

(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 102168959 B

(45) 授权公告日 2012. 11. 28

(21) 申请号 201010115279. X

CN 101099074 A, 2008. 01. 02, 全文.

(22) 申请日 2010. 02. 26

EP 1130353 A2, 2001. 09. 05, 全文.

(73) 专利权人 中国海洋石油总公司

WO 2006/072658 A1, 2006. 07. 13, 全文.

地址 100010 北京市东城区朝阳门北大街
25号

孙云虎等. PL19-3 II -WHPC JACKET 测量坐
标站的建立. 《中国造船》. 2006, 第47卷441-451.

专利权人 海洋石油工程股份有限公司
天津蓝海工程检测技术服务有限
公司

张士舰等. 大型深水导管架井口导向同
心度的计算方法. 《中国造船》. 2007, 第48卷
382-385.

审查员 孙雪婷

(72) 发明人 刘春杰 张士舰 孙云虎

(74) 专利代理机构 天津三元专利商标代理有限
责任公司 12203

代理人 高凤荣

(51) Int. Cl.

G01B 21/00 (2006. 01)

(56) 对比文件

US 2004/0223148 A1, 2004. 11. 11, 全文.

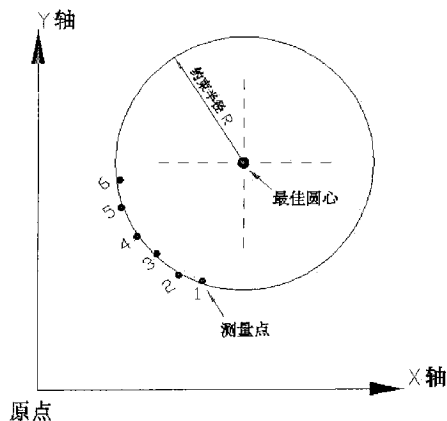
权利要求书 5 页 说明书 12 页 附图 10 页

(54) 发明名称

三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位
置状态的方法

(57) 摘要

一种三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空
间位置状态的方法, 一将导管架及其被测杆件处
于一个三维坐标系下, 并将采集杆件表面点的三
维坐标, 投影到测量点形成横断面的圆周上; 二
被测点进行一次角度旋转和二次角度旋转, 三, 在
被测杆件理论半径给出的前提下, 利用最小二乘
法, 对转换后坐标数据进行处理, 求出被测杆件
最佳圆心坐标及圆心坐标的点位误差; 四, 剔出
误差较大的点, 重复三; 五反方向三维转换回到
原始坐标系下; 六将被测杆件通过计算得出的最
佳圆心坐标连接成线状的导管架结构图, 评估出
导管架的各杆件的误差后, 再进行杆件的调整。本
发明可以快速准确地得出导管架各圆形杆件圆
心的三维坐标, 分析圆心坐标的误差大小, 提高
了工作效率。



1. 一种三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法,预先,在导管架建造场地周围设立三维控制网;其特征在于:采用以下具体步骤:

第一步,将导管架的主结构及其中的被测杆件处于一个三维坐标系下,并将采集到的杆件表面数个点的三维坐标,投影到某一测量点形成横断面的圆周上,然后,计算法向量为 (i, j, k) 且通过某一测量点的横断面,再计算过原点且垂直于横断面的垂足坐标;

第二步,根据垂足坐标计算旋转参数,被测点按照计算的旋转参数绕坐标轴进行一次角度旋转和二次角度旋转,并利用两次角度旋转后的坐标 (x'', y'') 进行下一步的计算;

第三步,在被测杆件理论半径给出的前提下,利用最小二乘法,对转换后坐标数据进行处理,解算出该导管架被测杆件最佳圆心坐标,最后求出圆心坐标的点位误差;

第四步,根据求出的圆心坐标误差,从所采集的测量点中剔出误差较大的点,然后,重复第三步骤;

第五步:按照计算的三维转换参数,反方向三维转换计算的圆心回到原始坐标系下,从而得出原始坐标系下被测杆件上通过某一测量点的圆周的三维最佳圆心坐标;

第六步:将被测杆件通过计算得出的最佳圆心坐标连接成线状的导管架结构图,然后,把理论线形图和实际线形图进行对比,评估出导管架的各杆件的误差后,再进行杆件的调整。

2. 根据权利要求1所述的三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法,其特征在于:所述第一步中通过某一测量点的横断面计算过原点且垂直于横断面的垂足坐标具体计算步骤为:

(1) 在被测杆件上用测量设备测量出若干点的三维坐标 (x_i, y_i, z_i) 使其投影到被测杆件表面上的一点 (x_0, y_0, z_0) ,且通过该点 (x_0, y_0, z_0) 的法向量为 (i, j, k) 的平面上,这个面的平面方程为: $ix+jy+kz-ix_0-jy_0-kz_0=0$,可简化为:

$$z = A'x + B'y + C'$$

$$\text{其中 } A' = -\frac{i}{k}, B' = -\frac{j}{k}, C' = \frac{ix_0 + jy_0 + kz_0}{k}$$

(2) 过原点并且垂直于平面的直线方程为: $\frac{x}{A'} = \frac{y}{B'} = \frac{z}{-1} = t$

得到垂足坐标为:

$$x_v = -\frac{A'C'}{A'^2 + B'^2 + 1}, y_v = -\frac{B'C'}{A'^2 + B'^2 + 1}, z_v = \frac{C'}{A'^2 + B'^2 + 1};$$

所述第二步中两次旋转角度的计算及旋转过程具体计算步骤为:

(1) 旋转角度的计算:

$$\alpha = \arctg\left(-\frac{y_v}{z_v}\right), \quad \beta = \arctg\frac{x'_v}{z'_v};$$

其中 α 是垂线绕X轴顺时针旋转至XOZ平面的角度, β 是垂线绕Y轴顺时针旋转至Z轴的角度, y_v, z_v 是第一次旋转前的垂足坐标, x'_v, z'_v 是第一次绕X轴旋转后的垂足坐标;

(2) 旋转过程的计算

①绕X轴旋转的矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

②绕 Y 轴旋转的矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix} x''_i \\ y''_i \\ z''_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix}$$

通过 α 与 β 二次角度旋转,使向量为 (i, j, k) 且过 (x_0, y_0, z_0) 的平面已经平行于 XOY 平面,所测点的坐标转变为 (x''_i, y''_i, z''_i) ;

所述第三步被测杆件最佳圆心的计算步骤如下：

(1) 旋转后的圆的展开式方程为 $:x^2+y^2+Dx+Ey-F=0$

共测量了 N 个点 $(x_1, y_1; x_2, y_2; \dots; x_k, y_k; \dots; x_n, y_n)$, 通过上述转换形成的坐标为 $(x''_1, y''_1; x''_2, y''_2; \dots; x''_k, y''_k; \dots; x''_n, y''_n)$, 选择其中分散的三点 $(x''_1, y''_1; x''_k, y''_k; x''_n, y''_n)$ 计算 (D, E, F) 的近似值 (D_0, E_0, F_0)

$$\begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x''_1 & y''_1 & -1 \\ x''_k & y''_k & -1 \\ x''_n & y''_n & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -x''_1{}^2 - y''_1{}^2 \\ -x''_k{}^2 - y''_k{}^2 \\ -x''_n{}^2 - y''_n{}^2 \end{bmatrix}$$

圆的误差方程为 $:v_i = x_i^2 + y_i^2 + (D_0 + \hat{d})x_i + (E_0 + \hat{e})y_i - (F_0 + \hat{f})$

(2) 整理为标准误差方程形式 $:v_i = x_i \hat{d} + y_i \hat{e} - \hat{f} - (-x_i^2 - y_i^2 - x_i D_0 - y_i E_0 + F_0)$

$$\text{令 } V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x''_1 & y''_1 & -1 \\ x''_2 & y''_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x''_n & y''_n & -1 \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} F_0 - x''_1{}^2 - y''_1{}^2 - x''_1 D_0 - y''_1 E_0 \\ F_0 - x''_2{}^2 - y''_2{}^2 - x''_2 D_0 - y''_2 E_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ F_0 - x''_n{}^2 - y''_n{}^2 - x''_n D_0 - y''_n E_0 \end{bmatrix}$$

(3) 平差方程的矩阵形式为 $:V = B\hat{x} - l$ (a)

令 $N_{BB} = B^T P B, W = B^T P l$

$$N_{BB} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \end{bmatrix}$$

(4) 被测杆件理论半径给出的前提下的条件方程为： $F + \frac{1}{4}D^2 + \frac{1}{4}E^2 = R^2$

(5) 用泰勒公式展开线性形式为： $F_0 + \frac{1}{4}D_0^2 + \frac{1}{4}E_0^2 - R^2 + \hat{f} + \frac{D_0}{2}\hat{d} + \frac{E_0}{2}\hat{e} = 0$

则被测杆件理论半径给出的前提下的的矩阵形式为 $C\hat{x} + W_x = 0$ (b)

$$C = \begin{bmatrix} \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad W_x = F_0 + \frac{1}{4}D_0^2 + \frac{1}{4}E_0^2 - R^2$$

按求条件极值法组成函数： $\phi = V^T P V + 2K_s^T (C\hat{x} + W_x)$

因为，视所有点的测量精度相同，所以权阵 P 为对角元素都为 1 的单位方阵；其中 K_s 是对应于限制条件方程系数向量，为求 ϕ 的极小值将其对 \hat{x} 取偏导数并令其为零，则

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{x}} = 2V^T P \frac{\partial V}{\partial \hat{x}} + 2K_s^T C = 2V^T P B + 2K_s^T C = 0$$

转置后得

$$B^T P V + C^T K_s = 0 \quad (c)$$

将 (a) 式带入 (c) 式得

$$B^T P B \hat{x} + C^T K_s - B^T P l = 0 \quad (d)$$

联立 (b) 和 (d) 两式组成如下法方程

$$\begin{cases} N_{BB}\hat{x} + C^T K_s - W = 0 \\ C\hat{x} + W_x = 0 \end{cases}$$

(6) 法方程的矩阵形式如下：

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' & \frac{D_0}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' & \frac{E_0}{2} \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n & 1 \\ \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \\ R^2 - \frac{D_0^2}{4} - \frac{E_0^2}{4} - F_0 \end{bmatrix}$$

计算得：

$$\begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' & \frac{D_0}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' & \frac{E_0}{2} \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n & 1 \\ \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \\ R^2 - \frac{D_0^2}{4} - \frac{E_0^2}{4} - F_0 \end{bmatrix}$$

