 15  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $\frac{1}{2}$ , & hoc est quod lucratus est in secundo itinere, & cum hoc etiam lucratus est aureos 2. lucrum igitur totum fuit eius itineris  $\bar{p}$ . 15  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 1  $\frac{1}{2}$ , ipse autem retulit domum aureos 17. igitur iuit cum aureis 15  $\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 15  $\frac{1}{4}$ , hæc pecuniæ sunt, quas in primo itinere seruauerat, & fuerant duplum eius quod attulerat, primo igitur itinere attulit ad nundinas dimidium 15  $\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 15  $\frac{1}{4}$  aureorum, quod est 7  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 3  $\frac{1}{16}$  aureorum.

# Cap. V. Ostendit æstim. Cap. & c. 233

## QVÆSTIO VII.

*Quæst.* Quidam rex proconsuli ducenti exercitum aureos misit 128000. vt 7000. equitum & 7000. peditum conduceret ea erat stipendij ratio, vt pro singulis 100. aureis, semper 18. pedites plusquam equites conduceret, venit tribunus quidam militum ad proconsulem cum 1700. peditibus & 200. equitibus, quæritur stipendij ratio. Hæc tertia quæstioni affinis est, considera quòd 128000. sunt 1280. centena, quia dictum est quod pro singulis centum aureis differentia numeri peditum à numero equitum sit 18. diuide igitur 1280. in duas partes, quarum vna ducta per vnâ quantitatem producat 7000. & similiter reliqua ducta per eandem quantitatem p. 18. producat etiam 7000. igitur posita quantitate equitum pro re, erit quantitas peditum res & 18. p. diuisis igitur 7000. per harum singulas, proue-

7000.	7000.
1. pos.	1. pos. p. 18.
pos. 14000.	p. 126000.
<hr/>	
1. quad.	p. 18. posit.
pos. 14000.	p. 126000.
	1280.
<hr/>	
pos. $10\frac{1}{16}$	p. $98\frac{7}{16}$
1. quad. p. 18. pos.	
<hr/>	
1. quad. p. $7\frac{1}{16}$ position.	
	æqualia $98\frac{7}{16}$

nient aggregata 1280. nam si ex partibus 1280. ductis in rem, & rem p. 18. sunt 7000. & 7000. igitur diuisis 7000. per rem, & 7000. per rem p. 18. exuentia iuncta facient 1280. & talium igitur diuisione aggregantur  $\frac{pos. 14000. p. 126000.}{1. quad. p. 18. pos.}$  & hoc cum sit æquale 1280. igitur diuiso numeratore per 1280. exit 1. quadratum p. 18. pos. facta igitur tali diuisione, prodit  $10\frac{1}{16}$  positionibus p.  $98\frac{7}{16}$ , hocque est æquale 1. quadrato p. 18. positionibus igitur 1. quadratum p.  $7\frac{1}{16}$  positionibus æquatur  $98\frac{7}{16}$ , igitur res valet  $\frac{1}{16}$ .  $10\frac{1}{16}$  m.  $\frac{17}{32}$ , sed  $\frac{1}{16}$   $110\frac{229}{1024}$  est  $10\frac{17}{32}$ , igitur detractis  $\frac{17}{32}$ , relinquetur rei æstimatio 7. & tot equites 100. aureis conduceret, & pedites 25. igitur pro 1700. peditibus stipendium debuit esse 6800. aurei, & pro 200. equitibus aurei 2857 $\frac{1}{7}$ .

## QVÆSTIO VIII.

*Quæst.* Fac de 20. tres quantitates anagolas, 8 quarum secunda æqualis sit radicibus primæ & tertiæ simul iunctis, pone secundam esse positionem, reliquum erit 20. m. 1. positione, quia igitur ex hoc facere oportet partes duas, inter quas positio cadat proportione media, eritque vt ex vna in aliam fiat quadratum positionis, quare per 16. sexti Elementorum Ex quinta 2. Elementorum vel Reg. sexti libri, ducemus dimidium 20. m. 1. positione in se, & fiet 100. m. 10. positionibus p.  $\frac{1}{4}$  quadrati, à quo auferemus

Tom. IV.

quadratum positionis, & fiet 100. m. 10. positionibus m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, huius radicem adde, & minue à medietate 20. p. 1. positione, & habebis partes quas vides, vt igitur

$100. m. \frac{1}{4}$ pos.	$p. \frac{1}{4} v. 100. m. 10. pos. m. \frac{1}{4}$ qd.
$10. m. \frac{1}{4}$ pos.	$m. \frac{1}{4} v. 100. m. 10. pos. m. \frac{1}{4}$ qd
<hr/>	
20. m. 1. pos.	aggregatum quan.
100. m. 10. pos.	$p. \frac{1}{4}$ quad. m. 100. p. 10. pos.
	$p. \frac{1}{4}$ quad. productum quan.
	æquiualens 1. quad.
	producti radix 1. pos.
	duplum radicis 2. pos.
	aggregatū ex quātitatibus & producto 20.
	$p. 1. pos.$ cuius radix est æqualis positioni.

tur iungas radices vniuersales harum, fac vt in tertio libro te docui, iunge primo quantitates & habebis 20. m. 1. pos. deinde multiplica quantitates ipsas inuicem, & iunge cum aggregato quantitarum earum duplum, & fit totum 20. p. positione, huius radix æquatur 1. positioni, igitur 1. quadratum æquatur 20. p. 1. positione, quare per primam regulam ducemus  $\frac{1}{2}$  dimidium numeri rerum in se, & fit  $\frac{1}{4}$ , adde ad 20. fit  $20\frac{1}{4}$ , accipe radicem quæ est  $4\frac{1}{2}$ , & ei adde  $\frac{1}{2}$  dimidium numeri rerum fit 5. rei æstimatio, quantitas scilicet media, quare faciemus ex residuo ad 20. duas partes inter quas cadat 5. & erunt alia positione instaurata, vel per regulas sexti libri,  $7\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{2}$ .  $31\frac{1}{4}$  &  $7\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ .  $31\frac{1}{4}$ , harum radices simul iunctæ sunt 5.

## QVÆSTIO IX.

Fac de 10. duas partes, quarum maior, detractis duabus suis radicibus, æqualis sit minori additis duabus suis radicibus constat igitur quòd differentia maioris & minoris, est duæ radices maioris, & duæ minoris, ponatur igitur differentia hæc radix 4. positionum, & ponatur pars vna 5. p.  $\frac{1}{2}$ . 1. positionis, & alia 5. m.  $\frac{1}{2}$ . 1. positionis, & sumatur aggregatum radicum harum partium, & est ex libro quarto,  $\frac{1}{2}$ . tota (quam vniuersalissimam appellare solent) 10. p.  $\frac{1}{2}$ . v. 100. m. 4. positionibus, & hoc æquatur duplicatum  $\frac{1}{2}$ . 4. positionum, quare dimidium dimidio scilicet,  $\frac{1}{2}$ . 1. positionis, huic  $\frac{1}{2}$ . vltimi, quare quadratum quadrato, scilicet 1. positio æquabitur 10. p.  $\frac{1}{2}$ . v. 100. m. 4. positionibus igitur 1. pos. m. 10. æquatur  $\frac{1}{2}$ . v. 100. m. 4. positionibus, quare quadrata quadratis, quæ sunt, 1. quadratum p. 100. m. 20. positionibus, & 100. m. 4. pos. igitur 1. quadratum est æquale 16. positionibus, igitur positio æqualis 16. & nos volumus differentiam partium esse  $\frac{1}{2}$ . 4. positionum, igitur differentia partium fuit  $\frac{1}{2}$ . 64. quæ est 8. & sic effugisti quadratum quadrati, ponendo  $\frac{1}{2}$ . positionum.

## QVÆSTIO X.

Fuerunt homines in tribus societatibus, & numeri illorum analogi ductoque numero secundæ societatis, in numerum tertiæ,

V 3 confur-

conspicitur aggregatum omnium, cum cubo numeri primæ. Debes in hoc considerare, quòd perabsurdum est, ut tales numeri sint alogi, aut fracti, nam non conuenit pene- re hominis partem, vide igitur in qua proportione quadratum dimidij producti ex secunda in tertiam superat aggregatum omnium in numero aliquo quadrato, & inuenies quòd in dupla, capiendo 1. 2. 4. productum ex dimidio 8. qui fit ex 2. in 4. & est 4. in se, excedit 7. aggregatum in 9. numero quadrato, & hoc venaberis ex alia positione simplici. Pones igitur totidem res pro his numeris, scilicet 1. positio 2. positiones 4. positiones, harum aggregatum est 7. positiones, adde his cubum 1. positionis, & fiet 1. cubus p. 7. positionibus, & hoc æquatur 8. quadratis, producto secundæ in tertiam, deprime partes per positiones, fit 1. quadratum p. 7. æquale 8. positionibus, quare per tertiam regulam, duc. 4. dimidium numeri positionum

1. pos. cubus p. 1. cub.
2. pos. aggreg. 7. pos.
4. pos. produc. 3. in 2. 8. quid

in se fit 16. abijce 7. numerum, relinquitur 9. huius 3. addita vel detracta à 4. dimidio numeri rerum, ostendit 7. & 1. æstimationes rei, sed quia 1. non est numerus societatis, ideo dicemus quòd res fuit 7. & hic est numerus societatis, secunda igitur habebit homines quatuor decim, tertia 28. constat autem quòd cubus 7. cum aggregato numerorum est 392. & tantum producitur ex 14. secundo numero in 28. tertium.

## C A P V T VI.

### *De modis inueniendi capitula noua.*

1. **C**UM verò diligenter considerassem in his, visum est mihi, vt etiam vltra transgredi liceret, itaque exemplo deriuatorum, quæ iam inuenta fuerant, quadrati & quadrati æqualium numero, tum etiam cubus quadrati & cubi æqualium numero, ac reliquorum quatuor, capitulum constituerem quad. quad. quadrati, & quad. quadrati & numeri, inuicem æqualium, indeque æstimatio rei 3. 3. est æstimationis principalium eis correspondentium, velut si 1. quadratum p. 2. positione est æquale 12. & æstimatio rei est 3. si 1. quad. quad. quadratum p. 1. quad. quadrato æquantur 12. æstimatio rei erit 3. 3. indeque ad excogitanda reliqua deriuatiua animus appulimus.

2. Mox verò ad alia me transuli, visumque opportunum, vt æquationum naturam spectarem, cumque & primi coniuncti (sic enim binomium) & apotomæ primæ (sic enim recifum vocamus) originem intuerer, visum est, ut in his duæ essent diuersorum generum quantitates, numerus, & aloga pars, seu radix. porò cum ad quadratum deducitur, numerus quidem fit ex quadratis partium in se, radix ex ductu unius partis in alterambis,

res 2. p. 3.  
quadratum 7. p. 48.  
cu. 26. p. 67. 5.

cubus verò constituitur in parte aloga, ex triplo quadrati numeri, cum quadrato radicis in radicem. Igitur proportio partis alogæ in cubo, ad partem alogam in quadrato, est velut tripli quadrati partis, quæ est numerus, cum quadrato partis quæ est radix, ad duplum numeri, at proportio tripli quadrati numeri, ad duplum numeri, est ipse numerus cum dimidio. Proportio etiam quadrati radicis, ad duplum numeri, est quæ prouenit diuiso tali quadrato per idem duplum, igitur ipsa proportio, est numerus ipse cum dimidio sui, & tali prouentu, quare assumptis totidem quadratis, erunt partes alogæ æquales, quare tot quadrata æquabuntur cubo & numero. Velut in hoc casu, diuiso 3. quadratum radicis, per 4. exit  $\frac{1}{4}$  cui addo 3. qui est æqualis numero & dimidio, fit  $3\frac{1}{4}$  dico igitur quod in hac æstimatione  $3\frac{1}{4}$  quadrati æquabuntur cubo & alicui numero, & est numerus ipse  $\frac{1}{4}$ .

Demum volens diligentius rem perscrutari, posui 10. quadrata æqualia cubo, & alicui numero, & posui partem primam binomij (sic enim vsus gratia appellabatur coniunctum) esse, gratia exempli, 3. & constitui partem secundam 1. positionem, &

3. p. 1. pos.  
9. p. 1. quadratum p. 6. pos.  
27. pos. p. 1. cu.

1. cu. æqualis 33. pos.

hæc est radix, quadratum igitur, est 9. p. 1. quadrato, & hoc totum est numerus & 5. positiones, & hoc est radix, at in cubo ut dictum est fit pars aloga ex triplo quadrati 3. & est 27. & quadrato 1. positionis quod est 1. quadratum, in partem quæ est aloga id est in positionem, igitur 27. positiones p. 1. cubo, æquantur 10. quadratis, in parte aloga id est decuplo 6. positionum quod est 60. positiones, igitur dicemus, quòd cubus æquatur 33. positionibus, igitur deprimendo per positiones, quadratum æquatur 33. igitur res est 3. 3.

## R E G V L A.

Ex his tandem hæc formatur regula breuissima. Adde primo numero dimidium sui, & totum abijce ex numero quadratorum residuum ducet in duplum prioris numeri, & producti 3. est secunda pars coniuncti. Exemplum, est cubus qui cum numero æqualis est 12. quadratis, & prima binomij, pars est 5. adde dimidium 5. ad 3. fit  $7\frac{1}{2}$  abijce ex 12. fit  $4\frac{1}{2}$  duc.  $4\frac{1}{2}$  in 10. duplum 5. prioris numeri, fit 45. cuius 3. est secunda pars coniuncti, igitur 12. quadrata & 5. p. 3. 45. æqualia sunt cubo & 40. Eadem ratione inueni, quòd numerus æquationis, scilicet 40. producti ex differentia primi numeri, & numeri quadratorum, in quadratum primi

nume-

numeri, & producti tripli primi numeri, & numeri quadratorum in quadratum radicis, est differentia.

Poft hæc deuolui confilium ad explorandum qualitatem capitulorum cub. quadrati, rerum & numeri, vidique quòd si dixerò, cubus & 3. quadrata, æqualia funt 14. rebus, & 20. numero, & ponatur quantitas quædam intellecta, æstimatio rei, cuius prima pars fit numerus, fecunda verò quantitas, alia pars irrationalis. Et fit gratia exempli, hic 1. p. 32. 5. constat autem quòd coniungendo partes irrationales cubi & quadrati, quod illæ funt ex duplo numeri quadratorum, iu primam numeri partem,

5. p. 32. 45.		
5	12	15
	7	3
	25	45
<hr/>		
	175	135
	40	

res 1. p. 32. 5.  
quadratum 6. p. 32. 20.  
cub. 16. p. 32. 320.

ſeu ex numero quadratorum, in duplum numeri, itenque ex triplo quadrati numeri, & quadrato irrationalis partis, hoc est autem æquale, in capitulo cubus quadrati, & numeri, etiam numerorum rerum conuenit, igitur ut in utroque pars rationalis talis fit, ut ſi iungantur, duplum numeri quadratorum, & etiam triplum ſui quadrati, cum quadrato alterius partis, conſtituat numerum rerum. Et ſi pars rationalis vel numerus eſſet minus, oporteret vt eſſet differentia dupli numeri quadrati, & tripli quadrati partis, quæ eſt 32. cum quadrato partis quæ eſt numerus, ipſe numerus rerum. Exemplum, ſi 1. cubus p. 6. quadratis p. numero, æquatur 30. rebus, & pars vna apotomæ, ſit m. 2. tunc ducemus 6. numerum quadratorum in 4. duplum 2. & fiet 24. huic addemus 30. numerum rerum, & fiet 54. & hoc debet æquari triplo quadrati, quod eſt 12. & quadrato alterius partis, igitur abiecto 12 ex 54 relinquatur 42. & 32. eſt pars prima apotomæ, quare res valet 32. 42. m. 2.

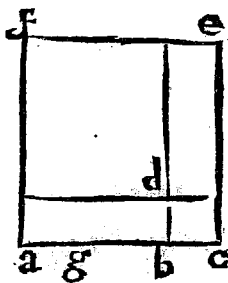
3. Eſt & modus aliſus, qui ſimilitudinis dicitur, atque hic quadruplex A natura æquationis, velut cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, extrahitur ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Ab augmentis æquationum, ſicque capitula non vniuerſalia inuenimus quad. quad. quadrati, rerum: ac numeri. A conuerſione æquationum in naturam ei æquivalentem, ut exponemus infra. A modo procedendi ad æquationes per cuborum vel quadratorum generationem, aut per proportionem ut dupli vel dimidij, aut per additionem vel diminutionem, tres enim ſunt modi in vniuerſum.

4. Eſt etiam tranſmutationis via, qua ante demonſtrationem vniuerſalia capitula multa inueni, atque inter reliqua. cubi æqualis quadratis & numero, & cubi cum quadratis, æqualis numero, velut cum conamur hanc ſoluere quæſtionem, duos inuenias numeros, quorum aggregatam æquale ſit al-

terius quadrato, & ex uno in alterum ducto, producat 8. una enim via peruenies ad 1. cubum æqualem 1. quadrato p. 8. alia ad 1. cubum p. 8. rebus æqualem 64. hæc igitur inuenta æſtimatione, ſi diuiferis 8. per eam, prædabit reliqua æquatio, ex qua in capituli illius cogitationem perueni. Quæſtiones igitur alio ingenio cognitæ ad ignotas tranſfer poſitiones, nec capitulorum inuentio finem eſt habitura, non tamen extra hæc, ex vna quæſtione, generalia poteris aſſequi.

Cum autem intellexiſſem capitulum, quod Nicolaus Tartalea mihi tradiderat, ab eo fuiſſe demonſtratione inuentum Geometrica, cogitavi eam viam eſſe regiam, ad omnia capitula venanda. Itaque ad eam tria ſuppoſita maxime utilia præmittere inſtitui, quorum dilucida declaratione, reliqua, quæ & ipſa demonſtrabuntur, facile erit intelligere, eſt autem horum hoc primum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, cubus totius æqualis eſt, cubis ambarum partium, triploque productorum, uniuſcuiuſque earum, viciffim in alterius quadratum. Quamuis hoc & reliqua duo quæ ſequuntur alibi à nobis in 7. Elem. Geom. oſtenſa ſint, ne tamen huic operi quicquam deeſſet, placuit hic denuo demonſtrare. Sit



igitur A. C. diuiſa in puncto B. & ſit cubus totius A. E. ſint etiam in baſi eius ſuperficies diſtinctæ D. A. D. C. D. F. D. E. manifeſtum eſt autem ex 4. 2. Elementorum, C. D. eſſe quadratum B. D. & D. F. quadratum A. B. & duo reſtanta A. D. & D. E. fieri ex A. B. in B. C. ſingula, cubus autem totus conſtat ex A. C. linea, in quadratum A. E. quare ex A. C. in ſuperficies D. A. D. C. D. E. D. F. componentes A. E. quare cum A. C. conſtet ex A. B. & B. C, conſtat cubus A. E. ex octo corporibus, quorum quatuor conſtant ex A. B. linea in ſuperficies D. A. D. C. D. E. D. F. reliqua quatuor, ex B. C. linea, in eaſdem quatuor ſuperficies. At ex A. B. in F. D. ſit cubus A. B. & ex B. C. in C. D. cubus B. C. conſtat igitur cubus A. E. ex cubis A. B. & B. C. & ex eo quod ſit ex A. B. in D. A. D. C. D. E. & eo quod ſit ex C. B. in D. A. D. F. & D. E. at quod ſit ex A. B. in C. D. æquale eſt ei quod ſit ex B. C. in D. A. & quod ſit ex B. C. in D. F. æquale ei quod ſit ex A. B. in A. D. eò quod altitudines & baſes eadem ſunt, parallelepeda etiam ex A. B. in A. D. vel D. E. æqualia ſunt inuicem, ſimiliter ex B. C. in A. D. vel D. E. inuicem æqualia, eò quod D. A. & D. E. ſunt æquales ſuperficies, per 43. primi Elementorum,



torum, igitur cubus  $a c$  constat ex cubis  $a b$  &  $b c$ , & triplo  $a b$  in quadratum  $b c$ , & triplo  $b c$  in quadratum  $a b$ , quod erat probandum.

7 Ex hoc patet secundum, scilicet, quod cubus  $a b$ , cum triplo  $a b$  in quadratum  $b c$ , superat cubum  $b c$ , cum triplo  $b c$  in quadratum  $a b$ , in cubo differentia  $a b$  &  $b c$ , sit igitur  $a g$  æqualis  $b c$ , & erit differentia  $a b$  &  $b c$ , linea  $g b$ , constat autem ex precedente cubum  $a b$ , æqualem esse cubis  $a g$  &  $g b$ , & triplo  $a g$  in quadratum  $g b$ , & triplo  $g b$  in quadratum  $a g$ , quare cubus  $a b$  cum triplo  $a b$  in quadratum  $b c$ , æqualis est cubis  $a g$  &  $g b$ , & triplo  $a b$  in quadratum  $g b$ , & triplo  $g b$  in quadratum  $a g$ , & triplo  $a b$ , in quadratum  $g b$ , & triplo  $g b$ , in quadratum  $a g$ , & triplo  $a b$ , in quadratum  $b c$ . verum cubus  $a g$ , æqualis est cubo  $b c$ , & triplum  $b g$  in quadratum  $a g$ , æquale est triplo  $b g$ , in quadratum  $b c$ , & triplum  $a g$  in quadratum  $g b$ , æquale est triplo  $b c$  in quadratum  $b g$ , eod quod  $b c$  æqualis est  $a g$ , cubus igitur  $a b$ , & triplum  $a b$ , in quadratum  $b c$ , æqualia sunt cubo  $b c$  &  $b g$ , & triplo  $b g$ , in quadratum  $b c$ , & triplo  $b c$ , in quadratum  $b g$ , & triplo  $a b$ , in quadratum  $b c$ , at ex  $b g$ , in quadratum  $b c$ , sit quantum ex  $b c$  in rectangulum ex  $b g$ , in  $b c$  ter, igitur ex  $b g$  in quadratum  $b c$ , æquale ei quod sit ex  $b c$ , in rectangulum ex  $b c$ , in  $b g$  ter, eadem ratione, quod ex  $a b$  in  $b c$  quadratum ter æquale ei quod ex  $b c$  in rectangulum ex  $a b$  in  $b c$  ter, cubus igitur  $a b$ , & triplum  $a b$  in quadratum  $b c$ , æqualis est cubis  $b g$  &  $b c$ , & triplo  $b c$  in rectangulum  $b c$  in  $a b$ , & triplo  $b c$ , in rectangulum ex  $b c$  in  $b g$ , & triplo  $b c$  in quadratum  $b g$ , at ex quarta secundi Elementorum, rectangulum ex  $b c$  in  $b g$ , & ex  $b c$  in  $b g$ , cum quadrato  $b g$  æquantur quadrato  $a b$ , igitur cubus  $b g$  cum cubo  $b c$ , & triplo  $a b$  in quadratum  $b c$ , quare cubus  $a b$ , cum triplo  $a b$  in quadratum  $b c$ , excedunt cubum  $b c$ , cum triplo  $b c$  in quadratum  $a b$ , in cubo differentia  $b g$ .

*Corr. primam.*

Ex hoc patet, quod si  $b c$  ponatur  $m$ , quod cubus  $a b$  constabit ex cubo  $a c$ , & triplo  $a c$  in quadratum  $b c$ , addito per  $m$  cubo  $b c$ , & triplo  $b c$  in quadratum  $a c$ , nam si  $b c$  fuisset  $p$ , differentia cubi  $a c$  cum triplo  $a c$  in quadratum  $b c$ , à cubo  $b c$ , & triplo  $b c$  in quadratum  $a c$ , fuisset cubus  $a b$ , ex demonstratis. Sed posita  $b c m$ , tantum est quod aggregatur, quanta est differentia posita  $b c p$ . igitur cubus  $a b$ , est aggregatum cubi  $a c$  & tripli  $a c$ , in quadratum  $b c$ , & tripli  $b c$  in quadratum  $a c m$ . & cubi  $b c m$ . Et eodem modo, si  $a b$  poneretur  $m$ . cubus  $b c$  constaret ex cubo  $a c$ , & triplo  $a c$  in quadratum  $a b$ , & triplo  $a b$ , in quadratum  $a c$  per  $m$ . & cubo  $a b$  per  $m$ .

*Corr. 1.*

Eodem modo, si  $a b$  ponatur  $m$ . cubus eius componetur ex cubo  $b c$ , & triplo  $b c$  in quadratum  $a c$ , & cubo  $a c$  per  $m$ . & triplo  $a c$  in quadratum  $b c$  per  $m$ . nam ut dictum est, cubus  $a b$ , est differentia talium partium per  $p$ . ex primo corollario, igitur detracta maiore ex minore, fiet tantundem

$m$ . sed cubus  $a b m$ . est æqualis cubo  $a b p$ . in numero, ut enim 27.  $p$ . est cubus 3.  $p$ . ita 27.  $m$ . est cubus 3.  $m$ . igitur cubus  $a b m$ . est æqualis cubo  $b c$ , & triplo  $b c$ , in quadratum  $a c$ , & cubo  $a c m$ . & triplo  $a c$  in quadratum  $b c m$ .

Ex primo autem supposito, ostenditur 8 etiam hoc tertium, quod est, proportionem aggregati ex cubis  $a b$  &  $b c$ , ad triplum productorum  $a b$  in quadratum  $b c$ , &  $b c$  in quadratum  $a b$  esse, ut aggregati primæ & tertiæ detracta secunda trium quantitatum analogarum in proportione  $a b$  ad  $b c$  ad triplum secundæ earum. Constat enim ex 32. 11. Elementorum, quod proportio cubi  $a b$  ad corpus ex  $a c$  in quadratum  $a b$ , est ut quadrati  $a b$  ad  $a d$  superficiem, quare ex prima sexti Elementorum, ut  $a b$  ad  $b c$ , eadem ratione parallelepipedum ex  $b c$  in quadratum  $a b$  ad parallelepipedum ex  $a b$  in quadratum  $b c$ , proportio, ut  $a b$  ad  $b c$ , atque rursus parallelepipedum ex  $a b$  in quadratum  $b c$  ad cubum  $b c$ , ut  $a b$  ad  $b c$ . Quatuor igitur corpora, scilicet cubus  $a b$ , parallelepipedum ex  $b c$  in quadratum  $a b$ , parallelepipedum ex  $a b$  in quadratum  $b c$ , & cubus  $b c$ , sunt in continua proportione linearum  $a b$  &  $b c$ . Statuamus ita hæc corpora breuitatis causa in quatuor literis  $h, k, l, m$ , ita ut  $h$ , sit cubus  $a b$ , &  $k$ , parallelepipedum ex  $b c$  in quadratum  $a b$ , &  $l$ , parallelepipedum ex  $a b$ , in quadratum  $b c$ , &  $m$  sit cubus  $b c$ , igitur cum ratio.  $m$ , ad  $l$ , sit eaque  $l$ , ad  $k$ , ut probatum est, item  $k$  ad  $l$ , ut  $h$  ad  $k$ , erit per 24. 5. Elementorum,  $k$  m ad  $l$ , ut  $h l$ , ad  $k$ , quare ex duodecima eiusdem,  $h k l m$ , ad  $k l$ , ut  $h l$  ad  $k$ , quare ex decimanona eiusdem,  $h m$  ad  $k l$ , ut  $h l$  detracto  $k$ , ad  $k$ , quare per 22. eiusdem,  $h m$  ad triplum  $k l$ , ut  $h l$  dempto  $k$  ad triplum  $k$ , at cum  $h k l$ , sint in proportione  $a b$  ad  $b c$ , ut probatum est, erit per 11. eiusdem quinti Elementorum, cuborum  $a b$  &  $b c$ , simul iunctorum, ad triplum  $a b$  in quadratum  $b c$ , &  $b c$  in quadratum  $a b$ , velut primæ & tertiæ trium linearum proportionalium in proportione  $a b$  &  $b c$ , detracta media ipsarum, ad triplum ipsius mediæ.

*Corr. 3.*

Ex hoc patet, quod proportio tripli  $b c$  in quadratum  $a b$ , ad triplum  $a b$  in quadratum  $b c$ , est ut  $a b c$ , ex duodecima quinti Elementorum.

*Corr. 4.*

Et quod proportio cuborum  $a b$  &  $b c$ , cum duplo  $b c$  in quadratum  $a b$ , &  $a b$  in quadratum  $b c$ , ad residuum totius cubi  $a c$ , est ut trium superficialium  $d c$ ,  $d a$ ,  $d e$ , ad  $d e$  superficiem, seu ut trium quantitatum proportionalium in proportione  $a b$  ad  $b c$ , ad mediam ipsarum, ac multa alia quæ breuitatis causâ omitto.

## CAPVT VII.

### *De capitulorum transmutatione.*

**C**V M fuerit numerus & denominatio media, extremæ æqualis, conuertetur capi-



# Cap. VII. De Capitul. transm. 237

capitulum in duas denominationes eandem, & sub eadem magnitudine numero æquales, velut si dicam, quadratum æquatur 6. radicibus & 16. dicemus igitur etiam, quadratum & 6. radices, æquantur 16. manetque conuersa ratio, inde habita prima æquatione, detrahemus numerum radicum, & est 6. & habebimus secundam, vel secundam habita, addemus 6. numerum radicum, & fiet æquatio prima, verum in cæteris denominationibus regula generalis dari non potest.

2 Verum generalis est regula, cum media denominationi, numero & extrema denominationi æquatur, tunc conuertetur in aliam mediam denominationem, tantundem à numero distantem: quantum prior media ab extrema denominatione distabat. Sic pro exemplo, si cubus & numerus æquales sint rebus, cubus cum eodem numero, quadratis etiam æquabitur, sed non sub rerum numero. Ratio verò habendi mediam denominationem est, deprime maiorem denominationem ex mediis, per minorem, & radicem numeri æquationis, sumptam secundum naturam denominationis extremæ, reduces ad denominationem quæ exiit, & cum eo numero, multiplicabis numerum denominationis mediæ proximioris maximæ denominationi extremæ, aut diuides numerum proximioris numero, & qui exit, numerus est denominationis mediæ, velut si cubus & 16. æquantur 6. quadratis, erit ex dictis cubus & 16. æqualia rebus. Harum numerum sic venabimur, deprime quadratum per res, exeunt res, accipe 3. cub. 16. nam cubus est extrema denominatio, & eam reduc ad naturam rei, cum res sit id, quod prouenit diuiso quadrato per rem, fiet igitur 3. cub. 16. quoniam res non auget nec minuit igitur ducemus 3. cub. 16. in 6. numerum quadratorum, qui sunt proximiores cubo, quam numero, & sient res 3. cub. 3456. æquales 1. cub. p. 16. Exemplum aliud. cubus & 8. æquantur 18. rebus, dices igitur, cubus & 8. æquantur quadratis, diuide igitur quadratum per rem exit res, accipe 3. cubicam 8. quia cubus est maxima denominatio, & est 2. ea non est deducenda aliter, cum res sit denominatio exiens, fiet igitur 2. diuisor 18. numeri rerum, quia res sunt proximiores numero, quam cubo, & exiit 9. numerus quadratorum æqualium cubo p. 8. eodem modo, si dicamus 1. quadr. quadratum p. 64. æquatur 10. cubis, cadet transmutatio

1. quadr. quad. p. 64.	10. cub.
1. quadr. quad. p. 64.	rebus.
3. 8. quad. 8.	
	10.
	res 80.

rebus in 1. quadr. quadratum p. 64. æquale rebus, diuide igitur cubum per rem exit quadratum, duc 3. 3. 64. quæ est ex natura quadr. quadrati, & est 3. 8. ad naturam quadrati, scilicet denominationis exeuntis, fit 8. quæ duc in 10. numerum cuborum,

quia sunt proximiores maximæ denominationis, & sunt res 80. contra diuide res 80. per 8. ad habendum numerum cuborum.

Eadem ratio tenet, vbi denominatio media cum numero, æquatur extremæ, seu duæ denominationes extremæ, numero æquales fuerint, nam eadem regula vnam æquationem in aliam transmutabimus. Ut pro exemplo, cubus æquetur 9. rebus p. 10. dicemus igitur, cubus p. quad. 3. cubicæ 72900. æquantur 10. & si cubus æquatur 6. quadratis p. 16. erit cubus & res 3. cubus 3456. æqualis 19. Et si cubus p. 18. rebus, æquatur 8. erit cubus æqualis 9. quadratis & 8. numero. Et cum relatum primum p. 6. cubis æquatur 80. erit relatum primum æquale quadratis p. 80. diuide igitur cubum per quadratum, exiit res, sume

1. p. p. 6. cub. 80.	
1. p. quadr. p. 80.	
1. rel. 80. res 3. rel. 80.	
	6.
	quadr. 3. rel. 922080.

3. relati 80. & eam reducito ad naturam rei, remanet 3. relati 80. quam ducito in 6. numerum cuborum, fit 3. relata 622080. numerus quadratorum igitur p. æquatur quadratis 3. relata 622080. p. 80. numero, eadem ratione, si 1<sup>m</sup> p. 30. rebus æquale sit 32. numero, tunc erit 1. p. æquale quadr. quadrato & 32. numero, diuide quadr. quadratum per rem, exit cubus, reducito 2. 3. relata 32. ad cubum, fit 8. diuide 24. numerum rerum per 8. exit 3. numerus quadr. quadratorum, qui cum 32. æquantur relati primo.

4 Sed pro habenda æstimatione in singulis, diuides quadratum radicis numeri æquationis, sumpta ipsa radice: secundum naturam maximæ denominationis, per æstimationem quam habes, quod exit est æstimatio conuersi capituli. Exemplum, dictum est, quod si cubus & 8. æquatur 18. rebus, cubus & 8. æquabitur 9. quadratis. In prima autem æquatione res valet 4. vel 3. 6. m. 2. dico, quod si acciperis 3. cubicam 8. quæ est 2. & duxeris eam in se fit 4. & diuiseris per priores æstimationes, scilicet 4. vel 3. 6. m. 2. exiit 1. vel 3. 24. m. 4. æstimationes cubi p. 8. æqualium 9. quadratis. Et eodem modo dictum est, quod si 1<sup>m</sup> p. 6. cubis, æquatur 80. quod 1<sup>m</sup> p. æquabitur 3. 1<sup>a</sup>, 622080. quadratorum p. 80. & in prima æquatione æstimatio rei manifeste est 2. duc igitur 3. 1<sup>a</sup> 80. in se, fit 3. 1<sup>a</sup> 6400. diuide per 2. æstimationem relati & 6. cuborum æqualium 80. exiit 3. 1<sup>a</sup> 200. æstimatio rei quando 1<sup>m</sup> p. æquatur 3. 1<sup>a</sup> 622080. quadratorum p. 80. ut verò facilius intellectus omnium horum sit, viginti quatuor transmutationes subiungam, ex quibus alias discere licebit. Hic namque duodecim sunt conuersiones, totidemque e contra, velut si cubus & quadratum æquantur numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, at

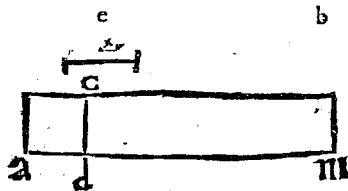
e contra,

cub. & quad. æqual. n<sup>o</sup> in cub. æqual. re & n<sup>o</sup>.  
 cub. æqual. quadr. & n<sup>o</sup> in cub. & res æqual. n<sup>o</sup>.  
 cub. & n<sup>s</sup> æqual. quadr. in cub. & n<sup>m</sup> æqual. rebus.  
 quadr. quad. & cub. æqual. n<sup>o</sup> in quadr. quad. æqual. rebus & n<sup>o</sup>.  
 quadr. quadr. & n<sup>s</sup> æqual. cub. in quadr. quad. & n<sup>m</sup> æqual. rebus.  
 quadr. quadr. æqual. cub. & n<sup>o</sup> in quadr. quad. & res æqual. n<sup>o</sup>.  
 r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & quad. quad. æqual. n<sup>o</sup> in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> æqual. reb. & n<sup>o</sup>.  
 r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> æquale quad. quadr. & n<sup>o</sup> in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & res æqual. n<sup>o</sup>.  
 r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & n<sup>s</sup> æqual. quad. quad. in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & n<sup>m</sup> æqual. reb<sup>o</sup>.  
 r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & cub. æqual. n<sup>o</sup> in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> æqual. quad. quad. & n<sup>o</sup>.  
 r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> æqual. cub. & n<sup>o</sup> in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & quad. æqual. n<sup>o</sup>.  
 r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & n<sup>s</sup> æqual. cub. in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> & r<sup>m</sup> æqual. quadr.

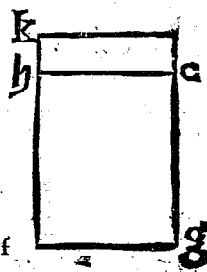
contrà, si cubus æqualis sit rebus & numero: cubus & quadrata numero etiam æqualia erunt.

DEMONSTRATIO.

5 Ut verò eiusmodi sit aliqua, exempli causa, demonstratio, ponatur parallelepipedum a b constans ex a c cubo, & d b numero,



æquale autem totum hoc quadratis a d lineæ. Igitur cum ipsum constet ex d c in a b, constabit etiam ex a m in quadratum d c, igitur a m est numerus quadratorum, inter m d & d a, sint continuè proportionales, e proximior a d, & f g proximior d m, quadratum autem f g, sit g h, & sit g k superficies, æqualis ei quæ ex e in a m, compleatur autem corpus g k, secundum altitudinem f g, erit igitur ex 15. sexti Elementorum a m ad f k, vt f g ad e, igitur ex vndecima quinti Elementorum, a m ad f k, vt m d ad f g, seu f h. At per decimam nonam quinti Elementorum erit a m ad f k, vt a d ad k h, ex vndecima igitur eiusdem, m d ad f h, vt a d ad k h, quare cum sit m d, ad f h, vt f h ad e, & f h ad e, vt e ad a d, & e ad a d, vt a d ad k h, erunt quinque lineæ m d, f h, e, a d, h k. Continue



proportionales, igitur per 32. 11. & 17. 6. Elementorum erit g h ad a c, vt m d ad h k, vtraque enim duplicata ei, q<sup>u</sup>æ est f h, ad a d, quare quod ex d m quinta in a c quadratum secundæ, æquale est ei, quod ex k h prima in g h quadratum quartæ. Igitur corpus k o est numerus propositus, & cum cubo b g æquatur rebus totidem, quot sunt in superficie g k, at g k æqualis est superfici ei ex c in a m, est autem e radix cubica numeri d b, propositi, ex 34. 11. Elementorum, & a m numerus quadratorum, vt propositum est. Igitur numerus rerum g k fit ex radice cubica numeri æquationis in numerum quadratorum, & numerus æquationis manet idem scilicet corpus k o & b d, quorum vnum alteri æquale esse demonstrauimus. Superest itaque, vt ostendamus æstimationem rei quæ est a d in vno, & f g, in altero esse, quales proponuntur, cadit enim inter eas proportionalis media e radix cubica numeri propositi, igitur ex 16. 6. Elementorum diuiso quadrato e per vnâ earum exhibit reliqua. Eodem modo probarem reliquam partem regulæ, & generaliter, sed breuitati consulendum est in his quæ ordinem habent eum, vt vnum ex altero cognoscatur.

REGVLA.

Est & alius transmutandi modus, manente quidem denominationum numero, variato autem æquationis numero, verum in reliquis eandem habet rationem, regula igitur est. Accipe radicem numeri æquationis, secundum naturam denominationis mediæ quam habes; & eam reduces multiplicando ad naturam denominationis mediæ, quam vis æquari extremis in conuersione, & hic est numerus in secunda æquatione. Exemplum, si dico, cubus & 8. æquatur 18. rebus, tu scis ex tabula supra posita, quæ huic seruit regulæ, quod transmutatur in cubum & numerum æqualia quadratis, at ex hac regula liquet, quod numerus quadratorum æquatur numero rerum, erunt igitur cub. & numerus æquales 18. quadratis, pro numero igitur æquationis accipe 8. quia res non habent radicem, & duc in se fiet 64. numerus æquationis, duxisti autem in se quia denominatio media in quam fienda est transmutatio, est quadratum. Eadem ratione, fiducatur, 1. quad. quadratum p. 8. æquatur 12. rebus, traducet in quad. quadratum & numerum æqualia cubis, quare reducemus 8. ad cubum & fiet 1. quad. quadratum p. 512. æquale 12. cubis. Et ita, si dicatur 1. p<sup>m</sup> p. 8. æquatur 5. cubis, transmutatio fiet in r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> p. numero, æquale 5. quadratis, ex tabula vel regula, igitur pro numero (quia denominatio media in-proposito est cubus) sumemus 8. cub. 8. quæ est, & eam deducemus ad naturam quadrati, quia quadratum est denominatio media in transmutatione, fiet igitur 4. quare erit r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> p. 4. æquale 5. quadratis.

Eadem ratio tenet, cum numerus & media denominationis extremæ æquantur, vt transmutetur.

# Cap. VII. De Capitulis transm. 239

mutetur in capitulum denominationum æqualium numero. Exemplum, si dicamus,  $1. p^m 1^m p. 4.$  cub. æquatur 64. accipimus propter cubum  $\times$ . cubicam 64. & est 4. & eam reducemus ad quadratum denominationem mediam, in quam fienda est transmutatio, & habebimus  $1. p^m 1^m$  æquale 4. quadratis & 16. numero, & si  $1. p^m 1^m p. 4.$  rebus æquatur 5, quia res non habet radicem, reducto 5. ad naturam quad. quadrati, & fit 625. ideo dicemus, quod  $1. p^m 1^m p^m$  æquatur 4. quadratis quadrati  $p. 625$ .

8. Æstimationis ratio sic habetur in media denominatione æquali extremæ & numero. Reducto æquationem quam habes in naturam denominationis mediæ, in quam fienda est transmutatio, & hoc abice ex numero denominationis mediæ &  $\times$  residui, sumpta secundum naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, est rei æstima-

$$\left| \begin{array}{l} 1. p^m 1^m p. 64. \\ 1. p^m 1^m p. 16. \end{array} \right. \begin{array}{l} 12. cub. \\ 12. quad.$$

tio. Exemplum, si  $1. p^m 1^m p. 64.$  æquatur 12. cubis dicemus  $p^m 1^m p. 16.$  æquatur 12 quadratis, æstimatio primæ æquationis est 2. & quia media denominatio in quam fit transmutatio est quadratum, ducemus 2. in se fit 4. abice ipsum ex 12. numero cuborum, fit 8. residuum, cuius sumemus  $\times$ . secundum naturam denominationis mediæ, ex qua fit transmutatio, & est cubus, igitur  $\times$ . cub. 8. quæ est 2. erit æstimatio rei in secunda æquatione. Aliud Exemplum, si  $p^m 1^m p. 64.$  æquatur 24. quadratis, tu scis, quod transmutetur in  $p^m 1^m p. 512.$  æqua-

$$\left| \begin{array}{l} 1. p^m 1^m p. 64. \\ 1. p^m 1^m p. 512. \end{array} \right. \begin{array}{l} 24. quad. \\ 24. cub.$$

le 24. cubis, æquatio autem primæ propositi fuit 2. cubus fit 8. nam media denominatio secunda est cubus, abice 8. ex 24. numero quadratorum, relinquatur 16. cuius  $\times$ . quadrata, id est, sumpta secundum naturam denominationis mediæ primæ æquationis, quæ est 4. est æstimatio  $p^m 1^m p. 512.$  æqualis 12. cubis.

9. Sed quia inter media denominationem iungitur numero vel extremæ denominationi, facto transitu in comparem, ex septima regula, reduces ut prius æstimationem quam habes in naturam denominationis mediæ cuius queris æstimationem: & ei adde numerum denominationis mediæ, si media denominatio cuius æstimatio queritur, iuncta fuerit numero, vel minueas, si iuncta fuerit extremæ denominationi, & eius aggregati vel residui  $\times$  sumpta, ex natura denominationis mediæ, cuius æstimatio cognita est, erit æquatio secundæ quætionis quæritæ. Exemplum, sit  $1^m p^m$  æquale 3. cubis  $p. 8.$  & æstimatio rei cognita 2. & transmutetur in regale septima in  $1^m p^m p. 3.$

$$\left| \begin{array}{l} 1^m p^m p. 3. cub. p. 8. \\ 1^m p^m p. 3. quad. 4. \end{array} \right.$$

Quadratis æqualis 4. reducto igitur 2. ad na-

turam quadrati mediæ denominationis, cuius queritur æstimatio) fit 4. ex hoc abice 3. numerum quadratorum, quia quadrata sunt iuncta  $1^o p^o$ , & non numero, relinquatur 1. huius  $\times$ . cub. quæ est 1. est rei æstimatio, est autem cubus denominationis mediæ æquationis iam cognitæ. Rursus fit  $1^m p^m$  æquale 7. quadratis  $p. 4.$  & fit trans-

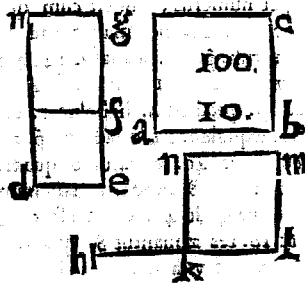
$$\left| \begin{array}{l} 1^m p^m p. 7. cub. \\ 1^m p^m p. 7. quad. p. 4. \end{array} \right. \begin{array}{l} 8. \\ 7. \end{array}$$

mutatio in  $1^m p^m p. 7.$  cubis æquale 8. ex septima regula, & fit huius cognita æquatio, quæ sit 1. & velim reliquam, reducto 1. ad quadratum, mediam denominationem ignotam, & fit 1. huic addemus 7. numerum quadratorum, quia media denominatio ignota, quæ est quadratum, iungitur numero, scilicet 4. & habebimus 8. huius  $\times$ . cubica sumpta ex natura mediæ denominationis cognitæ, & est 2. talis  $\times$ . cubica, est rei æstimatio, quando  $p^m 1^m$  æquatur 7. quadr.  $p. 4.$

Ex hoc patet, quod semper, habito vno *Comm.* capitulo, per secundam, tertiam, & quartam regulam, vel per sextam, septimam, octavam, & nonam, habebimus aliud generaliter, si generaliter, vel particulatim, si particulatim. Exemplum igitur tale sit, cognito capitulo cubi & rerum æqualium numero, proponatur cubus æqualis 3. quadratis & 10. numero, habebimus igitur ex septima regula cubum & 3. res æquales  $\times$ . 10. æquatio huius est  $\times$ . v. cub.  $\times$ .  $3\frac{1}{2} p.$   $\times$ .  $2\frac{1}{2} m.$   $\times$ . v. cub.  $\times$ .  $3\frac{1}{2} m.$   $\times$ .  $2\frac{1}{2}$  huius igitur quadratum, addito 3. numero quadratorum, quia quadrata iunguntur numero, erit æstimatio cubi æqualis 3. quadratis & 10. numero, & hoc est quia denominatio media cognita, quæ est res non habet ex se radicem, & sic primo generaliter capitalium cubi æqualis quadratis & numero; aliæque multa capitula inveni, dupliet via.

## Demonstratio.

Et ne hoc voluntarium videatur, demonstratio huius adicienda est in vno pro omnibus, sit cubus d f, cum a b numero,



æqualis d g numero rerum, id est corpori d g, sit autem h l, numerus rerum, æqualis d g superficiæ, in numero & sit quod ex h k in k m, æquale a c numero, & quadrato a b, erit igitur quod ex h l in k m, æquale a c & cubo k l; & similiter, quod

ex

ex d e in d g, æquale cubo d e, & numero a b, d e autem est latus d f, & k l latus k m, sed h l æqualis est d g, cum igitur ex h k in k m fiat a c, & ex d e in f n, a b posita n f radice x m, & d e radice h x, nescio si ex d e in f n, fit a b, ex h x in x m, fit a c, namque hoc à Theone in Euclidis commentario est demonstratum, igitur cum æstimatio rei in vno sit k l, in altero d e, sequitur vt sublata f d æquali h k (vtraque enim æquatur quadrato d e) ex h l, relinquatur, k l, rei æstimatio, quod est propositum.

11 Est & genus transmutationis in dissimile, vt cum quad. quadratum æquatur rebus & numero, & res est  $\frac{5}{2}$ . gratiâ exempli, erit quad. quadratum  $\frac{5}{2}$ . eiusdem numero, & res erit eius apotome, videlicet  $\frac{5}{2}$ .  $\frac{5}{2}$ . & econtrâ.

12 Transmutantur & ea, quæ constant ex quatuor nominibus, cum fuerint tres partes continuè proportionales, & æquales rebus vel cubis, dico autem, numerus & quadratum & quad. quadratum, vel diuiso numero rerum per  $\frac{3}{2}$ . numeri, exit numerus cuborum, multiplicato verò numero cuborum, per  $\frac{3}{2}$ . numeri, producit numerus rerum æqualium quadr. quadrato & numero eiusdem, velut, si quad. quadratum  $\frac{8}{2}$ . quadratis  $\frac{64}{2}$ . æquantur 10. cubis igitur ducto 8.  $\frac{3}{2}$ . 64. in 10. numerum cuborum, erit 1. quad. quadratum  $\frac{8}{2}$ . quadratis  $\frac{64}{2}$ . æquale 80. rebus. Habita autem vnâ æquatione, diuide cum ea  $\frac{3}{2}$ . numeri, quod exit, est reliqua æquatio, velut 1. quad. quadratum  $\frac{8}{2}$ . quadratis  $\frac{64}{2}$ . æquatur 56. rebus & res est 4. erit 1. quad. quadratum  $\frac{8}{2}$ . quadratis  $\frac{64}{2}$ . æquale 7. cubis, inde diuiso 8. radice 84. per 2. priorem æquationem, exit 4. secunda æquatio quad. quadrati  $\frac{8}{2}$ . quadratis  $\frac{64}{2}$ . æqualium 7. cubis.

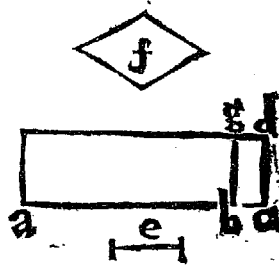
13 Est etiam transmutatio capitulorum ex tribus constantium, in capitula ex quatuor, & pro exemplo, regulam vnâ exponam, si sit capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, conuertetur in capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, hoc modo, manente numero quadratorum, duc dimidium numeri quadratorum in se, & productum est numerus rerum, quæ sunt cum cubo, & octaua pars prioris numeri est semper numerus, qui est cum quadratis, & æquatio semper manet eadem. Exemplum, cub.  $\frac{16}{2}$ . æquatur 14. quadratis, duc 7. dimidium 14. in se, fit 49. accipe  $\frac{1}{7}$  de 16. quod est 2. habebis 1. cub.  $\frac{16}{2}$ . 49. rebus æqualem 14. quadratis  $\frac{16}{2}$ . Aliud, cubus & 40. æquatur 8. quadratis, duc 4. dimidium 8. in se, fit 16. numerus rerum, accipe  $\frac{1}{4}$  de 40. quod est 10. igitur cubus & 16. res æquantur 8. quadratis q. 5. & æquatione vnâ inuenta, habes reliquam cum sint eadem, demonstratio huius non est hic necessaria.

CA P V T VIII.

*Docetur æquatio generaliter media denominationis æqualis extrema & numero.*

DEMONSTRATIO.

SIT inquam, cubus quadrati & numerus f, æqualis aliquibus rebus, & sit numerus rerum a d, & sit b d portio, ex qua sumpto latere, quale relati primi e, ducto in a g reliquum numeri rerum, fiat f nu-



merus æquationis, dico e esse rei æstimationem, nam quia ex supposito ex e in a g, fit f, & ex e in b d, fit cub. e, eò quòd e fuit latus relatum, b d, & productum ex e in a g, & in b d æquale est producto ex e in a d, sequitur cum a d sit numerus rerum, quòd res æquantur cubo quadrato, & numero f, sub æstimazione ipsius e.

REGVLA.

Secundùm hoc formabitur regula, cum fuerint denominatio media & numerus, & quales mediæ, & ex numero mediæ denominationis, feceris duas partes, ex quarum vna in radicem alterius, sumptam secundùm naturam denominationis, prouenientis ex diuisione extremæ per mediam, & deductam ad naturam ipsius mediæ denominationis, fiat numerus æquationis, tunc radix ipsa antequam deducetur ad naturam denominationis mediæ, est rei æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato & 21. tunc quia res sunt immediatæ quadrato & numero, sufficit facere de 10. duas partes, ex quarum vna in aliam fiat 21. & erunt 7. & 3. & vtraque est rei æstimatio. Aliud, 10. res æquantur cubo & 3. hic res est coniuncta numero, sed non cubo, cum intermediet quadratum. Ideo diuidemus cubum per rem, exit quadratum, dicemus igitur fac ex 10. duas partes, ex quarum vna in quadratam alterius radicem, fiat 3. & erunt 1. & 9. nam ex 1. in 3.  $\frac{3}{2}$ . 9. fit 3. ideo tatis  $\frac{3}{2}$ . scilicet 3. est rei æstimatio. Aliud, 10. cubi æquales sunt quad. quadrato, & 64. iam hic cubus hæret quad. quadrato, & à numero, distat intermediantibus quadrato & re, dices igitur, fac de 10. duas partes, ex quarum vna in alterius cubum, producat 64. & erunt partes 8. & 2. qui ad cubum deducendus est, igitur 2. est rei æstimatio, scilicet quòd oportet.

# Cap. IX. De secunda incog. quant. 241

oporteat semper numerum, cum quo operamur, esse rei æquationem. Aliud, & est quarti modi exemplum, 10. cubi æquantur p<sup>o</sup> r<sup>o</sup> & 48. tunc iam cubus distat à r<sup>o</sup> p<sup>o</sup>, intermedio quad. quadrati, & à numero interpositis quadrato & re, diuide igitur r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> per cubum exit quadratum, dicemus, fac de 10. numero mediæ denominationis duas partes, ex quarum vna, in cubum radices quadratæ alterius producatur 48. numerus æquationis, & erunt partes 6. & 4. nam ex 6. in 8. cubum 2. radices quadratæ 4. fit 48. ideo ipsum 2. radix quadrata 4. est rei æstimatio. Manifestum est igitur, quòd semper sumimus radicem ex natura denominationis, secundum quam mediæ in maiore continetur, & deducimus eam ad naturam ipsius mediæ & qui scit hoc facere, nouit capitulum, & qui nouit capitulum, scit etiam hoc facere.

