



(19)
Bundesrepublik Deutschland
Deutsches Patent- und Markenamt

(10) **DE 10 2006 045 224 A1** 2008.01.24

(12)

Offenlegungsschrift

(21) Aktenzeichen: **10 2006 045 224.0**

(22) Anmeldetag: **26.09.2006**

(43) Offenlegungstag: **24.01.2008**

(51) Int Cl.⁸: **H04L 9/32 (2006.01)**

(71) Anmelder:
dl-DATEN GmbH, 30982 Pattensen, DE

(72) Erfinder:
Werner, Herbert-Heinz Maria, 30982 Pattensen, DE; Cwienk, Georg-Viktor, Dr., 44797 Bochum, DE

(56) Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht
gezogene Druckschriften:

US2003/00 76 960 A1

US2002/01 86 837 A1

WO 01/08 350 A1

Die folgenden Angaben sind den vom Anmelder eingereichten Unterlagen entnommen

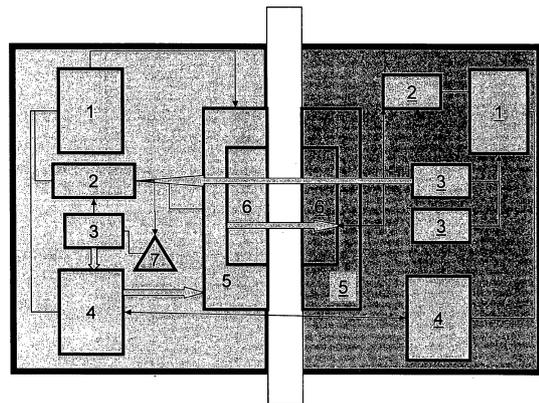
Prüfungsantrag gemäß § 44 PatG ist gestellt.

(54) Bezeichnung: **Verfahren für eine hochgradige verbindungsorientierte Authentisierung und Überprüfung der Integrität der Nutzerdatenübertragung (SynD)**

(57) Zusammenfassung: Das nachfolgend beschriebene Verfahren beschreibt die Authentisierung und Authentifizierung zwischen zwei oder mehreren Partnern, zwischen einer oder mehreren Hierarchien und damit abgestuften Rechten.

Auf eine einfache Weise wird dokumentiert, dass die für die Authentisierung und Authentifizierung genutzten Verfahren ebenso für eine Contentverschlüsselung genutzt werden, die mit gängigen statistischen Methoden oder anderen Dechiffrierverfahren nicht zu entschlüsseln sind, und zugleich die Verknüpfung erkannter und grundlegend neuer Zerlegungsmechanismen der Primzahlwelten nutzt.

Der in der Content-Security vorgehaltene Dechiffrierraum an statischen Tabellen zuvor generierte gesetzmäßig gebildeter Zerlegung hat den Charakter eines komplexen Buchschlüssels und setzt die Kenntnis beider kommunizierender Partner voraus.



Beschreibung

[0001] Das nachfolgend beschriebene Verfahren beschreibt die Authentisierung und Authentifizierung zwischen zwei oder mehreren Partnern, zwischen einer oder mehreren Hierarchien und damit abgestuften Rechten.

[0002] Auf eine einfache Weise wird dokumentiert, dass die für die Authentisierung und Authentifizierung genutzten Verfahren ebenso für eine Contentverschlüsselung genutzt werden, die mit gängigen statistischen Methoden oder anderen Dechiffrierverfahren nicht zu entschlüsseln sind, und zugleich die Verknüpfung erkannter und grundlegend neuer Zerlegungsmechanismen der Primzahlwelten nutzt.

[0003] Der in der Content-Security vorgehaltene Dechiffrierraum an statischen Tabellen zuvor generierter gesetzmäßig gebildeter Zerlegung hat den Charakter eines komplexen Buchschlüssels und setzt die Kenntnis beider kommunizierender Partner voraus.

Das Implementierungsverfahren in der Hardware-Implementierung

[0004] Das Verfahren nutzt bislang nicht bekannte Kryptomethoden, die sich aus der Zerlegung beliebig großer Zahlenräume von Primzahlen bzw. nicht primen Zahlen ergeben.

[0005] Beschreibung [Fig. 1](#):

Quelle (A) und Senke (B) werden durch einen Kommunikationsbereich von einander abgetrennt.

[0006] Quelle-Komponenten werden mit arabischen Zahlen dargestellt, Senke-Komponenten werden mit unterstrichenen arabischen Zahlen abgebildet.

[0007] Die Hauptprogrammeinheit = CPU (1) kommuniziert permanent mit dem flüchtigen Speicher (2) und dem Permanentspeicher (4) in dem Anwendungen vorgehalten werden und bei Bedarf in (2) hochgeladen werden.

[0008] Ein programmierbarer Baustein (3) kommuniziert bei Bedarf mit (2) und lädt das Programm SynD hoch, zugleich veranlasst es (4) Programme auf der Netzwerkfilterebene zu aktivieren und mit der Software-Einbettung der CPU (zentrale Prozessoreinheit), das BIOS (Binäres Eingabe- und Ausgabesystem) (5) über Netzwerkinterfacekarten (6) zu kommunizieren. Die Gegenstelle (6) gibt an (2) und veranlasst (3) das Programm SynD zu starten, die generierte Primzahl/nicht prime Zahl wird durch ein eigenes Programm in (3) in einen Internet Kontroll Management Programm (ICMP)-Stack als Pattern (Muster) eingeschrieben und von (6) zu (6) gesendet. Ein Unterprogramm (7) von SynD wird von (1) gestartet und führt zu der Prüfung, ob die Senke autorisiert ist. Die unter (3) generierte Primzahl/nicht prime Zahl wird mit (4) gegengelesen und akzeptiert oder verworfen. Wird die Authentisierung akzeptiert, so gilt für diese Senke und als Markierung als überprüft angenommene Information = Acknowledge (ACK) unter Transport Kontroll Protokoll (TCP) informiert und ein Sicherheitstunnel (VPN, virtueller Netzwerkpfad) aufgebaut. Wird von der Senke keine Primzahl/nicht prime Zahl via Pattern und ICMP erkannt (identifiziert), dann bleibt diese Stelle rufbereit in einer (ihrer) Warteschleife und die ICMP-Anforderung = ICMP-Request wird als Standard-Ping vom Betriebssystem weiter gesendet, bis die eingetragene Wiederholung beendet ist. Nach außen hin wirkt dieser ICMP-Request wie ein Standard Echo-Request. Die Senke (B), die die gesandte prime bzw. nicht prime Zahl erkennt, ist aktiviert und sendet rollierend die komplementäre prime bzw. nicht prime Zahl an die Quelle (A).

[0009] In dieser Figur ([Fig. 2](#)) wird beispielhaft eine Portierung der Grundfunktionalitäten nach verketteten Goldbachschen Zerlegungen dargestellt.

[0010] Die Vielzahl von Anwendungsmöglichkeiten, insbesondere die Anwendung im Rahmen mobiler Kommunikationseinrichtungen, lässt sich daraus paradigmatisch ableiten.

[0011] [Fig. 2](#) beschreibt prinzipiell den primären Austausch von Informationen, der durch das Prinzip der synchron rollierenden Verschlüsselung ergänzt wird.

[0012] (A) und (B) stellen zwei Computersysteme dar, die über das öffentliche Netz miteinander kommunizieren. (B) empfängt die Anfrage von (A) und antwortet mit einem „alive“. Dadurch weiß (A), dass die Kommunikationsstrecke über ICMP und später über TCP aufbaubar ist.

[0013] Prozess (a) führt nach Feststellung, dass (B) mittels ICMP erreichbar ist, dazu, dass Prozess (b) bei der Senke – einem beliebigen Client, der sich gegenüber der Quelle (A) authentisieren muss, aufgerufen wird. Dieser Prozess (b) löst die Rücksendung einer Identifizierungszahl an (A) aus.

[0014] Der Initialprozess wird per Hand oder automatisch von (A) ausgelöst. Dabei sendet (A) an die zu authentifizierende Stelle (B) eine Ziffernkombination. Diese Ziffernkombination wurde für den Hauptprozess (d) (SynD) ermittelt und in einem Zentralspeicher gesichert abgelegt. Die Senke (C), in der diese Zahl/Zahlen nicht gespeichert ist/sind, wird durch die/diese Zahl/Zahlen nicht angesprochen (aktiviert). Diese Zahlen und weitere Zahlen, die in der Senke gespeichert sind, können z.B. über ICMP-Tunnel gesichert übertragen werden. Durch den Algorithmus SynD werden zwei Zahlen generiert, die gültig sind und nach der Goldbachschen oder Anti-Goldbachschen Zerlegung gebildet wurden. [MNda-Cwienk2006]

[0015] Die als Zahlenwerte $Z_1 \dots Z_n$ implementierten Zahlen sind Ausgangspunkt für das Prinzip der synchron rollierenden Verschlüsselung (siehe dazu [Fig. 3](#)) und können auch in Zeitabständen geändert werden.

[0016] Diese Zahlen werden von (B) an (A) und vice versa gesendet. Die Bildung dieser Zahl geschieht im Mikrosekunden-Bereich und hat keinen Einfluss auf die Performance eines Gesamtsystems. Nachdem (A) diese Zahl von (B) erhalten hat, gilt (B) als authentisiert und vice versa. Zur anschließenden Übertragung eines Nutzdaten-Blocks wird eine mit der Authentisierung gekoppelte Zahl (x) vorgeschaltet, der nach Ende des Datenblocks (DBL) eine gekoppelte Zahl (y) folgt.

[0017] Dieses Prozedere kann beliebig oft (nutzerabhängig) fortgesetzt werden (siehe das Beispiel im NDA-Teil).

[0018] Nach demselben Prinzip können (geeignete) Nutzdaten-Übertragungen von einzelnen Senken (sogar zeitgleich) an die Quelle erfolgen.

[0019] Die für [Fig. 3](#) beispielhaft genutzten Zahlenwerte (die implementierten rollierenden) Zahlenwerte $Z_1 \dots Z_n$ können in Zeitabständen geändert werden.

[0020] Die Genese dieser Zahlen $Z_1 \dots Z_n$ obliegt dem Lizenznehmer, dem eine Menge dieser Zahlen n-Tupels zur Verfügung gestellt wird.

[0021] Hinsichtlich des Algorithmus wird auf die Monographien (unter NDA stehend) hingewiesen. [MNda-Cwienk2006]

Prinzip der synchron rollierenden Verschlüsselung

[0022] Die unter (3) gespeicherte Primzahl/nicht prime Zahl wird an (4) gesandt und akzeptiert oder verworfen. Die Quelle transportiert daraufhin die zyklisch nachfolgende Primzahl/nicht prime Zahl an die Senke. Dort wird die zyklisch folgende Primzahl/nicht prime Zahl Z_3 aufgerufen und darauf wird die Nutzinformation an die Senke übertragen. Der Nutzinformation wird eine „gekoppelte“ Zahl GZW 1 (x1) vorangestellt und das Ende dieser Nutzinformation wird durch die gekoppelte Zahl GZW 2 (y2) vermerkt. Die Senke quittiert den Empfang dieses Nutzteilblocks mit Sendung der zyklisch nachfolgenden Primzahl/nicht prime Zahl Z_4 an die Quelle, woraufhin die Quelle die nachfolgende Zahl (prime oder nicht prime Zahl) Z_5 generiert und an die Senke damit verbunden den zweiten Nutzteilblock sendet. Der Empfang dieses Blocks wird durch Sendung der Zahl Z_6 bestätigt. Dieser Zyklus kann in nachfolgenden Schritten analog fortgesetzt werden, sofern der Nutzer eine derart hochgradige Verschlüsselung als notwendig fordert.

Prinzipzusammenfassung

- (1) A sendet ICMP und Z_1 als Pattern an B.
- (2) B empfängt Z_1 und rolliert sofort durch die mittels ICMP an A gesendete Zahl Z_2 .
- (3) A empfängt Z_2 , rolliert auf Z_3 und sendet Nutzdaten über TOP, die Nutzdaten werden in Blöcke fragmentiert und markiert.
- (4) B empfängt Nutzdaten Block 1 bis zur Markierung. Nach Erhalt der Markierung wird auf Z_4 rolliert und das Authentisierungsprozedere neu angestoßen.

[0023] Die gängigen Verschlüsselungsverfahren stützen sich im wesentlichen auf den kleinen Fermatschen Satz und die Primzahlfaktorzerlegung, die mit RSA initiiert worden war. Versatz, Ersatz, Buchschlüssel und andere gängige Methoden zur Umwandlung von Klartextverfahren in Chiffre haben stets dort die Grenze, wo Übertragungsverfahren ohne Authentisierung und Blocktextverschlüsselung erfolgen.

[0024] In Tabelle 1 werden die letzten Patente, die beim DPMA angemeldet wurden, angeführt. Im Schwerpunkt modifizieren diese Patente die bereits gängigen Schlüsselalgorithmen und -verfahren.

Tabelle 1: Die letzten 10 Patentanmeldungen auf dem Gebiet der Datenverschlüsselung (Stand: 13.09.2006)

| Nr. | Veröffentlichungs-Nummer Titel |
|-----|---|
| 1 | <u>AT000000333732E</u> [DE] VERSCHLÜSSELUNG MITTELS ÖFFENTLICHEM SCHLÜSSEL MIT EINEM DIGITALEN ... |
| 2 | <u>AT000000317579E</u> [DE] VERFAHREN ZUR AUSFÜHRUNG EINES VERSCHLÜSSELUNGSPROGRAMMS ZUR VERSCHLÜSSELUNG ... |
| 3 | <u>AT000000316313E</u> [DE] DYNAMISCHE REKONFIGURATION EINER VERSCHLÜSSELUNG BEIM FESTSTELLEN ... |
| 4 | <u>AT000000314701E</u> [DE] METHODE UND VERFAHREN ZUR FÄLSCHUNGSRESISTENTEN VISUELLEN VERSCHLÜSSELUNG |
| 5 | <u>AT000000282915E</u> [DE] VORRICHTUNG ZUR VERSCHLEIERUNG UND VERSCHLÜSSELUNG |
| 6 | <u>AT000000281724E</u> [DE] VERFAHREN UND EINRICHTUNG ZUR EINMALIGEN VERSCHLÜSSELUNG EINER VIELZAHL ... |
| 7 | <u>AT000000199198E</u> [DE] VERFAHREN ZUR BLOCKWEISEN VERSCHLÜSSELUNG/ENTSCHLÜSSELUNG UNTER ... |
| 8 | <u>AT000000185035E</u> [DE] VERSCHLUESSELUNG UND ENTSCHUESSELUNG VON MULTIMEDIADATEN |
| 9 | <u>DE000006928982U</u> [DE] KAMERA MIT EINER FUEHLEINRICHTUNG ZUM ABFUEHLEN EINER VERSCHLUESSELUNG ... |
| 10 | <u>DE000002600635C2</u> [DE] Verfahren zur Verschlüsselung eines Analogsignals und Übertragungsvorrichtung, ... |

[0025] Die Authentifizierung bezeichnet den Vorgang der Überprüfung der Identität eines Gegenübers, z.B. einer Person, eines Computerprogramms oder einer Organisationseinheit (z.B. Firma).

[0026] Die Authentisierung definiert den Vorgang des Nachweises der eigenen Identität.

[0027] Für beide Verfahren gibt es bereits unterschiedliche technische Ausprägungen. Diese Verfahren do-

minieren das Kreditkartenwesen genauso wie die Herstellung einer gesicherten Verbindung über das Internet (VPN). Zur Integritätssicherung können unterschiedliche Schlüsselverfahren zum Tragen kommen, die sowohl gleiche Schlüssel zum Ver- und Entschlüsseln benutzen (symmetrisch) als auch Verfahren, die unterschiedliche Schlüssel zum Ent- und Verschlüsseln benutzen (asymmetrische Schlüssel).

[0028] Den Verfahren ist das folgende Problem immanent:

Beide miteinander kommunizierende Stellen müssen über Schlüssel verfügen. Die Art der Schlüsselverteilung ist ein kritischer Ansatzpunkt zu deren Offenlegung.

Wird ein öffentlicher Schlüssel genutzt, bleibt die Problematik der Generierung der zugehörigen asymmetrischen Schlüssel zur Öffnung des kryptierten Textes.

[0029] Der gängige Schlüsselalgorithmus RSA beruht auf dem kleinen Fermatschen Theorem (Uhrenrechner mit mod p , wobei p eine Primzahl/nicht prime Zahl ist. Man erhält für jede Zahl, die man p -fach mit sich selbst multipliziert, die Ausgangszahl). Dieses System wurde durch Rivest, Shamir und Adleman weiter entwickelt. Kryptographiesysteme mit öffentlichem Schlüssel (also asymmetrische Systeme) haben Bekanntheit sowie Schwierigkeiten, einen Vorgang mit einer Bit-Zahl auszuführen, die größer als 512 Bit ist. Aufgrund dieser Tatsache wurde zusätzlich eine „wiederholende Kundenstruktur“ eingeführt. Unabhängig davon entsteht seit einiger Zeit als scharfer Mitbewerber zum RSA-Schlüssel ein Verfahren, das insbesondere vor dem Hintergrund der Mobile IP Ideen verwertet, wo elliptische Kurven, die durch Gleichung identifiziert werden und auf diese Weise sich dem letzten fermatschen Theorem annähern.

[0030] Mit den Übertragungsprotokollen TCP/IP und der zunehmenden Bedeutung von IPsec des heutigen Internets wurden Standards geschaffen, die die Implementierung von Quelle-Senke-Zuordnungen und Authentifizierungsverfahren einerseits ermöglicht, andererseits containerisierte Aufnahmekapazitäten für unterschiedliche Schlüsselverfahren gewährleistet.

[0031] Eine weitere Perspektive bietet das neue Internetprotokoll IP next Generation (IPnG/IPv6). Für die bereits beschriebenen Verfahren wird die Erweiterung der Adressierungsräume und damit einhergehend die Erweiterung des Overheads zur Aufnahme komplexer Schlüsselalgorithmen, seien diese symmetrischer oder asymmetrischer Natur, ermöglicht.

[0032] Das bekannte RADIUS-Protokoll zur Authentisierung und Authentifizierung, im Langtitel heißt es auch Remote Authentication Dial in User Service, ist ein Protokoll nach einem Industriestandard, das im RFC2865 und RFC2866 beschrieben ist. Ein RADIUS-Client, normalerweise ein Default-Client oder VPN-Server oder drahtloser Zugriffspunkt, sendet an Benutzer Anmeldeinformationen und Verbindungsparameter in Form einer RADIUS-Meldung an den RADIUS-Server. Der RADIUS-Server authentifiziert und autorisiert die Anfrage des RADIUS-Clients und sendet die RADIUS-Antwortmeldung zurück. RADIUS-Clients senden außerdem RADIUS-Kontoführungsmeldungen an RADIUS-Server. Darüber hinaus unterstützen die RADIUS-Standards die Verwendung von RADIUS-Proxys. Ein RADIUS-Proxy ist der Computer, der die RADIUS-Meldungen zwischen RADIUS kompatiblen Computern sendet. Die RADIUS-Meldungen werden grundsätzlich als UDP-Meldungen (User Datagram Protocol) gesendet. Der UDP-Port 1812 wird für die Authentifizierungsmeldungen und der UDP-Port 1813 für die RADIUS-Kontoführungsmeldungen verwendet. Bei Nutzung von UDP werden Sicherheitsrisiken in Kauf genommen. UDP hat weder Sequenznummern noch eine eigene Verbindungsaufbauprozedur. Damit sind Tür und Tor geöffnet für eine verfälschte Einbringung von UDP-Paketen. Da zudem die Angabe des Sourceports optional ist, lässt sich keine verlässliche Identifizierung des Absenders anhand der IP-Adresse oder des Ports durchführen. Alle Applikationen, die UDP nutzen, müssen geeignete Authentifizierungsmechanismen selbst einbringen. Generell gilt, dass UDP eine Erweiterung des IP-Protokolls ist. Die Erweiterung besteht in der Übermittlung von Source- und Destinationport, über die eine Zuordnung zu den Prozessen geschieht. UDP-Pakete werden im Datenfeld von IP-Paketen übertragen. UDP enthält keine weiteren Maßnahmen zur Verbindungssteuerung, ist damit verbindungslos und gilt als ein ungesicherter Übertragungsdienst.

Vergleichende Betrachtung

[0033] In der Zusammenfassung werden die Internetsicherheitsprotokolle zueinander in Beziehung gesetzt.

[0034] Hier S-HTTP, ein Protokoll, das aus der Sicht des Nutzers sehr einfach zu handhaben ist, das nur horizontal und innerhalb der Anwendungen eine Granulierbarkeit von Sicherheitsfunktionen anbietet, vertikal bei Hosts und Subnetzen ist diese Möglichkeit nicht vorhanden. Außerdem kann hier nur eine Ende-zu-Ende-Sicherheit gebildet werden. Beim S-HTTP werden vorher Sicherheitszertifikate angeboten, die vom Initiator als

vertrauenswürdig eingestuft werden. Dies setzt das Prozedere des Austausches von Informationen voraus, die im ungesicherten Umfeld erfolgen. Das Verfahren ist daher kein Authentisierungsverfahren, sondern prüft lediglich die Authentizität eines Eintrages.

PGP (Pretty Good Privacy)

[0035] Bei diesem Verfahren wird nicht die ganze Nachricht asymmetrisch verschlüsselt, sondern die Nachricht symmetrisch und der verwendete Schlüssel asymmetrisch (Hybride Verschlüsselung). Möglichkeit der 1:n Verschlüsselung, keine ONLINE Authentisierung, die Kommunikationsbasis bleibt ungesichert, CONTENT-Security ist die Zielrichtung. Keine Authentisierung, wohl aber Feststellung der Authentizität und Nachricht mit dem Nachteil, dass das Einschleusen einer nicht authentisierten Stelle erfolgen kann (Nutzung RSA, DH/DSS-Algorithmen).

[0036] PGP ist aus der Sicht des Nutzers einfach bis schwierig zu handhaben, je nach der entsprechenden Client-Integration. Die Anwendungstransparenz ist hier nicht erforderlich. Die Anwendungsabhängigkeiten sind sehr hoch, Signaturfunktionen sind vorhanden, die Granulierbarkeit der Sicherheitsfunktionen sind weder horizontal (gleichwertige Stationen) noch vertikal (Servertechnik, hierarchisch höher angeordnete Technik) existent. Die Administrierbarkeit ist relativ aufwändig und auch hier geht es nur um eine Ende-zu-Ende-Sicherheit.