(7) 初始值与修正值之和即为圆方程的各项系数：

$$\begin{bmatrix} D \\ E \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix}$$

$$(8) \quad X_{\text{心}} = -\frac{1}{2}D, \quad Y_{\text{心}} = -\frac{1}{2}E, \quad Z_{\text{心}} = \frac{C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2 + 1}}$$

所述第五步中原始坐标系下被测杆件最佳圆心的转换步骤如下：

(9) $(X_{\text{心}}, y_{\text{心}}, Z_{\text{心}})$ 绕 Y 轴逆时针旋转 β 角的矩阵为：

$$\begin{bmatrix} X'_{\text{心}} \\ Y'_{\text{心}} \\ Z'_{\text{心}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{\text{心}} \\ Y_{\text{心}} \\ Z_{\text{心}} \end{bmatrix}$$

(10) $(X'_{\text{心}}, Y'_{\text{心}}, Z'_{\text{心}})$ 绕 X 轴逆时针旋转 α 角的矩阵为：

$$\begin{bmatrix} X''_{\text{心}} \\ Y''_{\text{心}} \\ Z''_{\text{心}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X'_{\text{心}} \\ Y'_{\text{心}} \\ Z'_{\text{心}} \end{bmatrix}$$

$(X''_{\text{心}}, Y''_{\text{心}}, Z''_{\text{心}})$ 即是计算出的最佳圆心。

3. 根据权利要求 2 所述的三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法，

其特征在于:所述第三步最佳圆心点位误差具体计算步骤如下:

①最佳圆心点位误差计算公式为:

$$\text{根据间接平差的中误差估值为 } \hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-u+s}}$$

其中, r 为多余观测数, n 为测量点数, u 为平差中参数的个数, $u = 3$, 即 D, E, F 三个参数, s 为限制条件的个数, 限制条件的个数为 1 时,

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-2}};$$

圆方程的三个参数的协因数阵 $Q_{\hat{x}\hat{x}} = N_{BB}^{-1} - N_{BB}^{-1} C^T N_{CC}^{-1} C N_{BB}^{-1}$, 其中 $N_{BB} = B^T P B$, $N_{CC} = C N_{BB}^{-1} C^T$, 所以, 参数 D 的协因数 $Q_{\hat{D}\hat{D}} = Q_{\hat{x}\hat{x}}(1,1)$, 参数 E 的协因数 $Q_{\hat{E}\hat{E}} = Q_{\hat{x}\hat{x}}(2,2)$. $\hat{\sigma}_D = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\hat{D}\hat{D}}}$ $\hat{\sigma}_E = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\hat{E}\hat{E}}}$

②根据误差传播率, 圆心的坐标中误差计算公式为: $\hat{\sigma}_x = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_D$, $\hat{\sigma}_y = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_E$

③圆心的点位中误差计算公式为: $\hat{\sigma}_{\text{点位}} = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2}$ 。

三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法

技术领域

[0001] 本发明涉及确定柱体圆心三维坐标的方法,尤其涉及一种三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法。

背景技术

[0002] 在海洋工程制造业中,导管架建造装配比较复杂,其结构大部分都由卷制的钢管组成,对钢管这种圆形杆件的装配精度要求非常高,如何快速、准确高效地确定圆形杆件圆心的空间位置坐标,在导管架建造过程中非常重要。

[0003] 在三维坐标系下,对于建造安装的空间杆件,由于杆件都是卷制而成,不同程度上存在圆度误差,传统的杆件空间位置其检测方法有两种:

[0004] 一是,首先在杆件的表面上确定一个点,计算出在理论坐标系下的坐标,然后,在导管架建造场地周围设立三维控制网;再由全站仪测量该点的实际坐标,但由于杆件存在椭圆度,杆件表面上的该点坐标并不能反映出该杆件实际的空间状态。

[0005] 二是:预先,在导管架建造场地周围设立三维控制网;确定杆件某一断面的位置,并均匀的找出在这一断面上的圆周上的若干个测量点,通过全站仪测量这些测量点的坐标,然后再通过传统的最小二乘法计算出该杆件的圆心坐标。这种做法,首先要在杆件断面的圆周上找出多个测量点,而且这些点最好是均匀的分布在圆周上,只有这样计算出来的圆心坐标才能准确。因此,现场定点测量的工作量较大,在施工现场条件比较复杂的情况下,全站仪不可能同时扑捉到这些点,只能观测到圆周上某一小段圆弧的部分点,由于管子的椭圆度以及现场条件不能测量到杆件的整个圆周上的点所带来的不确定性,按照传统的最小二乘法,所计算出的圆心坐标也不是很准确。如何减少定点测量的工作量,又能准确地找出杆件圆心的三维坐标,是导管架施工及海上导管架安装尺寸控制的主要内容之一。

发明内容

[0006] 本发明的主要目的在于克服现有方法存在的上述缺点,而提供一种三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法,其可以快速准确地得出导管架各圆形杆件圆心的三维坐标,从而得到准确的杆件的空间位置,且能够分析圆心坐标的误差大小;减少现场定点测量的的工作量,提高了工作效率。

[0007] 本发明的目的是由以下技术方案实现的:

[0008] 一种三维坐标系下检测导管架各圆形杆件空间位置状态的方法,预先,在导管架建造场地周围设立三维控制网;其特征在于:采用以下具体步骤:

[0009] 第一步,将导管架的主结构及其中的被测杆件处于一个三维坐标系下,并将采集到的杆件表面数个点的三维坐标,投影到某一测量点形成横断面的圆周上,然后,计算法向量为 (i, j, k) 且通过某一测量点的横断面,再计算过原点且垂直于横断面的垂足坐标;

[0010] 第二步,根据垂足坐标计算旋转参数,被测点按照计算的旋转参数绕坐标轴进行一次角度旋转和二次角度旋转,并利用两次角度旋转后的坐标 (x'', y'') 进行下一步的计

算；

[0011] 第三步,在被测杆件理论半径给出的前提下,利用最小二乘法,对转换后坐标数据进行处理,解算出该导管架被测杆件最佳圆心坐标,最后求出圆心坐标的点位误差；

[0012] 第四步,根据求出的圆心坐标误差,从所采集的测量点中剔出误差较大的点,然后,重复第三步骤；

[0013] 第五步:按照计算的三维转换参数,反方向三维转换计算的圆心回到原始坐标系下,从而得出原始坐标系下被测杆件上通过某一测量点的圆周的三维最佳圆心坐标；

[0014] 第六步:将被测杆件通过计算得出的最佳圆心坐标连接成线状的导管架结构图,然后,把理论线形图和实际线形图进行对比,评估出导管架的各杆件的误差后,再进行杆件的调整。

[0015] 所述第一步中通过某一测量点的横断面计算过原点且垂直于横断面的垂足坐标具体计算步骤为：

[0016] (1) 在被测杆件上用测量设备测量出若干点的三维坐标 (x_i, y_i, z_i) , 使其投影到被测杆件表面上的一点 (x_0, y_0, z_0) , 且通过该点 (x_0, y_0, z_0) 的法向量为 (i, j, k) 的平面上, 这个面的平面方程为: $ix+jy+kz-ix_0-jy_0-kz_0=0$, 可简化为: $z=A'x+B'y+C'$

[0017] 其中 $A' = -\frac{i}{k}, B' = -\frac{j}{k}, C' = \frac{ix_0 + jy_0 + kz_0}{k}$

[0018] (2) 过原点并且垂直于平面的直线方程为: $\frac{x}{A} = \frac{y}{B} = \frac{z}{-1} = t$

[0019] 得到垂足坐标为：

[0020] $x_v = -\frac{A'C'}{A'^2 + B'^2 + 1}, y_v = -\frac{B'C'}{A'^2 + B'^2 + 1}, z_v = \frac{C'}{A'^2 + B'^2 + 1}$ ；

[0021] 所述第二步中两次旋转角度的计算及旋转过程具体计算步骤为：

[0022] (1) 旋转角度的计算：

[0023] $\alpha = \arctg(-\frac{y_v}{z_v}), \beta = \arctg \frac{x'_v}{z'_v}$ ；

[0024] 其中 α 是垂线绕 X 轴顺时针旋转至 XOZ 平面的角度, β 是垂线绕 Y 轴顺时针旋转至 Z 轴的角度, y_v, z_v 是第一次旋转前的垂足坐标, x'_v, z'_v 是第一次绕 X 轴旋转后的垂足坐标；

[0025] (2) 旋转过程的计算

[0026] ①绕 X 轴旋转的矩阵形式为：

[0027]
$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

[0028] ②绕 Y 轴旋转的矩阵形式为：

[0029]
$$\begin{bmatrix} x''_i \\ y''_i \\ z''_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix}$$

[0030] 通过 α 与 β 二次角度旋转,使向量为 (i, j, k) 且过 (x_0, y_0, z_0) 的平面已经平行于 XOY 平面,所测点的坐标转变为 (x''_i, y''_i, z''_i) ;

[0031] 所述第三步被测杆件最佳圆心的计算步骤如下:

[0032] (1) 旋转后的圆的展开式方程为 $:x^2+y^2+Dx+Ey-F=0$

[0033] 共测量了 N 个点 $(x_1, y_1; x_2, y_2; \dots x_k, y_k \dots x_n, y_n)$, 通过上述转换形成的坐标为 $(x''_1, y''_1; x''_2, y''_2; \dots x''_k, y''_k; \dots x''_n, y''_n)$, 选择其中分散的三点 $(x''_1, y''_1; x''_k, y''_k; x''_n, y''_n)$ 计算 (D, E, F) 的近似值 (D_0, E_0, F_0)

$$[0034] \begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x''_1 & y''_1 & -1 \\ x''_k & y''_k & -1 \\ x''_n & y''_n & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -x''_1{}^2 - y''_1{}^2 \\ -x''_k{}^2 - y''_k{}^2 \\ -x''_n{}^2 - y''_n{}^2 \end{bmatrix}$$

[0035] 圆的误差方程为 $:v_i = x_i^2 + y_i^2 + (D_0 + \hat{d})x_i + (E_0 + \hat{e})y_i - (F_0 + \hat{f})$

[0036] (2) 整理为标准误差方程形式 $:v_i = x_i \hat{d} + y_i \hat{e} - \hat{f} - (-x_i^2 - y_i^2 - x_i D_0 - y_i E_0 + F_0)$

$$[0037] \text{令 } V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x''_1 & y''_1 & -1 \\ x''_2 & y''_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x''_n & y''_n & -1 \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} F_0 - x''_1{}^2 - y''_1{}^2 - x''_1 D_0 - y''_1 E_0 \\ F_0 - x''_2{}^2 - y''_2{}^2 - x''_2 D_0 - y''_2 E_0 \\ \vdots \\ F_0 - x''_n{}^2 - y''_n{}^2 - x''_n D_0 - y''_n E_0 \end{bmatrix}$$

