

Fragmenten uit het werk van L. E. J. Brouwer

Selectie: Jeanine Daems

Uit: Over de grondslagen der wiskunde - Academisch Proefschrift (1907)

Uit het hoofdstuk: Wiskunde en Ervaring

De mensen is een vermogen eigen dat al hun wisselwerking met de natuur begeleidt, het vermogen n.l. tot *wiskundig bekijken* van hun leven, tot het zien in de wereld van herhalingen van volgreesen, van causale systemen in de tijd. Het oer-fenomeen is daarbij de tijdsintuïtie zonder meer, waarin herhaling als “ding in de tijd en nog eens ding” mogelijk is, en op grond waarvan levensmomenten uiteenvallen als volgreesen van kwalitatief verschillende dingen; die vervolgens zich in het intellect concentreren tot *niet gevoelde*, doch *waargenomen* wiskundige volgreesen. (...)

Uit het hoofdstuk: Wiskunde en Logica

(...) Zo iets storends is het gevolg, wanneer men de taal, die een, zij het gebrekkig, hulpmiddel is om wiskunde mee te delen, maar met de wiskunde zelf niets uitstaande heeft dan als een begeleiding, als iets essentieels er van gaat bekijken, en de wetten, die de opvolging der volzinnen regeren, de logische wetten, als het eigenlijk richtende bij daden van wiskundig bouwen in 't oog gaan vatten.

Intussen blijven de moderne axiomatici natuurlijk toch van plan, om hun logische systemen tenslotte weer *toegepast* te zien, en hebben dan ook geen woordgebouwen opgetrokken, dan die geschikt zijn om opbouwbaar wiskundige systemen te begeleiden. Nu rijst de vraag: gesteld, we hebben op een of andere manier, zonder aan wiskundige interpretaties te denken, bewezen dat het uit enige taalaxioma's opgebouwde logische systeem niet-strijdig is, d.w.z. dat op geen moment van de ontwikkeling van het systeem twee strijdige stellingen komen; vinden we vervolgens een wiskundige interpretatie van de axioma's, (die dan natuurlijk bestaat in de eis, een wiskundig gebouw te construeren met aan gegeven wiskundige relaties voldoende elementen), volgt dan uit de niet-strijdigheid van het systeem dat zulk een gebouw *bestaat*? Maar zo iets is door de axiomatici nooit bewezen, niet eens voor het geval de gestelde voorwaarden insluiten, dat het een wiskundig opbouwbaar systeem is, wat gezocht wordt; zo b.v. wordt nergens bewezen, dat als een eindig getal aan een stelsel voorwaarden moet voldoen, waarvan bewezen kan worden, dat ze niet contradictoir zijn, dat dan dat getal ook bestaat.

Maar zeker is *niet* de stelling waar, als in de gegeven voorwaarden *niet* reeds de opbouwbaarheid uitdrukkelijk begrepen is. (...)

Uit: Onbetrouwbaarheid der Logische Principes (1908)

(...) Zo blijft nu alleen nog de meer gespecialiseerde vraag: “Kan men bij zuiver wiskundige constructies en transformaties de voorstelling van het opgetrokken wiskundig systeem tijdelijk verwaarlozen, en zich voortbewegen in het accompagnerend taalgebouw, geleid door de principes van *sylogisme*, van *contradictie* en van *tertium exclusum*, in vertrouwen dat door tijdelijke oproeping van de voorstelling der beredeneerde wiskundige constructies telkens elk deel van het betoog zou kunnen worden gewettigd?”

Hier zal blijken, dat dit vertrouwen voor de beide eerste principes wèl, voor het laatste niet gegrond

is. (...)

Nu het *principium tertii exclusi*: dit eist, dat iedere onderstelling òf juist òf onjuist is, wiskundig: dat van iedere onderstelde inpassing van systemen op bepaalde wijze in elkaar hetzij de beëindiging, hetzij de stuiting op onmogelijkheid kan worden geconstrueerd. De vraag naar de geldigheid van het *principium tertii exclusi* is dus equivalent met de vraag naar de *mogelijkheid van onoplosbare wiskundige problemen*. Voor de wel eens uitgesproken overtuiging, dat onoplosbare wiskundige problemen niet bestaan, is geen aanwijzing van een bewijs aanwezig. (...)

Uit: 'Intuitionisme en Formalisme', Brouwers inaugurele rede (1912)

(...) En bij de opbouw dezer verzamelingen kan noch de gewone, noch enige symbolische taal een andere functie vervullen, dan die van een onwiskundig hulpmiddel, om het wiskundige geheugen te ondersteunen of om door meerdere individuen dezelfde wiskundige verzameling te doen bouwen.

Nimmer mag dan ook de intuïtionist de juistheid ener wiskundige theorie verzekerd achten door waarborgen als het bewijs harer niet-contradictoriteit, de definieerbaarheid harer begrippen door een eindig aantal woorden, of de praktische zekerheid, dat zij in de verstandhouding der mensen nooit tot misverstand aanleiding zal geven. (...)

Even later, nadat Brouwer heeft gesproken over de formalistische opbouw van de verzamelingenleer, zegt hij:

(...) In deze vorm veroorlooft het axioma inderdaad slechts verzamelingen in te voeren, die in reeds vroeger ingevoerde als deelverzamelingen bevat zijn, terwijl men voor het overige van elke nieuwe verzameling, waarmee men wil opereren, eerst axiomatisch het bestaan zal hebben te postuleren. Daar men nu echter, om iets te kunnen uitrichten, in elk geval met het axiomatisch invoeren van een zeker aantal verzamelingen moet beginnen, kunnen tegen het bestaansrecht van andere verzamelingen geen andere goede gronden aangevoerd, dan dat ze tot contradicties hebben gevoerd; de praktijk van het formalisme heeft dan ook door de ontdekking van de paradoxen geen andere wijzigingen ondergaan, dan dat uitsluitend die tot paradoxen voerende verzamelingen zijn afgeschaft. Met de overige door het oude comprehensieaxioma gecreëerde verzamelingen wordt onbekommerd verder gewerkt, en dit veroorzaakt, dat nog steeds uitgebreide velden van onderzoek, die voor de intuïtionist van zin zijn ontbloot, de belangstelling van formalisten in beslag nemen. (...)

Al deze fragmenten komen uit werken van Brouwer die zijn afgedrukt in: Dirk van Dalen, L.E.J. Brouwer en de grondslagen van de wiskunde, Epsilon Uitgaven, Utrecht, 2001