3 Est verò manifestum, quòd cum mediæ denominatio, extremæ & numero æqualis est, tunc in omnibus, præterquam in maximo numero, duas æstimaciones necessario habet.

## CAPVT IX.

*De secunda incognita quantitate non multiplicata.*

GENERALITER hucusque noua inuenta tractauimus: nunc verò de singulis dicendum speciebus est, namque sæpius illud occurrit, vt quæstionem propositam, duplici positione soluamus. Eiusmodi autem est exemplum, quando aliter vix rem hanc possumus explicare. Tres erant viri pecunias habentes. Primus cum dimidio reliquorum habuit aureos 32. Secundus cum reliquorum tertia parte 28. Tertius cum reliquorum parte quarta 31. Quæritur quantum quisque habuit. Statuemus primo rem ignotam primam, secundo secundam rem

Prim.	Secund.	Terti.
res	quan.	31. m.
Quarta parte reliq <sup>o</sup> æ. primus 16 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{1}{4}$ pos. m. $\frac{2}{3}$ quan. æqualia positioni primæ.		
$\frac{2}{3}$ pos. p. $\frac{1}{4}$ quan. æqualia 16 $\frac{1}{2}$		
Secundus 17 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{1}{12}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ pos. æqualia quantitati secundæ.		
$\frac{11}{12}$ quan. p. $\frac{1}{4}$ pos. æqualia 17 $\frac{1}{2}$		

ignotam, tertio igitur 31. aurei, minus quarta parte rei, ac quarta parte quantitatis relictæ sunt, iam igitur vide, quantum habet primus, equidem si illi dimidium secundi & tertij adicias, habiturus est aureos 32. habet igitur per se aureos 32. m.  $\frac{1}{4}$  quan. m. 15  $\frac{1}{2}$  p.  $\frac{11}{12}$  positionis p.  $\frac{1}{4}$  quant. quare habebit 16  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{4}$  quantitatis p.  $\frac{2}{3}$  pos. hoc autem cum sit æquale vni positioni, erit  $\frac{2}{3}$  pos. &  $\frac{1}{4}$  quant. æquale 16  $\frac{1}{2}$ , quare deducendo ad integra 7. pos. & 3. quant

Tom. IV.

æquabuntur 132. Rursus videamus, quantum habeat secundus, habet hic 28. si ei tertia pars primi ac tertij addatur, ea est  $\frac{1}{3}$  pos. p. 10  $\frac{2}{3}$  m.  $\frac{1}{12}$  pos. m.  $\frac{11}{12}$  quant. hoc est igitur  $\frac{1}{3}$  pos. p. 10  $\frac{2}{3}$  m.  $\frac{1}{12}$  quant. abice ex 28. relinquitur 17  $\frac{1}{3}$  p.  $\frac{1}{12}$  quant. m.  $\frac{1}{4}$  pos. & tantum habuit secundus. Suppositum est autem habere illum quantitatem, quantitas igitur secunda, æquiualeat  $\frac{1}{12}$  suimet, & 37  $\frac{2}{3}$  m.  $\frac{1}{4}$  pos. abiectis communiter  $\frac{1}{12}$  quantitatis, & restituito m. alteri parti, sient  $\frac{2}{3}$  quan. p.  $\frac{1}{4}$  pos. æqualia 17  $\frac{1}{3}$ , quare 1. quan. p. 3. pos. æqualia erunt 212. multiplicatis partibus omnibus per

$$\left\{ \begin{array}{l} 7. \text{ pos. } \bar{p}. 3. \text{ qua. } \text{æqual. } 122. \\ 3. \text{ pos. } \bar{p}. 1. \text{ quan. } \text{æqual. } 212. \\ 7. \text{ pos. } \bar{p}. 15 \frac{2}{3} \text{ quan. } \text{æqual. } 494 \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

12. denominatorem, inde duces quamuis earum ad æqualitatem alterius, in positionum aut quantitatum numero, vt pore dicendo, 3. pos. p. 11. quan. æquantur 212. volo modo vt sint 7. positiones, & erunt per regulam quatuor quantitatum proportionalium, 25  $\frac{2}{3}$  quan. æquales 494  $\frac{2}{3}$ , habes igitur, vt vides, pos. p. 3, quantitatis æqualia 132. & 7. pos. p. 15  $\frac{2}{3}$  quantitatis æqualia 494  $\frac{2}{3}$ , igitur cum 7. pos. sint idem, in vtroque erit differentia quantitatum, scilicet 22  $\frac{2}{3}$ , æqualis numerorum differentia, quæ est 362  $\frac{2}{3}$ , diuide igitur sicut

$$\left\{ \begin{array}{l} 7. \text{ pos. } \bar{p}. 3. \text{ quan. } 132. \\ 7. \text{ pos. } \bar{p}. 25 \frac{2}{3} \text{ quan. } 494 \frac{2}{3} \\ \hline 22 \frac{2}{3} \text{ quan. } \text{æquales } 362 \frac{2}{3} \end{array} \right.$$

in positione simplici, per capitulum tertium, 362  $\frac{2}{3}$ , per 22  $\frac{2}{3}$ , exit 16. æstimatio quantitatis, & tantum habuit secundus. Rursus ponamus primo esse rem, secundo iam erant 16. tertio sit secunda quantitas, cumque secundus cum tertia parte primi & tertij, habeat 28. ipse autem habeat 16. erit  $\frac{1}{3}$  pos. p.  $\frac{1}{4}$  quantitatis æqualis 12. residuo 16. & 28. & ideo 2. pos. p. 1. quantitate æquabuntur 36. ad verò primus, cum dimidio reliquorum habuit 32. dimidium

p <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>
1. pos.	16	1. quan.
$\frac{1}{3}$ pos.	$\bar{p}$ .	$\frac{1}{4}$ quan. 12.
1. pos.	$\bar{p}$ .	$\frac{1}{2}$ quan. 24.
pos. p.	1.	quan. 36.
$\frac{1}{3}$ quan. æqualis 12.		

reliquorum est 8. p.  $\frac{1}{3}$  quan. igitur 1. pos. p. 8. p.  $\frac{1}{3}$  quan. æquantur 32. igitur abiecto 8. fiet 1. pos. p.  $\frac{1}{3}$  quan. æqualis 24. quia igitur 1. pos. p. 1. quan. æquabitur 36. igitur differentia 24. & 36. quæ est 12. æquatur dimidio quantitatis, quare per modum capituli tertij, diuiso 12. per  $\frac{1}{2}$ , exit 24. æstimatio quantitatis, seu numerus aureorum tertij, iam igitur constat secundum habuisse 16. tertium 24. primus autem cum dimidio secundi & tertij habet 32. detracto 20. dimidio secundi

X &

# 242 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

& tertij, ex 32. relinquitur 12. numerus primi, habuit igitur primus aureos 12. secundus 16. tertius 24. Operatio prolixa, clara tamen ac facilis, semper autem reducenda est denominatio vna ad eundem numerum, & tunc differentia numerorum æqualis necessariò erit differentia alterius denominationis, vt vidisti bis in hoc exemplo.

Exemplum aliud, Dixit primus secundo, da mihi tertiam partem tuorum, & 3. p. & habebis triplum residui tui. At secundus primo, da dimidium, & 2. p. tuorum, & quod tibi relinquetur erit nona pars omnium quæ ego habeo. Dabimus primo rem, secundo quantitatem, quia igitur dando  $\frac{1}{3}$  & 3. p.

Primus.	Secundus.
1. pos.	1. quan.
1. pos. p. $\frac{1}{3}$	quan. p. 3. triplum $\frac{2}{3}$ quan. m. 3.
1. pos. p. 12. æqual.	$1\frac{2}{3}$ quan.
1. quan. p. $\frac{1}{2}$	pos. p. 2. nonuplum $\frac{1}{2}$ pos. m. 2.
1. quan. p. 20. æqual.	4. pos.

secundi primo, relinquitur secundo  $\frac{2}{3}$  quan. m. 3. & hoc est tertia pars aggregati primi quod est 1. positi p.  $\frac{2}{3}$  quantitatis p. 3. igitur triplato  $\frac{2}{3}$  quan. m. 3. & fit 2. quan. m. 9. erit hoc æquale pos. p.  $\frac{1}{3}$  quantit. p. 3. quare reddendo quod est minus, alteri parti fiet 1. positio p. 12. æqualis  $1\frac{2}{3}$  quantitati. Rursus quia dictum est, quod si primus det dimidium p. 2. secundo, erit residuum scilicet  $\frac{1}{2}$  pos. m. 2. nona pars aggregati, quod est 1. quan. p.  $\frac{1}{2}$  pos. p. 2. igitur multiplicando tale residuum per 9. fiet  $4\frac{1}{2}$  pos. m. 18. æquales 1. quan. p.  $\frac{1}{2}$  positionibus p. 2. reddendo minus alteri parti, & auferendo similia, habebimus 4. pos. æquales 1. quantitati p. 20. habebas etiam 1. pos. p. 12. æqualem  $1\frac{2}{3}$  quantitati, reducito partes ad æqualitatem vnius denominationis, & primo multiplicando 1. pos. p. 12. æqualem  $1\frac{2}{3}$  quan. per 4. fiet 4. pos. p. 48. æquales  $6\frac{2}{3}$  quantitibus, & hoc comparabis, vt vides in figura. cum 4. positionibus æqualibus 1. quantitati p. 20. & similiter eadem

4. pos. p. 48. æquales $6\frac{2}{3}$ quan.
4. pos. æquales 20. p. 1. quan.
4. pos. p. 68. p. 1. quan. æquales.
4. pos. p. $6\frac{2}{3}$ quan.
$5\frac{1}{3}$ quan. æqualis 64.
5. quan. æqual. 36. p. 3. pos.
5. quan. p. 100. æqual. 20. pos.
5. quan. p. 29. pos. æqual.
5. quan. quan. p. 3. pos. p. 136.
17. pos. æquales 136.

ratione reducendo numerum quantitatum ad æqualitatem, habebis 5. quantitates æquales 36. p. 3. positionibus, & 5. quantitates p. 100. æquales 10. positionibus, in

vtroque casu transferes vicissim, per regulam, si æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, & habebis 4. positiones p. 68. p. 1. quantitate æquales 4. positionibus p.  $6\frac{2}{3}$  quantitibus, inde abiectis similibus, relinquenter  $5\frac{1}{3}$  quan. æquales 68. igitur diuiso 68. per  $5\frac{1}{3}$  exit 12. æstimatio quantitatis, & id quod habuit secundus. Eadem ratione, transferes in secunda æquatione, partes dissimiles, dicendo, si 1. quan. æquatur 39. p. 2. positionibus, & 5. quan. p. 100. æquantur 20. positionibus, igitur 5. quantitates p. 10. positionibus p. 3. positionibus, æquantur 5. quantitibus p. 3. positionibus, p. 136. inde abiectis similibus relinquuntur 17. positiones æquales 136. quare diuiso 136. per 17. exhibit 8. positionis æstimatio, seu numerus primi, habuit itaque primus 8. secundus, 12. & quamuis aliter hæc etiam solui possint, hoc tamen proprium est magis pûrum, vt vno eodemque inpetu tota quæstio absoluat, et si etiam primum exemplum per solam rem ostendi queat.

Exemplum tertium satis accommodatum inuenias tres quantitates quarum prima cum secunda sit sexquialtera primæ cum tertia & prima cum tertia sit sexqui altera 2. cum tertia, pone tertiam 1. secundam 1. pos. primam 1. quan. facilius tamen hoc modo: pone tertiam 1. pos. secundam 1. quan. igitur aggregatum ex prima & tertia erit  $1\frac{1}{2}$  pos. p.  $1\frac{1}{2}$  quan. detracta tertia relinquetur prima  $\frac{1}{2}$  pos. p.  $1\frac{1}{2}$  quan. Et similiter quia aggregatum primæ & secundæ est sexquialterum aggregato primæ & tertiæ erit aggregatum primæ & secundæ  $2\frac{1}{4}$  pos. p.  $2\frac{1}{4}$  quan. Et quia secunda quantitas fuit 1. quan. igitur prima erit residuum  $2\frac{1}{4}$  pos. p.  $1\frac{1}{4}$  quan. prima igitur quantitas primo modo fuit  $\frac{1}{2}$  pos. p.  $1\frac{1}{4}$  quan. & secundo modo  $2\frac{1}{4}$  pos. p.  $1\frac{1}{4}$  quan. Et hæc erunt inter se æqualia ex prima Animi sententia Euclidis & rursus per tertiam earundem detractis vtrinque  $\frac{1}{2}$  pos. &  $1\frac{1}{4}$  quan. relinquetur  $1\frac{1}{4}$  pos. æqualis  $\frac{1}{4}$  quan. igitur 1. quan. æquabitur 7. pos. posita igitur tertia 1. pos. fuerit 1. erit secunda quæ est 1. quan. 7. & quia aggregatum est 8. & aggregatum primæ & tertiæ est illi sexqui alterum, erit 12. & cum sit 1. erit prima 11. igitur quantitates erunt prima 11. secunda 7. tertia 1. & aggregata 18. 12. 8. in sexquialtera proportione velut propositum fuit. Alio primo modo peruenis ad 1. quan. æqualem  $1\frac{1}{2}$  pos. p.  $\frac{1}{2}$  & 1. pos. æqualem  $\frac{1}{2}$  quan. p.  $1\frac{1}{2}$  igitur duplum 2. pos. æquabuntur 1. quan. p. 3. sed iam ostendimus 1. quan. etiam æqualem  $1\frac{1}{2}$  pos. p.  $\frac{1}{2}$  igitur 2. pos. æquabunt  $1\frac{1}{2}$  pos. d.  $3\frac{1}{2}$  igitur  $\frac{1}{2}$  pos. æquatur  $3\frac{1}{2}$  & 1. pos. æquabitur 7. per idem cum 1. quant. æqualis sit  $1\frac{1}{2}$  pos. p.  $\frac{1}{2}$  & 1. pos. sit æqualis  $\frac{1}{2}$  quan. p.  $1\frac{1}{2}$  erit 1. quan. æqualis  $\frac{1}{4}$  quan. p.  $2\frac{1}{4}$  igitur  $\frac{1}{4}$  quan. æqualis  $2\frac{1}{4}$ , igitur 1. quan. erit æqualis 11. Et est pulchrior modus quia operamur per tres quantitates.

# Cap. X. De secunda quant. incog. 243

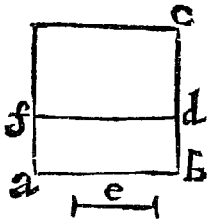
## CAPVT X.

### De secunda quantitate incognita multiplicata.

**C**VM verò duæ quantitates incognitæ multiplicantur, aut in se ducuntur quatuor fiunt modi, quorum maior pars tria habet membra.

#### DEMONSTRATIO.

Primus est, cum quadratum vnius, & quantitates ipsæ comparantur. Sit igitur primò quadratum a c, cuius latus a b, æqua-



le duplo a b & quintuplo e, gratiâ exempli, igitur posita b d æquali numero rerum, scilicet 2. erit a d æquale duplo a b, igitur c f æquatur quintuplo e, quare ex decima quinta sexti Elementorum, a b ad e, vt 5. ad c d. est autem a b positio, & c d positio m. 2. & 5. numerus cognitus, quare regula est.

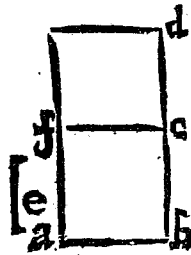
#### REGVLA.

Posita re quantalibet, duc eam in se, detracto numero rerum, & quod exit, diuide per numerum ignoratæ quantitatæ, exhibit æstimatio ignoratæ quantitatæ. Exemplum, ponatur res 7. ducatur in 2. m. se, quia positum fuit, vt æquaretur duabus rebus & quinque quantitatibus, fiet 35. diuide 35. per 5. numerum quantitatæ, exit quan. etiam 7. & si ponatur res 10. ducemus eam in 2. m. id est in 8. & fiet 80. vnde diuiso 80. per 5. exit 16. quantitas secunda. Quod si quantitas secunda ponatur cognita, multiplicabimus eam per suum numerum & producto addemus quadratum dimidij ipsius numeri rerum, & radix totius, addito dimidio numeri rerum est æstimatio rei. Exemplum, sit secunda quantitas 16. ducemus in 5. fit 80. adde 1. quadratum dimidij numeri rerum fit 81. huius 81. est 9. cui addo dimidium numeri rerum, fit 10. quantitas ipsius rei.

#### DEMONSTRATIO.

Rursus, sit decuplum a b, æquale quadrato a b, & septuplo e, gratiâ exempli, & sit quadratum a b superficies a c & b d sit 10. igitur septuplum e æquale est f d superfici, & vt in præcedenti, a b ad e, sic 7. ad c d, quare regula est, cum res æquantur quadrato rei & quantitatibus.

Tom. IV



#### REGVLA.

Positam rem quantumcumque libuerit, minuemus ex numero rerum, & ducemus eam in residuum, productum diuidemus cum numero quantitatæ, quod exit est quantitatæ æstimatio. Exemplum, ponatur hoc in casu res 8. minue ex 10. numero rerum, relinquuntur 2. quos duc in 8. fit 16. diuide per 7. numerum quantitatæ, exit  $2\frac{2}{7}$  æstimatio quantitatæ. Quod si secunda quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & quod producitur, à quadrato dimidij numeri rerum minuemus, & radix residui, addita vel detracta, à numeri rerum dimidio, ostendit æstimationem rei. Exemplum, ponatur quantitas secunda  $2\frac{2}{7}$  ducatur in 7. numerum quantitatæ, fit 16. ab iice hanc numerum ex 25. quadrato dimidij 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, ostendit 8. vel 2. æstimationes ipsius rei.

#### DEMONSTRATIO.

Sit etiam e numerus, æqualis quadrato a b, quod est a c, & numero a b qui est superficies f d, posita igitur a b prima, numero e secunda, c tertia, b d quarta, erit proportio a b ad e, vt numeri e ad b d, quare regula erit, cum quantitates æquantur rebus & quadrato rerum.

#### REGVLA.

Positam rem quantumcumque libuerit, ducemus in aggregatum ex ipsa & suo numero, & productum diuidemus per numerum quantitatæ, & quod exit est æstimatio quantitatæ. Exemplum, 5. quantitates æquantur 7. rebus, & quadrato rei, & res est 3. dicemus igitur, duc 3. in 10. aggregatum 3. æstimationis rei & 7. numeri rerum, fit 30. diuide per 5. numerum rerum, exit 6. æstimatio quantitatæ. Quod si quantitas secunda sit cognita, ducemus eam in suum numerum, & producto addemus quadratū dimidij numeri rerum & radix totius, detracto dimidio numeri rerum, est æstimatio rei. Exemplum, ponatur 6. quantitatæ æstimatio, quando 5. quantitates æquales sunt 7. rebus, & quadrato rei, duc igitur 6. æstimationem quantitatæ in 5. numerum quantitatæ, fit 30. adde his quadratum  $3\frac{1}{2}$  dimidij 7. numeri rerum, scilicet  $42\frac{1}{2}$ , ab huius radice, quæ est  $6\frac{1}{2}$ , si auferas  $3\frac{1}{2}$ , dimidium numeri rerum, relinquetur 3. æstimatio rei.

X 2

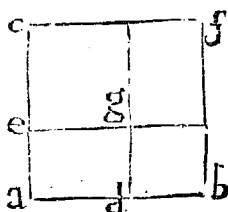
So

# 244 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

*Notandum.* Solemus autem his vt positionibus, cum duorum numerorum, qui ab initio ponuntur, nulla exprimitur comparatio, nec in aggregato nec in differentia, nec in multiplicatione, nec in diuisione, seu proportionem, nec in radice, his enim quinque modis comparantur numeri, quare si vnus consistat, nulla est secunda: quantitatibus vtilitas, sed vnâ positione quæstio soluitur.

## DEMONSTRATIO.

Quod si productum, ex re in quantitate, quantitatibus & rebus comparetur, confurgent duo modi tantum, aut enim tale productum quantitatibus & rebus æquabitur, aut res æquabuntur producto & quantitatibus, sit igitur res a b, quantitas a c, numerus quantitatibus a d, numerus rerum a e, erunt igitur ex supposito, duæ su-



perficies d c, & b e, æquales a f, est autem a f æqualis quatuor superficibus, g a, g b, g c, g f, igitur hæ quatuor superficies, æquales sunt superficibus d c, & b e, detractis itaque æqualiter tribus superficibus g a, g b, g c relinquetur altera g a æqualis g f, quare ex 15. sexti Elementorum, a d, ad d b, vt c e ad e a, proportio igitur numeri quantitatibus, ad residuum ex re, vt residui quantitatibus, ablato numero rerum, ad numerum rerum, secundum hoc erit regula,

## REGVLA.

Si nota fuerit res, abiciemus ex ea numerum quantitatibus, & cum residuo diuidemus productum, ex numero rerum in numerum quantitatibus, quod exit est addendum numero rerum, & totum est quantitas. Exemplum, sint 10. res & 12. quantitates, æquales producto rei in quantitate, & sit quantitas 18. tunc abiciemus e contra, 10. numerum rerum, ex 18. quantitate, & relinquitur 8. cum quo diuide 120. productum ex 10. rerum numero, in 12. quantitatibus numerum, & exit 15. quem adde ad 12. numerum quantitatibus, fit 27. rei æstimatio, vnde 10. res, sunt 270. & 12. quantitates, sunt 216. quæ iuncta faciunt 486. productum 18. quantitatibus in 27. rem, & ita posuimus exemplum, regulæ conuersum, vt intelligas vnâ & eandem esse rationem. Quod si productum ipsum cognitum sit, diuide ipsum productum per numerum quantitatibus, si sit minor numero rerum, aut per numerum rerum, si ille sit minor numero quantitatibus, & dimidium exeuntis, duc in se, a quo abice illud, quod prouenit, diuiso producto ex numero maiore in produ-

ctum quantitatibus, in rem, per numerum minorem, seu numerum rerum sit maior seu minor, & 32. residui, addita vel detracta ab eo quod in se duxeras, ostendit æstimationem quantitatibus, aut rei scilicet, quæ minore numero describitur, inde diuiso per eam productum, exit illa, quæ est maiore numero defi-

res	quan.	productum.
2.	6.	64.
		32.
	16.	256.
	6.	64.
	384.	8.
		$\frac{192}{2}$

nita. Exemplum, 2. res & 6. quantitates, æquales sunt quantitati rei, quæ est gratiâ exempli 64. diuido 64 per 2. minorem quam 6. exit 32. cuius dimidium 16. in se duco, & sic 192. abicio ex hoc 192. qui prouenit, diuiso 384. producto 6. in 64. per 2. relinquuntur 64. cuius radix est 8. quæ addita vel detracta à 16. numero, quem in se duxisti, ostendit rei æstimationem 8. vel 24. quare si res valet 8. quantitas etiam erit 8. diuiso enim 64. per 24. & in vtroque casu, 2. res & 6. quantitates, æquantur 64. quantitati rei.

## DEMONSTRATIO.

Quod si latus vnum, æquatur producto vnus in alterum, & reliquo lateri, sit latus illud a b, & reliquum a e, numerus verò lateris a b est a c superficies; igitur e f, sit ex supposito, ex a e in suum numerum, eadem autem sit ex a b in e c, proportio igitur a b ad a e, vt numeri a e ad e c, est autem eo residuum a e quantitatibus, & a c numeri rerum, quare regula erit.

## REGVLA.

Cum fuerint res æquales quantitati rei, & quantitatibus, & nota fuerit quantitas, minuemus eam ex numero rerum, deinde ducemus quantitatibus in suum numerum, & productum diuidemus per tale residuum, quod exit est æstimatio rei. Exemplum, 10. res, æquantur quantitati rei, & quatuor quantitatibus, & quantitas ipsa est 8. aufero 8. ex 10. relinquitur 2. duco etiam 8. quantitatibus, in 4. numerum ipsius, fit 32. quem diuido per 2. residuum relictum, exit 16. æstimatio rei, & vbi prima detractio nequiret fieri, casus non potest in veris numeris esse. Si verò non quantitas, sed ipsa res, sit cognita, quia ex a b, in a c, sit quantum ex a e in aggregatum ex a b & numero a e, diuidemus productum ex numero rerum in æstimationem rei, per aggregatum ex re & numero quantitatibus, quod exit, est quantitatibus æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quantitati rei, & 4. quantitatibus, & res est 16. duco 16. rem in 10. numerum rerum, fit 160. diuido per 20. aggregatum ex 4. numero quantitatibus & 16. rei æstimatione, exit 8. æstimatio

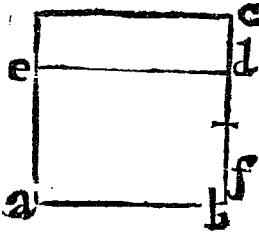


# Cap. X. De secunda quant. incog. 245

tio quantitatis, si verò quantitas rei cognita esset, duceres talem quantitatem rei, in numerum quantitatum, & productum divides per numerum rerum, exeunt adde quadratum dimidij eius quod exit, diuisa quantitate rei per numerum rerum: & radix aggregati, addito dimidio, quod prius in se duxeras, est rei æstimatio. Exemplum, sint 4. res æquales 5. quantitatis, & quantitati rei, quæ sit 45. ducam 45. per 5. numerum quantitatum, fit 225. diuido per 4. numerum rerum, exit 56 $\frac{1}{4}$ , cui addo 31 $\frac{1}{4}$  quadratum 5 $\frac{1}{4}$  dimidij prouentus 45. diuisi per 4. & fit totum 87 $\frac{1}{4}$ , cuius radice quæ est 9 $\frac{1}{4}$ , si addantur 5 $\frac{1}{4}$  dimidium prouentus diuisionis, fiet 15. res.

## DEMONSTRATIO.

6 Cùm verò quadratum rei: & quantitas rei, & res, inuicem comparantur, fiunt modi tres, primus est, cùm quadratum rei æquale est quantitatibus rerum & rebus, vt fit a b res, cuius quadratum a c, & fit b f quantitas, & a d quantitates rerum, & erit,



vt quoties b f in b d continetur, totus sit numerus quantitatis rei, d c igitur exit rerum numerus, quia igitur b c æqualis est a b, & c d est numerus rerum, erit vt detracto numero rerum ex re, relinquetur b d, productum ex numero quantitatis rei in quantitatem. Vnde regula.

## REGVLA.

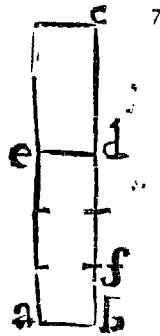
Cùm quadratum rei æquatur rebus, & quantitatibus rerum, si res est cognita, auferemus ex ea numerum rerum, residuum diuidemus per numerum quantitatis rei, & prodibit quantitas. Exemplum, 10. res cum 4. quantitatibus rerum, æquantur quadrato rei, & res est 30. aufero 10. ex 30. relinquitur 20. quem diuido per 4. numerum quantitatis rei, & exit 5. æstimatio quantitatis. Quod si quantitas nota sit, ducemus eam in numerum quantitatis rei, & producto addemus numerum rerum, & constabit rei æstimatio. Exemplum, 10. res & 4. quantitates rei, æquantur quadrato rei, & quantitas est 7. ducemus 7. in 4. numerum quantitatis, & fiet 28. cui addemus 10. numerum rerum, fiet æstimatio rei 38. Si verò productum ex re in quantitatem cognitum fuerit, ducemus ipsum in numerum rerum, & ei addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius cum dimidio numeri rerum superaddito, est æstimatio rei. Exemplum, quadratum rei æquatur 10. rebus, & quatuor quantitati-

Tom. I V.

bus rerum, & quantitas rei est 50. ducemus 50. in 4. numerum suum, id est quantitatum rerum, & fit 200. cui addemus 25. quadratum dimidij 10. numeri rerum, fit 225. cuius radice addo 5. dimidium numeri rerum, & fit 20. rei æstimatio, vnde diuiso 50. producto rei, in quantitatem exit 2 $\frac{1}{2}$ , æstimatio quantitatis.

## DEMONSTRATIO.

Quod si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei & numero rerum, ponemus rem a b, & quantitatem b c & quantitas rei a c, ea causa necessario erit & d c numerus rerum, & a d erit aggregatum quadratorum, igitur detracta d c ex b c, relinquetur b d, qua diuisa per numerum quadratorum, prodibit b f æqualis a b. Regula igitur est,



## REGVLA.

Cùm fuerit quantitas rei æqualis quadratis rei & numero rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in numerum quadratorum, & producto addemus numerum rerum, & constabit quantitas. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & res est 4. duc 4. in 6. numerum quadratorum, fit 24. adde ei 10. numerum rerum, fit 34. æstimatio quantitatis. Quod si quantitas cognita sit, auferemus ex ea numerum rerum, & residuum diuidemus per numerum quadratorum rerum, quod exit, est æstimatio rei. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & quantitas ipsa est 34. aufero 10. de 34. relinquitur 24. quem diuido per 6. numerum quadratorum, exit 4. æstimatio rei. Si verò quantitas rei cognita sit, diuidemus eam per numerum quadratorum, & prodeunt adde quadratum dimidij eius, quod exit diuiso numero rerum per numerum quadratorum rerum, & radix totius, cùm detractum fuerit idem dimidium, erit rei æstimatio. Exemplum, Quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 60. rebus, & quantitas rei est 1200. diuide 1200. per 6. numerum quadratorum rei, exit 200. cui addo 25. quadratum 5. dimidij prouentus 60. numeri rerum, diuisi per 6. numerum quadratorum, fit 225. à cuius radice, quæ est 15. aufero 5. dimidium ipsius prouentus, & relinquetur 10. rei æstimatio, inde diuiso 1200. qui est quantitas rei: prodit 120. æstimatio quantitatis.

## DEMONSTRATIO.

Quod si numerus rerum, sit æqualis quadrato rei & quantitatibus rerum (etenim ad vnum quadratum, vel ad vnam quantitatem rei, per communem diuisionem, semper, vt in vniuersis dictum est capitulis, reducere licet) ponemus a b rem, quadratum eius a c, numerum rerum b d, erit igitur

X 3 e d.

# 246 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

e d, numerus quantitatis rei, & c d numerus productus ex numero quantitatum in quantitatem, quæ sit c f, quia igitur c d, est residuum a b & b d, erit regula hæc.

## REGVLA.

Cùm fuerit numerus rerum, æqualis quantitibus rerum, & quadrato rei, & fuerit res cognita, auferemus eam ex suo numero, & residuum diuidemus per quantitatis rei numerum, quod exit, est quantitatis æstimatio. Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei, & tribus quantitibus rei, & res est 4. auferemus 4. ex 10. relinquuntur 6. diuido per 3. numerum quantitatum rei, exit 2. æstimatio quantitatis. Si verò quantitas cognita sit ducemus eam in numerum quantitatis rei, & productum auferemus ex numero rerum, residuum est rei æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato rei, & producto rei in quantitatem ter, & quantitas est 2. ducemus igitur 2. æstimationem quantitatis, in 3. numerum quantitatis rei, & producit 6. quem aufero ex 10. numero rerum, relinquitur 4. æstimatio rei. Si verò productum ex re, in quantitatem, cognitum fuerit, ducemus illud in numerum suum, & productum auferemus à quadrato dimidij numeri rerum, & radix residui addita vel detracta, ab ipso dimidio numeri rerum, ostendit æstimatōe rei. Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei, & 3. quantitibus rerum, & quantitas rei est 8. ducam 8. in 3. numerum quantitatis rei, fit 24. hunc abiciemus ex 25. quadrato 5. dimidij 10. relinquetur 1. cuius 2. quæ est 1. addita vel detracta ex 5. ostendit 6. vel 4. æstimatōes rei, vnde diuiso 8. quantitate rei, per 6. vel per 4. exit  $1\frac{1}{3}$  vel 2. æstimatio quantitatis.

## DEMONSTRATIO.

9 Quod si quadratum rei, & quantitas rei, & quantitas inuicem comparentur, consurgunt tres alij modi, sit igitur primò quadratum rei, æquale quantitibus rerum, & numero quantitatum, & ponatur a b res ipsa, cuius quadratum a c, æquale sit quantitibus rerum (quæ sint a d, ita vt d e sit quantitas) & numero quantitatum d e, qui



fit fh, eritque superficies gf, æqualis ex supposito, superficiæ c k, quare ex 15. sexti Elementorum, a b, ad d e, velut h f, ad d e, est autem a b res, d e quantitas, h f

numerus quantitatum, c d residuum rei, & producti ex numero quantitatis rei in ipsam quantitatem, quare regula est.

## REGVLA

Cùm quadratum rei æquale fuerit productis, ex quantitate in rem & in numerum, fueritque res ipsa cognita, ducemus rem in numerum quantitatum rerum, & producto addemus numerum quantitatum, & cum aggregato diuidemus quadratum rei, prouentus est æstimatio quantitatis. Exemplum, quadratum rei æquale sit sex quantitibus rerum, & 20. quantitibus, & ipsa res sit 12. duco 12. in 6. numerum quantitatis rei, fit 72. cui addo 20. numerum quantitatum, fit 92. cum hoc diuido 144. quadratum rei, exit  $1\frac{2}{3}$ , quantitas ipsa: si verò quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & seruabimus productum, deinde ducemus eandem in numerum quantitatis rerum: huiusque producti dimidium, in se ductum, aggregati priori producto & radici ipsius aggregati, abiciemus dimidium quod in se duxeramus, & totum est æstimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale sit 12. quantitibus, & 5. quantitibus rei, & quantitas ipsa est 2. ducam 2. quantitatem, in 12. numerum suum, fit 24. deinde ducam eandem quantitatem 2. in 5. numerum quantitatis rei, & fit 10. huius dimidium quod est 5. duco in se, fit 25. addo ad 24. iam seruatum fit 49. huius radici quæ est 7. addo idem dimidium quod est 5. fit 12. æstimatio rei. Vbi autem nota esset quantitas rei (& est in figura superficies e k) ducemus eam in suum numerum, & producti tertiam partem, ad cubum reducemus, ducemus & quantitatem rei in numerum quantitatum, & dimidium producti in se multiplicabimus, & ab hoc auferemus partem quam ad cubum duxeramus, id est cubum ipsum, tertie partis, primi producti, quem seruasti, & radicem huius residui addemus & minuemus à dimidio secundi producti, & radices cubicæ aggregati, & residui simul iunctæ, sunt æstimatio rei. Exemplum, Quadratum rei, æquale est 12. quantitibus, & 2. quantitibus rei, & quantitas rei est 24. ducam 2. in 24. fit 48. huius tertiam partem, quæ est 16. du-

Quad. rei.	Quan.	Quan. rei.
	12.	2.
Quan. rei	24.	
	288.	48.
	144.	16.
	20736	4096.
	16640.	
	144. p. R.	16640.
	144. m. R.	16640.

cam ad cubum, fit 4096. ducam etiam 24. in 12. fit 288. cuius medietatem in se duco, & fit 144. medietas, & eius quadratum, 20736. ab hoc aufero 4096. relinquitur 16640. cuius radicem addo & minuo à 144. fiunt 144. p. R. 16640. & 144. m. R. 16640.

# Cap. X. De secunda quant. incog. 247

Re. 16640. horum radices cubicae iunctae, sunt rei aestimatio. Quod si ex numero per aequalia diuidendo, sumpta medietas non producat quadratum aequale, aut maius cubo tertiae partis primi producti, operaberis per residuum regulae capituli, cubi aequalis rebus & numero, nam facta multiplicatione per productum, ut in exemplo per 24. qui numerus est quantitas rei, erit cubus aequalis rebus & numero: rebus quidem productis ex quantitate rei in numerum suum: numero autem producto ex quantitate rei in numerum quantitatum, ut in exemplo dictum est, quod quadratum rei aequale fuit 2. quantitatibus rei, & 12. & quantitatibus, & quod quantitas rei est 24. dicemus igitur cubus aequatur 48. rebus, p. 288. numero, & 48. producit ex 24. in 2. & 288. ex 24. in 12. ergo ponamus quod quadratum rei, aequale sit 2. quantitatibus rei & 3. quantitatibus, & quantitas rei sit 8. ducemus 8. in 2. & 3. & producentur 16. & 24. igitur cubus aequabitur 16. rebus p. 24. & res valet Re. 13. p. 1. ex capitulo suo, inde diuiso 8. quantitate

tis rei & quantitatibus, ponemus a b rem, & quantitatem b c, & numerum quadratorum, secundum quem b g, aequalis a b, continetur in b d, & erunt quadrata a d, iuncta, & e c residuum, aequale numero quantitatum, & sit numerus quantitatum f c, erit igitur f b, aequalis e c, quare b c quantitatis, ad a b rem, ut d c residui rei, ducta in numerum quadratorum, a quantitate ad c f numerum quantitatum, erit etiam ex hoc e b residuum aequale a f residuo, quare a b media proportionalis inter a h & b c, diuisam secundum numerum, secundum quem b g continetur in b d.



Nota igitur, quod in hac hac tota regula, res media proportionalis est, inter quantitatem diuisam, per numerum quadratorum, & residuum rei & numeri quantitatum.

## REGULA.

Regula igitur est, cum quantitas rei, aequalis fuerit quadratis rei & quantitatibus, & res nota fuerit, ducemus eam in se, deinde in numerum quadratorum, & productum diuidemus, per residuum rei a numero quantitatum, & quod exit est quantitas. Exemplum, Quan. rei aequatur tribus quadratis rei, & 12. quantitatibus, & sit res 20. gratia exempli, duco 20. in se, fit 400. duco 400. in 3. numerum quadratorum, fit 1200. diuido 1200. per 8. differentiam rei & numeri quantitatum, exit 150. quantitas ipsa. Si vero quantitas ipsa cognita sit, non res, duc eam in numerum quantitatum, & productum diuide per numerum quadratorum, quod exit, abice ex quadrato dimidij prouentus quantitates diuise per numerum quadratorum, & radix residui, addita vel detracta, a dimidio eiusdem prouentus, ostendit aestimationem rei. Exemplum, Quantitas rei, aequalis est 4. quadratis rei, & 3. quantitatibus, & quantitas ipsa est 50. duc 50. in 3. numerum quantitatum, fit 150. diuide 150. per 4. numerum quadratorum, exit 37½. deinde diuide 50. per 4. scilicet quantitatem per numerum quadratorum, exit 12½. huius dimidium, quod est 6¼, duc in se, fit 39¼, a quo abice 37½, relinquentur 1½, cuius radix est 1¼, quae addita vel detracta a 6¼, ostendit aestimationes rei, 7¼, vel 5. Si autem productum seu quantitas rei cognita sit, ducemus quantitatem rei in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, exiens est numerus, qui cum cubo aequatur tor rebus, quotus est numerus qui prouenit diuisa quantitate rei per numerum quadratorum. Exemplum, Quantitas rei, quae sit 1500. aequalis est 4. quadratis rei, & 6. quantitatibus, ducemus igitur 6. in 1500. fit 9000. diuide per 4. numerum quadratorum, exit 2250. numerus, qui cum cubo aequatur 375. rebus.

Quad. rei	Quan.	Quan. rei.
	3.	2.
		8.
	24.	16.

rei, per Re. 13. p. 1. exit Re. 5½ m. ⅓, quantitas ipsa, est autem quadratum Re. 13. p. 1. hoc 14. p. Re. 52. & quantitas rei est Re. 75½ m. ⅓, & est 8. cuius duplum est 16. & tres quantitates sunt, Re. 52. m. 2. quae iunctae cum 16. duplo quantitatis rei, faciunt 14. p. Re. 25. quadratum rei.

Notandum.

Nota quod in hac regula, semper res est media proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum, & producto rei in numerum quantitatis rei; ut in exemplo, Re. 13. p. 1. quae est res, est proportionalis inter Re. 5½ m. ⅓, quae est quantitas, & Re. 52. p. 5. qui constat ex 3. numero quantitatum, & producto ex 13. p. 1. re ipsa, in 2. numerum quantitatis rei.

Not. 2. Nota etiam quod regula haec pendet ex capitulo cubi aequalis rebus & numero, vel sequens ex capitulo cubi & numeri aequalium rebus, & vltima, ex capitulo cubi & rerum aequalium numero.

Not. 3. Nota etiam, quod res est eadem, quae quaeritur in capitulo cubi aequalis rebus & numero, sed quantitas est numerus, qui prouenit diuiso quocunque numero, per rem ipsam, nam eidem capitulo, cubi aequalis rebus & numero, competit vna sola res, sed infinitae quantitates, velut dictum est hic, quod res est Re. 13. p. 1. & diuisimus 8. quantitate rei, si autem ponatur cubus aequalis 16. rebus & 24. numero, erit res semper Re. 13. p. 1. sed posita quantitate rei 4. erit numerus quantitatis 6. & quantitas rei 4. & quantitas Re. 1½ m. ⅓.

## DEMONSTRATIO.

10 Quod si quantitas rei, aequalis sit quadra-

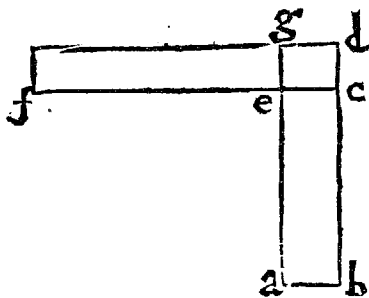
# 248 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

Quan. rei	Quad. rei	Quan.
1500.	4.	6.
	375.	1500.
2250		1000.

bus, est autem 375. numerus. qui prouenit diuiso 1500. numero quantitatis rei, per 4. numerum quadratorum, per capitulum autem suum, res valet 10. vel 32. 300. m. 5. & vterque istorum numerorum potest esse rei æstimatio, in casu isto, quando quantitas rei, quæ est 1500. æquatur 4. quadratis rei, & 6. quantitatibus, & æstimatio quantitatis habetur, diuiso 1500. qui est æstimatio quantitatis rei, per alteram æstimationem rei.

## DEMONSTRATIO.

Cum verò quantitates c d, in numero c f, æquales fuerint quadratis a b rei, & quantitati rei d e, reducendo ad vnam quan-



titatem rei, erit detracta communi superficie d e, superficies g f æqualis a c, quare quadratum a b, per primam sexti Elementorum, æquale superficiei, ex e g in partem e f talem, qualis a b est pars b c, igitur ex decimasexta sexti Elementorum, a b media est inter d c & partem illam ex e f, vnde regula.

## REGULA.

Cum fuerint quantitates, æquales quantitati rei & quadratis rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in se, deinde productum in numerum quadratorum, & diuidemus, quod producitur vltimò, per numerum quantitatum, detracta re, & exibat quantitas. Exemplum, 12. quantitates, æquantur quantitati rei, & tribus quadratis rei & res est 4. ducam 4. in se, fit 16. ducam 16. in 3. numerum quadratorum rei, fit 48. diuidam 48. per 12. numerum quantitatum, detracto 4. re, & est diuidere per 8. exit 6. quantitas ipsa. Si verò quantitas cognita sit, duc eam in numerum suum, & productum diuide per numerum quadratorum rei: ei prouentui adde quadratum dimidij eius, quod prouenit, diuisa quantitate per numerum quadratorum, & radix totius, detracto eodem dimidio, est æstimatio rei. Exemplum, 12. quantitates æquantur quant. rei, & 3. quadratis rei, & quantitas est 6. ducio 12. in 6. fit 72. diuido per 3. numerum quadratorum fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerum quadratorum, fit 2. cuius dimidium

quod est 1. ducio in se fit etiam 1. addo ad 24. fit 25. cuius 32. 5. detracto 1. dimidio 2. relinquit 4. æstimationem rei. Si verò quantitas rei nota sit, ducemus eam in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, & quod exit, est numerus qui æquatur cubo & rebus, quarum numerus est id, quod prou-

Quad. rei	Quan. rei	Quan.
3.	24	12.
	8.	288.
	96.	

nit diuisa quantitate rei, per numerum quadratorum, inde æquatio rei, est æstimatio quæsitæ, vnde diuisa quantitate rei, per æstimationem rei, exibat æquatio quantitatis. Exemplum, 12. res, æquales sunt quantitati rei, & 3. quad. rei, & quantitas rei est 24. ducio 24. in 12. fit 288. diuido per 3. numerum quad. rei, exit 8. igitur cubus p. 8. rebus: æquatur 96. tunc verò per capitulum suum, res valet 4. Ideo 4. est rei æstimatio, cum quo diuide 24. quantitatem rei, exit 6. quantitas ipsa.

Scias: quòd quodlibet capitulum, seu regula ex præcedentibus habet omnes proprietates contentas in eadem regula, in singulis modis, quamuis modò vtamur vna, modò alia, secundum quòd illud quòd est notum, aliud fit. Exemplum, in decima regula sunt quinque proprietates. Prima, quòd proportio quantitatis ad rem, est vt ducta re in numerum quadratorum, & detracta quantitate, ad numerum quantitatum. Secunda, quòd res est media proportionem, inter quantitatem diuisam per numerum quadratorum, & differentiam rei à numero quantitatum. Tertia, quòd ducta re in se, & pòst in numerum quadratorum ducto quadrato, tantum fit quantum ex quantitate in residuum rei & numeri quantitatum. Quarta & Quinta, sunt reliqui duo modi procedendi illius regulæ, ad inuentionem rei, horum exempla in quæstionibus subiungere libuit.

## QUÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta, sint 100. & productum vnus in alterum duplum fit aggregato eorum. Ponemus primum rem, secundum quantitatem, igitur quantitas rei æqualis est 2. rebus, & 2. quantitatibus, quare ex quarta regula, proportio residui rei, ad 2. vt 2. ad residuum quantitatis, igitur erunt tres quantitates proportionales, residuum rei, 2. & residuum quantitatis, res autem constat ex suo residuo & 2. sed quantitas ex suo residuo & 2: igitur res est aggregatum primæ & secundæ trium quantitatum proportionalium, & quantitas aggregatum secundæ & tertiæ, igitur ex dictis in capitulo trium quantitatum proportionalium, quadratum aggregati secundæ & tertiæ, & cum quadrato aggregati secundæ, æquantur quadrato aggregati ipsarum trium quantitatum, at verò quadratum aggregati primæ & secundæ, & quadratum aggregati secundæ & tertiæ

# Cap. X. De secunda quant. incog. 249

tertiæ ex supposito faciunt 100. & Quadratum secundæ est 4. quia secunda quantitas proportionalis fuit 2. igitur quadratum aggregati omnium trium quantitatum est 104. igitur tres quantitates ipsæ iunctæ, sunt  $\frac{104}{2}$  & quia secunda est 2, erunt reliquæ, scilicet prima & tertia,  $\frac{104}{2}$  m. 2. fac igitur ex  $\frac{104}{2}$  m. 2. duas partes, producentes 4 quadratum, 2. & erunt  $\frac{104}{2}$  m. 1. p.  $\frac{104}{2}$  v. 23. m.  $\frac{104}{2}$  &  $\frac{104}{2}$  v. 23. m.  $\frac{104}{2}$ . & quia res constat ex prima & secunda proportionali, erit igitur vt addamus 2. vtrique parti, scilicet secundam quantitatem, & fiet res  $\frac{104}{2}$  p. 1. p.  $\frac{104}{2}$  v. 23. m.  $\frac{104}{2}$  & quantitas  $\frac{104}{2}$  p. 1. m.  $\frac{104}{2}$  v. 23. m.  $\frac{104}{2}$ . horum quadrata iuncta sunt 100. præcisè, & productum vnius in alterum est  $\frac{104}{2}$  p. 4. duplum aggregati eorum, via verò communi pro-

portionem, quarum mediæ quadratum æquale sit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris. Posita mediæ re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2. quantitibus rei, & 4. quantitibus. Quare ex notando primò nonæ regulæ, res mediæ est proeordionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum 4. ac producto rei in numerum quantitatum rei, scilicet 2. tertia igitur quantitas est 2. res, p. 4. quia igitur tertia quantitas est 2. res p. 4. & secunda res, & hæc cum prima constituunt 10. erit prima 6. m. 3. rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum secundæ, igitur 1. quadra-

$$\begin{array}{l|l|l} 2. \text{ res p. } 4. & | \text{ res } & | 6. \text{ m. } 3. \text{ rebus.} \\ 4. \text{ p. } \frac{104}{2} & | \frac{104}{2} & | 6. \text{ m. } \frac{104}{2} \end{array}$$

$\frac{104}{2}$ p. 1. p. $\frac{104}{2}$ v. 23. m. $\frac{104}{2}$ .
$\frac{104}{2}$ p. 1. m. $\frac{104}{2}$ v. 23. m. $\frac{104}{2}$ .
$\frac{104}{2}$ v. 23. m. $\frac{104}{2}$ p. 1. p. $\frac{104}{2}$ v. 23. m. $\frac{104}{2}$ .
$\frac{104}{2}$ v. 23. m. $\frac{104}{2}$ p. 1. m. $\frac{104}{2}$ v. 23. m. $\frac{104}{2}$ .

cedendo, peruenies ad partes has, quas vides infra, liquet autem quoddam illæ confusæ magis sunt, quamuis superioribus æquivalent.

## QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 100. & quadratum maioris sit ductum maioris in minorem quater cum octuplo maioris. Ponemus maiorem rem, minorem quantitatem, eritque quadratum rei, æquale 4. quantitibus rei & 8. rebus, quare ex sexta regulâ, aufertur 8, ex re, & fiet residuum res m. 8. vnde diuisum per 4. exhibit  $\frac{1}{4}$  rei m. 2. & hæc est quantitas quadrata igitur rei &  $\frac{1}{4}$  rei m. 2. æqualia sunt 110. quare  $\frac{1}{4}$  quad. p. 4. m. 1. re, æquabitur 100. & quadratum æquabitur  $\frac{100}{4}$  rei, & 90.  $\frac{100}{4}$ , quare res est  $\frac{100}{4}$  p. 1. p.  $\frac{100}{4}$  v. 23. m.  $\frac{100}{4}$  & quantitas est  $\frac{1}{4}$  huius m. 2. scilicet  $\frac{100}{4}$  p. 1. p.  $\frac{100}{4}$  v. 23. m.  $\frac{100}{4}$ .

## QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 100. & productum vnius in alterum, æquale sit triplo quadrati minoris & sexcuplo eiusdem minoris. Ponemus rem minorem numerum, & quantitatem maiorem, igitur quantitas rei, æquatur 3. quadratis rei & 6. rebus, quare ex septima regulâ, quantitas est 3. res p. 6. quadrata, igitur rei & trium rerum p. 6. iuncta sunt 100. igitur 10. quadrata p. 36. rebus p. 36. æquantur 100. & 1. quad. p. 3. rei æquatur  $\frac{100}{36}$ , res igitur est,  $\frac{100}{36}$  m. 1.  $\frac{100}{36}$ , & quantitas triplum huius p. 6. id est  $\frac{100}{36}$  p. 1. p.  $\frac{100}{36}$  v. 23. m.  $\frac{100}{36}$ .

## QVÆSTIO IV.

Fac de 20. tres partes in continua pro-

portionem, quarum mediæ quadratum æquale sit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris. Posita mediæ re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2. quantitibus rei, & 4. quantitibus. Quare ex notando primò nonæ regulæ, res mediæ est proeordionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum 4. ac producto rei in numerum quantitatum rei, scilicet 2. tertia igitur quantitas est 2. res, p. 4. quia igitur tertia quantitas est 2. res p. 4. & secunda res, & hæc cum prima constituunt 10. erit prima 6. m. 3. rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum secundæ, igitur 1. quadra-

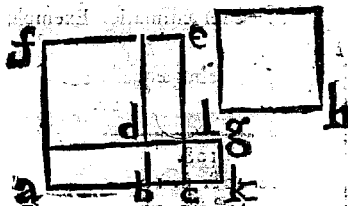
## CAPVT XI.

De Cubo & rebus equalibus Numero.

SCRIPTIO Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta ferme capitulum hoc inuenit, tradidit verò Anthonio Mariæ Florido Veneto, qui cum in certamen cum Nicolao Tartalea Brixellense aliquando venisset, occasionem dedit, vt Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressa demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsumus, eamque in modos, quod difficillimum fuit, redactam sic subiiciemus.

### DEMONSTRATIO.

Sit igitur exempli causâ cubus g h, & sexcuplum lateris g h æquale 20. & ponam duos cubos a e & c l, quorum differentia sit 20. ita quod productum a e lateris, in



c k latus, sit 2. tertia scilicet numeri rerum pars, & abscindam c b, æqualem c k, dico, quod si ita fuerit, lineam a b residuum, esse æqualem g h, & ideo rei estimationem, nam de g h iam supponebatur, quod ita esset, perficiam igitur per modum primi suppositi

# 250 Artis Magnæ, feu de Reg. Alg.

positi sexti capituli huius libri, corpora d a, d e, d f, vt per d c intelligamus cubum b c, per d f, cubum a b, per d a triplum c b in quadratum a b, per d e triplum a b in quadratum b c. Habebimus igitur quatuor supposita, quorum duo dicta iam sunt, scilicet quòd ex a c in c x, vel c b fit 2. & quòd differentia cubi a c à cubo c b est 20. tertium deducitur ex his & est quòd cum id quod producit ex a b, b c, a c ter fit æquale differentia d e & d a & triplum producti ex a b, a c, b c sexcuplum a b nam productum ex a c in c b, est 2. ex primo supposito, ergo triplum eius est sex, & productum hoc in a b sexcuplum ipsius a b. Hoc autem est differentia d e & d a. Quartum quod patet ex primo & secundo corollario sexti capituli quòd d f est differentia cubi a c cum triplo a c in quadratum c b a cubo c b cum triplo c b, in quadratum a c. Ponatur igitur cubus a c, a, cubus a b c, triplum c b in quadratum a c, 3, triplum a c in quadratum c b, d, differentia, a, & β, e, differentia γ & d ζ differentia α & d à β & γ e. Igitur cum e componatur ex ζ & e, vt facile est demonstrare in numeris quos & pro exemplo à latere proposui s autem est 20. ex secundo supposito & ζ sexcuplum a b & d cub. a b igitur cubus a b cum sexcuplo a b quod est cum sex rebus, nam a b est latus sui cubi, æquatur 20. igitur cum & b h cubus cum sexcuplo b h æquetur 20. erit b h cubus cum sexcuplo b h æqualia cubo a b cum sexcuplo a b, igitur a b est res, & ipsa est differentia duorum laterum productentium 2. & quorum cubi differunt in 20. quod erat demonstrandum. Ex his coniciemus regulam.