[0038] (3) 平差方程的矩阵形式为 $:V = B\hat{x} - l$ (a)

[0039] 令 $N_{BB} = B^T P B, W = B^T P l$

$$[0040] N_{bb} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n \end{bmatrix}$$

$$[0041] W = \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \end{bmatrix}$$

[0042] (4) 被测杆件理论半径给出的前提下的条件方程为 $:F + \frac{1}{4} D^2 + \frac{1}{4} E^2 = R^2$

[0043] (5) 用泰勒公式展开线性形式为 $:F_0 + \frac{1}{4} D_0^2 + \frac{1}{4} E_0^2 - R^2 + \hat{f} + \frac{D_0}{2} \hat{d} + \frac{E_0}{2} \hat{e} = 0$

[0044] 则被测杆件理论半径给出的前提下的矩阵形式为 $C\hat{x} + W_x = 0$ (b)

$$[0045] \quad C = \begin{bmatrix} \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad W_x = F_0 + \frac{1}{4}D_0^2 + \frac{1}{4}E_0^2 - R^2$$

[0046] 按求条件极值法组成函数： $\phi = V^T P V + 2K_s^T (C\hat{x} + W_x)$

[0047] 因为，视所有点的测量精度相同，所以权阵 P 为对角元素都为 1 的单位方阵；

[0048] 其中 K_s 是对应于限制条件方程系数向量，为求 ϕ 的极小值将其对 \hat{x} 取偏导数并令其为零，则

$$[0049] \quad \frac{\partial \phi}{\partial \hat{x}} = 2V^T P \frac{\partial V}{\partial \hat{x}} + 2K_s^T C = 2V^T P B + 2K_s^T C = 0$$

[0050] 转置后得

$$[0051] \quad B^T P V + C^T K_s = 0 \quad (c)$$

[0052] 将 (a) 式带入 (c) 式得

[0053]

$$B^T P B \hat{x} + C^T K_s - B^T P l = 0 \quad (d)$$

[0054] 联立 (b) 和 (d) 两式组成如下法方程

$$[0055] \quad \begin{cases} N_{BB} \hat{x} + C^T K_s - W = 0 \\ C \hat{x} + W_x = 0 \end{cases}$$

[0056] (6) 法方程的矩阵形式如下：

[0057]

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' & \frac{D_0}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' & \frac{E_0}{2} \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n & 1 \\ \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \\ R^2 - \frac{D_0^2}{4} - \frac{E_0^2}{4} - F_0 \end{bmatrix}$$

[0058] 计算得：

[0059]

$$\begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' & \frac{D_0}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' & \frac{E_0}{2} \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n & 1 \\ \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \\ R^2 - \frac{D_0^2}{4} - \frac{E_0^2}{4} - F_0 \end{bmatrix}$$

[0060] (7) 初始值与修正值之和即为圆方程的各项系数：

$$[0061] \quad \begin{bmatrix} D \\ E \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix}$$

[0062]

$$(8) \quad X_{\text{心}} = -\frac{1}{2}D, \quad Y_{\text{心}} = -\frac{1}{2}E, \quad Z_{\text{心}} = \frac{C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2 + 1}}$$

[0063] 所述第五步中原始坐标系下被测杆件最佳圆心的转换步骤如下：

[0064] (9) $(X_{\text{心}}, Y_{\text{心}}, Z_{\text{心}})$ 绕 Y 轴逆时针旋转 β 角的矩阵为：

[0065]

$$\begin{bmatrix} X'_{\text{心}} \\ Y'_{\text{心}} \\ Z'_{\text{心}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{\text{心}} \\ Y_{\text{心}} \\ Z_{\text{心}} \end{bmatrix}$$

[0066] (10) $(X'_{\text{心}}, Y'_{\text{心}}, Z'_{\text{心}})$ 绕 X 轴逆时针旋转 α 角的矩阵为：

[0067]

$$\begin{bmatrix} X''_{\text{心}} \\ Y''_{\text{心}} \\ Z''_{\text{心}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X'_{\text{心}} \\ Y'_{\text{心}} \\ Z'_{\text{心}} \end{bmatrix}$$

[0068] $(X''_{\text{心}}, Y''_{\text{心}}, Z''_{\text{心}})$ 即是计算出的最佳圆心。

[0069] 所述第三步最佳圆心点位误差具体计算步骤如下：

[0070] ①最佳圆心点位误差计算公式为：

$$[0071] \quad \text{根据间接平差的中误差估值为 } \hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-u+s}}$$

[0072] 其中, r 为多余观测数, n 为测量点数, u 为平差中参数的个数, $u = 3$, 即 D, E, F 三个参数, s 为限制条件的个数, 限制条件的个数为 1 时,

$$[0073] \quad \hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-2}};$$

[0074] 圆方程的三个参数的协因数阵 $Q_{\hat{x}\hat{x}} = N_{BB}^{-1} - N_{BB}^{-1} C^T N_{CC}^{-1} C N_{BB}^{-1}$, 其中 $N_{BB} = B^T P B, N_{CC} = C N_{BB}^{-1} C^T$, 所以, 参数 D 的协因数 $Q_{\hat{D}\hat{D}} = Q_{\hat{x}\hat{x}}(1,1)$, 参数 E 的协因数 $Q_{\hat{E}\hat{E}} = Q_{\hat{x}\hat{x}}(2,2)$. $\hat{\sigma}_D = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\hat{D}\hat{D}}}$ $\hat{\sigma}_E = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\hat{E}\hat{E}}}$

[0075] ②根据误差传播率, 圆心的坐标中误差计算公式为: $\hat{\sigma}_x = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_D, \hat{\sigma}_y = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_E$

[0076] ③圆心的点位中误差计算公式为: $\hat{\sigma}_{\text{点位}} = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2}$ 。

[0077] 本发明的有益效果: 本发明可以快速准确地得出导管架各圆形杆件圆心的三维坐标, 从而得到准确地杆件的空间位置, 能够分析圆心坐标的误差大小; 减少现场定点测量的的工作量, 提高了工作效率。

[0078] 附图说明:

[0079] 图 1 为导管架整体结构示意图。

[0080] 图 2 为在导管架的理论模型周围设置的三维控制网示意图。

[0081] 图 3 为本发明被测杆件的原始状态示意图。

[0082] 图 4 为本发明被测杆件绕 X 轴旋转 α 角的状态示意图。

[0083] 图 5 为本发明被测杆件绕 Y 轴旋转 β 角的状态示意图。

[0084] 图 6 为本发明两次旋转后状态示意图。

[0085] 图 7 为本发明 XOY 平面计算最佳圆心状态示意图。

[0086] 图 8 为本发明计算最佳圆心状态示意图。

[0087] 图 9 为本发明最佳圆心反方向绕 Y 轴旋转 β 角示意图。

[0088] 图 10 为本发明最佳圆心反方向绕 X 轴旋转 α 角示意图。

[0089] 图 11 为本发明被测杆件示意图。

[0090] 图 12 为本发明杆件端部放大图。

[0091] 图 13 为本发明杆件尾部放大图。

[0092] 图 14 为本发明带约束半径与不带约束半径最小二乘法误差对比图。

[0093] 具体实施方式

[0094] 如图 1——图 2 所示,预先,在导管架建造场地周围设立三维控制网;其具体步骤如下:

[0095] 1) 在导管架建造场地两条平行的滑道周围确定数个三维控制网的站点位置,数个站点应该尽量均匀分布在滑道周围;

[0096] 2) 对三维控制网的站点进行埋石和组装,组装时要考虑到仪器的强制对中,尽量保证和全站仪接触法兰面的水平;

[0097] 3) 对三维控制网的各站点边角与高程进行测量,利用控制网平差软件计算各站点的站点坐标,形成精密三维控制网;

[0098] 4) 把导管架的理论模型与三维控制网进行结合,得出导管架各个杆件的两个端点的理论三维坐标与杆件单位向量;

[0099] 5) 利用 3) 步中所确定的站点坐标,把此坐标输入到全站仪内,把全站仪架设在与被测杆件通视的站点上,实现强制对中,瞄准其余站点进行定向,输入仪器中,此时,全站仪已经统一到三维控制网中。

[0100] 本发明采用以下具体步骤:如图 2,图 3 及图 11-13 所示,第一步,将导管架的主结构及其中的被测杆件处于一个三维坐标系下,并将采集到杆件表面数个点的三维坐标,投影到某一测量点形成断面的圆周上;

[0101] 1) 把导管架的理论模型及被测杆件置于小型控制网中,使被测杆件连同它的导管架的主结构处于一个三维坐标系下;即:把导管架的理论模型与小型控制网进行结合,具体可以在现场摆放的已经调整好方向的导管上确定两结合点,用小型控制网确定此两点的空间三维坐标,然后,把理论的导管架模型和小型控制网通过此两点进行结合,并利用控制网软件计算各站点的站点坐标,把此坐标输入全站仪内,在与要测量杆件通视的站点上架设仪器,利用其于站点将仪器坐标方位调整到已经建立的小型控制网的方位中;

[0102] 2) 在三维坐标系下用全站仪测量被测杆件两端某位置的各个点的三维坐标 (x_i, y_i, z_i) , 并确定该被测杆件在坐标系下的纵向方向的单位向量 (i, j, k) , 用测量设备 - 全站仪采集该杆件表面数个点的三维坐标,并使这些点投影到被测杆件所测某一测量点所形成

断面的圆周上；然后，计算法向量为 (i, j, k) 且通过某一测量点的横断面，再计算过原点且垂直于横断面的垂足坐标；

[0103] 第二步，根据垂足坐标计算旋转参数，如图 3- 图 6 所示，假设测了 6 个点，按照被测杆件纵向方向的单位向量 (i, j, k) 使其他的点投影到 3 号点所形成断面的圆周上，被测点按照确定的旋转参数进行一次角度旋转和二次角度旋转至图 6 所示的位置时，此时的圆周平面平行于坐标系的 xoy 平面，并利用两次角度旋转后的坐标 (x'', y'') 进行下一步的计算；