[0037] S/MIME ist Mailverschlüsselung, eine Authentisierung (im Prinzip eine Weiterentwicklung von PGP). E-Mails werden überschlüsselt übertragen. Sender- und Empfängerinformationen bleiben offen. S/MIME nutzt Public Key Verfahren. Nur durch Abrufen der existenten öffentlich zusätzlich und dediziert versteckten Public Keys lässt sich eine bedingte Quelle-Senke-Identifikation realisieren.

[0038] S/MIME ist für den Nutzer einfach bis schwierig zu handhaben. Die Anwendungstransparenz ist hier nicht notwendig, die Anwendungsabhängigkeit aber sehr hoch, Signaturfunktionen sind vorhanden, die Granulierbarkeit der Sicherheitsfunktionen sind weder horizontal noch vertikal möglich. Eine relativ einfache Administrierbarkeit vermittelt auch hier nur eine Ende-zu-Ende-Sicherheit.

[0039] SSH gilt als sehr einfach zu handhabendes Protokoll. Eine Anwendungstransparenz ist nicht nötig, die Anwendungsabhängigkeiten sind durch Tunnelmöglichkeiten mittelhoch. Eine ganz entscheidende Sache ist, dass Signaturfunktionen nicht vorhanden sind. Die Granulierbarkeit der Sicherheitsfunktionen ist horizontal nicht vorhanden und vertikal nur sehr gering durch Tunnellinkfunktionen gegeben. Die Administrierbarkeit ist sehr einfach mit einer Initialisierung der Schlüsselverteilung und nur Ende-zu-Ende-Sicherheitsfunktionen in mehrstufigen komplexen Netzwerkstrukturen sind möglich.

[0040] SSH ermöglicht den Austausch zwischen Quelle und Senke über eine weitgehend sichere authentifizierte und verschlüsselte Verbindung zwischen zwei Netzwerkrechnern. Es kann nur über TCP/IP genutzt werden. Damit ist SSH für Punkt-zu-Punkt-Verbindungen ausschließlich über das Internet interessant.

n:n Fähigkeit bei der Abbildung von Authentisierungen bei Nutzung von SynD.

[0041] Nachfolgend werden die Fähigkeiten von SynD zur Herstellung von n:n Verbindungen dargestellt und zu häufig genutzten Kryptoprogrammen abgegrenzt.

[0042] Das häufig genutzte Programm SSH kann keine n:n Verbindungen authentisieren und nicht so granuliert werden, dass gerade hierarchisch abgestufte Nutzungsrechte abgebildet werden können, wie es SynD ermöglicht.

[0043] SSL ist in der Handhabung sehr einfach, die Anwendungstransparenz hoch, die Anwendungsabhängigkeit relativ hoch, die Signaturfunktionen sind jedoch nicht vorhanden, die Granulierbarkeit der Sicherheitsfunktionen ist horizontal und vertikal gering. Unabhängige Integrationsfähigkeiten in Hard- und Software sind schwierig und dort, wo es geht, ist es sehr inflexibel. Die Administrierbarkeit ist in Abhängigkeit der Infrastruktur komplex bis einfach. Die mehrseitigen Sicherheitsanforderungen in komplexen Netzstrukturen sind relativ schwierig aufzubauen und erlauben nur Ende-zu-Ende-Verschlüsselungen.

[0044] IPsec plus IKE sind extrem einfach zu handhaben. Granulierbarkeiten der Sicherheitsfunktionen sind horizontal nicht existent, vertikal jedoch hoch. Es gibt eine unabhängige Integrationsfähigkeit in Hard- und Software. Die Administrierbarkeit ist komplex bis einfach, je nach der Policy und mehrseitigen Sicherheitsanforde-

rungen. In komplexen Netzstrukturen zeigt sich IPsec und IKE sehr flexibel.

[0045] Bei der Darstellung der vorhandenen Sicherheitsmechanismen zeigt sich, dass insbesondere die Ende-zu-Ende-Verbindungsmöglichkeiten bei den Internetprotokollen zu kurz kommen. Weiterhin werden hier mit IPsec und IKE Schlüsselverfahren angewandt, die mit 3DES oder IDEA realisiert werden oder mit AH. Zu IPsec lässt sich generell sagen, dass IPsec die Daten im Wesentlichen durch zwei Mechanismen schützt: Dem Authentication Header (AH) und den Encapsulating Security Payload (ESP). Die kryptographischen Verfahren zur Nutzung sind nicht festgelegt. Definiert werden hier nur Mindestanforderungen (DES/CBC für ESP, HMAC/SHA für AH). Obergreifende Sicherheitsarchitekturen werden in anderen Veröffentlichungen spezifiziert. Es hat sich gezeigt, dass auf Paketebene keine asymmetrisch kryptographischen Verfahren verwendet werden können. Dies hat seinen Grund darin, dass es offenkundig eine schlechte Performance der Algorithmen gibt. Bei den heutigen Netzwerkgeschwindigkeiten von mehr als 100 MB/sec kann selbst von der leistungsfähigsten Workstation nicht für jedes Paket eine RSA bzw. Ver- oder Entschlüsselung vorgenommen werden. Selbst hoch optimierte Hardwareimplementierungen kommen heute noch nicht über die Grenze von 1 MB/sec hinaus. Deshalb werden als Stand der Technik auf IP-Ebene nur symmetrische kryptographische Verfahren zum Einsatz gebracht. Das zum Patent angemeldete SynD-Verfahren behebt diesen Engpass.

[0046] ESP dient der Nutzdatenüberschlüsselung, wird derzeit nur mit symmetrischen Schlüsseln durchgeführt und spielt bei der Authentisierung/Authentifizierung des beschriebenen und zum Patent angemeldeten Verfahrens keine Rolle.

Firewallunabhängigkeit von SynD

[0047] SynD nutzt bei der ersten Verbindung mittels IP bereits die Authentisierung und Feststellungsmöglichkeit der Authentizität portunabhängig. Wird der ICMP-Request durch eine Firewall geblockt, erfolgt keine Authentisierung. Die Möglichkeit der Diskriminierung des Patterns innerhalb des Pings lässt sich mit geringem Aufwand bereits auf der Firewallenebene ggf. mit Datenbasis im Corporate LAN realisieren.

Unabhängigkeit von SynD vom genutzten Übertragungsprotokoll

[0048] SynD ist prinzipiell unabhängig von der Art des genutzten Übertragungsprotokolls, auch wenn in dieser Schrift die Anwendung mittels IP/ICMP beschrieben ist.

[0049] Auch im Bereich von synchroner Datenübertragung oder der Nutzung von Cellorientierten Verfahren (ISDN, ATM) lässt sich SynD anwenden. Gerade die Plattformunabhängigkeit und leichte Portierbarkeit ist ein entscheidender Vorteil dieses Authentifizierungs-/Authentisierungsverfahrens. SynD bietet die Kombinationsmöglichkeit mit allen anderen gängigen Schlüsselmitteln (RSA, DH ...).

Sich aus den Alleinstellungsmerkmalen ableitende Aufgabenstellung für SynD

Aufgabenstellung:

[0050] Die angemeldete Erfindung bietet eine technische Problemlösung eines Kryptographiesystems und eines Datenverschlüsselungsverfahrens, die in der Lage sind, bereits erwähnte Unzulänglichkeiten des Standes der Technik auszuschalten und damit die Sicherheit der Datenübertragung massiv zu erhöhen.

Kurzzusammenfassung für SynD:

[0051] In einer mikrocomputerbasierten technischen Implementierung werden innovative Verfahren zur sicheren Kommunikationsauthentisierung bereitgestellt. Die Verwendung dieser Überschlüsselung, der hochkarätigen Verschlüsselung von Kommunikationseinstellen erfolgt ausgehend von einem Trustcenter über eine dedizierte und auf beliebige Nutzer verteilbare hierarchisch oder nicht hierarchisch geordnete Verschlüsselungsstelle zu realisieren. Abhebend von den bisher bekannten Verfahren zur Überschlüsselung/Verschlüsselung bietet diese Lösung einen sehr hohen Performancegewinn sowie die Möglichkeit zur Miniaturisierung der Hardware und damit eine hohe Einbruchssicherheit.

Anforderungen an das SynD-System und Abgrenzung:

[0052] Das hier vorgelegte Patent beschreibt den Bereich der Authentisierung mit seinen Schnittstellen sowie die extrem gesicherte Blockdatenübertragung.

[0053] Eine Kombination zwischen asymmetrischen Schlüsselverfahren und symmetrischen Schlüsselverfahren wird eingeführt. Die asymmetrischen Schlüsselverfahren werden genutzt, um den Datentransport kryptographisch abzusichern und über eine eigene Trust-Hierarchie Verifikationsprozesse zu realisieren.

[0054] Die Bereitstellung der Schlüssel, die Übertragungswege und die Form der Überschlüsselung werden vorgegeben in Algorithmen, die asymmetrisch die einzelnen Partner erreichen.

Prinzip auf der Grundlage einer Übertragung von Quelle zu Senke im Internet, hier: Nutzung eines bestimmten Protokolltyps

Beschreibung der prinzipiellen Funktionsweise von SynD:

[0055] SynD ist das Akronym für System nicht dechiffrierbarer Authentisierung und basiert auf einer neuen Form der Primzahlzerlegung. Es nutzt das ICMP-Protokoll. ICMP (Internet Control Message Protocol) dient dazu, Fehlermeldungen, Steuerinformationen oder Statusmeldungen zu übertragen. ICMP ist kein selbständiges Transportprotokoll, sondern nutzt das Datenfeld von IP zur Übertragung. Auf diese Weise ist es möglich, dass die IP-Software auf verschiedenen Systemen und Endsystemen Informationen und Nachrichten übermittelt. Auch höhere Protokolle und Anwendungen können damit über Fehlerzustände informiert werden. Die Tatsache, dass Daten und Informationen übertragen werden, sieht man beim einschlägigen RFC 792, der den Echo-reply beschreibt. Unabhängig davon ist im RFC ICMP (letztes Update vom 25.07.2006) eine Mehrzahl von Informationsfeldern als so genannte Typfelder identifiziert. Im Typbereich 19 ist eine Reservierung für Sicherheitsanfragen gegeben. In den Feldern 20 bis 29 besteht die Möglichkeit der Reservierung für so genannte robustness experiments. Beide Typen der Felder 19 und 20 bis 29 spielen bei SynD eine bedeutende Rolle. So wird auf diese Weise mit einem ICMP-Request an eine oder mehrere Stationen ein Autorisierungsschlüssel gesandt, der dann über den Echorequest bearbeitet zurückgesandt wird. Dies kann sowohl ein System sein, das in einer Punkt-zu-Punkt-Beziehung mit der Quelle steht. Es kann aber auch ein ganzes Netzwerk oder mehrere Stationen gleichzeitig bedienen. Hier werden die Mechanismen genutzt, die ICMP und IP bieten, z.B. ist es möglich, einen generellen Ping auf eine Broadcast-Adresse zu senden, worauf alle Stationen, die innerhalb dieses Netzwerks liegen, mit ihrem Echorequest antworten, es sei denn, dass dieser entsprechend nicht aufgeschaltet wurde. Als Träger des beschriebenen Authentisierungsverfahrens bietet sich daher das ICMP-Protokoll an. Durch die Nutzung des ICMP-Protokolls sind zusätzliche Authentisierungsprotokolle wie RADIUS-Protokoll überflüssig. Das ICMP-Protokoll bedient sowohl Nutzer (Useranfragen) bzw. Client-Server-Beziehungen konventioneller Art, wie auch Client-Server-Anfragen, in denen Maschinenadressen abgerufen werden. Insbesondere durch die Möglichkeit des Mobile IP und der Erweiterung der Adressräume im Bereich IPv6 bietet sich dieses Protokoll an. Die Verbindung des ICMP-Requests mit Security Features, die bereits auf der verbindungsorientierten Ebene, bevor in irgendeiner Weise Datenströme gelaufen sind, genutzt werden können, verhindert ein schlechtes Zeit-Antwort-Verhalten. Die gesendeten Informationen innerhalb des Feldes 19 oder der Felder 20 bis 29 werden automatisiert von den Maschinen abgearbeitet und die Authentifikation und die Authentisierung erfolgen in ähnlicher Geschwindigkeit wie mit einem Standardping.

[0056] Zur Absicherung aller Verfahren sind entsprechende kryptographische Hash-Schlüsselfunktionen, die ein Komprimat im Sinne einer Prüfsumme ermitteln, erforderlich.

[0057] Die unter RC4 veröffentlichte, von der RSA Data Security Inc. vermarktete Verfahrensart, die sowohl bei Lotus Notes, Oracle oder SQL Features eine bedeutende Rolle hat, nutzt eine so genannte typische Stromchiffrierung und ist damit unabhängig von Klartextinformationen. Die einzelnen Schlüsselstrombytes werden mit geheimem Schlüssel erzeugt. Auch hier ist die Einbringung des Cwienk'schen Algorithmus durchaus möglich und sinnvoll. Die Größe des vorgegebenen Schlüsselraums mit 2^{1700} zerlegt auch $256^2 \times 256!$, lässt sich in der Cwienk'schen Aufbereitung der entsprechenden Algorithmen ohne Schwierigkeiten overrollen.

[0058] Das Volumen der Schlüssel kann nach diversen Verfahren geordnet und beliebig erweitert werden. Ein Verschlüsselungssystem (VS) als Bestandteil von SynD kann unterschiedliche Eigenschaften der Primzahl und der nicht primen Zahlen nutzen, wodurch der Verschlüsselungsraum unbegrenzt erweiterbar ist.

[0059] Zur Definition der Folgen der Primzahlen und nicht primen Zahlen, die in die nicht entschlüsselbaren Zerlegungen eingehen, wird auf bekannte und bisher unbekannte Gesetzmäßigkeiten zurückgegriffen, auf die in den unter NDA zugestellten Monographien hingewiesen wird.

[0060] Die Schlüsselstruktur und die Schlüsselmenge wird zunächst von der dl-DATEN GmbH festgelegt. Teilmengen dieses Schlüssels können den Unternehmen zur Verfügung gestellt werden, die dieses Patent als Lizenz zur Nutzung erwerben.

[0061] Die Verteilung der hardwareimplementierten Teilmengen dieser Schlüssel obliegt dem Lizenznehmer.

Gewerbliche Anwendbarkeit:

Sichere Authentisierung von beliebigen Endstellen (Nutzern) mit einer Zentrale oder einer Hierarchie von Zentralen

Sicherstellen von Überprüfungen der Datenübertragungsintegrität

Abbilden zusätzlicher Absicherungsmaßnahmen bei der verbindungsbezogenen Authentisierung durch Einsatz von additiven Datenflussintervallverschlüsselungen

Bei Banken, Sparkassen, Telekommunikation jeglicher Art, großer und mittlerer Industrie, Pharmaindustrie, Versicherungen, Gesundheitswesen, Krankenkassen, Behördensicherheit (Ministerien, Verfassungsschutz, Polizei, Justiz, Bundeswehr etc.)

[0062] In zunehmender Entwicklung erhält die Miniaturisierung im Rahmen der Mobilfunk-Telefonie eine besondere Bedeutung. Die enorme Freiheit der Kommunikationsmöglichkeiten findet heute dort Grenzen, wo die Sicherheit in der Kommunikation bei Verbindungsaufbau und Übertragungsinitiierung nicht hinreichend ist. Die Sicherstellung der Verbindungsintegrität bildet damit die Grundlage für die Minimierung der genannten Restriktionen und erlaubt eine Miniaturisierung der zu implementierenden Hardware.

[0063] Mit Einsatz von mobiler IP und IPnG/IPv6 werden idealtypische Einsatzszenarien und -möglichkeiten für SynD geschaffen. Die Anteile von IPSec können dadurch in erheblichem Maße ausgeweitet werden.

Zusatzinformationen:

[0064] Die im Eigentum der dl-DATEN GmbH befindlichen, nicht veröffentlichten Monographien von Dr. Georg Viktor Cwienk, 2006, auf deren Basis implementierte Verschlüsselungsverfahren in großer Menge generierbar sind, die nach diversen Ordnungsschlüsselverfahren strukturiert sind.

[0065] Diese Monographien (beigefügt) bilden die deklarative Basis dieses Patents und beweisen die nachfolgend erwähnten Gesetzmäßigkeiten.

[0066] Darüber hinaus wird darauf hingewiesen, dass der Grad der Verschlüsselungssicherheit durch eine Implementierung mehrerer Sicherheitsschlüssel auf Basis wohl definierter Primzahl/nicht prime Zahlen und wohl definierter gerader Zahlen noch wesentlich erhöht werden kann (siehe die beigefügten Figuren).

[0067] Das angemeldete Patent zeigt in der Abgrenzung auf, dass bestimmte Verfahren, die in der Vergangenheit angewendet wurden und teilweise zu eigenständigen Patenten geführt haben, durch die neue Patentschrift zu einem weit komplexeren, nicht mehr entschlüsselbaren System führt.

[0068] Insbesondere sind nachfolgend aufgeführte Arbeitsprämissen, die in der Vergangenheit zu probabilistischen Verfahren geführt haben, durch neu gefundene Gesetzmäßigkeiten wesentlich erweitert worden. Die These, dass es kein Muster in den Primzahlen gibt, ist durch die Erweiterung der Gleichung für den Beweis des Hauptsatzes der Primzahltheorie und durch die Ergänzung der Goldbach'schen Theorie wesentlich erweitert worden. Primzahlen, die in den addierten bzw. subtrahierten geraden bzw. ungeraden Zahlen als Faktoren auftreten, dürfen in den vorgegebenen geraden bzw. ungeraden Zahlen nicht auftreten. Diese Prämisse führt zu Gleichungssystemen, die prime Zahlen oder aber Zahlen in den Primzahlfaktoren mit größeren Primzahlen als die Primzahlen, die in den Zahlen n_g bzw. n_n auftreten, enthalten.

[0069] In der Anlage befinden sich die Monographien des Dr. Cwienk „Neue Aspekte der Primzahltheorie“, die u. a. in Teil 1 und Teil 2 zu einer Erweiterung der Gleichung des Hauptsatzes der Primzahltheorie führen. Es wird insbesondere auf die Seiten 115 ff., Überschrift "20 Zusammenfassung und Ausblick" verwiesen sowie auf die Zusammenfassung der Gleichung des Hauptsatzes Seite 122 (siehe dazu auch Zeilen 495/496).

[0070] Die Erkenntnisse aus diesen mathematischen Beweisen, die immanenter Bestandteil der Patentschrift und des hier angemeldeten Patents sind, führen zu einer wesentlich höheren Absicherungsmöglichkeit, als die Verfahren, die unter RSA Anwendung gefunden haben.

Ergänzender deklarativer Patentteil

[0071] Erläuterung zu [Fig. 4](#):

- 1) Authentisierung
Definierte Tsunamiwellen (ZW)
- 2) Abgeleitete gekoppelte Zahlen zu den ZW = GZW
Diese eröffnen die Textblockverschlüsselung und beenden diese.
- 3) Text-Verschlüsselung mit definierten Primzahlwellen (PW):
jedem Buchstaben,
jeder Ziffer,
jedem Satzzeichen
werden im Textblock unwiederholbare Primzahlen (PZ) zugeordnet.

Die Überschneidungsvermeidung (Ausschließung)

[0072] Eine Identität der Blockwellen (Zahlen) mit dem GZW wird dadurch ausgeschlossen, dass das Abfrageintervall höher gesetzt wird, wodurch sich große GZW-Werte ergeben.

[0073] Die der Patentanmeldung beigefügten mathematischen Grundlagen der „additiven und subtraktiven“ Datenverschlüsselungen mit Goldbach-Zerlegungen, Quasi-Goldbach-Zerlegungen sowie Anti-Goldbach-Zerlegungen und Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen und ihren definierten (wählbaren) Kombinationen fußen auf den folgenden unveröffentlichten Monographien und den in ihnen beschriebenen neuen Erkenntnissen von Gesetzmäßigkeiten in der Primzahltheorie, die die Grundlage des SynD-Verfahrens darstellen:

1. Die unveröffentlichte Monographie zu dem Thema:
„Neue Aspekte der Primzahl-Theorie – Teil I“/April 2006
Verfasser: Dr. Georg Cwienk
[MNda- Cwienk2006]
2. Die unveröffentlichte Monographie zu dem Thema:
„Neue Aspekte der Primzahl-Theorie – Teil II“/August 2006
Verfasser: Dr. Georg Cwienk
[MNda- Cwienk2006]

[0074] Auf Anforderung kann ein entsprechendes Beispiel bereitgestellt werden.

Ergänzende Erläuterungen zur Patentschrift SynD hier: Ergänzendes deklaratives Grundlagenmaterial

[0075] Für die Generierung der Primzahlwellen und der Primzahl-Tsunamiwellen sind von ausschlaggebender Bedeutung die Gesetzmäßigkeiten in der Monographie „Neue Aspekte der Primzahltheorie“ Teil I, Blockschema I, Blockschema II und Blockschema III. Diese Gesetzmäßigkeiten sind auf dem Deckblatt der zitierten Monographie angeführt. In dieser Monographie wurde ebenfalls der Nachweis erbracht, dass die Quasi-Goldbach-Zerlegungen und die Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen in gleichen Intervallen in einer gleichen Mächtigkeit (Anzahl) auftreten.

[0076] Die Gesetzmäßigkeit in Block I ist eine Erweiterung der euklidischen Gesetzmäßigkeit, dass eine natürliche Zahl, die faktoriell aus Primzahlen zusammengesetzt ist, durch Addition der Zahl 1 zu einer neuen Primzahl führen kann bzw. zu neuen Primzahlen. Diese euklidische Gesetzmäßigkeit, auf der der Beweis aufbaut, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, ist im Block I dadurch erweitert worden, dass sowohl die Addition von ungeraden Zahlen: +1, +3, +5 etc. bzw. die Subtraktion ungerader Zahlen: -1, -3, -5 usw. zu neuen Primzahlen führen kann, wie aber auch die Addition gerader Zahlen: +2, +4, +6 bzw. die Subtraktion gerader Zahlen: -2, -4, -6 usw. neue Primzahlen ergeben kann.

[0077] In Block II sind die Progressionen erweitert und zwar zu zwei Obergruppen: Obergruppe I, Obergruppe II.

[0078] In der Obergruppe I treten vier Klassen von Primzahlen auf mit den Endziffern 1, 3, 7, 9, die bei Teilung

durch die Zahl 4 den Rest 1 ergeben.

[0079] In der Obergruppe II sind wiederum vier Klassen von Primzahlen angegeben, die bei Teilung durch die Zahl 4 den Rest 3 ergeben.