## REGULA.

Deducito tertiam partem numeri rerum ad cubum, cui addes quadratum dimidij numeri æquationis, & totius accipe radicem, scilicet quadratam, quam seruabis vnique dimidium numeri quod iam in se duxeras, adicies, ab altera dimidium idem minues, habebisque Binomium cum sua Apotomæ, inde detracta 3. cubica Apotomæ ex 3. cubica sui Binomij, residuum quod ex hoc relinquatur, est rei æstimatione. Exemplum,

cubus p. 6. rebus æqualis 20.	
2.	20.
8.	10.
108.	
3. 108. p. 10.	
3. 108. m. 10.	
3. v. cu. 3. 108. p. 10.	
m. 3. v. cu. 3. 108. m. 10.	

cubus & 6. positiones, æquantur 20. ducto 2. tertiam partem 6. ad cubum, fit 8. duc 10. dimidium numeri in se, fit 100.

iunge 100. & 8. fit 108. accipe radicem quæ est 3. 108. & eam gemina bis, alteri addes 10. dimidium numeri, a b altero minues tantundem, habebis Binomium 3. 108. p. 10. & Apotomen 3. 108. m. 10. horum accipe 3. cub<sup>as</sup> & minue illam quæ est Apotomæ, ab ea quæ est Binomij, habebis rei æstimationem, 3. b. cub. 3. 108. p. 10. m. 3. v. cubica 3. 108. m. 10.

Aliud, cubus p. 3. rebus æquetur 10. duc 1. tertiam partem 3. ad cubum, fit 1. duc 5. dimidium 10. ad quadratum, fit 25. iunge 25. & 1. fiunt 26. huius radici adde 5. & ab ea minue 5. habebis Binomium 3. 26. p. 5. & Apotomen 3. 26. m. 5. igitur rei æstimatione est 3. v. cubica 3. 26. p. 5 m. 3. v. cubica 3. 26. m. 5. experientia sic habetur.

ra. v. cubica ra. 26. p. 5. m. ra. v. cubica ra. 27. m. 5.

cubi partium ra. 26. p. 5. m. ra. 26. m. 5. hoc autem totum, vt liquet, est 10.

Quad. partium, ra. v. cubica 51. p. 3. 2900. 3. v. cubica 51. m. 3. 2600.

triplicata quadrata partium, 3. v. cub. 1277. p. 3. 1895400.

ra. b. cubica 1377. m. 3. 1865400. partes ipsæ.

m. ra. v. cubica 3. 26. m. 5. p. ra. v. cubica 3. 26. p. 5.

Producta partium in triplata quadratorum: p. ra. v. cubica 49299354. p. 6885. m. ra. 47385000. m. 7020.

m. ra. v. cubica 49299354. m. 6885. m. ra. 47385000. p. 7020.

Porro hæc ra. cubicæ quatuor nominibus constantes, ad duas reduci possunt, cum enim 6885. dempseris ex 7020. relinquunt 135. detracta etiam radice 47385000, ex radice 49299354. relinquunt 3. 18854. igitur talia producta erunt 3. v. cubica 3. 18954. m. 135. m. ra. v. cubica ra. 18954. p. 135. cubus igitur totus, ex demonstratis in tertio libro est 10. p. ra. v. cubica ra. 18954. m. 135. m. ra. v. cubica ra. 18954. p. 135. at verò tres radices seu res sunt,

ra. v. cubica ra. 18954. p. 135. m. ra. v. cubica ra. 18954. m. 135.

Iunctis igitur omnibus simul, cum radices illæ vniuersales cubicæ mutuo se deleant, fiet aggregatum cubi & trium rerum, 10. ad vnguem.

Exemplum tertium, cubus & 6. res æquantur 2. duc 2. tertiam partem numeri rerum, ad cubum fit 8. duc 1. dimidium 2. ad quadratum fit 1. iunge 8. & 1. fiunt 9. huius radix est 3. ergo geminata 3. alteri adde 1. dimidium numeri, fiet 4. ab altero minue 1. similiter dimidium reliquum numeri, fit 2. minue igitur ra. cubi minoris ex maiore, habebis æstimationem rei, ra. cubicam 4. m. ra. cubica 1.

Memento autem eius, quòd in capitulo de educenda cubica radice in libro tertio dixeramus, quandoque radices illas vniuersales cubicas, numero integro, vel fracto æquipollere, vt in primo exemplo docuimus, nam ra. v. cubica ra. 108. p. 10. m. ra. v. cubica ra. 108. m. 10. est 2. vt ibi ex regula patet,

# Cap. XII. De cubo æq. reb. & num. 251

patet, & vt experimento etiam, notissimum est.

Facile autem est intelligere tum in hoc capite tum sequentibus, quod habita æstimatione & numero rerum, habebimus numerum æquationis ducta æstimatione in numerum rerum, & eius quod producitur addito cubo eiusdem: aggregatum enim est numerus æquationis velut 1. cubus p. 3. pos. æstimatione est 2. dico duces 2. in 3. fit 6. adde ei 8. cubum 2. fit 14. numerus æquationis. Et similiter si 1 cub. p. certo numero rerum cubus æstimatione fit 8. m. 2. gratiâ exempli, æquetur 20. tunc habebimus numerum rerum ducendo 8. m. 2. ad cubum fit 8. 3200. m. 56. detrahe à numero æquationis qui est 20. relinquetur 76. m. 8. 3200. hoc diuide per 8. m. 2. æstimationem, exhibit numerus rerum 8. 648. m. 2.

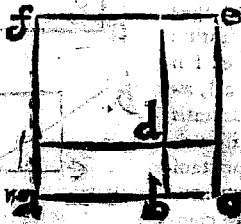
Et scias quod æquatio hæc communis esse potest omnibus capitulis, velut cubi & numeri æqualium rebus, vt si 1. cub. p. 12. æquetur 34. pos. & rei æstimatione est 3. p. 8. 7. vel 3. m. 8. 7. idèd si velim 1. cub. p. numero pos. æqualem 12. sub hæc æstimatione erit ex regula præcedente numerus rerum 8. 1008. p. 2. Sequendo igitur formam capituli huius, & capiendo tertiam partem numeri rerum, quæ est 8. 112. p.  $\frac{3}{7}$  & ducendo ad cubum fit 8. 1905552. p. 224 $\frac{8}{17}$  adde 36. quadratum dimidij 12. numeri æquationis, habebis 8. v. 8. 1905552. p. 260 $\frac{8}{17}$  cui adde & detrahe 6. & accipe 8. cub. habebis æstimationem rei 8. v. cu. 8. v. 8. 1905552. 8. p. 260 $\frac{8}{17}$  p. 6. m. 8. v. 8. v. 8. 190555. p. 260 $\frac{8}{17}$  m. 6.

## CAPVT XII.

De Cubo equali rebus & numero.

DEMONSTRATIO.

**S**IT etiam cubus æqualis rebus & numero, & sint duo cubi d c & d e, quorum latera a b & b c, producant tertiam partem numeri rerum, & ipsi cubi iuncti æquales illi numero, dico a c esse rei quæsitæ æstimationem, cum enim ex a b in b c fiat tertia pars numeri rerum, ex a b in b c ter, fiet numerus rerum, & ex a c in productum ex a b in b c ter, fient res ipsæ, posita a c re, at ex a c in produ-



ctum a b in b c ter, sunt sex corpora, quorum tria sunt ex a b in quadratum b c, alia tria ex b c in quadratum a b, hæc igitur sex corpora, æqualia sunt rebus, ipsa verò cum cubis d c & d f, ex primo supposito capitu-

li sexti constituunt cubum a e, cubi etiam d c & d f, æquivalent numero proposito, igitur cubus a e æqualis est rebus & numero propositis, quod erat demonstrandum. superest ostendere, quod triplum a c in productum a b in b c, fit æquale sex corporibus, id ostendam, si probauero ex a b, in b c ducto in a c, fieri duo corpora ex a b in quadratum b c. & ex b c in quadratum a b, nam quod fit ex a c in productum a b in b c, æquale est ei, quod fit ex a b in superficiem b e, latera enim omnia omnibus sunt æqualia, sed hoc æquale est ei, quod fit ex a b in c d & d e, quod autem fit ex a b in d e, æquale est ei, quod fit ex c b in quadratum a b, quoniam latera omnia omnibus sunt æqualia, quod igitur ex a c, in productum a b in b c fit, æquale est his, quæ sunt ex a b in quadratum b c & ex b c in quadratum a b, quod est propositum.

REGULA.

Regula igitur est, cum cubus tertiæ partis numeri rerum, maior non fuerit quadrato dimidij numeri æquationis, auferes ipsum ex eodem, & residui radicem adde dimidio numeri æquationis, atque iterum minue ab eodem dimidio, habebisque vt dicunt, Binomium, & Apotomen, quorum 8. cubicæ iunctæ rem ipsam constituunt. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p. 40. duc 2. tertiam partem numeri rerum ad cubum, fit 8. aufer ex 400. quadrato 20. dimidij numeri, fit 392. huius radicem adice ad 20. p. 8. 392. detrahe etiam ab eodem, fit 20. m. 8. 392. horum 8. cubicæ iunctæ, faciunt rei æstimationem, 8. v. cubicam 20. p. 8. 392. p. 8. v. cubica 20. m. 8. 392. Aliud, cubus æquatur 6. rebus p. 6. tertiam partem numeri rerum, quæ est 2. ad cubum ducito, fit 8. detrahe ex 9. quadrato dimidij 6. numeri æquationis, relinquitur 1. cuius 8. est 1. hanc adde & minue à 3. dimidio numeri, sunt partes, 4. & 2. quarum 8. cubicæ iunctæ, faciunt 8. cubicam 4. p. 8. cubica 2. æstimationem rei.

At vbi cubus tertiæ partis numeri rerum, excedat quadratum dimidij numeri æquationis, quod accidit quancumque numerus æquationis est minor  $\frac{2}{3}$  cubi illius, vel vbi ex  $\frac{2}{3}$  numeri rerum, producitur in 8.  $\frac{2}{3}$  eiusdem numeri maior numerus numero æquationis, tunc consules librum Alizæ hic adiectum.

## CAPVT XIII.

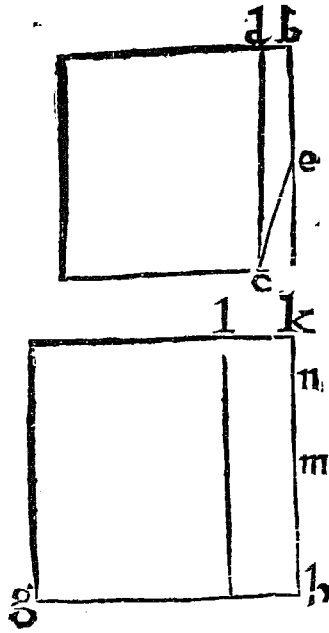
De Cubo & numero equalibus rebus.

DEMONSTRATIO.

**H**OC capitulum ex præcedenti trahitur, fit igitur cubus g h, æqualis rebus a b, quæ describuntur quadrata superficie & numero f, & sit basis cubi g h, quadratum g k, cuius pars quarta sit h l residuum autem æquale a d superficiem, latus autem, quod Græci tetragonum vocant, residui

# 252 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

residui  $cd$  fit  $ce$ , fit verò  $m k$  dimidium  $h k$ , à qua abscindatur  $m n$ , æqualis  $ce$ , dico quòd tam  $h n$  quàm  $n k$ , cubi, cum



F..... numerus,

numero  $f$ , æquantur rebus  $a b$ , vt numerus rerum & æquationis idem maneat, & primò ostendamus de  $h n$ , constat enim cubum  $h n$  continere latus suum  $h n$  in quadrato  $h n$ , quadratum autem  $a b$  (quia  $g l$  æqualis est  $a d$ , &  $g l$  triplum est quadrati  $h m$ ) æquale est triplo quadrati  $h m$ , & quadrato  $m n$ ,  $h c$  autem superant ex secundo Elementorum, quadratum  $h n$ , in duplo  $h m$  in  $n h$ , quare in eo quod fit ex  $h k$  in  $n k$ , quia  $h k$  dupla est ad  $h m$ , cubus igitur  $h n$ , continet latus suum  $h n$  in superficie  $a b$  minus eo, quod fit ex  $h k$  in  $k n$ . At verò, quia cubus  $g k$  continebat res seu latera  $h k$  in quadrato  $h k$ , vel in quadrato  $a b$ , cum numero  $f$ , igitur ex communi animi sententia,  $f$  numerus æqualis est producto ex  $h k$  in differentiam quadratorum  $a b$  &  $g k$ , at differentia  $g k$  &  $a b$  est, quanta differentia  $h l$  &  $c b$ , quia  $a d$  est æqualis  $g l$ , differentia autem  $h l$  &  $c b$  est, vt quadrati  $h m$  &  $m n$ , igitur ex differentia quadrati  $h m$ , &  $m n$  in  $h k$ , fit  $f$  numerus, at verò per eandem, differentia quadratorum  $h m$ , seu  $m k$ ; &  $m n$ , est duplum  $m n$  in  $n k$ , cum quadrato  $n k$ , & ideo  $m n$  &  $m k$  in  $n k$ , & ideo  $h n$  in  $n k$ , igitur ex  $h k$  in productum  $h n$  in  $n k$  fit  $f$  numerus, addatur igitur  $f$  numerus, cubo  $h n$ , & ex alia parte productum ex  $h k$  in  $k n$  ductum in  $h n$  productum ex  $h n$  in superficie  $a b$ , minus productum ex  $h k$  in  $k n$ , fiet cubus  $h n$  cum numero  $f$  æqualis  $h n$  ductæ in  $a b$ , seu rebus ex  $a b$ , quod erat probandum. Similiter, quia differentia  $g k$  &  $a b$ , quæ est  $h n$  in  $k n$ , ducta in  $k h$ , producit  $f$ , differentia etiam  $a b$  & quadrati  $k n$  (cum  $a b$ , fit æqualis quadratis  $h m$  &  $m k$  &  $m n$ , & ductui  $k n$  in  $m h$ ) æqualis est differentia dupli  $k h$  in  $h n$  à quadrato  $n h$

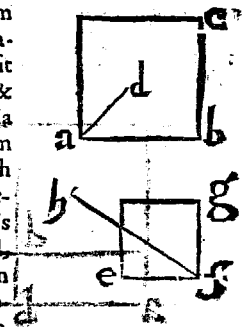
addito ei rectangulo  $h n$  in  $n k$ , at quod fit ex  $h n$  in  $n k$  cum quadrato  $n h$ , æquale est productum ex  $k h$  in  $h n$ , per tertiam secundæ Elementorum, igitur quadratum  $a b$  superat quadratum  $n k$  in productum  $k h$  in  $h n$  semel, cum igitur numerus  $f$  contineat  $k h$  in productum  $k h$  in  $h n$ , & cubus  $k n$  contineat  $k n$  in quadrato  $k n$ , erit vt cubus  $k n$  cum numero  $f$ , seu cum productum ex  $k n$  in rectangulum  $k h$  in  $n h$ , æqualis productum  $a b$  in  $k n$ , igitur cubus  $k n$  cum eodem numero  $f$ , æqualis est  $a b$  numero rerum eidem.

## REGVLA

Regula igitur est: cum fuerit cubus & numerus æqualis rebus, inuenies æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero, cuius dimidium in se ducto & triplicato, hoc abice ex numero rerum, &  $\frac{3}{2}$ . residui addita dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, vel detracta, ostendit æstimationem cubi & numeri æquilium rebus. Exemplum, cubus  $\frac{3}{2}$ . æquatur  $8$ . positionibus, tunc inuenio æstimationem cubi æqualis  $8$ . rebus  $\frac{3}{2}$ . ex præcedenti capitulo, & est etiam  $3$ . huius dimidium duco in se, fit  $2\frac{1}{4}$ , triplica, fit  $6\frac{3}{4}$ , abice ex  $8$ . rerum numero, fit residuum  $1\frac{1}{4}$ , cuius  $\frac{3}{2}$ . addita vel detracta ab  $1\frac{1}{4}$  dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, ostendit vtrasque æstimationes quæsitas alteram  $1\frac{1}{2}$   $\frac{3}{2}$ .  $1\frac{1}{4}$ , reliquam  $1\frac{1}{2}$   $\frac{3}{2}$ .  $1\frac{1}{4}$ .

## DEMONSTRATIO.

Nunc etiam ostendamus, quomodo maiore æstimatione habita, absque auxilio præcedentis capituli habeatur & reliqua, & fit, vt ex  $a d$  ad  $a c$  quadratum fiat numerus æquationis, ita quod quadrata  $a d$  &  $a c$  iuncta, faciant numerum rerum, eritque ex octavo capitulo,  $a d$ , rei æstimatio, & fit  $f h$  linea, cui si adderetur dimidium  $a d$  quadratum totius, æquale foret quadrato  $a c$  & quadrato dimidij  $a d$ , dico  $f h$  esse secundum æstimationem, quando cubus cum numero ex  $a d$  in  $a c$  æqualis est rebus in quadrato  $a c$ , & quadrato  $a d$ , fiat quadratum  $f g$ , quod cum quadrato  $f h$  æquale sit quadratis  $a c$  &  $a d$ , iunctis, quia igitur quadratum compositæ ex  $f h$  & dimidio  $a d$ , æquale est quadratis  $a c$  & dimidij  $a d$ , erit per quartam secundæ Elementorum, abiectione communi quadrato dimidij  $a d$ , quadratum  $a c$  æquale quadrato  $f h$ , & duplo  $f h$  in dimidium  $a d$ , quare rectangulo ex  $f h$  in  $a d$  semel cum quadrato  $f h$ , quare ex decimasexta sexti Elementorum  $a b$  media proportionis inter  $f h$  & aggregatum  $f h$  &  $a d$ , quia





# Cap. XIV. De Cubo æqual. &c. 253

quia verò quadratum e g, additum producto f h in se, & in a d, tantum facit, quantum additum, quadrato a c, e g, verò & f h quadratum, æqualia sunt quadratis a d & a c, ex supposito, erit quadratum a c & quadratum a d & productum f h in a d, æquale quadratis a c & e g, inde abiecto communiter a c quadrato, erit e g quadratum, æquale ei quod fit ex f h in a d cum quadrato a d, per eandem e f media proportionem est inter a d & aggregatum ex a d & h f, cumque similiter; vt ostensum est, a b fit media proportione per 67. lib. de Proport. seu quinti huius inter f h & aggregatum f h & a d, erit quia f h & a d iunctæ in vtroque ordine sunt prima quantitas, proportio f h, ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decima septima sexti Elementorum, f h ad a d, vt a c ad e g, trigesima quarta vndecimi Elementorum, corpus quod sub f h & e g continetur, æquale est corpori sub a d & a c, quare & numero æquationis, cumque quadrata e g & h f, æquentur numero rerum, quia quadratis a c & a d, erit ex octavo capitulo huius, h f etiam æstimatione rei, in eodem capitulo. Vnde regula.

## REGULA.

Duc dimidium maioris æstimationis in se, & triplica, & aufer à numero rerum, & æ. residui, detracto dimidio maioris æstimationis, est æquatio quæsitæ. Exemplum, cubus & 60. æquatur 46. rebus & maior æquatio est 6. pro habenda reliqua duc 3. dimidium prioris æstimationis in se, fit 9. hunc triplica fit 27. abice 27. ex 46. relinquitur 19. ab huius radice abice 3. dimidium primæ æstimationis, habebis secundam æstimationem æ. 19. m. 3. Ex hoc capite habentur tria corollaria, primum quod æstimatio cubi æqualis rebus & numero est æqualis duabus æstimationibus cubi cum eodem numero æqualium totidem rebus veluti cu. æquatur 16. rebus p. 21. & æstimatio est æ.  $9\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$  erunt duæ æstimationes cu. p. 21. æqualium 16. rebus simul iunctæ æ.  $9\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$  altera. n. est 3. reliqua æ.  $9\frac{1}{4}$  m.  $1\frac{1}{2}$ . Ex hoc corollario & regulis datis huius capitis sequitur secundum scilicet quod ex mutua multiplicatione & deductione cuiuslibet æstimationis cu. & numeri æqualium rebus ponitur altera. Tertium, æstimationes cu. & numeri æqualium rebus se habent in comparatione æstimationis cu. æqualis totidem rebus & eidem numero, velut apotome ad binomium. Ipsæ verò æstimationes capituli cubi & numeri æqualium rebus inuicem se habent ita, vt radices singulorum residuorum sint velut prima pars Apotome, & dimidium prioris æstimationis vt secunda pars velut in exemplo superiore habebis æstimationes vicissim acceptas, quales inferius vides & superior earum vt liquet necessario est 3. & minor æ.  $9\frac{1}{4}$  m.  $1\frac{1}{2}$ . Experiari & inuenies.

$$\begin{array}{l} \text{æ. } 9\frac{1}{4} \text{ m. } 1\frac{1}{2} \\ \text{æ. } 9\frac{1}{4} \text{ p. } 1\frac{1}{2} \end{array}$$

## CAPVT XIV.

De Cubo æquali quadratis & numero.

**Q**UOD si cubus, æqualis sit quadratis & numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, primo conuersionis modo, qui est à toto ad partem, nam secundus est à parte ad totum, tertius à differentia partium, quartus à proportionem.

## DEMONSTRATIO.

Sit igitur cubus a e, in capituli 12. figura, æqualis 6. quadratis a c, & 100. cumque quadratum a c, constet quadrato a b, & gnomone eum circumdante, erit cubus a c æqualis quadratis 6. a b, & gnomonibus 6. & 100. gnomonem autem constat quadrato b c, & duplo a b, in b c, igitur cubus a c constat 6. quadratis a b & 6. quadratis b c & 6. productis a b, in b c bis, & 100. at ex a b in b c bis, sunt 4. res, quia a b est res, & b c, 2. & 6. quadrata b c, sunt triplum cubi b c, quia b c est tertia pars 6. igitur cubus a c, æqualis est 6. quadratis a b, & 24. rebus, & triplo cubi b c, & 100. at constat, quòd 24. numerus rerum, constat ex 9. numero quadratorum, in 4. qui est duplum tertiæ partis eiusdem numeri. At ex alia parte constat etiam, cubus a c, cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, hoc namque in primo supposito sexti capituli ostensum est, igitur cub. a c, æqualis est cubis a b & b c & 6. quadratis & 12. rebus, igitur cubus a b, & cubus b c, & 6. quadrati, & 12. res, æquantur 6. quadratis & 24. rebus, & triplo cubi b c & 100. constat autem, quòd numerus quadratorum manet idem, quia est triplus ad b c, & b c fuit tertia pars numeri quadratorum, & numerus rerum est ex numero quadratorum in suam partem tertiam, hoc enim æquale est semper, triplo quadrati tertiæ partis, abiectis igitur communiter cubo b c semel, & 6. quadratis, & 12. rebus scilicet tot rebus, quot sunt ex numero quadratorum in suam tertiam partem, relinquetur cubus a b, æqualis 100. & 12. rebus, & duplo cubi b c, manifestum est autem, quòd numerus 100. manet idem, & quòd numerus rerum fit ex numero quadratorum in tertiam sui partem, & quòd duplum cubi b c, est 16. quia b c est 2. igitur cubus a b æqualis est 12. rebus, & 116. numero, ideo ex præcedenti capitulo, inuenta a b, addemus ei b c, tertiam partem numeri quadratorum, & conflabitur a c, & quia in quærendo a b, reducimus tertiam partem numeri rerum ad cubum, & hæc tertia pars numeri rerum, est quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, ideo ex vltima contractione fit hæc regula.

## REGULA.

Addè cubum tertiæ partis numeri quadratorum,

# 254 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

torum, dimidio numeri æquationis, & totum quod inde fit, in se ducito, à quadrato abiice cubum, quadrati tertiæ partis numeri quadratorum, residui radicem adde & minue dimidio aggregati, quod in se duxeras, habebis Binomium & Apotomen, cuius  $\mathcal{R}$ . cubicam iunge, & eis adde tertiam partem numeri quadratorum, & totum quod constatur, est rei æstimatio. Exemplum, cubus æquatur 6. quadratis  $\mathcal{P}$ . 20. adde 8. cubum 2. tertiæ partis 6. ad 10. dimidium 20. fit 18. ab huius quadrato 324. abiice 64. cubum quadrati 2. relinquitur 260. cuius radicem adde & minue à 18. habebis 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 260. & 18.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 260. horum  $\mathcal{R}$ . cubicæ iunctæ, addita tertia parte numeri quadratorum, constituunt rem.

## C A P V T X V.

De Cubo & Quadratis æqualibus numero.

### DEMONSTRATIO.

**H**OC capitulum conuertitur secundo modo, differentia autem est, quod primus modus offendit addendam tertiam partem numeri quadratorum, & secundus minuendam, sit igitur, in figura decimertij capituli, cubus a b cum 6. quadratis a b, æqualis 100. & ponatur b c tertia pars numeri quadratorum, & compleatur cubus a c, erit igitur cubus a c æqualis cubo a b, & 6. quadratis, & 12. rebus, & cubo b c, ex primo supposito sexti capituli, loco igitur cubi a b & 6. quadratorū ponatur 100. nam illa erant æqualia 100. igitur cubus a c, æqualis erit 12. rebus, & cubo b c, & 100. at 12. res ex a b, deficient a 12. rebus ex a c, in 12. b c, at illud 12. vt ostensum est in præcedenti, fit ex triplo quadrati b c, igitur 12. b c, est triplum cubi b c, igitur cubus a c & triplum cubi b c æquantur 12. rebus, & cubo b c, & 100. abiecto igitur cubo b c communi semel, erit cubus a b cum duplo cubi b c, æqualis 12. rebus, & 100. duplum autem cubi b c est 16. & numerus rerum est triplum quadrati b c, tertiæ partis numeri quadratorum, & ideo inuenta æstimatione a c, abiiciemus b c tertiam partem numeri quadratorum, & relinquetur a b cognita. Secundum hoc erit regula.

### REGULA.

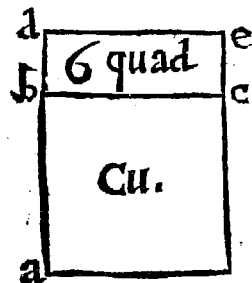
Duc tertiam partem numeri quadratorum, ad cubum, & duplica illum cubum, & differentiam numeri æquationis ab eo sume, inde triplica quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, & habebis res, quæ æquantur cubo & numero, si duplum cubi fuit maius numero æquationis, vel res cum numero, æquales cubo, si duplum cubi minus sit numero æquationis, vel res æquales cubo, vbi differentia numerorum nulla sit, inde inuenta æstimatione, minue ab e. tertiam partem numeri quadratorum, & residuum est rei æstimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquantur 100. duc 2. ad cubum fit 8. duplica fit 16. abiice ex 100.

habebis cubum, æqualem 84.  $\mathcal{P}$ . 12. rebus, sunt autem 12. res, triplum quadrati 2. tertiæ partis 6. numeri quadratorum, res igitur est, ex capitulo 12.  $\mathcal{R}$ . v. cubica 42.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1700.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 42.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1700. ab hoc abiice 2. tertiam partem 6. erit rei æstimatio quæsitæ, quando cubus & 6. quadrata æquantur 100. hæc  $\mathcal{R}$ . v. cubica 42.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1700.  $\mathcal{R}$ . v. cub. 42.  $\mathcal{M}$ . 1700.  $\mathcal{M}$ . 2. Rursus, sit cubus & 6. quadrata, æqualia 25. & abiicio 16. duplum cubi tertiæ partis 6. ex 25. fient 9. & 12. res, vt prius, æquales cubo, res igitur valet  $5\frac{1}{3}$ .  $\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{3}$ , abiice 2. relinquitur æstimatio quæsitæ,  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{3}$ .  $\mathcal{M}$ .  $1\frac{1}{3}$ . Rursus, cubus & 6. quadrata æquantur 16. abiice duplum cubi 2. scilicet 16. ex 16. numero relinquitur nihil, deinde sume triplum quadrati, & eiusdem tertiæ partis numeri quadratorum, & est 12. numerus rerum, æqualium cubo, quare quadratum æquatur 12. quare res est  $\mathcal{R}$ . 12. abiice 2. tertiam partem 6. relinquitur rei æstimatio,  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{M}$ . 2. Rursus, cubus & 6. quadrata æquantur 7. sume differentiam 7. & 16. dupli cubi 2. & est 9. & quia duplum cuborum est maius numero æquationis, & numerus rerum est 12. vt prius, habebimus cubum  $\mathcal{P}$ . 9. æqualem 12. rebus, ideo res valet 3. vel  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{3}$ .  $\mathcal{M}$ .  $1\frac{1}{3}$  abiice 2. erit æstimatio cubi & 6. quadratorum 1. vel  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{3}$ .  $\mathcal{M}$ .  $3\frac{1}{3}$  & hoc est in re  $\mathcal{M}$ . quia  $3\frac{1}{3}$ .  $\mathcal{M}$ . maius est quàm  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{3}$ , & 6. quadrata sunt 105.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 9261. cubus verò est 9261.  $\mathcal{M}$ . 98. si igitur iungantur cubus & 6. quadrata, fient 7. ad vnguem, vt patet.

Ex hoc est manifestum, cur capitulum, cubi & numeri æqualium quadratis, non demonstratur ex capitulo cubi & quadratorum æqualium numero. Quemadmodum capitulum cubi & numeri, æqualium rebus, demonstratum est ex capitulo cubi æqualis rebus & numero. Nam cum capitulum hoc perueniat aliquando ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, melius est igitur ducere capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, immediatè ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, quàm ad idem capitulum, medio capituli cubi & quadratorum æqualium numero, nam & operatio longior, & demonstratio magis confusa euaderet.

### DEMONSTRATIO.

Demonstratio alia similis nostræ generalis, capituli septimi inventa à Ludouico de



Ferrariis. Sit cubus a c & 6. quadrata, gratiâ exempli, c d æqualia 100. quia

# Cap. XV. De Cubo & quadr. &c. 255

quia igitur b d, est altitudo 6. quadratorum, erit b d 6. posita igitur a d quadrato aliquo, erit a b quadratum m. 6. a c igitur superficies 1. quad. quadratis p. 36. m. 12. quadratis, & hæc est basis corporis a e, quare corpus a e est 1. cu. quadratum p. 36. quadratis m. 12. quad. quadratis & hoc est æquale 100. igitur 10. radix 100. æquatur 1. cub. m. 6. pos. radici 1. cu. quadrati p. 36. quadratis, m. 12. quad. quadratis, m. 12. quad. quadratis, æstimatio igitur rei est cognita, qua in se ducta, quia a d posita est 1. quadratum, habebitur a d, à qua detracta b d, quæ fuit 6. relinquetur a b, quæ sita res.

## REGVLA.

Regula igitur est, pone numerum quadratorum, numerum rerum, quæ cum re numeri propositi æquantur cubo, & inuentam æstimationem in se ducito, à quo abiice productione numerum quadratorum seu rerum, residuum est rei æstimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquantur 40. dices igitur, cubus æquatur 6. rebus & re. 40. æstimatio rei, est ex suo capitulo, re. v. cubica re. 10. p. re. 2. p. re. v. cubica re. 10. m. re. 2. hanc in se ducito producet re. v. cubica 12. p. re. 80. p. re. cub. 12. m. re. 80. m. 2. Idem inuenies ex prima regula operationis. Probatio est, vt in exemp.o,

Exemplum.

cubus & quadrata 3. æquantur 21. æstimatio ex his regulis est, re. v. cubica  $9\frac{1}{2}$  p. re.  $89\frac{1}{4}$  p. re. v. cubica  $9\frac{1}{2}$  m. re.  $89\frac{1}{4}$  m. 1. cubus igitur est hic constans ex septem partibus, 12. m. re. cubica,  $4846\frac{1}{2}$  p. re.  $23487833\frac{1}{4}$  m. re. v. cubica  $4846\frac{1}{2}$  m. re.  $23487833\frac{1}{4}$  p. re. v. cub.  $46041\frac{1}{4}$  p. re.  $2119776950\frac{7}{8}$  m. re.  $2096286117\frac{9}{16}$  p. re. v. cub.  $46041\frac{1}{4}$  p. re.  $2096354180\frac{11}{16}$  p. re. v. cub.  $46041\frac{1}{4}$  p. re.  $2096354180\frac{11}{16}$  m. re.  $2096289117\frac{9}{16}$  m. re.  $2119776950\frac{7}{8}$  p. re. v. cub.  $226\frac{1}{2}$  p. re.  $65063\frac{1}{4}$  p. re. v. cub.  $256\frac{1}{2}$  m. re.  $65063\frac{1}{4}$

Tria autem quadrata sunt ex septem partibus hoc modo,

## QUESTIO.

Columna quadrata 36. cubitis alta, lata & profunda cubito vno: ei pondere est æqualis ad amulsum quadrata alia columna, à qua si detrahantur sex cubiti altitudinis, reliquum erit solidum vndequaque quadratum, posita igitur secunda columnæ latitudine 1. pos. erit 1. cu. p. 6. quad. æqualia 36.

Tom. IV.

quare res erit re. cu. 16. p. re. cu. 4. m. 2. & hoc est latus basis columnæ altitudo autem est 6. cuborum, plus igitur altitudo est cubitorum re. cu. 16. p. re. cu. 4. p. 4.

## CAPVT XVI.

De Cubo ac Numero equalibus quadratis.

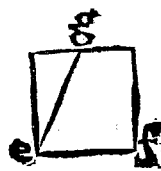
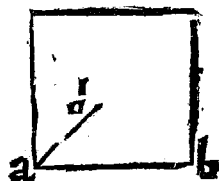
### REGVLA.

Hoc capitulum per se patet: ex demonstratione septimi capituli, regula est, duc re. cubicam numeri, in numerum quadratorum, producet numerus rerum æqualium cubo, & eidem numero, inuentis autem æstimationibus, duc re. cubicam numeri in se, & productum diuide per quamlibet æstimationem inuentam, exhibet æstimatio quæ sita vtraque. Exemplum, 1. cubus p. 64. æquetur 18. quadratis, duc 18. in 4. re. cubicam 64. fit 72. numerus rerum æqualium cubo p. 64. huius æstimationes sunt ex capitulo suo, 8. & re. 24. m. 4. cum quibus diuide 16. quadratum 4. re. cubice 64. exit 2. & re. 96. p. 8. & hæc sunt æstimationes.

### DEMONSTRATIO.

Et si vna æstimationum habita a b, volo habere reliquam, facio quadratum a b,

quod sit a c, & detracto a b ex numero quadratorum & relinquetur ad, & ducatur a d, in aggregatum ex a b, & quarta parte a d, & superficiæ productæ sumatur latus quod in eam potest, & ei addatur dimidium a d, & fiat e f, quam dico esse secundam æstimationem, fiat quadratum



e f, & sumatur e g, quæ cum e f iuncta æqualis sit aggregato a b & a d. Quia igitur e f quadratum, æquale est producto ex tetragonali in se, & dimidio a d in se, & producto tetragonali in a d per quartam secundi Elementorum, erit quadratum e f, æquale producto a d in aggregatum ex a b, & dimidio a d, & tetragonali ex decimasexta sexti Elementorum, igitur e f media inter a d & aggregatum a b & tetragonali & dimidio a d, dimidium autem a d & tetragonali constituent e f, ex supposito, e f igitur media est proportione inter a d & aggregatum a b, & e f. Rursus, quod sit ex a b & a d, in a b & e f, æquale est ei quod sit ex e f & e g, in aggregatum a b & e f, quia ex supposito e f, & e g, æquantur a b, & a d & a b & e f manent idem, quod autem sit ex a d in a b & e f, ex probatis, æquale est quadrato e f, igitur quod sit ex a b in a b & e f, cum quadrato e f, æquale est ei quod sit ex e f & e g in e f & a b, abiecto igitur comuni quadrato e f, erit quod sit ex a b in aggregatum a b & e f, æquale producto a b & e f in e g, cum eo quod sit ex

Y 2 e f in

# 256 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

e f in a b, detracto igitur communi iterum producto, a b in e f, relinquetur quadratum a b, æquale producto ex a b & e f in e g, quare a b media inter e g & aggregatum a b & e f, fuerat vero, vt dictum est, e f media, inter a d & aggregatum a b & e f, sunt igitur tres quantitates analogæ, in duobus ordinibus, quarum prima in vtroque ordine eadem est, videlicet aggregatum

$$\begin{array}{l} | a b \quad \& \quad e f \\ | a b \quad e f \\ | e g \quad a d \end{array}$$

a b & e f, igitur per 67. libri quinti huius, e g ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decimaleptima sexti Elementorum, e g ad a d, vt a c ad quadratum e f, igitur ex trigesima quarta vndecimi Elementorum, corpus quod ex a d in a c, æquale est corpori ex e g in quadratum e f, sed a b fuit æstimationis rei, Igitur corpus quod ex a d in a c æquale est numero æquationis posito aggregato a d & a b numero quadratorum, per demonstrationem habitam in capitulo octauo, igitur productum ex e g in quadratum e f, est æquale numero æquationis, cum igitur e f & e g, sint æquales numero quadratorum, quia aggregato a b & a d, & ex g e in quadratum e f, fiat numerus æquationis, erit per octauum capitulum, e f rei æstimationis, quod erat probandum.

## REGVLA.

Regula igitur est, minue primam æstimationem à numero quadratorum, & residuum duc in aggregatum ex prima æstimatione, & quarta parte eiusdem residui, & producti accipe radicem, cui adde dimidium eiusdem residui, aggregatum est æstimationis rei quæsita. Exemplum, sit cubus cum 24. æqualis 8. quadratis, & æstimationis cognita 2. abicio 2. ex 8, numero quadratorum relinquitur 6. hoc duc in  $3\frac{1}{2}$ , quod constat ex 2. prima æstimatione, &  $1\frac{1}{2}$  quarta parte 6. residui, fit 21. cuius radici adde dimidium residui primæ æstimationis, quod est 3. fit  $21\frac{1}{2}$ . p. 3. æstimationis quæsita.

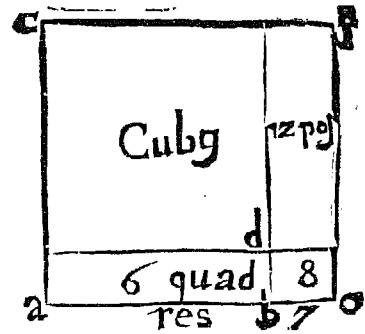
## CAPVT XVII.

### De Cubo, Quadratis & Positionibus æqualibus numero.

#### DEMONSTRATIO.

**S**I T gratiæ exempli cubus a b, & 6. quadrata, & 20. positiones æqualia 100. & addam b c ad a b, quæ sit 2. tertia pars numeri quadratorum, & describitur cubus vniuersalis a c, secundum quod componitur ex suis octo partibus, erit igitur cubus a b, f d superficies cum sua altitudine, & cubus b c 8. quia b c est 2. & a d corpora, 6. quadratis a b æqualia, & corpora de 12. a b seu duodecuplo a b ex sexto capitulo huius libri, quia igitur cubus a b & 6. quadrata & 20. positiones, æquantur 100. addantur 8. positiones, quæ sunt reliquum ad 20. positiones, cubo a c, qui iam æquabatur cubo a b, & 6. quadratis, &

12. positionibus, & cubo b c, erit cubus a c cum 8. positionibus, æqualis 108. nam



cubus a c excedit tria corpora d 2, d e, in cubo c d, qui est 8. at quia 8. positiones a b deficiunt a b 8. positionibus a c cubi maioris, in 8. b c seu octuplo b c, quæ est 2. addemus igitur octuplum b c vtrique parti, & fiet cubus p. 8. rebus, æqualis 124. nota igitur ex capitulo suo a c, auferemus b c, relinquitur a b. Sit rursus cubus a b, & 6. quadrata & 12. res, æqualia 100. igitur additio communi cubo b c, erit cubus a c æqualis 108. & a c  $\frac{1}{2}$ . cubicæ 108. & a b 2. m. quàm a c cognita, sit deno cubus & 6. quadrata a b & 2. positiones æqualia 100. additis igitur 10. positionibus residuis, ad complendum corpora d e, & addito cubo b c, fiet cubus a c æqualis 10. positionibus superadditis, & 108. sed 10. positiones a b deficiunt à 10. positionibus a c in 10. b c, addemus igitur 10. b c vtrique parti, fiet cubus a c p. 20. æqualis 10. positionibus p. 108. abice 20. ex vtraque parte, relinquetur cubus a c æqualis 10. positionibus p. 88. inuenta a c, minue b c & relinquetur a b necessariò cognita.

## REGVLA.

Regula igitur communis est, duc tertiam partem numeri quadratorum (quam hoc signo  $\text{tpquad}$ . demonstramus) ad cubum, addéque numero, inde duc numerum quadratorum in sui tertiam partem, & producti differentia à numero rerum, est numerus rerum addendarum cubo, vbi productum fuerit minus numero rerum propositarum vel addendarum numero, vbi productum fuerit maius numero rerum propositarum. Si igitur differentia est nulla, producti & numeri rerum erit cubus æqualis numero iam coaceruato, inde sumpta radice cubica numeri, minue ex ea  $\text{tpquad}$ . & residuum est rei æstimationis, quod si positiones & cubus, æquentur numero, duces numerum positionum in  $\text{tpquad}$ . & productum addes numero iam aggregato, & habebis cubum, & res iam inuentas, & æquales numero iam aggregato, inde ab æquatione minue  $\text{tpquad}$ . & residuum est æstimationis. Quod si productum fuerit maius numero rerum, duc differentiam, quæ est numerus rerum, in  $\text{tpquad}$ . & productum minue ex numero, quem habebas, aggregato, & si nihil superest, habebis cubum, & æqualem rebus

# Cap. XVII. De Cubo quadr. &c. 257

rebus iam propositis tantum, quare deducendo ad minorem denominationem habebis quadratum æquale numero, res erit 32. quadrata numeri rerum, à qua minue  $\text{Tpquad.}$  & residuum erit æstimatio rei. Quod si in detractioe producti ex numero rerum in  $\text{Tpquad.}$  à numero aggregato, superfit, numerus ille cum rebus iam propositis, æquatur cubo, inde ab æstimatioe minue  $\text{Tpquad.}$  & residuum est æstimatio quaesita. Sed si productum numeri rerum in  $\text{Tpquad.}$  maius esset numero iam aggregato, differentia est numerus, qui cum cubo æquatur rebus iam propositis, inde habita æstimatioe minue  $\text{Tpquad.}$  & residuum est æstimatio rei.

Ex hoc patet, quod tale capitulum resoluitur in quinque capitula, quæ sunt hic posita, si non possunt resolui in plura, in

- | cubus & res æquales numero.
- | cubus æqualis numero.
- | cubus æqualis rebus.
- | cubus æqualis rebus & numero.
- | cubus & numerus æquales rebus.

aliquibus autem sequentium resolutio fit in tria postrema tantum, in omnibus autem capitulis quatuor denominationum, commune est cum fuerint resoluta in capitulum trium vel duarum denominationum, ut æstimatioe inuentæ addatur aut minuatur  $\text{Tpquad.}$  ut in hoc capitulo semper minuitur, & commune est etiam omni capitulo ut rerum numerus & numerus ipse constituantur eodem modo, velut hic numerus rerum, est differentia numeri rerum assumptarum in capitulo quatuor denominationum, ex numero quadratorum in sui tertiam partem, & numerus capituli in quod resoluitur, est differentia producti ex numero rerum iam inuentarum, in  $\text{Tpquad.}$  & aggregati ex cubo  $\text{Tpquad.}$  & numero æquationis primo.

## QVÆSTIO I.

Exemplum, Est corpus quadratum vnde quaque, quod cum superficiebus & lateribus est 22. dices igitur, cubus & 6. quadrata & 12. res æquantur 22. cubo igitur 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 8. adde 22. fit 30. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. sui partem tertiam, fit 12. differentia cuius à numero rerum est nihil, nam res etiam fuerant 12. habemus igitur 1. cubum æqualem 30. & res est 32. cub. 30. abijce 2.  $\text{Tpquad.}$  fit æstimatio rei, 32. cub. 30. m. 2.

Experientia autem est, ut iungas 1. cub. p. 6. quad. p. 12. rebus, & fiunt 22.  
 Sex quadrata 24. p. 32. cub. 194400. m.  
 32. cub. 414720.  
 Cubus 22. m. 32. cub. 194400. p. 32.  
 cub. 51840.  
 Duodecim res 32. cub. 51840. m. 24.  
 Aggregatum 22.

Tom. IV

## QVÆSTIO II.

Exemplum secundi, Inuenias quatuor numeros continuè proportionales, quorum primus sit 3. & reliqui tres sint 19. pone 2<sup>m</sup> rem, erit tertius  $\frac{1}{3}$  quadrati, & quartus erit  $\frac{1}{9}$  cubi, igitur 1. positio  $\frac{1}{3}$  quadrati,  $\frac{1}{9}$  cubi, æquantur 10. duc ad integra, habebis cubum & 3. quadrata & 9. res, æqualia 171. nam omnia ducuntur per 9. adde igitur cubum tertie partis numeri quadratorum ad 171. & est 1. fit 172. deinde duc 3. numerum quadratorum in sui tertiam partem, fit 3. huius producti & 9. numeri rerum, differentia est 6. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, quia productum fuit minus, duc igitur 6. numerum rerum in 1.  $\text{Tpquad.}$  fit 6. adde ad 172. fit 178. igitur cubus & res æquantur 178. & rei æstimatio est 32. v. cubica 32. 7929. p. 89. p. 32. v. cubica 32. 7929. m. 89. ab hoc minue  $\text{Tpquad.}$  quæ est 1. habebis secundam quantitatem 32. v. cubicam 32. 7929. m. 32. v. cubica 32. 7929. m. 89. m. 1. ex qua habebis reliquas.

Exemplum tertij modi, Cubus 6. quadrata & 1. positio, æquantur 14. adde cubum 2.  $\text{Tpquad.}$  qui est 8. ad 14. fit 22. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. tertiam sui partem, fit 21. differentia cuius à numero rerum est 11. numerus rerum æqualium cubo cum numero, quia numerus productus 12. fuit maior numero rerum, duc igitur 11. in 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 22. differentia cuius & numeri prioris aggregati est nulla, quare habebimus cubum æqualem 11. rebus, igitur quadratum æquatur 11. res igitur est 32. 11. à qua minue 2.  $\text{Tpquad.}$  fit rei æstimatio 32. 11. m. 2. sumpsisti autem differentiam in numero & non aggregasti, quia res æquabantur cubo, & non cubus cum rebus æquabantur numero, ut in præcedente exemplo.

## QVÆSTIO III.

Exemplum quarti modi, Ex oraculo iubet Princeps fieri sacram ædem, cuius spacium sit 400. cubitorum, & longitudine latitudine maior sit 6. cubitis, latitudo altitudine 3. cubitis maior, quaeritur quantitas. Pone altitudinem rem, latitudo erit 3. p. & longitudo 9. p. duc inuicem, habebis 1. cub. p. 12. quadratis p. 27. positionibus, æqualia 400. adde ad 400. cubū 4.  $\text{Tpquad.}$  qui est 64. fit 464. duc 12. numerum quadratorum in tertiam sui partem, fit 48. cuius

altitudo	1. pos.
latitudo	1. pos. p. 3.
longitudo	1. pos. p. 9.
<hr/>	
productum	1. cub. p. 12. quad.
	p. 27. pos.

differentia à 27. est 21. numerus rerum, quæ æquatur cubo cum numero, quare duc 12. in 4.  $\text{Tpquad.}$  fit 84. sume differentiam à 464. quæ est 380. & eam adde rebus, quia aggregatum

Y 3 numerus

# 258 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

numerum primum, fuit maius numero producto secundo, habebis cubum æqualem 21. positionibus p. 380. res igitur valet  $\mathfrak{R}$ . v. cubicam 190. p.  $\mathfrak{R}$ . 35750. p.  $\mathfrak{R}$ . v. cub. 190. m.  $\mathfrak{R}$ . 35757. ab hac minue 4.  $\mathfrak{T}$ ppquad. habebis altitudinem, qua habita, addendo 3. & 9. habebis latitudinem & longitudinem, vt vides,

altitudo,  $\mathfrak{R}$ . 5. cub. 190. p.  $\mathfrak{R}$ . 35757. p.  $\mathfrak{R}$ . v. cub. 190. m.  $\mathfrak{R}$ . 35757. m. 4.  
latitudo,  $\mathfrak{R}$ . v. cub. 190. p.  $\mathfrak{R}$ . 35757. p.  $\mathfrak{R}$ . v. cub. 190. m.  $\mathfrak{R}$ . 35757. m. 1.  
longitudo,  $\mathfrak{R}$ . v. cub. 190. p.  $\mathfrak{R}$ . 35757. p.  $\mathfrak{R}$ . v. cub. 190. m.  $\mathfrak{R}$ . 35757. p. 5.

Exemplum quinti modi, Cubus & 6. quadrata, & 2. res, æquantur 3. adde 8. cubum  $\mathfrak{T}$ ppquad. ad 3. fit 11. deinde duc 9. in suam tertiam partem, fit 12. differentia à 2. numero rerum est 10. numerus rerum, duc in 2.  $\mathfrak{T}$ ppquad. fit 20. cuius differentia ab 11. est 9. numerus, qui cum cubo æquatur 10. rebus, quia productum secundum maius est numero aggregato, voco autem productum secundum, quod fit ex numero rerum iam inuento, in  $\mathfrak{T}$ ppquad. æstimatione igitur rei quando cubus & 9. æqualia sunt 10. rebus est 1. vel  $\mathfrak{R}$ .  $9\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , abiice igitur 2.  $\mathfrak{T}$ ppquad. fient duæ æstimationes quæritæ, altera  $\mathfrak{R}$ .  $9\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$  alia m. 1.

## CAPVT XVIII.

*De Cubo, & rebus equalibus quadratis & numero.*

### DEMONSTRATIO.

**S**IT in eadem figura, cubus a c cum 33. a c, æqualis 6. quadratis a c p. 100. (gratiâ exempli) diuidatur cubus a c, posita b c  $\mathfrak{T}$ ppquad. scilicet 2. in suas partes, erit cubus a c, æqualis cubo a b, cubo b c, sex quadratis a b, & 12. positionibus a b, at 33. a c, sunt 33. a b, & 33. b c, quæ sunt 66. quia b c est 2. igitur cubus a c, & 33. a c, æquantur cubo a b, cubo b c, sex quadratis a b, & 45. a b positionibus, & 66. hæc eadem igitur æqualia sunt 6. quadratis a c, & 100. at 6. quadrata a c, diuisa a c in b, per 4. 2. Elementorum, æqualia sunt 6. quadratis a b, & 6. quadratis b c, & 12. superficiebus a d, sed a d est 2. positiones, quia b d est 2. igitur 12. a d sunt 24. positiones a b, quare 6. quadrata a b, & 6. quadrata b c, & 24. positiones a b, & 100. æquantur cubo a b, cubo b c, 6. qua-

	6. quadrata a b	24. positiones a b
		124
cubus a b	6. quadrata a b	45. positiones a b
		74
cubus a b	p.	21. positiones a b æquales
		50

dratis a b, & 45. a b. & 66. numero, cubus autem b c est 8. & 6. quadrata b c sunt 24. igitur 6. quadrata a b, & 24. positio-

nes a b, & 124. æquantur cubo a b, & 6. quadrat. a b, & 45. positionibus a b, & 74. facta igitur detractioe similibus ex utraque parte, scilicet 6. quad. 24. positionibus & 74. relinquetur cubus a b p. 21. positionibus a b, æqualis 50. manifestum est igitur quod inuenta a b, ex capitulo suo, & addita b c ei quæ est 2. conflatur a c. Manifestum est autem, quod vbi positiones, quæ cum cubo erant, essent æquales productis, haberemus cubum æqualem numero tantum, & vbi positiones quæ cum cubo erant, essent pauciores, haberemus res ex vna parte, & cubum ex alia, & tunc si numerus qui est cum cubo, foret æqualis alteri, essent positiones æquales cubo, & si esset minor, haberemus res & numerum æquales cubo: & si maior, haberemus res æquales cubo & numero, ex eadem demonstratione, velut in præcedenti capitulo.

### REGVLA.

Regula igitur est, vt primò statuas numerum rerum semper, vt in præcedenti capitulo, & est vt ducas numerum quadratorum in tertiam sui partem, & differentia huius producti, à numero rerum, est numerus rerum, quæ si nulla sit, habebimus cubum æqualem numero, si autem productum sit minus numero rerum, differentia erit numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, & si productum fuerit maius, habebimus res æquales cubo: & tunc si numeri erunt æquales, erit cubus æqualis rebus, & si, qui productur ex numero rerum, in  $\mathfrak{T}$ ppquad. fuerit minor numero æquationis cum additione, erit cubus æqualis rebus & numero, quod si productus numerus ex rerum numero in  $\mathfrak{T}$ ppquad. fuerit maior numero æquationis cum sua additione, habebimus res æquales cubo & numero. Numerus autem æquationis sic habetur, duc priorem numerum rerum, in tertiam partem numeri quadratorum, & producti accipe differentiam, ab aggregato numeri æquationis, & dupli cubi  $\mathfrak{T}$ ppquad. differentia, erit numerus addendus cu. si productum fuerit maius aggregato: vel rebus si fuerit minus, vel numerus æqualis cubo, vbi nullæ sint res, inde habita æstimatione, eam adde, vel minue  $\mathfrak{T}$ ppquad. prout in exemplis doceberis, & habebis quæritam æstimationem.

Exemplum primum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis & 25. duc 6. in 2. sui tertiam partem, fit 12. differentia cuius à numero rerum nulla est, igitur cubus æquabitur numero, duc ergo 12. numerum rerum, in 2.  $\mathfrak{T}$ ppquad. fit 24. abiice ex 41. aggregato 16. dupli cubi 2. & 25. numero æquationis, relinquitur 17. qui æquatur cubo, res igitur est  $\mathfrak{R}$ . cubica 17. adde ei 2.  $\mathfrak{T}$ ppquad. fit rei æstimatione  $\mathfrak{R}$ . cubica 17. p. 2.