[0104] 其具体的数学过程为：

[0105] 在三维空间中，有一圆柱体，已知圆柱体的纵向方向的单位向量为 (i, j, k) ，在圆柱体表面测量 N 个点的三维坐标，为了求得过其中一点 (x_0, y_0, z_0) 且正割圆柱体的圆心坐标，我们把其他各点投影到法向量为 (i, j, k) 且过 (x_0, y_0, z_0) 的平面上面，再把这个平面先绕 X 轴旋转 α 角到 XOZ 平面，再绕 Y 轴旋转 β 角，使得平面平行于 XOY 平面。再应用带有约束条件最小二乘法 - 在被测杆件理论半径给出的前提下的最小二乘法计算圆心坐标。最后，把圆心坐标按照反方向两次旋转，就是我们所需要的最终圆心坐标。

[0106] 设法向量为 (i, j, k) 且过 (x_0, y_0, z_0) 的平面方程为：

$$[0107] \quad ix+jy+kz-ix_0-jy_0-kz_0 = 0 \quad (1)$$

[0108] 平面方程可以化简为： $z = A'x + B'y + C'$

[0109] 其

中

$$A' = -\frac{i}{k}, B' = -\frac{j}{k}, C' = \frac{ix_0 + jy_0 + kz_0}{k} \quad (2)$$

[0110] 则过原点并且垂直于平面的直线方程为 $\frac{x}{A'} = \frac{y}{B'} = \frac{z}{-1} = t$

[0111] 把 $x = A't, y = B't, z = -t$ 代入平面方程，得到垂足坐标为：

$$[0112] \quad x_v = -\frac{A'C'}{A'^2 + B'^2 + 1}, y_v = -\frac{B'C'}{A'^2 + B'^2 + 1}, z_v = \frac{C'}{A'^2 + B'^2 + 1} \quad (3)$$

[0113] 如图 3- 图 6 所示，首先垂足绕 X 轴顺时针旋转 α 角到 XOZ 平面，则

$$[0114] \quad x'_{\ v} = x_v$$

$$[0115] \quad y'_{\ v} = y_v \cos \alpha + z_v \sin \alpha = 0$$

$$[0116] \quad z'_{\ v} = -y_v \sin \alpha + z_v \cos \alpha$$

$$[0117] \quad \text{即 } \text{tg} \alpha = -\frac{y_v}{z_v}, \alpha = \text{arctg} \left(-\frac{y_v}{z_v} \right). \quad (4)$$

[0118] 所得坐标 $(x'_{\ v}, y'_{\ v}, z'_{\ v})$ 再绕 Y 轴旋转 β 角至 Z 轴，则

$$[0119] \quad x''_{\ v} = x'_{\ v} \cos \beta - z'_{\ v} \sin \beta = 0, y''_{\ v} = 0$$

$$[0120] \quad \text{即 } \text{tg} \beta = \frac{x'_{\ v}}{z'_{\ v}}, \beta = \text{arctg} \frac{x'_{\ v}}{z'_{\ v}} \quad (5)$$

[0121] 其中， α 是垂线绕 X 轴顺时针旋转至 XOZ 平面的角度， β 是垂线绕 Y 轴顺时针旋转至 Z 轴的角度， y_v, z_v 是第一次旋转前的垂足坐标， $x'_{\ v}, z'_{\ v}$ 是第一次绕 X 轴旋转后的垂足坐标； $x''_{\ v}, y''_{\ v}$ 是绕 Y 轴旋转后的垂足坐标

[0122] 根据这两个角度，把所有测量点先绕 X 轴旋转 α 角，再绕 Y 轴旋转 β 角，

[0123] 所有测量点绕 X 轴旋转 α 角的矩阵为：

[0124]

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

[0125] 所有测量点绕 Y 轴旋转 β 角的矩阵为：

[0126]

$$\begin{bmatrix} x''_i \\ y''_i \\ z''_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

[0127] 此时,法向量为 (i, j, k) 且过 (x_0, y_0, z_0) 的平面经过旋转后已经平行于 XOY 平面,我们所测的点的坐标变为: (x''_i, y''_i, z''_i) , 这样,进行下一步计算

[0128] 第三步,在被测杆件理论半径给出的前提下,利用带有约束条件的最小二乘法,对转换后坐标数据进行处理,解算出该导管架被测杆件最佳圆心坐标,最后求出圆心坐标的误差;(如图 7-图 8 所示)。

[0129] 其具体的数学过程为：

[0130] 设圆的展开式方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey-F=0$ (8)

[0131] 一共测量了 N 个点 $(x_1, y_1; x_2, y_2; \dots; x_k, y_k; \dots; x_n, y_n)$, 通过上述转换形成的坐标为: $(x''_1, y''_1; x''_2, y''_2; \dots; x''_k, y''_k; \dots; x''_n, y''_n)$ 为了使近似值更加接近真实值,通过上述转换形成的坐标为 $(x''_1, y''_1; x''_2, y''_2; \dots; x''_k, y''_k; \dots; x''_n, y''_n)$, 选择其中分散的三点 $(x''_1, y''_1; x''_k, y''_k; x''_n, y''_n)$ 计算 (D, E, F) 的近似值 (D_0, E_0, F_0)

[0132]

$$\begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x''_1 & y''_1 & -1 \\ x''_k & y''_k & -1 \\ x''_n & y''_n & -1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -x''_1{}^2 - y''_1{}^2 \\ -x''_k{}^2 - y''_k{}^2 \\ -x''_n{}^2 - y''_n{}^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

[0133] 圆的误差方程为 $v_i = x_i^2 + y_i^2 + (D_0 + \hat{d})x_i + (E_0 + \hat{e})y_i - (F_0 + \hat{f})$ [0134] 圆的标准误差方程形式如下 $v_i = x_i \hat{d} + y_i \hat{e} - \hat{f} - (-x_i^2 - y_i^2 - x_i D_0 - y_i E_0 + F_0)$ (10)[0135] 则平差方程的矩阵形式为 $V = B\hat{x} - l$ (a)

$$\text{其中 } V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x''_1 & y''_1 & -1 \\ x''_2 & y''_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x''_n & y''_n & -1 \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} F_0 - x''_1{}^2 - y''_1{}^2 - x''_1 D_0 - y''_1 E_0 \\ F_0 - x''_2{}^2 - y''_2{}^2 - x''_2 D_0 - y''_2 E_0 \\ \vdots \\ F_0 - x''_n{}^2 - y''_n{}^2 - x''_n D_0 - y''_n E_0 \end{bmatrix}$$

[0137] 令 $N_{BB} = B^T P B, W = B^T P l$

[0138] 在本实施例中 1 视测量的各个点的精度相同,所以权阵 P 为对角元素都为 1 的单位方阵。

[0139] 在被测杆件理论半径给出的前提下,限制半径的条件方程为:

[0140]

$$F + \frac{1}{4}D^2 + \frac{1}{4}E^2 = R^2 \quad (11)$$

[0141] 用泰勒公式展开线性形式为

$$F_0 + \frac{1}{4}D_0^2 + \frac{1}{4}E_0^2 - R^2 + \hat{f} + \frac{D_0}{2}\hat{d} + \frac{E_0}{2}\hat{e} = 0 \quad (12)$$

[0142] 则在被测杆件理论半径给出的前提下,约束条件的矩阵形式为

[0143]

$$C\hat{x} + W_x = 0 \quad (b)$$

$$[0144] \quad \text{其中 } C = \begin{bmatrix} \frac{d_0}{2} & \frac{e_0}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad W_x = F_0 + \frac{1}{4}D_0^2 + \frac{1}{4}E_0^2 - R^2$$

[0145] 按求条件极值法组成函数: $\phi = V^T P V + 2K_s^T (C\hat{x} + W_x)$

[0146] 其中 K_s 是对应于限制条件方程系数向量。为求 ϕ 的极小值将其对 \hat{x} 取偏导数并令其为零,则

$$[0147] \quad \frac{\partial \phi}{\partial \hat{x}} = 2V^T P \frac{\partial V}{\partial \hat{x}} + 2K_s^T C = 2V^T P B + 2K_s^T C = 0$$

[0148] 转置后得

$$[0149] \quad B^T P V + C^T K_s = 0 \quad (c)$$

[0150] 将 (a) 式带入 (c) 式得

[0151]

$$B^T P B \hat{x} + C^T K_s - B^T P l = 0 \quad (d)$$

[0152] 联立 (b) 和 (d) 两式组成如下法方程

$$[0153] \quad \begin{cases} N_{BB} \hat{x} + C^T K_s - W = 0 \\ C\hat{x} + W_x = 0 \end{cases}$$

[0154] 法方程的矩阵形式如下:

[0155]

$$[0155] \quad \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i''^2 & \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & -\sum_{i=1}^n x_i'' & \frac{D_0}{2} \\ \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' & \sum_{i=1}^n y_i''^2 & -\sum_{i=1}^n y_i'' & \frac{E_0}{2} \\ -\sum_{i=1}^n x_i'' & -\sum_{i=1}^n y_i'' & n & 1 \\ \frac{D_0}{2} & \frac{E_0}{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \\ k_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \sum_{i=1}^n x_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^3 - \sum_{i=1}^n x_i'' y_i''^2 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i''^2 - E_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' \\ F_0 \sum_{i=1}^n y_i'' - \sum_{i=1}^n x_i''^2 y_i'' - \sum_{i=1}^n y_i''^3 - D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' y_i'' - E_0 \sum_{i=1}^n y_i''^2 \\ -nF_0 + \sum_{i=1}^n x_i''^2 + \sum_{i=1}^n y_i''^2 + D_0 \sum_{i=1}^n x_i'' + E_0 \sum_{i=1}^n y_i'' \\ R^2 - \frac{D_0^2}{4} - \frac{E_0^2}{4} - F_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

[0156] 这样修正值 ($\hat{d}, \hat{e}, \hat{f}$) 就计算完毕。

[0157] 初始值与修正值之和即为圆方程的各项系数

[0158]

$$\begin{bmatrix} D \\ E \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_0 \\ E_0 \\ F_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d} \\ \hat{e} \\ \hat{f} \end{bmatrix} \quad (14)$$

[0159]

$$X_{\text{心}} = -\frac{1}{2}D, \quad Y_{\text{心}} = -\frac{1}{2}E, \quad Z_{\text{心}} = \frac{C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2 + 1}} \quad (15)$$

[0160] 第四步,根据求出的圆心坐标误差,从所采集的测量点中剔出误差较大的点,然后,重复第三步骤;其误差计算的具体数学过程

[0161] 圆度误差计算分析:根据附有限制条件的间接平差的中误差估值为

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-u+s}}, \text{其中 } r \text{ 为多余观测数, } n \text{ 为测量点数, } u \text{ 为平差中参数的个数,}$$

在本实施例中 $u = 3$, 即 D, E, F 三个参数, s 为限制条件的个数,在本实施例中:限制条件的

个数为 1, 所以,单位权中误差估值: $\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-2}}$ 。圆方程的三个参数的协因