[0080] Im Block III sind die Bildungsgesetze für die Folgen der Zwillinge $\text{Mod } 2n \ n \geq 1$ angegeben.

[0081] Die Gesetzmäßigkeiten, die in Block I dargestellt sind, führen dazu, dass Primzahlwellen (durch Goldbach'sche oder Anti-Goldbach'sche Zerlegungen) generiert werden können und zwar in ziemlich großen, vorgegebenen Intervallen. Diese Gesetzmäßigkeiten von Block I führen aber auch dazu, dass man Primzahl-Tsunamiwellen generieren kann, ebenfalls in vorgegebenen Intervallen, und diese Gesetzmäßigkeiten führen dazu, dass man die mit diesen Primzahl-Tsunamiwellen gekoppelten Zahlen ermitteln kann, die den Textblöcken vor- und nachgeschaltet werden – diese eröffnen und abschließen.

Musterschreiben

Textblock 1

das testschreiben vom 12.09.06
herrn
dr. georg cwienk
auf der egge 20
44797 bochum
wh/sj 05101/8 54 64-10 12.09.2006
die auf der basis ihrer theoretischen untersuchungen inzwischen
implementierten datenverschlüsselungen – patentsache 1
sehr geehrter herr dr. cwienk,
wir freuen uns, ihnen mitteilen zu können, dass wir die datenverschlüsselung

Textblock 2

1. die authentisierung
2. die textverschlüsselung
inzwischen implementiert haben.
sie finden beiliegend die cd, die ihnen die entschlüsselung dieses an sie
gerichteten schreibens ermöglicht.
mit freundlichen grüßen
ihr herbert werner

Zw I
 Z → E Z ← E Z → E
 278891 321243 479275571

GZw I
 6139039

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Pw I | | | | | | |
| d | a | s | | t | e | s |
| 7008 | 1572 | 68322 | 281598 | 71850 | 9718 | 68371 |
| t | s | c | h | r | e | i |
| 71899 | 68443 | 5230 | 17088 | 65118 | 9767 | 20080 |
| b | e | n | | v | o | m |
| 3712 | 9839 | 40650 | 281647 | 92262 | 43492 | 35848 |
| | 1 | 2 | . | 0 | 9 | . |
| 281719 | 60 | 142 | 147058 | 58 | 862 | 147107 |
| 0 | 6 | | | h | e | r |
| 107 | 522 | 281767 | 281887 | 17173 | 9887 | 65167 |
| r | n | | d | r | . | |
| 65239 | 40699 | 281959 | 7057 | 65287 | 147179 | 284608 |
| g | e | o | r | g | | c |
| 14200 | 10007 | 43541 | 65407 | 14249 | 284697 | 5279 |
| w | i | e | n | k | | |
| 93202 | 20129 | 10079 | 40771 | 25180 | 284729 | 284777 |
| a | u | f | | d | e | r |
| 1621 | 84688 | 12468 | 284897 | 7129 | 9780 | 65479 |
| | e | g | g | e | | 2 |
| 284897 | 9829 | 14321 | 14369 | 9901 | 284969 | 191 |
| 0 | | 4 | 4 | 7 | 9 | 7 |
| 179 | 284969 | 298 | 347 | 652 | 911 | 701 |
| | b | o | c | h | u | m |
| 28678 | 3761 | 43613 | 5351 | 17209 | 84737 | 35897 |
| | | u | n | s | e | r |
| 286927 | 286999 | 84809 | 40819 | 68491 | 9949 | 65668 |
| | z | e | l | c | h | e |
| 287047 | 119802 | 10069 | 20201 | 5399 | 17257 | 10141 |
| n | | t | e | l | e | f |
| 40939 | 287167 | 71971 | 10102 | 34182 | 10151 | 12517 |
| o | n | | d | a | t | u |
| 43661 | 41011 | 287239 | 7177 | 1693 | 72019 | 84857 |

| | | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| m 35969 | 288880 | 288929 | w 93251 | h 17377 | / 296080 | s 68611 |
| j 22738 | 289001 | 0 227 | 5 450 | 1 109 | 0 347 | 1 181 |
| / 296129 | 8 708 | 5 499 | 4 419 | 6 571 | 4 467 | - 177972 |
| 1 229 | 0 419 | 289049 | 1 349 | 2 263 | . 147227 | 0 14172 |
| 9 983 | . 147347 | 2 311 | 0 14221 | 0 14293 | 6 643 | 289169 |
| 289169 | d 7297 | i 20249 | e 10223 | 289241 | a 1741 | u 84977 |
| f 12589 | 309730 | d 7369 | e 10271 | r 65717 | 309779 | b 3833 |
| a 1861 | s 68683 | i 20369 | s 70260 | 309851 | i 20441 | h 17449 |
| r 65789 | e 10391 | r 65837 | 309899 | t 72139 | h 17788 | e 10463 |
| o 43781 | r 65957 | e 12252 | t 72211 | i 21058 | s 70309 | c 5519 |
| h 17837 | e 12301 | n 41728 | 310019 | u 85049 | n 41777 | t 74722 |
| e 12373 | r 66029 | s 70381 | u 85049 | c 5591 | h 17909 | u 85548 |
| n 41849 | g 14369 | e 12421 | n 41897 | 310091 | i 21107 | n 42017 |
| z 119851 | w 93323 | i 21179 | s 70429 | c 5350 | h 17957 | e 12541 |
| n 42089 | 312960 | i 21227 | m 36017 | p 50478 | l 34231 | e 12613 |
| m 36137 | e 317542 | n 42282 | t 74771 | i 21347 | e 317591 | r 67530 |
| t 74843 | e 317663 | n 42331 | 313009 | d 7162 | a 1933 | t 74891 |
| e 317711 | n 42403 | v 92311 | e 317831 | r 67579 | s 70549 | c 5399 |
| h 18077 | l 34303 | ü 326958 | s 70621 | s 70800 | e 317903 | l 34351 |
| u 85597 | n 42451 | g 14489 | e 319230 | n 42571 | 313081 | - 178021 |

| | | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 313129 | p 50527 | a 2188 | t 75011 | e 319279 | n 42643 | t 75083 |
| s 70849 | a 2237 | c 5471 | h 18149 | e 319351 | 313249 | l 421 |
| 313321 | 313938 | s 70921 | e 319399 | h 17928 | r 67651 | 313987 |
| g 14561 | e 319519 | e 319591 | h 17977 | r 67699 | t 77422 | e 324130 |
| r 67819 | 314059 | h 18049 | e 324179 | r 67891 | r 68160 | 314107 |
| d 7211 | r 68209 | . 147419 | 314227 | c 5519 | w 93371 | i 21419 |
| e 324251 | n 42288 | k 25229 | , 155488 | 314299 | 316908 | w 93491 |
| i 21988 | r 68281 | 316908 | f 12637 | r 68329 | e 324299 | u 85597 |
| e 324419 | n 42337 | 316957 | u 85669 | n 42409 | s 70969 | , 155537 |
| 317029 | i 22037 | h 18097 | n 42457 | e 324491 | n 42577 | 317077 |
| m 36209 | i 22109 | t 77471 | t 77543 | e 326890 | i 22157 | l 34471 |
| e 326939 | n 42649 | 317197 | z 119923 | u 85717 | 317269 | k 25301 |
| ö 332872 | n 347440 | n 347489 | e 327011 | n 347561 | , 155537 | 353508 |
| d 7211 | a 2309 | s 71089 | s 71161 | 353557 | w 93563 | i 22277 |
| r 68449 | 353629 | d 7283 | i 22349 | e 327059 | 353667 | d 7331 |
| a 2357 | t 77591 | e 327178 | n 347609 | v 92383 | e 327251 | r 68521 |
| s 70830 | c 5639 | h 18217 | l 34543 | ü 327007 | s 70879 | s 70951 |
| e 365080 | l 34318 | u 85837 | n 347729 | g 14470 | 353797 | 353869 |

GZw I
6139111

Zw II
 Z → E Z ← E Z → E
 2850737 4297813939 4503599630217143

GZw II
 2846641

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Pw II | | | | | | |
| 1 | . | | d | i | e | |
| 2325 | 5834193 | 9446967 | 144765 | 659583 | 214425 | 9446981 |
| a | u | t | h | e | n | t |
| 72693 | 3293373 | 2765505 | 599667 | 214439 | 1389027 | 2765519 |
| i | s | i | e | r | u | n |
| 659597 | 2522367 | 659609 | 214451 | 2356983 | 3293387 | 1389221 |
| g | | | 2 | . | | d |
| 404955 | 9446993 | 9447041 | 3975 | 5834207 | 9447233 | 144779 |
| i | e | | t | e | x | t |
| 659657 | 214499 | 9448001 | 2765531 | 214691 | 4312467 | 2765579 |
| v | e | r | s | c | h | l |
| 3847563 | 215459 | 2356997 | 2522381 | 135183 | 599681 | 1012215 |
| ü | s | s | e | l | u | n |
| 9049185 | 2522393 | 2522441 | 218551 | 1012229 | 3293399 | 1389233 |
| g | | | l | n | z | w |
| 404969 | 9451093 | 9460617 | 659849 | 1389281 | 5081553 | 3906783 |
| i | s | c | h | e | n | |
| 660617 | 2522633 | 135197 | 599693 | 229473 | 1389473 | 9460631 |
| i | m | p | l | e | m | e |
| 663709 | 1271583 | 1800693 | 1012241 | 229487 | 1271597 | 229499 |
| n | t | l | e | r | t | |
| 1390241 | 2765771 | 668673 | 229547 | 2357009 | 2766539 | 9460643 |
| h | a | b | e | n | . | |
| 599741 | 72707 | 114735 | 229739 | 1393333 | 5834219 | 9460691 |
| | s | i | e | | f | i |
| 9460883 | 2523401 | 668687 | 230507 | 9461651 | 305397 | 668699 |
| n | d | e | n | | b | e |
| 1423437 | 144791 | 233599 | 1423451 | 9464743 | 114749 | 240477 |
| i | l | i | e | g | e | n |
| 668747 | 1012289 | 668939 | 240491 | 404981 | 240503 | 1423463 |
| d | | d | i | e | | c |
| 144839 | 9473337 | 145031 | 669707 | 240551 | 9473351 | 135209 |

| | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| d 145799 | , 6068385 | | d 148891 | i 672799 | e 240743 | 9473411 |
| i 680223 | h 599933 | n 1423511 | e 241511 | n 1423703 | 9473603 | d 145017 |
| i 680237 | e 244603 | | e 275973 | n 1424471 | t 2769631 | s 2526493 |
| c 135257 | h 600701 | l 1012481 | ü 9049199 | s 2623143 | s 2623157 | e 275987 |
| l 1013249 | u 3293447 | n 1427563 | g 405029 | | d 145031 | i 680249 |
| e 275999 | s 2623169 | e 276047 | s 2623217 | 9609837 | a 72719 | n 1427487 |
| s 2623409 | i 680297 | e 276239 | 9609851 | g 405221 | e 277007 | r 2357057 |
| i 680489 | c 135449 | h 603793 | t 2866197 | e 280099 | t 2866211 | e 5599215 |
| n 1427501 | 9609863 | s 2624177 | c 136217 | h 648243 | r 2357249 | e 5599229 |
| i 681257 | b 114761 | e 5599241 | n 1427513 | s 2627269 | 9609911 | e 5599289 |
| r 2358017 | m 1271609 | ö 9744783 | g 405989 | l 1016341 | i 684349 | c 139309 |
| h 648257 | t 2866223 | . | 9610103 | 961081 | m 1271657 | i 734397 |
| t 2866271 | 9613963 | f 305411 | r 2361109 | e 5599481 | u 3293639 | n 1427561 |
| d 145043 | l 1149513 | i 734411 | c 137373 | h 648269 | e 5600249 | n 1427753 |
| 9699537 | g 409081 | r 2376345 | ü 9049211 | ß 5300937 | e 5603341 | n 1428521 |
| 9699551 | 9699563 | i 734423 | h 648317 | r 2376359 | 9699611 | h 648509 |
| e 5616843 | r 2376371 | b 114809 | e 5616857 | r 2376419 | t 2866463 | 9699537 |
| w 3906797 | e 5616869 | r 237661 | n 1431613 | e 5616917 | r 2377379 | |

GZw II
2846643

| | | | | | | |
|---------|--------|-----------|--------|--------|--------|--------|
| 278891 | 321243 | 479275571 | | | | |
| 6139039 | | | | | | |
| 7008 | 1572 | 68322 | 281598 | 71850 | 9718 | 68371 |
| 71899 | 68443 | 5230 | 17088 | 65118 | 9767 | 20080 |
| 3712 | 9839 | 40650 | 281647 | 92262 | 43492 | 35848 |
| 281719 | 60 | 142 | 147058 | 58 | 862 | 147107 |
| 107 | 522 | 281767 | 281887 | 17173 | 9887 | 65167 |
| 65239 | 40699 | 281959 | 7057 | 65287 | 147179 | 284608 |
| 14200 | 10007 | 43541 | 65407 | 14249 | 284697 | 5279 |
| 93202 | 20129 | 10079 | 40771 | 25180 | 284729 | 284777 |
| 1621 | 84688 | 12468 | 284897 | 7129 | 9780 | 65479 |
| 284897 | 9829 | 14321 | 14369 | 9901 | 284969 | 191 |
| 179 | 284969 | 298 | 347 | 652 | 911 | 701 |
| 28678 | 3761 | 43613 | 5351 | 17209 | 84737 | 35897 |
| 286927 | 286999 | 84809 | 40819 | 68491 | 9949 | 65668 |
| 287047 | 119802 | 10069 | 20201 | 5399 | 17257 | 10141 |
| 40939 | 287167 | 71971 | 10102 | 34182 | 10151 | 12517 |
| 43661 | 41011 | 287239 | 7177 | 1693 | 72019 | 84857 |
| 35969 | 288880 | 288929 | 93251 | 17377 | 296080 | 68611 |
| 22738 | 289001 | 227 | 450 | 109 | 347 | 181 |
| 296129 | 708 | 499 | 419 | 571 | 467 | 177972 |
| 229 | 419 | 289049 | 349 | 263 | 147227 | 14172 |
| 983 | 147347 | 311 | 14221 | 14293 | 643 | 289169 |
| 289169 | 7297 | 20249 | 10223 | 289241 | 1741 | 84977 |
| 12589 | 309730 | 7369 | 10271 | 65717 | 309779 | 3833 |
| 1861 | 68683 | 20369 | 70260 | 309851 | 20441 | 17449 |
| 65789 | 10391 | 65837 | 309899 | 72139 | 17788 | 10463 |
| 43781 | 65957 | 12252 | 72211 | 21058 | 70309 | 5519 |

2850737 4297813939 4503599630217143

2846641

| | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2325 | 5834193 | 9446967 | 144765 | 659583 | 214425 | 9446981 |
| 72693 | 3293373 | 2765505 | 599667 | 214439 | 1389027 | 2765519 |
| 659597 | 2522367 | 659609 | 214451 | 2356983 | 3293387 | 1389221 |
| 404955 | 9446993 | 9447041 | 3975 | 5834207 | 9447233 | 144779 |
| 659657 | 214499 | 9448001 | 2765531 | 214691 | 4312467 | 2765579 |
| 3847563 | 215459 | 2356997 | 2522381 | 135183 | 599681 | 1012215 |
| 9049185 | 2522393 | 2522441 | 218551 | 1012229 | 3293399 | 1389233 |
| 404969 | 9451093 | 9460617 | 659849 | 1389281 | 5081553 | 3906783 |
| 660617 | 2522633 | 135197 | 599693 | 229473 | 1389473 | 9460631 |
| 663709 | 1271583 | 1800693 | 1012241 | 229487 | 1271597 | 229499 |
| 1390241 | 2765771 | 668673 | 229547 | 2357009 | 2766539 | 9460643 |
| 599741 | 72707 | 114735 | 229739 | 1393333 | 5834219 | 9460691 |
| 9460883 | 2523401 | 668687 | 230507 | 9461651 | 305397 | 668699 |
| 1423437 | 144791 | 233599 | 1423451 | 9464743 | 114749 | 240477 |
| 668747 | 1012289 | 668939 | 240491 | 404981 | 240503 | 1423463 |
| 144839 | 9473337 | 145031 | 669707 | 240551 | 9473351 | 135209 |
| 145799 | 6068385 | 9473363 | 148891 | 672799 | 240743 | 9473411 |
| 680223 | 599933 | 1423511 | 241511 | 1423703 | 9473603 | 145017 |
| 680237 | 244603 | 9474371 | 275973 | 1424471 | 2769631 | 2526493 |
| 135257 | 600701 | 1012481 | 9049199 | 2623143 | 2623157 | 275987 |
| 1013249 | 3293447 | 1427563 | 405029 | 9477463 | 145031 | 680249 |
| 275999 | 2623169 | 276047 | 2623217 | 9609837 | 72719 | 1427487 |
| 2623409 | 680297 | 276239 | 9609851 | 405221 | 277007 | 2357057 |
| 680489 | 135449 | 603793 | 2866197 | 280099 | 2866211 | 5599215 |
| 1427501 | 9609863 | 2624177 | 136217 | 648243 | 2357249 | 5599229 |
| 681257 | 114761 | 5599241 | 1427513 | 2627269 | 9609911 | 5599289 |
| 2358017 | 1271609 | 9744783 | 405989 | 1016341 | 684349 | 139309 |

DE 10 2006 045 224 A1 2008.01.24

| | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 648257 | 2866223 | 5834267 | 9610103 | 961081 | 1271657 | 734397 |
| 2866271 | 9613963 | 305411 | 2361109 | 5599481 | 3293639 | 1427561 |
| 145043 | 1149513 | 734411 | 137373 | 648269 | 5600249 | 1427753 |
| 9699537 | 409081 | 2376345 | 9049211 | 5300937 | 5603341 | 1428521 |
| 9699551 | 9699563 | 734423 | 648317 | 2376359 | 9699611 | 648509 |
| 5616843 | 2376371 | 114809 | 5616857 | 2376419 | 2866463 | 9699537 |
| 3906797 | 5616869 | 237661 | 1431613 | 5616917 | 2377379 | |
| 2846643 | | | | | | |

Tabelle Zw I

for i from 0 to 10⁷ do:
 if isprime (71+700+i)
 and isprime (81+772+i)
 and isprime (121+820+i)
 and isprime (141+940+i)
 and isprime (171+1012+i)
 and isprime (211+1180+i)
 then print (i, 71+700+i, 81+772+i, 121+820+i, 141+940+i, 171+1012+i, 211+1180+i)
 end_if;

| | | | | | | |
|---------|---------|---------|-----------|-------------|-----------------|----------------------|
| 273151 | 278891 | 321243 | 479275571 | 87178565291 | 355687428370163 | 51090942171709714331 |
| 319201 | 324941 | 367293 | 479321621 | 87178611341 | 355687428416213 | 51090942171709760381 |
| 1504381 | 1510121 | 1552473 | 480506801 | 87179796521 | 355687429601393 | 51090942171710945561 |
| 1508439 | 1514179 | 1556531 | 480510859 | 87179800579 | 355687429605451 | 51090942171710949619 |
| 2364541 | 2370281 | 2412633 | 481366961 | 87180656681 | 355687430461553 | 5109094217171805721 |
| 2949367 | 2955107 | 2997459 | 481951787 | 87181241507 | 355687431046379 | 51090942171712390547 |
| 3068941 | 3074681 | 3117033 | 482071361 | 87181361081 | 355687431165953 | 51090942171712510121 |
| 3320881 | 3326621 | 3368973 | 482323301 | 87181613021 | 355687431417893 | 51090942171712762061 |
| 4299159 | 4304899 | 4347251 | 483301579 | 87182591299 | 355687432396171 | 51090942171713740339 |
| 4691971 | 4697711 | 4740063 | 483694391 | 87182984111 | 355687432788983 | 51090942171714133151 |
| 5081847 | 5087587 | 5129939 | 484084267 | 87183373987 | 355687433178859 | 51090942171714523027 |
| 5981427 | 5987167 | 6029519 | 484983847 | 87184273567 | 355687434078439 | 51090942171715422607 |
| 6138339 | 6144079 | 6186431 | 485140759 | 87184430479 | 355687434235351 | 51090942171715579519 |
| 6610479 | 6616219 | 6658571 | 485612899 | 87184902619 | 355687434707491 | 51090942171716051659 |
| 6654321 | 6660061 | 6702413 | 485656741 | 87184946461 | 355687434751333 | 51090942171716095501 |
| 6689719 | 6695459 | 6737811 | 485692139 | 87184981859 | 355687434786731 | 51090942171716130899 |
| 7039341 | 7045081 | 7087433 | 486041761 | 87185331481 | 355687435136353 | 51090942171716480521 |
| 7112779 | 7118519 | 7160871 | 486115199 | 87185404919 | 355687435209791 | 51090942171716553959 |
| 7188367 | 7194107 | 7236459 | 486190787 | 87185480507 | 355687435285379 | 51090942171716629547 |
| 7464741 | 7470481 | 7512833 | 486467161 | 87185756881 | 35568743561753 | 51090942171716905921 |
| 7716591 | 7722331 | 7764683 | 486719011 | 87186008731 | 355687435813603 | 51090942171717157771 |
| 8236369 | 8242109 | 8284461 | 487238789 | 87186528509 | 355687436333381 | 51090942171717677549 |
| 8726677 | 8732417 | 8774769 | 487729097 | 87187018817 | 355687436823689 | 51090942171718167857 |
| 8945581 | 8951321 | 8993673 | 487948001 | 87187237721 | 355687437042593 | 51090942171718386761 |
| 9392329 | 9398069 | 9440421 | 488394749 | 87187684469 | 355687437489341 | 51090942171718833509 |

Tabelle GZw I

```

for i from 6*10^6 to 10^7 do:
if
isprime (7!+700+i) and
isprime (8!+772+1) and
isprime (12!+820+i) and
isprime (14!+940+i) and
isprime (17!+1012+i) and
isprime (21!+1180+i)
then print (i,700+i,772+i,820+i,940+i,1012+i,1180+i)
end_if:
end_for:

```

| | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 6138339 | 6139039 | 6139111 | 6139159 | 6139279 | 6139351 | 6139519 |
| 6610479 | 6611179 | 6611251 | 6611299 | 6611419 | 6611491 | 6611659 |
| 6654321 | 6655021 | 6655093 | 6655141 | 6655261 | 6655333 | 6655501 |
| 6689719 | 6690419 | 6690491 | 6690539 | 6690659 | 6690731 | 6690899 |
| 7039341 | 7040041 | 7040113 | 7040161 | 7040281 | 7040353 | 7040521 |
| 7112779 | 7113479 | 7113551 | 7113599 | 7113719 | 7113791 | 7113959 |
| 7188367 | 7189067 | 7189139 | 7189187 | 7189307 | 7189379 | 7189547 |
| 7464741 | 7465441 | 7465513 | 7465561 | 7465681 | 7465753 | 7465921 |
| 7716591 | 7717291 | 7717363 | 7717411 | 7717531 | 7717603 | 7717771 |
| 8236369 | 8237069 | 8237141 | 8237189 | 8237309 | 8237381 | 8237549 |
| 8726677 | 8727377 | 8727449 | 8727497 | 8727617 | 8727689 | 8727857 |
| 8945581 | 8946281 | 8946353 | 8946401 | 8946521 | 8946593 | 8946761 |
| 9392329 | 9393029 | 9393101 | 9393149 | 9393269 | 9393341 | 9393509 |

Tabelle Pw I

```

for i from 0 to 10^8 do:
if
isprime (7^2+i) and
isprime (11^2+i) and
isprime (13^2+i) and
isprime (17^2+i) and
isprime (19^2+i)
then_print ("i",i,7^2+i,11^2+i,13^2+i,17^2+i,19^2+i)
end_if:
end_for:

```

| | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 58 | 107 | 179 | 227 | 347 | 419 |
| 1 | 60 | 109 | 181 | 229 | 349 | 421 |
| 2 | 142 | 191 | 263 | 311 | 431 | 503 |
| 3 | 232 | 281 | 353 | 401 | 521 | 593 |
| 4 | 298 | 347 | 419 | 467 | 587 | 659 |
| 5 | 450 | 499 | 571 | 619 | 739 | 811 |
| 6 | 522 | 571 | 643 | 691 | 811 | 883 |
| 7 | 652 | 701 | 773 | 821 | 941 | 1013 |
| 8 | 708 | 757 | 829 | 877 | 997 | 1069 |
| 9 | 862 | 911 | 983 | 1031 | 1151 | 1223 |
| | 928 | 977 | 1049 | 1097 | 1217 | 1289 |
| | 1138 | 1187 | 1259 | 1307 | 1427 | 1499 |
| | 1500 | 1549 | 1621 | 1669 | 1789 | 1861 |
| a | 1572 | 1621 | 1693 | 1741 | 1861 | 1933 |
| | 2188 | 2237 | 2309 | 2357 | 2477 | 2549 |
| | 2608 | 2657 | 2729 | 2777 | 2897 | 2969 |
| | 3222 | 3271 | 3343 | 3391 | 3511 | 3583 |
| b | 3712 | 3761 | 3833 | 3881 | 4001 | 4073 |
| | 4470 | 4519 | 4591 | 4639 | 4759 | 4831 |
| | 5058 | 5107 | 5179 | 5227 | 5347 | 5419 |
| | 5212 | 5261 | 5333 | 5381 | 5501 | 5573 |
| c | 5230 | 5279 | 5351 | 5399 | 5519 | 5591 |
| | 5350 | 5399 | 5471 | 5519 | 5639 | 5711 |
| | 5692 | 5741 | 5813 | 5861 | 5981 | 6053 |
| | 6400 | 6449 | 6521 | 6569 | 6689 | 6761 |
| d | 7008 | 7057 | 7129 | 7177 | 7297 | 7369 |
| | 7162 | 7211 | 7283 | 7331 | 7451 | 7523 |
| | 9172 | 9221 | 9293 | 9341 | 9461 | 9533 |
| | 9612 | 9661 | 9733 | 9781 | 9901 | 9973 |
| e | 9718 | 9767 | 9839 | 9887 | 10007 | 10079 |
| | 9780 | 9829 | 9901 | 9949 | 10069 | 10141 |
| | 10102 | 10151 | 10223 | 10271 | 10391 | 10463 |
| | 12252 | 12301 | 12373 | 12421 | 12541 | 12613 |
| f | 12468 | 12517 | 12589 | 12637 | 12757 | 12829 |
| | 12622 | 12671 | 12743 | 12791 | 12911 | 12983 |
| | 13050 | 13099 | 13171 | 13219 | 13339 | 13411 |
| | 13710 | 13759 | 13831 | 13879 | 13999 | 14071 |
| 0 | 14172 | 14221 | 14293 | 14341 | 14461 | 14533 |
| g | 14200 | 14249 | 14321 | 14369 | 14489 | 14561 |
| | 14470 | 14519 | 14591 | 14639 | 14759 | 14831 |
| | 14578 | 14627 | 14699 | 14747 | 14867 | 14939 |
| | 15150 | 15199 | 15271 | 15319 | 15439 | 15511 |

| | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| h | 17088 | 17137 | 17209 | 17257 | 17377 | 17449 |
| | 17788 | 17837 | 17909 | 17957 | 18077 | 18149 |
| | 17928 | 17977 | 18049 | 18097 | 18217 | 18289 |
| | 19980 | 20029 | 20101 | 20149 | 20269 | 20341 |
| i | 20080 | 20129 | 20201 | 20249 | 20369 | 20441 |
| | 21058 | 21107 | 21179 | 21227 | 21347 | 21419 |
| | 21988 | 22037 | 22109 | 22157 | 22277 | 22349 |
| | 22108 | 22157 | 22229 | 22277 | 22397 | 22469 |
| j | 22738 | 22787 | 22859 | 22907 | 23027 | 23099 |
| | 23248 | 23297 | 23369 | 23417 | 23537 | 23609 |
| | 23620 | 23669 | 23741 | 23789 | 23909 | 23981 |
| | 23808 | 23857 | 23929 | 23977 | 24097 | 24169 |
| k | 25180 | 25229 | 25301 | 25349 | 25469 | 25541 |
| | 26128 | 26177 | 26249 | 26297 | 26417 | 26489 |
| | 32020 | 32069 | 32141 | 32189 | 32309 | 32381 |
| | 32202 | 32251 | 32323 | 32371 | 32491 | 32563 |
| l | 34182 | 34231 | 34303 | 34351 | 34471 | 34543 |
| | 34318 | 34367 | 34439 | 34487 | 34607 | 34679 |
| | 34792 | 34841 | 34913 | 34961 | 35081 | 35153 |
| | 35232 | 35281 | 35353 | 35401 | 35521 | 35593 |
| m | 35848 | 35897 | 35969 | 36017 | 36137 | 36209 |
| | 38872 | 38921 | 38993 | 39041 | 39161 | 39233 |
| | 39502 | 39551 | 39623 | 39671 | 39791 | 39863 |
| | 40338 | 40387 | 40459 | 40507 | 40627 | 40699 |
| n | 40650 | 40699 | 40771 | 40819 | 40939 | 41011 |
| | 41728 | 41777 | 41849 | 41897 | 42017 | 42089 |
| | 42282 | 42331 | 42403 | 42451 | 42571 | 42643 |
| | 42288 | 42337 | 42409 | 42457 | 42577 | 42649 |
| o | 43492 | 43541 | 43613 | 43661 | 43781 | 43853 |
| | 46278 | 46327 | 46399 | 46447 | 46567 | 46639 |
| | 46390 | 46439 | 46511 | 46559 | 46679 | 46751 |
| | 47688 | 47737 | 47809 | 47857 | 47977 | 48049 |
| p | 50478 | 50527 | 50599 | 50647 | 50767 | 50839 |
| | 52200 | 52249 | 52321 | 52369 | 52489 | 52561 |
| | 56310 | 56359 | 56431 | 56479 | 56599 | 56671 |
| | 62022 | 62071 | 62143 | 62191 | 62311 | 62383 |
| q | 63078 | 63127 | 63199 | 63247 | 63367 | 63439 |
| | 63298 | 63347 | 63419 | 63467 | 63587 | 63659 |
| | 63438 | 63487 | 63559 | 63607 | 63727 | 63799 |
| | 63568 | 63617 | 63689 | 63737 | 63857 | 63929 |
| r | 65118 | 65167 | 65239 | 65287 | 65407 | 65479 |
| | 65668 | 65717 | 65789 | 65837 | 65957 | 66029 |
| | 67530 | 67579 | 67651 | 67699 | 67819 | 67891 |
| | 68160 | 68209 | 68281 | 68329 | 68449 | 68521 |
| s | 68322 | 68371 | 68443 | 68491 | 68611 | 68683 |
| | 70260 | 70309 | 70381 | 70429 | 70549 | 70621 |
| | 70800 | 70849 | 70921 | 70969 | 71089 | 71161 |
| | 70830 | 70879 | 70951 | 70999 | 71119 | 71191 |
| t | 71850 | 71899 | 71971 | 72019 | 72139 | 72211 |
| | 74722 | 74771 | 74843 | 74891 | 75011 | 75083 |
| | 77422 | 77471 | 77543 | 77591 | 77711 | 77783 |
| | 81678 | 81727 | 81799 | 81847 | 81967 | 82039 |
| u | 84688 | 84737 | 84809 | 84857 | 84977 | 85049 |
| | 85548 | 85597 | 85669 | 85717 | 85837 | 85909 |
| | 88848 | 88897 | 88969 | 89017 | 89137 | 89209 |
| | 92058 | 92107 | 92179 | 92227 | 92347 | 92419 |

| | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| v | 92262 | 92311 | 92383 | 92431 | 92551 | 92623 |
| | 92338 | 92387 | 92459 | 92507 | 92627 | 92699 |
| | 92502 | 92551 | 92623 | 92671 | 92791 | 92863 |
| | 92632 | 92681 | 92753 | 92801 | 92921 | 92993 |
| w | 93202 | 93251 | 93323 | 93371 | 93491 | 93563 |
| | 94152 | 94201 | 94273 | 94321 | 94441 | 94513 |
| | 95022 | 95071 | 95143 | 95191 | 95311 | 95383 |
| | 96618 | 96667 | 96739 | 96787 | 96907 | 96979 |
| x | 98130 | 98179 | 98251 | 98299 | 98419 | 98491 |
| | 98548 | 98597 | 98669 | 98717 | 98837 | 98909 |
| | 99318 | 99367 | 99439 | 99487 | 99607 | 99679 |
| | 104658 | 104707 | 104779 | 104827 | 104947 | 105019 |
| y | 104710 | 104759 | 104831 | 104879 | 104999 | 105071 |
| | 106632 | 106681 | 106753 | 106801 | 106921 | 106993 |
| | 110560 | 110609 | 110681 | 110729 | 110849 | 110921 |
| | 119760 | 119809 | 119881 | 119929 | 120049 | 120121 |
| z | 119802 | 119851 | 119923 | 119971 | 120091 | 120163 |
| | 123258 | 123307 | 123379 | 123427 | 123547 | 123619 |
| | 124182 | 124231 | 124303 | 124351 | 124471 | 124543 |
| | 124860 | 124909 | 124981 | 125029 | 125149 | 125221 |
| | 125910 | 125959 | 126031 | 126079 | 126199 | 126271 |
| ß | 129000 | 129049 | 129121 | 129169 | 129289 | 129361 |
| | 129172 | 129221 | 129293 | 129341 | 129461 | 129533 |
| | 133270 | 133319 | 133391 | 133439 | 133559 | 133631 |
| | 136140 | 136189 | 136261 | 136309 | 136429 | 136501 |
| | 136830 | 136879 | 136951 | 136999 | 137119 | 137191 |
| | 140508 | 140557 | 140629 | 140677 | 140797 | 140869 |
| | 144120 | 144169 | 144241 | 144289 | 144409 | 144481 |
| | 145468 | 145517 | 145589 | 145637 | 145757 | 145829 |
| | 147058 | 147107 | 147179 | 147227 | 147347 | 147419 |
| | 149202 | 149251 | 149323 | 149371 | 149491 | 149563 |
| | 150600 | 150649 | 150721 | 150769 | 150889 | 150961 |
| | 155332 | 155381 | 155453 | 155501 | 155621 | 155693 |
| | 155488 | 155537 | 155609 | 155657 | 155777 | 155849 |
| | 156892 | 156941 | 157013 | 157061 | 157181 | 157253 |
| | 163612 | 163661 | 163733 | 163781 | 163901 | 163973 |
| | 164532 | 164581 | 164653 | 164701 | 164821 | 164893 |
| | 166798 | 166847 | 166919 | 166967 | 167087 | 167159 |
| | 173380 | 173429 | 173501 | 173549 | 173669 | 173741 |
| | 175312 | 175361 | 175433 | 175481 | 175601 | 175673 |
| | 175660 | 175709 | 175781 | 175829 | 175949 | 176021 |
| | 177972 | 178021 | 178093 | 178141 | 178261 | 178333 |
| | 178392 | 178441 | 178513 | 178561 | 178681 | 178753 |
| | 181668 | 181717 | 181789 | 181837 | 181957 | 182029 |
| | 183402 | 183451 | 183523 | 183571 | 183691 | 183763 |
| | 189102 | 189151 | 189223 | 189271 | 189391 | 189463 |
| | 190422 | 190471 | 190543 | 190591 | 190711 | 190783 |
| | 201532 | 201581 | 201653 | 201701 | 201821 | 201893 |
| | 207208 | 207257 | 207329 | 207377 | 207497 | 207569 |
| | 209428 | 209477 | 209549 | 209597 | 209717 | 209789 |
| | 209500 | 209549 | 209621 | 209669 | 209789 | 209861 |
| | 209598 | 209647 | 209719 | 209767 | 209887 | 209959 |
| | 209808 | 209857 | 209929 | 209977 | 210097 | 210169 |
| | 210550 | 210599 | 210671 | 210719 | 210839 | 210911 |
| | 213852 | 213901 | 213973 | 214021 | 214141 | 214213 |
| | 214020 | 214069 | 214141 | 214189 | 214309 | 214381 |
| | 222930 | 222979 | 223051 | 223099 | 223219 | 223291 |

| | | | | | | |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|) | 225460 | 225509 | 225581 | 225629 | 225749 | 225821 |
| | 227098 | 227147 | 227219 | 227267 | 227387 | 227459 |
| | 228792 | 228841 | 228913 | 228961 | 229081 | 229153 |
| | 229728 | 229777 | 229849 | 229897 | 230017 | 230089 |
| @ | 231120 | 231169 | 231241 | 231289 | 231409 | 231481 |
| | 234882 | 234931 | 235003 | 235051 | 235171 | 235243 |
| | 244498 | 244547 | 244619 | 244667 | 244787 | 244859 |
| | 245928 | 245977 | 246049 | 246097 | 246217 | 246289 |
| ? | 250930 | 250979 | 251051 | 251099 | 251219 | 251291 |
| | 259330 | 259379 | 259451 | 259499 | 259619 | 259691 |
| | 264972 | 265021 | 265093 | 265141 | 265261 | 265333 |
| | 268920 | 268969 | 269041 | 269089 | 269209 | 269281 |
| Daten- pause | 281598 | 281647 | 281719 | 281767 | 281887 | 281959 |
| | 284608 | 284657 | 284729 | 284777 | 284897 | 284969 |
| | 286878 | 286927 | 286999 | 287047 | 287167 | 287239 |
| | 288880 | 288929 | 289001 | 289049 | 289169 | 289241 |
| / | 296080 | 296129 | 296201 | 296249 | 296369 | 296441 |
| | 305160 | 305209 | 305281 | 305329 | 305449 | 305521 |
| | 305232 | 305281 | 305353 | 305401 | 305521 | 305593 |
| | 306898 | 306947 | 307019 | 307067 | 307187 | 307259 |
| Daten- pause | 309730 | 309779 | 309851 | 309899 | 310019 | 310091 |
| | 312960 | 313009 | 313081 | 313129 | 313249 | 313321 |
| | 313938 | 313987 | 314059 | 314107 | 314227 | 314299 |
| | 316908 | 316957 | 317029 | 317077 | 317197 | 317269 |
| e | 317542 | 317591 | 317663 | 317711 | 317831 | 317903 |
| | 319230 | 319279 | 319351 | 319399 | 319519 | 319591 |
| | 324130 | 324179 | 324251 | 324299 | 324419 | 324491 |
| | 326890 | 326939 | 327011 | 327059 | 327179 | 327251 |
| ü | 326958 | 327007 | 327079 | 327127 | 327247 | 327319 |
| | 327748 | 327797 | 327869 | 327917 | 328037 | 328109 |
| | 330738 | 330787 | 330859 | 330907 | 331027 | 331099 |
| | 331720 | 331769 | 331841 | 331889 | 332009 | 332081 |
| ö | 332872 | 332921 | 332993 | 333041 | 333161 | 333233 |
| | 342010 | 342059 | 342131 | 342179 | 342299 | 342371 |
| | 343540 | 343589 | 343661 | 343709 | 343829 | 343901 |
| | 345412 | 345461 | 345533 | 345581 | 345701 | 345773 |
| n | 347440 | 347489 | 347561 | 347609 | 347729 | 347801 |
| | 348100 | 348149 | 348221 | 348269 | 348389 | 348461 |
| | 351682 | 351731 | 351803 | 351851 | 351971 | 352043 |
| | 352060 | 352109 | 352181 | 352229 | 352349 | 352421 |
| Daten- pause | 353508 | 353557 | 353629 | 353677 | 353797 | 353869 |
| | 353578 | 353627 | 353699 | 353747 | 353867 | 353939 |
| | 356910 | 356959 | 357031 | 357079 | 357199 | 357271 |
| | 363780 | 363829 | 363901 | 363949 | 364069 | 364141 |
| e | 365080 | 365129 | 365201 | 365249 | 365369 | 365441 |

Tabelle Zw II

```

for i from 0 to 5*10^7 do:
if
  isprime (2^12+10+i) and
  isprime (2^32+12+i) and
  isprime (2^52+16+i) and
  isprime (2^62+18+i) and
  isprime (2^82+28+i) and
  isprime (2^212+30+i)
then print (i,2^12+10+i,2^32+12+i,2^52+16+i,2^62+18+i,2^82+28+i,2^212+30+i)
end_if:
end_for:

```

| | | | | | | |
|----------|----------|------------|------------------|---------------------|---------------------------|--|
| 2846631 | 2850737 | 4297613939 | 4503599630217143 | 4611686018430234553 | 4835703278458516701671363 | 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453397282757 |
| 24376095 | 24380201 | 4319343403 | 4503599651746607 | 4611686018451764017 | 4835703278458516723200827 | 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453418812221 |
| 29386581 | 29390687 | 4324353889 | 4503599656757093 | 4611686018456774503 | 4835703278458516728211313 | 6582018229284824168619876730229402019930943462534319453423822707 |

Tabelle GZw II

```

for i from 0 to 5*10^7 do:
if
isprime (2^12+10+i) and
isprime (2^32+12+i) and
isprime (2^52+16+i) and
isprime (2^62+18+i) and
isprime (2^82+28+i) and
isprime (2^212+30+i)
then print ("i",i,10+i,12+i,16+i,18+i,28+i,30+i)
end_if:
end_for:

```

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2846631 | 2846641 | 2846643 | 2846647 | 2846649 | 2846659 | 2846661 |
| 24376095 | 24376105 | 24376107 | 24376111 | 24376113 | 24376123 | 24376125 |
| 29386581 | 29386591 | 29386593 | 29386597 | 29386599 | 29386609 | 29386611 |

Tabelle Pw II

```

for i from 0 to 10^7 do:
if
isprime (2^2+10+i) and
isprime (2^4+10+i) and
isprime (2^6+10+i) and
isprime (2^8+10+i) and
isprime (2^10+10+i) and
isprime (2^12+30+i)
then_print ("i",i,2^2+10+i,2^4+10+i,2^6+10+i,2^8+10+i,2^10+10+i,2^12+30+i)
end_if:
end_for:

```

[0082]

| | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0 | 27 | 41 | 53 | 101 | 293 | 1061 | 4153 |
| 1 | 2325 | 2339 | 2351 | 2399 | 2591 | 3359 | 6451 |
| 2 | 3975 | 3989 | 4001 | 4049 | 4241 | 5009 | 8101 |
| 3 | 4677 | 4691 | 4703 | 4751 | 4943 | 5711 | 8803 |
| 4 | 7827 | 7841 | 7853 | 7901 | 8093 | 8861 | 11953 |
| 5 | 16857 | 16871 | 16883 | 16931 | 17123 | 17891 | 20983 |
| 6 | 26655 | 26669 | 26681 | 26729 | 26921 | 27689 | 30781 |
| 7 | 38625 | 38639 | 38651 | 38699 | 38891 | 39659 | 42751 |
| 8 | 45267 | 45281 | 45293 | 45341 | 45533 | 46301 | 49393 |
| 9 | 45303 | 45317 | 45329 | 45377 | 45569 | 46337 | 49429 |
| | 46425 | 46439 | 46451 | 46499 | 46691 | 47459 | 50551 |
| | 47955 | 47969 | 47981 | 48029 | 48221 | 48989 | 52081 |
| | 53583 | 53597 | 53609 | 53657 | 53849 | 54617 | 57709 |
| a | 72693 | 72707 | 72719 | 72767 | 72959 | 73727 | 76819 |
| | 104523 | 104537 | 104549 | 104597 | 104789 | 105557 | 108649 |
| | 111567 | 111581 | 111593 | 111641 | 111833 | 112601 | 115693 |
| | 111753 | 111767 | 111779 | 111827 | 112019 | 112787 | 115879 |
| b | 114735 | 114749 | 114761 | 114809 | 115001 | 115769 | 118861 |
| | 120903 | 120917 | 120929 | 120977 | 121169 | 121937 | 125029 |
| | 120993 | 121007 | 121019 | 121067 | 121259 | 122027 | 125119 |
| | 133365 | 133379 | 133391 | 133439 | 133631 | 134399 | 137491 |
| c | 135183 | 135197 | 135209 | 135257 | 135449 | 136217 | 139309 |
| | 137373 | 137387 | 137399 | 137447 | 137639 | 138407 | 141499 |
| | 138375 | 138389 | 138401 | 138449 | 138641 | 139409 | 142501 |
| | 140097 | 140111 | 140123 | 140171 | 140363 | 141131 | 144223 |
| d | 144765 | 144779 | 144791 | 144839 | 145031 | 145799 | 148891 |
| | 145017 | 145031 | 145043 | 145091 | 145283 | 146051 | 149143 |
| | 174747 | 174761 | 174773 | 174821 | 175013 | 175781 | 178873 |
| | 214017 | 214031 | 214043 | 214091 | 214283 | 215051 | 218143 |
| e | 214425 | 214439 | 214451 | 214499 | 214691 | 215459 | 218551 |
| | 229473 | 229487 | 229499 | 229547 | 229739 | 230507 | 233599 |
| | 240477 | 240491 | 240503 | 240551 | 240743 | 241511 | 244603 |
| | 275973 | 275987 | 275999 | 276047 | 276239 | 277007 | 280099 |
| f | 305397 | 305411 | 305423 | 305471 | 305663 | 306431 | 309523 |
| | 317703 | 317717 | 317729 | 317777 | 317969 | 318737 | 321829 |
| | 319023 | 319037 | 319049 | 319097 | 319289 | 320057 | 323149 |
| | 346065 | 346079 | 346091 | 346139 | 346331 | 347099 | 350191 |
| g | 404955 | 404969 | 404981 | 405029 | 405221 | 405989 | 409081 |
| | 431355 | 431369 | 431381 | 431429 | 431621 | 432389 | 435481 |
| | 517203 | 517217 | 517229 | 517277 | 517469 | 518237 | 521329 |
| | 556767 | 556781 | 556793 | 556841 | 557033 | 557801 | 560893 |
| h | 599667 | 599681 | 599693 | 599741 | 599933 | 600701 | 603793 |
| | 648243 | 648257 | 648269 | 648317 | 648509 | 649277 | 652369 |
| | 648705 | 648719 | 648731 | 648779 | 648971 | 649739 | 652831 |
| | 654513 | 654527 | 654539 | 654587 | 654779 | 655547 | 658639 |

| | | | | | | | |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| i | 659583 | 659597 | 659609 | 659657 | 659849 | 660617 | 663709 |
| | 668673 | 668687 | 668699 | 668747 | 668939 | 669707 | 672799 |
| | 680223 | 680237 | 680249 | 680297 | 680489 | 681257 | 684349 |
| | 734397 | 734411 | 734423 | 734471 | 734663 | 735431 | 738523 |
| j | 777405 | 777419 | 777431 | 777479 | 777671 | 778439 | 781531 |
| | 782115 | 782129 | 782141 | 782189 | 782381 | 783149 | 786241 |
| | 817137 | 817151 | 817163 | 817211 | 817403 | 818171 | 821263 |
| | 854097 | 854111 | 854123 | 854171 | 854363 | 855131 | 858223 |
| k | 900747 | 900761 | 900773 | 900821 | 901013 | 901781 | 904873 |
| | 942243 | 942257 | 942269 | 942317 | 942509 | 943277 | 946369 |
| | 983505 | 983519 | 983531 | 983579 | 983771 | 984539 | 987631 |
| | 997935 | 997949 | 997961 | 998009 | 998201 | 998969 | 1002061 |
| l | 1012215 | 1012229 | 1012241 | 1012289 | 1012481 | 1013249 | 1016341 |
| | 1149513 | 1149527 | 1149539 | 1149587 | 1149779 | 1150547 | 1153639 |
| | 1200435 | 1200449 | 1200461 | 1200509 | 1200701 | 1201469 | 1204561 |
| | 1200975 | 1200989 | 1201001 | 1201049 | 1201241 | 1202009 | 1205101 |
| m | 1271583 | 1271597 | 1271609 | 1271657 | 1271849 | 1272617 | 1275709 |
| | 1354575 | 1354589 | 1354601 | 1354649 | 1354841 | 1355609 | 1358701 |
| | 1375743 | 1375757 | 1375769 | 1375817 | 1376009 | 1376777 | 1379869 |
| | 1378833 | 1378847 | 1378859 | 1378907 | 1379099 | 1379867 | 1382959 |
| n | 1389207 | 1389221 | 1389233 | 1389281 | 1389473 | 1390241 | 1393333 |
| | 1423437 | 1423451 | 1423463 | 1423511 | 1423703 | 1424471 | 1427563 |
| | 1427487 | 1427501 | 1427513 | 1427561 | 1427753 | 1428521 | 1431613 |
| | 1441287 | 1441301 | 1441313 | 1441361 | 1441553 | 1442321 | 1445413 |
| o | 1457847 | 1457861 | 1457873 | 1457921 | 1458113 | 1458881 | 1461973 |
| | 1534713 | 1534727 | 1534739 | 1534787 | 1534979 | 1535747 | 1538839 |
| | 1618293 | 1618307 | 1618319 | 1618367 | 1618559 | 1619327 | 1622419 |
| | 1765275 | 1765289 | 1765301 | 1765349 | 1765541 | 1766309 | 1769401 |
| p | 1800693 | 1800707 | 1800719 | 1800767 | 1800959 | 1801727 | 1804819 |
| | 1863657 | 1863671 | 1863683 | 1863731 | 1863923 | 1864691 | 1867783 |
| | 1878813 | 1878827 | 1878839 | 1878887 | 1879079 | 1879847 | 1882939 |
| | 1897677 | 1897691 | 1897703 | 1897751 | 1897943 | 1898711 | 1901803 |
| q | 1915215 | 1915229 | 1915241 | 1915289 | 1915481 | 1916249 | 1919341 |
| | 1965363 | 1965377 | 1965389 | 1965437 | 1965629 | 1966397 | 1969489 |
| | 2182923 | 2182937 | 2182949 | 2182997 | 2183189 | 2183957 | 2187049 |
| | 2308857 | 2308871 | 2308883 | 2308931 | 2309123 | 2309891 | 2312983 |
| r | 2356983 | 2356997 | 2357009 | 2357057 | 2357249 | 2358017 | 2361109 |
| | 2376345 | 2376359 | 2376371 | 2376419 | 2376611 | 2377379 | 2380471 |
| | 2422425 | 2422439 | 2422451 | 2422499 | 2422691 | 2423459 | 2426551 |
| | 2451783 | 2451797 | 2451809 | 2451857 | 2452049 | 2452817 | 2455909 |
| s | 2522367 | 2522381 | 2522393 | 2522441 | 2522633 | 2523401 | 2526493 |
| | 2623143 | 2623157 | 2623169 | 2623217 | 2623409 | 2624177 | 2627269 |
| | 2633415 | 2633429 | 2633441 | 2633489 | 2633681 | 2634449 | 2637541 |
| | 2694147 | 2694161 | 2694173 | 2694221 | 2694413 | 2695181 | 2698273 |
| t | 2765505 | 2765519 | 2765531 | 2765579 | 2765771 | 2766539 | 2769631 |
| | 2866197 | 2866211 | 2866223 | 2866271 | 2866463 | 2867231 | 2870323 |
| | 2979285 | 2979299 | 2979311 | 2979359 | 2979551 | 2980319 | 2983411 |
| | 3091947 | 3091961 | 3091973 | 3092021 | 3092213 | 3092981 | 3096073 |
| u | 3293373 | 3293387 | 3293399 | 3293447 | 3293639 | 3294407 | 3297499 |
| | 3338847 | 3338861 | 3338873 | 3338921 | 3339113 | 3339881 | 3342973 |
| | 3436137 | 3436151 | 3436163 | 3436211 | 3436403 | 3437171 | 3440263 |
| | 3664233 | 3664247 | 3664259 | 3664307 | 3664499 | 3665267 | 3668359 |
| v | 3847563 | 3847577 | 3847589 | 3847637 | 3847829 | 3848597 | 3851689 |
| | 3853137 | 3853151 | 3853163 | 3853211 | 3853403 | 3854171 | 3857263 |
| | 3865833 | 3865847 | 3865859 | 3865907 | 3866099 | 3866867 | 3869959 |
| | 3881277 | 3881291 | 3881303 | 3881351 | 3881543 | 3882311 | 3885403 |
| w | 3906783 | 3906797 | 3906809 | 3906857 | 3907049 | 3907817 | 3910909 |
| | 3940413 | 3940427 | 3940439 | 3940487 | 3940679 | 3941447 | 3944539 |
| | 4076463 | 4076477 | 4076489 | 4076537 | 4076729 | 4077497 | 4080589 |
| | 4234707 | 4234721 | 4234733 | 4234781 | 4234973 | 4235741 | 4238833 |

| | | | | | | | |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| x | 4312467 | 4312481 | 4312493 | 4312541 | 4312733 | 4313501 | 4316593 |
| | 4328073 | 4328087 | 4328099 | 4328147 | 4328339 | 4329107 | 4332199 |
| | 4407243 | 4407257 | 4407269 | 4407317 | 4407509 | 4408277 | 4411369 |
| | 4477353 | 4477367 | 4477379 | 4477427 | 4477619 | 4478387 | 4481479 |
| y | 4481175 | 4481189 | 4481201 | 4481249 | 4481441 | 4482209 | 4485301 |
| | 4599267 | 4599281 | 4599293 | 4599341 | 4599533 | 4600301 | 4603393 |
| | 4671735 | 4671749 | 4671761 | 4671809 | 4672001 | 4672769 | 4675861 |
| | 5074833 | 5074847 | 5074859 | 5074907 | 5075099 | 5075867 | 5078959 |
| z | 5081553 | 5081567 | 5081579 | 5081627 | 5081819 | 5082587 | 5085679 |
| | 5171535 | 5171549 | 5171561 | 5171609 | 5171801 | 5172569 | 5175661 |
| | 5270523 | 5270537 | 5270549 | 5270597 | 5270789 | 5271557 | 5274649 |
| | 5290587 | 5290601 | 5290613 | 5290661 | 5290853 | 5291621 | 5294713 |
| ß | 5300937 | 5300951 | 5300963 | 5301011 | 5301203 | 5301971 | 5305063 |
| | 5413203 | 5413217 | 5413229 | 5413277 | 5413469 | 5414237 | 5417329 |
| | 5414037 | 5414051 | 5414063 | 5414111 | 5414303 | 5415071 | 5418163 |
| | 5446797 | 5446811 | 5446823 | 5446871 | 5447063 | 5447831 | 5450923 |
| e | 5599215 | 5599229 | 5599241 | 5599289 | 5599481 | 5600249 | 5603341 |
| | 5616843 | 5616857 | 5616869 | 5616917 | 5617109 | 5617877 | 5620969 |
| | 5765817 | 5765831 | 5765843 | 5765891 | 5766083 | 5766851 | 5769943 |
| | 5771277 | 5771291 | 5771303 | 5771351 | 5771543 | 5772311 | 5775403 |
| . | 5834193 | 5834207 | 5834219 | 5834267 | 5834459 | 5835227 | 5838319 |
| | 5859603 | 5859617 | 5859629 | 5859677 | 5859869 | 5860637 | 5863729 |
| | 5962893 | 5962907 | 5962919 | 5962967 | 5963159 | 5963927 | 5967019 |
| | 5995323 | 5995337 | 5995349 | 5995397 | 5995589 | 5996357 | 5999449 |
| , | 6068385 | 6068399 | 6068411 | 6068459 | 6068651 | 6069419 | 6072511 |
| | 6402705 | 6402719 | 6402731 | 6402779 | 6402971 | 6403739 | 6406831 |
| | 6452997 | 6453011 | 6453023 | 6453071 | 6453263 | 6454031 | 6457123 |
| | 6614865 | 6614879 | 6614891 | 6614939 | 6615131 | 6615899 | 6618991 |
| ; | 6615237 | 6615251 | 6615263 | 6615311 | 6615503 | 6616271 | 6619363 |
| | 6649557 | 6649571 | 6649583 | 6649631 | 6649823 | 6650591 | 6653683 |
| | 6680007 | 6680021 | 6680033 | 6680081 | 6680273 | 6681041 | 6684133 |
| | 6904617 | 6904631 | 6904643 | 6904691 | 6904883 | 6905651 | 6908743 |
| - | 6911745 | 6911759 | 6911771 | 6911819 | 6912011 | 6912779 | 6915871 |
| | 6922635 | 6922649 | 6922661 | 6922709 | 6922901 | 6923669 | 6926761 |
| | 7039947 | 7039961 | 7039973 | 7040021 | 7040213 | 7040981 | 7044073 |
| | 7143723 | 7143737 | 7143749 | 7143797 | 7143989 | 7144757 | 7147849 |
| " | 7151817 | 7151831 | 7151843 | 7151891 | 7152083 | 7152851 | 7155943 |
| | 7313367 | 7313381 | 7313393 | 7313441 | 7313633 | 7314401 | 7317493 |
| | 7328865 | 7328879 | 7328891 | 7328939 | 7329131 | 7329899 | 7332991 |
| | 7439073 | 7439087 | 7439099 | 7439147 | 7439339 | 7440107 | 7443199 |
| ! | 7477377 | 7477391 | 7477403 | 7477451 | 7477643 | 7478411 | 7481503 |
| | 7847967 | 7847981 | 7847993 | 7848041 | 7848233 | 7849001 | 7852093 |
| | 7973145 | 7973159 | 7973171 | 7973219 | 7973411 | 7974179 | 7977271 |
| | 8015517 | 8015531 | 8015543 | 8015591 | 8015783 | 8016551 | 8019643 |
| (| 8210655 | 8210669 | 8210681 | 8210729 | 8210921 | 8211689 | 8214781 |
| | 8250243 | 8250257 | 8250269 | 8250317 | 8250509 | 8251277 | 8254369 |
| | 8271507 | 8271521 | 8271533 | 8271581 | 8271773 | 8272541 | 8275633 |
| | 8313087 | 8313101 | 8313113 | 8313161 | 8313353 | 8314121 | 8317213 |
|) | 8345013 | 8345027 | 8345039 | 8345087 | 8345279 | 8346047 | 8349139 |
| | 8467527 | 8467541 | 8467553 | 8467601 | 8467793 | 8468561 | 8471653 |
| | 8601375 | 8601389 | 8601401 | 8601449 | 8601641 | 8602409 | 8605501 |
| | 8849163 | 8849177 | 8849189 | 8849237 | 8849429 | 8850197 | 8853289 |
| Ü | 9049185 | 9049199 | 9049211 | 9049259 | 9049451 | 9050219 | 9053311 |
| | 9257415 | 9257429 | 9257441 | 9257489 | 9257681 | 9258449 | 9261541 |
| | 9257925 | 9257939 | 9257951 | 9257999 | 9258191 | 9258959 | 9262051 |
| | 9416265 | 9416279 | 9416291 | 9416339 | 9416531 | 9417299 | 9420391 |
| Daten- | 9446967 | 9446981 | 9446993 | 9447041 | 9447233 | 9448001 | 9451093 |
| pause | 9460617 | 9460631 | 9460643 | 9460691 | 9460883 | 9461651 | 9464743 |
| | 9473337 | 9473351 | 9473363 | 9473411 | 9473603 | 9474371 | 9477463 |
| | 9609837 | 9609851 | 9609863 | 9609911 | 9610103 | 9610871 | 9613963 |
| | 9699537 | 9699551 | 9699563 | 9699611 | 9699803 | 9700571 | 9703663 |
| ö | 9744783 | 9744797 | 9744809 | 9744857 | 9745049 | 9745817 | 9748909 |
| | 9817935 | 9817949 | 9817961 | 9818009 | 9818201 | 9818969 | 9822061 |

Neue Aspekte der Primzahl-Theorie

**Das Gesetz, dem die Variationen der Primzahl-Dichten in großen
Zahlen-Intervallen zugrunde liegt**

**Die verborgenen Gesetze, die bei der Zerlegung von Zahlen in ihre
Primzahl-Faktoren auftreten**

**Der Beweis, dass die Primzahl-Zwillinge mod 2, wie auch alle
Semi - Zwillinge mod $2n$, $n > 1$, in unendlicher Zahl auftreten**

**Die Klassifizierung und Erweiterung der Mersenne'schen und
der Fermat'schen Primzahlen**

Verfasser: Georg Viktor Cwienk
Bochum, April 2006

| Inhaltsverzeichnis: | Seite: |
|--|---------------|
| 1. Vorworte - Die gelösten und ungelösten Probleme der Primzahl-Theorie | 4 |
| 2. Einführung | 7 |
| 3. Der Beweis der Vermutung, dass es unendlich viele Primzahl-Zwillinge mod 2 gibt | 9 |
| 4. Die verborgenen Gesetze, die bei der Zerlegung nicht primier Zahlen in ihre Primzahl - Faktoren auftreten | 19 |
| 5. Das Gesetz dem die Abnahme der Primzahl-Dichten in großen Zahlen-Intervallen unterliegt | 28 |
| 6. Der Beweis, dass es unendlich viele Semi-Zwillinge mod 4 gibt, die in sechs Klassen auftreten | 29 |
| 7. Der Beweis, dass alle Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ in unendlicher Zahl auftreten | 32 |
| 8. Die Bildungsgesetze der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ | 52 |
| 9. Neue Aspekte der Mersenne- und Fermat-Primzahlen, M_p und F_p | 54 |
| 10. Der Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$ gibt. | 59 |
| 11. Der Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen $SM_p = n_u - 2$ und $SF_p = n_u + 2$ gibt. | 65 |
| 12. Die tieferen Ursachen für das Auftreten von Mersenne- und Fermat-Primzahlen | 71 |
| 13. Die Bestimmung großer Primzahlen: $p = 2^n \pm 1$, $p = 2^n \pm 3$, $p = 2^n \pm 5$, $p = 2^n \pm 7$, $p = 2^n \pm 9$ und $p = 2^n \pm 11$ mit dem MuPAD-Test. | 76 |
| 14. Der Nachweis, dass für die Primzahlen vom Typ $p = 2^n \pm n_u$ <u>Gesetz 1</u> und <u>Gesetz 2</u> der Faktor-Zerlegung gelten. | 84 |
| 15. Die Primzahl-Dichten im Umfeld der Fakultäten $n_g = \prod p_i$ ($p_1 = 2$ bis $p_n = 267$) im Intervall: $n_g - 3300$ bis $n_g + 3300$ (eine Analyse der Schwankungen der Primzahl-Dichten). | 86 |
| 16. Die tieferen Ursachen für die Variabilität und die zyklischen Verteilungen der Primzahl-Dichten im Umfeld gerader Zahlen $n_g = \prod p_i$ | 87 |
| 17. Die Suche nach dem Gesetz, dem die zyklischen Schwankungen der Primzahl-Dichten in wachsenden Zahlen-Intervallen zugrunde liegt und nach dem Gesetz der Genese von Primzahl-Zwillingen mod 2 und von Zwillingen mod $2n$, $n > 1$. | 97 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 18. | Die Bestimmung von Primzahlen der Typen SM_p , SF_p und CM_p , CF_p | 106 |
| 19. | Die Suche nach optimalen Methoden für die Generierung sehr großer Primzahlen mit vorgegebenen Endziffern. | 114 |
| 20. | Zusammenfassung und Ausblick. | 114 |
| 21. | Anlagen-Verzeichnis | 118 |
| 22. | Verzeichnis der eingesetzten PC - Testprogramme | 119 |
| 23. | Literaturhinweise | 120 |

Die Seitenzahl der Monographie (einschließlich der Anlagen) - 305 Seiten

1. Vorworte - Die gelösten und ungelösten Probleme der Primzahl-Theorie:

Seit dem Altertum haben sich zahlreiche berühmte Mathematiker mit der Problematik der Primzahlen beschäftigt. Euklid, der um 300 v. Chr. in Alexandria lebte, stellte einen indirekten Beweis des berühmten Hauptsatzes der Primzahl-Theorie vor, wonach in der unendlichen Menge der natürlichen Zahlen (N) unendlich viele Primzahlen (P) auftreten und die Folge $p := 2, 3, 5, 7, \dots, p_n$ niemals endet.

Seit dem Mittelalter haben sich so berühmte Mathematiker wie: Fermat, Euler, Gauss, Legendre, Dirichlet, Riemann, Hadamard, Tschebyschew (um nur die wichtigsten zu nennen) mit den Problemen der Primzahlen befasst. Dennoch konnten zahlreiche Vermutungen der Primzahl-Theorie bis heute nicht unter Beweis gestellt werden. Zu den wichtigsten unbewiesenen Vermutungen zählen:

1. - Die Riemann'sche Vermutung, wonach die Zahl der Primzahlen, $\pi(n)$, die Zeta-Funktion erfüllt.
2. - Die Goldbach'sche Vermutung, wonach alle geraden Zahlen $n_g > 2$ als Summe zweier Primzahlen dargestellt werden können.
3. - Die Vermutung, dass es unendlich viele Primzahl-Zwillinge mod 2, $(p_i, p_i + 2)$ gibt.
4. - Die Vermutung, dass es unendlich viele Mersenne-Primzahlen: $M_p = 2^p - 1$ und unendlich viele Fermat-Primzahlen: $F_p = 2^{2^p} + 1$ in der unendlichen Menge der natürlichen Zahlen ($n \in N$) gibt.

Wiewohl es seit langem bekannt ist, dass die Verteilung der Primzahlen in großen Zahlen-Intervallen ($n \rightarrow \infty$) immer größer werdende primzahlfreie Zonen aufweist, zwischen denen Zonen mit größeren Primzahl-Dichten auftreten, konnten für dieses Verhalten der Primzahl-Verteilungen bis heute keine Gesetze gefunden werden, von denen die Verteilungen der Primzahl-Dichten abhängig sind. Diese Bemühungen wurden aufgegeben, nachdem alle Versuche gescheitert waren, ein Bildungsgesetz zu finden, aus dem die Folge der (aller) Primzahlen bestimmt werden kann, was Euler nach intensiven Bemühungen aufgeben musste. Als unlösbar hat es sich auch erwiesen, die Zahl der Primzahlen aus Formeln zu bestimmen, die in beliebigen Zahlen-Intervallen (Δn) auftreten.