Exemplum secundum, Mercator fugiens, pascitur redditurum  $\frac{1}{4}$  debiti proportionaliter in tribus annis, ita quod si pactus fuisset redditurum  $\frac{12}{17}$  primo anno reddidisset  $\frac{9}{17}$ , secundo  $\frac{6}{17}$ , tertio  $\frac{4}{17}$ , vt residua sint in eadem

# Cap. XVIII. De Cubo & reb. &c. 259

dem proportione, cum residuo capitali, quaritur portio cuiusque anni, reddendo solum  $\frac{1}{4}$ , & ponamus, quod capitale sit 4. ad vitandum fractiones, vult igitur reddere 3. pone igitur quod restituit primo anno rem, igitur secundo anno restituet rem  $\frac{1}{4}$  quadrati, & tertio anno, rem  $\frac{1}{4}$  quadrati p.  $\frac{1}{16}$  cubi, igitur in tribus annis restituet 3. res p.  $\frac{1}{16}$  cubi  $\frac{1}{4}$  quadrati, & hoc iam supponitur 3. quare reducto ad integrum, cubum ducendo per 16. habebis 1. cubum p. 48. rebus, æqualem 12. quadratis p. 48. duc 12. in 4. tertiam sui partem, sit 48. igitur differentia rerum nulla est, & cubus æquabitur numero, duc igitur 48. numerum rerum, in 4.  $\frac{1}{4}$  quadrati, sit 192. à quo detrahe 176. aggregatum ex duplo cubi 4. & 48. numero æquationis, relinquitur 16. & hic æquatur cubo, igitur rei æstimatione est 32. cubica 16. quam minue ex 4.  $\frac{1}{4}$  quadrati, fiet æstimatio quæsitæ 4. m. 32. cubica 16. reddet igitur anno primo 4. m. 32. cubica 16. & secundo 32. cubica 16. m. 32. cubica 4. & tertio, 32. cubica 4. m. 1. & horum residua, sunt proportionalia, cum 4. & iuncta faciunt 3. & est conuersum primi exempli, & residua ipsa sunt 32. cubica 16. 32. cubica 4. & 1.

Exemplum tertium, Cubus & 15. res, æquantur 6. quadratis & 24. duc 6. in sui tertiam partem, sit 12. cuius differentia à 15. numero rerum, est 3. & quia productum fuit minus, erit cubus & 3. res, æqualia numero, duc igitur 15. numerum rerum, in 2.  $\frac{1}{2}$  quadrati, sit 30. minue ex 40. aggregato 24. & duplo cubi  $\frac{1}{2}$  quadrati, relinquitur 10. igitur 10. æquatur cubo p. 3. rebus, & rei æstimatio est 32. v. cubica 32. 26. p. 5. m. 32. v. cubica 26. m. 5. cui adde 2.  $\frac{1}{2}$  quadrati, habebis quæsitam æstimationem.

Exemplum quartum, Cubus & 15. res, æquantur 6. quadratis p. 10. iterum habebis cubum & 3. res, æquales numero, & numerus productus erit 30. vt prius, verum aggregatum ex duplo cubi 2.  $\frac{1}{2}$  quadrati, & 10. numero æquationis, est 26. differentia igitur est 4. cum igitur cubus & 3. res æquantur 4. rei æstimatio est 1. & quia productus numerus est maior aggregato, id est 30. maior est 26. minuemus 1. æstimationem æquationis inuentæ ex 2.  $\frac{1}{2}$  quadrati, & relinquetur 1. æstimatio quæsitæ cubi & 15. rerum, æqualium 6. quadratis & 10.

Ideo patet quod in hoc casu, vbi cubus & res, æquantur numero, si differentia numerorum nulla foret, velut si loco 10. posuissemus 14. æstimatio rei esset  $\frac{1}{2}$  quadrati, scilicet 2. quia in æquatione inuenta, nihil haberemus addendum vel minuendum, quia cubus & 3. res, æquarentur nihil.

Exemplum quintum, Cubus & 10. res, æquantur 6. quadratis p. 4. duc igitur numerum quadratorum in tertiam sui partem, vt prius, sit 12. differentia cuius à numero rerum, est 2. & quia productum est maius numero rerum, ideo 2. res æquabuntur cubo, pro numero itaque duc 10. numerum rerum primum, in 2.  $\frac{1}{2}$  quadrati, sit 20. differentia cuius à 20. aggregato dupli cubi

$\frac{1}{2}$  quadrati, & 4. est nihil, igitur non habebimus numerum, sed cubus æquabitur, vt dictum est, 2. rebus, igitur deprimendo, quadratum æquabitur 2. ergo rei æstimatio, est 32. 2. quam adde vel minue  $\frac{1}{2}$  quadrati, habebis veram æstimationem quæsitam, 2. p. 32. 2. vel 2. m. 32. 2. & potest etiam esse 2. & sic habet tres æstimationes hic casus.

Exemplum sextum, Sit cubus & 21. res, æqualia 9. quadratis p. 5. tunc vt prius, ducam 9. in 3. tertiam sui partem, sit 27. huius differentia à 21. est 6. numerus rerum, cubo æquandarum, quia productum 27. est maius 21. numero rerum, addo igitur 54. duplum cubi  $\frac{1}{2}$  quadrati, ad 5. numerum æquationis, sit 59. cuius differentia à 63. producto numeri rerum prioris, in  $\frac{1}{2}$  quadrati, est 4. igitur quia productum est maius aggregato, addemus numerum cubo, & fiet 1. cubus p. 4. æqualis 6. rebus, iam inuenta, huius igitur æstimationes sunt tres, primæ

	Prima	5.
	Secunda	2. p. 32. 5.
	Tertia	2. m. 32. 3.

est 2. secunda 32. 3. m. 1. tertia ficta m. 32. 3. p. 1. quas adde ad 3.  $\frac{1}{2}$  quadrati, habebis veras æstimationes illas quas à latere vides.

Exemplum septimum, Cubus & 26. res æquantur 12. quadratis p. 12. duc 12. numerum quadratorum, in sui tertiam partem, quæ est 4. sit 48. cuius differentia à 26. numero rerum, est 22. & quia productum est maius numero rerum, res æquabuntur cubo, deinde duc 26. numerum rerum in 4. tertiam partem numeri quadratorum, sit 104. abice ex 140. duplo cubi  $\frac{1}{2}$  quadrati, & 12. numeri simul iunctis, sit 36. numerus addendus rebus, quia aggregatum est maius producto, e contrario, exemplo præcedenti, cubus igitur æquabitur 22. rebus, p. 36. quare eius erunt tres æstimationes, prima 32. 19. p. 1. & est vera, secunda ficta m. 32. 19. m. 1. tertia etiam ficta, quæ est m.

	Prima	5. p. 32. 19.
	Secunda	5. m. 32. 19.
	Tertia	2.

2. has adde singulas,  $\frac{1}{2}$  quadrati, habebis veras tres æstimationes, quarum experientiam à latere hic posui.

Ex hoc patet, quod numerus quadratorum, in his tribus exemplis, in quibus æstimatio rei triplicatur, semper componitur ex tribus æstimationibus iunctis simul, velut in quinto exemplo, 2. p. 32. 2. & 2. m. 32. 2. componunt 6. numerum quadratorum, & in sexto exemplo, 5. & 2. p. 32. 3. & 2. m. 32. 3. componunt 9. numerum quadratorum, & in septimo exemplo, 5. p. 32. 19. & 5. m. 32. 19. & 2. componunt 12. numerum quadratorum, ideo duabus cognitis, tertia semper emergit, & causa est cognita in initio huius libri. Et manifestum est, quod cum peruenimus ad res, quæ à cubo separantur, seu numerus rebus, seu cubo iungatur, semper emergunt tres

# 260 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

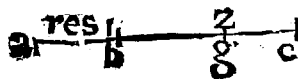
cubus primæ	410. p.	℞. 167884.
26. res	130. p.	℞. 12844.
aggregatum	540. p.	℞. 273600.
12. quadrata.	528. p.	℞. 273600.
numerus	12.	
aggregatum	540. p.	℞. 273600.
cubus secundæ	410. m.	℞. 167884.
26. res	130. m.	℞. 12844.
aggregatum	540. m.	℞. 273600.
12. quadra.	528. m.	℞. 273600.
numerus	12.	
aggregatum	540. m.	℞. 273900.
cubus tertiæ	8.	
26. res	52.	
aggregatum	60.	
12. quadra.	48.	
numerus	12.	
aggregatum	60.	

æstimationes, & causa dicta est superius ibidem, vbi de vera & ficta æstimatione locuti sumus. Et patet etiam, quod omnes modi hi, ad additionem semper possunt referri, quamuis minus cum additur, vicem gerat, plus cum detrahitur, ostensum est enim quod tantum est minuere 4. ex 12. quantum addere 4. m. ad 12. utroque enim modo fiet 8.

Ex hoc patet quod numerus quadratorum, diuiditur trifariam, & vna æstimatione habita aggregatum reliquarum cognitum relinquatur.

## ALIA DEMONSTRATIO.

Sit igitur cubus & 100. res æqualia 6. quadratis p. 10. numero. Et ponatur a b rei æstimatio, b c t pquad. a g autem æqualis, b c, quare g b est differentia a b & b c, cubus autem g b, est differentia cubi a b cum triplo a b. In quadratum b c, à cubo b c cum triplo b c in quadratum a b, ex sexto capitulo, cubus verò a b cum 100. rebus, æquatur 6. quadratis p. 10. ex supposito, 6. quadrata autem a b, sunt triplum b c in quadratum a b, triplum igitur b c in quadratum a b, & cubus b c, qui est 8. sunt 2. m. quam cubus a b cum 100. rebus, dico autem 2. m. quia cubus b c, qui iungitur 6. quadratis, debuit esse 10. & est tantum 8. at cubus a b cum 100. rebus, superat cubum a b, & triplum a b in quadratum b c quod est 12. res, in 88. rebus, differentia igitur cubi b c & tripli b c, in quadratum a b, à cubo a b, cum triplo a b in quadratum b c, est 88. a b, m. 2. huic



igitur differentia, æqualis est cubus g b, vt diximus, ponatur igitur b g res erit igitur

g c, seu a b, 2. m. re cuius quantitas sumpta 88. vicibus, vt dictum est, æquatur cubo b g p. 2. igitur cubus b g, p. 2. p. 88. suis rebus æquatur 174. quare si eam æstimationem b g detraxeris ex b c, quæ est t pquad. scilicet 2. habebis quantitatem a b, quæsitam. Et hæc demonstratio fuit inuenta à Ludouico Ferrario, & ostendit clariùs æstimationem supradictarum operationum.

## ALIA DEMONSTRATIO.

Ponatur rursus, cubus cum 5. rebus, æqualis 6. quadratis a c 10. & ponatur e fres, d e t pquad. differentia d e & e f, e h, eritque ex demonstratione consimili præmissæ,



vt cubus e h, æquetur 7. rebus p. 16. inde inuenta æstimatione, si ei addatur h f t pquad. quæ est 2. habebitur e f res quæsitæ, nec in hoc addam verba, quia demonstratio est similis præmissæ, & operatio eius in hac parte, est clarior nostra demonstratione.

## REGULA.

Regula igitur sumpta ex hac demonstratione est, si numerus rerum æqualis est, producto ex numero quadratorum in suam tertiam partem, duc t pquad. ad cubum, & cubicam differentia huius, & numeri æquationis, adde t pquad. vbi cubus sit minor numero, aut minue, vbi sit maior, & totum est æstimatio rei, manifestum est autem, quod vbi cubus t pquad. & numerus, sint æquales, non addemus nec minuemus, sed t pquad. erit ipsa rei æstimatio.

Exemplum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis, p. 8. tunc quia ducto 6. numero quadratorum, in 2. sui tertiam partem, fit 12. numerus rerum ad vnguem, ideo duc 2. t pquad. ad cubum, fit 8. cuius differentia à numero æquationis nulla est, ideo æstimatio rei est 2. t pquad. Et si cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis p. 9. tunc quia cubus æquatur numero, abiciemus 8. cubum t pquad. ex 9. relinquatur 1. cuius & cubicam quæ est 1. addo t pquad. quia cubus t pquad. est minor æquatione numeri, fit rei æstimatio 3. Et eadem ratione, si cubus p. 12. rebus, æquetur 6. quadratis p. 7. detracto 7. a b 8. cubo t pquad. relinquatur 1. cuius & cubicam quæ est 1. detrahe ex 2. t pquad. relinquatur 1. rei æstimatio.

Quod si numerus positionum, maior sit producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam, differentia erit numerus rerum, vt in prima demonstratione, & si regulis, hunc duc in t pquad. & ei adde cubum t pquad. & huius aggregati, numerique æquationis differentia, si nulla sit, æstimatio rei est t pquad. Et si numerus æquationis



tionis est minor aggregato, æstimationem inuentam minue, & si maior, adde  $\text{TPquad}$ . quod fiet, erit rei æstimatio. Exemplum, cubus & 20. res, æquantur 6. quadratis & 24. ducto 6. in 2. tertiam partem sui, fit 12. cuius differentia à 20. numero rerum, est 8. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, duc igitur numerum rerum, in 2.  $\text{TPquad}$ . fit 16. adde ei 8. cubum  $\text{TPquad}$ . fit 24. differentia cuius nulla est à 24. numero æquationis, igitur æstimatio rei est  $\text{TPquad}$ . scilicet 2. fit rursus cubus cum 20. rebus, æqualis 6. quadratis & 15. habebimus igitur, vt prius, cubum & 8. res, pro numero, duc vt prius, 8. numerum rerum posteriolem in 2.  $\text{TPquad}$ . fit 16. adde cubum  $\text{TPquad}$ . fit 24. abice 15. relinquitur 9. igitur cubus & 8. res, æquantur 9. & rei æstimatio est 1. quod minue ex 2.  $\text{TPquad}$ . relinquitur vera æstimatio rei 1. minuisi autem, quia 15. numerus æquationis est minor aggregato cubi & producti, quod est 24. & si bene animaduertes, eodem modo fit in prima parte regulæ, quando numerus rerum æqualis est producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam. Rursus, cubus cum 20. rebus, æqualis fit 6. quadratis  $\text{p. } 33$ . habebis itaque cubum, vt prius, & 8. res, æquales differentia 24. aggregati, & 33. numeri æquationis, quare cubus & 8. res æquabuntur 9. & æstimatio rei erit 1. addendum  $\text{TPquad}$ . quia numerus æquationis 33. est maior numero aggregato 24. quare rei æstimatio erit 3.

Quod si numerus positionum, minor sit producto ex numero quadratorum in sui tertiam partem, differentia nihilominus erit numerus rerum vt prius, sed hæc non capulabuntur cubo, imò erunt ei æquales, deinde duc ipsum numerum rerum posteriolem, in  $\text{TPquad}$ . & productum iunge numero æquationis huius aggregati & cu.  $\text{TPquad}$ . differentia est numerus æquationis secundæ, si igitur differentia nulla est, cubus æquabitur rebus & 8. quadrata numeri rerum addita  $\text{TPquad}$ . est æstimatio rei, quod si aggregatum sit maius cubo, erit differentia, numerus qui cum rebus æquatur cubo, inde habita æstimatione, adde ei  $\text{TPquad}$ . & fiet vera æstimatio. Quod si cubus fuerit maior aggregato, differentia erit numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, adde ei  $\text{TPquad}$ . quod constat, est rei vera æstimatio, & tam multiplex habenda, vt in nostra regula docuimus, quamquam quod ad regulam pertinet, & hæc nostra sit. Exemplum igitur, Cubus & 9. res, æquales sint 6. quadratis  $\text{p. } 2$ . tunc numerus rerum secundus erit 3. duc in 2.  $\text{TPquad}$ . fit 6. adde ad 2. numerum æquationis, fit 8. cubus autem  $\text{TPquad}$ . est 8. differentia nulla, igitur cubus æquatur 3. rebus, res igitur est 3. & rei æstimatio 2.  $\text{p. } 32$ . Rursus, cubus  $\text{p. } 9$ . rebus, æqualis fit 6. quadratis  $\text{p. } 4$ . habebimus vt prius, cubum æqualem 3. rebus, pro numero duc 3. numerum rerum posteriolem in 2.  $\text{TPquad}$ . fit 6. adde 4. numerum æquationis, fit 10. abice 8. cubum  $\text{TPquad}$ . fit 2. addendus rebus, quia aggregatum est maius cubo

$\text{TPquad}$ . igitur cubus æquatur 3. rebus,  $\text{p. } 2$ . & res erit 2. addito 2.  $\text{TPquad}$ . fit 4. vera æstimatio. Iterum. fit cubus  $\text{p. } 21$ . rebus, æqualis 9. quadratis  $\text{p. } 5$ . erunt igitur 6. res in posteriore æquatione, quia 9. numerus quadratorum, ductus in 3. tertiam sui partem, producit 27. duc igitur 6. numerum posteriolem rerum, in 3.  $\text{TPquad}$ . fit 18. adde ei 5. fit 23. differentia cuius à numero producto ex cubo c  $\text{TPquad}$ . est 4. & quia aggregatum est minus cubo, ideo cubus & 4. æquabuntur 6. rebus, æstimatio igitur est 2. vel 3.  $\text{m. } 1$ . & sic 3.  $\text{p. } 1$ . quæ est  $\text{m. } 1$ . si igitur his addas, 3.  $\text{TPquad}$ . habebis æstimationes quæritas 5. & 4.  $\text{p. } 32$ . 3. & 2.  $\text{p. } 32$ . 3. in harum qualibet verum est, quod cubus & 21. res, æquales sunt 9. quadratis & 5. numero.

### CAPVT XIX.

*De Cubo & Quadratis æqualibus rebus & numero.*

#### DEMONSTRATIO.

**S**I etiam cub. a b, & 6. quadrata, æqualia 20. rebus  $\text{p. } 200$ . gratiâ exempli, & ponemus b c 2.  $\text{TPquad}$ . erit igitur a c res  $\text{p. } 2$ . & eius cubus, erit cubus & 6. quadrata, & 12. res, & 8. iam autem suppositum est, quod cubus a b & 6. quadrata, sint æqualia 20. rebus  $\text{p. } 200$ . Igitur ponantur, 20. res & 200. loco cubi & 6. quadratorum, & fiet cubus a c, æqualis 32. rebus  $\text{p. } 208$ . at quia 32. res a b, deficiunt à 32. rebus a c, in 32. b c, addantur vtrique parti 32. b c, erunt igitur 32. res  $\text{p. } 208$ . æquales cubo  $\text{p. } 64$ . tantum enim sunt 32. b c, abice 64. ab vtraque parte, erit cubus æqualis 32. rebus  $\text{p. } 144$ . inde inuenta æstimatione abice b c,  $\text{TPquad}$ . relinquitur a b.

#### REGULA.

Regula igitur est, duc numerum quadratorum, in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & aggregatum erit numerus rerum, inde duc hunc numerum in  $\text{TPquad}$ . & producti sume differentiam, ab aggregato ex numero æquationis, & cubo  $\text{TPquad}$ . quæ si nulla est, habebis cubum æqualem rebus, si verò sit productum minus aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus, æquatur cubo, quod si productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione,  $\text{TPquad}$ . residuum est æstimatio vera, quæ sita.

Exemplum, Cubus & 6. quadrata, æqualia sunt 20. rebus & 56. duc 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 20. fit 32. duc 32. in 2.  $\text{TPquad}$ . fit 64. adde ad 56. numerum æquationis 8. cubi  $\text{TPquad}$ . fit 64. differentia producti ab aggregato nulla est, res igitur æquabuntur cubo, quare deprimendo quadratum æquatur 32. & res est 32. & vera æstimatio 32.  $\text{m. } 2$ .  
Rur-

Rurfus, cubus & 6. quadrata, æqualia sint 20. rebus  $\bar{p}$ . 112. duc 6. in 2. vt prius, fit 12. adde ad 20. fit 32. numerus rerum, duc in 2.  $\bar{p}$ quad. fit 64. abice ex 120. aggregato cubi  $\bar{p}$ quad. & numeri æquationis, relinquitur 65. numerus qui cum 32. rebus æquatur cubo, res igitur est  $\bar{r}$ . 29.  $\bar{p}$ . 1. minue  $\bar{p}$ quad. relinquitur æstimatione rei  $\bar{r}$ . 29.  $\bar{m}$ . 1. Rurfus, cubus & 6. quadrata, æqualia sint 20. rebus  $\bar{p}$ . 41. habebis igitur vt prius, in secunda æquatione, 32. res, & 15. numerum, nam detracto 49. aggregato numeri æquationis, & 8. cubi  $\bar{p}$ quad. ex 64. producto 32. in  $\bar{p}$ quad. relinquitur 15. quia verò productum est maius aggregato, erit 15. cum cubo æqualis 32. rebus, & res erit 5. vel  $\bar{r}$ .  $13\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $2\frac{1}{4}$ , vel ficta  $\bar{r}$ .  $13\frac{3}{4}$   $\bar{p}$ . 2. abice 2.  $\bar{p}$ quad. habebis æstimationem veram 3. & duas fictas per  $\bar{m}$ . scilicet  $4\frac{1}{2}$  0.  $\bar{r}$ .  $13\frac{3}{4}$ , &  $4\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $13\frac{3}{4}$  sicut diximus in capitulo primo.

## CAPVT XX.

*De Cubo æquali quadratis rebus & numero.*

## DEMONSTRATIO.

**S**IT iterum cubus a c, æqualis 6. quadratis, 5. rebus, & 88. (gratiâ exempli) & ponatur b c  $\bar{p}$ quad. scilicet 2. manifestum est igitur, quod cubus a c, æquatur 6. quadratis a b & 12. a b, & cubis a b, & b c, hæc eadem igitur æqualia sunt 6. quadratis a c, 5. rebus a c, & 88. abiciatur iam cubus b c communis, scilicet 8. relinquetur, cubus a b & 6. quadrata a b, & 12. a b, æqualia 6. quadratis a c, 5. rebus a c,  $\bar{p}$ . 80. at 6. quadrata a c, superant 6. quadrata a b in 6. gnominibus a b quadrati, & erunt 24. res ex a c minus 6. quadratis b c, quæ sunt 24. igitur 6. quadrata a b & 92. res a c, & 56. æqualia sunt cubo a b, & 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, abiciantur igitur 6. quadrata a b, communia, relinquentur 29. res a c,  $\bar{p}$ . 56. æquales cubo a b & 12. rebus a b, & 29. res a c superant 29. res a b, in 29. b c. Quare in 58. quia b c est 2. igitur addatur numerus numero, erunt 29. a b & 144. æqualia cubo a b & 12. rebus a b, abiciantur denuo 12. res communes, erunt 17. res  $\bar{p}$ . 114. æquales cubo, inde habita æstimatione, adde ei b c.

## REGVLA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in retriam sui partem, & productum adde numerum rerum, aggregatum erit numerus rerum, æqualium cubo, pro numero autem, duc numerum rerum secundum in  $\bar{p}$ quad. & productum adde numero æquationis, à quo minue cubum  $\bar{p}$ quad. residuum est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, inde inuenta æstimatione, adde ei  $\bar{p}$ quad. & habebis veram æstimationem.

## QVÆSTIO.

Exemplum in hac questione, Quidam dedit aureos 2728. ad caput anni vt dicunt, seu sub vsura rediuiua, eâ conditione, vt reciperet tertio anno, ex capitali & vsura, quantum est dimidum capitalis & dimidium eius quod debuisset in fine primi anni, & dimidium eius quod debuisset in fine secundi anni, vbi retinuisset pecunias, & voluisset soluere sub eadem vsura. Pone igitur quod in capite primi anni haberet 144. res, in capite secundi anni habebit 12. quadrata, in capite tertij anni habebit cubum, & hic erit æqualis dimidiis reliquorum annorum simul sumptis, igitur cubus erit æqualis 6. quadratis, 72. rebus & 729. duc igitur 6. numerum quadratorum in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 72. fit 84. numerus rerum, duc 84. in 2.  $\bar{p}$ quad. fit 168. adde ei 729. fit 897. abice 8. cubum  $\bar{p}$ quad. fit 889. igitur cubus æquatur 84. rebus  $\bar{p}$ . 889. æstimatione igitur huius erit  $\bar{r}$ . v. cubica  $444\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $175628\frac{1}{4}$ ,  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cubica  $444\frac{1}{2}$ ,  $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $175928\frac{1}{4}$  huic adde 2.  $\bar{p}$ quad. habes quæsitam æstimationem  $\bar{r}$ . v. cubicam  $444\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $175628\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cubica  $444\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $175928\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 2. cuius cubus est quantitas pecuniarum, quæ ei debentur tertio anno, inde detracto 1728. habebis sortem, per terminos analogos.

## CAPVT XXI.

*De Cubo & Numero, æqualibus quadratis & rebus.*

## DEMONSTRATIO.

**S**IT cubus & 100. æqualia etiam 6. quadratis, & 24. rebus, & sit cubus ille a c, & b c  $\bar{p}$ quad. cumque cubus a c, æqualis sit cubo a b & 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, & cubo b c, qui est 8. erit cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æqualia 6. quadratis a c, & 24. rebus a c, sed 6. quadrata a b, minora sunt 6. quadratis a c in 6. gnominibus a d e, & 24. res a b, minores sunt 24. rebus a c, in 24. b c, quare cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æquantur 6. quadratis a b, & 6. gnominibus a d e, & 24. rebus a b, & 48. nam 24. b c sunt 48. igitur abiectis ex vtraque parte 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, & 48. erit cubus a b, & 60. æqualis 6. gnominibus a d e, & 12. rebus a b, sunt autem 6. gnomones a d e, 24. res a b,  $\bar{p}$ . 24. eò quod quælibet superficialium a d, & d e, est 2. res, eò quod b d est 2. & quadratum b c est 4. igitur 36. res a b, & 24. æquantur cubo a b  $\bar{p}$ . 60. abice 24. ex vtraque parte, erit cubus a b  $\bar{p}$ . 36. æqualis 36. rebus a b, inde cognita a b addemus ei b c, quæ est  $\bar{p}$ quad. & conflabitur æstimatione.

REGULA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & conflabitur numerus rerum, hunc duc in  $\tau$ pquad. & producti sume differentiam ab aggregato ex numero æquationis, & cubo  $\tau$ pquad. quæ si nulla est, erunt res æquales cubo. Si vero productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, & si aggregatum fuerit maius producto differentia est numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, addes eam  $\tau$ pquad. & conflabitur vera æstimatio. Memineris tamen, quòd quando capitulum hoc peruenerit ad capitulum cubi æqualis rebus & numero, addenda erit vera æstimatio eius, & ex his quæ factæ sunt minor, per  $\bar{m}$ .  $\tau$ pquad. vt habeas vtramque æstimationem capituli cubi & numeri æqualis rebus & quadratis, cum capitulum cubi, æqualis rebus & numero, vnam tantum veram æstimationem habeat.

Exemplum, Cubus & 64. æqualia sunt 6. quadratis & 24. rebus, duc 6. numerum rerum in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, quem duc in  $\tau$ pquad. fit 72. deinde cuba 2. fit 8. adde ad 64. numerum æquationis, fit etiam 72. ideo quia differentia horum numerorum nulla est, habebimus cubum æqualem 36. rebus, quare quadratum æquabitur 36. igitur res est 6. ex capitulo simplici adde ad 2.  $\tau$ pquad. fit 8. æstimatio rei. Rursus, cubus & 128. æquetur 6. quadratis & 24. rebus, duc 6. in 2. vt prius, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, duc 36. in  $\tau$ pquad. fit 72. differentia cuius à 136. aggregato 128. numeri æquationis, & 8. cubi  $\tau$ pquad. est 64. numerus addendus cubo, quia aggregatum 136. est maius producto 72. quare cubus & 64. æqualia erunt 36. rebus, æstimationes autem sunt 2. & 32. 33.  $\bar{m}$ . 1. quas adde ad 2.  $\tau$ pquad. fiunt veræ æstimationes 4. vel 32. 33.  $\bar{p}$ . 1. Rursus, fit cubus & 9. æqualis 6. quadratis & 24. rebus, duc, vt prius, 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. quem adde ad 34. numerum rerum, fit 36. numerus rerum, vt prius, deinde duc 36. in 2.  $\tau$ pquad. fit 72. differentia cuius à 17. aggregato 8. cubi  $\tau$ pquad. & 9. numeri æquationis, est 55. ideo quia productum est maius aggregato, addemus 55. ad res, & habebimus cubum, æqualem 36. rebus  $\bar{p}$ . 55. huius igitur vera æstimatio est, 32. 17.  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 2.  $\frac{1}{4}$ , falsa maior est  $\bar{m}$ . 5. & falsa minor  $\bar{m}$ . v. 32. 27.  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . 2.  $\frac{1}{4}$ , seu vt clarius intelligas, 2.  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . 32. 17.  $\frac{1}{4}$ , adde igitur hanc æstimationem, & similiter veram,  $\tau$ pquad. quæ est 2. habebis æstimationes quæstas, alteram 4.  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 32. 17.  $\frac{1}{4}$ , reliquam 4.  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . 32. 17.  $\frac{1}{4}$ .

## CAPVT XXII.

De Cubo, Rebus & Numero, æqualibus quadratis.

DEMONSTRATIO.

**S**IT denuo cubus a c, cum 4. rebus, & 16. numero, æqualis 6. quadratis, & b c fit  $\tau$ pquad. vt prius, resoluemus igitur cubum a c, qui æqualis est cubo a b, 6. quadratis a b, 12. rebus a b, & cubo b c, qui est 8. erit hoc totum, cum 4. rebus a c, & 16. æquale 6. quadratis a c, quare cum 4. res a c, sint 4. res a b,  $\bar{p}$ . 4. b c & ideo  $\bar{p}$ . 8. erunt cubus a b,  $\bar{p}$ . 6. quadratis a b,  $\bar{p}$ . 16. rebus a b,  $\bar{p}$ . 32. æqualia 6. quadratis a c, 6. autem quadrata a c, æqualia sunt vt demonstratum est, 6. quadratis a b,  $\bar{p}$ . 24. rebus a b,  $\bar{p}$ . 24. igitur cubus a b, & 6. quadrata a b, & 16. res a b, & 32. æqualia sunt, 6. quadratis a b,  $\bar{p}$ . 24. rebus a b,  $\bar{p}$ . 24. abice ex vtraquæ parte 6. quadrata a b, & 16. res, & 24. relinquetur cubus a b,  $\bar{p}$ . 8. æqualis 8. rebus, inde cognita a b, adde ei b c,  $\tau$ pquad. & fiet a c cognita, rei æstimatio. Rursus, cubus & 4. res & 1. æquentur 6. quadratis, erunt igitur 6. quadrata a c, vt prius, 6. quadrata a d, 24. res a b, & 24. At cubus a c, cum 4. rebus a c,  $\bar{p}$ . 1. æqualis est cubo a b, & 6. quadratis a b, & 16. rebus, & 17. quare abiectis communibus, 6. quadratis a b, & 16. rebus a b, & 17. erit reliquum reliquo æquale, scilicet cubus, æqualis 8. rebus  $\bar{p}$ . 7. inde cognita a b, habes a c, vt prius, addendo b c  $\tau$ pquad.

REGULA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in sui tertiam partem, & à producto minue numerum rerum, quod si fieri nequeat, casus est impossibilis, in vera æstimatione, residuum itaque erit numerus rerum, inde multiplica primum numerum rerum in  $\tau$ pquad. & productum adde numero æquationis, huius aggregati & dupli cubi  $\tau$ pquad. differentiam accipe, quæ si nulla est, habes cubum æqualem rebus solum, sin duplum cubi  $\tau$ pquad. maius est, differentia est numerus addendus rebus, si duplum cubi minus est aggregato, differentia est numerus addendus cubo, inde æstimationi inuentæ adde  $\tau$ pquad. vt habeas æstimationem veram.

Exemplum, cubus & 4. res & 8. æquantur 6. quadratis, duc 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. abice 4. fit numerus rerum 8. duc etiam 4. numerum rerum, priorem, in 2.  $\tau$ pquad. fit 8. adde ad 8. numerum æquationis, fit 16. huius & dupli cubi  $\tau$ pquad. quod est etiam 16. nulla est differentia, quare cubus æquatur 8. rebus, & rei æstimatio est 32. 8. cui adde 2.  $\tau$ pquad. fiet vera æstimatio rei, 32. 8.  $\bar{p}$ . 2. Rursus, cubus  $\bar{p}$ . 4. rebus  $\bar{p}$ . 16. æqualis fit 6. quadratis, duco 6. in 2.  $\tau$ pquad. vt prius, fit 12. abice 4. numerum rerum

## 264 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

rerum, fit 8. rerum numerus, duco 4. numerum priorem rerum, in 2.  $\text{r}^2$ quad. fit 8. adde ad 16. numerum æquationis, fit 24. abijce 16. duplum cubi  $\text{r}^2$ quad. relinquatur 8. igitur addemus 8. cubo, quia aggregatum maius est duplo cubi  $\text{r}^2$ quad. & fiet cubus  $\bar{p}$ . æqualis 8. rebus, res igitur est 2. vel  $\bar{r}$ . 5.  $\bar{m}$ . 1. quare addito 2.  $\text{r}^2$ quad. fiet vera æstimatio 4. vel  $\bar{r}$ . 5.  $\bar{p}$ . 1. Rursus, cubus & 4. res & 1. æquantur 6. quadratis, eruntque, vt prius, 8. res, & ducto numero rerum priore, qui est 4. in 2.  $\text{r}^2$ quad. fit 8. addito 1. numero æquationis, fit 9. duplum cubi  $\text{r}^2$ quad. est 16. differentia est 7. & quia duplum cubi maius est aggregato, erunt 8. res, & 7. æqualia cubo, quare res valet  $\bar{r}$ .  $7\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{2}$ , vel in æquatione falsa, minor æstimatio erit 1.  $\bar{m}$ . adde 3.  $\text{r}^2$ quad. cuius, habebis duas veras æstimaciones, scilicet 1. &  $\bar{r}$ .  $7\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{2}$ .

Memineris autem eius, quod diximus in præcedenti capitulo, etiam hic, quod cum peruenerit æquatio ad cubum æqualem rebus tantum, quia falsa æstimatio à vera non differt in numero, ideo pro secunda æstimacione, quia nihil additur, nec  $\bar{p}$ . nec  $\bar{m}$ .  $\text{r}^2$ quad. ideo ipsa  $\text{r}^2$ quad. erit æstimatio vera, in utroque, vt hic æstimatio cubi & 4. rerum & 8. æqualium 6. quadratis, erit  $\bar{r}$ . 8.  $\bar{p}$ . 2. vel 2. & in præcedente capitulo, æstimatio cubi & 64. æqualium 6. quadratis & 24. rebus, erit 8. vt dictum est, & etiam est 2.  $\text{r}^2$ quad. scilicet, & hoc, quia omnes additiones & detractiones, ex tertia parte numeri quadratorum fieri debent.

### CAPVT XXIII.

*De Cubo. Quadratis & Numero, æqualibus rebus.*

#### DEMONSTRATIO.

**S**IT etiam cubus, 6. quadrata, & 4. æqualia 41. rebus, & fit cubus a b, cui addam b c  $\text{r}^2$ quad. eritque a c cubus, æqualis cubo a c, 6. quadratis, 12. rebus, & 8. loco cubi a b 6. quadratorum, & 4. ponantur 41. res, his æquales, erit cubus a c æqualis 53. rebus a b, & 4. qui est differentia cubi b c, & 4. numeri æquationis primi, ad complendum igitur 53. res a c, addantur 53. b c, eruntque cubus a c  $\bar{p}$ . 106. æqualia 53. rebus a c  $\bar{p}$ . 4. abijce 4. ex utraque parte, erit cubus  $\bar{p}$ . 102. æqualis 53. rebus suis, inde a c æstimacione inuenta, abijce b c  $\text{r}^2$ quad. relinquatur a b cognita, & res ipsa.

#### REGVLA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, fiet numerus rerum secundus, ab hoc minue quadratum  $\text{r}^2$ quad. & residuum duc in  $\text{r}^2$ quad. & totum productum adde numero æquationis,

& conflabitur numerus, qui cum cubo æquabitur rebus iam assignatis, inde ab eius æstimacionibus minue  $\text{r}^2$ quad. residua sunt quæstæ æstimaciones, ideo sufficiet vnum exemplum.

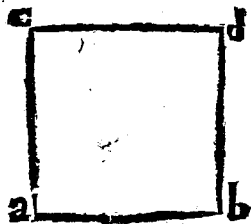
Cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus, duc 6. numerum quadratorum, in 2. sui tertiam partem, fit 12. adde ad 31. fit 43. numerus rerum, ab hoc abijce 4. quadratum  $\text{r}^2$ quad. relinquatur 39. quem duc in 2.  $\text{r}^2$ quad. fit 78. adde ad 12. numerum æquationis, fit 90. igitur cubus  $\bar{p}$ . 90. æquatur 43. rebus, res igitur est 5. vel  $\bar{r}$ .  $24\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $2\frac{1}{2}$ , abijce 2.  $\text{r}^2$ quad. habebis veras æstimaciones 3. vel  $\bar{r}$ .  $24\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $4\frac{1}{2}$ , & in iis ambabus, verum est quod cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus. Memineris igitur quod omnes horum capitulorum æstimaciones, habentur, addendo semper veras & fictas æstimaciones capitulorum in quo resoluuntur  $\text{r}^2$ quad. & dummodo numerus relinquatur, etiam id quod additur fit  $\bar{m}$ . purum, illud residuum est rei vera æstimatio. Possunt etiam resolui in capitula alia quatuor denominationum, vt liquet.

### CAPVT XXIV.

*De 44. Capitulis deriuatiuis.*

#### DEMONSTRATIO.

**S**IT igitur (gratiâ exempli) cubus quadrati, cum 6. quad. quadrati, æqualis 100. & fit cubus quadrati, corpus a b c d, altitudinem habens a b, erit igitur quadratum, quia latus cubi cum corpore a b c d, quod supponitur cubus quadrati, manifestum est igitur, quod superficies a b c d, est quad. quadratum, quia iam a b supponitur quadratum, sexcuplum igitur a b c d superficiei, cum a b c d corpore, æquale est 100. ex supposito, ponatur igitur a b res, erit igitur corpus a b c d cubus, & superficies a b c d quadratum, suppositum est autem, quod corpus a b c d, cum sexcuplo a b c d superficiei, sit æquale 100. igitur



cubus a b & 6. quadrata a b, æqualia sunt 100. quare ex suo capitulo a b cognita, at a b in prima interrogacione fuit quadratum,

# Cap. XXIV. De 44. Capitulis der. 265

tum, igitur æstimatio quadrati in prima interrogazione, quando cubus quadrati, & 6. quad. quadrata, æquantur 100. cognita erit, cum sit eadem æstimationi rei in secunda quæstione. At nos volumus in prima quæstione rei æstimationem, res autem est semper 32. quadrati, igitur 32. a b æstimationis inuenti per secundam quæstionem, est rei æstimatio in prima quæstione, vt proponebatur. Eadem ratione, si posuerimus cubum quadrati, & 6. cubos, æquales 100. erit corpus a b c d, cubus quadrati, & a b quadratum, cui si ponatur aliqua superficies quadrata æqualis, puta e f g, erit sexcuplum corporis ex e f in e f g, cum corpore a b c d, æquale 100. ponatur modò corpus e f g res, quia igitur e f est 32. a b, ex supposito erit cubus e f 32. cubi a b, igitur corpus a b c d, quadratum corporis ex e f in e g, posito igitur corpore a b c d quadrato, erit cubus e f res, & sexcuplum eius sex res, & iam sexcuplum cubi e f, cum corpore a b c d, æquabatur 100. & non mutantur corpora, sed manent eadem, & sexcuplum cubi e f, est 6. res, & corpus a b c d quadratum, igitur quadratum & 6. res, æquantur 100. igitur res est cognita, scilicet cubus e f, sed cum e f sit latus cubicum sui cubi, igitur e f cognita erit, quæ est 32. cubica æstimationis inuentæ. At cum e f sit res, in prima quæstione, quia est 32. quadrata a b, & a b supponitur quadratum, posito a b c d, corpore cubo quadrati, igitur posito a b c d corpore cubo quadrati, erit res e f, nota latus scilicet cubicum æstimationis inuentæ per secundam quæstionem, quam volumus.

Ex hoc manifestæ sunt regulæ capitulorum deriuatiuorum omnium. Ostendimus enim in vniuersum, capitula 16. primitiua composita & sunt hæc.

Primum, Quadratum æquale rebus & numero. 2<sup>m</sup>, res æquales quad. & numero. 3<sup>m</sup>, numerus æqualis quadrato & rebus. 4<sup>m</sup>, cubus æqualis rebus & numero. 5<sup>m</sup>, res æquales cubis & numero. 6<sup>m</sup>, numerus æqualis cubo & rebus. 7<sup>m</sup>, cubus æqualis quad. & numero. 8<sup>m</sup>, quadrata æqualia cubo & numero. 9<sup>m</sup>, numerus æqualis cubo & quad. 10<sup>m</sup>, cubus æqualis quad. rebus & numero. 11<sup>m</sup>, quad. æqualia cubo rebus & numero. 12<sup>m</sup>, numerus æqualis cubo quad. & rebus. 13<sup>m</sup>, res æquales cubo quad. & numero. 14<sup>m</sup>, cubus & numerus æquales quad. & rebus. 15<sup>m</sup>, cubus & res æquales quad. & numero. 16<sup>m</sup>, cubus & quad. æqualia rebus & numero. Manifestum est autem quòd ex his 2<sup>m</sup>, 5<sup>m</sup>, 8<sup>m</sup>, 11<sup>m</sup>, 13<sup>m</sup>, & 14<sup>m</sup>, secundum naturam, habent duas æstimationes, ex toto diuersas, & à diuersis regulis pendentes. Vnde duplicatis his capitulis sicut capitula primitiua 22. composita, & quia 15<sup>m</sup> habet tres æstimationes, erunt capita 24. vnicuique autem eorum debentur duo capitula deriuatiua, alterum ex natura quadrati, alterum ex natura cubi, nam etsi deriuatiua sint infinita, in vnoquoque capitulo, omnia tamen reducuntur ad alterum horum duorum modorum, loquendo de his, de quibus potest ha-

Tom. IV.

beri regula generalis. Igitur manifestum est, ipsa esse ad vnguem 48. Et mea nihil refert de numero dicere, modo scias, quòd omnia primitiua, habent duo deriuatiua diuersi generis, & quòd capitula primitiua composita, ad minus reduci nequeunt quàm 18. igitur contracto numero quantumuis erunt deriuatiua saltem 36. nam capitula rerum æqualium numero & cubo, & quadratorum æqualium cubo & numero, necessario sunt duplicata, manifestum est enim, quantum vna æstimatio ab alia differat. Oblato igitur capitulo, ex tribus aut quatuor denominationibus, si non adsit numerus, primò omnes denominationes per minorem deprime, ita vt minor in numerum euadat, deinde accipe inferiorem denominationem, & vide si constet capitulum, ex tribus denominationibus, an minor sit radix maioris quadrata vel cubica, vel quod radix minoris quadrata, sit 32. cubica maioris, tunc quæres æstimationem in consimili capitulo ex 16. deinde eius æstimationis, accipe talem radicem, qualis est denominatio minor, comparata ad minorem, vna vnus ordinis ad reliquam, & ad facilitatem. Disposui deriuatiua omnia, in directo suorum primitiuorum, in capitulo secundo, etiam constantia ex quatuor denominationibus, in quibus si bene aduerteris, semper minor denominatio, id est, inferior post numerum, est radix quadrata vnus, & 32. cubica alterius, denominatio nis eiusdem capituli. Exemplum, Igitur si quis dicat,

Quad. quad. p. 2. quadratis, æquantur 10. vides quòd eius primitiuum est quad. & res, æqualia numero, quære igitur æstimationem quadrati p. 2. rebus, æqualis 10. & est 32. 11. m. 1. & quia res est 32. quadrata quadrati dic quòd æstimatio est 32. v. 32. 11. m. 1.

Cu. quad. p. 1. cu. æquatur 10. eius primitiuum est etiam quad. p. rebus, æqualia numero, cum igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æstimatio rei est 32. 11. m. 1. cum igitur res sit 32. cubica cubi, minor scilicet denominatio minoris, erit æstimatio quæsitæ 32. v. cub. 32. 11. m. 1.

Quadratum relati primi, & 2. rel prima 3 æquantur 10. vides quòd relatum est 32. quadrata, quadrati relati primi, dic igitur hoc esse deriuatiuum ex genere quadrati, si igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æstimatio est 32. 11. m. 1. igitur cum res sit 32. relata relati, dices quòd æstimatio quæsitæ, est 32. relata v. 32. 11. m. 1.

Cubus quadrati p. 3. quad. quadratis, æqualis est 20. tunc vides, quòd eius primitiuum est cubus & quadrata, æqualia numero, cum igitur cubus & 2. quadrata, æquatur 10. æstimatio rei est 2. & quia quadratum est radix quad<sup>a</sup>, qd. quad<sup>a</sup>, ideo æstimatio rei erit 32. 2.

Cubus quadrati p. 3. quad. quadratis. p. 5 10. æquantur 15. quadratis, vides quòd eius primitiuum in tabula, vel ex ratione dicta, est cubus & quadrata & numerus, æqualia rebus, ideo quære æstimationem cubi & 3. quad. & 10. æqualium 15. rebus. quæ est 2. & quia res est radix quadrata, quadrati, ideo dices quòd æstimatio rei erit 32. 2.

Z Cubus

# 266 Artis Magnæ, feu de Reg. Alg.

6 Cubus cubi & 3. cu. quadrata, & 10. æquantur 15. cubis, dices vt prius, primitiuum esse cubum & quadrata & numerum, æqualia rebus. Igitur si cubus & 3. quadrata & 10. æquantur 15. rebus, res est 2. & quia res est 2. cubica cubi, ideo dicemus quodd æstimatio erit 2. cubica 2. & quia primitiuum habet duas æstimationes, vt notum est, totidem etiam habebit deriuatiuum, & vtriusque 2. cubica in hoc exemplo & quadrata in præcedenti, satisfaciet, & hoc est generale omnibus deriuatiuis, vt habeant totidem æstimationes, quot sua primitiua.

7 Sit etiam cubus cubi æqualis 3. cubis quadrati & 15. tunc quia ducta 2. cubi quadrati quæ est cubus, in cubum quadrati, fit cubus cubi, ideo res erit in capitulo deriuatiuo generali, & eius primitiuum erit, cubus æqualis sit 3. quadratis p. 16. æstimationis rei erit 4. quia igitur quadratum minor denominatio in secunda æquatione, est 2. cub. cubi quadrati, ideo dico, quod sumenda erit 2. cub. 4. pro æstimatione. Et ita de aliis.

Et similiter dices, de cubo cubi & cubo, nam potest referri ad rem & cubum, vt enim res est 2. cubica cubi, sic cubus est 2. cu. cub. cubi. Potest & referri ad quadratum, cubum quadrati, nam ex vtraque in suam radicem, producitur compar denominatio, nam ex quadrato in rem, fit cubus, & ex cu. quadrati in cubum, fit cubus cubi, sed prior modus est facilior.

## C A P V T XXV.

### De Capitulis imperfectis & specialibus.

**R**EGVLÆ hæ dicuntur generales, & hoc duabus de causis: prima, quia modus in se generalis est, quamquam repugnet naturæ æstimationis, vt sit vniuersalis, velut si quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in se ducto, quadratus est. Regula est generalis: nec tamen sequitur; quod per hanc regulam cognoscam omnem numerum quadratum, quia non licet cognoscere omnem numerum, qui ex alio in se ducto producitur. Dicitur & generalis regula, quia exhaurit æstimationis genus vniuersum, quanquam æstimatio non exhauriat regulam, particulares tamen sunt regulæ, quia non omnem propositam quæstionem per illas soluere possumus.

1 Cum igitur cubus æqualis est rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vna in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius sumenda esset radix alteri parti, & 2. aggregati, addito dimidio 2. partis, cuius assumpsisti radicem, est æstimatio rei.

Exemplum, Cubus æqualis sit 20. rebus & 32. tunc ex 16. in 2. 4. fit 32. igitur addo 1.

$$\begin{array}{l} 1. \text{ cub. æqualis } 20. \text{ rebus } \bar{p}. 32. \\ \hline 16 \text{ --- } 4. \\ \hline 2. 17. \bar{p}. 1. \end{array}$$

quartam partem 4. ad 16. fit 17. cuius 2. p. 1.

dimidio 2. 4. est rei æstimatio, quare res est 2. 17. p. 1.

2 Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inuenieris duos numeros, producentes numerum æquationis, quorum vnus sit 2. aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui est 2. est rei æstimatio.

3 Si: ille numerus est radix numeri rerum & partis producitur numerum, igitur si fit res ducta in quadratum producit cubum, & ducta in numerum rerum producit res, & in aliam partem ex supposito numerum. Quare cubus æqualis erit rebus illis cum numero.

Exemplum, Cubus æquatur 24. p. 32. rebus & sunt duo numeri, producentes 24. qui

$$\begin{array}{l} \text{cubus æqualis } 24. \bar{p}. 32. \text{ rebus.} \\ \hline 6 \text{ --- } 4 \text{ --- } 32. \\ \hline 36. \\ \hline 6. \end{array}$$

sunt 6. & 4. quorum 6. est 2. aggregati, ex 32. numero rerum, & 4. alio producente, nam 6. est 2. 36. igitur 6. est rei æstimatio.

4 Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vtraque in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, constituunt iunctæ, rei æstimationem. Nam cum aggregatum cuborum & duorum parallelepipedorum mutuo se habeat ad reliqua quatuor parallelepipedum vt aggregatum quadratorum ad duplum producti vnus in alterum: Et iam ex supposito 2. illæ partium numeri rerum qui numerus est æqualis aggregato quadratorum, producant in ipsa quadrata mutuo dimidium numeri, his igitur producunt numerum, ergo aggregatum illarum 2. est res.

Exemplum, Cubus æquetur 10. rebus p. 24. & ex 10. sunt duæ partes, 9. & 1. ex qua-

$$\begin{array}{l} \text{cubus æqualis } 10. \text{ rebus } \bar{p}. 24. \\ \hline 9 \text{ --- } 1. \quad 12. \\ \hline 3 \cdot \times \quad 1. \\ \hline 12. \end{array}$$

rum mutua vnus in 2. alterius multiplicatione sunt 9. & 3. qui iuncti faciunt 12. dimidium 24. igitur radices 9. & 1. quæ sunt 3. & 1. iunctæ, constituunt 4. rei æstimationem.

4 Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris tres partes in eadem proportione, ex quarum ductu mediæ in aggregatum, radicem primæ & tertiæ fiat numerus æquationis, seu ex tertia in 2. primæ, & primæ in 2. tertiæ, quod idem est, tunc tale aggregatum dictarum radicem, est rei æstimatio. Quia proportio quadratorum partium cum superficie mediæ ad mediam superficiem est sicut aggregati cuborum cum quatuor parallelepipedis ad duo reliqua parallelepipedis: & illa duo quadrata habent superficiem in media proportione, igitur diuiso cubo iuxta rationem basis lateræ quadratorum, si producant numerum inuicem mutuo ducta seu mediæ sit superficies in rem, ex re in reliquis tres partes basis, fiet sex corpora residua cubi: ergo cubus ille est æqualis rebus & numero.

Exemplum, Cubus æquatur 19. rebus p. 30. & ex 19. sunt tres partes analogæ, 9.

6. 4.



# 268 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

cubus æqualis 24. rebus p̄. 8.	
1 ————— 4	4
15 ————— 12	3
2. p̄. R. 3.	2. m̄. R. 3.
7. m̄. R. 48.	7. p̄. R. 48.
2.	2.

R. 3. & 2. m̄. R. 3. ex quorum ductu vnus, in quadratum alterius mutud, fit 4. dimidium numeri æquationis.

9. Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in R. aggregati, ex ipso & numero rerum, producat numerum æquationis, tunc dimidia eius R. addita vel detracta radici differentie numeri æquationis, &  $\frac{1}{4}$  eiusdem aggregati, constituit rei æstimationem.

Exemplum, Cubus p̄. 12. æquatur 34. rebus, tunc quia addendo 2. ad 34. pro-

cubus & 12. æqualis 43. rebus.	
	2.
	36.
12 ————— 2	6.
34.	3.
	27.
	7.

ductum ex ipso 2. in 6. R. 36. aggregati 2. & 34. est 12. numerus æquationis, ideo dico, quod si ad 3. dimidium radicis 36. addatur vel minuat R. 7. differentie 34. numeri rerum & 27. quod est  $\frac{1}{4}$  quadrati 6. seu talis aggregati, quod confurget rei æstimatio, 3. p̄. R. 7. vel 3. m̄. R. 7.

10. Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & subtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod R. cuba differentie, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m̄. R. cubica differentie, erit communis diuisor, facta detractio, & hæc regula similis est sextæ, sicut præcedens secundæ.

Exemplum, 16. res æquantur cubo & 21. detracto 48. relinquitur 27. cuius R.

cubus & 21. æqualis 19. rebus.	
	48.
	27 ——— 3.
	48.
	res m̄. 3.
cubus m̄. 27.	16. res m̄. 48.

cubica 3. ducta in 16. numerum rerum, producit 48. igitur detracto 48. ex vtraque parte, sient cubus m̄. 27. & 16. res m̄. 48. inde diuisor communis erit res m̄. 3. & prouenient quadratum & 3. res & 9. æqualia 19. quare quadratum & 3. res, æquabuntur 7. & rei æstimatio erit, R.  $9\frac{1}{4}$  m̄.  $1\frac{1}{4}$ .

11. Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum secunda,

ducta in differentiam radicum primæ & tertie, seu ex ductu primæ in R. tertie, & tertie in R. primæ, differentia æqualis fuerit tertie parti numeri æquationis, erit differentia illarum radicum rei æstimatio, & est similis 4.

Exemplum, 19. res æquales sunt cubo & 18. cùm ex 19. factæ fuerint tres partes

cubus & 18. æquales 19. rebus.		
9.	6.	4.
3	1.	2.
	6 ——— 3	18.

proportionales 4. 6. 9. ex quarum media 6. ducta in differentiam radicum 9. & 4. quæ est 1. fiat 6. tertiam pars 18. numeri æquationis, ideo dico quod 1. differentia talium radicum est rei æstimatio.

Cùm fuerint res æquales cubo & numero, & cùm R. cubica numeri æquationis, diuiseris numerum rerum & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter R. cubicam numeri æquationis, & partem, quam ducis in quadratum alterius, vt fiat æquationis numerus, est rei æstimatio.