数阵 $Q_{\hat{x}\hat{x}} = N_{BB}^{-1} - N_{BB}^{-1} C^T N_{CC}^{-1} C N_{BB}^{-1}$, 其中 $N_{BB} = B^T P B, N_{CC} = C N_{BB}^{-1} C^T$, 所以参数 D 的协因数

$Q_{\hat{D}\hat{D}} = Q_{\hat{x}\hat{x}}(1,1)$, 参数 E 的协因数 $Q_{\hat{E}\hat{E}} = Q_{\hat{x}\hat{x}}(2,2)$. $\hat{\sigma}_D = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\hat{D}\hat{D}}}$ $\hat{\sigma}_E = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{\hat{E}\hat{E}}}$ 根据误差传播率, 于是圆心的坐标中误差

$$[0162] \quad \hat{\sigma}_x = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_D, \quad \hat{\sigma}_y = \frac{1}{2} \hat{\sigma}_E$$

[0163] 点位中误差为:

$$\hat{\sigma}_{\text{点位}} = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2} \quad (16)$$

[0164] 第五步:按照要求的三维转换参数,再把 $(X_{\text{心}}, Y_{\text{心}}, Z_{\text{心}})$ 先按逆时针绕 Y 轴旋转 β 角,再按逆时针绕 X 轴旋转 α 角。反方向三维转换回到原始坐标系下,从而得出原始坐标系下被测杆件上通过某一测量点的圆周的三维最佳圆心坐标(如图 9-图 10 所示);其具体的数学过程

[0165] $(X_{\text{心}}, Y_{\text{心}}, Z_{\text{心}})$ 绕 Y 轴顺时针旋转 β 角的矩阵为

[0166]

$$\begin{bmatrix} X'_{\text{心}} \\ Y'_{\text{心}} \\ Z'_{\text{心}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{\text{心}} \\ Y_{\text{心}} \\ Z_{\text{心}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

[0167] $(X'_{\text{心}}, Y'_{\text{心}}, Z'_{\text{心}})$ 绕 X 轴顺时针旋转 α 角的矩阵为

[0168]

$$\begin{bmatrix} X''_{\text{心}} \\ Y''_{\text{心}} \\ Z''_{\text{心}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X'_{\text{心}} \\ Y'_{\text{心}} \\ Z'_{\text{心}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

[0169] $(X''_{\text{心}}, Y''_{\text{心}}, Z''_{\text{心}})$ 即是我们最佳圆心。

[0170] 第六步:将被测杆件通过计算的得出的最佳圆心坐标连接成线状的导管架结构图,然后,把理论线形图和实际线形图进行对比,评估出导管架的各杆件的误差后,进行杆件的调整。

[0171] 下面以实际数据对无约束半径最小二乘法与带约束半径最小二乘法进行对比,所选测量点与圆心所成角度约为 50 度,如图 14 所示。数据对比表 如下:

[0172] 数据对比表:

[0173]

	X	Y
测量数据坐标	20.8619m	19.9509m
	20.8453m	19.7994m
	20.7978 m	19.6581 m
	20.7238m	19.5242m
	20.6357m	19.4006m
	20.5205m	19.3031 m
	真实圆心坐标	20.000m
无约束半径最小二乘法 圆心坐标	20.010 m	19.986m
带约束半径最小二乘法 圆心坐标	19.996m	19.994m
无约束半径最小二乘法 圆心点位误差	0.035m	
带约束半径最小二乘法 圆心点位误差	0.004m	

[0174] 从数据对比表可以看出无约束半径最小二乘法的点位误差为 0.035m,带约束半径最小二乘法的点位误差为 0.004m,从图 14 中也可以看到本实施例算法计算的圆基本与实际圆弧重合,而无约束半径最小二乘法算得的圆弧偏离实际圆弧很严重。

[0175] 本发明的具体实施过程:在三维坐标系下用全站仪测量被测杆件两端某位置的各个点的三维坐标 (x_i, y_i, z_i) , (如图 3、图 4、图 11、图 12、图 13 所示),按照此杆件在坐标系下的纵向理论向量 (i, j, k) 以及某一测量点(其它点要投影到此点所形成的断面上,如图 3 所示的 3 号点)确定通过该测量点、法向量为 (i, j, k) 的平面方程(见式(1)),然后,计算从坐标原点到该面的垂足点坐标(见式(3)),根据垂足坐标计算绕 X 轴、Y 轴的旋转参数 α 、 β (见式(4)、(5)),根据旋转参数 α 、 β 使这个平面平行于 XOY 平面(如图 4、图 5、图 6 所示),根据式(6)、(7)计算,我们所测点的坐标转变为 (x''_i, y''_i, z''_i) ,圆的方程如公式(8),这时选择其中分散的三点 $(x''_1, y''_1; x''_k, y''_k; x''_n, y''_n)$ 计算 (D, E, F) 的近似值 (D_0, E_0, F_0) ,见公式(9),圆的标准误差方程为公式(10),以管子理论半径 R 作为限制半径,限制半径的条件方程为(11),根据公式(13)计算出初始值 (D_0, E_0, F_0) 的改正值 \hat{d} 、 \hat{e} 、 \hat{f} ,按照公式(14)计算出圆的各个参数,根据公式(15)计算出此状态的最佳圆心坐标(见图 7),应用公式(16)评定圆心点位中误差。根据旋转参数 α 、 β 反向旋转(见公

式 (17)、(18)) 得出在原坐标系下的圆心坐标 $(X''_{心}, Y''_{心}, Z''_{心})$ (如图 9、图 10 所示)。

[0176] 本发明的主要特点是:对于空间圆柱形杆件的空间位置确定,我们可以在被测位置附近随意找点(以全站仪无棱镜模式进行三维坐标测量),减少了定点的工作量,由于管子的椭圆度以及现场条件不能观测到圆形杆件的整个圆周上的点所带来的不确定性,所以,以被测杆件理论半径作为约束条件,能够准确地计算出某一断面位置处的圆心三维坐标,从而精确地确定杆件的空间位置。

[0177] 以上所述,仅是本发明的较佳实施例而已,并非对本发明作任何形式上的限制,凡是依据本发明的技术实质对以上实施例所作的任何简单修改、等同变化与修饰,均仍属于本发明技术方案的范围。