Die Mathematiker, allen voran Leonhard Euler (1707, 1783), hatten sich vornehmlich mit dem Gesetz der Summen-Zahl: $\pi(n)$ der Primzahlen befasst, und Euler konstatierte, dass der Quotient: $\pi(n)/n$ bei immer steigenden Zahlen ($n \rightarrow \infty$) asymptotisch dem Grenzwert Null zustrebt, ohne diesen aber je zu erreichen. Bei der Suche nach einer Funktion: $\varphi(n)$, die einen ähnlichen asymptotisch-degressiven Verlauf hat, wie die von Euler eingeführte Funktion: $\pi(n)/n$ stieß Gauss im jugendlichen Alter von nur 15 Jahren (1792) auf die logarithmische Funktion: $\ln(n)$, die dem Verlauf der Euler-Funktion: $\pi(n)/n$ sehr ähnelte, ohne ihr allerdings in kleineren Zahlen-Bereichen (n) stets gleich zu sein. Unter der Mutmaßung, dass beide Funktionen - die Euler'sche Funktion: $\pi(n)/n$ und die Funktion: $\ln(n)$ - einem gleichen Grenzwert zustreben, stellte Gauss die berühmte Grenzwert-Formel auf, die auch als Satz von Gauss bezeichnet wird. Jahre später konnte Hadamard und de la Vallée-Poussin diese Gesetzmäßigkeit unter Rückgriff auf die Riemann'sche Zeta-Funktion unter Beweis stellen.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi(n) / n / \ln(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi(n) \cdot \ln(n) / n = 1 \quad \dots \text{der Satz von Gau\ss}$$

Keiner der berühmten Mathematiker, die sich mit der Primzahl-Theorie befasst hatten (von Euler bis Riemann) konnten jedoch Gesetze finden, nach denen die (auch diesen Mathematikern bekannten) Schwankungen der Primzahl-Dichten in steigenden Zahlen-Bereichen (vermeintlich chaotisch) erfolgen. Einen wichtigen Beitrag hatte Gustav Lejeune Dirichlet (1805, 1859) geliefert, der den Nachweis erbracht hatte, dass alle Primzahlen in nur vier arithmetischen Progressionen (die man heute Dirichlet - Progressionen nennt) auftreten können. Diese Progressions-Folgen sind vom Typ:

$a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+nd$ - die Zahlen a und d sind hier teilerfremde Zahlen

In der Folge: $1 + 2n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) treten alle ungeraden Primzahlen und alle ungeraden Zahlen auf, d.h. die Folge: **1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, ...** - hier wurden die Primzahlen fett gedruckt markiert und die nicht primen Zahlen normal (nicht fett) gedruckt.

Dirichlet bewies, dass diese arithmetische Folge in vier gleichmächtige Teilfolgen aufgeteilt werden kann, in denen (jeweils) alle Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auftreten, die man heute "Dirichlet-Progressionen" nennt - es sind dies die nachstehenden Progressionen, in denen die Primzahlen fett gedruckt markiert sind:

Progression 1: $1 + 10n = 1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 101, \dots$ von $n = 0$ bis ∞

Progression 2: $3 + 10n = 3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93, 103, \dots$

Progression 3: $7 + 10n = 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97, 107, \dots$

Progression 4: $9 + 10n = 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99, 109, \dots$

In dieser Monographie wird der wichtige Beweis erbracht, dass es acht gleichmächtige Progressionen gibt, in denen die Primzahlen (gleichmächtig) in den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auftreten.

Mit der vom französischen Mönch Marin Mersenne (1588, 1648) aufgestellten Vermutung, dass in der unendlichen Folge: $2^p - 1$, in der im Exponenten ungerade Primzahlen $p \geq 3$ auftreten, unendlich viele Mersenne-Primzahlen: $M_p = 2^p - 1$ auftreten, befasst sich seit Jahren das GIMPs-Projekt (Great Internet Mersenne Prime Research), an dem heute Millionen PC-Rechner (weltweit) beteiligt sind.

Inzwischen konnte (im Jahr 2005) die 42. Primzahl $M_p = 2^{25964851} - 1$ gefunden werden, die bisher größte bekannte Primzahl mit 7.816.230 Dezimalstellen. Die Suche nach noch größeren Primzahlen, M_p , ist in vollem Gange. Von den Fermat-Primzahlen: $F_p = 2^{2^n} + 1$ sind hingegen bisher nur fünf Primzahlen bekannt und hier wird bislang keine so intensive Suche nach weiteren Primzahlen vom Typ F_p betrieben. Durch das Auffinden immer weiterer Primzahlen M_p und F_p kann jedoch kein Beweis erbracht werden, dass es unendlich viele Primzahlen M_p und F_p gibt. Um diesen Beweis erbringen zu können, ist der Nachweis erforderlich, dass sich für die Primzahlen M_p und F_p Progressionen der Dirichlet'schen Art aufstellen lassen.

In dieser Monographie wird zunächst der Nachweis erbracht, dass die von Mersenne und von Fermat stammende Definition der Primzahlen: $M_p = 2^p - 1$ und $F_p = 2^{2^n} + 1$ eine Restriktion der tatsächlich im Umfeld der Folge: $n_g = 2^n$ möglichen Primzahlen vom Typ: $p = 2^n - 1$ und $p = 2^n + 1$ impliziert. Es wird der Nachweis erbracht, dass in der Folge: $n_g = 2^n$ sechs Teilfolgen auftreten, wobei jeweils in zwei Teilfolgen Primzahlen vom Typ M_p und in einer Teilfolge Primzahlen vom Typ F_p (fallweise) auftreten können. Aus dieser Klassenteilung der Folge $n_g = 2^n$ resultieren sechs Dirichlet'sche Progressionen: $M_p = 2^{1+4n} - 1$, $M_p = 2^{2+4n} - 1$, $M_p = 2^{3+4n} - 1$, $F_p = 2^{1+4n} + 1$, $F_p = 2^{3+4n} + 1$, $F_p = 2^{4+4n} + 1$ für die eine Prüfung erforderlich ist, ob in ihnen (für $n \rightarrow \infty$) unendlich viele Primzahlen auftreten oder ob einige dieser Progressionen "primzahl-leer" sind. In der Monographie wird dabei der Nachweis erbracht, dass Primzahlen vom Typ: M_p und F_p (bis auf den Ausnahmefall: $2^2 - 1 = 3$ und $2^2 + 1 = 5$) niemals Primzahl-Zwillinge mod 2 ergeben können. Um an die beiden Primzahl-Forscher: Mersenne und Fermat anzuknüpfen, werden die Bezeichnungen $M_p = 2^n - 1$ und $F_p = 2^n + 1$ auch für die Primzahlen beibehalten, in denen die Exponenten nicht prim sind ($n \neq p$) bzw. nicht vom Typ: $n = 2^{2^n}$. Wenngleich es unendlich viele gerade Zahlen der einfachsten Struktur: $n_g = 2^n$ gibt, die bei immer größer werdendem Exponenten (n) in immer größeren Abständen verstreut in der Menge (N) der natürlichen Zahlen positioniert sind, gibt es unendlich viele zusammengesetzte gerade Zahlen, (composed equal numbers), die (links und rechts) an Primzahlen ($p \in P$) direkt anliegen. Für diese Primzahlen wurde hier die Bezeichnung: $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$ gewählt. Da die Primzahlen CF_p direkt im Abstand $\Delta=1$ auf eine gerade Zahl folgen, wurde für diese die Bezeichnung: $n_{g,1} = CF_p - 1$ gewählt und für die gerade Zahl, die auf die Primzahl CM_p folgt, die Bezeichnung: $n_{g,2} = CM_p + 1$. Sofern man dieser Systematik folgt, ergeben sich aus den Primzahlen F_p und M_p die geraden Zahlen

$n_{g,1} = F_p - 1$ und $n_{g,2} = M_p + 1$. Alle geraden Zahlen $n_g \neq 2^n$ sind Kompositionen vom Typ: $2^n \cdot \Pi p_i$ in denen ungerade Primzahlen fakultativ mit der Primzahl $p=2$ gekoppelt sind oder aber gerade Zahlen vom Typ: $\Sigma 2^m = 2^n + 2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} + \dots + 2^1$ in denen einzelne Summanden: $2^m \cdot a$, $m < n$, auch fehlen können; des weiteren z.B. auch die Fakultäten $n_g = n!$. Es gibt offensichtlich unendlich viele Bildungsgesetze für Folgen gerader Zahlen (n_g) aus denen sich fallweise Primzahlen der Typen: $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$ ergeben.

Dem Beweis des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie liegt bekanntlich die nachfolgende Gleichung (1) zugrunde, in welcher in der Fakultät $n_g = \Pi p_i$ (lückenlos) die Primzahlen: $p_1=2$ bis $p_i = p_n$ auftreten, die in dieser Gleichung auch als Potenzen: p_i^n auftreten können. Dabei ist es leicht einsichtig, dass der Hauptsatz der Primzahl-Theorie auch aus den Gleichungen: (2), (3) und (4) beweisbar ist, wobei in den Gleichungen (3) und (4) in den Fakultäten $n_g = \Pi^* p_i$ die Primzahl $p=2$ nicht vorkommt.

$$(1) \dots n_g = \Pi p_i + 1, \quad (2) \dots n_g = \Pi p_i - 1, \quad (3) \dots n_g = \Pi^* p_i + 2, \quad (4) \dots n_g = \Pi^* p_i - 2$$

Aus allen vier Gleichungen resultieren zwei Schlussfolgerungen:

Schlussfolgerung 1: Die ungeraden Zahlen (n_u) sind Primzahlen vom Typ: $p > p_n$

Schlussfolgerung 2: Sofern die ungeraden Zahlen (n_u) nicht prim sind, sind sie aus der Fakultät: Πp_i zusammengesetzte Zahlen, in der das Kriterium $p_i > p_n$ erfüllt wird.

Die folgenden Beispiele, in denen die Primzahlen fett gedruckt wurden, belegen dies:

Beispiel 1: $n_u = 2^5 + 1 = 32 + 1 = 33 = 3 \cdot 11$, $n_u = 2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$

Beispiel 2: $n_u = 2^8 + 1 = 256 + 1 = 257$, $n_u = 2^8 - 1 = 256 - 1 = 255 = 3 \cdot 5 \cdot 17$

Beispiel 3: $n_u = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 30 + 1 = 31$, $n_u = 2 \cdot 3 \cdot 5 - 1 = 30 - 1 = 29$

Beispiel 4: $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 + 2 = 105 + 2 = 107$, $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 - 2 = 105 - 2 = 103$

Beispiel 5: $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 + 2 = 1155 + 2 = 1157 = 13 \cdot 89$, $n_u = 1155 - 2 = 1153$

In der Monographie wird der Nachweis erbracht, dass sich aus diesen geraden Zahlen fallweise Primzahlen der Typen: $CM_p = 2 \cdot \Pi p_i - 1$, $CF_p = 2 \cdot \Pi p_i + 1$ sowie $CM_p = \Sigma 2^m - 1$, $CF_p = \Sigma 2^m + 1$ bzw. $CM_p = n! - 1$, $CF_p = n! + 1$ ergeben. Je nach der Struktur der Bildungsgesetze dieser geraden Zahlen ergeben sich auch hier Klassenteilungen, die zu Dirichlet'schen Progressionen führen.

Diese Dirichlet-Progressionen werden für zahlreiche Bildungs-Folgen der geraden Zahlen abgeleitet.

Aus den Beweisgleichungen (3) und (4) des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie folgt, dass es unendlich viele Primzahlen vom Typ: $SM_p = n_u - 2$ und $SF_p = n_u + 2$ gibt, in deren direkter Umgebung im Abstand $\Delta = \pm 2$ ungerade Zahlen (n_u) auftreten, die prim bzw. nicht prim sind. Sofern für eine gleiche ungerade Zahl (n_u) die Primzahlen: $SM_p = n_u - 2$ und $SF_p = n_u + 2$ gleichzeitig auftreten, bilden diese einen Semi-Zwilling mod 4, was in Beispiel 4 dokumentiert wurde.

Aus den Beweisgleichungen (1) und (2) des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie folgt wiederum, dass es unendlich viele Primzahlen vom Typ: $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$ gibt. Sofern für eine gleiche gerade Zahl (n_g) die Primzahlen $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$ gleichzeitig auftreten, bilden diese einen Primzahl-Zwilling mod 2, was in Beispiel 3 dokumentiert wurde.

In dieser Monographie wird die eingangs genannte (bisher noch unbewiesene) 3. Vermutungen (die Vermutung, dass es unendlich viele Zwillinge mod 2 gibt) bewiesen, wobei auch der Nachweis erbracht wird, dass auch die Semi-Zwillinge mod 4 (und alle Semi-Zwillinge mod $2n$, $n > 1$) in

unendlicher Zahl auftreten. Des weiteren wird für die 4. Vermutung, dass es unendlich viele Mersenne- und Fermat-Primzahlen gibt, auf der Basis des Nachweises der Existenz von sechs Klassen von Dirichlet-Progressionen ein Beweis erbracht.

Die wichtigste Aufgabe, die in dieser Monographie einer Lösung zugeführt werden soll, ist jedoch die Suche nach den Gesetzen, aus denen sich die Schwankungen der Primzahl-Dichten in großen Zahlen-Intervallen ergeben.

Für die Lösung dieser Aufgaben war die Erstellung zahlreicher Tabellen erforderlich, die den Einsatz schneller PC-Rechner und besonderer Test-Programme erfordern, mit deren Hilfe auch die Anlagen erstellt werden konnten, die der Monographie beigelegt sind. Die zahlreichen im Rahmen der Monographie abgeleiteten Tabellen wurden hingegen im Text angeordnet (und kommentiert), da sich aus ihnen wichtige Schlussfolgerungen ergeben.

Der Monographie sind des weiteren 13 (umfangreiche) Anlagen beigelegt, die vom Leser studiert werden können, da diese Anlagen wichtige Ergebnisse von PC-Rechnungen und zahlreiche Tests enthalten, die die Text-Tabellen wesentlich ergänzen. Diese Anlagen enthalten ebenfalls wichtige Schlussfolgerungen. Leser, die die in diesen Anlagen bestimmten Primzahlen und Zwillinge $\text{mod } 2n$, $n \geq 1$ nachvollziehen (überprüfen möchten), sollten zuvor das MuPAD-Pro - System anschaffen.

Derartige PC-Programme und schnelle elektronische Rechner standen den Primzahl-Forschern früher nicht zur Verfügung und dies erklärt, weshalb diesen Forschern (auch den großen Mathematikern) der Weg zur Lösung dieser bis heute unbewiesenen Vermutungen "verbaut" war.

Der Verfasser dankt dem Verleger, Herrn Walter Sander, für zahlreiche Ratschläge und seine kritische Begleitung des Werkes und insbesondere für die Entwicklung zahlreicher PC-Programme, die sich bei der komplizierten Problematik als unverzichtbar erwiesen hatten.

Der Verfasser: Dr. Georg Viktor Cwienk
Bochum, März 2006

2. Einführung:

Alle natürlichen Zahlen ($n \in \mathbb{N}$) lassen sich bekanntlich durch die folgende "genetisch-fakultative" Gleichung darstellen:

$$n = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5} \cdot 7^{a_7} \cdot 11^{a_{11}} \cdot \dots \cdot p_n^{a_n} \quad - \text{ die "genetisch-fakultative" Zahlengleichung}$$

$a_2, a_3, a_5, a_7, a_{11}, \dots, a_n := 0, 1, 2, 3, \dots, n$

darstellen. Sofern man in dieser Gleichung alle Exponenten der ungeraden Primzahlen gleich Null setzt und für Exponenten a_2 die Zahlen $n := 1, 2, 3, \dots$ einsetzt, gelangt man zu der Folge der geraden Zahlen $n_g = 2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16, 2^5=32, 2^6=64, 2^7=128, 2^8=256, 2^9=512, 2^{10}=1024, \dots, 2^{21}=2097152, 2^{22}=4194304, 2^{23}=8388608, 2^{24}=1677216, 2^{25}=33554432, \dots$, die in der Folge der Zahlen ($n \rightarrow \infty$) in immer größeren Abständen verteilt auftreten, wobei die Endziffern dieser geraden Zahlen $n_g = 2^n$ zyklisch die Werte: EZ2, EZ4, EZ8, EZ6 \rightarrow EZ2, EZ4, EZ8, EZ6 annehmen.

In Anknüpfung an die Ausführungen, die bereits im Rahmen der Vorworte dargestellt wurden, erweisen sich die Mersenne- und Fermat-Primzahlen als Teilmengen der (aller) Primzahlen vom Typ: CM_p und CF_p und es gelten die echten Teilmengen - Relationen (1) und (2):

$$(1) \dots M_p \subset CM_p \text{ sowie } (2) \dots F_p \subset CF_p$$

Nachdem die Menge der (aller) geraden Zahlen vom Typ $n_{g,1}$ und $n_{g,2}$ echte Teilmengen der Menge aller geraden Zahlen sind, wird (offensichtlich) auch die nachfolgende Teilmengen - Relation erfüllt:

$$(N_{g,1} + N_{g,2}) \subset N_g$$

Des weiteren gelten die Ungleichungen (3), für $n \rightarrow \infty$ und (4) für Teilmengen von n_g . In der Ungleichung (4) wird durch das Symbol: P_n die Zahl der Primzahlen bezeichnet, die im Zahlen - Intervall $n=2$ bis n auftreten; diese Zahl wird in der Mathematik auch mit $\pi(n)$ bezeichnet.

$$(3) \dots (N_{g,1} + N_{g,2}) < 2 \cdot P \quad (4) \dots (N_{g,1} + N_{g,2})_n < 2 \cdot (\pi(n) = P_n)$$

Die Ungleichungen: (3) und (4) ergeben sich offensichtlich deshalb, weil in der unendlichen Primzahl - Folge: $p = 2, 3, 5, 7, \dots, p_n$ zahlreiche Zwillinge mod 2 auftreten, in denen in den benachbarten Primzahlen (p_i, p_i+2) eine "gemeinsame" gerade Zahl: $n_g = p_i + 1$ situiert ist. Für diese besonderen geraden Zahlen gilt die Identität: $n_{g,1} = n_{g,2}$. Es wurde der Nachweis erbracht, dass diese geraden Zahlen stets nur in drei Folgen situiert sein können, die zu sechs Dirichlet - Progressionen mit definierten Endziffern (EZ) der ungeraden Zahlen $n_u = n_g - 1$ und $n_u = n_g + 1$ führen, in denen die Primzahlen fett gedruckt und die nicht primen ungeraden Zahlen nicht fett notiert wurden:

Folge 1: $n_g = 12 + n \times 30$, Folge 2: $n_g = 18 + n \times 30$ Folge 3: $n_g = 30 + n \times 30$ ($n \geq 0$)

D-Progression 1, (EZ1): $n_u = n_g - 1 = (12 + n \times 30) - 1 := 11, 41, 71, 101, 131, 161, 191, \dots$

D-Progression 2, (EZ3): $n_u = n_g + 1 = (12 + n \times 30) + 1 := 13, 43, 73, 103, 133, 163, 193, \dots$

D-Progression 3, (EZ7): $n_u = n_g - 1 = (18 + n \times 30) - 1 := 17, 47, 77, 107, 137, 167, 197, \dots$

D-Progression 4, (EZ9): $n_u = n_g + 1 = (18 + n \times 30) + 1 := 19, 49, 79, 109, 139, 169, 199, \dots$

D-Progression 5, (EZ9): $n_u = n_g - 1 = (30 + n \times 30) - 1 := 29, 59, 89, 119, 149, 179, 209, \dots$

D-Progression 6, (EZ1): $n_u = n_g + 1 = (30 + n \times 30) + 1 := 31, 61, 91, 121, 151, 181, 211, \dots$

Durch die Existenz dieser sechs Dirichlet - Progressionen ist der Beweis erbracht, dass Primzahl - Zwillinge mod 2 in der unendlichen Menge der natürlichen Zahlen (\mathbb{N}) in einer unendlichen Zahl vorkommen. Damit wurde diese bisher unbewiesene Vermutung bereits unter Beweis gestellt.

In **Anlage 1** wurden die Zwillinge mod 2 für den Zahlenbereich $n:= 2$ bis 100.000-vorge stellt und aus **Tab. 2** ist zu entnehmen, dass die Zwillinge mod 2 in den (gekoppelten) Dirichlet - Progressionen: 1&2, 3&4 und 5&6 im Bereich ansteigender Zahlen: $n \rightarrow \infty$ spärlicher und in variierender Häufigkeit auftreten. In der vorgestellten Monographie wird auf eine analoge Weise auch der Beweis erbracht dass alle Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ in einer unendlichen Zahl auftreten. Aus diesem Sachverhalt wurde der folgende Grenzwert-Satz deduziert:

$$\lim \Sigma(n_{g,1} + n_{g,2}) = 1.9375 \times \pi(n), \text{ für } n \rightarrow \infty$$

Außer den Primzahlen $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$, kommen in den Umgebungen gerader Zahlen (n_g) Primzahlen vom Typ: $p_1 = n_g - 3, -5, -7, \dots - n_g$ und vom Typ: $p_2 = n_g + 3, +5, +7, \dots + n_g$ vor, wobei die geraden Zahlen (n_g) symmetrisch oder asymmetrisch zwischen den Primzahlen (p_1, p_2) situiert sind. Sofern die Primzahlen die Bedingungen: $p_1 = n_g - 3$ und $p_2 = n_g + 3$ erfüllen, bilden diese Primzahlen offensichtlich einen Zwilling mod 6, in dem die gerade Zahl (n_g) symmetrisch zwischen den Primzahlen (p_1, p_2) situiert ist. In analoger Weise sind die geraden Zahlen (n_g) symmetrisch in den Zwillingen mod 10, mod 14, ..., mod $2n_g$ situiert. Es wird an zahlreichen Beispielen demonstriert, dass gerade Zahlen jedoch überwiegend asymmetrisch zwischen den angrenzenden Primzahlen: $p_1 < n_g$ und $p_2 > n_g$ situiert sein können; dann bilden die Primzahlen (p_1, p_2) Semi-Zwillinge mit diversen Abständen $-\Delta_1 = p_1 - n_g$ und $+\Delta_2 = p_2 - n_g$ zu den geraden Zahlen (n_g).

3. Der Beweis der Vermutung, dass es unendlich viele Primzahl-Zwillinge mod 2 gibt:

Für diesen Beweis wird zunächst der Nachweis erbracht, dass es acht (und nicht nur vier) Dirichlet-Progressionen von Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 gibt, die jeweils im Abstand von $\Delta=20$ auftreten. Dirichlet hatte (bekanntlich) den Beweis erbracht, dass alle Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 im Zahlenbereich $n \rightarrow \infty$ in vier Folgen in unendlicher Zahl auftreten.

Für die Aufteilung der ungeraden Primzahlen in acht Klassen ist es erforderlich die Restklassen: Rest 1 und Rest 3 zu analysieren, die sich bei der Division der Primzahlen durch die Zahl 4 ergeben. Man gelangt so zu den Klassenteilungen gemäß **Tab. 1**.