Exemplum, 18. res æquantur cubo p̄. 8. diuiso 18. per 2. R. cubicam 8. exit 9. ex

18. res æquantur cubo p̄. 8.	
2 ————— 2.	
9 ————— 8.	4.
	1 ——— 4.
	8.

quo sunt duæ partes 8. & 1. ex quarum vna quæ est 8. in quadratum alterius quod est 1. fit 8. numerus æquationis, ideo 4. numerus medius proportione inter 8. partem 9. quam duxisti in quadratum 1. alterius partis, & 2. R. cubam 8. numeri æquationis, est rei æstimatio.

Cùm fuerit cubus & numerus æqualis 13 rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in suas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales sint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicum, est rei æstimatio, & est similis tertie regulæ.

Exemplum, 15. res, æquantur cubo & 18. capio 5. tertiam partem 15. ex quo facio duas partes, 4. & 1. quæ du-

15. res æquales cubo p̄. 18.	
5.	
1 ——— 4.	
1 ——— 2 ——— res 3.	
1 ——— 8 ——— 9 ——— 9.	

æ in suas radices, 2. & 1. producant 8. & 1. quorum aggregatum 9. est dimidium 18. numeri æquationis, ideo dico quod



# Cap. XXV. De Capitulis imp. &c. 269

quod 3. aggregatum talium radicem, est rei æstimatione. Et iam scis, etiam ex regula generali, quod quotiens ex numero rerum possunt fieri duæ partes, quarum vna ducta in alterius radicem, producatur numerus æquationis, quod talis 32. est rei æstimatione, & quod hoc potest esse duobus modis, & quomodo cadat in Binomio vel reciso & integris, ideo quamuis essent similes, primæ regulæ, quia tamen ex capitulo generali, quasi violenter in eam rapimur, satis fuerit admonuisse hîc.

14 Cùm fuerit numerus æqualis cubo & quadratis, & sciueris ex numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc duces partem quæ non in se ducitur. in aggregatum eius quæ in se ducitur, & quartæ partis eius, que non in se ducitur, producti 32. detracto dimidio partis, quæ non in se ducitur, est rei æstimatione.

Exemplum, Cubus & 20. quadrata, æquantur 72. ex 20. fiunt duæ partes, 18.

cubus & 20. quadrata æqualia 72.	
2.	18.
	4 $\frac{1}{2}$
	2
	6 $\frac{1}{2}$ — 18 — 117
	32. 117. m. 9.

& 2. & ex vna in quadratum alterius sit 72. nam ex 18. in 4. fit 72. dico, quod si 18. ducatur in 6 $\frac{1}{2}$  aggregatum ex 2. reliqua parte, & 4 $\frac{1}{2}$ , quarta parte ipsius 18. fiet 117. cuius 32. detracto 9. dimidio 18. ostendit æstimationem rei 32. 117. m. 9.

15 Cùm fuerit quadrata æqualia cubo & numero, & inuenieris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiso numero æquationis, proueniet numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorum, faciat quadruplum ipsius diuisoris, tunc æstimatione rei est duplum numeri diuisoris, p. vel m. radice producti, ex quadruplo diuisoris, in differentiam numeri rerum, & tripli ipsius diuisoris.

Exemplum, Cubus p. 48. æquatur 10. quadratis, tunc quia 3. qui non est minor quarta parte 10. numeri quadratorum, nec

10. quad. æqual cubo & 48.	
3.	3.
4.	4 — 16.
12.	2 — 10 — 12.
6. p. 32. 12. vel 6. m. 32. 12.	

eius tertia parte, maior, diuidens 48. producit 16. cuius medietas radicis quæ est 2. addita ad 10. numerum quadratorum, constituit quadruplum diuisoris 3. ideo dico, quod si duplo diuisoris quod est, 6. addatur vel detrahatur 32. producti, ex quadruplo 3. diuisoris, in 1. differentiam 10. numeri rerum,

Tom. IV.

& 9. tripli 3. diuisoris, & est tale productum etiam 12. quod constitucimus vtramque æstimationem, 6. p. 32. 12. vel 6. m. 32. 12.

Et scias, quod per capitula cognoscuntur regulæ & quæstiones super his formatæ cum facilitate, quæ aliàs vix soluerentur, ipsæ vero regulæ sumptæ sunt ex demonstrationibus capituli sexti, & ego non apposui eas, quia intelligenti nostros libros super Euclidem, sunt per se manifestæ, & non intelligentes non curabit illas nec quæret, quoniam non sunt ei necessariae.

Operæpretium fuerit nunc ostendere, quod hæ regulæ non possunt esse generales, respectu æstimationis, & modus in vno sufficit ad ostendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulum proximum, & de quo magis posset hoc credi, propter multiplicem æstimationem, sit cubus p. numero, æqualis quadratis, & sit 2 $\frac{1}{2}$  numerus positus, id est numerus, qui primò cognoscitur in sexto capitulo, regula secunda, erit igitur ex illa regula, rei æstimatione, 32. 16. p. 2 $\frac{1}{2}$ , quare 6 $\frac{2}{3}$ , quare residuum ad numerum quadratorum est  $\frac{1}{3}$ , quare ex demonstratione posita in initio tertij libri, productum 6 $\frac{2}{3}$  in quadratum  $\frac{1}{3}$ , est numerus fractus, & est  $\frac{20}{3}$ , & e contra, ducto  $\frac{1}{3}$  in quadratum 6 $\frac{2}{3}$ , fit fractus numerus etiam, scilicet 14 $\frac{2}{3}$ , quare posito numero quadratorum integro, & æstimatione fractis numeris constituta, numerus æquationis, qui est superatio partium, quæ sunt rationales, quadratorum ad cubum, nunquam poterit esse numerus integer, sed talis æquationis numerus producit ex vna parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc ostenso, capio cubum & numerum æqualia 7. quadratis: manifestum est autem ex demonstratis in septimo super Euclidem, & ex regulis sexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partium 7. in quadratum alterius, est 50 $\frac{2}{7}$ , igitur poterit diuidi 7. vt producat numeros integros, per multiplicationem vnus partis in quadratum alterius, ab 1. vsque 50. & non in fractos, ex demonstratis igitur in integros, at in integris non potest fieri nisi triplex diuisio,

	7			
1	6,	36,	6.	
2	5,	50,	20.	
3	4,	48,	36.	

vt patet. in figura, nec produci plus quam 6, 20, 36, 48, 30, igitur residui 45. numeri, nullo modo per genus huius æstimationis exhaustiri poterunt, specialis igitur est, ac valde etiam specialis, nec tamen credas, quod in aliis capitulis, numerus pro Binomij aut recisi altera parte non possit inferuire, vt sæpius in exemplis docuimus.

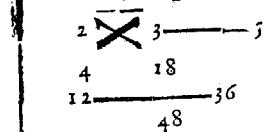
Cùm fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex 32. numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati secundæ, & secundæ in quadratum primæ, fiat numerus æquationis, tunc secunda pars erit æstimatione.

Exemplum, Cubus & 48. æquantur 25. rebus, tunc quia ex 5. & 2. fiunt partes 3. & 2. ex quarum ductu 2. in 18. duplum

Z 3 qua-

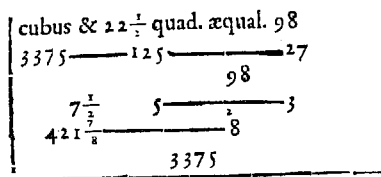
# 270 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

cubus & 48. æqualis 25. rebus.



quadrati 3. & ex 3. in 4. quadratum 2. fit 48. ideo dico, quòd 3. pars, cuius quadratum duplicatur, est rei æstimatio.

18 Cùm fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tantum, quantum ex cubo & quad. in cubum differentiæ  $\mathcal{R}$ . cubicarum talium numerorum, tunc differentia talium  $\mathcal{R}$ . cubi-



carum, est rei æstimatio, vt in exemplo à latere patet; res enim facilis est.

*Corm.* Ex his patet vnum admirabile: scilicet quòd in his capitulis cùm numerus propofitus fuerit compositus, facile, frequentèrque eueniet vt æstimatio possit inueniri, at si primus raro admodum: quia non contingit duas partes numeri integri commensas inuicem seu fractas numerum integrum producere, quanto minus in radicem vel alterius quadratum: quod in his plerunque regulis præsupponitur.

*Corm.* Quia ex regula 14. huius ex  $22\frac{1}{2}$  numero rerum possunt fieri duæ partes, ex quarum vna in alterius quadratum, sicut 98. numerus æquationis & æstimatio est differentia  $\mathcal{R}$ . producti ex vna illarum in suam quartam ac reliquam à dimidio eiusdem primæ partis, ideo posita prima parte 1. producemus eam in  $22\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{4}$  pos. & sicut  $22\frac{1}{2}$  pos. m.  $\frac{1}{4}$  quad. cuius  $\mathcal{R}$ . est 2. p. quam  $\frac{1}{2}$  pos. igitur  $\frac{1}{2}$  pos. p. 2. æquatur illi radici ergo prima pars est  $10\frac{1}{4}$  p.  $\mathcal{R}$ .  $101\frac{1}{16}$  alia  $12\frac{1}{4}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $101\frac{1}{16}$ .

## CAPVT XXVI.

*Ostendit regulas maiores, quæ sunt omnino singulares.*

*Prima* **Q**UANDO quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiso numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix proventus numeri æquationis iam diuisi, tunc accipe  $\mathcal{R}$ . numeri primi æquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem vniu. r. al. m, à qua minue  $\mathcal{R}$ . eiusdem quartæ partis numeri quadratorum, residuum est rei æstimatio.

*Qua. ß.* Exemplum, Quatuor iniere societatem,

Primus posuit quantitatem; Secundus posuit quadratum quadrati decimæ partis primi; Tertius posuit quintuplum quadrati decimæ partis primi; Quartus posuit quinque, & tantum posuit primus cum secundo, quantum tertius cum quarto. Quæritur quantum quisque posuerit? Pone quòd primus posuerit 10. res, secundus posuit igitur quadratum quadrati, tertius 5. quadrata, quartus autem vt dictum est, posuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10. res, æquantur 5. quadratis & 5. diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2. cuius dimidium esset  $\mathcal{R}$ . 1. qui prouenit diuiso 5. numero æquationis, per 5. numerum quadratorum, igitur accipe  $\mathcal{R}$ . 5. numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet  $\mathcal{R}$ . 5. p.  $1\frac{1}{4}$ , cuius accipe  $\mathcal{R}$ . v. quæ est  $\mathcal{R}$ . 5. p.  $1\frac{1}{4}$ , & ab ea minue quartam partem numeri quadratorum, hab. his rei æstimationem  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 5. p.  $1\frac{1}{4}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $1\frac{1}{4}$  & habebunt vt vides:

$$\begin{array}{r} p^s \mathcal{R}. v. \mathcal{R}. 50000. p. 125. m. \mathcal{R}. 125. \\ 2^s 17\frac{1}{2} p. \mathcal{R}. 500. m. \mathcal{R}. v. \mathcal{R}. \\ 612500. p. 781\frac{1}{4}. \\ 3^s 12\frac{1}{2} p. \mathcal{R}. 125. m. \mathcal{R}. v. 78125. p. 156\frac{1}{4} \\ 4^s 5 \end{array}$$

Eodem modo, vbi quad. quadratum, 2 æquetur eisdem conditionibus quadratis rebus & numero, regula tenebit similis, & in æstimatione erit idem modus, nisi quòd in fine addemus  $\mathcal{R}$ . quartæ partis numeri quadratorum, radicem vniu. r. al. m, quàm in præcedente regula detrahebamus, vt in exemplo, si quad. quadratum æquale foret 5. quadratis, 10. rebus & 5. numero, rei æstimatio esset  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 5. p.  $1\frac{1}{4}$ , p.  $\mathcal{R}$ .  $1\frac{1}{4}$ . Et causa in his regulis est, quod  $\mathcal{R}$ . quad. quadrati, est quadratum, &  $\mathcal{R}$ . 5. quadratorum m. 10. rebus p. 5. est  $\mathcal{R}$ . m.  $\mathcal{R}$ . 5. quadratorum, seu m. rebus  $\mathcal{R}$ . 5. igitur quadratum & res  $\mathcal{R}$ . 5. æquantur  $\mathcal{R}$ . 5. & æstimatio est nota, quæ est eadem cum illa, quad. quadrati, p. 10. rebus, æqualium 5. quadratis & 5. & eadem ratione, si quad. quadratum æquale est 5. quadratis, 10. rebus & 5. est quadratum æquale rebus  $\mathcal{R}$ . 5. p.  $\mathcal{R}$ . 5. quare nota est res.

Quando quadratum quadrati & quadrata & res, æqualia fuerint cubis & numero, qui sit 2. p. numero quadratorum, fuerintque numerus rerum & cuborum idem, & dimidium numeri rerum, radix numeri, tunc duc in se quartam partem numeri rerum, & producti adde 1. & ab hoc minue  $\mathcal{R}$ . aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitate, & residui  $\mathcal{R}$ . adde vel minue à quarta parte numeri rerum, quod fiet, erit rei æstimatio.

*Exemplum.* Quad. quadratum & 34. quadrata & 12. res, æquantur 12. cubis & 36. tunc vides quòd cubi sunt æquales rebus & numero, & dimidium numeri rerum est  $\mathcal{R}$ . 36. numeri, & numerus ipse est 2. p. numero quadratorum, ideo duc 3. quartam partem 12. numeri rerum in se, fit 9. adde

1. pro

# Cap. XXVI. De Regulis maior. fin. 271

1. pro regula, fit 10. abice  $\frac{3}{2}$ . 37. aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitare, fit 10. abice  $\frac{3}{2}$ . 37. huius  $\frac{3}{2}$ . vniuersalem minue vel adde 3. quartæ parti numeri rerum, habebis æstimationem rei, 3. p.  $\frac{3}{2}$ . v. 10. m.  $\frac{3}{2}$ . 37. vel 3. m.  $\frac{3}{2}$ . v. 10. m.  $\frac{3}{2}$ . 37.

Et nodus inueniendi tales regulas habetur ex regula magna, vnde etiam capitulo huic nomen dedimus, & est, vt soluas aliquam quæstionem simpliciter, deinde per regulam magnam, vel etiam aliam, deinde obseruabis conditiones necessarias, in transitu ex vna in aliam, postmodum obserua, quo modo perueneris ad rei æstimationem, & facies regulam nouam hoc modo super capitulum ignotum.

Exemplum, Fac ex 6. duas partes, ita quod cubus minoris, & quadratum maioris, & productum ex eadem maiore in 8. hæc tria producta, sint proportionalia, dico perueries per regulam magnam ad hoc quod proportio talium partium erit  $\frac{3}{2}$ . cub. 8. scilicet 2. quare diuidemus 6. per  $\frac{3}{2}$ . cu. 8. p. 1. & exhibit rei æstimatio, at sequendo positionem, habebimus 1. quad. quadratum p. 24. Quadratis p. 144. æqualia 8. cub. p. 96. positionibus. Dicemus igitur, quando quad. quadratum & quadrata & numerus æquantur cubis & rebus, & poterimus inuenire numerum aliquem, qui ductus in numerum æquationis, producat numerum cuius  $\frac{3}{2}$ . ducta per 6. pro regula,

6	
1. pol.	6. m. 1. pol.
1. cu.   36. p. 1. quad. m. 12. pol.	48. m. 8. pol.
48. cub. m. 8. quad. quad. æquales 1296. p. 1.	quad. qd. p. 216. qd. m. 24. cub. m. 864. pol.
72. cub. p. 864. pol. æquales 9. quad. quad. p.	216. quad. p. 1296.
8. cub. p. 96. pol. æquales 1. quad. quad. p. 24	
Quad. p. 144.	

producat numerum, qui diuisus per primum numerum, quem multiplicasti, producat numerum quadratorum, tunc si ipsi primo numero iam dicto, quem multiplicasti in numerum æquationis, addas 3. pro regula, & ducto in  $\frac{3}{2}$ . radice numeri quem iam ab initio produxisti, proueniat numerus, qui diuisus per numerum primum inuentum, producat numerum cuborum, & numerus rerum ductus per numerum primum, fuerit quadruplus cubo eius  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . tunc dico, quod detracto 1. pro regula à primo numero quem multiplicasti, & residui sumpta  $\frac{3}{2}$ . cubica. & ei addita etiam vnitare pro regula, & cum aggregato diuisa tali  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . quod prouenit, est rei æstimatio. Et causa in hoc est, quod in tali quæstione numerus quad. quadrati, prouenit ex multiplicando, vnitare addita, numerus cuborum, ex diuidendo in multiplicandum, p. 4. numerus quadratorum verò, ex sexcuplo quadrati diuidendi, numerus rerum ex quadruplo cubi diuidendi, numerus æquationis est quad. quadrati diuidendi. Diuidendum uoco in hac quæstione 6. multiplicandum autem 8.

Exemplum, quad. quadratum p. 6. quadratis p. 4 æquantur  $\frac{3}{2}$  cubis p. 7. rebus, pone primum numerum quadratum, duc in 4. sunt 4. quadrata, huius  $\frac{3}{2}$ . est 2. res, duc in 6. ex regula, sunt 12. res quas diuide per quadrata, exit quod æquatur 6. igitur 6. quadrata æquantur 12. rebus, res igitur est 2. Nos autem in positione posuimus quadratum, igitur numerus primus seu multiplicandus erit 4. & cum cæteræ conditiones conueniant, quæ dictæ sunt, erit 2. numerus diuidendus, quo diuiso per  $\frac{3}{2}$ . cub. 3. p. 1. exhibit æstimatio rei, & de hoc diximus capitulo sexto.

## C A P V T XXVII.

*De transitu capituli specialis in capitulum speciale.*

**F**IT etiam transitus capituli singularis in singulare, hoc modo: Cubus, & 2. quadrata, & 56. æquantur 41. rebus, & rei æstimatio vna est 3. p.  $\frac{3}{2}$ . 2. quæro in eadem æstimatione, cubus cum 7. quadratis, quot rebus æquabitur? & cum quo numero? duc differentiam numeri quadratorum, quæ est 2. in duplum partis, quæ est numerus in æstimatione, scilicet in 6. fit 30. cui

cubus & 2. quad. & 56. æqual. 41. rebus.	
cubus & 7. quad. æstimatio rei.	
5.	3. p. $\frac{3}{2}$ . 2.
6.	9
30.	
41.	7.
71. res	
	35.
	56.
numerus	91.

adde 41. numerum rerum, fit 71. numerus rerum, deinde duc partes æstimationis in se, sunt 2. & 9. quorum productorum differentiam, quæ est 7. duc in 5. differentiam numeri quadratorum, fit 35. quem adde ad 56. quia 3. est maior  $\frac{3}{2}$ . 2. fit numerus æquationis 91. igitur cubus & 7. quadrata & 91. æquantur 71. rebus, æstimatione existente 3. p.  $\frac{3}{2}$ . 2. & vbi  $\frac{3}{2}$ . fuisset maior numero. detraxisses 35. à 56. & remansisset numerus 21.

Dico etiam, quod non licet transire à 2. capitulo in capitulum, stante eodem genere denominationum, & quod æstimatio rei sit eadem, & non rationalis, id est, non numerus integer, aut fractus. Exemplum sit cubus p. 3. rebus, æqualis 10. æstimatio rei est  $\frac{3}{2}$ . v. cubica  $\frac{3}{2}$ . 26. p. 5. m.  $\frac{3}{2}$ . v. cubica  $\frac{3}{2}$ . 26. m. 5. dico quod sub hac æstimatione, non poterit cubus cum aliquibus rebus æquari vlli numero, vsque in infini-

cub. p. 3. rebus æqual. 10.
cub. p. 6. rebus æqual. 18.

tum, nam sit (gratiâ exempli) cubus p. 9. rebus, æqualis 18. quia igitur res est eadem,

dem, *℞. cubica* scilicet dicta, erit cubus idem in vtroque permutatim. Igitur ex tertio libro, cubi cubus *℞. 9.* rebus *℞. 10.* æquatur cubo *℞. 3.* rebus *℞. 18.* abicio communem cubum, sicut *9.* res *℞. 10.* æquales *3.* rebus *℞. 18.* igitur *6.* res æquantur *8.* igitur æstimatio rei est  $\frac{1}{7}$ , numerus rationalis, & non *℞. cubica* dicta, quod est contra suppositum.

<sup>3</sup> Similiter nec plures cubi cum pluribus rebus, æquabuntur alicui numero, stante eadem æstimazione, patet ex præcedenti, nam diuisis omnibus per numerum cuborum, habebimus, vt prius, cubum & res æquales numero, quod iam ostendit fore impossibile. Eadem ratio igitur militat in omnibus, nam si dixerit cubus æquatur *6.* rebus *℞. 2.* vel quad. quadrat. æquatur *6.* rebus *℞. 2.* dicam igitur in eadem æstimazione cubus aut quad. quadratum nullis rebus & numero rationalibus æquari potest, dico rationalibus, quia non prohibet, quod assumptis aut rebus aut numero irrationalibus æquatio non sequatur.

Et ex hoc sequitur etiam, quod in cæteris regula tenet denominationibus, vbi æstimatio rei non sit nec numerus rationalis, nec *℞. simplex* ex genere mediæ denominationis. Exemplum, *2.* cubi & *10.* æquantur *1.* quad. quadrato & rei, æstimatio non est nec numerus, nec *℞. cubica* simplex alicuius numeri rationalis, dico quod quadr. quadratum sub eadem æstimazione, nullis cubis ac numero æquari poterit, patet, quia facta transmutatione, & abiecto quad. quadrato, relinquentur cubi æquales numero, igitur æstimatio rei, erit necessarid *℞. cubica* numeri, vel numerus, quod est contra suppositam.

C A P V T XXVIII.

*De operationibus radicum Pronicarum seu mixtarum & Allellarum.*

<sup>1</sup> I AM ostendimus in superioribus, tres esse species Pronicarum radicum. Minorem, quando radix quadrata comparatur quadrati sui & suimet aggregato, ipsum autem aggregatum dicitur pronicum minus. Medium, cum cubica radix comparatur aggregato ex se & suo cubo, ipsum autem aggregatum dicitur Pronicum medium, sed maior radix pronica est, cum radix radicis alicuius numeri, comparatur aggregato ex seipsa & eius numeri, cuius est radix radicis, ipsum autem aggregatum dicitur pronicum maius, vt in exemplo. Pronicum maius *3.* est *84.* & *3.* est radix pronica maior *84.* Non contingunt autem his, cum sint velut anomala verba in Grammatica, operationes quæ sunt communes, neque possunt multiplicari, vel diuidi, addi vel minui, sed habent propriam quandam operationem, quæ dicitur transitus.

<sup>2</sup> Cum igitur duxeris pronicum minus, in suam *℞. pronicam*, productoque addideris ipsum pronicum, *℞. quadrata* aggregati, erit pronicum medium *℞. quadrata* radicis

pronicæ minoris, vt in exemplo, duco *3. ℞. pronicam* minorem *12.* in *12.* fit *36.* addo ei *12.* pronicum minus fit *48.* huius *℞. ( & est ℞. 48.* est pronicum medium *℞. 3.* quæ fuit *℞. pronica* minor *12.* nam ducta *℞. 3.* ad cubum, fit *℞. 27.* cui addita ipsa *℞. 3.* producit *℞. 48.* igitur *℞. 3.* est *℞. pronica* media *℞. 48.* vt propositum est.

Cum duxeris pronicum medium in suam *3. ℞. pronicam*, producitur pronicum minus quadrati radicis pronicæ mediæ. Exemplum, duco *3.* radicem pronicam mediam *30.* in *30.* fit *900.* pronicum minus *9.* quadrati *3.* quod fuit *℞. pronica* media ipsius *30.*

Cum pronicum maius in se ducitur, & <sup>4</sup> productum diuiditur per quadratum radicis suæ pronicæ maioris, quod exit, ad cubum eiusdem radicis pronicæ, est velut *1.* quadratum *℞. 2.* positionibus *℞. 1.* Exemplum, capio *18.* pronicum maius, duco in se fit *324.* diuido per *4.* quadratum *2. ℞. pronicæ* maioris *18.* exit *81.* quod est *1.* quadratum *℞. 2.* positionibus *℞. respectu 8.* cubi *2.* eiusdem radicis pronicæ.

Allellæ dicuntur radices, cum ex multiplicatione mutua duorum numerorum, in quadratum alterius, duo numeri cunfurgunt, velut capio *2.* & *3.* ipsi dicuntur radices allellæ *12.* & *18.* nam ex *2.* in *9.* fit *18.* & ex *3.* in *4.* fit *12.* inueniuntur autem radices hoc modo, duc vtrunque eorum in se, & diuide productum per reliquum, & *℞. cubicæ* prouentus sunt allellæ. Exemplum, volo *℞.*

allellam *4.* & *8.* duc *8.* in se, fit *64.* diuide per *4.* exit *16.* duc etiam *4.* in se, fit *16.* diuide per *8.* exit *2.* igitur *℞. cubica* *16.* & *℞. cubica* *2.* sunt allellæ *4.* & *8.* & ita allellæ *6.* & *18.* sunt *℞. cubica* *54.* & *℞. cubica* *54.* & *℞. cubica* *2.*

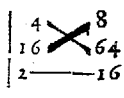
Ex quo patet, quod omnes *℞. allellæ*, sunt *℞. cubicæ* numerorum, se habentium in triplicata proportione, in qua se habent sui solidi propositi priores, & hi sunt medij proportione.

Operationes igitur in his, ex hoc sunt manifestæ, nam cum inuentæ fuerint, reducentur ad radices cubicas, cum quibus operaberis rursus, perfecta operatione, reduces ad allellas.

C A P V T XXIX.

*De regula Modi.*

**D** I C I T V R hæc regula (quia modum exhibet fabricandi regulas quotlibet mercaturæ) Modi, vtilissima magistris Arithmeticæ vt facilioribus quibuldam inuentis, artem docerent, cuius etiam auxilio, maximam sexti libri partem confecimus. Est igitur regula hæc, solue quamuis quæstionem propositam, modo quo potes, seu positione, seu auxilio sexti libri, deinde auferes positionem, & regulas alias, & serua operationes, quas quam potes maxime, ad breuitatem



# Cap. XXIX. De regula modi. 273

breuitatem redige, & habebis regulam de modo pro omni consimili quæstione.

Exemplum, Serici viridis passus 7. & nigri passus 3. veneunt denariis 72. & eodem precio serici viridis passus 2. & nigri passus 4. veneunt denariis 52. quæritur precium. Pones positionem, esse æstimationem vnus passus serici viridis, igitur 7. passus viridis veneunt 7. positionibus, quare 3. pas. nigri veneunt 72. de. m. 7. positionibus, & passus valebit  $\frac{1}{3}$  horum, scilicet 24. de. m.  $2\frac{1}{3}$  positionibus, & 4. passus nigri, valebunt 96. de. m.  $9\frac{1}{3}$  positionibus, at duo passus viridis valent 2. positiones ex supposito, igitur 2. passus serici viridis & 4. nigri valent de. 96. m.  $7\frac{1}{3}$  positionibus, & hæc eadem æstimabuntur 52. de. igitur de. 96. m.  $7\frac{1}{3}$

7.	3D72.
2.	4D52.
7. pos.   72. m. 7. pos.	
3.	
24. m.	$2\frac{1}{3}$ pos.
4.	
96. m.	$9\frac{1}{3}$ pos.
2. pos.	
66. m.	$7\frac{1}{3}$ pos.
52.	
44. m.	$7\frac{1}{3}$ pos.
$7\frac{1}{3}$	
6.	

positionibus, æquantur 52. de. quare de. 44. qui sunt differentia 96. & 52. æquabuntur  $7\frac{1}{3}$  positionibus, igitur pos. valet 6. denarios, & tantam æstimationem passus serici viridis esse conueniet. Quare 7. passus viridis veneunt 42. de. & 3. passus nigri reliquis de. ad  $7\frac{1}{3}$ . scilicet de. 30. quare passus vnus de. 10. serici igitur vtriusque pretium habes. Hucusque positione operatus es, nunc venio ad regulam dicoque, in talibus diuide passus numerosiores, scilicet 7. & numerum rerum de. 32. scilicet 72. per passus pauciores, scilicet 3. & quod exit, duc per passus positos in secunda positione, correspondentes paucioribus, & à producto numeri passuum, detrahe reliquos

virid.	nigri.	precium.
pas. 7.	pas. 3.	de. 72.
pas. 2.	pas. 4.	de. 52.
7 — 3 — 72.		
$2\frac{1}{3}$ — 24.		
4.		
$9\frac{1}{3}$ — 96.		
2. — 52.		
$7\frac{1}{3}$ — 44.		
6.		
2 — 4 — 52		
7 — 3 — 72.		
$9\frac{1}{3}$ — $1\frac{1}{3}$ — 96.		
$7\frac{1}{3}$ — 6 — 44.		

passus secunda positionis, & cum residuo diuide precij 2. & producti differentiam, exhibit æstimatio passus numerosioris, in prima positione. Exemplum, diuide 7. & 72. per 3. exit  $2\frac{1}{3}$ , & 24. duc per 4. fiunt  $9\frac{1}{3}$ , & 96. à  $9\frac{1}{3}$  abice 2. à 96. abice 52. relinquuntur  $7\frac{1}{3}$ , & 44. diuide 44. per  $7\frac{1}{3}$  exit 6. precium passus vnus serici viridis.

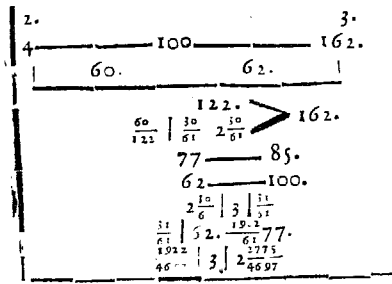
Inde ex hoc breuior regula emergit, vt in tertia figura, diuide 4. per 3. scilicet numerum passuum eiusdem generis serici in duabus petitionibus, exit  $1\frac{1}{3}$ , quem duc in 7. & 72. fiunt  $9\frac{1}{3}$ , & 96. à quibus abice numeros suprapositos secunda positionis, & sunt 2. & 52. directos à directis, relinquuntur  $7\frac{1}{3}$  & 44. diuide numerum denariorum 44. per  $7\frac{1}{3}$  numerum passuum, exit 6. precium passus viridis serici, & ita constitues breuissimam regulam, ex tam longa positionis operatione. Vnde merito hæc modi regula, mater regularum dici potest.

## C A P V T XXX.

### De regula Aurea.

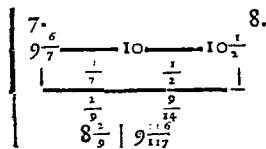
**H**Æc regula rerum, quæ in vsum veniunt, maximam partem amplectitur, nam quæstione ad positionem deducta, perfecta que operatione, proximam quærit æstimationem, quæ sic habetur. Primo venare proximiores, integros numeros, maiorem ac minorem, qui æquationi satisfaciunt, quos non difficile erit habere, horum minorem vocabimus primum inuentum, & maiorem secundum inuentum, & differentiam productorum, differentiam maiorem, differentiam verò producti primi & numeri æquationis differentiam primam, differentiam autem producti secundi & numeri æquationis, secundam differentiam. diuide igitur differentiam primam, per differentiam maiorem, quod exit addatur primo inuento, & perficiemus æstimationem imperfectam quam deducemus ad æquationem, scilicet per denominationis æquationis, vt in primo & secundo inuento, & quod producitur, subtrahe à producto secundo, deinde subtrahe æstimationem imperfectam, ab inuento secundo, residuum duc in differentiam secundam habitam, & tale productum diuide per differentiam producti æstimationis imperfectæ, & secundi producti, quod exit, detrahe ex inuento secundo, residuum est æstimatio rei valde proxima, cui per iteratas operationes semper propinquius licet accedere. Idem fiet, vbi æquatio sit denominationis alicuius, ad numerum, ac denominationes, vt in exemplis patebit.

Sit igitur primo, quad. quadratum & 3. cubi, æqualia 100. vides quod si res est 2. quad. quadratum, & 3. cubi sunt 40. & si res est 3. erit quad. quadratum & 3. cubi 162. igitur inuentum primum est 2. & productum primum 40. & inuentum secundum 3. & productum secundum 162. & 122. maior differentia, & 60. differentia prima,



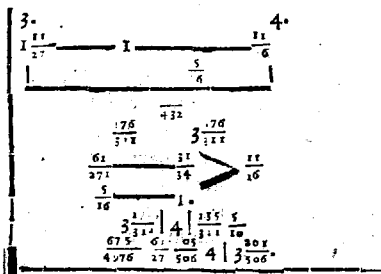
prima, & 62. differentia secunda, & nota, quòd inuentum primum semper differt vnitate ab inuento secundo, aliter non rectè es operatus, his cognitis, diuide 60. per 122. exit  $\frac{30}{61}$ , quop adde ad 2. primum inuentum, fit imperfecta æstimatio  $2\frac{30}{61}$ , hanc ducito ad quad. quadratum & tres cubos, fit 85. ferè, subtrahe igitur 85. productum æstimationis imperfectæ, à 162. producto secundo, habebis 77. subtrahe etiam  $2\frac{30}{61}$ , ex 3. inuento secundo, relinquuntur  $\frac{31}{61}$ , duc in 62. differentiam secundam, fit  $\frac{192}{61}$ , diuide per 77. exit  $\frac{222}{499}$ ; detrahe ex 3. inuento secundo, erit æstimatio satis proxima quad. quadrati p. 3. cubis æqualium 100. hæc,  $2\frac{275}{469}$ , & si velles, posses alternatis operationibus quantumlibet propius accedere.

Quòd si quadratum & 20. æquantur 10. rebus; tunc si res esset 7. haberemus quadratum p. 20. æquale rebus  $9\frac{6}{7}$ , & si res esset 8. haberemus quadratum p. 27. æquale rebus  $10\frac{1}{2}$ , igitur vt priùs, inuentum primum est 7. productum primum  $9\frac{6}{7}$ , inuen-



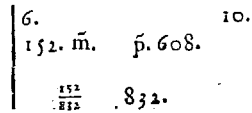
tum secundum 8. productum secundum  $10\frac{1}{2}$ , differentia maior  $\frac{9}{14}$ , differentia prima  $\frac{1}{7}$ , differentia secunda  $\frac{1}{2}$ , diuidemus igitur differentiam primam, per maiorem differentiam, exibat  $\frac{2}{7}$ , & addemus hoc ad 7. inuentum primum, fiet æstimatio imperfecta  $7\frac{2}{7}$ , cuius quadratum p. 20. est æquale 9. rebus &  $\frac{18}{49}$ , ideo quia hoc insensibiliter differt ferè, à 10. numero rerum, ideo non vtitur alia operatione, sed dicemus æstimationem propinquam esse  $7\frac{2}{7}$ .

Sit etiam cubus æqualis 6. rebus p. 20. dicemus, si 3. essent res; 6. res & 20. æquantur  $1\frac{11}{17}$  cubi, & si res essent 4. essent 6. res & 20. æquales  $\frac{11}{16}$  cubi, igitur inuentum primum est 3. & productum primum  $1\frac{11}{17}$ .



inuentum secundum erit 4. productum secundum  $\frac{11}{16}$ , differentia prima  $\frac{11}{16}$ , differentia secunda  $\frac{11}{16}$ , differentia maior  $\frac{11}{16}$ , cum qua diuide differentiam minorem, exit  $\frac{176}{376}$ , quam adde ad 3. fiet æstimatio imperfecta  $3\frac{176}{376}$ , sequere æquationem, scilicet æsumendo 6. res p. 20. & erunt  $\frac{1.445.461.4}{3.619.180.9}$  sui cubi, hoc autem est proximum ad  $\frac{11}{16}$ , ab hoc detrahemus productum secundum, & relinquuntur  $\frac{61}{376}$  &  $\frac{5}{16}$ , similiter subtrahe  $3\frac{176}{376}$ , æstimationem imperfectam, à 4. inuento secundo, relinquuntur  $\frac{31}{376}$ , hoc ducito in  $\frac{5}{16}$  differentiam secundam, vt etiam primo exemplo, fit  $\frac{67 \frac{1}{2}}{476}$ , diuide per differentiam producti secundi, & producti æstimationis, & est  $\frac{61}{376}$ , exit  $\frac{1.222.5}{10.71.16}$ , detrahe à secundo inuento, vt priùs, relinquuntur rei æstimatio  $\frac{120.111}{3.10.15.17}$ , & hoc est proximum ad  $3\frac{21}{100}$ , & ideo ad  $3\frac{1}{3}$ , & 6. res p. 20. sunt  $40\frac{2}{3}$ , & cubus  $3\frac{2}{3}$ , est  $39\frac{2}{27}$ , & si velles proximius, posses operari tertio, sicut primò fecisti, & proculdubio peruenires ad insensibilem differentiam & ratio hæc vniuersalis est, nec indiget alia regula.

Et similiter operaberis, vbi essent tres denominationes æquales duabus aliis, aut tribus, sed cum duplici ingressu, vel triplici, potes etiam deducere ad numeros omnia, vt in primo exemplo, & operationes in eo casu sunt longè faciliores, velut si dicam quad. quadratum & 6. quadrata & 200. æquantur 10. cubis & 12. rebus, erit primum inuentum 6. & productum m. 152. differentia



quia 10. cubi & 12. res superant quad. quadratum 6. quad. & 200. & secundum inuentum erit 10. & productum secundum erit 680. p. quo quad. quadratum & 6. quadrata & 200. superant 10. cubos & 12. res, & tunc differentia prima, æqualis est producto primo, & differentia secunda, producto secundo & maior differentia est aggregatum ex vtroque, & tunc sufficit pro prima operatione, diuidere vt priùs, differentiam primam per differentiam maiorem, & quod exit, & est  $\frac{19}{104}$ , addemus primo inuento, & fiet æstimatio imperfecta  $9\frac{19}{104}$ , deinde si vis proximius accedere, produces hanc æstimationem ad suas denominationes vtrinque, & collige differentiam, quæ vocetur a. quam multiplica per differentiam æstimationis imperfectæ & secundi inuenti, & productum diuide denuo per maiorem differentiam, & quod exit, adde aut minue, secundum quod oportet, & habebis inuentum; & hoc modo liceret etiam operari in secundo & tertio exemplo, sed nos volumus declarare vtrumque modum, ad maiorem in decationibus facilitatem, idem dic de radicibus extrahendis.

## CAPVT XXXI.

### De Regula magna.

**H**Æc regula est pro magnis quæstionibus soluendis, & ex ea inventæ sunt regule auri, & argenti consolandi, Acuit ingenium, & fit per demonstrationes, exigiteque hominem expertum, doceturque per quæstiones, quoniam est multiformis, Fundamentum regulæ est commutatio.

#### QVÆSTIO I.

Fac de 8. duas partes, ex quarum cubis inuicem ductis, fiat 16. Dices igitur, ex vna in aliam fiet  $\frac{8}{2}$ . cubica 16. diuide 8. in duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat  $\frac{8}{2}$  cubica 16. & erunt 4.  $\frac{8}{2}$ . 16.  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$  cubica 16. & 4.  $\frac{8}{2}$ . v. 16.  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$  cubica 16.

#### QVÆSTIO II.

Fac de 8. tres partes proportionales, quarum quadratum primæ sit æquale reliquis, igitur fient primæ duæ partes, quarum vnus quadratum sit æquale alteri, deinde maiorem diuidemus in duas partes existentes in continua proportione cum minore, & erunt.

$$\begin{array}{l} p^a \frac{8}{2} \frac{8}{2} \frac{8}{2} \\ 2^a \frac{8}{2} \frac{8}{2} \frac{8}{2} \\ 3^a \frac{8}{2} \frac{8}{2} \frac{8}{2} \end{array}$$

#### QVÆSTIO III.

Fac de 8. tres partes in continua proportione, quarum quadratum maioris, sit medium proportione inter cubum vtriusque partis, dices igitur, cubus minoris est  $\frac{8}{2}$ . cubica cubi maioris, & hoc, quia proportio cubi maioris, ad suum quadratum, est ipsa maior, & hæc eadem est quadrati maioris, ad cubum minoris, igitur cubus minoris, est  $\frac{8}{2}$ . quadrati maioris, & æqualis ipsi maiori, quare 8. constat ex minore & suo cubo, igitur . cub.  $\frac{8}{2}$ . 1. re, æqualis est 8. & ælimatio rei est minor pars.

#### QVÆSTIO IV.

Fac ex 8. duas partes, ita quod septuplum maioris, sit proportione medium inter quadratam maioris, & cubum minoris. Sit a maior, & c. quadratum eius, & b minor, & d cubus eius, sit etiam e septuplum a, cum igitur ex a in a. fiat c, & ex a in 7. e, erit a ad 7. vt c ad e, quare ex 11. 5. vt e ad d, igitur ex a in d, sit septuplum e, at e est septuplum a, igitur ex a in d, sit 49. a, igitur d est 49. quadratum 7. quare cubus b minoris est 49. & b est  $\frac{8}{2}$ . cubica 49. & a residuum.

#### QVÆSTIO V.

Fac ex 8. duas partes, ita quod septuplum maioris, sit proportione medium inter cubum maioris & quadratum minoris, sit a maior, & c cubus a, & b minor, & d quadratum b, 8. & e productum ex 7. in a, a 7. b quia igitur ex a in quadratum a, fit c, & in 7. fit e, erit quadrati a ad 7. vt c ad e, quare vt ad d, proportio autem quadrati a, ad quadratum b, componitur ex proportione quadrati a ad 7. & 7. ad quadratum b, quare ex proportione e ad d, & 7. ad quadratum b, sed d est quadratum b, igitur proportio quadrati a ad quadratum b, componitur ex proportione septupli a, & est e ad d & 7. ad ipsum d. Proportio igitur quadrati a ad d, componitur ex proportione e ad d, & 7. ad d, igitur ex regula sex quantitarum, seu ex proportionum compositione, ex 7. in e, fit quadratum a in d, sed e est septuplum a, igitur ex 49. in a, fit quadratum a in d, igitur ex a in d, seu in quadratum b, fit 49. quare ex capitulo cubi & numeri æquale quadratis, b est  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$ . &  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$ .

#### QVÆSTIO VI.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum totius in minorem, sit proportione medium inter producta maioris in minorem, quia igitur minor ducitur in maiorem, & totum erit illorum productorum proportio vt totius ad maiorem, item quia totum ducitur in maiorem & minorem, erit productorum, vt maioris ad minorem, sed producta sunt analogæ. Igitur ex 11. quinti Elementorum, totius ad maiorem partem vt maioris ad minorem, igitur 8. diuisum erit secundum proportionem habentem medium & duo extrema, quare partes sunt manifestæ,  $\frac{8}{2}$ . 80.  $\frac{8}{2}$ . 4. & 12.  $\frac{8}{2}$ . 80.

#### QVÆSTIO VII.

Fac de 8. duas partes, ita quod productum maioris in minorem, sit proportione medium inter quadratum minoris & decuplum eiusdem minoris, dices igitur, quia minor est illa, quæ multiplicatur in se, in maiorem, & in 10. quod maior est proportionalis inter minorem & 10. igitur quadratum maioris, æquatur decuplo minoris, & res nota est, nam maior erit  $\frac{8}{2}$ . 105.  $\frac{8}{2}$ . 5. & minor 13.  $\frac{8}{2}$ . 105.

#### QVÆSTIO VIII.

Fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris sit proportione medium inter quadratum minoris, & productum ex toto in maiorem, pone maiorem a, & b minorem, quia igitur quod sit ex 8. in a, proportionale est inter  $\frac{8}{2}$ . & quadratum a, ex demonstratis in secundo

do super Euclidem, erit 64. quarta quantitas in continua proportione, cum illis tribus productis, quare 64. ad quadratum a, vt quadrati a ad quadratum b duplicata, igitur 8. ad a, vt a ad b duplicata ex decimaleptima sexti Elementorum, nam vtraque est media proportionum suorum quadratorum, quare cubus a æqualis est producto ex 8. in quadratum b, hoc enim in septimo libro demonstratum est, quare ponemus a quadratum, erit cubus eius, cubus quadrati æ. a, quæ sit c, igitur quadratum b, est æquale  $\frac{1}{4}$  quadrati cubi c, igitur b est, æ.  $\frac{1}{4}$  quadrati cubi c, quare cum æ. cubi quadrati sit cubus, erit b æqualis cubi c parti æ.  $\frac{1}{4}$ , & cum a sit quadratum c, erit 1. quadratum p. cub. æ.  $\frac{1}{4}$ , æquale 8. & ideo multiplicando omnia per æ. 8. erit cubus p. quad. æ. 8. æqualis æ. 512. solue igitur per capitulum decimumquintum, vt in numeris notis a. c. veris operando per regulas tertij libri.

QVÆSTIO IX.

Fac ex 8. tres partes in continua proportione, quarum aggregatum primæ & secundæ, & aggregatum secundæ & tertiæ, & ipsum 8. sint rursus in continua proportione? dico, inuenies primò proportionem illarum quantitarum proportionalium, quarum aggregatum secundæ & tertiæ, est proportionale inter aggregata primæ & secundæ, & aggregatum omnium, sint igitur tales quantitates a b c, & quia proportio a b c, ad b c, est vt b c, ad a b, ex supposito quæstionis. Et b c ad a b, vt c ad b, ex duodecima quinti Elementorum, erit a b c, ad b c, vt b ad c ex vndecima eiusdem, sed ex proportione in b sit c, igitur ex proportione in b c, sit a b c, sit igitur, vt ex proportione in c fiat d, cum igitur ex proportione in b fiat c, & ex eadem in c fiat d, igitur ex proportione in b c sit c d, & ex eadem in b c fiebat etiam a b c, igitur a b c, æquatur c d, abiecto autem c, relinquitur a b, æqualis d, est autem d quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates, in continua proportione, quarum quarta sit æqualis duabus primis, posita igitur prima 1. secunda 1. re, tertia 1. quadrato, quarta 1. cubo, erit cubus æqualis 1. rei p. 1. & nota est ex capitulo, quantitas rei, quæ est proportio, diuides igitur 8. in quatuor quantitates sub ea proportione continuatas, vt in sexto libro docetur, solvimus & aliter hanc quæstionem in quarto libro.

QVÆSTIO X.

Fac ex 8. duas partes, quarum septuplum maioris, proportione medium sit inter cubum minoris, & productum maioris in minorem. Sit a minor, eius cubus c, b autem maior, & productum b in a sit e, & septuplum b sit d, quia igitur ex b in a, sit e, & ex b in 7. sit d, erit a ad 7. vt e ad d,

quare a ad 7. vt d ad c. Igitur ex a in c, fit septuplum d, sed d est septuplum b, igitur 49. b, æqualia sunt quadrato quadrati a, igitur best æquale  $\frac{1}{49}$  quad. quadrati a, quia igitur a cum b est 8. & b est  $\frac{1}{19}$  quad. quadrati a, igitur a cum  $\frac{1}{19}$  quad quadrati sui, æquatur 8. quare res æ.  $\frac{1}{19}$  quad. quadratum p. 49. rebus, æquatur 392. & quamuis huius non sit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit huc vsque perduxisse quæstionem. Deprehenditur & quandoque eodem modo quòd propositæ quæstiones sint impossibiles.

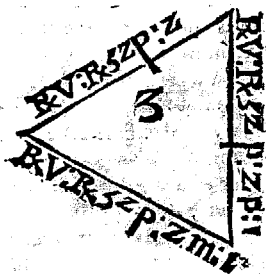
CAPVT XXXII.

*De Regula æqualis positionis.*

**H**Æc regula, est vtilior positione simplicis, in omnibus quæstionibus, vbi partes æqualiter multiplicantur, secus vbi inæqualiter, nam in his simplex facilius est, vt si dicam, diuide 8. in duas partes, quarum vna ducta in quadratum alterius, vel in cubum, fiat 20. per simplicem positionem, peruenies ad 8. quadrata m. 1. cubo, æqualia 20. vel ad 8. cub. m. 1. quad. quadrato æqualia 20, in secunda quæstione, sed ponendo 4. p. 1. positione, & 4. m. 1. positione, peruenies ad 16. pos. p. 44. æquales 1. cubo p. 4. quadratis, & in secunda quæstione, ad 128. positiones 7. 236. æqualia 1. quad. quadrato p. 8. cubis, manifestum est igitur, quam hæc sint prioribus difficilius. In positione etiam simplici, inuenimus prima operatione, rei æstimationem in æquali differentia, quæ addita dimidio diuidendi, & detracta ostendit numeros quæstos, qui verè sunt æstimatio rei, quamquam potuerimus rem esse differentiam, voco autem positionem simplicem, cum dico, diuide 10. in duas partes, producentes 20. tunc ponimus partem vnâ rem, aliam 10. m. re, sed æqualem, cum pono partem vnâ 5. p. re & aliam 3. m. re, ideo cum simplex iam per se nota sit, de æquali per. quæstiones & exempla dicendum erit, cum certè frequentissimus sit eius vsus ac vtilis.

QVÆSTIO I.

Est trigonus, cuius laterum differentia primi ad secundum, est 1. & iterum secundum



di ad tertium, est etiam 1. & area est 3. ponens secundum igitur positionem, & primum



# Cap. XXXV. De Regula &c. 277

mum erit positio m. 1. & tertium positio p. 1. sequere trigonorum regulam, datam in libro sequente, & fiet  $\frac{3}{16}$  quad. quadrati m.  $\frac{3}{4}$  quadrati generaliter sumpta, æqualis 3. quare  $\frac{3}{16}$  quad. quadrati æquabitur  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 9. ideoque 1. quad. quadratum, æquabitur 4. quadratis p. 48. & res erit per capitulum derivatiuorum,  $\frac{3}{16}$  v.  $\frac{3}{16}$  p. 2. & hoc est latus secundum, adde igitur & minue 1. habes reliqua latera, ut in figura vides.

## QVÆSTIO II.

Fac de 10. duas partes, quarum cubi cum quadratis iuncti, faciant 400. pones primam partem 5. p. 1. positione, & secun-

5. p. 1. pos.	25. p. 1. quad. p. 10. rebus. 125. p. 15. quad. p. 75. rebus p. 1. cu.
5. m. 1. pos.	25. p. 1. quad. m. 10. rebus. 125. p. 15. quad. m. 75. rebus m. 1. cu.
300. p. 32. qd. æqualia 400.	

dam partem 5. m. 1. positione, sequere problema, reducendo partes ad cubum, & ad quadratum, colliges tandem cadentibus vicissim partibus, 32. quadrata p. 300. æqualia 400. quare quadratum æquabitur  $3\frac{1}{2}$ , & res quæ est differentia, erit  $\frac{3}{4}$ , igitur partes sunt 5. p.  $\frac{3}{4}$  & 5. m.  $3\frac{1}{4}$ .

## QVÆSTIO III.

Fac ex 6. duas partes, quarum quadratorum aggregatum, sit æquale differentia cuborum. Pones maiorem 3. p. 1. positione, & minorem 3. m. 1. positione, sequere

3. pos. 1. pos.	9. p. 1. quad. p. 6. rebus.
3. m. 1. pos.	9. p. 1. quad. m. 6. rebus.
18. p. 2. quad. aggregatum.	
3. p. 1. pos.	17. p. 9. quad. p. 27. pos. p. 1. cub.
3. m. 1. pos.	27. p. 9. quad. m. 27. pos. m. 1. cu.
[differentia 54. pos. p. 2. cu.]	

questionem, habebis aggregatum quadratorum, 2. quadrata p. 18. & differentiam cuborum 2. cubos p. 54. positionibus, & hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27. positiones æquantur quadrato & 9. sequere capitulum, fieri rei æstimatio, id est differentia,  $\frac{3}{4}$  v. cubica  $\frac{3}{4}$  702. p.  $\frac{3}{4}$  m.  $\frac{3}{4}$  v. cubica  $\frac{3}{4}$  702. m.  $\frac{3}{4}$  p.  $\frac{3}{4}$ , quare partes erunt,  $3\frac{1}{4}$  p.  $\frac{3}{4}$  v. cubica  $\frac{3}{4}$  702. p.  $\frac{3}{4}$  m.  $\frac{3}{4}$  v.  $\frac{3}{4}$  702. m.  $\frac{3}{4}$  & minor,  $2\frac{1}{4}$  p.  $\frac{3}{4}$  v. cubica  $\frac{3}{4}$  702. m.  $\frac{3}{4}$  m.  $\frac{3}{4}$  v. cubica  $\frac{3}{4}$  702. p.  $\frac{3}{4}$ .

## QVÆSTIO IV.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale sit, inter nonuplum maioris, & ipsam minorem. Pone partem primam 4. p. 1. posi-

Tom. IV.

tionem, & minorem 4. m. 1. positione, sequere propositum, habebis productum maioris, in 9. esse 36. p. 9. positionibus, & ma-

9.		4. m. 1. pos.
4. p. 1. pos.		
36. p. 9. pos.		16. m. 1. quad. 4. m. 1. pos.
256. p. 1. quad. quad. m. 32. quad.		
144. m. 9. quad.		
-----		
12. p. 1. quad. quad. æqual. 23. quad.		

ioris in minorem 16. m. 1. quadrato, & minorem 4. m. 1. positione, & hæc sunt in eadem proportionem, igitur ducto 36. p. 9. positionibus, in 4. m. positione, sit quadratum 16. m. 1. quadrato, ducito igitur inuicem 36. p. 9. positionibus, & 4. m. 1. positione, & cadent positiones propter mutuum proportionem, quare producet 144. m. 9. quadratis, & hoc est æquale quadrato 16. m. 1. quadrato, quod est, 256. p. 1. quad. quadrato m. 32. quadratis, quare reddendo m. parti aduersæ, 112. p. 1. quad. quadrato, æquabuntur 23. quadratis, habebis æstimationem rei,  $\frac{3}{4}$  v.  $11\frac{1}{4}$  m.  $\frac{3}{4}$  20.  $\frac{3}{4}$ , id est  $\frac{3}{4}$ . 7. quam adde & minue à 4. erunt partes quæ sitæ, 4. p.  $\frac{3}{4}$ . 7. & 4. m.  $\frac{3}{4}$ . 7. & quamvis potuisses solvere per simplicem, veniens ad capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, fuisset tamen negotium inexplacabilius, sine vlla comparatione, nam plusquam decem aliis indiges operationibus, antequam peruenias ad veram æstimationem, quæ semper est in natura Binomij, vel recisi veri, non imprij.