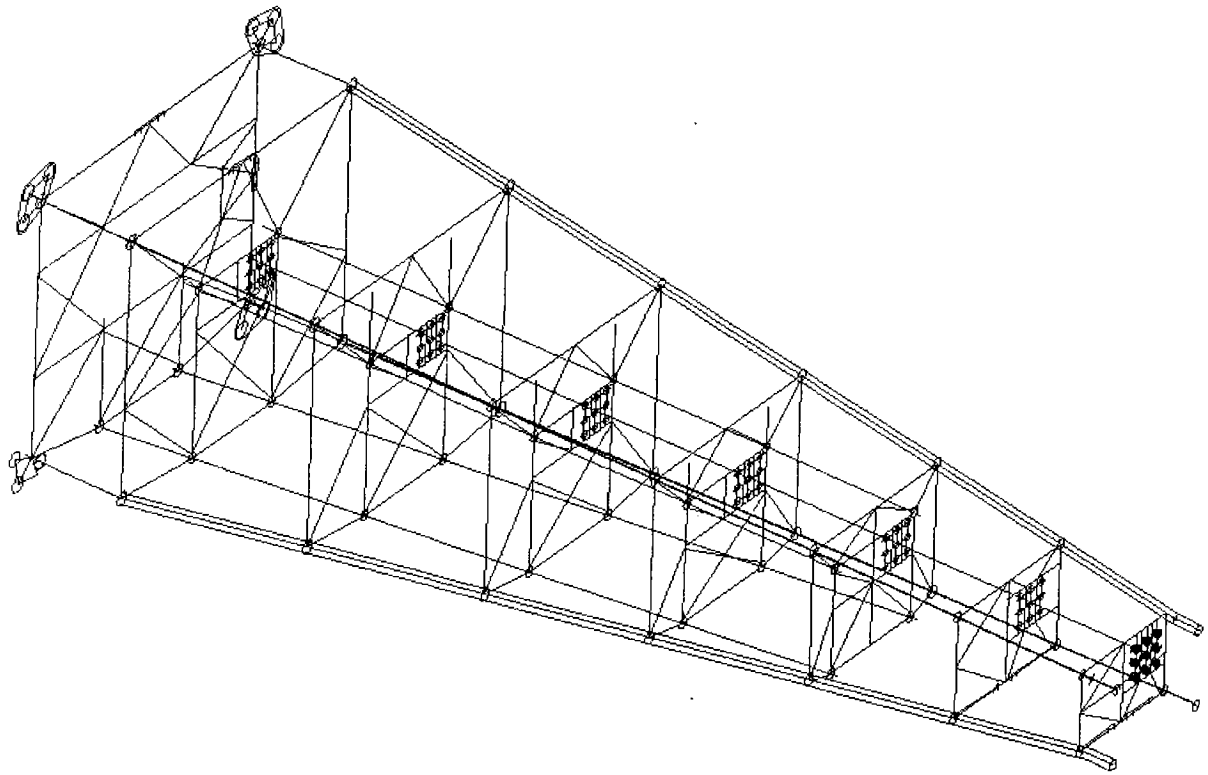


图 1

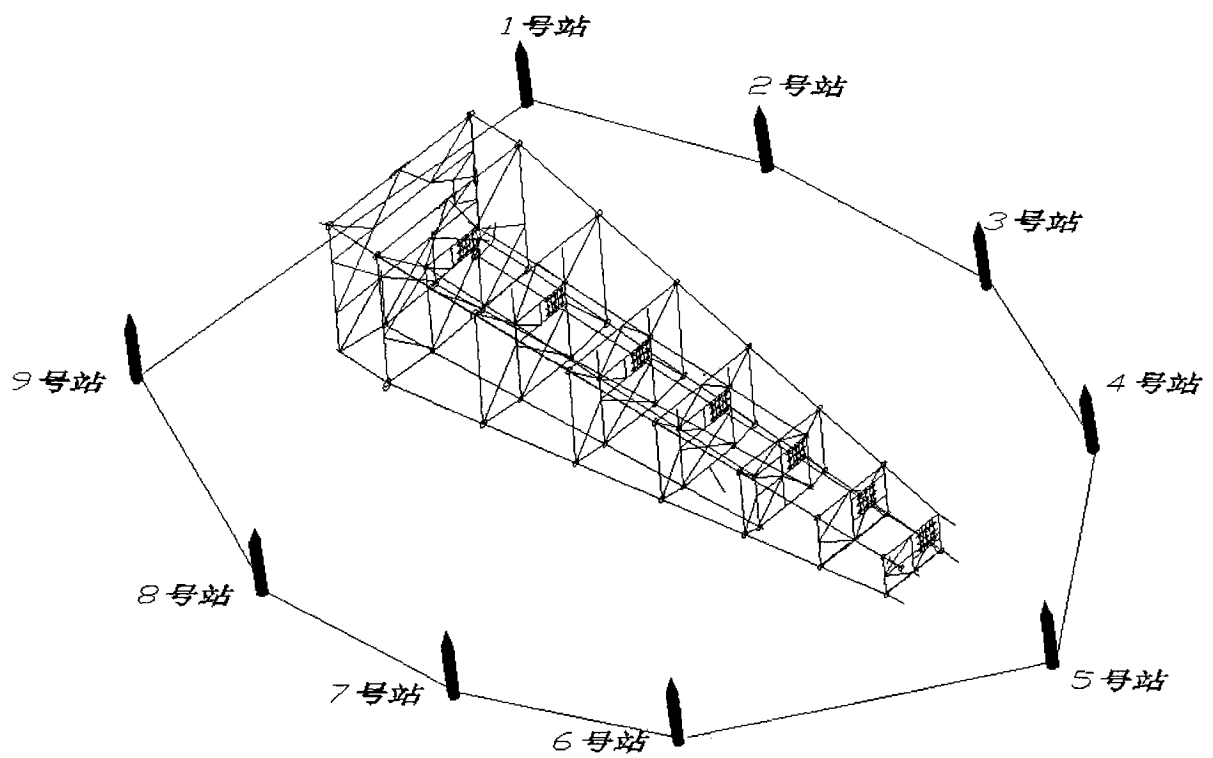


图 2

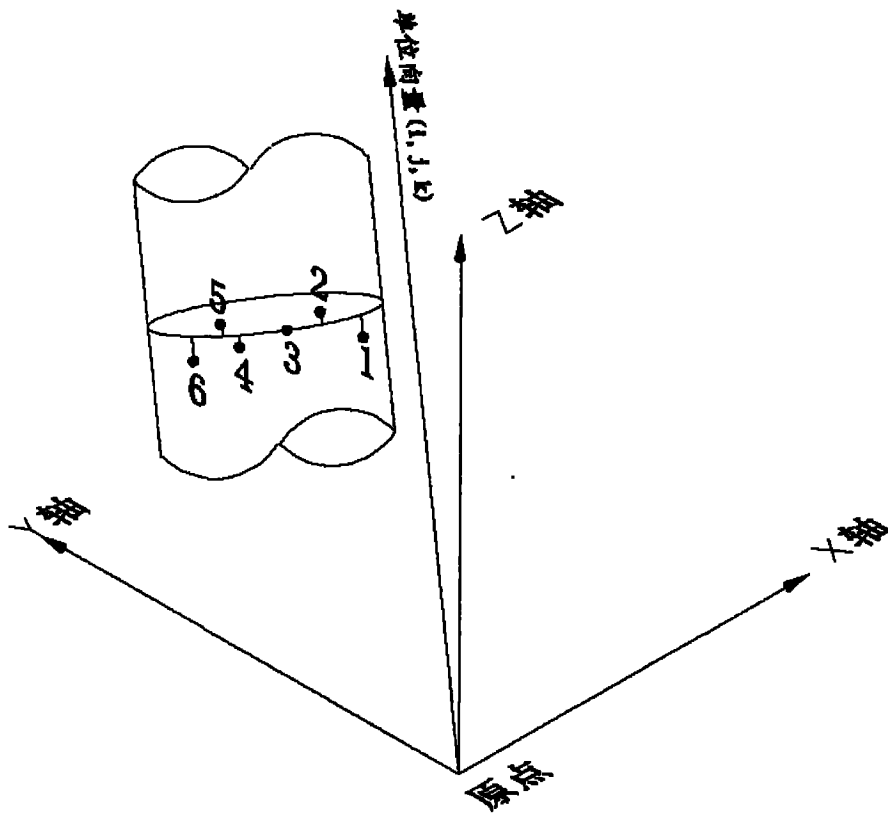


图 3

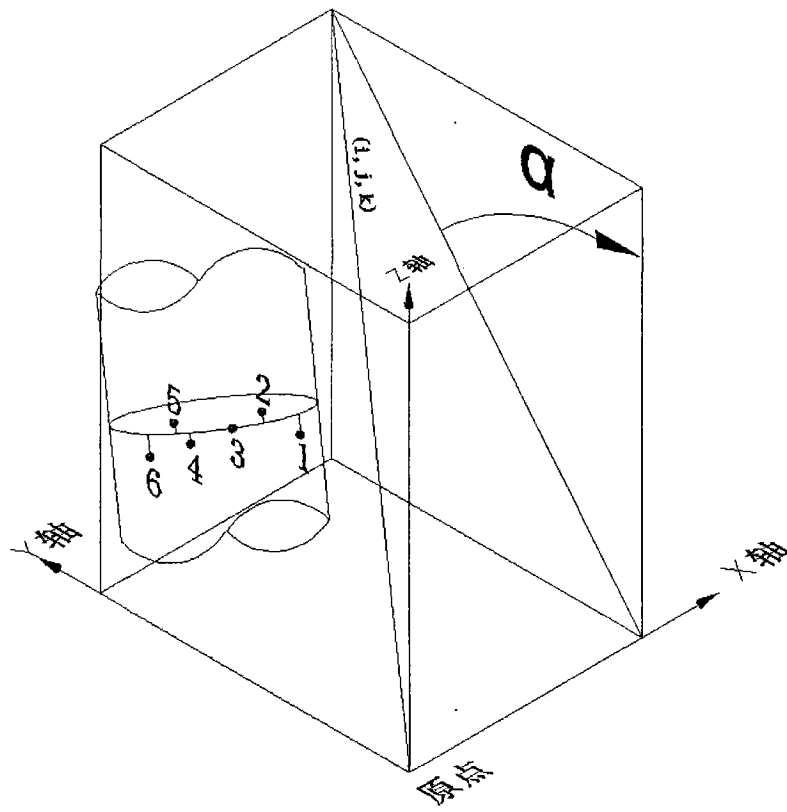


图 4

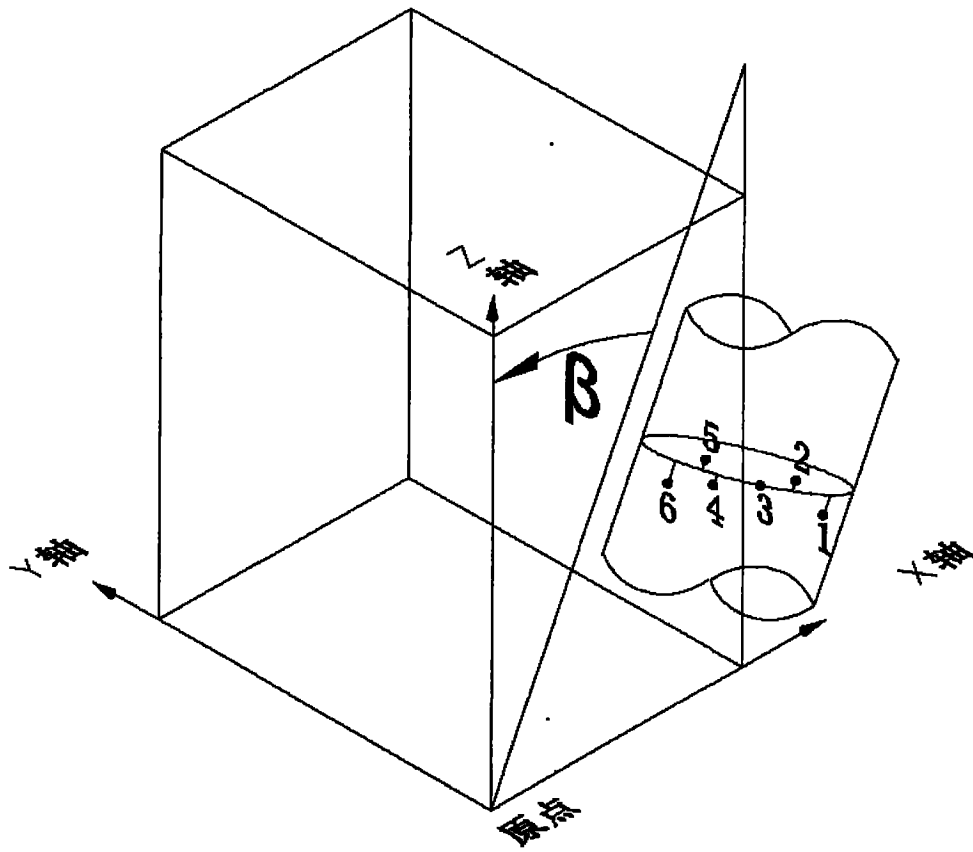


