



[philosophy]

Diamond Open Access

[awaiting peer review]

A Existência de Axiomas é um Axioma

Colaboração Filosofia Aberta¹

23 de Junho de 2024

Resumo

Apresentamos o axioma da existência dos axiomas e suas implicações para sistemas lógicos e além.

palavras-chave: existência, axiomas, loops, decidibilidade, filosofia lógica

A versão mais atualizada deste white paper está disponível em
<https://doi.org/10.5281/zenodo.12193832>

Introdução

1. Este trabalho surgiu do amadurecimento matemático subsequente aos estudos destes livros [1–11].

Definições

2. Adotamos as seguintes definições.
3. **axioma** := proposição impossível de ser demonstrada matematicamente, mesmo com um número infinito de axiomas e regras de inferência.
4. **teorema** := proposição demonstrada a partir de axiomas e regras de inferência.

¹Todos os autores com suas afiliações aparecem no final deste white paper.

Dois axiomas excludentes

5. A_1 : *Axiomas existem.*
6. A_0 : *Axiomas não existem.*
7. Considerando a lógica clássica, ou A_1 é verdadeiro, ou A_0 é verdadeiro.

Decomposição

8. Tomando A_1 como verdadeiro, os axiomas são atômicos, isto é, não podem ser decompostos em unidades menores compostas por outros axiomas.
9. Se A_0 for verdadeiro, então chamamos algo de axioma simplesmente porque não sabemos como demonstrá-lo.
10. Ainda, considerar A_0 verdadeiro significa que o que chamamos de axioma pode, na verdade, ser decomposto em unidades menores de teoremas, infinitamente.
11. Decomposto, neste contexto, quer dizer que há uma demonstração subjacente ao que inicialmente achávamos ser um axioma.

Axiomas e regras de inferência

12. Um sistema axiomático é um sistema lógico composto por axiomas, conforme a definição (3), e por regras de inferência.

Teoremas e regras de inferência

13. Um sistema **teoremático** é um sistema lógico composto exclusivamente por teoremas, conforme a definição (4), e por regras de inferência.
14. Se A_0 for verdadeiro, então A_0 se torna um teorema, podendo ser decomposto, por meio de regras de inferência, em teoremas infinitamente menores.

Loops

15. $\ell := \text{loop} :=$ sequência de aplicações de regras de inferência em axiomas ou teoremas, de modo que um mesmo objeto prova a si mesmo.
16. $L := \text{loops}$ existem, independentemente de A_0 ou A_1 serem verdadeiros.
17. É possível construir uma estrutura abstrata \mathcal{A} a partir de ℓ , de forma que a estrutura de \mathcal{A} seja independente de ℓ ?
18. Se sim, então é possível que as abstrações \mathcal{A} sejam utilizadas para demonstrar teoremas?
19. \mathcal{A} contém informações sobre as regras de inferência?

Regras de inferência

20. *Uma regra de inferência pode ser decomposta em unidades menores?*
21. Se sim, então existem regras de inferência atômicas, isto é, que não podem ser decompostas?
22. Seguindo essa linha de raciocínio, podemos igualmente considerar como axioma a decomposição de regras de inferência, conforme descrito a seguir.
23. R_1 : *Regras de inferência podem ser decompostas em unidades menores.*
24. R_0 : *Regras de inferência não podem ser decompostas em unidades menores.*

Existência

25. *A existência é uma definição, um axioma, um teorema, uma regra de inferência, ou outro tipo de abstração?*

Decidibilidade

26. [12–15]
27. Assuma que a matemática seja consistente.
28. Proposições não decidíveis, isto é, proposições verdadeiras que não podem ser demonstradas dentro de um sistema axiomático, diferem da definição de axiomas (A_1) em (5).
29. Na não decidibilidade, conforme o teorema da incompletude de Gödel [12], o sistema axiomático é considerado finito.

Considerações Finais

30. Em um cenário de inexistência de axiomas, a matemática abandona os sistemas *axiomáticos* de forma permanente e passa a operar com sistemas *teoremáticos*.
31. A existência de estruturas abstratas construídas a partir de loops lógicos pode trazer revoluções matemáticas, científicas e filosóficas.
32. Até mesmo as regras de inferência, se puderem ser decompostas (de forma finita ou infinita), poderão ser analisadas pelos matemáticos e filósofos quanto ao seu caráter axiomático.

Convite Aberto

Revise, adicione conteúdo e seja coautor(a) deste white paper [16, 17].
Junte-se à Colaboração Filosofia Aberta.

Arquivos Suplementares

[18]

Como citar este artigo

<https://doi.org/10.5281/zenodo.12193832>

Agradecimentos

+ **Zenodo**

<https://zenodo.org>

+ **OpenAI (GPT-4)**

<https://chat.openai.com>

+ **PhilArchive**

<https://philarchive.org>

Consentimento

O autor concorda com [17].

Licença

CC-By Attribution 4.0 International [19]

Referências

- [1] Stillwell, John. *Reverse Mathematics: Proofs from the Inside Out*. Princeton University Press, 2019.
- [2] Stillwell, John. *Roads to Infinity: The mathematics of Truth and Proof*. CRC Press, 2010.
- [3] Leary, Christopher C., and Lars Kristiansen. *A friendly introduction to mathematical logic*, 2nd edition, 2015.
<https://knightscholar.geneseo.edu/geneseo-authors/6/>
- [4] Ono, Hiroakira. *Proof Theory and Algebra in Logic*. Singapore: Springer, 2019.
- [5] Gabbay, Dov M., and Franz Guenther, eds. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. 1. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.

- [6] De Swart, Harrie. *Philosophical and Mathematical Logic*. Springer International Publishing, 2018.
- [7] Buss, Samuel R. “An introduction to proof theory.” *Handbook of Proof Theory* 137 (1998): 1-78. <https://bit.ly/3BnmMrk>
- [8] Girard, Jean-Yves, Paul Taylor, and Yves Lafont. *Proofs and types*. Cambridge: Cambridge university press, 1989.
- [9] Girard, Jean-Yves. “A new constructive logic: classic logic.” *Mathematical structures in computer science* 1.3 (1991): 255-296.
- [10] Indrzejczak, Andrzej. *Sequents and Trees*. Springer International Publishing, 2021. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-57145-0>
- [11] Rasga, João, and Cristina Sernadas. *Decidability of Logical Theories and Their Combination*. Springer International Publishing, 2020.
- [12] Gödel, Kurt. “On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems”. Courier Corporation, 1992.
- [13] Nagel, Ernest, and James R. Newman. *Gödel’s Proof*. Routledge, 2012.
- [14] Hofstadter, Douglas R. *Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid*. New York: Basic books, 1979.
- [15] Lobo, Matheus P. “Mathematics Beyond Axioms.” *OSF Preprints*, 5 Sept. 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/adrjq>
- [16] Lobo, Matheus P. “Microarticles.” *OSF Preprints*, 28 Oct. 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/ejrct>
- [17] Lobo, Matheus P. “Simple Guidelines for Authors: Open Journal of Mathematics and Physics.” *OSF Preprints*, 15 Nov. 2019. <https://doi.org/10.31219/osf.io/fk836>
- [18] <https://doi.org/10.5281/zenodo.12193832>
- [19] CC. Creative Commons. *CC-By Attribution 4.0 International*. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

Colaboração Filosofia Aberta

Matheus Pereira Lobo¹ (autor principal, matheusplobo@gmail.com)
<https://orcid.org/0000-0003-4554-1372>

¹Universidade Federal do Norte do Tocantins (Brasil)