## QVÆSTIO V.

Diuide 10. in duas partes, quarum quadrato prima detracto ex 100. & quadrato secunda detracto ex 97. residuorum  $\frac{3}{4}$  in actæ, constituant 17. Si libet ad vitandum laborem, primo videbis via tentatiua an casus possibilis sit, hoc igitur cognito, pone primam partem 5. p. 1. positione, & reliquã 5. m. 1. positione, duc partes in se, & quadratum maius

5. p. 1. pos.	5. m. 1. pos.
25. p. 1. quad. p. 10. pos.	100.
25. p. 1. quad. m. 10. pos.	97.
75. m. 1. quad. m. 10. pos. resid.	
72. m. 1. quad. p. 10. pos. resid.	
-----	
17. m. $\frac{3}{4}$ v. 75. m. 1. quad. m. 10. pos.	
$\frac{3}{4}$ v. 72. m. 1. quad. p. 10. pos.	
-----	
364. m. 1. quad. m. 10. pos. m. $\frac{3}{4}$ v. 86700.	
m. 1156. quad. m. 11560. pos. 72. m. 1. quad. p. 10. pos.	
-----	
292. m. 20. rebus.	
$\frac{3}{4}$ v. 86700. m. 1156. quad. m. 11560. pos.	
86700. m. 1156. quad. m. 11560. pos.	
35264. p. 400. quad. m. 11680. pos.	
-----	
1436. p. 120. pos. æqual. 1556. quad.	
1556.	
-----	
[quad. æqual. $\frac{10}{18}$ pos. p. $\frac{110}{18}$ ]	

A a detra-

# 278 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

detrahe ex 100. & minus ex 97. habebis residua, vt in figura, quorum  $\frac{3}{2}$ . iunctæ, debent æquari 17. igitur 17.  $\bar{m}$ . vna illarum adicum æquatur reliquæ, quare duce- mus in se, 17.  $\bar{m}$ .  $\frac{3}{2}$ . v. 75.  $\bar{m}$ . 1. quadrato  $\bar{m}$ . 10. positionibus, & habebimus 364.  $\bar{m}$ . 1. quadrato  $\bar{m}$ . 10. positionibus  $\bar{m}$ .  $\frac{3}{2}$ . v. 86700.  $\bar{m}$ . 1156. quadratis  $\bar{m}$ . 11560. rebus, æqualia quadrato alterius radices, scilicet 72.  $\bar{m}$ . 1. quadrato  $\bar{p}$ . 10. rebus, abiice similia ex vtraque parte, & radicem vniuersalem solam ex aduerso omnium colloca, vt in tertio libro docuimus, ac in quarto habebis 292.  $\bar{m}$ . 20. rebus, æqualia  $\frac{3}{2}$ . v. 86700.  $\bar{m}$ . 1156. quadratis  $\bar{m}$ . 11560. rebus, quare ducendo denuo partes in se, habebis 86700.  $\bar{m}$ . 1156. quadratis  $\bar{m}$ . 11560. positionibus, æqualia 85264.  $\bar{p}$ . 400. quadratis  $\bar{m}$ . 11680. rebus, duc ad æquationem reducendo ad 1. quadratum habebis rei æstimationem esse  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{212876}{157321}$   $\bar{p}$ .  $\frac{11}{389}$ , sed  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{119174}{157321}$  est  $\frac{174}{87}$ , igitur additis  $\frac{15}{389}$  fiet  $\frac{89}{389}$ , igitur res est 1. & partes 4. & 6.

## QVÆSTIO VI.

Est etiam, vbi positio æqualis, non soluit omnino quæstionem, & simplex soluit. Exemplum, fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris, sit proportione medium inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, utpote 60. posita itaque maiore 1. positione, habebis 60. & 1. quadratum & 8. positiones  $\bar{m}$ . 1. quadrato pro-

$$\left\{ \begin{array}{l} 60. | 1. \text{quad.} | 8. \text{pos.} \bar{m}. 1. \text{quad.} \\ \dots \text{quad. quad.} \text{ aequal. } 480. \text{pos.} \bar{m}. \\ 60. \text{quad.} \end{array} \right.$$

portionalia, quare ducta media in seipsam, habebimus 1. quad. quadratum, æquale 480. positionibus  $\bar{m}$ . 60. quadratis, depri- me, & fiet cubus & 60. res, æqualia 480. & & ideo res nota est, per positionem autem æqualem, peruenies ad capitulum constans ex quinque denominationibus, posset autem solui, & per regulam magnam, sed hoc ad rem nihil pertinet.

## CAPVT XXXIII.

*De Regula inæqualiter ponendi seu pro- portionis.*

**H**Æc regula nos docet, vt positis nu- meris inæqualibus, positiones pariter æquales annectamus, sic vt in multiplicacione, vicissim similes excidant partes. Docebo autem hoc per exempla, quamuis quæstiones, quæ per hanc soluantur, etiam per regulam retro agendi positionem, de qua in capitulo quinto dictum est, dissolui possint.

## QVÆSTIO I.

Exemplum, Sunt duo numeri, quorum differentia est 4. & quadratum minoris cum quadrato dimidij maioris, &  $\frac{3}{2}$ . aggregati ipsorum quadratorum, constituit 110. pos- ses hanc retro agendo dicere, igitur 110. componitur ex aggregato quadratorum, &  $\frac{3}{2}$ . aggregati, igitur posito aggregato qua- drato, erit 110. æquale quadrato & vni rei, quare res est 10. aggregatum 100. ideo facies ex 100. duas partes, quarum duplum  $\frac{3}{2}$ . vnus, excedat aliam  $\frac{3}{2}$ . in 4. & solutio clara est, verum hoc modo nos ponemus. Sit primus numerus minor 2. positiones, quia pars est  $\frac{1}{2}$ , erit maior 2. positiones  $\bar{p}$ . 4. inde accipe partem secundi, quæ est in

$$\left\{ \begin{array}{l} 2. \text{pos.} | 2. \text{pos.} \bar{p}. 4. \\ 2. \text{pos.} | 1. \text{pos.} \bar{p}. 2. \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2. \text{pos.} \bar{m}. \frac{4}{5} \\ 1. \text{pos.} \bar{p}. \frac{8}{5} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4. \text{quad.} \bar{p}. \frac{16}{25} \bar{m}. \frac{16}{25} \text{pos.} \\ 1. \text{quad.} \bar{p}. 2 \frac{16}{25} \bar{p}. \frac{16}{25} \text{pos.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5. \text{quad.} \bar{p}. \frac{1}{5} \end{array} \right.$$

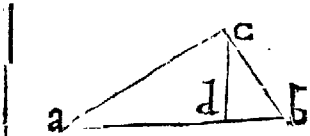
se ducenda, & est  $\frac{1}{5}$ , erit igitur pars multi- plicanda 1. positio  $\bar{p}$ . 2. & primus numerus vt dictum est, 2. positiones, hoc habito, positum est, non permutata quæstionis natu- ra, partes numeri ita aptare cum rebus, vt in quadratis res ex toto excidant, sic igitur facies. Considera secundum nume- rum in se ducendum, qualis pars sit primi, vt in exemplo, 1. positio  $\bar{p}$ . 2. quæ pars est 2. positionem, inuenies quod est  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 2. duc igitur denominatorem & numerato- rem tracti in se, & producta iunge, & ha- bebis 3. pro diuisione, deinde duc numera- torem in se, & productum in numerum dif- ferentia, qui est 4. sit etiam 4. pro diui- dendo, diuide igitur 4. per 5. exit  $\frac{4}{5}$  hoc au- feres ex 2. positionibus, scilicet maiore par- te, habebis 2. pos.  $\bar{m}$ .  $\frac{4}{5}$ , deinde diuide  $\frac{4}{5}$  per  $\frac{1}{2}$  partem, exit  $\frac{8}{5}$ , hoc addes ad positio- nem, habebis 1. pos.  $\bar{p}$ .  $\frac{8}{5}$ , ecce vides, quo- niam habes 2. positiones  $\bar{m}$ .  $\frac{4}{5}$ , & 1. posi- tionem  $\bar{p}$ .  $\frac{8}{5}$ , & proportio  $\frac{8}{5}$  ad  $\frac{4}{5}$ , est vt 2. positiones ad 1. positionem, & si sumptis duplum maioris, scilicet 2. pos.  $\bar{p}$ .  $3 \frac{1}{5}$ , superabit minorem scilicet 2. pos.  $\bar{m}$ .  $\frac{4}{5}$ , in 4. ad vnguem, hoc peracto, ex regula vni- uersali, duc partes in se, habebis 4. qua- drata  $\bar{p}$ .  $\frac{16}{25}$   $\bar{m}$ .  $\frac{16}{25}$  positionibus, & 1. quadra- tum  $\bar{p}$ .  $2 \frac{16}{25}$   $\bar{p}$ .  $\frac{16}{25}$  positionibus, iunge habebis 5. quadrata  $\bar{p}$ .  $3 \frac{1}{5}$ , hæc cum radice æquan- tur 110. igitur  $\frac{3}{2}$ . æquatur 110.  $\bar{m}$ . hoc ag- gregato, igitur 106  $\frac{1}{5}$   $\bar{m}$ . 5. quadratis, æqua- tur  $\frac{3}{2}$ . v. 5. quadratis  $\bar{p}$ .  $3 \frac{1}{5}$ , duc partes in se, habebis 5. quadrata  $\bar{p}$ .  $3 \frac{1}{5}$ , æqualia 11406  $\frac{6}{25}$   $\bar{p}$ . 25. quadr. quadratis  $\bar{m}$ . 1068. quadratis, reddè reddenda  $\bar{m}$ . alteri parti, & diuide per numerum quadr. quadrato- rum, qui est 25. habebis 1. quad. quadra- tum  $\bar{p}$ . 456  $\frac{2}{25}$ , æqualia 42  $\frac{2}{25}$  quadratis, ideo

# Cap. XXXV. De Regula in æq. & c. 279

ideo res valet  $\frac{1}{2}$  v.  $2 \frac{1}{10}$  m.  $\frac{1}{2}$   $\frac{10}{100}$  sed  $\frac{10}{100}$  sed  $\frac{10}{100}$  est  $2 \frac{1}{10}$  igitur res est  $\frac{1}{2}$   $\frac{10}{100}$  sed hæc est  $4 \frac{1}{2}$ , igitur res fuit  $4 \frac{1}{2}$ , sed prima pars seu maior, fuit 2. positiones m.  $\frac{1}{4}$ , igitur ipsa fuit 8. & minor fuit 1. positio p.  $\frac{1}{5}$ , igitur fuit 6. & eius duplum fuit 12. qm̄i excedit 8. in 4. & hoc est quod volumus,

## QVÆSTIO II.

Est trigonus a b c, cuius basis a b, est 8. p̄. catheto c d, & a d tripla est d b, & quadratum b c cum latere c b, est 182. posita igitur c d re, & a b, re & 8. seu c d 4. re-



4. pos.  $\frac{1}{4}$  1. pos. p. 2.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{4} \quad \frac{1}{16} \\ \frac{1}{4} \quad \frac{1}{16} \\ \hline \frac{1}{4} \quad \frac{1}{16} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{17} \\ \frac{1}{17} \\ \hline \frac{1}{17} \end{array}$$

4. pos. m.  $\frac{8}{17}$  | 1. pos. p.  $\frac{12}{17}$   
16. quad. p.  $\frac{64}{289}$  m.  $\frac{64}{17}$  pos.  
1. quad. p.  $\frac{1}{289}$  p.  $\frac{1}{17}$  pos.

bus, & a b 4. rebus p. 8. erit b d res p. 2. & proportio  $\frac{1}{4}$ , ideo vt prius, duc 4. in se, fit 16. duc 1. in se, fit 1. iunge, fit 17. diuisor, inde duc 1. numeratorem  $\frac{1}{4}$  in se, fit 1. duc in 8 differentiam, fit 8. diuide per 17. exit  $\frac{8}{17}$ , pars minuenda ex 4. rebus, inde diuide  $\frac{8}{17}$  per proportionem quæ est  $\frac{1}{4}$ , exit  $\frac{12}{17}$ , pars addenda vni rei, erit igitur b d 1. positio p.  $\frac{12}{17}$ , & c d, 4. positiones m.  $\frac{8}{17}$ , duc partes in se, habebis quadrata c d & b d pariter accepta, & ex consequenti, quadratum b c, esse 17. quadrata p.  $\frac{221}{289}$  sequere vt in præcedente, addendo ei latus b c, eritque  $\frac{17}{17}$  quadratorum p.  $\frac{221}{289}$  p. 17. quadratis p.  $\frac{321}{289}$  æqualis 182. quare  $178 \frac{68}{289}$  m. 17. quadratis æquatur  $\frac{17}{17}$  quadratorum p.  $\frac{321}{289}$ , sequere igitur operationem, vt prius, habebis rei æstimationem esse  $3 \frac{1}{2}$ , cum igitur b d sit 1. positio p.  $\frac{12}{17}$ , erit b d 5. & a b 20. quadrupla b d, quare c d, quæ est 8. m. quàm a b, erit 12.

## QVÆSTIO III.

Est similiter, si diceret, sunt duo numeri, quorum differentia est 12. & quadratum minoris cum quadrato  $\frac{1}{2}$  maioris, & quadrato aggregati, æquatur 1000. tunc vt prius operaberis, ducendo numeratorem ac denominatorem in se, & iungendo, fit diuisor 109. deinde duco 3. numeratorem in se, & productum in 12. fit 108. diuido per 109. habeo partem minuendam ex 10. positionibus, deinde diuido  $\frac{108}{109}$  per  $\frac{1}{10}$ , exit  $\frac{108}{109}$ , pars addenda 3. positionibus, si igitur 3. positiones p.  $\frac{360}{109}$ , ducantur in  $\frac{1}{10}$ , numerus

Tom. I F.

$$\begin{array}{r} 10. \text{ pos.} \\ \frac{10}{10} \quad \frac{100}{100} \\ \hline \frac{10}{10} \quad \frac{100}{100} \\ \hline \frac{108}{109} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3. \text{ pos.} \\ \frac{3}{10} \\ \hline \frac{3}{10} \end{array}$$

qui producet, erit 12. p. quàm 10. res m.  $\frac{108}{109}$ , & talis est proportio  $\frac{108}{109}$  ad  $\frac{108}{109}$ , qualis 10. ad 3. & ideo, quia regula hæc habet infinitos modos, velut si dicamus,  $\frac{1}{2}$  primi &  $\frac{1}{3}$  secundi numeri, differentium per 12. in se ducti addita radice, faciunt 100. tunc quæres eodem modo suam regulam, per regulam de modo, quia hæc regula est ramus illius, quærendo numeros differentes, primo in 12. quorum  $\frac{1}{2}$  vnus ita diuidatur, in  $\frac{1}{2}$  rem & numerum, & reliquus in  $\frac{1}{3}$  rei & numerum, ita vt producta rerum sint æqualia. Ponendo vnum numerum p̄. alium m̄. & innenitur per capitulum nonum, cum quantitate surda, vt in talibus, ponam regulam exemplo adiunctam, dico quodd si quis dicat,

## QVÆSTIO IV.

Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 14. &  $\frac{1}{2}$  vnus in se ductum, cum  $\frac{1}{4}$  alterius in se ducto, & cum  $\frac{1}{2}$  ag-

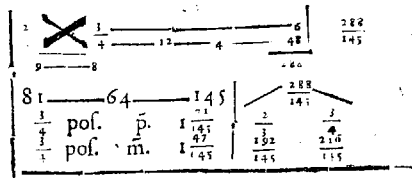
$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \\ \hline \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \end{array} \quad \begin{array}{r} \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} \\ \hline \frac{1}{25} \end{array}$$

gregari talium productorum, fiat 110. dico primo, duc nominatores in nominatores vicissim, videlicet 4. in 1. & 3. in 1. & productorum quæ sunt etiam 4. & 3. iunge quadrata, habebis 25. pro diuisore, deinde duc denominatores inuicem, 3. in 4. fit 12. & quod fit in differentiam quæ fuit 14. fit 168. hoc ducto in productum numeratorum, quod fuit 1. fit etiam 168. pro diuidendo, diuide igitur 168. per 25. exit  $\frac{168}{25}$ ; hoc multiplica in ipsas partes, videlicet  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{3}$ , habebis  $2 \frac{6}{25}$ , addendum, &  $1 \frac{17}{25}$  minuendum, quia semper vt dictum est, minor pars numeri, minuitur à maiore, & maior additur minori, duc igitur  $\frac{1}{3}$  positionis m.  $\frac{17}{25}$  in se, & similiter  $\frac{1}{4}$  positionis p.  $\frac{6}{25}$  in se, & collige producta, habebis  $\frac{23}{125}$  quadrati p.  $\frac{103}{125}$ , absque rebus, quare sequeris operationem, vt in prioribus. Aliud exemplum, in regula parum difficili, inuenias duos nu-

A a 2 meros

# 280 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

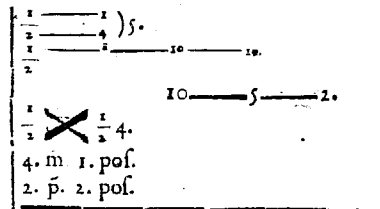
meros diferentes in 4. quorum  $\frac{1}{4}$  minoris in se ducta, &  $\frac{2}{3}$  maioris in se ducta, & aggregato productorum addita radice, fiat 10. duces igitur in crucem, 3. in 3. & 4.



in 2. & fient 9 & 8. quorum quadrata iuncta sunt 145. pro diuifore, fimiliter duces 3. in 4. denominatores, fit 12. duc in 4. differentiam numerorum, fit 48. duc in 6. productum numerorum, fit 288, pro diuidendo, inde diuifo 288. per 145. exit  $\frac{288}{145}$ , duc in  $\frac{1}{4}$  & in  $\frac{2}{3}$ , partes acceptas feorfum, habebis  $\frac{92}{145}$  &  $\frac{216}{145}$ , partes addendas ac minuendas vt prius.

## QVÆSTIO V.

Et fimiliter dicemus de aggregato, veluti fi dicat, fac ex 10. duas partes, quarum vna in se ducta, & alterius dimidio in se ducto, & accepta radice aggregati, totum fit 30. dico operaberis per regulam dictam, in



quæstione prima scilicet, quia est de integris ex vna parte, inuenies igitur numeros 4. & 2. & à maiore minues 1. positionem, & minori addes 2. positiones, & ideo in hoc differt à regulis numerorum differentium, cætera paria sunt, & ideo sequendo operationem, habebis rei æstimationem, R. v.  $2\frac{1}{10}$  m. R.  $\frac{121}{100}$ , quod est dicere 1. ideo numeri sunt 6. & 4.

## CAPVT XXXIV.

### De Regula medij.

**H**Æc sic vocata à me est, quia medium inquiritur, scilicet proportio, & quia ad vnitatis confusionem vitandam, ponimus partem vnam, dimidium vnitatis, & est eius vsus solum ad querendum quantitates, quæ æqualiter multiplicantur, & proportionem seruant, cum autem eam non seruaerint, vsus regulæ non est utilis, verum in duabus quantitatibus solum explicatur, de pluribus autem in capitulo trigesimo-nondicemus. Pa et autem, quod si quis di-

cat, inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 30. quod regula hæc non seruiet, quia proportio 30. ad 10. quæ est tripla, non seruat inter cubos & quadratos, variata quantitate, at regulam ipsam ostendere quemadmodum & alias per exemplabile fuerit.

## QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in quadratorum differentiam faciat 20. & aggregatum illorum in quadratorum aggregatum, faciat 20. Pones igitur vt dictam est vnum illorum, positio-

Numeri	1. pof.	$\frac{2}{4}$
Differentia numerorum	1. pof. m.	$\frac{2}{4}$
Aggrega. numerorum	1. pof. p.	$\frac{2}{4}$
Quadrata	1. quad.	$\frac{2}{4}$
Differentia quadratorum	1. quad. m.	$\frac{2}{4}$
Aggregatum quadrat.	Y. quad. p.	$\frac{2}{4}$
productū different. $\frac{1}{4}$ p. 1. cu. m. $\frac{1}{4}$ quad. m. $\frac{1}{4}$ pof.		
productū quadrat. $\frac{1}{4}$ p. 1. cub. p. $\frac{1}{4}$ quad. p. $\frac{1}{4}$ pof.		
$\frac{1}{4}$ p. 2. cub. m. 1. quad. m. $\frac{1}{4}$ pof.		
$\frac{1}{4}$ p. 2. cub. p. $\frac{1}{4}$ quad. p. $\frac{1}{4}$ pof.		
$\frac{1}{4}$ p. 1. cub. æquatur $\frac{1}{4}$ quad. p. $\frac{1}{4}$ pof.		
1. pof. p. $\frac{1}{4}$   1. pof. p. $\frac{1}{4}$		
1. quad. m. $\frac{1}{4}$ pof. p. $\frac{1}{4}$   1. pof.		

nem, alium  $\frac{1}{2}$  deinde inuenies differentiam, & aggregatum, & quadrata partium, & differentiam quadratorum, & aggregatum, vt in margine, inde ducito differentiam partium in differentiam quadratorum, & habebis  $\frac{1}{2}$  p. 1. cubo m.  $\frac{1}{4}$  quadrato m.  $\frac{1}{4}$  positionis, & hoc debet esse dimidium producti aggregatorum numerorum scilicet ac quadratorum, quia 10. est dimidium 20. igitur erit dimidium  $\frac{1}{4}$  p. 1. cubo p.  $\frac{1}{4}$  quadrato p.  $\frac{1}{4}$  positionis, quare  $\frac{1}{4}$  p. 2. cubis m. 1. quadrato m.  $\frac{1}{4}$  positione, æquatur  $\frac{1}{4}$  p. 1. cubo p.  $\frac{1}{4}$  quadrato p.  $\frac{1}{4}$  positionis, igitur reddendo partes m. ad p. erit vt  $\frac{1}{4}$  p. 1. cubo, æquetur  $\frac{1}{4}$  quadrato p.  $\frac{1}{4}$  positionis, quare diuisis partibus, ad faciliorem operationem, quæ semper poterunt diuidi, habebimus  $\frac{1}{2}$  positionis, æqualem 1. quadrato m.  $\frac{1}{4}$  positione p.  $\frac{1}{4}$ , diuisor, namque componitur ex partibus ab initio sumptis, scilicet 1. positione &  $\frac{1}{2}$ , quare 1. quadratum p.  $\frac{1}{4}$ , æquabitur 2. positionibus, & res erit 1. p. R.  $\frac{1}{4}$ , sunt igitur quantitates in proportionem 1. p. R.  $\frac{1}{4}$ , &  $\frac{1}{4}$ , quare in proportionem 2. p. R. 3. & 1. Iterum igitur queramus duas quantitates in hac proportionem, quarum aggregatum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 20. nam tales necessario habebunt etiam reliquam conditionem, ponemus igitur vnam illarum rem, aliam res 2. p. R.

# Cap. XXXIV. De Regula medij. 281

Numerus 1. res 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3.  
 Quadrata quad. 1. quad. 7.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 48.  
 Aggreg. numero. res 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3.  
 Aggreg. quad. quad. 8.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 48.  
 Productum cubi 36.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 1200.

$\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. & quæremus sua quadrata, quæ iungemus, & erunt quadrata 8.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 48. & ducemus in aggregatum numerorum, scilicet res 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. & fiunt cubi 36.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 1200. diuidemus igitur 20. per  $\bar{r}$ . 1200.  $\bar{p}$ . 36. & exiit  $7\frac{1}{2}$  m.  $\bar{r}$ .  $52\frac{1}{2}$ , cuius  $\bar{r}$ . cubica erit numerus minor quæsitus, maior autem habebitur, ducto minore in 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. quare numeri quæsitæ erunt,

Primus  $\bar{r}$ . v. cubica  $7\frac{1}{2}$  m.  $\bar{r}$ .  $52\frac{1}{2}$ .

Secundus  $\bar{r}$ . v. cubica 195. m.  $\bar{r}$ . 35437  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 33075. m.  $\bar{r}$ . 35490.

## QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in differentiam cuborum, productat 10. & aggregatum in aggregatum cu-

Numeri	1. pos.	1.
Differentia numer.	1. pos. m.	1.
Aggregatum numero.	1. pos. $\bar{p}$ .	1.
Cubi	1. cub.	1.
Differentia cuborum	1. cub. m.	1.
Aggregatum cuborum	1. cub. $\bar{p}$ .	1.

Produc. Aggregatorum.  
 1. quad. quad.  $\bar{p}$ . 1. cub.  $\bar{p}$ . 1. pos.  $\bar{p}$ . 1.  
 Productum differentiarum.  
 1. quad. quad. m. 1. cub. m. 1. pos.  $\bar{p}$ . 1.  
 3. quad. quad. m. 3. cub. m. 3. pos.  $\bar{p}$ . 3.  
 1. quad. quad.  $\bar{p}$ . 1. cub.  $\bar{p}$ . 1. pos.  $\bar{p}$ . 1.  
 2. quad. quad.  $\bar{p}$ . 2. | 4. cub.  $\bar{p}$ . 4. pos.  
 1. quad. quad.  $\bar{p}$ . 1. | 2. cub.  $\bar{p}$ . 2. pos.

borum constituat 30. hac in quæstione, procedes vt in præcedenti, verum pones partes 1. positionem & 1. ad facilitatem maiorem, & sequeris vt in præcedenti, donec veneris ad 1. quad. quadratum.  $\bar{p}$ . 1. æquale 2. cubis  $\bar{p}$ . 2. positionibus, igitur habeo quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, est duplum aggregatum secundæ & quartæ, igitur per capitulum quinque quantitarum in continua proportione constitutarum quæro proportionem, assumendo putata 2. & 4. quorum 4. est dup.us alteri, & faciendi de 4. primam & quintam, & de 2. secundam & quartam, igitur talis proportio erit vt  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , ad vnitatem, pones igitur denovo res sub his numeris, videlicet 1. rem, & res  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , inde ducto ad cubum partes per regulas tertij libri, quod non difficile fiet, inde duces res  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , differentiam scilicet numerorum, in differentiam cuborum, quæ habetur detracto 1. cubo, ex cubo dicti iam compositi ex quatuor nomini-

bus, & productum æquabitur 10. diuides 10. per tale productum & eius quod exit  $\bar{r}$ .  $\bar{r}$ . erit æstimatio primæ quantitatæ, quæ ducta in  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , confurget secunda quantitas seu secundus numerus.

## QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros quorum relati primi iuncti faciant 20. & aggregatum cuborum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 25. pones vt in præcedente,

1. pos.	1.
1. $\bar{p}^m \bar{r}^m$	1.
1. cub. $\bar{p}$ .	1.
1. quad. $\bar{p}$ .	1.
1. $\bar{p}^m \bar{r}^m \bar{p}$ .	1. cu. $\bar{p}$ .
1. quad. $\bar{p}$ .	1.

5. $\bar{r}^1 \bar{p}^1 \bar{p}$ .	5.
4. $\bar{r}^1 \bar{p}^1 \bar{p}$ .	4. cub. $\bar{p}$ .
4. cub. $\bar{p}$ .	4. quad. $\bar{p}$ .
1. $\bar{r}^m \bar{p}^m \bar{p}$ .	
æquatur 4. cub. $\bar{p}$ .	4. quad.

1. pos. $\bar{p}$ .	1.
1. quad. quad. m. 1. cub. $\bar{p}$ .	1. quad. m. 1. pos.
	$\bar{p}$ . 14. quad.
1. quad. quad. $\bar{p}$ .	1. cu. $\bar{p}$ .
	3. quad. $\bar{p}$ .
	1. pos.

partes, 1. positionem & 1. & relati primi earum, sunt 1.  $\bar{p}^m \bar{r}^m$  & 1. & productum aggregati quadratorum in aggregatum cuborum est, 1.  $\bar{p}^m \bar{r}^m \bar{p}$ . 1. cubo  $\bar{p}$ . 1. quadrato  $\bar{p}$ . 1. & hoc se habet ad 1.  $\bar{p}^m \bar{r}^m \bar{p}$ . 1. vt 25. ad 20. & vt 5. ad 4. igitur per regulam quantitarum proportionalium, & ducto 2.  $\bar{p}^0 \bar{r}^0 \bar{p}$ . 1. cubo  $\bar{p}$ . 1. quadrato  $\bar{p}$ . 1. per 4. faciemus quantum ducto 1.  $\bar{p}^0 \bar{r}^0 \bar{p}$ . 1. per 5. igitur 4.  $\bar{p}^1 \bar{r}^1 \bar{p}$ . 4. cubis,  $\bar{p}$ . 4. quadratis  $\bar{p}$ . 4. æquantur 5.  $\bar{p}^{15} \bar{r}^{15} \bar{p}$ . 5. quare tandem habebimus  $\bar{p}^m \bar{r}^m \bar{p}$ . 1. facta detractione, æquale 4. cubis  $\bar{p}$ . 4. quadratis, diuide partes per positionem  $\bar{p}$ . 1. quad. quadrato m. 1. cubo  $\bar{p}$ . 1. quadrato m. 1. positione  $\bar{p}$ . 1. æqualia 4. quadratis, igitur 1. quad. quadratum  $\bar{p}$ . 1. æquatur 1. cubo  $\bar{p}$ . 3. quadratis  $\bar{p}$ . 1. positione, sunt igitur quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, est gratiâ exempli 10. & aggregatum secundæ & quartæ cum triplo tertie etiam, 10. igitur nota erit proportio, per capitulum 5. quantitarum continuè proportionis, & erit

$\bar{r}$ .  $3\frac{6}{7}$  m. 1.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\bar{r}$ .  $1\frac{5}{7}$  m.  $\frac{6}{7}$ , &

2. m.  $\bar{r}$ .  $1\frac{1}{7}$

est proportio illarum quantitarum, in secunda igitur positione, pones 1. rem, & res in numero suprädicto seu proprtione, vel reductam proportionem, vt in præcedente quæstione, facta diuisione per numeratorem, ad relatum ducto, per suam regulam, cui adde 1. relatum primum de 1. & cum aggregato diuide 20. &  $\bar{r}$ . relata prima, prima, prouentus est numerus minor, inde multiplica ipsum in

# 282 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

proportionem, & proueniet maior, & perficere talem operationem est res quasi supra humanum laborem, & nisi essent regulæ tertij libri, vix omnino possibile foret.

$$\begin{array}{l} p^2 \text{ R. } 10 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ p. R. v. } 10 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \\ 2^2 \text{ R. } 10 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ m. R. v. } 10 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \end{array}$$

uam positionem, vel per regulas capituli de operationibus in quarto libro partes quas à latere vides.

## CAPVT XXXV.

### De Regula aggregati.

#### REGVLA I.

**S**ICVT ex præcedente, & regula iterata, proportio ipsa quæritur, sic per hanc habemus aggregatum, Est autem utilis valde, vbi inter partes nulla supponitur proportio. Nam medium ad quærendum plures numeros simul, est vel proportio, vel aggregatum, aut differentia, cum igitur ex præcedente & regula iterata proportio habeatur, cum hac autem & aggregatum & differentia, satis constat, quanto hæc illas antecedit interuallo. Vocauimus & hanc regulam dupli, quod duas contineat partes, seu duos numeros quæritos, ratio verò eius, vt reliquarum, per exempla patet.

#### QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 20. & productum vnus in alterum, cum ipsis numeris, sit 10. dico (quamuis ex sexto libro solui possit) sic per regulam faciemus. Pone aggregatum 1. positionem, seu rem, & quia ex vno in alterum sit 10. minus aggregato, igitur ex vno in alterum fiet 10. m. 10. fac igitur ex positione, duas partes prod centes 10. m. 1. positione, & erunt ex regula capituli de operationibus in sexto libro posita, partes,  $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ pos. } \text{p. R. v. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } 1. \text{ pos. } \text{m. } 10. \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \text{p. R. v. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } 1. \text{ pos. } \text{m. } 10. \\ \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } 1. \text{ pos. } \text{m. } 10. \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \text{m. R. v. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } 1. \text{ pos. } \text{m. } 10. \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \text{m. R. v. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } 1. \text{ pos. } \text{m. } 10. \\ \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } 1. \text{ pos. } \text{m. } 10. \\ 1. \text{ quad. } \text{p. } 2. \text{ pos. } \text{m. } 20. \end{array}$$

positionis  $\text{p. R. v. } \frac{1}{4}$  quadrati  $\text{p. } 1.$  positione  $\text{m. } 10.$  &  $\frac{1}{2}$  positionis,  $\text{m. R. v. } \frac{1}{4}$  quadrati  $\text{p. } 1.$  positione  $\text{m. } 10.$  horum itaque quadrata iuncta debent esse 20. & quia vna pars est Binomium, altera recisum respectu  $\frac{1}{2}$  positionis, sufficet ducere partes in se, non vnam in aliam, vt in libris tertio & quarto & quinto docuimus, ideo ducta  $\frac{1}{2}$  positio in se, fit  $\frac{1}{4}$  quadrati, & ducta  $\text{R. v. } \frac{1}{4}$  quadrati  $\text{p. } 1.$  positione  $\text{m. } 10.$  in se fit  $\frac{1}{4}$  quadrati  $\text{p. } 1.$  positione  $\text{m. } 10.$  & tantundem ex alia parte, vt in figura, quare quadrata Binomij & recisi iuncta, sunt 20. quadratum  $\text{p. } 2.$  positionibus  $\text{m. } 20.$  & hoc æquatur 20. vt dictum est, igitur 1. quad.  $\text{p. } 2.$  positionibus æquatur 40. rei æstimatio erit  $\text{R. } 41.$   $\text{m. } 1.$  fac ex  $\text{R. } 41.$   $\text{m. } 1.$  duas partes, quarum quadrata iuncta sint 20. & erunt per no-

#### QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, qui iuncti faciant tantum, quantum inuicem ducti, & eorum quadrata iuncta sint 20. si igitur aggregatum est 1. positio, productum etiam vnus in alterum est 1. positio, fac ex 1. positione duas partes, producentes 1. positionem, per regulas capituli de operationibus in sexto libro positas, seu per quintam secundi Elementorum, & erunt partes quas à latere posui, harum igitur quadrata iuncta

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ pos. } \text{p. R. v. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{m. } 1. \text{ pos. } \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \text{m. R. v. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{m. } 1. \text{ pos. } \\ \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{p. } \frac{1}{4} \text{ quad. } \text{m. } 2. \text{ pos. } \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{R. } \frac{5}{4} \text{ p. } \frac{1}{2} \text{ R. v. } 4 \frac{1}{2} \text{ m. R. } \frac{5}{4} \\ \text{R. } \frac{5}{4} \text{ p. } \frac{1}{2} \text{ m. R. v. } 4 \frac{1}{2} \text{ m. R. } \frac{5}{4} \end{array}$$

sunt 20. quare cum habeant vt in præcedenti rationem Binomij & recisi, sufficet ducere partes vnus eorū in se, & duplicare. Igitur habebimus pro aggregato quadratorum 1. quadratum  $\text{m. } 2.$  positionibus, æqualia 20. quare res erit  $\text{R. } 21.$   $\text{p. } 1.$  ideo faciemus ex ipsa partes, vt propositum est, & erunt vt vides.

#### QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producat aggregatum, & quadrata ipsorum cum ipsis numeris faciant 20. fac vt in præcedenti, & habebis aggregatum  $\text{R. } 20 \frac{1}{2} \text{ p. } \frac{1}{2}$ , quod est 5. & quia quadrata partium cum ipsis numeris debent æquari 20. igitur quadrata ipsa sola absque numeris erunt 15. fac igitur ex 5. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 15. & habebis numeros quos vides. Memineris autem, quod in prima operatione, quando peruenieris ad 1. quadratum  $\text{m. } 2.$  positionibus pro aggregato quadratorum, vt addas 1. positionem, quod est aggregatum numerorum, & peruenies ad 1. quadratum  $\text{m. } 1.$  positione, æqualia 20.

$$\begin{array}{l} 2 \frac{1}{2} \text{ p. R. } 1 \frac{1}{4} \\ 2 \frac{1}{2} \text{ m. } 1 \frac{1}{4} \end{array}$$

#### QVÆSTIO IV.

Inuenias duos numeros, qui inuicem ducti producant aggregatum, & diuiso 12. per vtrumque, quadrata prouenientium iuncta cum aggregato diuidentium faciant 80. hæc cum præcedentibus est. fratris Lucæ, in quodam scripto quod perierat. Pone aggregatum rem vnam, eam diuide in partes, vt vides, cum quibus diuide 12. vt in figura.

Igitur

# Cap. XXXV. De Regula aggreg. 283

Partes	$\frac{1}{2}$ pos. p. 32. v. $\frac{1}{4}$ quad. m. 1. pos.
	12.
	$\frac{1}{4}$ pos. m. 32. v. $\frac{1}{4}$ quad. m. 1. pos.
	144.
$\frac{1}{4}$ quad. m. 1. pos. p. 32. v. $\frac{1}{4}$ quad. quad. m.	1. cub. $\times$
quadrata partium	$\frac{1}{4}$ quad. m. 1. pos. p. 32. v. $\frac{1}{4}$ quad. qd. m. 1. cub.
	144. quad. m. 288. pos.
Aggregatū quadratorū	1. quad.

Igitur ex partibus ipsis factis quadratis, iunctisque, ut in quinto libro docui te, habebis aggregatum quadratorum, cui adde aggregatum diuidentium, siquidem rem vnam habebis, 144. quad. m. 288. positionibus. p.

1. positione, æqualia 80. multiplica omnia per positionem, sicut 144. positiones m. 288. p. 1. quadrato, æqualia 80. positionibus, quare quadratum & 94. positiones, æquantur 288. res igitur est 32. 1312. m. 32. fac igitur ex 32. 1312. m. 32. duas partes, producentes 32. 1312. m. 32. & illæ erunt numeri quæsitæ.

## QVÆSTIO V.

Inuenias numeros quorum quadrata iuncta sint 20. & productum vnus in alterum, æquale sit quadrato differentiar, hæc quamquam clara sit, quoniam necessarium sit eos numeros esse in proportionem, quæ dicitur habere medium & duo extrema. Possit etiam solui ex regula positionis æqualis, nam plures quæstiones, multis ac diuersis regulis solui possunt. Sic tamen ex hac regula faciemus, posito aggregato te, diuide-

$\frac{1}{2}$ pos. m. 32. v. 10. m. $\frac{1}{4}$ quad.
$\frac{1}{4}$ pos. p. 32. v. 10. m. $\frac{1}{4}$ quad.
Differentia 32. v. 40. m. 1. quad.
Quad differentiar 40. m. 1. quad.
productum $\frac{1}{4}$ quad. m. 10.

mus eam in partes, quarum quadrata iuncta sint 20. & erunt vi vides, igitur quadratum differentiar est 40. m. 1. quadrato, & hoc æquatur producto partium inuicem, quod est  $\frac{1}{4}$  quadratū m. 10. quare  $1\frac{1}{4}$  quad. æquatur 50. igitur res est 32.  $3\frac{1}{4}$ , ex hoc fac duas partes, quarū quadrata iuncta sint 20. & erūt 32.  $8\frac{1}{4}$  p. 32.  $1\frac{1}{4}$ , & 32.  $8\frac{1}{4}$  m. 32.  $\frac{1}{4}$ . Et hac regula deducuntur octo quæstiones, quas ego ob vehementem similitudinem Sorores appellavi, ad capitula melius, quam alia.

Sequuntur octo quæstiones, quæ vocantur Sorores, quarum vltima sola pro aliarum exemplo declaratur.

## QVÆSTIO VI.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & cubi sint 30. pones

aggregatum numerorum positionem, & facies partes ex ea, quarum quadrata iuncta sint 10. inde iunge cubos illarum partium, & habebis cubum p. 60. æqualia 30. rebus.

## QVÆSTIO VII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & differentia cuborum illorum, sit 15. pone aggregatum eorum vt prius, rem, & habebis 1. cub. quadratum, æquale 300. quadratis p. 1100.

## QVÆSTIO VIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & ex ductu cuiuslibet eorum in quadratum alterius, producta iuncta faciant 20. pones eodem modo aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p. 300. quadratis p. 800. positionibus, æqualia 40. quadr. quadratis p. 1600.

## QVÆSTIO IX.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & producta vnus in alterius quadratum mutuo, differant per 4. Pones vt prius aggregatum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p. 500. quadratis æqualia 40. quad. quadratis p. 1936.

## QVÆSTIO X.

Inuenias duos numeros, quorum differentia quadratorum sit 10. & cuborum aggregatum sit 100. Pones aggregatum numerorum, rem, & facies ex ea partes, quarum quadrata differant in 10. & eas duces ad cubum, & habis 1. quad. quadratum p. 300. æqualia 400. positionibus.

## QVÆSTIO XI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & cuborum differentia sit 100. Pones vt prius, aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum p.  $33\frac{1}{3}$ , æqualia  $13\frac{1}{3}$  cubis.

## QVÆSTIO XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & aggregatum productorum vnus in quadratum alterius mutuo, sit 100. Pones vt prius aggregatum illorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum æquale 400. rebus p. 100.

## QVÆSTIO XIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & differentia productorum vnus in alterius quadratorum, sit 100. hanc explicabo diligenter, vt sit forma operandi, atque exemplar in reliquis, non solum septem præcedentibus, sed & aliis multis, quæ formari possunt in hoc genere.

# 284 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

Ponam gaurillorum aggregatum, rem, & per regulam de modo, vel capituli operationum in quarto libro, faciam ex ea duas partes, quarum quadratorum differentia sit 10. & erit, vt diuidas illam differentiam sci-

$\frac{1}{4}$ pos. $\frac{5}{16}$ pos.	$\frac{1}{4}$ pos. $\frac{5}{16}$ pos.
$\frac{1}{4}$ quad. $\frac{5}{16}$ quad.	$\frac{1}{4}$ quad. $\frac{5}{16}$ quad.
$2\frac{1}{4}$ pos. $\frac{5}{16}$ pos.	$1\frac{1}{4}$ pos. $\frac{5}{16}$ pos.
pos. $\frac{5}{16}$ pos.	pos. $\frac{5}{16}$ pos.
Differentia $2\frac{1}{4}$ pos. $\frac{5}{16}$ pos. æqualia 100.	
1. quad. quad. æquale 4. cub. $\frac{5}{16}$ cub. 100.	

licet 10. per duplum diuidendi, quod est 2. positiones, exiens quod est  $\frac{5}{16}$  addes & minus dimidio diuidendi, quod est  $\frac{1}{4}$  positio, habebis partes, & quadrata illarum, quæ suppone permutato ordine suis radicibus, vt in figura patet, duces igitur inferiora in sua superiora, sufficitque in his, quorum volumus differentiam multiplicare, partes dissimiles, id est quæ in vno producant  $\frac{1}{4}$  in alio  $\frac{1}{4}$  sicut in aggregandis sufficit multiplicare partes similes, nam reliquæ per se cadunt, duc igitur  $\frac{1}{4}$  positio. in  $\frac{5}{16}$  pos.  $\frac{5}{16}$  &  $\frac{1}{4}$  quadrati  $\frac{5}{16}$  quia vbi vna producit  $\frac{1}{4}$  alia producit  $\frac{1}{4}$  & detrahe  $\frac{1}{4}$  à  $\frac{5}{16}$  & hoc non est aliud, quam duplicare vnum illorum productorum, habebis differentiam vnus producti ab altero,  $2\frac{1}{4}$  positiones  $\frac{5}{16}$  cub. igitur hoc æquatur 100. diuide omnia per  $2\frac{1}{4}$ , & multiplica per 1. cubum, habebis 1. quad. quadratum æquale 40. cubis  $\frac{5}{16}$ . 100. & ita in aliis, & ceteris super hoc statuere regulam de modo, dicendo, cum duo numeri, quorum quadratorum differentia est constituta ex multiplicatione vicissim in quadrata, debent producere aliquam differentiam inter ipsa producta, tunc erit quad. quadratum æquale quadrato differentia quadratorum, & totidem cubis, quotus est numerus, qui provenit, diuiso numero differentia productorum per quartam partem differentia quadratorum, velut si dicam, inuenias duos numeros quorum quadratorum differentia sit 6. & productorum vnus in quadratum alterius differentia sit 60. dicemus igitur 1. quad. quadratum æquabitur 40. cubis  $\frac{5}{16}$ . & ite de aliis.

## REGULA II.

Est & alius modus regulæ aggregati, longè subtilior præcedente, & facit duas positiones simul & duas conuersiones, & nihil est subtilius his in regulis, & inueni ipsum in quodam fragmento fratris Lucæ, & tandem reduxi ipsum post multos labores, quia vix poterat legi in hac parte, vel percipi imago huius regulæ, & ego explicabo eam faciliter, & nisi esset, quod non est multum generalis hic modus, quantum ad ostendendam æstimationem rei, licet quo ad positionem sit amplissimus, nihil aliud posset excogitari præ antiùs, & exemplum ac regula erit in quæstionibus.

## QVÆSTIO XIV.

Inuenias duos numeros, ex quorum ductu vnus in alterum producat 8. & quadrata iuncta cum ipsis numeris, faciant 40. Pones aggregatum illorum numerorum  $\frac{1}{4}$  quantitatem, & alterum ex illis 1. positionem, reliquus igitur est  $\frac{1}{4}$  quantitat.  $\frac{1}{4}$  m. 1. positione, duc inuicem, sunt  $\frac{1}{4}$  quant. pos. m. 1. quadrato, & hoc æquatur 8. igitur habes quadratum  $\frac{5}{16}$ . 8. æquale quantitati, cuidam rerum. Sequere igitur capitulum, accipe dimidium numeri rerum, id est  $\frac{1}{4}$  quantitatis, vt in capitulo quinto doceris, quando quadratum & numerus æquantur rebus, duc igitur  $\frac{1}{4}$  quantitatis in se, sit  $\frac{1}{16}$  quad. quan. abice 8. numerum æquationis, sit  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. accipe  $\frac{1}{4}$  v. quam adde, ac minue, ad  $\frac{1}{4}$  quantitatis, dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio, seu numeri quæsitus, quorum vnus est,  $\frac{1}{4}$  quantitatis  $\frac{5}{16}$  v.  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. & alter,  $\frac{1}{4}$  quantitatis m.  $\frac{1}{4}$  v.  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. horum igitur quadrata, addito aggregato numerorum, id est  $\frac{1}{4}$  quantitatis,

$\frac{1}{4}$ quan.
1. pos. $\frac{1}{4}$ quan. m. 1. pos.
$\frac{1}{4}$ quan. pos. m. 1. quad.
æqualis 8.
$\frac{1}{4}$ quan.
$\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quad. $\frac{5}{16}$ v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.
$\frac{1}{4}$ quan.
$\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 16. $\frac{1}{4}$ quan. æqualis 40.
1. quad. quan. $\frac{5}{16}$ . 2. quan. æqualis 224. æstimatio rei $\frac{1}{4}$ . 225. m. 1.

æquantur 40. quadrata igitur partium, cadentibus vicissim multiplicationibus  $\frac{1}{16}$  quantitatis in  $\frac{1}{4}$  v.  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. quia sunt æqualia, m. &  $\frac{1}{4}$  erunt  $\frac{1}{4}$  quad. quan. m. 8. &  $\frac{1}{4}$  quad. quan. m. 8. iuncta igitur  $\frac{1}{4}$  quad. quan. m. 16. æqualia cum  $\frac{1}{4}$  quantitatis, aggregato numerorum ad 40. pone igitur pro quantitate rem, erit  $\frac{1}{4}$  quadrati  $\frac{5}{16}$  positionibus, æquatur 56. igitur 1. quadratum  $\frac{5}{16}$ . 2. positionibus, æquatur 224. quare res valet  $\frac{1}{4}$ . 225. m. 1. id est 14. & tantundem valet quantitas, sed nos posuimus dimidium quantitatis aggregatum, igitur aggregatum numerorum est 7. fac ex 7. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat 8. & erunt  $3\frac{1}{2}$   $\frac{5}{16}$ .  $4\frac{1}{4}$ , &  $3\frac{1}{2}$  m.  $\frac{5}{16}$ .  $4\frac{1}{4}$ , numeri quæsitus, quorum quadrata cum numeris ipsis sunt 40.

Et si quis querat, quid proficit hæc regula, cuique possit optulari præter primam? Respondeo, Prima indiget regula speciali sexti libri in operando, hæc autem liberè vsque in finem agi, deducendo, quod quam pulcherrimum vltra id quod vtilissimum est, nullo alieno indigere præsidio. Est & aliud exemplum.



# Cap. XXXV. De Regula aggr. 285

## QVÆSTIO XV.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producatur 6. & quorum cubi iuncti faciant 100. Ponemus  $\frac{1}{2}$  quantitatem p o aggregato, & partem vnam rem, alia erit  $\frac{1}{2}$  quantitas m. res, duc partes inui-

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ 1. \text{ pos.} \mid \frac{1}{2} \text{ quan. m.} \mid 1. \text{ pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. pos. m.} \mid 1. \text{ quad.} \\ \hline \text{æqualis 6.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ quan. p.} \mid \text{res. v.} \mid \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m.} \mid 6. \mid \text{pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. m.} \mid \text{res. v.} \mid \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m.} \mid 6. \mid \text{pos.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ cub. quan. m.} \mid 4 \frac{1}{2} \text{ quan.} \mid \text{cubus.} \\ \frac{1}{2} \text{ cub. quan. m.} \mid 4 \frac{1}{2} \text{ quan.} \mid \text{cubus.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ cub. quan. m.} \mid 9. \text{ quan. æqualia } 100. \\ 1. \text{ cub. æqualis } 72. \text{ res p. } 800. \end{array}$$

cem, habebis  $\frac{1}{2}$  quan. pos. m. 1. quadrato æqualia 6. sequere æquationem tanquam  $\frac{1}{2}$  quantitas esset aliquis numerus, & habebis æstimationem, duas æstimationes pos. scilicet,  $\frac{1}{2}$  quantitatis p. res. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 9. &  $\frac{1}{2}$  quantitatis m. res. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 6. horum cubi debent æquari 100. duc ad cubum, dimitiendo partes, quæ in vno sunt p. in alio m. habebis  $\frac{1}{2}$  cub. quan. m.  $4 \frac{1}{2}$  quantitibus pro singulis partibus, quare in totum  $\frac{1}{2}$  cub. quan. m. 9. quantitibus, æqualia 200. permuta cub. quan. in cubum rei, & quantitatem in rem, & reduces ad 1. cubum, habebis cubum, æqualem 72. rebus p. 800. & rei æstimatio erit æstimatio quantitatis, scilicet res. v. cubica 400. p. res. 146176. huius igitur dimidium, quod est res. v. cubica 50. p. res. 2284. p. res. v. cubica 50. m. res. 2287. est aggregatum quæstorum numerorum, & partes sunt, res. v. cubica quæstæ, sed hoc apparet alia operatione.

## QVÆSTIO XVI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & ex maiore illorum iuncto cum suis quadratis, fiat 40. Pones aggregatum numerorum rem, & vnam partem  $\frac{1}{2}$  quantitatem, reliqua erit

$$\begin{array}{l} 1. \text{ pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan.} \mid 1. \text{ pos. m.} \mid \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ \frac{1}{2} \text{ quad. quan.} \mid 1. \text{ quad. p.} \mid \frac{1}{2} \\ \text{quad. quan. m.} \mid 1. \text{ quan. pos.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ quan. p.} \mid \text{res. v.} \mid \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m.} \mid 10. \mid \text{pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. m.} \mid \text{res. v.} \mid \frac{1}{2} \text{ quad. quan. p.} \mid 10. \mid \text{pos.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ quad. quan.} \mid \frac{1}{2} \text{ qd. quan. m.} \mid 10. \mid \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ 1. \text{ quad. quan. p.} \mid 1. \text{ quan. æquantur } 100. \end{array}$$

res m.  $\frac{1}{2}$  quantitatis, duc in se partes, habebis  $\frac{1}{2}$  quad. quan. & 1. quadratum p.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 1. quan. pos. sume differentiam, quæ erit 1. quan. pos. m. 1. quad. & hoc æquatur 10. igitur rei æstimatio est  $\frac{1}{2}$  quantitas p. res. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10. &  $\frac{1}{2}$  quantitas m. res. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10.

horum quoduis æquatur 1. positioni, & iam positio diuisa fuit in  $\frac{1}{2}$  quantitatem, & positionem m.  $\frac{1}{2}$  quantitate, igitur cum  $\frac{1}{2}$  quantitas sit communis vtroque erit res. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10. æqualis 1. positioni m.  $\frac{1}{2}$  quantitatis, igitur quadrata partium, quæ sunt  $\frac{1}{2}$  quad. quan. &  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10. cum vna partium, scilicet  $\frac{1}{2}$  quantitate, æquantur 40. quare 1. quad. quan. p. 1. quantitate, æquantur 100. res igitur quæ est quantitas, est res 100  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & quia nos posuimus  $\frac{1}{2}$  quantitatis, erit vna pars, res. 25  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , dimidium scilicet res. 100  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & minor erit res. v. 15  $\frac{1}{2}$  m. res. 6  $\frac{1}{2}$ . Et generaliter in hac regula, qui plus valet ingenio, plus valet in operatione, nam modi sunt complures, & de omnibus dicere longum foret. Ista igitur sufficiant, & ad exempla primæ regulæ denovo transeamus, quærentes hoc modo.

## QVÆSTIO XVII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratum secundi, æquale sit ductui primi in aggregatum, & quadrata illorum iuncta sint 10 vides manifeste, quod si ponatur aggregatum illorum res, ipsa erit diuidenda secundum proportionem habentem medium & duo extrema, eruntque partes, res. v.  $\frac{1}{2}$  quadrati m.  $\frac{1}{2}$  positionis: & 1  $\frac{1}{2}$  positiones m. res. v.  $\frac{1}{2}$  quadrati harum igitur quadrata erunt 5. quadrata m. res. 20. quad. quadrato-

$$\begin{array}{l} \text{res. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ p.} \mid \text{res. } 5. \text{ p.} \mid \text{res. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ m.} \mid \text{res. } 5. \\ \text{res. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ p.} \mid \text{res. } 5. \text{ m.} \mid \text{res. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ m.} \mid \text{res. } 5. \end{array}$$

rum, & erunt æqualia 10. igitur ex capitulo argumentando p. & m. 5. quadrata m. 10. æquantur res. 20. quad. quadratorum, quare partes erunt vt vides,

## QVÆSTIO XVIII.

Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum primus & secundus æquantur tertio, & quadrata primi & secundi iuncta sint 10. Pones tertium 1. positionem, fac de 1. positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10. & erunt  $\frac{1}{2}$  positionis p. res. v. 5. m.  $\frac{1}{2}$  quadrati &  $\frac{1}{2}$  positio m. res. v. 5. m.  $\frac{1}{2}$  quadrati, duc 1. positionem in minorem, & producet quadratum maioris, aliter diuides 1. positionem secundum proportionem habentem medium & duo extrema, inde duces partes ad quadratum, & quadrata iuncta erunt 10. partes igitur erunt.

$$\begin{array}{l} \text{p}^2 \mid \text{res. v. } 22 \frac{1}{2} \text{ p.} \mid \text{res. } 405. \text{ m.} \mid \text{res. v. } 12 \frac{1}{2} \text{ p.} \\ \text{res. } 15. \\ 2^2 \mid \text{res. v. } 12 \frac{1}{2} \text{ p.} \mid \text{res. } 125. \text{ m.} \mid \text{res. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ p.} \\ \text{res. } 5. \\ 3^2 \mid \text{res. v. } 10. \text{ p.} \mid \text{res. } 80. \end{array}$$

QVÆSTIO XIX.