图 5

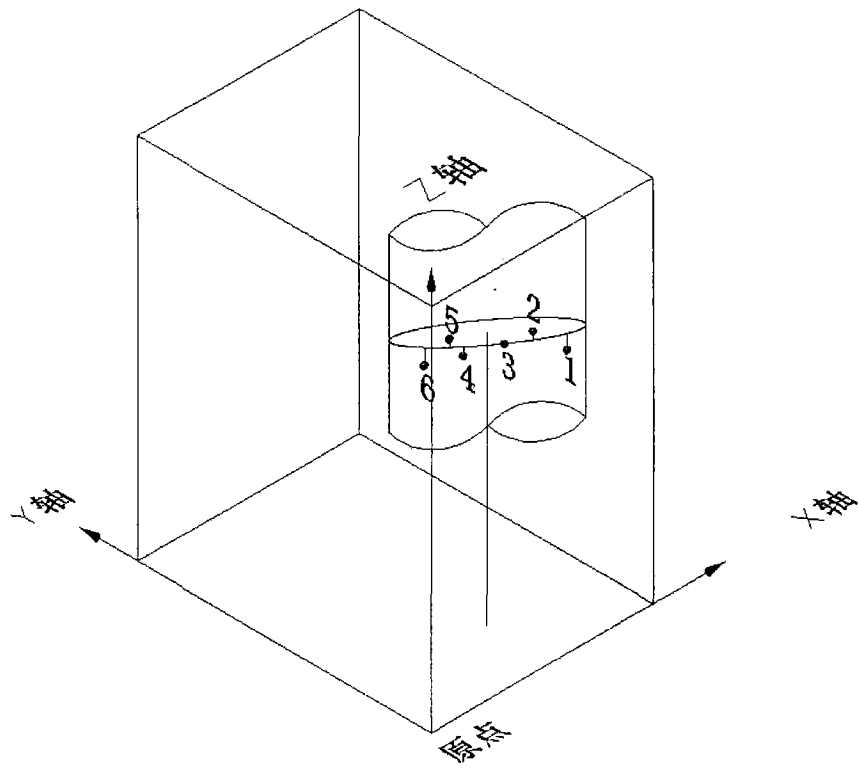


图 6

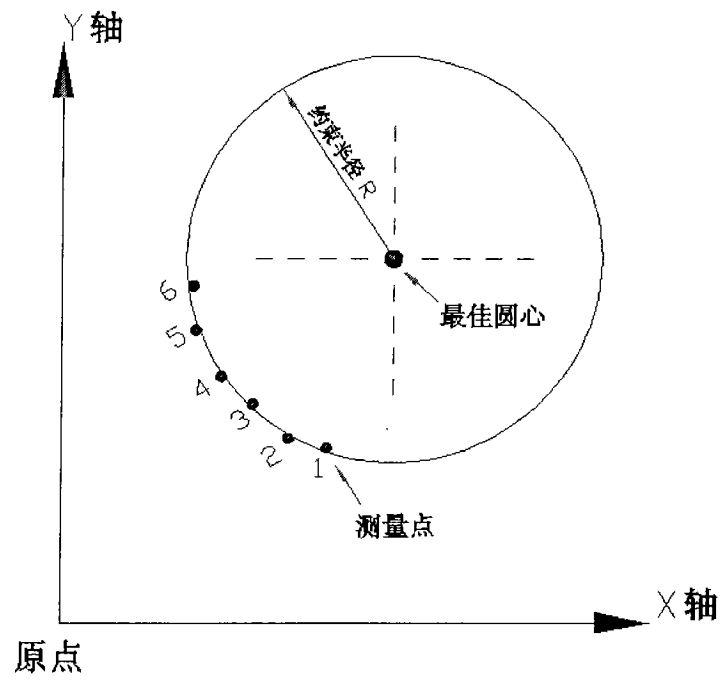


图 7

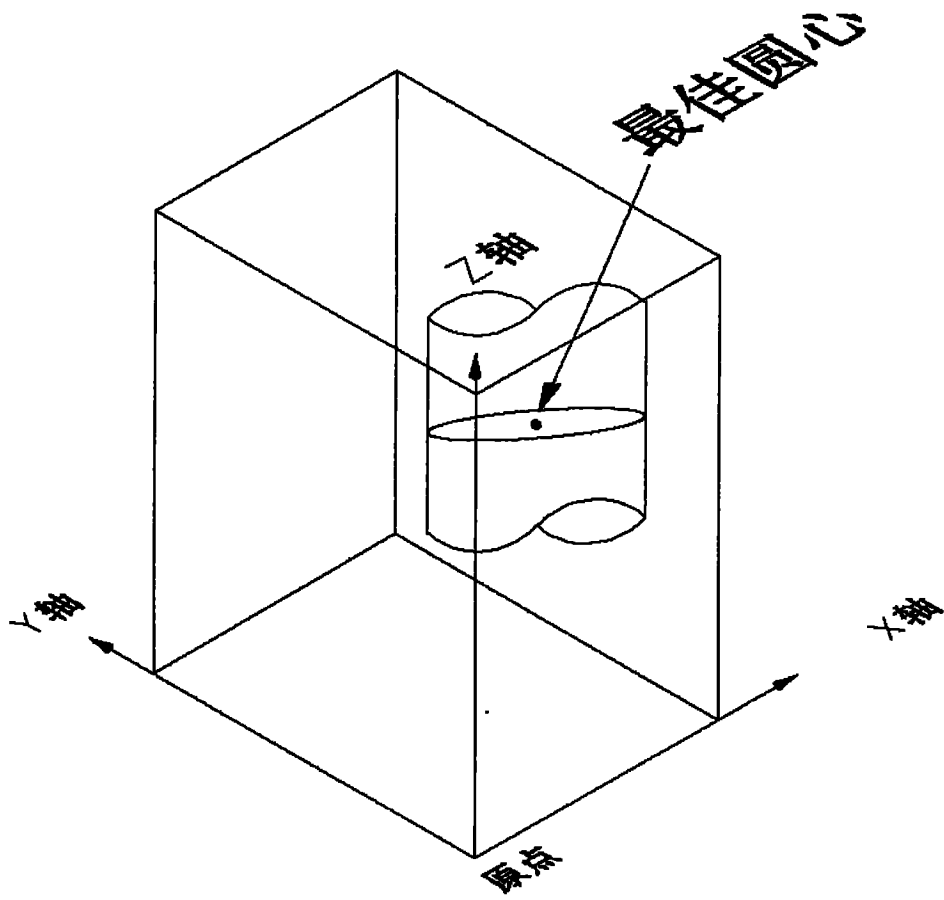


图 8

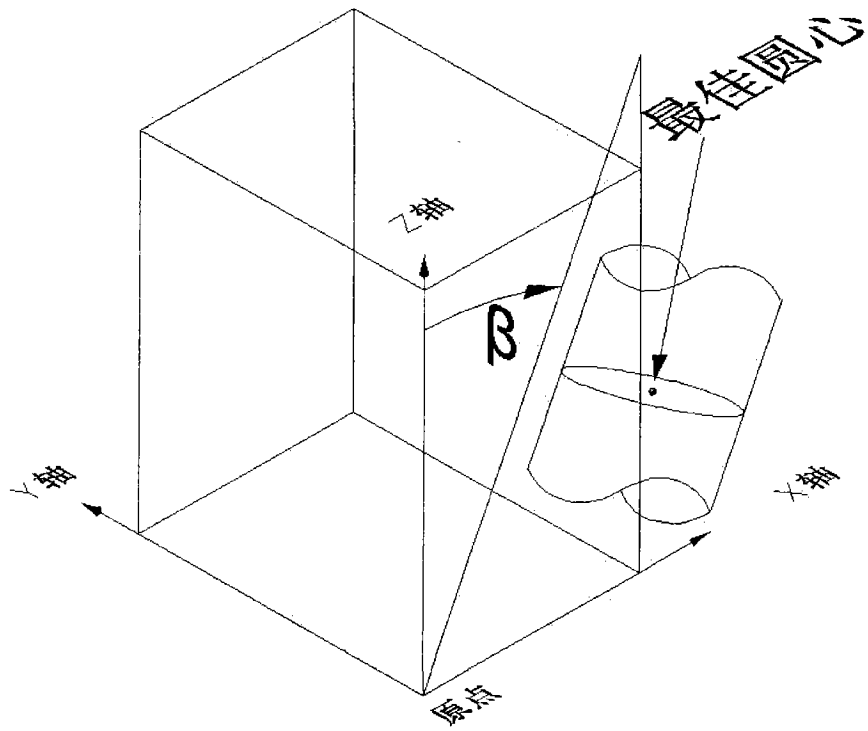


图 9

