# <u>בחינה בקורס מתמטיקה דיסקרטית - מועד ג׳</u>

תאריך : 11.4.02

מס׳ קורס : 203.1850.א.01

מרצה : דר׳ חגית הל–אור

מתרגלת : גב׳ מריה פקין

**<u>עליך לענות על 3 מתוך 4 השאלות הבאות</u>**

לכל שאלה ניקוד זהה, אך חלוקת הניקוד לסעיפים השונים לא בהכרח זהה.

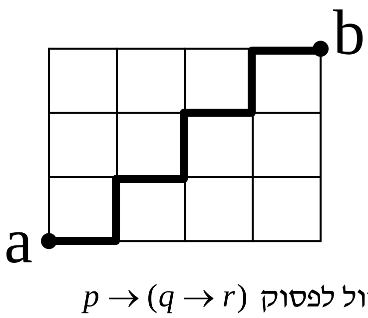
**<u>שאלה 1:</u>**

א. בבית חרושת יוצרים חלקי מכונית. לכל חלק מספר סידורי המורכב מאות לועזית אחת ולאחריה 3 ספרות (לדוגמא B010, F228 ). בשבוע אחד ייצרו 60000 חלקי מכוניות. הוכח שלפחות 3 עם אותו מספר סידורי.

ב. כמה יחסים R על קבוצה A הם יחסי שקילות כאשר $|A| = 4$ ?

**<u>שאלה2:</u>**

1. בכמה אופנים ניתן להגיע מנקודה a לנקודה b על רשת כבישים סריגית במסלול נתון באורך n, אם בכל צעד מתקדמים 2 או 3 קדקדים? הוכח!



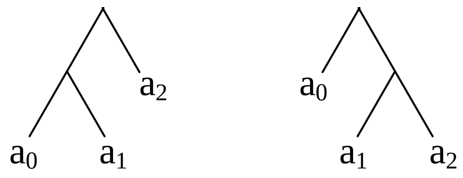

2. הוכח או הפרך : הפסוק $(p \to q) \to r$ שקול לפסוק $p \to (q \to r)$

3. כמה מונומים מסוגים שונים יש בפיתוח של $(x_1 + x_2 + .... + x_m)^n$ ?

(דוגמא : $(x_1 + x_2)^3 = ax_1^3 + bx_1^2 x_2 + cx_1 x_2^2 + dx_2^3$ יש 4 מונומים).

**<u>שאלה 3:</u>**

א. יהיו $a_0 \ldots a_n$ סדרה של מספרים. נגדיר עץ "חוקי" כעץ בינארי אשר בעלים ישנם המספרים $a_0 \ldots a_n$ מסודרים משמאל לימין. דוגמא: עבור n=2 $(a_0,a_1,a_2)$ יש 2 עצים "חוקיים":




נגדיר $T_n$ = מספר העצים החוקיים עבור n. הוכח באינדוקציה שעבור $n \geq 0$ מספר העצים ה"חוקיים" שווה:

$$T_n = \sum_{k=0}^{n-1} T_k T_{n-k-1}$$

ב. יהיו $X_0 \ldots X_n$ מספרים שלמים. רוצים לחשב את סכום n+1 המספרים האלו. ניתן לעשות זאת במספר אופנים המוגדרים ע"י הכנסת (n זוגות) סוגריים לביטוי: $X_0 + \ldots + X_n$ .

דוגמא: עבור n=3 ניתן לחשב את הביטוי $X_0 + X_1 + X_2 + X_3$ ב-5 אופנים ע"י הכנסת 3 זוגות סוגריים:

$$(X_0 + (X_1 + (X_2 + X_3))) \;,\; (X_0 + ((X_1 + X_2) + X_3)) \;,\; ((X_0 + (X_1 + X_2)) + X_3) \;,$$

$$((X_0 + X_1) + (X_2 + X_3)) \;,\; (((X_0 + X_1) + X_2) + X_3)$$

(שים לב כי אין לשנות את סדר האיברים $X_i$ בביטוי).

נסמן $S_n$ = מספר האופנים שניתן לחשב ביטוי המורכב מ- n+1 מספרים $(X_i)$.

תן הגדרה רקורסיבית ל- $S_n$. הסבר תשובתך.

**שאלה 4:**

א. יוצרים את כל הפרמוטציות האפשריות של 26 האותיות הלועזיות.

1. כמה מהן מכילות לפחות אחד מ - SHOW, BIRD, CAKE
2. כמה מהן מכילות לפחות אחד מ - SWORD, PLANT, CARTS

הוכח תשובתך.

ב. הוכח באידוקציה את חוק הפילוג המוכלל לכל $n \geq 3$ :

$$A_1 \cap (A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n) = (A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3) \cup \ldots \cup (A_1 \cap A_n)$$

**בהצלחה**