Similiter, si quis dicat. inuenias tres numeros in continua proportione, ex quorum ductu primi in secundum fiat 10. & primus cum secundo æquentur tertio, eodem modo procedendo habebis quantitates.

$1^a$	R. v. R. 31 $\frac{1}{4}$ p. 5. m. R. v. R. 31 $\frac{1}{4}$ m. 5.
$2^a$	R. v. R. 31 $\frac{1}{4}$ p. 5. p. R. v. R. 31 $\frac{1}{4}$ m. 5.
$3^a$	R. v. R. 500. p. 20.

CAPVT XXXVI.

*De Regula libera positionis.*

**E**ST regula pro quæstionibus, quæ con-  
sequuntur proprietates numerorum v-  
niuersales, quas homo ignorat, inde quæ-  
rens regulas, laborat inaniter, non enim  
proportionem exigunt, nec tamen in omni-  
bus quantitatis inueniri queunt, tales au-  
tem sunt,

QVÆSTIO I.

Inuenias quinque  
quantitates, quarum  
secundæ quadratum,  
æquale sit aggregato  
earum, cum quadrato  
primæ, sintque hæ  
quantitates in conti-  
nua proportione, po-  
nam igitur in quacun-  
que voluero proportione, ab vna positio-  
ne inchoando, velut in figura vides, eritque  
in dupla (exempli gratiâ) quadratum secun-  
dæ, 4. quadrata, & hoc æquatur 1. qua-  
drato quod est quadratum primæ & 31. re-  
bus, igitur 3. quadrata æquantur 31. re-  
bus, & res erit  $10\frac{1}{3}$ , & reliquæ secundum  
duplam proportionem, vt vides,  $10\frac{1}{3}$ ,  $20\frac{2}{3}$ ,  
 $41\frac{1}{3}$ ,  $82\frac{2}{3}$ ,  $165\frac{1}{3}$ .

1. quad.	1. pos.
4. quad.	2. pos.
	4. pos.
	8. pos.
	16. pos.
3. quad.	æqualia
31. pos.	

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, in proportione  
dupla, quorum quadrata, vel cubi, vel rela-  
ti, sint æqualia ipsis, & sit exemplum de re-  
latis, tanquam magis admirandis. Pone-  
mus igitur in proportione dupla, 1. positio-  
nem & 2. positiones, quorum relata erunt,  
32. relata prima, & 1. relatum primum,  
iunge, sicut 33. relata prima, æqualia 3.  
rebus, igitur per capitulum simplex, res  
erit R. R.  $\frac{1}{11}$ , diuiso 3. per 33. reliqua quan-  
titas igitur erit R. R.  $\frac{1}{11}$ , scilicet duplum  
R. R.  $\frac{1}{11}$ .

QVÆSTIO III.

Inuenias tres quantitates in continua  
proportione, quatum proportio sit tripla,  
&  $\frac{1}{4}$  aggregati, in se ductum, producat  $\frac{1}{4}$   
secundæ quantitat. Ponemus igitur quan-

titates, 1. positionem, 3. pos. 9. pos. harum  
aggregatum est 13. positiones, cuius  $\frac{1}{4}$  est  
 $3\frac{3}{4}$  positiones, & quadratum est  $10\frac{9}{16}$ , &  
hoc est  $\frac{1}{4}$  de 3. positionibus, igitur  $7\frac{3}{16}$   
quadrata, æquantur 3. positionibus, quare  
positio est  $\frac{4\frac{1}{2}}{1181}$ , & quantitas secunda erit  
 $\frac{144}{1181}$  & tertia erit  $\frac{932}{1181}$ .

QVÆSTIO IV.

Inuenias tres numeros in continua pro-  
portione, quorum secundus sit 10. &  $\frac{1}{10}$  ag-  
gregati omnium in se ductum, producat se-  
ptuplum secundi, ponemus primum rem,  
igitur tertius erit  $\frac{100}{21}$ , & quia  $\frac{1}{10}$  aggregati  
in se ductum, producit septuplum secundi,  
igitur producit 70. & R. 70. est  $\frac{1}{10}$  aggre-  
gati, igitur aggregatum est R. 28000. &  
ideo prima & tertia, erunt R. 28000. m.  
10. & hoc æquale est 1. positioni p.  $\frac{100}{21}$ ,  
igitur 1. quadratum p. 100. æquatur posi-  
tionibus R. 28000. m. 10. igitur prima  
quantitas fuit R. 7000. m. 5. m. R. v. 6. 25.  
m. R. 700000. & tertia quantitas erit R.  
7000. m. 5. p. R. v. 6925. m. R. 700000.  
posset etiam breuius fieri, sed absque posi-  
tione.

CAPVT XXXVII.

*De Regula falsum ponendi.*

REGVLA I.

**H**ÆC regula triplex est, aut enim po-  
nit m. aut quærit R. m. aut quærit  
quod non est. Primò igitur quærimus quæ-  
stionum solutiones, quæ per p. vera re mini-  
mè licet, velut si quis dicat, quadratum æ-  
quatur 4. rebus p. 32. & in eadem æstima-  
tione, quadratum æquatur 1. rei p. 20. tunc  
si velles sequi æstimationem veram, in pri-  
ma res esset 8. in secunda autem quæstione  
5. sed si dicas conuertendo, igitur quadra-  
tum p. 4. rebus, æquatur 32. & res erit 4.  
& in hoc etiam verum erit, quòd quadra-  
tum & res, æquantur 20. dic igitur, si 4. p.  
seruit his quæsitis, igitur 4. m. est æstimatio  
1. quadrati: æqualis 4. rebus p. 32. & 1.  
quadratum æquale 1. rei p. 20. ideo con-  
uertes capitula, vt in primo capitulo dixi-  
mus, & si casus est impossibilis, in vtroque  
quæstio falsa est, per p. & per m. & si vera  
est, per p. in vno, erit vera per m. in alio,  
& eiusmodi generis est quæstio hæc.

QVÆSTIO I.

Dos vxoris Francisci, est aurei 100. plus-  
quam Francisci peculium, & dos vxoris eius  
in se ducta, est aurei 400. plus peculio  
Francisci in se ducto, quæritur dos, & pecu-  
lium. Ponemus Franciscum habere rem  
vnam m. igitur dos vxoris est aurei 100. m.  
1. re, due partes in se, sicut 1: quadratum  
& 10000. p. 1. quadrato m 200. si positioni-  
bus, horum differentia est 400. aurei, igi-  
tur 1. quadratum p. 400. p. 200. positioni-  
bus

# Cap. XXXVII. De Regula fals. 287

m. 1. pos.	100. m. 1. pos.
1. quad.	10000. p. 1. quad.
	m. 200. pos.
differentia	10000. m. 200.
pos. æqualis	400.

bus æquantur 10000. p. 1. quadrato, abice communia, habebis 9600. æqualia 200. positionibus. Igitur res est 48. & tanium habuit m. id est debiti, & dos erit residuum ad 100. scilicet 52. igitur Franciscus habuit 48. aureos debiti, sine vlllo capitali vel peculio: & dos eius vxoris fuit 52. aureorum, & secus operando peruenires ad quæstiones difficilimas, ac inextricabiles. Talis modi etiam hæc est.

## QVÆSTIO II.

Ego habeo aureos 12. plus Francisco, & cubus meorum est, 1161. aurei plus cubo Francisci, ponatur 1. res m. Francisco, ego habeo 12. aureos m. 1. positione duc ad cubum partes, sient 1. cubus m. & 1728. p. 36. quadratis m. 432. rebus m. 1. cubo, & horam differentia, est 1161. igitur 1. cubus m. p. 422. rebus p. 1161. æquabitur 1728. p. 36. quadratis m. 1. cubo, abice m. 1. cubum & 1161. ex vtraque parte, sient 432. res æquales 36. quadratis p. 567. quare 2. quadratum p. 15  $\frac{1}{4}$ , æqualia 12. rebus, igitur res est 1  $\frac{1}{4}$ , & hoc habuit m. Franciscus, & ego 10  $\frac{1}{4}$  p. & tot sunt aurei quæsti.

## QVÆSTIO III.

Et eodem modo, si dicam etiam sic, aurei mei sunt 12. p. quam illi Francisci. Et quadratum meorum est 128. p. cubo aureorum Francisci, dabimus rem vnam m. Francisco, ego verò habeo 12. aureos m. 1. re, & quadratum meorum erit 144. p. 1. quadrata m. 24. rebus, & hoc æquale est m. 1. cubo p. 128. igitur 16. p. 1. quadrata p. 1. cubo, æquatur 24. rebus, Et res erit 4. m. & tantum habet Franciscus debiti, ego verò aureos 8. peculij.

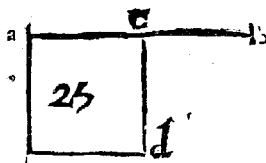
## REGULA II.

Secundum genus positionis falsæ, est per radicem m. Et dabo exemplum, si quis dicat, diuide 10. in duas partes, ex quarum vnus in reliquam ductu, producat 30. aut 40. manifestum est quad casus seu quæstio est impossibilis, sic tamen operabimur, diuidemus 10. per æqualia, & fiet eius medietas 5. duc in se fit 25. auferes ex 25. ipsum producendum, utpote 40. vt docuit, in capitulo operationum, in quarto libro, fiet residuum m. 15. cuius æ. addita & detracta à 5. ostendit partes, quæ inuicem ductæ producunt 40. erunt igitur hæ, 5. p. æ. m. 15. & 5. m. æ. m. 15.

## DEMONSTRATIO.

Vt igitur regulæ verus pateat intel-

ctus, sit a b iinea, quæ dicatur 10. diuidenda in duas partes, quarum rectangulum debeat esse 40. est autem 40. quadruplum ad



10. quare nos volumus quadruplum totius a b, igitur fiat a d, quadratum a c, dimidij a b, & ex a d auferatur quadruplum a b, absque numero, æ. igitur residui, si aliquid maneret, addita & detracta ex a c, ostenderet partes, at quia tale residuum est minus, ideo imaginaberis æ. m. 15. id est differentie a d, & quadrupli a b, quam adde & minue ex a c, & habebis quæsitum, scilicet 5. p. æ. v. 25. m. 40. & 5. m. æ. v. 25. m. 40. seu 5. p. æ. m. 15. & 5. m. æ. m. 15. duc 5. p. æ. m. 15. in 5. m. æ. m. 15. dimissis in cruciationibus, fit 25. m. m. 15. quod est p. 15. igitur hoc productum est 40. natura tamen a d, non est eadem cum natura 40. nec a b, quia superficies est

5. p. æ. m. 15.
5. m. æ. m. 15.
25. m. m. 15. quad. est 40.

remota à natura numeri, & lineæ, proximus tamen huic quantitati, quæ verè est sophistica, quoniam per eam, non vt in puro m. nec in aliis operationes exercere licet, nec venari quid sit. Modus est, vt addas quadratū medietatis numeri numero producendo, & à æ. aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exemplum, in hoc casu, diuide 10. in duas partes, producentes 40. adde 25. quadratum dimidij 10. ad 40. fit 65. ab huius æ. minue 5. & adde etiam 5. habebis partes secundum similitudinem, æ. 65. p. 5. & æ. 65. m. 5. At hi numeri differunt in 10. non iuncti faciunt 10. sed æ. 260. & hucusque progreditur Arithmetica subtilitas, cuius hoc extremum vt dixi, aded est subtile, vt sit inutile.

## QVÆSTIO IV.

Fac de 8. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 50. hæc soluitur per primam, non per secundam regulam, est enim de puro m. ideo duc 3. dimidium 6. in se fit 9. minue ex dimidio 50. quod est 25. fit residuum 16. cuius æ. 4. adde & minue à 3. dimidio 6. fiunt partes 7. & 1. m. harum quadrata iuncta sunt 50. & aggregatum est 6.

## QVÆSTIO V.

Per idem soluitur quæstio hæc, fac ex 6. duas partes, quarum vna in reliquam ducta, producat m. 40. duc 3. dimidium 6. in se, fit 9. adde ad 40. fit 49. huius æ. q. æ. est 7. ad-

# 288 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

7. adde ad 3. dimidium 6. & minue habebis 10. p. & 4. m. quæ ducta inuicem producant 40. m. & iuncta, faciunt 6. ita 10. m. & 4. p. producant 40. m. & iuncta, faciunt 6. m. ideo etiam hæc quæstio, est de puro m. & pertinet ad primam regulam.

Ex hoc patet. quod si quis dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producat 40. quæstio est de m. sophistico, & pertinet ad secundam regulam. Et si dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producat 40. m. vel ex 6. m. fiant duæ partes producentes m. 40. utroque modo erit quæstio de m. puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictæ sunt, & si dicat, quod ex 6. m. fiant duæ partes, quarum productum sit 40. p. quæstio erit de m. sophistico, & pertinebit ad secundam regulam, & erunt partes m. 3. p. R. m. 15. & m. 3. m. R. m. 15.

## REGULA III.

*Coroll.* Possimus verò venari genus m. aliud, quod neque est purum m. neque R. m. sed res omnino falsa, & componitur hæc regula quasi ex ambobus, & dabo huius vnum exemplum, quod est hoc.

## QUESTIO VI.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum R. primi detracta à primo, facit secundum, & R. secundi, detracta à secundo, faciet tertium. Ponemus igitur primum, 1. quadratum, & secundus erit 1. quad. m. 1. positione, & tertius erit 1. quad. m. 1. positione m. R. 1. quadrati m. 1. positione, duc primum in tertium, & secundum in se, habebis quantitates ipsas,

$$\frac{1}{4} \mid m. \frac{1}{4} \mid m. \frac{1}{4} m. R. m. \frac{1}{4}$$

operando vt vides, & productum primi in tertium, est m.  $\frac{1}{16}$  p. R.  $\frac{1}{8}$ , quod est  $\frac{1}{8}$  m.  $\frac{1}{16}$ , & tantum fit ducto secundo numero in se.

## CAPVT XXXVIII.

*Quomodo excidant partes & denominationes multiplicando.*

### REGULA I.

**E**T si hoc & generale sit, & abudè in libro tertio & quarto demonstratū, nihilominus denuo ad facilitatem & vtilitatē repetendū erit, sit autem hoc duobus modis, totidūque regulis indigemus, quarum prima particularis est, & inuenta causa capitulorum illorum, quæ postmodum Geometrica ratione, in quatuor denominationibus superius à nobis sunt demonstrata, nunc inuentis illis, eius vtilitas magna ex parte extincta est, docebimus tamen eam ob artis locuple-

tationem, & ingenij eius admirationem cum etiam ad alia vtilis sit, ad quæ transferri commodè potest, quanquam nullo vsui generali possit conuenire. Igitur eius regula hæc est. Vel vis numeros differentes, quorum quadratum vnus, cum cubo alterius faciant iuncti, numerum: tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati vnus, sit æquale duplo alterius, per positionem, inde inuentis partibus, pones rem, p. parte, cuius sumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m. parte, cuius sumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

## QUESTIO I.

Exemplum, Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 8. & cubus vnus, cum alterius quadrato iunctus, faciat 100. fac primò per positionem duas partes, quarum triplum quadrati vnus, sit æquale duplo alterius, quas inuenies esse 2. & 6. nam triplum 4. quadrati 2. est 12. quod est duplum 6. residui, igitur pones partem cubandam positionem p. 2. & quadrandam positionem m. 6. iunge cubum 1. positionis, p. 2. cum quadrato 1. positionis m. 6. habes 1. cub. p. 7. quadratis p. 44. æqualia 100. igitur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 56. & rei æstimatio erit R. v. cubica 157

pos. p. 2.	
of. m. 6.	
cu. p. 12. pos. p. 6. quad. p. 8.	
m. 12. pos. p. 1. quad. p. 36.	
<hr/>	
cub. p. 7. quad. p. 44.	
æqualis 100.	

p. R.  $72\frac{16}{17}$  p. R. v. cubica 157 m. R.  $72\frac{16}{17}$  m.  $2\frac{1}{3}$ , & quia partes fuerunt, res p. 2. & res m. 6. ideo huic adde 2. & minue 6. habebis partes, vt vides à latere. Est autem manifestum, quod vna illarum est m. purum, & si voluisses vt essent ambæ p. oportuisset ponere, quod cubus & quadratum talium numerorum æquarentur numero maiori, vt putà 1000. loco 100.

R. v. cub. 157 p. R. $72\frac{16}{17}$ p. R. v. cub. 157 m. R. $72\frac{16}{17}$ m. $\frac{1}{3}$ .
R. v. cub. 157 p. R. $72\frac{16}{17}$ p. R. v. cub. 157 m. R. $72\frac{16}{17}$ m. $8\frac{1}{3}$ .

Et eodem modo facies, si volueris, quod numerorum differentiam in aliquo numero, cubus & quadratum differat in assignato numero, eadem regulà inuenies partes differentiarum, quibus inuentis, pones e contra, scilicet positionem m. numero, cuius sumitur triplum quadrati, & positionem p. numero, cuius sumitur duplum, inde sequeris operationem, vt in exemplo.

## QUESTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia

# Cap. XXXVIII. De excid. par. &c. 289

tia sit 8. & differentia cubi vnus, à quadrato alterius, sit 100. facies ex 8. duas partes, vt dictum est, & erunt 2. & 6. pones igitur

pos. m. 2.	
pos. p. 6.	
cub. p. 12. pos. m. 8. quad. m. 8.	
p. 12. pos. p. 1. quad. p. 36.	
<hr/>	
cub. m. 7. quad. m. 44.	
æqualis 100.	

rem m. 2. & rem p. 6. cuba rem m. 2. & quadra rem p. 6. & sume differentiam, habebis cubum m. 7. quadratis m. 44. æqualem 100. quare cubus æquabitur 7. quadratis p. 144. & rei æstimatio erit æ. v. cubica  $84\frac{19}{27}$  p. æ.  $7013\frac{1}{3}$  p. æ. v. cubica  $84\frac{19}{27}$  m. æ.  $7013\frac{1}{3}$  p. 2.  $\frac{1}{3}$ , & quia nos posuimus partes, rem m. 2. & rem p. 6. erunt numeri quæsi, vt vides.

Et similiter, si dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum vnus, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, vt supra, quarum vni, scilicet cuius sumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius sumitur duplum ipsius, detrahas rem, inde perficies operationem, vt in exemplo.

æ. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p. æ. $7013\frac{1}{3}$ p. æ. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m. æ. $7013\frac{1}{3}$ p. $\frac{1}{3}$ .
æ. v. cu. $84\frac{19}{27}$ p. æ. $7013\frac{1}{3}$ p. æ. v. cu. $84\frac{19}{27}$ m. æ. $7013\frac{1}{3}$ p. $\frac{1}{3}$ .

## QVÆSTIO III.

Fac ex 8. duas partes, quarum cubus vnus, cum quadrato alterius, faciat 400. facies ex 8. duas partes, vt prius, quæ erunt 6. & 2. & pones 2. p. re, & 6. m. re, duces 2. p. 1. positione ad cubum, & 6. m. 1. positione ad quadratum, habebis iungendo 1. cub. p. 7. quadratis p. 44. æqualia 400. igitur

2. p. 1. pos.	
6. m. 1. pos.	
8. p. 6. quad. p. 12. pos. p. 1. cub.	
36. p. 1. quad. m. 12. pos.	
<hr/>	
44. p. 7. quad. p. 1. cub.	
æqualia 400.	
<hr/>	
1. cub. p. 7. quad. æqual. 356.	

tur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 356. quare rei æstimatio, est æ. v. cubica  $165\frac{2}{27}$  p. æ.  $27161\frac{11}{27}$  p. æ. v. cubica  $165\frac{2}{27}$  m. æ.  $27161\frac{11}{27}$  m. 2.  $\frac{1}{3}$ , quare cum partes sint 2. p. 1. positione, & 6. m. 1. positione, ipsæ erunt quales vides,  $8\frac{1}{3}$  m. æ. v. cubica  $165\frac{2}{27}$  p. æ.  $27161\frac{11}{27}$  m. æ. v. cubica  $165\frac{2}{27}$  m. æ.  $27161\frac{11}{27}$  æ. v. cubica  $165\frac{2}{27}$  p. æ.  $27161\frac{11}{27}$  p. æ. v. cubica  $165\frac{2}{27}$  m. æ.  $27161\frac{11}{27}$  m.  $\frac{1}{3}$ .

Et si dicat de diuisione numeri assignati, in duas partes, quarum differentia cubi vnus à quadrato alterius, sit numero dato æqualis, tunc semper pones,  $\frac{1}{3}$  p. 1. positione, pro parte quæ cubari debet, & residuum numeri diuidendi, detracto  $\frac{1}{3}$  m. 1. positione, pro numero in se dudendo, inde fa-

cta detractio, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita vtraque pars confestim.

## QVÆSTIO IV.

Exemplum, Diuide 8, in duas partes, quarum cubus vnus, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaque partem primam  $\frac{1}{3}$ , & secundam  $7\frac{2}{3}$ , & addemus ad  $\frac{1}{3}$ , rem, & fiet  $\frac{4}{3}$  p. 1. positione, & minuemus rem ex  $7\frac{2}{3}$ , & fiet  $7\frac{2}{3}$  m. re, inde sequemur operationem, & habebimus pro cubo,  $\frac{1}{3}$  p. 1. positione, hoc,

$\frac{1}{3}$ p. 1. pos.	
$7\frac{2}{3}$ m. 1. pos.	
$\frac{4}{3}$ p. $\frac{1}{3}$ pos. p. 1. quad. p. 1. cu.	
$58\frac{2}{3}$ m. $15\frac{1}{3}$ pos. p. 1. quad.	
<hr/>	
$69\frac{10}{27}$   $15\frac{1}{3}$ pos. p. 1. cub.	

hoc, in cubo p. 1. quadrato p.  $\frac{1}{3}$  positionis p.  $\frac{1}{3}$ , & pro quadrato, 1. quad. m.  $15\frac{1}{3}$  positionibus p.  $58\frac{2}{3}$ , horum differentia erit 1. cubus p.  $15\frac{1}{3}$  positionibus m.  $58\frac{2}{3}$  & hoc æquatur 10. igitur cubus &  $15\frac{1}{3}$  positiones, æquantur  $68\frac{10}{27}$ , & rei æstimatio cognita est, cui addemus  $\frac{1}{3}$  pro prima parte, & minuemus eam à  $7\frac{2}{3}$ , pro secunda parte, & si voluiffemus, quod quadratum superasset cubum, detraxiffemus 10. numerum æquationis, ex  $58\frac{2}{3}$ , & haberemus 1. cubum p.  $15\frac{1}{3}$  positionibus, æqualem  $48\frac{2}{27}$ , & modi huius primæ regulæ sunt innumerabiles, & sunt quasi pars regulæ de modo.

## REGVLA II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in vñe est, & facilior, talis est, & etiam exemplis vt reliquæ facilius explicabitur.

## QVÆSTIO V.

Fac igitur ex 8. duas partes, quarum assumptis quadratis simul, item cubis simul, ductoque vno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, possem dicere, quod faceret etiam numerum terminatum, vt 10000. vel alium, datur etiam maximus quem potest producere, & est 32768. & producitur ex cubo totius, in quadratum tertius, datur etiam minimus quo minorem producere non potest, & est 4096. Videndum est igitur primo, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & est 8128. qui si non eaderet, esset quæstio impossibilis, pone igitur vnâ partem 4. m. 1. positione, aliam 4. p. 1. positione, & fient quadrata, 16. p. 8. positionibus p. 1. quadrato, & 16. m. 8. positionibus p. 1. quadrato, quæ iuncta erunt 32. p. 2. quadratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64. p. 12. quadratis p. 48. positionibus p. 1. cubo, & 64. p. 12. quadratis m. 48. positionibus m. 1. cubo, qui iuncti, sunt 128. p. 24. quadratis, quare ducemus 32. p. 2. quadratis, in 128. p. 24. quadratis, & fient 4096. p. 1024. quadratis p. 48. qd. quadratis, & hæc sunt æqualia 8128. igitur habebimus, facta

# 290 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

detractione & diuisione 1 quad. quadratum  $\bar{p}$ .  $21\frac{1}{4}$  quadratis, æqualia 84. quare res est  $\bar{p}$ . v.  $\bar{p}$ .  $197\frac{7}{8}$  m.  $10\frac{1}{2}$ , partes igitur sunt 4.  $\bar{p}$ . dicta radice & 4. m. dicta radice.

## QVÆSTIO VI.

Fac de 10. duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciant 26. pone quoddam tales  $\bar{p}$ . sint 1. positio, fac ex 1. positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10, eod quoddam radices talium partium debent aggregare 1. positionem, ex regulis igitur sexti libri, vel ex Euclide, habebis partes, vt vides, id est,  $\frac{1}{2}$  positionem  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . v. 5. m.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ pos. } \bar{p}. \bar{p}. \text{ v. } 5. \text{ m. } \frac{1}{4} \text{ quad.} \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \bar{m}. \bar{p}. \text{ v. } 5. \text{ m. } \frac{1}{4} \text{ quad.} \end{array} \right.$$

$\frac{1}{4}$  quadrati &  $\frac{1}{2}$  positionis m.  $\bar{p}$ . v. 5. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, istæ reducendæ sunt ad cubum, & quia in cubandæ Binomium, oportet ducere quamlibet partium in se, & triplare, & addere quadrato alterius partis, & productum ducere in illam alteram partem, ideo, cum talia producta assimilentur, & sint æqualia, & vnum sit  $\bar{p}$ . aliud m. quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato secundæ in secundam, ideo sufficit ducere triplum quadrati secundæ partis, quod est 15. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati cum quadrato primæ partis, quod est  $\frac{1}{4}$  quadrati, & fiet totum 15. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, in primam partem quæ est  $\frac{1}{2}$  positio, sed quia hæc operatio geminanda est, propter duas partes habebimus multiplicationem 15. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, in 1. positionem, quæ est duplum  $\frac{1}{2}$  positionis primæ partis, igitur tandem producentur 15. positiones m.  $\frac{1}{2}$  cubi, æqualis 26. quare 1. cubus  $\bar{p}$ . 52. æquabitur 30. positionibus, & rei æstimatio erit ex capitulo suo,  $\bar{p}$ . 27. m. 1. inde habebis partes, vt vides & in verificatione operationis, mul-

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{p}. 6\frac{3}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ p. } \bar{p}. \text{ v. } \bar{p}. 6\frac{3}{4} \text{ m. } 2. \\ \bar{p}. 6\frac{3}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ m. } \bar{p}. \text{ v. } \bar{p}. 6\frac{3}{4} \text{ m. } 2. \end{array} \right.$$

tò magis hac regulâ indiges ad facilitatem, verum de hoc diximus in tertio libro suo loco.

## QVÆSTIO VII.

Et ad hanc reducitur quæstio illa. Quidam emit Croci lib. 1. Cinamomi lib. 2. Piperis lib. 5. precii inter se eandem seruauitibus proportionem sic, vt se habuit pretium totius piperis, ad precium cinamomi, sic precium cinamomi ad precium croci, ita quoddam precium croci fuit minimū, & piperis maximū, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta simul, fuerunt 6. aurei. Denuo sub eisdem preciiis emit croci lib. 30. cinamomi lib. 50. piperis lib. 40. aureis 100, quaruntur singulorum precia. Hæc quæstio, a fratre Luca posita est, sed in numeris proportionalibus, nam sic existimat eam admodum difficilem, sed non est, nam cum precia hæc, 5. librarum piperis, & 2. cinamomi,

& 1. croci sint proportionalia, ipsa manebunt etiam proportionalia, in suis aggregatis, diuidemus igitur 30. lib. croci per 1.

Crocus, Cinamomum, Piperis, Aurei.			
30.	50.	40.	100.
1.	2.	5.	6.
<hr/>			
30.	25.	8.	100.

& est secunda quantitas per primam, & ita 50. cinamomi per 2. & 40. piperis per 5. & exhibunt numeri in margine, id est 30. pro croco, 25. pro cinamomo, & 8. pro piperis, manifestum est igitur quoddam hi sunt numeri trium quantitarum analogarum, quæ sunt precia 1. lib. croci, 2. cinamomi, & 5. piperis & quod prima quantitas seu precium, sumptum 30. vicibus, & secundum 25. vicibus, & tertium 8. vicibus, faciunt 100. aureos, at verò istæ quantitates, vt dictum est, sunt 6. aurei, simpliciter sumptæ, fac igitur ex 6. tres quantitates, proportionales, quarum prima ducta per 30. secunda per 25. tertia per 8. faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2. positiones, relinquentur reliquæ, 3. m. 1. positione  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . v. 9. m. 3. quadratis m. 6. positionibus, & 3. m. 1. positione m.  $\bar{p}$ . v. 9. m. 3. quadratis m. 6. positionibus, ducendæ igitur

3. m. 1. pos. $\bar{p}$ . $\bar{p}$ . v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.	8.
<hr/>	
3. m. 1. pos. m. $\bar{p}$ . v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.	30.
<hr/>	
2. pos. ——— 25. ——— 50. pos.	
<hr/>	
p. 3. m. 1. pos.   m. $\bar{p}$ . v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.	
38.	22.
<hr/>	
114. m. 38. pos.   m. $\bar{p}$ . v. 4356. m. $\bar{p}$ . 1452.	
	quad. m. 2904. pos.
	114. m. 38. pos.
	50. pos.
m. $\bar{p}$ . v. 4356. m. 1452. quad. m. 2904.	
pos. æqualia 100.	

tur sunt singulæ per suos numeros, quia igitur primæ partes Bonomiorum sunt æquales, & ambæ p. tantum erit ducere eas per 30. & per 8. quantum per 38. & similiter, quia radicum vniuersalium vna est m. ducenda per 30. alia p. ducenda per 8. tantum erit, cum sint æquales, quantum, si ducantur per 22. differentiam 30. & 8. & producentur partes, quas vides à latere, & ipsæ erunt æquales 100. iunge & detrahe similia, habebis 14. p. 12. positionibus, æqualia  $\bar{p}$ . v. illi, quæ est m. & ideo quadratum quadrato, id est 196. p. 336. positionibus p. 144. quadratis, æqualia 4356. m. 1452. quadratis m. 2904. positionibus, æqua partes, habebis 4160. æqualia 1596. quadratis p. 3240. positionibus, quare 1. quadrat. p.  $2\frac{1}{3}$ , æquatur  $2\frac{2}{3}$ , est igitur rei æstimatio  $\bar{p}$ .  $3\frac{1452002}{7057911}$  m.  $1\frac{1}{33}$ , precium igitur vnus libræ croci, est aurei  $4\frac{1}{33}$  m.  $\bar{p}$ .  $3\frac{4424601}{7057911}$ , & precium duarum librarum cina-

# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 291

cinamomi, est  $\text{R. } 14 \frac{21}{7057911} \text{ m. } 2 \frac{4}{11}$ ; & precium quinque librarum piperis, est  $\text{R. } 37 \frac{445701}{7911} \text{ p. } 1 \frac{11}{11}$ , si igitur diuiseris hæc precia analogæ, per suarum librarum numerum, referendo singula singulis, primum per 1. secundum per 2. tertium per 5. habebis precia librarum singularum, vnius cuiusque generis, & si duxeris ea per duos numeros, in secunda emptione, precium croci per 30. cinamomi per 50. piperis per 40. habebis quantum pecuniarum singulis impenderit.

## QVÆSTIO VIII.

Eodem modo soluitur quæstio hæc, fac ex 14. tres partes in eadem proportione, quarum maior ducta per 2. media per 3. minor per 4. producta hæc iuncta, faciant 36. peruenies enim per modum superioris, ad 1. quadratum  $\text{p. } 9 \frac{1}{7}$  positionibus, æqualia  $53 \frac{2}{7}$ , quare res est  $\text{R. } 75 \frac{1}{7} \text{ m. } 4 \frac{1}{7}$ , & est 4. media quantitas, posita media quantitate 1. positione, non vt in priore, 2. positionibus.

## QVÆSTIO IX.

Diuide 14. in tres partes in continua proportione, vt ducta prima per 2. secunda per 3. talia producta æquantur tertiæ multiplicatæ per 7. Pones secundam, esse 2. positiones, reliquæ erunt vt vides, ducta se-

$$\begin{array}{l} 2^a \quad 2. \text{ pos.} \\ \text{p}^a 7. \text{ m. } 1. \text{ pos. } \text{p. } \text{R. } v. 49. \text{ m. } 14. \text{ pos. } \text{m. } 3. \text{ qd.} \\ 3^a 7. \text{ m. } 1. \text{ pos. } \text{m. } \text{R. } v. 49. \text{ m. } 14. \text{ pos. } \text{m. } 3. \text{ qd.} \end{array}$$

cunda per 3. fiunt 6. positiones, modo prima habet multiplicari per 2. & tertia per 7. & habent detrahi, igitur cum ambæ partes sint similes, & prima in ambabus sit  $\text{p.}$  & secunda in prima sit  $\text{p.}$  & secunda in tertia  $\text{m.}$  ideo primam partem sufficit multiplicare per differentiam 7. & 2. quæ est 5. & producentur pro tertia parte, 35.  $\text{m. } 5.$  positionibus, quibus demptis 6. positionibus producto secundæ partis, habebimus 35.  $\text{m. } 11.$  positionibus, pro differentia tertij & secundi producti, primum autem producet, ducto 9. aggregato primi & tertij, in radicem vniuersalem, & fit  $\text{R. } v. 3969. \text{ m. } 1134.$  positionibus  $\text{m. } 243.$  quadratis, hæc igitur æquatur 35.  $\text{m. } 11.$  positionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225.  $\text{m. } 770.$  positionibus  $\text{p. } 121.$  quadratis, æquantur 3969.  $\text{m. } 1134.$  positionibus  $\text{m. } 243.$  quadratis, æqua partes, habebis 2744. æqualia 364. positionibus  $\text{p. } 364.$  quadratis, quare 1. quad.  $\text{p.}$  vnâ positione æquantur  $7 \frac{1}{11}$ , quare rei æ&imatio est cognita & eius duplum est pars secunda, scilicet  $\text{R. } 31 \frac{1}{7} \text{ m. } 1.$

## QVÆSTIO X.

Fac de 8. tres partes, quæ sint in continua proportione, vt aggregatum quadratorum primæ & secundæ, triplum sit quadrato secundæ, pones quantitatem mediam 2. positiones, eius quadratum est 4. quadrata,

Tom. IV.

cuius triplum est aggregatum quadratorum primæ & tertiæ, est autem prima 4. m. 1. positione p.  $\text{R. } v. 16. \text{ m. } 8.$  positionibus  $\text{m. } 3.$  quadratis, & tertia est 4. m. 1. positione m.  $\text{R. } v. 16. \text{ m. } 8.$  positionibus  $\text{m. } 3.$  quadratis, deducendo igitur hæc ad quadrata, vides

$$4. \text{ m. } 1. \text{ pos. } | \text{p. } \text{R. } v. 16. \text{ m. } 8. \text{ pos. } \text{m. } 3. \text{ quad.}$$

×

$$4. \text{ m. } 1. \text{ pos. } | \text{p. } \text{R. } v. 16. \text{ m. } 8. \text{ pos. } \text{m. } 3. \text{ quad.}$$

$$4. \text{ m. } 1. \text{ pos. } | \text{m. } \text{R. } v. 16. \text{ m. } 8. \text{ pos. } \text{m. } 3. \text{ quad.}$$

×

$$4. \text{ m. } 1. \text{ pos. } | \text{m. } \text{R. } v. 16. \text{ m. } 8. \text{ pos. } \text{m. } 3. \text{ quad.}$$

$$\begin{array}{l} 32. \text{ m. } 16. \text{ pos. } \text{p. } 2. \text{ quad.} \\ \text{p. } 32. \text{ m. } 16. \text{ pos.} \\ \text{m. } 6. \text{ quad.} \end{array}$$

quod oportet oportet multiplicare  $\text{R. } v.$  in se semel, & partem primam in se semel, & omnia sunt p. quare sufficet talia producta duplicare, deinde oportet ducere  $\text{R. } v.$  in primam partē bis, quare cum in vna producat p. in alia m. suppositis partibus æqualibus nihil produceret, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64. m. 32. positionibus  $\text{m. } 4.$  quadratis, & hoc est æquale 12. quadratis, triplo quadrati secundæ, igitur 1. quadratum p. 2. positionibus æquatur 4. & res est  $\text{R. } 5. \text{ m. } 1.$  & duplum eius, est quantitas media scilicet  $\text{R. } 20. \text{ m. } 2.$  & reli-

$$\begin{array}{l} \text{p}^a 5. \text{ m. } \text{R. } 5. \text{ p. } \text{R. } v. 6. \text{ m. } \text{R. } 20. \\ 3^a 5. \text{ m. } \text{R. } 5. \text{ m. } \text{R. } v. 6. \text{ m. } \text{R. } 20. \end{array}$$

quæ vt vides, quadratum secundæ est 24. m.  $\text{R. } 320.$  quadrata autem primæ & tertiæ, 72 m.  $\text{R. } 2580.$  probata est. Sed si diceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tripla essent quadratis secundæ & tertiæ, tunc difficulter per hanc regulam soluitur, verum facilius longè, per primam regulam 39<sup>a</sup> capituli, ponendo quantitates 1. 1. positio, & 1. quadratum, habebis 1. quad. quadratum p. triplum de 1. quadrato p. 1. quare res nota est.

## QVÆSTIO XI.

Si dicas, fac ex 8. duas partes, quæ vicissim diuisæ per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10. pones partes 4. p. 1. positione & 4. m. 1. positione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatum, quad. quadrati & quadrati & numeri, & est facilis.

## QVÆSTIO XII.

Inuenias quatuor numeros in continua proportione, quorum aggregatum, primi, secundi & quarti, sit 15. & aggregatum primi, & tertij & quarti sit 17. tunc dices, igitur cum hæc aggregata differant, per differentiam secundæ & tertiæ, igitur tertia est 2. p. quàm secunda, ponam igitur secundam, 1. positionem  $\text{m. } 1.$  & tertiam 1. positionem p. 1. nam sic dif-

B b 2 ferent-

# 292 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

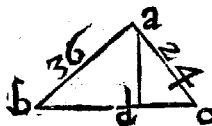
ferentia illarum erit 2. relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16. m. 1. positione, duc secundam in tertiam, fit 1. quad. m. 1. fac ex 16. m. 1. positione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1. quadratum m. 1. & erunt partes vt vides, quia igitur proportio quat-

8. m. $\frac{1}{4}$ pos. p. 3. v. 65. m. 8. pos. m. $\frac{1}{4}$ qd.   4 <sup>a</sup>
8. m. $\frac{1}{4}$ pos. m. 3. v. 65. m. 8. pos. m. $\frac{1}{4}$ qd.   p <sup>a</sup>
1. pos. p. 1. 3 <sup>a</sup>
1. pos. m. 1. 2 <sup>a</sup>
2. cub. p. 6. pos.

tæ ad tertiam, est vt secundæ ad primam, ex constituto, quia productum secundæ in tertiam, æquale est producto primæ in quartam, sufficit ad demonstrandum, quod sint in continua proportione, quod cubi secundæ & tertie iuncti æquales sint, productis quantitatum quartæ & primæ, in sua quadrata mutuo, at tales cubi, fiunt solum ex multiplicatione tripli quadrati secundæ partis, cum quadrato primæ, in ipsam primam, eò quod reliqua multiplicatio tripli quadrati primæ partis, cum quadrato secundæ in ipsam secundam, excidit, eò quod, in vna est p. in alia m. igitur habemus cubos iunctos, 2. cub. p. 6. positionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartæ quantitatis, in ipsas quantitates vicissim, hoc autem vt demonstratum est, æquale est ductui vnus quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipsarum quantitatum, ex dictis in sexto libro. Duce igitur quantitates inuicem, & quia 3. v. sunt similes, multiplicatio in crucem nulla erit, quare sufficit quadratæ vtramque partem, & minuere vnā ab altera, quia m. in p. facit m. producentur igitur à partibus similibus 1. quad. m. 1. aggregatum etiam radicem est 16. m. 1. positio, eò quod 3. v. excidunt, igitur productum erit 16. quadrata m. 1. cubo p. 1. positione m. 16. & hoc æquatur 2. cubis p. 6. positionibus, igitur 3. cubi p. 5. positionibus p. 16. æquantur 16. quadratis, quare res est in capitulo, vides autem quoniam inextricabilis quæstio ad magnam reducit facilitatem, & posset reduci ad regulam de modo, nam vbi differentia est 2. semper 3. cubi p. 5. positionibus, p. numero medio inter duo aggregata per æquidistantiam, æquantur totidem quadratis, quotus est numerus.

## QVÆSTIO XIII.

Est trigonus a b c, orthogonius, & eius perpendicularis ad basim a d, cuius latus a b, cum b d, est 36. & a c cum c d, est 24. quæritur area, pone b c 1. positionem, erit igitur quadratū b c 1. quad. & ideo cum a b & b d, sint 36. & rursus a c & c d, 24. erunt omnia latera trigoni 60.



quare a b & b c, erunt 60. m. 1. positione, oportet igitur ex a b & a c, facere duas partes, quarum quadrata iuncta sint æqualia

quadrato b c, per 47. primi Elementorum Euclidis, quare ex regulis sexti libri nostri, diuide 60. m. 1. positione per æqualia, fit 30. m.  $\frac{1}{2}$  positionis, duc in se, fit 900. m. 30. positionibus p.  $\frac{1}{4}$  quadrati, detrahe ex dimidio quadrati b c, relinquitur  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. cuius 3. addita & detrahta, à dimidio aggregati a b, & a c, ostendit partes, est igitur a b 30. m.  $\frac{1}{2}$  positionis p. 3. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. & a c 30. m.  $\frac{1}{2}$  positionis m. 3. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. quare si detrahatur a b ex aggregato a b & b d, relinquetur b d 6. p.  $\frac{1}{2}$  positionis m. 3. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. & similiter, detrahta a c, ex aggregato a c & c d, relinquitur c d, positionis m. 6. p. 3. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. est autem manifestū ex demonstratione 47. primi Elementorum Euclid. quod differentia quadrati a b, à quadrato a c, æqualis est differentie quadrati b d, à quadrato c d, differentia autē duarum quantitatum, est semper in partibus dissimilibus, nam quæ similes sunt, nullam produunt differentiam, quare cum quadrata partium constent ex nouem multiplicationibus, quarum tres sunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino similes, comparando a b ad a c, & b d ad c d, & similiter multiplicationes duæ 30. in  $\frac{1}{2}$  positionis, sunt communes a b & a c, cum vtræque producant m. & ita in b d & c d, & communes sunt multiplicationes, 6. in 3. v. nam vtrinque prouenit idem m. differentia igitur a b & a c, ex parte a b, est multiplicatio 30. in 3. v. & ex parte a c, multiplicatio  $\frac{1}{2}$  positionis in 3. v. quare differentia quadratorum a b, & a c, est illud quorum 3. v. 225. quadratorum p. 2700. positionibus m. 810000. excedit 3. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quadrati p. 7.  $\frac{1}{2}$  cubis m. 225. quadratis, eadem ratione differentia b d & c d quadratorum, est quæ 3. positiones excedunt 3. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quadrati p. 7.  $\frac{1}{2}$  cubis m. 225. quadra-

a b 30. m.  $\frac{1}{2}$  pos. p. 3. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900.  
a c 30. m.  $\frac{1}{2}$  pos. p. 3. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900.  
b d  $\frac{1}{2}$  pos. p. 6. m. 3. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900.  
c d  $\frac{1}{2}$  pos. m. 6. p. 3. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 600.  
pars quad. a b dissim. 3. v. 225. quad. p. 27000. pos. m. 810000.  
pars quad. a c dissim. 3. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quad. p. 7.  $\frac{1}{2}$  cub. m. 225. quad.  
pars quad. b d 3. pos.  
pars quad. c d 3. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quad. p. 7.  $\frac{1}{2}$  cub. m. 225. quad.

tis, oportuisset autem complendo operationem, omnia quadruplicare, sed hoc vitauimus, quia quadruplum est æquale quadruplo, igitur & simplum simple, hæc igitur differentie æquales supponuntur, & radices v. etiam sunt idem, igitur ex communi sententia, 3. positiones æquantur illi 3. v. primæ, id est, 3. v. 225. quadratorum p. 27000. positionibus m. 810000. igitur 216. quadrata p. 27000. positionibus æquantur 810000. & 1. quad. p. 125. positionibus, æquabitur 3750. & res erit 3. 7656  $\frac{1}{4}$  m. 62  $\frac{1}{2}$ , quod est 25. & tanta fuit b c, vnde habes alias.



# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 293

## QVÆSTIO XIV.

Rursus disponatur trigonus a b c, orthogonus, cum perpendiculari a d, & sint a b cum c d, 29. & a c cum b d 31. quæritur area, ponemus b c positionem, & erunt rursus a b a c eadem, vt in superiore quæstione, sed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, vt in priori, detrahe igitur a b ex 29. & a c ex 31. & habebis quantitates, vt vides, differentia igitur quadratorum a b & a c, æqualis est differentia quadratorum b d & c d, est autem differentia quadratorum a b & a c, vt prius, at differentia quadratorum b d & c d, est vt vides, sumpta eodem modo vt in priori quæstione, sed est superatio absoluta, non autem mutua vt in priori quæstione, quia igitur quadratum a b, excedit quadratum a c in differentia quadrati b d, ad quadratum c d, erit differentia quadratorum b d & c d, addita quadrato a c constituens quadratum a b. quare R. v. 225. Quadratorum p. 27000. positionibus m. 81000. æquabitur  $\frac{1}{4}$  positionis p. R. v.  $\frac{1}{4}$  Quad. quadrati p. 30. cubis m. 900. quadratis, nam hæc R. v. est aggregatum R. v. differentia quadratorum b d & c d, & partis quadrati a c, in qua superat quadratum a b, quare ducendo paries in se, habebimus  $67\frac{1}{4}$  quadrata p. 27000. positionibus m.  $\frac{1}{4}$  Quad. quadrati m. 30. cubis m. 81000. æqualia R. v. 225. quad. quadratorum p. 27000. cubis m. 810000. quadratis, & cum duxeris partes in se, peruenies ad quantitatem cuius non est nota æstimatio, quare alia regula

a b 30. m.  $\frac{1}{4}$  pos. p. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
a c 30. m.  $\frac{1}{4}$  pos. m. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
b d  $\frac{1}{2}$  pos. p. 1. p. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900.  
c d  $\frac{1}{2}$  pos. m. 1. m. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  


---

pars quad. a b dissim. R. v. 225. quad. p. 27000. pos. m. 810000.  
pars quad. a c dissim. R. v.  $\frac{1}{4}$  quad. quad. p.  $7\frac{1}{4}$  cub. m. 225. quad.  
pars quad. b d qua superat quadratū c d est  $\frac{1}{2}$  pos. p. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. qd. p.  $7\frac{1}{4}$  cub. m. 225. qd.

indigebis aut generali aut speciali. Volui tamen, vt intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæstionem valde difficilem, nisi Geometrico auxilio dissoluatur, manifestum est enim quod b c est 25. vt in priore quæstione, verum generalis debet esse solutio, latera igitur trigoni b c 25. a b 20. a c 15. a d 12. b d 16. c d 9. area igitur eius est 150.

## CAPVT XXXIX.

De Regula qua pluribus positionibus inuenimus ignotam quantitatem.

### REGVLA I.

**H**æc regula similis est regulæ de medio, est autem talis, Constitue quantitates totidem in denominationibus liberis,

Tom. I F.

quotus est numerus quærendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo ponas res sub numero quantitatum inuentarum, vtque propositum est, perice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æstimationem.

### QVÆSTIO I.

Exemplum, Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum quadratum primi sit æquale secundo & tertio, & quadratum tertij æquale sit quadratis primi & secundi, quia igitur quadratum tertij æquale est quadratis secundi & primi, ipsum sit 1. quadr. quadratum, æquale 1. quadrato p. 1. Quare res, seu proportio, est R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , igitur ponemus res 1. & R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , & R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , quadratum igitur primæ quantitatis, quod

1.	1.	pos.	1.	quad.
1.	1.	quad.	1.	quad. quad.

est 1. quadratum, æquatur secunde & tertie, scilicet totidem rebus, igitur rei æstimatio, est aggregatum ex secunda & tertia, quia diuidere aliquid per vnitatem, qui est numerus quadratorum, est non diuidere, igitur rei æstimatio est, R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , & secunda quantitas, est quod producitur ex hac, in R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ .

### QVÆSTIO II.

Inuenias tres numeros in continua proportione, quorum tertius sit æqualis secundo & primo, & quadratum primi, sit æquale aggregato secundi & tertij, ponas primum quadratum, secundum rem, tertium vnitatem, & quia tertius, æqualis est secundo & primo, igitur 1. quadratum, æquatur 1. rei p. 1. & proportio erit R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , partes igitur erunt, 1. positio, & positiones R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ , & positiones  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$ , & quia quadratum primi æquale est aggregato secundi & tertij, igitur 1. quadratum æquatur positionibus R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$  p.  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$ , Quare rei æstimatio erit R. 5. p. 2. & partes vt vides.

### QVÆSTIO III.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale sit quadratis primæ, & secundæ, & quantitates iunctæ simul, faciant 10. capiam 1. rem, quadratum & cubum, igitur quad. cubus æquatur 1. quadrato p. 1. Quare res valet ex capitulo deriuatiuum, R. v.  $v^{ma}$  R. v. cubicæ  $\frac{1}{4}$  p. R.  $\frac{25}{108}$  p. R. v. cubica  $\frac{1}{4}$  m. R.  $\frac{25}{108}$ , igitur posita prima vnitatem, hæc est secunda quantitas, & tertia erit quadratum huius, scilicet R. v. cubica  $\frac{1}{4}$  p. R.  $\frac{25}{108}$  p. R. v. cubica  $\frac{1}{4}$  m. R.  $\frac{25}{108}$ , quarta erit cubus secunde seu proportionis,

B b 3 indz

# 294 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

inde iunctis quatuor quantitibus scilicet unitate, re, quadrato, & cubo, & diuiso 10. per aggregatum, exhibit prima quantitas, qua ducta in rem habebimus secundam, hac denuo ducta in rem, habebimus tertiam, qua ducta per rem, habebimus quartam.

## QVÆSTIO IV.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportione, quarum quadratum quartæ, æquale sit quadratis primæ & tertæ, & aggregatum earum sit 10. capiam vt in præcedente 1. rem, quadratum cubum, erit igitur cu. quadratum æqualis quad. quadrato  $\bar{p}$ . 1. quare ex capitulo deriuatorum, rei æstimatio est  $\bar{r}$ .  $v^{ma}$   $\bar{r}$ . v. cubice  $\frac{29}{11}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{11}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{11}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cubica  $\frac{29}{11}$   $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $\frac{1}{11}$ , & huius quadratum, quod est, idem, abiecta  $\bar{r}$ .  $v^{ma}$  est tertia quantitas, inde ductis inuicem secunda & tertia, vel secunda ad suum cubum, vel tertia ad quadratum, & addita unitate confurgit quarta, quibus quatuor quantitibus iunctis, si per eas diuiseris 10. habebis primam quæsitam, qua ducta per secundam, & tertiam, & quartam, præcedentium, habebis secundam & tertiam, & quartam quantitatem quas quæreas.

## REGVLA II.

2. Alia est regula nobilior præcedente, & est Ludouici de Ferrariis, qui eam me rogante inuenit, & per eam habemus omnes æstimaciones fermæ capitulorum, quadrati & quadrati eorum, & numeri, vel quad. quadrati cubi, quadrati & numeri, & ego ponam ea per ordinē hoc modo vt vides.

1. quad. quad. æquale quad. rebus & numero.
2. quad. quad. æquale quad. cubis & numero.
3. quad. quad. æquale cubis & numero.
4. quad. quad. æquale rebus & numero.
5. quad. quad. æquale rebus & numero.
6. quad. quad. cum rebus æqualia quad. & numero.
7. quad. quad. cum cubis æqualia numero.
8. quad. quad. cum rebus æqualia numero.
9. quad. quad. cum quad. æqualia cub. & numero.
10. quad. quad. cum quad. æqualia rebus & numero.
11. quad. quad. cum quad. & rebus æqualia numero.
12. quad. quad. cum quad. & cubis æqualia numero.
13. quad. quad. cum quad. & numero æqualia cubis.
14. quad. quad. cum quad. & numero æqualia rebus.
15. quad. quad. cum numero æqualia cubis & quad.
16. quad. quad. cum numero æqualia cubis.
17. quad. quad. cum numero æqualia rebus & quad.
18. quad. quad. cum numero æqualia rebus.

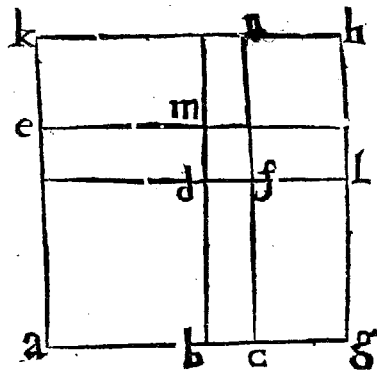
19. quad. quad. cum cubis & numero æqualia quad.

20. quad. quad. cum rebus & numero æqualia quad.

In his igitur omnibus capitulis, quæquidem sunt generalissima, vt reliqua omnia sexaginta septem superiora, oportet reducere capitula, in quibus ingreditur cubus, ad capitula, ingreditur res vt septimum ad quartum, & secundum ad primum, deinde quæremus demonstrationem hoc modo.