Tab. 1 - Die Folgen der Primzahlen geordnet nach den Endziffern und den Restklassen $R=1, R=3$:

| | | |
|------------------------|---------------------------------------|--|
| Klasse 1, EZ1, Rest 1: | $\pi_1 := 41, 61, 101, 181, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $41 + n \times 20$ mit dem Rest 1 |
| Klasse 2, EZ3, Rest 1 | $\pi_2 := 13, 53, 73, 131, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $13 + n \times 20$ mit dem Rest 1 |
| Klasse 3, EZ7, Rest 1 | $\pi_3 := 17, 37, 97, 137, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $17 + n \times 20$ mit dem Rest 1 |
| Klasse 4, EZ9, Rest 1 | $\pi_4 := 29, 89, 109, 139, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $29 + n \times 20$ mit dem Rest 1 |
| Klasse 5, EZ1, Rest 3 | $\pi_5 := 11, 31, 71, 131, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $11 + n \times 20$ mit dem Rest 3 |
| Klasse 6, EZ3, Rest 3 | $\pi_6 := 3, 23, 43, 83, 103, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $3 + n \times 20$ mit dem Rest 3 |
| Klasse 7, EZ7, Rest 3 | $\pi_7 := 7, 47, 67, 107, 127, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $7 + n \times 20$ mit dem Rest 3 |
| Klasse 8, EZ9, Rest 3 | $\pi_8 := 19, 59, 79, 139, \dots$ | alle Primzahlen der Folge: $19 + n \times 20$ mit dem Rest 3 |

Anmerkungen:

- Die in **Tab. 1** angeführten Klassen: 1, 2, 3, 4 können zu der Oberklasse I zusammengefasst werden, deren Primzahlen stets den Rest 1 aufweisen - diese Primzahlen wurden fett gedruckt.
- Die in **Tab. 1** angeführten Klassen: 5, 6, 7, 8 können zu der Oberklasse II zusammengefasst werden, deren Primzahlen stets den Rest 3 aufweisen - diese Primzahlen wurden nicht fett gedruckt.
- In der **Anlage 2** wurde nachgewiesen, dass die Primzahlen aller acht Klassen in der Zahlenmenge $n \rightarrow \infty$ gleichmächtig in einer unendlichen Zahl auftreten und den folgenden gleichen Grenzwerten zustreben:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi_2(n)/\pi(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_3(n)/\pi(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_4(n)/\pi(n) = \pi(n)/8 = 0,125 \cdot \pi(n)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi_5(n)/\pi(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_6(n)/\pi(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_7(n)/\pi(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi_8(n)/\pi(n) = \pi(n)/8 = 0,125 \cdot \pi(n)$$

4. Unter Beachtung der in **Tab. 1** eingeführten Notationen der Primzahlen in den Oberklassen I und II, ergibt sich für die Zwillinge mod 2 die Notation: (11, 13), (17, 19), (29, 31), (59, 61), ... und dies besagt, dass in jedem Zwilling mod 2 stets Primzahlen aus den zwei Oberklassen I und II auftreten müssen.
5. In **Anlage 2** wurde des weiteren der Nachweis erbracht, dass die Zahl der Zwillinge mod 2: $\pi^*(n)$ dem folgenden Grenzwert zustrebt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \pi^*(n) = 0,125 \cdot \pi(n) \quad \dots \quad \text{Der Grenzwert-Satz der Zwillinge mod 2}$$

Durch die Deduktion dieses Grenzwert-Satzes ist die Vermutung, dass es unendlich viele Zwillinge mod 2 gibt, unter Beweis gestellt worden.

In **Tab. 2** wird der Nachweis erbracht, dass Primzahl-Zwillinge mod 2 nur in den drei Folgen: $n_g = 12 + n \times 30$, $n_g = 18 + n \times 30$, $n_g = 30 + n \times 30$ im Umfeld dieser geraden Zahlen (n_g) auftreten können, nicht aber im Umfeld aller dieser geraden Zahlen vorkommen. Aus **Tab. 2** folgt, dass die Dichte der Zwillinge mod 2 in ansteigenden Zahlen-Intervallen zunehmend geringer wird. Die tieferen Ursachen dieses Sachverhaltes werden in **Tab. 3** analysiert. In dieser Tabelle wurde die Verteilung der Primzahlen im Umfeld der geraden Zahlen $n_g = \Pi p_i$ untersucht.

Tab. 2 - Die Folge der Primzahl-Zwillinge mod 2 in wachsenden Zahlenbereichen (n):

| Zwillinge mod 2 in der Folge: $n_g = 12 + n \times 30$: | Zwillinge mod 2 = | Zwilling mod 2: |
|--|--|---------------------|
| | | ja / nein: |
| n = 0 | (12 - 1) = 11, (12 + 1) = 13 | (11, 13) ja |
| n = 1 | (42 - 1) = 41, (42 + 1) = 43 | (41, 43) ja |
| n = 2 | (72 - 1) = 71, (72 + 1) = 73 | (71, 73) ja |
| n = 3 | (102 - 1) = 101, (102 + 1) = 103 | (101, 103) ja |
| n = 4 | (132 - 1) = 131, (132 + 1) = 133 | (131, 133) nein |
| n = 5 | (162 - 1) = 161, (162 + 1) = 163 | (161, 163) nein |
| n = 6 | (192 - 1) = 191, (192 + 1) = 193 | (191, 193) ja |
| n = 7 | (222 - 1) = 221, (222 + 1) = 223 | (221, 223) nein |
| n = 8 | (252 - 1) = 251, (252 + 1) = 253 | (251, 253) nein |
| n = 9 | (282 - 1) = 281, (282 + 1) = 283 | (281, 283) ja |
| n = 10 | (312 - 1) = 311, (312 + 1) = 313 | (311, 313) ja |
| <hr/> | | |
| n = 100 | (3012 - 1) = 3011, (3012 + 1) = 3013 | (3011, 3013) nein |
| n = 101 | (3042 - 1) = 3041, (3042 + 1) = 3043 | (3041, 3043) nein |
| n = 102 | (3072 - 1) = 3071, (3072 + 1) = 3073 | (3071, 3073) nein |
| n = 103 | (3102 - 1) = 3101, (3102 + 1) = 3103 | (3101, 3103) nein |
| n = 104 | (3132 - 1) = 3131, (3132 + 1) = 3133 | (3131, 3133) nein |
| n = 105 | (3162 - 1) = 3161, (3162 + 1) = 3163 | (3161, 3163) nein |
| n = 106 | (3192 - 1) = 3191, (3192 + 1) = 3193 | (3191, 3193) nein |
| n = 107 | (3222 - 1) = 3221, (3222 + 1) = 3223 | (3221, 3223) nein |
| n = 108 | (3252 - 1) = 3251, (3252 + 1) = 3253 | (3251, 3253) ja |
| n = 109 | (3282 - 1) = 3281, (3282 + 1) = 3283 | (3281, 3283) nein |
| n = 110 | (3312 - 1) = 3311, (3312 + 1) = 3313 | (3311, 3313) nein |
| <hr/> | | |
| n = 1000 | (30012 - 1) = 30011, (30012 + 1) = 30013 | (30011, 30013) ja |
| n = 1001 | (30042 - 1) = 30041, (30042 + 1) = 30043 | (30041, 30043) nein |
| n = 1002 | (30072 - 1) = 30071, (30072 + 1) = 30073 | (30071, 30073) nein |
| n = 1003 | (30102 - 1) = 30101, (30102 + 1) = 30103 | (30101, 30103) nein |

Tab. 2 - Fortsetzung

Zwillinge mod 2 in der Folge $n_r = 12 + n \times 30$:

| | | | |
|----------|--|-------------------------|------|
| n = 1004 | (30132 -1) = 30131, (30132 +1) = 30133 | (30131, 30133) | nein |
| n = 1005 | (30162 -1) = 30161 , (30162 +1) = 30163 | (30161 , 30163) | nein |
| n = 1006 | (30192 -1) = 30191, (30192 +1) = 30193 | (30191, 30193) | nein |
| n = 1007 | (30222 -1) = 30221, (30222 +1) = 30223 | (30221, 30223) | nein |
| n = 1008 | (30252 -1) = 30251 , (30262 +1) = 30253 | (30251 , 30353) | nein |
| n = 1009 | (30282 -1) = 30281, (30282 +1) = 30283 | (30281, 30283) | nein |
| n = 1010 | (30312 -1) = 30311, (30312 +1) = 30313 | (30311, 30313) | nein |

| | | | |
|-----------|---|-----------------------------------|------|
| n = 10000 | (300012 -1) = 300011, (300012 +1) = 300013 | (300011, 300013) | nein |
| n = 10001 | (300042 -1) = 300041, (300042 +1) = 300043 | (300041, 300043) | nein |
| n = 10002 | (300072 -1) = 300071, (300072 +1) = 300073 | (300071, 300073) | nein |
| n = 10003 | (300102 -1) = 300101, (300102 +1) = 300103 | (300101, 300103) | nein |
| n = 10004 | (300132 -1) = 300131, (300132 +1) = 300133 | (300131, 300133) | nein |
| n = 10005 | (300162 -1) = 300161, (300162 +1) = 300163 | (300161, 300163) | nein |
| n = 10006 | (300192 -1) = 300191 , (300192 +1) = 300193 | (300191 , 300193) | ja |
| n = 10007 | (300222 -1) = 300221 , (300222 +1) = 300223 | (300221 , 300223) | nein |
| n = 10008 | (300252 -1) = 300251, (300252 +1) = 300253 | (300251, 300253) | nein |
| n = 10009 | (300282 -1) = 300281, (300282 +1) = 300283 | (300281, 300283) | nein |
| n = 30010 | (300312 -1) = 300311, (300312 +1) = 300313 | (300311, 300313) | nein |

Zwillinge mod 2 in der Folge $n_r = 18 + n \times 30$:

| | | Zwilling mod 2: | ja / nein: |
|--------|--------------------------------|-----------------|------------|
| n = 0 | (18 -1) = 17, (18 +1) = 19 | (17, 19) | ja |
| n = 1 | (38 -1) = 37, (38 +1) = 39 | (37, 39) | nein |
| n = 2 | (68 -1) = 67, (68 +1) = 69 | (67, 69) | nein |
| n = 3 | (98 -1) = 97, (98 +1) = 99 | (97, 99) | nein |
| n = 4 | (128 -1) = 127, (128 +1) = 129 | (127, 129) | nein |
| n = 5 | (158 -1) = 157, (158 +1) = 159 | (157, 159) | nein |
| n = 6 | (198 -1) = 197, (198 +1) = 199 | (197, 199) | ja |
| n = 7 | (228 -1) = 227, (228 +1) = 229 | (227, 229) | ja |
| n = 8 | (258 -1) = 257, (258 +1) = 259 | (257, 259) | nein |
| n = 9 | (288 -1) = 287, (288 +1) = 289 | (287, 289) | nein |
| n = 10 | (318 -1) = 317, (318 +1) = 319 | (317, 319) | nein |

| | | | |
|---------|---|-------------------------------|------|
| n = 100 | (3018 -1) = 3017, (3018 +1) = 3019 | (3017, 3019) | nein |
| n = 101 | (3048 -1) = 3047, (3048 +1) = 3049 | (3047, 3049) | nein |
| n = 102 | (3078 -1) = 3077, (3078 +1) = 3079 | (3077, 3079) | nein |
| n = 103 | (3108 -1) = 3107, (3108 +1) = 3109 | (3107, 3109) | nein |
| n = 104 | (3138 -1) = 3137 , (3138 +1) = 3139 | (3137 , 3139) | nein |
| n = 105 | (3168 -1) = 3167 , (3168 +1) = 3169 | (3167 , 3169) | ja |
| n = 106 | (3198 -1) = 3197, (3198 +1) = 3199 | (3197, 3199) | nein |
| n = 107 | (3228 -1) = 3227, (3228 +1) = 3229 | (3227, 3229) | nein |
| n = 108 | (3258 -1) = 3257 , (3258 +1) = 3259 | (3257 , 3259) | ja |
| n = 109 | (3288 -1) = 3287, (3288 +1) = 3289 | (3287, 3289) | nein |
| n = 110 | (3318 -1) = 3317, (3318 +1) = 3319 | (3317, 3319) | nein |

| | | | |
|----------|---|---------------------------------|------|
| n = 1000 | (30018 -1) = 30017, (30018 +1) = 30019 | (30017, 30019) | nein |
| n = 1001 | (30048 -1) = 30047 , (30048 +1) = 30049 | (30047 , 30049) | nein |
| n = 1002 | (30078 -1) = 30077, (30078 +1) = 30079 | (30077, 30079) | nein |
| n = 1003 | (30108 -1) = 30107, (30108 +1) = 30109 | (30107, 30109) | nein |
| n = 1004 | (30138 -1) = 30137 , (30138 +1) = 30139 | (30137 , 30139) | ja |
| n = 1005 | (30168 -1) = 30167, (30168 +1) = 30169 | (30167, 30169) | nein |
| n = 1006 | (30198 -1) = 30197 , (30198 +1) = 30199 | (30197 , 30199) | nein |
| n = 1007 | (30228 -1) = 30227, (30228 +1) = 30229 | (30227, 30229) | nein |
| n = 1008 | (30258 -1) = 30257, (30258 +1) = 30259 | (30257, 30259) | nein |
| n = 1009 | (30288 -1) = 30287, (30288 +1) = 30289 | (30287, 30289) | nein |
| n = 1010 | (30318 -1) = 30317, (30318 +1) = 30319 | (30317, 30319) | nein |

Tab. 2 Fortsetzung

Zwillinge mod 2 in der Folge $n_x = 18 + n \times 30$:

| | | | |
|-----------|---|-----------------------------------|------|
| n = 10000 | (300018 -1) = 300017 , (300018 +1) = 300019 | (300017 , 300019) | nein |
| n = 10001 | (300048 -1) = 300047, (300048 +1) = 300049 | 8300047, 300049) | nein |
| n = 10002 | (300078 -1) = 300077, (300078 +1) = 300079 | (300077, 300079) | nein |
| n = 10003 | (300108 -1) = 300107, (300108 +1) = 300109 | (300107, 300109) | nein |
| n = 10004 | (300138 -1) = 300137 , (300138 +1) = 300139 | (300137 , 300139) | nein |
| n = 10005 | (300168 -1) = 300167, (300168 +1) = 300169 | (300167, 300169) | nein |
| n = 10006 | (300198 -1) = 300197, (300198 +1) = 300199 | (300197, 300199) | nein |
| n = 10007 | (300228 -1) = 300227, (300228 +1) = 300229 | (300227, 300229) | nein |
| n = 10008 | (300258 -1) = 300257, (300258 +1) = 300259 | (300257, 300259) | nein |
| n = 10009 | (300288 -1) = 300287, 8300288 +1) = 300289 | (300287, 300289) | nein |
| n = 10010 | (300318 -1) = 300317 , (300318 +1) = 300319 | (300317 , 300319) | ja |

Zwillinge mod 2 in der Folge $n_x = 30 + n \times 30$:

| | | <u>Zwilling mod 2 :=</u> | ja / nein: |
|--------|---|-----------------------------|------------|
| n = 0 | (30 -1) = 29 , (30 +1) = 31 | (29 , 31) | ja |
| n = 1 | (60 -1) = 59 , (60 +1) = 61 | (59 , 61) | ja |
| n = 2 | (90 -1) = 89 , (90 +1) = 91 | (89 , 91) | nein |
| n = 3 | (120 -1) = 119, (120 +1) = 121 | (119, 121) | nein |
| n = 4 | (150 -1) = 149 , (150 +1) = 151 | (149 , 151) | ja |
| n = 5 | (180 -1) = 179 , (180 +1) = 181 | (179 , 181) | ja |
| n = 6 | (210 -1) = 209, (210 +1) = 211 | (209, 211) | nein |
| n = 7 | (240 -1) = 239 , (240 +1) = 241 | (239 , 241) | ja |
| n = 8 | (270 -1) = 269 , (270 +1) = 271 | (269 , 271) | ja |
| n = 9 | (300 -1) = 299, (300 +1) = 301 | (299, 301) | nein |
| n = 10 | (330 -1) = 329, (330 +1) = 331 | (329, 331) | nein |

| | | | |
|---------|---|-------------------------------|-------|
| n = 100 | (3030 -1) = 3029, (3030 +1) = 3031 | (3029, 3031) | nein |
| n = 101 | (3060 -1) = 3059, (3060 +1) = 3061 | (3059, 3061) | nein |
| n = 102 | (3090 -1) = 3089 , (3090 +1) = 3091 | (3089 , 3091) | nein: |
| n = 103 | (3120 -1) = 3119 , (3120 +1) = 3121 | (3119 , 3121) | ja |
| n = 104 | (3150 -1) = 3149, (3150 +1) = 3151 | (3149, 3151) | nein |
| n = 105 | (3180 -1) = 3179, (3180 +1) = 3181 | (3179, 3181) | nein |
| n = 106 | (3210 -1) = 3209 , (3210 +1) = 3211 | (3209 , 3211) | nein |
| n = 107 | (3240 -1) = 3239, (3240 +1) = 3241 | (3239, 3241) | nein |
| n = 108 | (3270 -1) = 3269, (3270 +1) = 3271 | (3269, 3271) | nein |
| n = 109 | (3300 -1) = 3299 , (3300 +1) = 3301 | (3299 , 3301) | ja |
| n = 110 | (3330 -1) = 3329 , (3330 +1) = 3331 | (3329 , 3331) | ja |

| | | | |
|----------|---|---------------------------------|------|
| n = 1000 | (30030 -1) = 30029 , (30030 +1) = 30031 | (30029 , 30031) | nein |
| n = 1001 | (30060 -1) = 30059 , (30060 +1) = 30061 | (30059 , 30061) | nein |
| n = 1002 | (30090 -1) = 30089 , (30090 +1) = 30091 | (30089 , 30091) | ja |
| n = 1003 | (30120 -1) = 30119 , (30120 +1) = 30121 | (30119 , 30121) | nein |
| n = 1004 | (30150 -1) = 30149, (30150 +1) = 30151 | (30149, 30151) | nein |
| n = 1005 | (30180 -1) = 30179, (30180 +1) = 30181 | (30179, 30181) | nein |
| n = 1006 | (30210 -1) = 30209, (30210 +1) = 30211 | (30209, 30211) | nein |
| n = 1007 | (30240 -1) = 30239, (30240 +1) = 30241 | (30239, 30241) | nein |
| n = 1008 | (30270 -1) = 30269 , (30270 +1) = 30271 | (30269 , 30271) | ja |
| n = 1009 | (30300 -1) = 30299, (30300 +1) = 30301 | (30299, 30301) | nein |
| n = 1010 | (30330 -1) = 30329, (30330 +1) = 30331 | (30329, 30331) | nein |

| | | | |
|-----------|---|-----------------------------------|------|
| n = 10000 | (300030 -1) = 300029, (300030 +1) = 300031 | (300029, 300031) | nein |
| n = 10001 | (300060 -1) = 300059, (300060 +1) = 300061 | (300059, 300061) | nein |
| n = 10002 | (300090 -1) = 300089, (300090 +1) = 300091 | (300089, 300091) | nein |
| n = 10003 | (300120 -1) = 300119 , (300120 +1) = 300121 | (300119 , 300121) | nein |
| n = 10004 | (300150 -1) = 300149 , (300150 +1) = 300151 | (300149 , 300151) | ja |
| n = 10005 | (300180 -1) = 300179, (300180 +1) = 300181 | (300179, 300181) | nein |
| n = 10006 | (300210 -1) = 300209, (300210 +1) = 300211 | (300209, 300211) | nein |

Tab. 2 Fortsetzung

Zwillinge mod 2 in der Folge $n_g = 30 + n \times 30$:

| | | | |
|--------------|---|-------------------------|------|
| $n = 10007$ | $(300240 - 1) = 300239$, $(300240 + 1) = 300241$ | (300239, 300241) | nein |
| $n = 100008$ | $(300270 - 1) = 300269$, $(300270 + 1) = 300271$ | (300269, 300271) | nein |
| $n = 100009$ | $(300300 - 1) = 300299$, $(300300 + 1) = 300301$ | (300299, 300301) | ja |
| $n = 100010$ | $(300330 - 1) = 300329$, $(300330 + 1) = 300331$ | (300329, 300331) | nein |

Anmerkungen:

- Die Tab. 2 auftretenden Primzahlen wurden fett und alle nicht primen Zahlen nicht fett gedruckt.
- In den Dekaden: $10, 10^2, 10^3, 10^4$ wurde für die Folgen: $n_g = 12 + n \times 30$, $n_g = 18 + n \times 30$, $n_g = 30 + n \times 30$ das Auftreten von Zwillingen mod 2 für 11 aufeinander folgende Zahlen (n) getestet.
- Aus Tab. 2 geht hervor, dass die Zahl der Zwillinge mod 2 von Dekade zu Dekade geringer wird, dennoch aber ein variierendes Verhalten aufweist. Der tiefere Grund für die "Dichte-Abnahme" der Zwillinge mod 2 in immer größer werdenden Zahlen-Intervallen ($n \rightarrow \infty$) wird aus den (noch anzustellenden) Untersuchungen plausibel. Vorweg gesagt, können in primzahlfreien Zahlen-Intervallen (Δn) auch keine Zwillinge mod 2 auftreten und darüber hinaus treten in den Umgebungen dieser primzahlfreien Intervalle auch noch gewisse "Sperr-Zonen" für Zwillinge mod 2 auf.
- Die Zahl der Zwillinge mod 2, die in den (jeweils) 44 Testungen der D-Progressionen mit den Endziffern: EZ1 & EZ3, EZ7 & EZ9, EZ9 & EZ1 auftreten, ergibt die Werte: 10 (für die Endziffern EZ1 & EZ3), 7 (für die Endziffern EZ7 & EZ9) und 13 (für die Endziffern EZ9 & EZ1). Aus Anlage 1 kann jedoch entnommen werden, dass die Zwillinge mod 2 in großen Zahlen-Intervallen in den D-Progressionen zahlenmäßig gleich verteilt auftreten.
- Es gilt noch der wichtige Hinweis, dass in Tab. 1 der Primzahl-Drilling: (3, 5, 7) mit den verketteten Zwillingen mod 2: (3, 5) und (5, 7) nicht angeführt wurde. Inmitten des Zwillings mod 2: (3, 5) ist die gerade Zahl $n_g = 4$ situiert, die in mehrstelligen Zwillingen mod 2 nicht auftreten kann, da die ungeraden Nachfolger-Zahlen $n_u = EZ4 + 1$ die Endziffer EZ5 annehmen und somit nicht prim sein können. Inmitten des Zwillings mod 2: (5, 7) ist wiederum die gerade Zahl $n_g = 6$ situiert, die in mehrstelligen Zwillingen mod 2 nicht auftreten kann, da die ungeraden Vorgänger-Zahlen $n_u = EZ6 - 1$ die Endziffer EZ5 haben und somit nicht prim sein können.