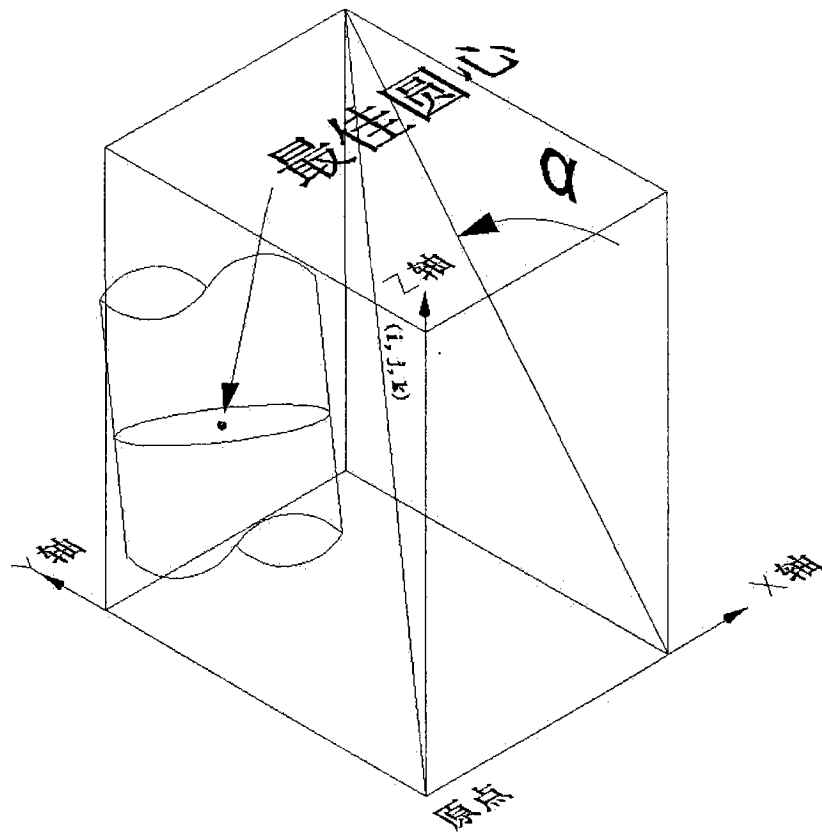


图 10

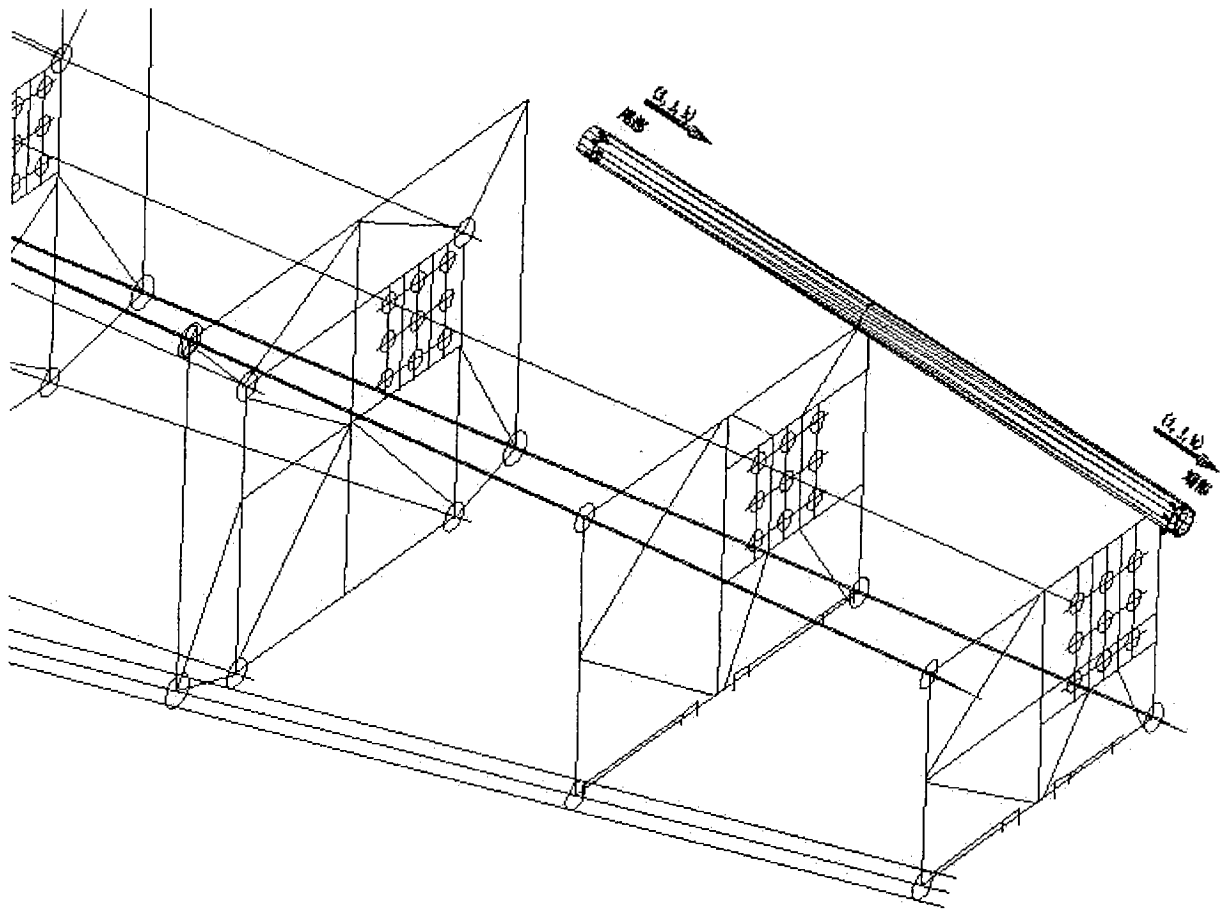


图 11

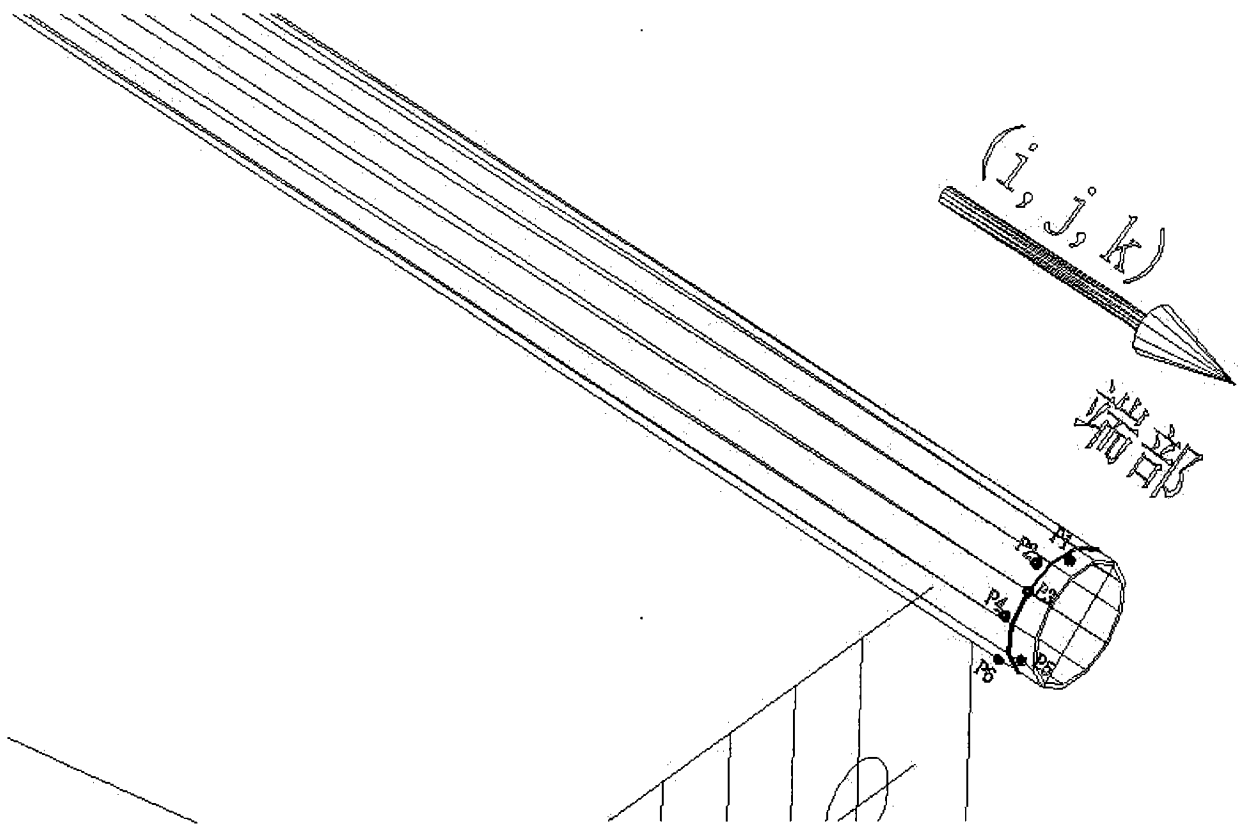


图 12

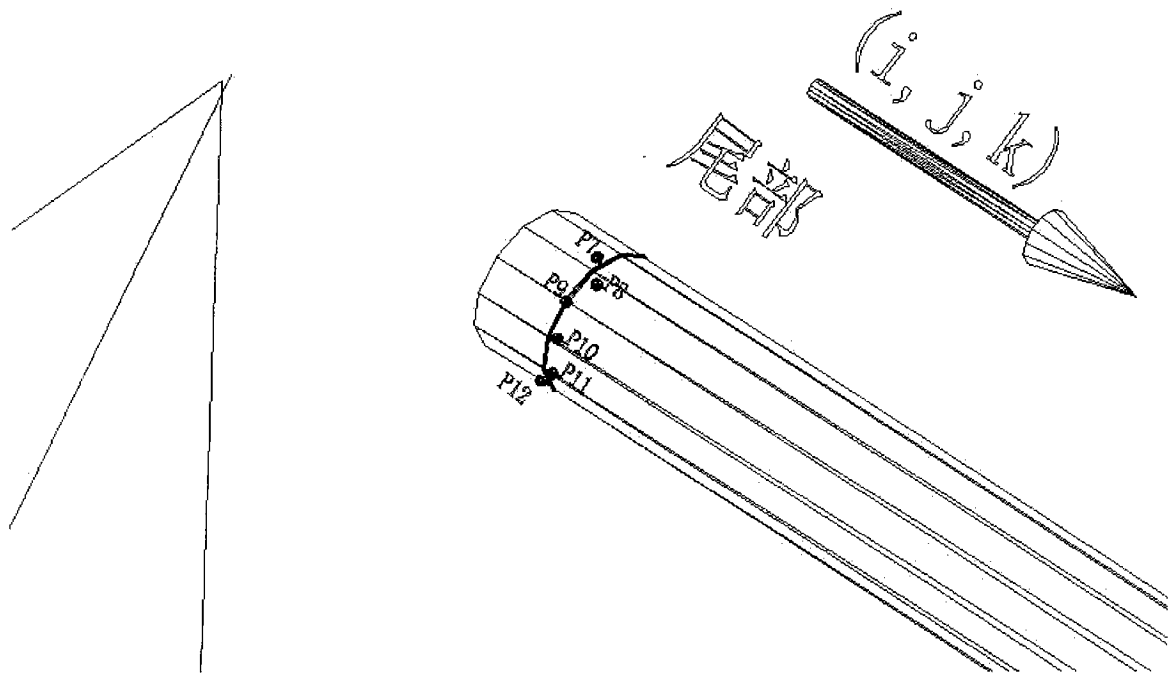


图 13

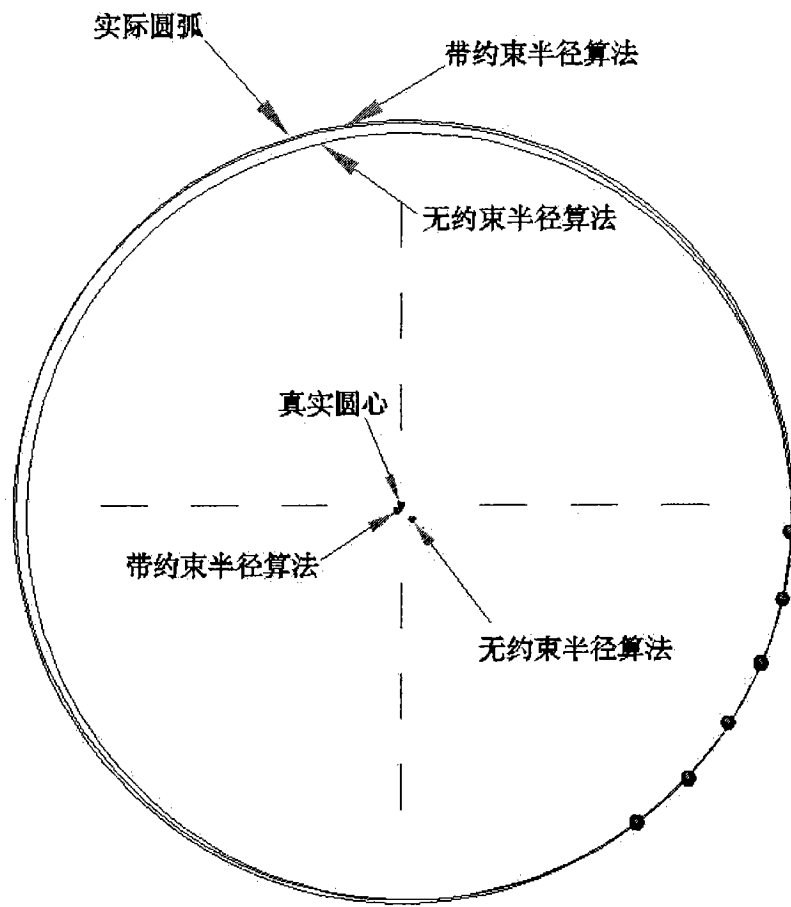


图 14