## DEMONSTRATIO.

Sit quadratum a f, diuisum in duo quadrata a d & d f, & duo supplementa d c & d e, & velim addere gnomonem k fg circumcitra, vt remaneat quadratum totum a h, dico quodd talis gnomon constabit ex duplo g c additæ lineæ, in c a, cum quadrato g c, nam fg constat ex g c in c f, ex definitione data in initio secundi Elementorum, & c f est æqualis c a, ex definitione quadrati, & quia per 44. primi Elemento-



rum, k f est æqualis f g, igitur duæ superficies g f & f k constant ex g c, in duplum c a, & quadratum g c est f h, per coroll. 4. secundi Elementorum, igitur patet propositum, si igitur a d sit 1. quad. quadratum, & c d ac de, 3. quadrata, & d f g. erunt b a 1. quadratum, & b c 3. necessario. Cum igitur voluerimus addere quadrata aliqua, add c & d e, & fuerint c l & k m erit ad complendum quadratum totum necessaria superficies l n m, quæ vt demonstratum est, constat ex quadrato g c numeri quadratorum dimidiati, nam c l est superficies ex g c in a b, vt ostensum est, & a b est 1. quadratum, quia ponimus, a d 1. quad. quadratum, f l vero & m n, sunt ex g c in c b, ex 42. primi Elementorum, quare superficies l n m, & est numerus addendus, sit ex g c in duplum c b, id est in numerum quadratorum, qui fuit 6. & g c in seipsam, id est numerus quadratorum addito, & hæc demonstratio nostra est.

Hoc peracto, semper reduces partem 4 quad. quadrati ad  $\bar{r}$ . id est addendo tantum vtrique parti, vt 1. quad. quadratum cum quadrato & numero, habeant radicem, hoc facile est, cum posueris dimidium numeri quadratorum, radicem numeri, item facies,

# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 295

facies, vt denominationes extremæ sint plus, in ambabus æquationibus, nam secus, trinomium seu Binomium reductum ad trinomium, necessariò careret radice.

5 Quibus iam peractis, addes tantum  $\frac{1}{2}$  quad atis, & numero vni parti, per tertiam regulam, vt idem additum alteri parti, in qua erunt res, faciant trinomium habens  $\frac{3}{2}$  quadratam per positionem, & habebis numerum quadratorum, & numeri addendi vtrique parti, quo habito, ab vtroque extrahes  $\frac{3}{2}$  quadratam, quæ erit in vna, 1. quadratum  $\frac{3}{2}$  numero, vel  $\frac{3}{2}$  m. numero, ex alia 1. positio vel plures  $\frac{3}{2}$  numero, vel  $\frac{3}{2}$  m. numero, vel numerus  $\frac{3}{2}$  positionibus, quare per quintum capitulum huius, habes propositum.

## QVÆSTIO V.

Exemplum, Fac ex 10. tres partes in continua proportione, ex quarum ductu primæ in secundam, producantur 6. Hanc proponebat Ioannes Colla, & dicebat solui non posse, ego verò dicebam, eam posse solui, modum tamen ignorabam, donec Ferrarius eum inuenit. Pones igitur mediam 1. positionem, prima erit  $\frac{6}{1}$  & tertia erit  $\frac{1}{6}$  cubi, quare hæc æquantur 10. ducendo omnia in 6. positiones, habebimus 60. positiones. æquales 1. Quad. quadrato  $\frac{3}{2}$  6. Quadratis  $\frac{3}{2}$  36. adde ex quinta regula, 6. Quadrata vtrique parti, habebis 1. Quad. quadratum  $\frac{3}{2}$  12. Quadratis  $\frac{3}{2}$  36. æqualia 6. Quadratis  $\frac{3}{2}$  90. positionibus, nam si æqualibus æqualia addantur, tota sient æqualia, habent autem 1. Quad. quadratum  $\frac{3}{2}$  12. Quadratis  $\frac{3}{2}$  36. radicem &

1. qd. Quad. $\frac{3}{2}$ 6. Quad. $\frac{3}{2}$ 36. æqualia 60. pos.	6. Quad.	6. Quad.
1. Quad. Quad. $\frac{3}{2}$ 12. Quad. $\frac{3}{2}$ 36. æqualia 6. Quad. $\frac{3}{2}$ 90. pos.		
2. pos.	1. Quad. $\frac{3}{2}$ 12. pos.	

est, 1. quadratum  $\frac{3}{2}$  6. quam si haberent 6. quadrata  $\frac{3}{2}$  60. positionibus iam haberemus negocium, sed non habent, addendi igitur sunt tot quadrati & numerus idem ex vtraque parte, vt in priorè relinquatur trinomium habens radicem, in altero autem fiat, sit igitur numerus quadratorum 1. positio, & quia vt vides in figura tertiæ regulæ, c l & m x, sunt ex duplo g c in a b, & g c est 1. positio, ponam numerum quadratorum addendorum semper 2. positiones, id est duplum g c, & quia numerus addendus ad 36. est l n m, & ideo quadratum g c cum eo quod sit ex g c duplicato in b c, seu ex g c in duplum c b, & est 12. numerus quadratorum priorum, ducam igitur 1. positionem, dimidium numeri quadratorum additorum, semper in numerum quadratorum priorum, & in se, & sient 1. quadratum  $\frac{3}{2}$  12. positionibus addenda ex alia parte, & etiam 2. positiones pro numero quadratorum, habemus igitur iterum ex communi animi sententia, quantitates infra scriptas, inuicem æquales, & vtraque ha-

bent radicem, prima ex regula tertia, sed secunda quantitas ex supposito, igitur du-

1. quad. qd. po. 2. pos. $\frac{3}{2}$ 12. qd. $\frac{3}{2}$ 36. quad. $\frac{3}{2}$ 12. pos. additi numeri $\frac{3}{2}$ 36. æqualia.
2. pos. $\frac{3}{2}$ 6. quadrato, $\frac{3}{2}$ 60. pos. $\frac{3}{2}$ 1. quad. $\frac{3}{2}$ 12. pos. numeri additi.

æta prima parte trinomij in tertiam, sit quadratum dimidiæ partis secundæ trinomij, quia igitur ex dimidio secundæ in se, sunt 900. quadrata, & ex prima in tertiam, sunt 2. cubi  $\frac{3}{2}$  30. quadratis  $\frac{3}{2}$  72. positionibus quadratorum, similiter erit deprimendo per quadrata, quia æqualia per æqualia diuisa, producant æqualia, vt 2. cu.  $\frac{3}{2}$  30. quadratis  $\frac{3}{2}$  72. positionibus æquantur 900. quare 1. cubus  $\frac{3}{2}$  15. quadratis  $\frac{3}{2}$  36. positionibus æquantur 450.

Sufficit igitur deducendo ad regulam, habere semper 1. cubum  $\frac{3}{2}$  numero priorum quadratorum, addita ei quarta parte  $\frac{3}{2}$  numero positionum tali, qualis est numerus æquationis primus, vt si habuerimus 1. quad. quadratum  $\frac{3}{2}$  12. quadratis  $\frac{3}{2}$  36. æqualia 6. quadratis  $\frac{3}{2}$  60. positionibus, habebimus 1. cubum  $\frac{3}{2}$  15. quadratis  $\frac{3}{2}$  36. positionibus æqualia 450. dimidio quadrati dimidij numeri positionum, & si habuerimus 1. quad. quadratum  $\frac{3}{2}$  16. quadratis  $\frac{3}{2}$  64. æqualia 80. positionibus, habuerimus 1. cubum  $\frac{3}{2}$  20. quadratis p. 94. positionibus æqualia 800. & si habuerimus 1. quad. quadratum p. 20. quadratis p. 100. æqualia 80. positionibus, habuerimus 1. cubum p. 25. quadratis p. 100. positionibus æqualia 800. igitur hoc habito, in priorè exemplo habuimus, 1. cub. p. 15. quadratis p. 36. positionibus æqualia 450. igitur rei æstimatio, per decimum septimum capitulum, est  $\frac{3}{2}$  v. cubica  $287\frac{1}{2}$  p.  $\frac{3}{2}$  80449  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{3}{2}$  v. cubica  $287\frac{1}{2}$  m.  $\frac{3}{2}$  80449  $\frac{1}{4}$  m. 5. hic igitur est numerus quadratorum, qui duplicatus, est addendus ex vtraque parte, quia supponitur 2. res addendæ, & numerus addendus ex vtraque parte, ex demonstratione, est quadratum huius, cum eo quod sit ex hoc in 12. numerum quadratorum, manifestum est autem, quod  $\frac{3}{2}$  quadrata primi aggregati; semper est 1. quadratum p. dimidio numeri quadratorum, abique alio, seu p. 1. pos. p. dimidio prioris numeri quadratorum velut 1. quad. quad. p. 6. Quad. p. 9. est 144. & 1. quad. quad. p. 2. pos. p. 6. quadratorum p. p. 1. Quad. p. 6. pos. numeri assumpti p. 9. est æquale 225.  $\frac{3}{2}$  est 1. Quad. p. 1. pos. numeri assumpti p. 3. Est autem 1. pos. p. 3. dimidium 2. pos. p. 6. numeri quadratorum & ideo cum positio sit alterius generis à quadrato, oportet inuenire prius æstimationem eius, & est numerus simplex addendus, vt in præsentì exemplo erit  $\frac{3}{2}$  v. cubica  $287\frac{1}{2}$  p.  $\frac{3}{2}$  80449  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{3}{2}$  v. cub.  $287\frac{1}{2}$  m.  $\frac{3}{2}$  80449  $\frac{1}{4}$  p. 1. & hoc quia dimidium prioris numeri quadratorum fuit 6. & in addito trinomio fuit m. 5. igitur totum fuit, vt dixi, verum reliqua pars, fuit quadrata 6. p. duplo huius numeri, igitur fuit numerus

# 296 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

merus quadratorum  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{M}$ . 4. & numerus rerum ex supposito fuit 60. & numerus est (vt ostensum est) quadratum dictæ quantitatis, plus duodecuplo ipsius quantitatis, verum quia ex supposito, ex numero quadratorum in numerum æquationis fit quadratum dimidij numeri rerū, igitur diuiso 900. quadrato dimidij numeri rerum, per numerū quadratorum, exhibit numerus, quantitates igitur sunt hæc, vt vides, & quia latus a g est compositum ex lateribus duorum quadratorum a d & d h dimissis supplementis, erunt  $\mathcal{R}$ .

quadrata  $\mathcal{R}$ . v. cubica 3200.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  
 $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  
 $\mathcal{M}$ . 4.  
 res 60.  
 900.

numerus  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148452.  
 $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 23000.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148452.  
 $\mathcal{M}$ . 4.

primæ & tertię harum quantitarum iunctæ inuicem,  $\mathcal{R}$ . v. totius aggregati, quare primæ & tertię quantitatis, æquantur 1. quadrato  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 287½  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449¼  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 287½  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449¼  $\mathcal{P}$ . 1. sed  $\mathcal{R}$ . primæ quantitatis, est numerus rerum, quia est  $\mathcal{R}$ . totidem quadratorum, &  $\mathcal{R}$ . tertię quantitatis est numerus, quia tertia quantitas est numerus, habemus igitur 1. quadratū  $\mathcal{P}$ . numero, æqualia rebus & numero, minue minorē numerum de maiore, accipiēdo  $\mathcal{R}$ . id est accipiēdo  $\mathcal{R}$ . denominatoris & numeratoris, habebis 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . hoc numero toto  $\mathcal{M}$ . numero infra scripto, æqualia numero rerum, huic scilicet,  $\mathcal{R}$ . vniuersalissima  $\mathcal{R}$ . v. cubicæ 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu. 287½  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449¼  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu. 287½  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449¼  $\mathcal{P}$ . 4. 30.

$\mathcal{R}$ . v. ma.  $\mathcal{R}$ . v. c. 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu. 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{M}$ . 4.  $\mathcal{R}$ . 5148452.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148452.  $\mathcal{M}$ . 4. nec refert, quod numerus ille sit compositus ex  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{M}$ . nam tantum refert dicere, 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . 8. æquatur 6. rebus, quantum dicere 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . 10.  $\mathcal{M}$ . 2. æquatur 6. rebus, sequere igitur capitulum quintum, de quadrato & numero, æqualibus rebus, ducendo dimidium numeri rerum in se, & auferendo numerum æquationis inde residui sumendo  $\mathcal{R}$ . generalem, quam addes dimidio numeri rerum, & habebis rem quæ fuit media quantitarum analogarum quæsitarum.

## QVÆSTIO VI.

Inueniās numerum, qui sit æqualis radici suæ quadratæ, & duabus radicibus cubicis pariter acceptis, dices igitur si talis numerus fuerit cu. quadratum, radix sua quadrata necessariō est 1. cubus, & duæ radices cubicæ sunt 2. quad. igitur 1. cu. quadratum, æquabitur 1. cubo  $\mathcal{P}$ . 2. quadratis deducendo igitur ad inferiores denominationes

per quad. erit quad. quadratum æquale 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 2. posui autem 2. radicibus cubicis, quia cum regula sit generalis, hoc tamen modo dupliciter solui potest, vt patebit. Namque si 1. quad. quadratum æquatur 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 2. igitur 1. quad. quadratum  $\mathcal{M}$ . 1. æquabitur 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 1. nam ab æqualibus æqualia auferuntur, diuidæ igitur ambo hæc, per 1. positionem  $\mathcal{P}$ . 1. communem diuisorem, habebis 1. cubum  $\mathcal{M}$ . 1. Quadrato  $\mathcal{P}$ . 1. positione  $\mathcal{M}$ . 1. æqua-

1. Quad. quad. $\mathcal{M}$ .	1.
1. pos. $\mathcal{P}$ .	1.
<hr/>	
1. pos. $\mathcal{P}$ .	1.
<hr/>	
1. cu. $\mathcal{M}$ .	1. Quad. $\mathcal{P}$ .
	1. pos. $\mathcal{M}$ .
	1.

lia 1. igitur 1. cubus  $\mathcal{P}$ . 1. positione, æquatur 1. Quadrato  $\mathcal{P}$ . 2. igitur ex decimo octauo capitulo, rei æstimatio est  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 2075  $\mathcal{P}$ . 17  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cub.  $\mathcal{R}$ . 2075  $\mathcal{M}$ . 17  $\mathcal{P}$ . 17, & cu. quadratum huius est numerus quæsitus, cuius  $\mathcal{R}$ . quadrata, & 2. radices cubicæ sunt illi æquales, & tales radices sunt duplum quadrati huius quantitatis cum suo cubo.

At regula generali sic faciemus quia enim 1. quad. quadratum æquatur 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 2. addemus ad vtramque partem 2. positiones quadratorum, cui subscriptimus quad. vt intelligas non esse ex genere priorum denominationum, sed esse positiones

1. Quad. quad. $\mathcal{P}$ .	2. pos. $\mathcal{P}$ .	1. Quad. numeri Quad.
2. pos. $\mathcal{P}$ .	1. pos. $\mathcal{P}$ .	2. $\mathcal{P}$ . 1. Quad. numeri Quad.
<hr/>		
¼	Quad. 4. pos. $\mathcal{P}$ .	2. cub. numeri Quad.
<hr/>		
¼	æquatur 2. cu. $\mathcal{P}$ .	4. pos. æquatur 1. cu. $\mathcal{P}$ .
		2. pos.

quadratorum, igitur numerus addendus, est 1. quadratum numeri quadratorum, & hoc est, vt in tertia regula huius capituli, quadratum d f, nam hic additio supplementorum est vt d c, a c, d e, ad quadratum simplex a d, igitur sufficit addere quadratum d f, absque additione superficierum f l & m n, quæ erant necessariæ in exemplo quintæ quæstionis, quia igitur additis 2. positionibus  $\mathcal{P}$ . 1. Quadrato numeri quadratorum, ad 1. positionem  $\mathcal{P}$ . 2. fit totum 2. positiones numeri quadratorum  $\mathcal{P}$ . 1. pos.  $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{P}$ . 1. Quadrato numeri quadratorum, & hoc habet radicem, oportet vt quadratum dimidij mediae quantitatis, quæ est 1. positio, æquetur ductui extremorum, igitur ¼ quadrati, æquabitur quadrato, 2. cuborum  $\mathcal{P}$ . 4. positionibus numeri prioris, quare abiectis quadratis vtrinque, fiet ¼ æqualis 2. cubis  $\mathcal{P}$ . 4. positionibus, & ¼ æqualis 1. cubo  $\mathcal{P}$ . 2. positionibus, quare rei æstimatio est  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 2075  $\mathcal{P}$ . 17  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 2075  $\mathcal{M}$ . 17  $\mathcal{P}$ . 17, hic igitur est numerus quadratorum addendus vtrique parti, & duplicatur,

# Cap. XXXIX. De Regula &c. 297

catur, & quadratum huius erit numerus addendus ad utramque partem, & gratia clarioris intelligentiæ apposui hîc.

Prima 1. quad. quad.  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ . numero  $\beta$ . v. cu.  $\frac{1051}{3456} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\frac{1051}{3456} \bar{m}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .

Secunda quad.  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ . 1. pos.  $\bar{p}$ . numero  $\beta$ . v. cu.  $\frac{1051}{3456} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\frac{1051}{3456} \bar{m}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .

Manifestum est igitur, quod  $\beta$ . primi, est 1. quad.  $\beta$ .  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ .  $\frac{2075}{6912} \beta$ .  $\frac{1}{16} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ .  $\frac{2075}{6912} \bar{m}$ .  $\frac{1}{16}$ , & radix secundi, est res c. i. generalis  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ . numero  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ .  $\frac{1051}{3456} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\frac{1051}{3456} \bar{m}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ . & hoc, vt dixi, quia latus a d quadrati, componitur ex a, b, & b c lateribus quadratorum extremorum, absque commemoratione supplementorum. Manifestum est etiam, quod numerus, qui est cum 1. quad. est minor numero qui est cum rebus, igitur habebimus 1, quadratum æquale rebus  $\beta$ . G.  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $19 \frac{23}{2075} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ . numero, hoc  $\beta$ . G.  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ .  $\frac{1051}{3456} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\frac{1051}{3456} \bar{m}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{2075}{6912} \beta$ .  $\frac{1}{16} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{2075}{6912} \bar{m}$ .  $\frac{1}{16}$ . Quare ducemus dimidium numeri rerum se, & est vt ducamus totum in se, & fit idem, dempta  $\beta$ . v. cubica, deinde accipimus quartam partem producti, & est dimidium vltimæ  $\beta$ . v. quæ est  $\bar{m}$ . supra positæ, ideo addita, relinquetur numerus totus compositus  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ . v.  $\frac{1051}{3456} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{1051}{3456} \bar{m}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{2075}{6912} \beta$ .  $\frac{1}{16} \bar{m}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{2075}{6912} \bar{m}$ .  $\frac{1}{16}$ , & radix huius totius G, addita dimidio numeri rerum, id est huic numero  $\beta$ . v. cubica  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \beta$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ .  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{p}$ .  $\beta$ . v. cu.  $\beta$ .  $\frac{2075}{442168} \bar{m}$ .  $\frac{1}{2} \bar{p}$ , constituit rem.

Et si dixisset, quod numerus propositus æquaretur radici quadratæ & cubicæ pariter acceptis, non potuisset solui, nisi hoc secundo modo, per regulam generalem. Deducere autem æstimationes æquales ad idem, vt primam æstimationem ad secundam, iam te docui in libro quantitatum analogarum, quamuis sit difficillima operatio, & ideo complementum in his operationibus, est quasi extremum, ad quod peruenit perfectio humani intellectus, vel potius imaginationis, in hoc enim cognosces illorum differentiam.

## QUESTIO VII.

Si quis igitur dicat, inuenias numerum qui ductus in  $\beta$ . cubicâ suam  $\beta$ . 6. faciat 64. dices igitur, posito eo numero 1. cubo, habebimus 1. quad. quadratum  $\beta$ . 6. cubis æqualia 64. quare per septimam transmigrandi regulam septimi capituli huius habebimus 1. quad. quad. æquale 6. rebus  $\beta$ . 4. vnde habita æstimatione ex hoc capitulo per nonam regulam eiusdem capituli, habebimus intentum. Et quibusdam adeo videbuntur difficiles hæ operationes, vt vix eas veras esse credant, nos autem ostendi-

mus modum, quo quantitates illæ atque æquivalentes numeris, ad numeros reducuntur, & dedimus demonstrationem vtramque, & Geometricam à causa, & Arithmeticam ab effectu.

## QUESTIO VIII.

Fac ex 6. tres partes, in continua proportionem, quarum quadrata primæ & secundæ iuncta simul faciant 4. ponemus primam 1. positionem, quadratum eius est 1. quadratum, residuum igitur ad 4. est quadratum secundæ quantitatis, id est 4.  $\bar{m}$ . 1. quadrato, huius radicem, & 1. positionem detrahe ex 6. habebis tertiam quantitatem, vt vides, quare ducta prima in tertiam, ha-

1. pos.   v. $\beta$ . 4. $\bar{m}$ . 1. quad.   6. $\bar{m}$ . 1. pos. $\bar{m}$ . $\beta$ . v. 4. $\bar{m}$ . 1. quad.
6. pos. $\bar{m}$ . 1. quad. $\bar{m}$ . $\beta$ . v. 4. quad. $\bar{m}$ . 1. quad. quad.
4.   6. pos. $\bar{m}$ . $\beta$ . v. 4. quad. $\bar{m}$ . 1. quad. quad.
6. pos. $\bar{m}$ . 4. æqual. $\beta$ . v. 4. quad. $\bar{m}$ . 1. quad. quad.
36. quad. $\beta$ . 16. $\bar{m}$ . 48. pos. æquantur 4. quad. $\bar{m}$ . 1. quad. quad.
32. quad. $\beta$ . 16. $\bar{p}$ . 1. quad. quad. æqualia 48. pos.
1. quad. quad. $\beta$ . 32. quad. $\beta$ . 256. æqualia 48. pos. $\beta$ . 240.

bebis 6. positiones  $\bar{m}$ . 1. quadrato  $\bar{m}$ .  $\beta$ . v. 4. quadratorum  $\bar{m}$ . 1. quad. quadrato æqualia 4.  $\bar{m}$ . 1. quad. quadrato secundæ, abice 1. quadratum  $\bar{m}$ . ex partibus, habebis 4. æqualia 6. positionibus  $\bar{m}$ .  $\beta$ . v. 4. quad.  $\bar{m}$ . 1. quad. quadrato, quare 6. positiones  $\bar{m}$ . 4. æquantur  $\beta$ . v. 4. quadratorum  $\bar{m}$ . 1. quad. quadrato. Quare quadrata horum etiam æqualia sunt, à quibus abice 4. quadrata communia, ex vtraque parte, habebis tandem 32. quadrata  $\beta$ . 16.  $\bar{p}$ . 1. quad. quadrato, æqualia 48. positionibus, quare addendo 240. vtrique parti, id est residuum quadrati dimidij numeri quadratorum, habebis 1. quad. quadratum  $\beta$ . 32. quadratis  $\beta$ . 156. æqualia 48. positionibus  $\beta$ . 240. addas igitur 2. positiones quadratorum  $\beta$ . 1. quadrato  $\beta$ . 32. positionibus numeri quadratorum vtrique parti, prima igitur pars habet radicem necessariam & quia volumus secundam etiam habere, quæ est 2. positiones quadratorum  $\beta$ . 48. positionibus, ex prioribus  $\beta$ . 1. quadrato  $\beta$ . 32. positionibus numeri quadratorum  $\beta$ . 240. ducemus primam partem trinomij in tertiam vt vides, & dimidium secundæ in se, & sient 576. quadrata æqualia 2. cub.  $\beta$ . 64. quadratis

576.   Quad.
2. pos. $\beta$ . 48. pos. $\beta$ . 1. quad. $\beta$ . 32. pos. $\beta$ . 240. quad. numeri quad.
2. cub. $\beta$ . 64. quad. $\beta$ . 48. pos.   quad.

# 298 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

p. 480. pos. quadratorum, igitur 288. æquantur 1. cubo p. 32. quadratis p. pos. 240. quare per 17. capitulum huius, habebimus 1. cubum æqualem  $101\frac{1}{7}$  rerum p.  $420\frac{16}{7}$ , inde habita huius æstimatione per suum capitulum, minue  $10\frac{2}{7}$ , tertiam partem numeri quadratorum, per 17. cap. & confurgit rei fictæ æstimatione, habebis igitur 1. quadratum p. 16. p. dicta æstimatione, ex vna parte, æqualia rebus quæ sunt 8. dupli æstimationis inuentæ p. 8. aggregati ex quadrato dictæ æstimationis, & eadem æstimatione ducta per 32. & 240. numero addito, hoc autem vt liquet, est minus prior numero, quia si loco 240. adderentur 256. essent æquales, igitur 1. quadratum p. æstimatione inuenta p. 16. m. 8. v. illa trium quantitatum, id est quadrati æstimationis cum eadem ducta per 32. & cum 240. tanquam vno numero, æquantur rebus quæ sunt secundum radicem dupli æstimationis inuentæ, quod est propositum.

## QVÆSTIO IX.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum, cum quadruplo sui, & 8. æquetur decuplo sui quadrati, dicemus igitur 1. quad. quadratum p. 4. pos. p. 8. æquantur 10. quadratis. Quare semper positiones dabimus

1. quad. quad. p. 4. pos. p. 8.	10. quad.
1. quad. quad. p. 8.	10. quad. m. 4. pos.
1. quad. quad. m. 2. quad. p. 8.	8. quad. m. 4. pos.
1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1.	8. quad. m. 4. pos. m. 7.
2. pos.   quad. p. 2. pos.	
1. quad. quad. m. 2. pos. m. 2.	quad. p. 1. quad. p. 2. pos. p. 1.
8. quad. m. 2. pos. quad. m. 4.	pos. p. 1. quad. p. 2. pos. m. 7.

quadratis, & auferemus à quad. quadrato, & habebimus 1. quad. quadratum p. 8. æquale 20. quadratis m. 4. positionibus, & quia videmus numerum quadratorum esse magnum, & rerum paruum, ideo conabimur minuere numerum quadratorum potius, quam augere, & faciemus vt diminutio sit ex vtraque parte 2. quad. nam à minori imò à 2. quadratis semper fermè est incipiendum, quia non oportet vt venias ad m. quad. ex parte rerum, quia sic non haberent radicem, subductis igitur 2. quadratis

8. m. 2. pos. quad.   4. pos.   1. qd. p. 2. pos. m. 7.
4. quad.   8. m. 2. pos.
8. quad. p. 16. pos. m. 56. m. 2. cu. m. 4. quad. p. 4. pos. quad.
4. quad. p. 30. pos.   60. p. 2. cub.
1. cub. p. 30. æquatur 2. quad. p. 15. pos. pos. 2.

ex vtraque parte, habebis 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 8. æqualia 8. quadratis m. 4. positionibus, clarum est autem quòd d si 1. quad. quadratum m. 2. quadratis debet habere radicem, oportet vt numerus sit p. 1. sed erat p. 8. igitur oportebit auferre 7. ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 1. æquale 8. quadratis m. 4. positionibus m. 7. addemus igitur per m, vt dictum est, 2. positiones quadratorum ad reliqua 2. quadrata m. ex regula, & addemus per p. vt in eadem, ad numerum 1, quadratum p. 2. positionibus ex vtraque parte, quare habebimus partes æquales, quæ enim adduntur & minuuntur sunt æqualia, igitur 8. m. 2. positionibus quadratorum m. 4. positionibus, p. 1. quadrato p. 2. positionibus m. 7. numeris, habent radicem, multiplicando igitur primam partem, quæ est 8. m. 2. positionibus quadratorum, in tertiam, quæ est 1. quadratum p. 2. positionibus m. 7. fit illud quod vides à latere, pro numero quadratorum, & hoc æquale esse debet 4. quadratis, qui est numerus productus, ex dimidio mediæ partis in se, quare abiiciendo quad. vtrique, fiet illud multinomium, æquale 4. quare tandem reductis partibus ad suas consimiles erunt 2. cubi p. 60. æquales 4. quadratis p. 30. positionibus, & 1. cubus p. 30. æqualia 2. quadratis p. 15. positionibus, quare res valet 2. vel per capitulum, vel etiam solo sensu experiendo.

*Notandum.*

Circa quod notanda sunt tria. Primum, quòd reduxi rem ad experimentum in numeris, vt videres veritatem rei facilius, stultum est enim semper difficultatem addere difficultati. Secundum, quòd 1. cubus p. 30. æqualis 2. quad. p. 15. rebus, habet aliam rei æstimationem quàm 2. quæ cognita est ex suo capitulo, sed pro nunc ne operatio longior euadat, eam relinquimus. Tertium notandum est, quòd tu vides, demonstrationem sic tenere in m. sicut in p. & quòd numerus semper est addendus necessariò, quia confurgit ex quadrato numeri quadratorum cum numero quadratorum priorum, seu quadrata sint addenda seu minuenda, ducto in dimidium numeri quadratorum minuendorum. Hoc stante, diximus quòd rei æstimatio est 2. & addendæ sunt 2. res per m. quadratorum, igitur minuemus 4. quadrata ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 1. æqualia 4. quadratis m. 4. positionibus m. 7. pro numero autem addendus est quadratus numeri dimidij quadratorum detractorum, & hoc dimidium est 2. quadratum cuius est 4. & similiter productum ex numero priorum quadratorum in rei æstimationem, quod productum est 4. igitur addemus 8. vtrique parti, & fiet tandem vt vides 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 9. æqualia 4. quadratis m. 4. positionibus p. 1. manifestum est autem quòd ambo hæc habent radices duplices, vt vides, sed facta reductione veniunt necessario ad duo capitula, vel 1. quadratum æquale 2. positionibus p. 2. vel 1. quadratum p. 2. positionibus æqualia 4. horum capitulorum

# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 299

1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. m. 4. quad. p. 8.
1. quad. quad. m. 6. quad. p. 1.
8. quad. m. 4. pos. m. 7. m. 4. quad. p. 8.
4. quad. m. 4. pos. p. 1.

1. quad. quad. m. 6. qd. p. 9.	1. quad. m. 3. 3. m. 1. quad.
4. quad. m. 4. quad. p. 1.	2. pos. m. 1. 1. m. 2. pos.
1. quad. æqual. 2. pos. p. 2. 1. quad. p. 2. pos. æqual. 4.	3. p. 1. . 3. 5. m. 1.
1 <sup>a</sup> æstimatio. res 3. p. 1. quad. 4. p. 2. 12. qd. qd. 28. p. 768	2 <sup>a</sup> æstimatio. res 5. m. 1. quad. 6. m. 20. qd. qd. 56. m. 2880.
4. res 48. p. 4. qd. qd. 768. p. 28 p. 8.	4. res 80. m. 4. qd. quad. m. 2880. p. 56. p. 8.
aggreg. 1200. p. 40.	aggreg. 60. m. 2. 2000.
10. quad. 40. p. 2. 1200.	10. quad. 60. m. 2. 2000.

rum æstimaciones sunt 3. p. 1. & 3. 5. m. 1. dico igitur quod in æstimacionibus 1. quad. quadrati p. 4. positionibus p. 8. æquantur 10. quadratis, cuius probationis experimentum habes à latere dilucidum, vt patet, non declaro autem, an facta alia positione perueniremus vt dixi, cum 1. cubus p. 30. æquabatur 2. quadratis p. 15. rebus, ad alias duas æstimaciones, sed si te delectat operatio, per te ipsum potes illud inquirere.

## QVÆSTIO X.

Inuenias tres numeros in continua portione, quorum aggregatum sit 8. & quadratum tertij, sit æquale aggregato ex quadratis primi & secundi, ponemus eos per primam regulam 1. 1. pos. 1. quad. eunt igitur quadrata 1. 1. quadratum, 1. quad. quad. igitur 1. quad. quad. æquatur 1. quadrato p. 1. quare ex capitulo deriuatiuorum vigesimoquarto, habebimus rei æstimacionem 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & tertia quantitas est eius quadratum, scilicet 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & prima fuit 1. igitur totum aggregatum est  $1\frac{1}{2}$  p. 3.  $\frac{1}{4}$  p. 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ ,

1.	p.
$\frac{1}{2}$ p. 3. $1\frac{1}{4}$	2.
3. v. 3. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$	3.
$1\frac{1}{2}$ p. 3. $1\frac{1}{4}$ p. 3. v. 3. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ .	

hoc autem non est 8. vt propositum est, dic igitur per regulam trium quantitarum, si  $1\frac{1}{2}$  p. 3.  $1\frac{1}{4}$  p. 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  esset 8. quid esset 1. prima quantitas? duc 8. in 1. fit 8. diuide 8. per  $1\frac{1}{2}$  p. 3.  $1\frac{1}{4}$  p. 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & exit 4. p. 3. v. 3. 500. p. 10.

m. 3. v. 3. 1920. p. 18. & hæc est prima quantitas, qua habita si duxeris eam per 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , habebis tertiam quantitatem, quam si duxeris denuò in primam quantitatem vltimo inuentarum, 3. 6. producti, est secunda quantitas, & ne mireris quòd tertiam quantitatem præponam secundæ in operatione, quia est longè simplicior.

## QVÆSTIO XI.

Si quis dicat, inuenias numerum, qui ductus in 3. suam cubicam m. 3. faciat 64. Pones illum 1. cubum, igitur ductus in 3. cubicam m. 3. producit 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æqualia 64. igitur 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æquatur 64. dico quòd possumus soluere modo septimæ quæstionis, & etiam alio modo, sine transmutatione, quo potest etiam solui septima quæstio, & facilius, sed volui docere ambos modos, vt melius scires operari, debes igitur scire duo. Primum, quòd vt res debent semper manere ab alia parte, à qua est numerus cum quadratis, & non à parte quad. quadrati, sic cubi, seu p. seu m. debent manere cum quad. quadrato. Secundum, quòd vt numerus rerum nunquam debet variari, sic nec numerus cuborum. Et possumus addere tertium his, scilicet, quòd vbi sunt res, peruenimus ad 1. quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. rebus p. vel m. & numero p. sic hinc peruenimus ad quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. quad. cubis p. vel m. & quad. p. Hoc intellecto, sic soluitur quæstio, addes ad numerum 2. positiones quadratorum, igitur ducto eius dimidio in se, fit 1. quadratum numeri quadratorum quadratorum, diuiso igitur per 64. habes  $\frac{1}{64}$  quad. numerum quadratorum quadratorum, quare vides, quòd

$$\left| \frac{1}{64} \text{qd. p. 1.} \right| \left| \text{m. 3. cub.} \right| \left| 2. \text{pos.} \right| \left| \frac{1}{64} \text{qd.} \right| \left| 2. \text{pos.} \right| \left| 64 \right.$$

$$\left| \text{quad. qd.} \right| \left| \text{quad. qd. qd.} \right| \left| \text{qd.} \right|$$

addidisti ad habendam radicem  $\frac{1}{64}$  quadrat. pro numero quad. quad. & 2. positiones pro numero quad. igitur addes eadem ad 1. quad. quadratum m. 3. cubis, & habebis  $\frac{1}{64}$  quadrati p. 1. pro numero quad. quad. & m. 3. cubis & 2. positionibus, pro numero quadr. igitur ad hoc vt habeat radicem, oportet vt extrema inuicem ducta, producant, quantum dimidium mediæ quantitatis in se, est autem dimidium  $1\frac{1}{2}$  cubi, quod ductum in se, producit  $2\frac{1}{4}$  cu. quadrata, &  $\frac{1}{64}$  quadrati p. 1. numeri quad. quad. in 2. positiones numeri quad. producit  $\frac{1}{32}$  cubi p. 2. positionibus numeri cu. quadrati, nam quad. quadratum in quadratum, producit cu. quadratum, habes igitur  $\frac{1}{32}$  cubi p. 2. positionibus numeri cu. quad. æqualia  $2\frac{1}{4}$  cu. quadratis, igitur cu. quadratum, ad cu. quadratum in æqualitate, sic numerus ad numerum, quare  $\frac{1}{32}$  cubi p. 2. positionibus, æqualia  $2\frac{1}{4}$ , quare 1. cubus p. 64. positionibus æqualia 72. quare rei æstimatio, p. 3. v. cubica 3. 1100  $\frac{5}{17}$  p. 36. m. 3. v. cubica 3. 1100  $\frac{5}{17}$  m. 36. & duplūti

# 300 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

duplum huius pro quadratis addetur vtrique parti, radix igitur ex vna parte est 8. p. rebus sub numero æstimationis rei, ex alia autem quadrata sub numero 32. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati, huius æstimationis addito 1. m. positionibus sub numero 32. dupli huius æstimationis.

## QVÆSTIO XII.

Si quis dicat, 1. quad. quadratum p. 3. æquatur 12. rebus, addes 2. positiones quadratorum, & 1. quadratum numeri quadratorum, quare sic habebit 32. quadratam si-

1. quad. quad. p. 3.	12. pos.
2. pos. quad. p. 1. quad. m. 3.	
1. qd. qd. p. 2. pos. p. 1. qd.	2. pos.   12.   1.
	quad. m. 3.
1. qd. qd. p. 6. quad. p. 9.	6. quad. p. 12.
	pos. p. 6.

ne numero vt clarum est, igitur addemus ex alia parte pro numero quadratorum 2. positiones, & pro numero 1. quad. m. 3. habebis partes vt vides, quare multiplicatis partibus, habes 2. cubos æquales 6. rebus p. 36. & 1. cubum, æqualem 3. rebus p. 18. & res valet 3. igitur partes sunt vt vides, & erit 1. quadratum p. 3. 32. primæ partis, æqualis rebus 32. 6. p. numero 32. 6. & res quaerita erit, 32. v. 32. 6. m.  $1\frac{1}{2}$  p. 32.  $1\frac{1}{2}$ .

## QVÆSTIO XIII.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum cum duplo cubi, fit p. ipso numero, igitur dices, 1. quad. quadratum p. 2. cubis æquantur ad 1. positionem p. 1. hic non datur locus radici subtrahendæ, nec diuisioni. Sed dices ex prima regula, inuenias tres numeros in continua proportione, quorum aggregatum ad aggregatum secundi & tertij eandem habeat rationem quam aggregatum 2<sup>i</sup> & 3<sup>ii</sup> ad primum. Pones igitur eos 1. 1. pos. 1. quad. habebis igitur 1. quad. quadratum p. 2. cubis p. 1. quadrato, æqualia 1. quadrato p. 1. positioni p. 1. quare abiecto 1. quadrato communi, habebimus 1. quad. quadratum p. 2. cubis, æqualia 1. positioni p. 1. ergo iam scimus rationes quantitatum, quia verò ex aggregato in primam, fit quadratum aggregati secundæ & tertie, igitur tale aggregatum est diuisum secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & eius minor portio est 1. igitur residuum (& est maior portio) est 32.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & hoc æquatur (vt supponitur) 1. quadrato p. 1. positione, igitur quantitates sunt vt vides.

Mediæ igitur quantitatis (quæ est res) 1. quad. quadratum p. 2. cubis æquantur ipsi

	prima 1.
2. res 32. v. 32.	$1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ m. $\frac{1}{2}$
3. quad. 32.	$1\frac{1}{4}$ p. 1. m. 32. v. 32. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{4}$

quantitati p. 1. id est 32.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  : & per hæc intelligis modos harum regularum, si exempla hæc diligenter cum suis operationibus animaduertas.

## CAPVT XL.

De modis suppositionum generalium, ad artem maiorem pertinentibus, & regulis quæ extra ordinem sunt, ac æstimationibus diuersi generis ab his quæ dicte sunt.

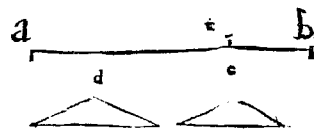
**C**VM fuerit cubus æqualis quadratis & numero, si ab æstimatione illa detrahatur numerus quadratorum, relinquetur æstimatio cubi & totidem quadratorum, æqualium numero qui sit in eadem proportione cum numero primæ æquationis in qua est ipsa secunda æquatio seu æstimatio ad primam æstimationem. Exemplum, cubus æquatur 2. quadratis p.  $1\frac{17}{24}$ , & æsti-

	æstimat.
1. cu. æqual. 2. quad. p.	$1\frac{17}{24}$   $2\frac{1}{4}$
1. cu. p. 2. quad. æqual.	$\frac{17}{24}$   $\frac{1}{4}$

matio est  $2\frac{1}{4}$ , dico, quod si abicias 2. numerum quadratorum, relinquetur  $\frac{1}{4}$ , æstimatio cubi & 2. quadratorum, æqualium  $\frac{9}{24}$ , qui numerus est in eadem proportione cum  $1\frac{17}{24}$  numero prioris æquationis, in qua est  $\frac{1}{4}$  æstimatio secunda, ad  $2\frac{1}{4}$  primam æstimationem, cuius demonstratio sic hæc.

## DEMONSTRATIO.

Ponatur a b æstimatio prima, & a c numerus quadratorum, & erit b c æstimatio alicuius cubi & quadratorum, secundum a c numerum æqualium alicui numero, qui sit e, ponatur verò d numerus, qui cum quadratis a b secundum numerum a c æquetur cubo a b, quia igitur cubus a b æquatur producto ex a c & c b in quadratum a b,



itemque producto ex a c in quadratum a b cum numero d, erit d æqualis producto c b in a b quadratum, & similiter cubus c b cum producto a c in quadratum c b, æquatur e numero, & æquatur etiam producto ex a b in quadratum b c, igitur productum a b in quadratum b c, æquatur e, verum producti b c in quadratum a b, ad productum a b in quadratum b c, vt a b ad b c per 143. libri de proport. colligitur, & in lib. Alizæ. Proportio igitur d ad e, vt a b ad b c, quod erat probandum. Similiter sequitur, permutando proportionem æquationum numerorum ad suas æstimationes eadem esse, cum æstimationum differentia fuerit numerus quadratorum.

Cum fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, item cubus æqualis totidem quadratis eidemque numero, erit proportio aggregati ex prima æstimatione & numero quadratorum, ad residuum, quod fit detracto à secunda æstimatione numero quadratorum,

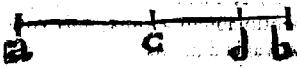


# Cap. XL. De modis suppositi. &c. 301

torum, vt secunda estimationis ad primam duplicata, velut si dicam, cubus & 3. quadrata, æquantur 20. &c. cubus æquatur 3. quadratis p. 20. in prima estimatione rei est 2. in secunda est 32. v. cubica 11. p. 32. 120. p. 32. v. cubica 11. m. 32. 120. p. 1. dico quod si addas 3. numerum quadratorum, ad 2. primam estimationem (& fiet 5.) & minuas idem 3. ex secunda estimatione (& fiet 32. v. cu. 11. p. 32. 120. p. 32. v. cu. 11. m. 32. 120. m. 2.) quod proportio 5. ad hanc radicem, est velut 32. v. cubica 11. p. 32. 120. p. 32. v. cubica 11. m. 32. 120. p. 1. estimationis secundæ, ad 2. estimationem primam, duplicata, cuius rei est demonstratio hæc.

## DEMONSTRATIO.

Sit estimatio prima  $b\ c$ , secunda  $a\ b$ , numerus quadratorum communis,  $a\ d$ . quia igitur cubus  $a\ b$ , æqualis est productis  $a\ d$  &  $d\ b$  in quadratum  $a\ b$ , &  $a\ b$  est



numerus quadratorum, erit productum ex  $d\ b$  in quadratum  $a\ b$ , æquale numero equationis, quare & cubo  $b\ c$  cum producto  $a\ d$  in quadratum  $b\ c$ , igitur quod ex  $b\ d$  in quadratum  $a\ b$ , æquale est ei, quod ex aggregato  $a\ d$  &  $c\ b$  in quadratum  $c\ b$ , igitur per 7. sexti & 34. 11. Elementorum,  $a\ d$  &  $c\ b$ , iunctorum ad  $b\ d$ , velut  $a\ b$  ad  $b\ c$ , ratio seu proportio duplicata.

Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, conuertetur capitulum in capitulum rerum æqualium cubo & numero, & estimatio secunda semper est addenda vel detrahenda tertie parti numeri quadratorum, vt habeatur prima, & est ex his quæ ad septimum capitulum pertinent, & modus est. Sume differentiam numeri equationis propositi, & dupli cubi rppquad. & eam pone pro numero, qui cum cubo æquatur rebus totidem, quotus est numerus, qui est tertia pars quadrati numeri quadratorum, ergo inuenta secunda estimatione, pro habenda prima, addes eam rppquad. si numerus fuit maior duplo cubi rppquad. vel minues, si numerus fuit minor duplo cubi rppquad. &c. constat vel residuum, est estimatio prima.

Exemplum; Cubus & 80. æquantur 9. quadratis, dupla cubum 3. qui est rppquad. fit 54. differentia cuius ab 80. est 26. igitur cubus p. 26. æquabitur 27. rebus, est autem 27. tertia pars quadrati 9. igitur estimatio secunda est 1. quæ addita ad 3. rppquad. constituit 4. estimationem primam quia numerus, qui est 80. est maior duplo cubi rppquad. quod est 54.

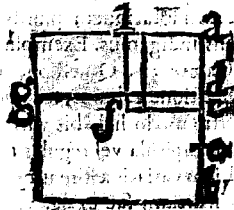
Aliud exemplum, Cubus p. 5. æquatur 6. quadratis, duc 6. in se fit 36. huius tertia pars est 12. numerus rerum, inde detrahe 5. numerum equationis, ex 16. duplo

Tom. IV.

cubi 2. rppquad. & relinquatur 11. igitur 1. cub. p. 11. æquatur 12. rebus, estimatio autem est 1. detrahe igitur 1. ex 2. rppquad. quia numerus est minor duplo cubi rppquad. relinquatur estimatio cubi p. 5. æqualis 6. quad.

## DEMONSTRATIO.

Demonstratio autem huius est, ponatur  $a\ b$  numerus quadratorum 9.  $a\ c$  estimatio rei, cuius cubus p. 80. æquatur  $a\ b$  ductæ in  $a\ f$  quadratum  $a\ c$ , & fit  $a\ d$  tertia pars



$a\ b$ , & similiter  $d\ c$  &  $a\ b$  &  $a\ g$  superficies æquidistantium laterum, & tertia pars quadrati  $a\ b$  per primam sexti Elementorum, quia igitur ex  $b\ a$  in  $a\ c$ , fit cubus  $a\ f$  p. 80. erit quod ex  $b\ c$  in  $a\ f$  80. quod igitur ex  $b\ d$  in  $a\ f$  80. p. eo quod ex  $c\ d$  in  $a\ f$ , detrahe igitur quod ex  $b\ d$  in  $a\ f$ , & est duplum cubi  $a\ d$ , fiet quod ex  $b\ d$  in gnomonem, 26. p. eo quod ex  $c\ d$  in  $a\ f$ , at quod ex  $b\ d$  in gnomonem, æquale est quadruplo  $c\ d$  in quadratum  $a\ h$ , & duplo  $a\ d$  in quadratum  $a\ h$ , & quod ex  $c\ d$  in  $a\ f$ , & reliquæ supplementorum sunt æquales invicem, quadruplum igitur  $c\ d$  in quadratum  $a\ h$  cum duplo  $a\ d$  in quadratum  $a\ h$ , æquatur 26. p. eo quod ex  $c\ d$  in  $a$ , at ex  $c\ d$  in  $a$ , fit cubus  $c\ d$ , & duplum  $a\ d$  in quadratum  $a\ h$ , &  $c\ d$  in quadratum  $a\ h$  semel, igitur 26. p. eo quod ex  $c\ d$  in quadratum  $a\ h$  semel, & ex  $a\ d$  in quadratum  $a\ h$  bis, vtrinque, erit triplum  $c\ d$  in  $a\ h$ , æquale cubo  $c\ d$  p. 26. at quod ex  $c\ d$  in  $a$  ter, æquale est, quod ex  $c\ d$  in  $a$  g semel, cum  $a\ d$  fit tertia pars  $d\ g$ , igitur quod ex  $c\ d$  in  $a$  g tertia pars quadrati  $a\ b$ , æquale est cubo ipsius  $c\ d$  p. 26.

Cum questionis solutio ad multitudinem denominationum peruenierit, solutio plerunque sperari potest, nam ex mala tractatione sæpius hoc euenit, vnde ad pauciores & notas denominationes deducta soluitur, & generaliter. At cum ad capitulum paucarum sed inæqualium denominationum peruenierit, questionis solutio, nunquam generaliter ad cognitionem perueniet, cum semper in id incidat capitulum, quod generalem estimationis inveniendæ regulam non habet, velut si ad capitulum rpp, quadratorum, rerum ac numeri deuenierit.

Cum verò hoc in omnibus, tum maxime in Geometricis questionibus, quæ graues sunt, plurimum conferre solet, vt præuias alias, ac minus difficiles questiones oluas, huius libri auxilio, demum in regulas

C c de

# 302 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

de modo solutiones has contrahes, inde illarum auxilio pededentim procedens per positionis præcepta & regulas, ad aliquod tandem horum capitulorum notorum peruenies, ex quo dilucida solutio apparebit.

6 Præter has autem æstimationes, aliæ quædam emergunt, quarum numerus est infinitus, nec vllius earum generalis est vsus, verum quæ maximè sunt frequentes, tribus modis fiunt. Aut enim regula peculiaris, vt in sexto libro ostensum est. Tum magis in capitulis omnibus quantitatum continuè proportionalium, vt facile est experiri. Aliæ autem ex iterata regularum vel capitulorum operatione, vel mixtione: vt cum ad quæstionem pluribus capitulis vel regulis indigemus. Exemplum habes, superius, Capite 35. Quæstione 4. & Capite 31. Quæstione 2. huius, sed oportet perficere. Tertio modo habebis varias æstimationes, cum capitula vel regulas non in numeris, sed in variatis æstimationibus exerceueris, vt si dicam, fac ex 3. vltimi 8. m. 3. 2. duas partes, ex quarum ductu in radices alterius mutuo fiant numeri, qui iuncti inuicem faciant 4. operatio perueniet ad absouam quantitatem.

7 Natura producti ex partibus numeri in 3. quadratam vel cubam vel alterius generis partis reliquæ, est de genere cubi, vel quad. quadrati, excepto quòd quantitas sumenda est proximè maximè, non minori. Exemplum, si quis dicat, fac ex 10. duas partes, quarum productum vnus in quadratum alterius faciat 9. & postmodum velis dicere, fac ex aliquo numero duas partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius, fiat 18. tunc vides quòd talis productio est ex genere cubi, quia igitur, si proportio esset eadem, fieret hoc ex 20. quod est duplum 10. vt 18. est duplum 9. at quia est ex genere cubi, inueniemus duos terminos proportionem continuam medios inter 10. & 20. & sunt 3. cubica 2000. & 3. cubica 4000. igitur numerus quæsitus est 3. cubica 2000. nam vna pars est 3. cubica 2. alia 3. 1458. ducta

3. cub. 1458. in quadratum 3. cub. 2. fit 3. cubica 5832. quæ est 18. Dico igitur quòd si dixisset, vt facias de 10. duas partes, ex quarum mutua multiplicatione in 3. alterius fiat 12. quod hæc habet rationem cubicam, vnde si diceremus, inuenias numerum ex cuius ductu vicissim partium in mutuas radices fiat 24. & velis ex primis partibus inuenire alias, tunc inter 10. & 20. eadem ratione, qui se habent vt 9. & 18. accipies in ratione cubica duos terminos medios proportionales, & maior illorum qui est 3. cubica 4000. est terminus quæsitus, nam vna pars est 3. cubica 4. alia 3.

cubica 2916. due vicissim in 3. quadratam alterius fiunt 3. cubica 5832. & 3. cub. 216. quæ sunt 18. & 6. & hæc iunctæ faciunt 24.

Quælibet æquatio cubi æqualis rebus & 8 numero, conuertitur in contumilem, cuius numerus rerum constat ex diuisione prioris numeri rerum per numerum æquationis, & numerus æquationis est 3. eius quod prouenit diuisa monade per numerum æquationis, vt in exemplo, cubus æquetur 6. positionibus p. 2. diuide 6. numerum positionibus p. 2.

1. cub. æqualis 6. pos. p. 2.
1. cub. æqualis 3. pos. p. 3. $\frac{1}{3}$
1. cub. æqualis 4. pos. p. 4.
1. cub. æqualis 1. pos. p. $\frac{1}{4}$
1. cub. æqualis 6. pos. p. 9.
1. cub. æqualis $\frac{1}{3}$ pos. p. $\frac{1}{3}$

num per 2. numerum æquationis, exibat 3. numerus positionum secundæ æquationis, diuide etiam vnitatem per 2. numerum æquationis, exit  $\frac{1}{2}$ , cuius 3. est numerus æquationis, & ita in duobus reliquis exemplis. Inuento autem æstimationis vnus per aliam, est valde difficilis, veruntamen dico, quòd habita secunda æstimatione, ipsa erit 3. numeri rerum multiplicandarum cum monade seu vno per 1. cub. & per positiones, & numerum priorem ex alia parte, inde addes tot quadrata vtrique parti, quotus est numerus, qui prouenit diuiso vno per quadruplum quadrati eiusdem secundæ æstimationis, & habebis quad. quadratum p. cubo p. quadrato ex vna parte, habentia 3. quæ erit quad. p. pos. & ex alia quad. p. pos. p. numero, habentia similiter radicem quæ erit positio p. numero, quare per capitulum, habebis æstimationem, vt in tertio exemplo, habes secundam rei æstimationem 1. pro habenda prima duc 1. positionem p. 1. (pro regula sumitur 1.) sed 1.

1. cub.   6. pos. p. 9.
1. pos. p. 1.   1. pos. p. 1.
1. quad. quad. p. 1. cub.   6. quad. p. 15.
1. qd. qd. p. 1. cu. p. $\frac{1}{4}$ qd.   6. $\frac{1}{4}$ quad. p. 15.
1. quad. p. $\frac{1}{4}$ pos.   2. $\frac{1}{4}$ pos. p. 3.

pos. est propter quadratum æstimationis rei, quod fuit etiam 1. in 1. cubum & 6. positiones p. 9. habebis 1. quad. quadratum p. 1. cubo, æqualia 6. quadratis, p. 9. p. 15. positionibus, deinde adde vtrique parti  $\frac{1}{4}$  quadrati, & est quod prouenit semper diuisa vnitatem per quadruplum quadrati numeri positionum additarum, & habebis partes habentes 3. quadratas, quare res est 3.