Die Analyse der Ursachen für die Abnahme der Dichten der Zwillinge mod 2 in großen Zahlenbereichen:

In Tab. 3 wurden die Verteilungen der Primzahlen in den Umgebungen der Fakultäten: $n_g = \prod p_i$ ($p_i = 2$ bis $p_n = p_n$) bestimmt und die Ergebnisse näher kommentiert. Die Erstellung von Tab. 3 ist mit einem hohen Zeitaufwand verbunden und erfordert zahlreiche PC-Primzahl - Prüfungen, die mit einem hohen Zeitaufwand verbunden waren. Dieser Aufwand hat sich jedoch sehr gelohnt, da aus den erzielten Ergebnissen wichtige Schlussfolgerungen abgeleitet werden können, die im Anschluss an Tab. 3 präzisiert werden. Der Leser dieser Monographie kann die in Tab. 3 ausgewiesenen Ergebnisse mit Hilfe von PC-Testen (prüfend) nachvollziehen. Für die Lösung dieser Aufgabe eignet sich (besonders) das MUPAD - Testverfahren.

Tab. 3 - Die Verteilung der Primzahlen in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 181$

| $n_g = \prod p_i :=$ | $\Delta_1 =$ | $\Delta_2 =$ | $\Delta_3 =$ | $\Delta_4 =$ | $\Delta_5 =$ | $\Delta_6 =$ | $\Sigma \Delta :=$ |
|--|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 = 6$ | --- | -3 | -1 | +1 | +5 | +7 | 10 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ | -11 | -7 | -1 | +1 | +7 | +11 | 22 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ | -17 | -13 | -11 | +1 | +13 | +17 | 34 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310$ | -17 | -13 | -1 | +1 | +23 | +29 | 46 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 13 = 30030$ | -19 | -17 | -1 | +17 | +29 | +41 | 60 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 17 = 510510$ | -53 | -47 | -29 | +19 | +41 | +43 | 96 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 19 = 9699690$ | -41 | -37 | -23 | +23 | +37 | +41 | 82 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 23 = 223092870$ | -79 | -61 | -43 | +37 | +47 | +53 | 132 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 29 = 6469693230$ | -73 | -67 | -41 | +61 | +89 | +97 | 170 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 31 = 200560490130$ | -83 | -79 | -73 | +1 | +67 | +83 | 166 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 37 = 7420738134810$ | -139 | -107 | -59 | +61 | +101 | +103 | 242 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 41 = 304250263527210$ | -53 | -47 | -1 | +71 | +107 | +151 | 204 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 43 = 13082761331670030$ | -149 | -109 | -89 | +47 | +67 | +71 | 220 |

Tab. 3 - Fortsetzung

| | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|-----|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 47 = 614889782588491410$ | -151 | -97 | -67 | +107 | +109 | +181 | 332 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53 = 32589158477190044730$ | -127 | -89 | -73 | +59 | +73 | +149 | 276 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 59 = 1922760350154212639070$ | -163 | -109 | -107 | +61 | +89 | +101 | 264 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 61 = 117288381359406970983270$ | -241 | -223 | -89 | +109 | +167 | +179 | 420 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 67 = 7858321551080267055879090$ | -113 | -107 | -101 | +89 | +139 | +151 | 264 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 71 = 557940830126698960967415390$ | -199 | -179 | -127 | +103 | +229 | +283 | 482 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 73 = 40729680599249024150621323470$ | -313 | -257 | -97 | +79 | +163 | +193 | 506 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 79 = 3217644767340672907899084554130$ | -127 | -101 | -83 | +151 | +193 | +241 | 368 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 83 = 267064515689275851355624017992790$ | -263 | -197 | -89 | +197 | +269 | +487 | 750 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 89 = 23768741896345550770650537601358310$ | -101 | -97 | -1 | +101 | +157 | +163 | 264 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 97 = 2305567963945518424753102147331756070$ | -311 | -257 | -251 | +233 | +293 | +397 | 708 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 101 = 232862364358497360900063316880507363070$ | -149 | -139 | -131 | +233 | +523 | +647 | 796 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 101 = 465724728716994721800126633761014726140$ | -199 | -197 | -151 | +1 | +131 | +313 | 512 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 101 = 931449457433989443600253267522029452280$ | -311 | -251 | -107 | +103 | +157 | +173 | 442 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 11^2 \cdot \dots \cdot 101 = 2561486007943470969900696485685580993770$ | -397 | -239 | -229 | +431 | +479 | +503 | 900 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 101 = 2794348372301968330800759802566088356840$ | -277 | -257 | -173 | +223 | +257 | +293 | 570 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2^3 \cdot 3^2 \cdot \dots \cdot 11^2 \cdot \dots \cdot 101 = 30737832095321651838808357828226971925240$ | -307 | -227 | -1 | +251 | +349 | +353 | 660 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 103 = 23984823528925228172706521638692258396210$ | -631 | -389 | -293 | +223 | +243 | +251 | 882 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 107 = 2566376117594999414479597815340071648394470$ | -211 | -197 | -151 | +127 | +157 | +229 | 440 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 109 = 279734996817854936178276161872067809674997230$ | -313 | -273 | -263 | +223 | +251 | +277 | 590 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 113 = 31610054640417607788145206291543662493274686990$ | -277 | -257 | -251 | +191 | +193 | +239 | 516 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 127 = 4014476939333036189094441199026045136645885247730$ | -373 | -257 | -223 | +163 | +179 | +271 | 644 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 13^2 \cdot \dots \cdot 127 = 52188200211329470458227735587338586776396508220490$ | -281 | -199 | -1 | +281 | +283 | +439 | 720 |

Tab. 3 - Fortsetzung

| | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 131 = 525896479052627740771371797072411912900610967452630$ | -397 | -223 | -179 | +229 | +383 | +509 | 906 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 137 = 72047817630210000485677936198920432067383702541010310$ | -523 | -449 | -389 | +643 | +647 | +827 | 1350 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 139 = 10014646650599190067509233131649940057366334653200433090$ | -419 | -373 | -281 | +239 | +311 | +367 | 786 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 149 = 1492182350939279320058875736615841968547583863326864530410$ | -373 | -233 | -151 | +157 | +223 | +239 | 612 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 151 = 225319534991831177328890236228992001350685163362356544091910$ | -541 | -463 | -197 | +167 | +317 | +331 | 845 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 157 = 35375166993717494840635767087951744212057570647889977422429870$ | -491 | -479 | -173 | +509 | +541 | +601 | 1092 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 163 = 5766152219975951659023630035336134306565384015606066319856068810$ | -431 | -409 | -239 | +239 | +457 | +773 | 1204 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 167 = 962947420735983927056946215901134429196419130606213075415963491270$ | -439 | -257 | -233 | +199 | +211 | +313 | 752 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 173 = 16658990378732521938085169535089625625098050959487486204691683989710$ | -433 | -409 | -191 | +191 | +503 | +823 | 1256 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 179 = 2981959277793121426917245346781042986892551121748260030640614144158090$ | -967 | -383 | -223 | +199 | +251 | +331 | 1298 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot 181 = 5397346292805549782720214077673687806275517530364350655459511599582614290$ | -367 | -317 | -223 | +383 | +479 | +523 | 890 |

Anmerkung:

In der Fortsetzung von **Tab. 3** wird die Lokalisierung der (hier untersuchten) geraden Zahlen $n_g = \prod p_i$ innerhalb von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ dargestellt. Die Zahlen $n_g = \prod p_i$ sind (wie ersichtlich) in diesen Zwillingen in der Regel asymmetrisch situiert und fallweise relativ symmetrisch. Aus der Fortsetzung 1 von **Tab. 3** kann entnommen werden, dass die ansteigenden Zahlen $n_g = \prod p_i$ in zunehmend größeren Zwillingen situiert sind. In der Fortsetzung 1 von **Tab. 3** wurden auch die mittleren Abstände: $\Sigma \Delta/5$ angegeben, die variierend eine steigende Tendenz haben.

Tab. 3 - Fortsetzung 1

| $n_g = \prod p_i :=$ | Zwilling mod:= | $\Sigma \Delta :=$ | $\Sigma \Delta/5 :=$ |
|--|----------------|--------------------|----------------------|
| 2 · 3 · 5 | 2 | 22 | 4,4000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 | 12 | 34 | 6,8000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 | 2 | 46 | 9,2000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 | 18 | 60 | 12,0000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 | 48 | 96 | 19,2000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 | 46 | 82 | 16,4000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 | 80 | 132 | 26,4000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 | 102 | 170 | 34,0000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 | 72 | 166 | 33,2000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 | 120 | 242 | 40,3333 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · 41 | 72 | 204 | 40,8000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 43 | 136 | 220 | 44,0000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 47 | 174 | 332 | 66,4000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 53 | 132 | 276 | 55,2000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 59 | 168 | 264 | 52,8000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 61 | 198 | 420 | 84,0000 |

| | | | |
|--|------|------|---------|
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 67 | 190 | 264 | 52,800 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 71 | 230 | 482 | 96,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 73 | 176 | 506 | 101,200 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 79 | 280 | 368 | 73,600 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 83 | 286 | 750 | 150,000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 89 | 102 | 264 | 52,800 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 97 | 484 | 708 | 141,600 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 101 | 364 | 796 | 159,200 |
| 2 ² · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 101 | 152 | 512 | 102,400 |
| 2 ³ · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 101 | 210 | 442 | 88,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 ² · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 101 | 660 | 900 | 180,000 |
| 2 ³ · 3 ² · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 101 | 396 | 570 | 114,000 |
| 2 ³ · 3 ² · 5 · 7 · 11 ² · 13 · 17 · 19 · 23 · 28 · 31 · 37 · ... · 101 | 352 | 660 | 132,000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 103 | 516 | 882 | 176,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 107 | 278 | 440 | 88,000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 109 | 486 | 590 | 118,000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 113 | 442 | 516 | 123,200 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 127 | 386 | 644 | 128,800 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 131 | 282 | 720 | 144,000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 137 | 1032 | 1350 | 270,000 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 139 | 520 | 786 | 157,200 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 149 | 308 | 612 | 122,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 151 | 364 | 872 | 174,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 157 | 612 | 1032 | 206,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 163 | 478 | 1212 | 242,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 167 | 432 | 752 | 150,400 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 173 | 382 | 1256 | 251,200 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 179 | 422 | 1298 | 259,600 |
| 2 · 3 · 5 · 7 · 11 · 13 · 17 · 19 · 23 · 29 · 31 · 37 · ... · 181 | 606 | 890 | 148,333 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In **Tab. 3** wurden jeweils sechs Primzahlen ermittelt, die in der direkten Umgebung der geraden Zahlen $n_g = \Pi p_i$ auftreten - die Primzahlen: $p_1 < p_2 < p_3 < n_g$ und die Primzahlen: $p_6 > p_5 > p_4 > n_g$. Die Bestimmung dieser (jeweils sechs) Primzahlen, die in den "primen Abständen Δ " auftreten, erfordert den Einsatz geeigneter PC- Testverfahren (z.B. der MuPAD- Faktor - Zerlegung).
- Die Abstände in denen diese Primzahlen gegenüber der geraden Zahl (n_g) auftreten, wurden mit den Symbolen: $\Delta_1 = p_1 - n_g$, $\Delta_2 = p_2 - n_g$, $\Delta_3 = p_3 - n_g$ sowie $\Delta_4 = p_4 - n_g$, $\Delta_5 = p_5 - n_g$, $\Delta_6 = p_6 - n_g$ bezeichnet. Am rechten Rand der Tabelle wurde das Intervall: $\Sigma \Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5 + \Delta_6$ ausgewiesen, in dem diese sechs Primzahlen situiert sind. Daraus ist ersichtlich, dass dieses Intervall mit steigender Fakultät ($p = 2$ bis p_n) eine steigende Tendenz zeigt - anders formuliert treten zunehmend geringere "Primzahl-Dichten" auf. Damit verbunden ist (wie ersichtlich) auch eine Abnahme der Dichten der Zwillinge mod 2, die in **Tab. 3** durch gestrichelte Linien markiert wurden.
- Aus **Tab. 3** ergibt sich die wichtige Erkenntnis, dass alle (sechs) Primzahlen, die im Intervall $\Sigma \Delta$ auftreten, "Primzahl-Abstände" aufweisen, die stets größer sind als die größte Primzahl (p_n), die in der Fakultät $n_g = \Pi p_i$ vorkommt. Diese Gesetzmäßigkeit steht im Einklang mit dem Hauptsatz der Primzahl-Theorie - bildet jedoch eine wichtige Erweiterung dieses Hauptsatzes (!).
- Aus **Tab. 3** kann ein wichtiger (bisher in der Primzahl-Forschung unbekannter) "Prozess der Reduktion und der Genese von Zwillingen mod 2" wahrgenommen werden. Zu einer gewissen Reduktion der Zahl der Zwillinge mod 2 führt der Umstand, dass in den Zahlen-Intervallen $\Sigma \Delta$ nicht alle Primzahlen (= Δ) auftreten, die in der Folge: $p_j > p_n$ auftreten und dort Zwillinge mod 2 bilden. Dies ist der tiefere Grund für die Reduktion der Dichte der Zwillinge mod 2 in den analysierten Zahlen-Intervallen in den Umgebungen der Fakultäten $n_g = \Pi p_i$. Auf der anderen Seite können in den direkten Umgebungen der Zahlen $n_g = \Pi p_i$ neue Zwillinge mod 2 kreiert werden, die vom Typ: $(n_g - 1, n_g + 1)$ sind. Auch diese (neu kreierten) Zwillinge mod 2 wurden in **Tab. 3** gestrichelt markiert.
- In **Tab. 3** wurden drei "generierte" Zwillinge mod 2 ausgewiesen, die vor den Zahlen $n_g = \Pi p_i$ noch

nicht vorkommen. Es sind dies die Zwillinge:

$$\begin{aligned}(n_g &= 6 - 1 = 5, \quad n_g = 6 + 1 = 7), \\(n_g &= 30 - 1 = 29, \quad n_g = 30 + 1 = 31) \text{ und} \\(n_g &= 2310 - 1 = 2309, \quad n_g = 2310 + 1 = 2311),\end{aligned}$$

die allesamt in der Folge: $n_g = 30 + n \times 30$ situiert sind. In **Tab. 3** wurden die Abstände $\Delta = \pm 1$ fett gedruckt hervorgehoben. Das Auftreten von Zwillingen mod 2 des Typs: $n_g \pm 1 = \prod p_i \pm 1$ erweitert offensichtlich die Gleichung, die dem Beweis des Hauptsatzes der Primzahl - Theorie zugrunde liegt. Alle Zwillinge mod 2 vom Typ: $(\prod p_i - 1, \prod p_i + 1)$ sind Elemente der Folge $n_g = 30 + n \times 30$.

6. Die in **Tab. 3** des weiteren auftretenden acht Zwillinge mod 2 sind Elemente der nachstehend ausgewiesenen Folgen:

- der Zwilling mod 2: (30011, 30013) ist in der Folge: $n_g = 12 + 30n$, $n = 1000$ situiert,
- der Zwilling mod 2: (510551, 510553) ist in der Folge $n_g = 12 + 30n$, $n = 17018$ situiert,
- der Zwilling mod 2: (7420738134911, 7420738134913) ist in der Folge: $n_g = 12 + 30n$ situiert,
- der Zwilling mod 2: (614889782588491517, 614889782588491519), liegt in Folge $n_g = 18 + 30n$
- der Zwilling mod 2: (1922760350154212638961, 1822760350154212638963) liegt in der Folge $12 + 30n$
- der Zwilling mod 2: (465724728716994721800126633761014725941, 465724728716994721800126633761014725943) ist in der Folge $12 + 30n$ situiert.
- der Zwilling mod 2 (31610054640417607788145206291543662493274687181, 31610054640417607788145206291543662493274687183) ist Element der Folge $12 + 30n$
- der Zwilling mod 2: (52188200211329470458227735587338586776396508220771, 52188200211329470458227735587338586776396508220773) ist Element der Folge $12 + 30n$.

Anmerkung:

Die Werte (n), die für die großen Zwillinge mod 2 gelten, kann der Leser leicht selbst bestimmen.

7. Aus **Tab. 3** können sehr wichtige Erkenntnisse abgeleitet werden:

Erkenntnis 1:

Alle Primzahlen, die der geraden Zahl $n_g = \prod p_i$ vorausgehen bzw. auf diese Zahl folgen, können nur in Primzahl-Abständen: $\pm \Delta = p_j > p_n$ auftreten. Sofern man die Folgen der Primzahlen $p_j < n_g$ und $p_j > p_n > n_g$ beliebig erweitert (was der Leser durch Teste nachvollziehen kann), treten stets (ausschließlich) nur Primzahl-Abstände auf, die das Kriterium: $\pm \Delta = p_j > p_n$ erfüllen.

Erkenntnis 2:

In der Folge der Primzahl-Abstände ($\pm \Delta$) treten nicht alle Primzahlen: $p_j > p_n$ auf. Dieser Sachverhalt kann nur so gedeutet werden, dass in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = \prod p_i$ Semi - Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ auftreten, deren Abstand größer ist, als in der (primären) Folge der Primzahlen: $p_j > p_n$.

Erkenntnis 3:

Die dritte Erkenntnis, die aus **Tab. 3** gewonnen werden kann, besagt, dass die Primzahl-Dichten in den Zahlen-Intervallen, die von der Zahl $n_g = \prod p_i = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 101$ um die Faktoren $n := 2, 4, 11, 12, \dots$ weiter entfernt situiert sind, ähnliche (aber variierende) Werte aufweisen. Dabei erweist es sich, dass auch in den Umgebungen dieser geraden Zahlen, die im doppelten bzw. im zwölf mal so großen Abstand (Zahlen-Intervall) situiert sind, ausschließlich Primzahl-Abstände ($\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_6$) auftreten können. Die durch den Summen-Abstand ($\Sigma \Delta$) definierte Primzahl - Dichte weist dabei eine fallende (jedoch variable) Tendenz auf.

Erkenntnis 4:

Aus dem Faktum, dass zahlreiche Primzahlen der Folge $p := 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, \dots, 181$ in den Abständen (Δ) nicht auftreten können, resultiert die Abnahme der Primzahl - Dichten in steigenden Intervallen (n).

8. Aus der Fortsetzung 1 von **Tab. 3** ergeben sich weitere (wichtige) Erkenntnisse, die zu bisher nicht bekannten Gesetzen über die Genese der Primzahl-Dichten in allen Zahlen-Bereichen ($n \rightarrow \infty$) führen.

Erkenntnis 5:

Erkenntnis 5:

Im direkten Umfeld der Primzahl-Fakultäten: $n_g = \prod p_i (p = 2 \text{ bis } p_n)$ treten stets die (örtlich) geringsten Primzahl-Dichten auf. Links und rechts von diesen in der Fortsetzung 1 ausgewiesenen Zwillingen mod $2n, n \geq 1$ treten stets Zwillinge geringerer Modularität auf und damit steigende Primzahl-Dichten.

Erkenntnis 6:

Wiewohl die Primzahl-Dichten mit zunehmend steigenden Werten der Fakultäten $n_g = \prod p_i$ eine fallende Tendenz aufweisen, variieren diese Primzahl-Dichten fallweise. Die tieferen Ursachen für diese Variation der Primzahl-Dichten können aus der Fortsetzung 3 von **Tab. 3** erkannt werden.

9. Wichtige Erkenntnisse gewinnt man aus der Fortsetzung 2 von **Tab. 3**, in der demonstriert wird, dass die Addition bzw. die Subtraktion von Primzahlen $p < p_n$ zu den Fakultäten $\prod p_i (p = 2 \text{ bis } p_n)$ niemals zu Primzahlen führen kann. In den Fakultäten der nicht primen Zahlen: $\prod p_i \pm (p < p_n)$ treten nämlich die Primzahlen $p < p_n$ stets fakultativ auf. Sofern man hingegen zu den Fakultäten $\prod p_i (p = 2 \text{ bis } p_n)$ Primzahlen $p > p_n$ addiert bzw. subtrahiert und sich dabei (im Ergebnis) nicht prime Zahlen vom Typ: $\prod p_i \pm (p > p_n)$ ergeben, sind diese nicht primen Zahlen aus Fakultäten bedeutend größerer Primzahlen konstituiert. Um die Tragweite dieser Gesetzmäßigkeiten "abzusichern" werden in der Fortsetzung 2 von **Tab. 3** die großen Fakultäten: $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 157$ und $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 163$ analysiert.

Tab. 3 - Fortsetzung 2

$n_g = \prod p_i \pm p :=$

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 97 - 97 = 97 \cdot 2376874189634550770650537601358309$

Anmerkung: Der zweite Primzahl-Faktor ist gleich der Primzahl: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 89 - 1$ (siehe **Tab. 3**, Seite 13)

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 97 + 97 = 97 \cdot 131 \cdot 1039 \cdot 2719 \cdot 64225891884294373371806141$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 157 + 3 = 3^8 \cdot 1907718880931972625735437 \cdot 2826272826347667485764205659904789$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 157 + 17 = 17 \cdot 2528537287 \cdot 7047324420078603216935369 \cdot 116776633359209230545709937$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 157 + 151 = 151 \cdot 15808987 \cdot 63744878632519379 \cdot 232472834267215912879617769230477827$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 + 149 = 149 \cdot 28933 \cdot 115758309 \cdot 30640504837 \cdot 373871753276922144673937189525047747519$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 + 151 = 151 \cdot 20143859 \cdot 1895686350013028639627922781614783383124416163079665629$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 + 157 = 157 \cdot 773473 \cdot 101700283 \cdot 62753998511 \cdot 7440082101219847368306779917938159719$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 - 157 = 157 \cdot 949203835243414001 \cdot 386925156009827771854914294341135933753775329$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 + 151 \cdot 157 = 151 \cdot 157 \cdot 2053 \cdot 236287 \cdot 501395839200367056263279042163740855177285630121421$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 - 151 \cdot 157 = 151 \cdot 157 \cdot 1808228391990354725151281343620070593238860664533879$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 + 241 = 630391218240025194068453 \cdot 9146942490846144707119484766572074375967$

 $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 - 241 = 2897 \cdot 199038737313633125958703142400280783795836521077185582321577$

Anmerkung: Aus der Fortsetzung 2 von **Tab. 3** gehen zwei wichtige Gesetze hervor:

Gesetz 1: Bei der Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen $p < p_n$ zu der Fakultät $\prod p_i (p = 2 \text{ bis } p_n)$ ergeben sich stets nicht prime Zahlen, in deren Primzahl-Fakultäten die Primzahlen ($p < p_n$) stets (solitär) auftreten. Dieses Gesetz gilt auch für die Fakultäten von Primzahlen ($p < p_n$)

Gesetz 2: Bei der Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen $p > p_n$ zu der Fakultät $\prod p_i (p = 2 \text{ bis } p_n)$ können die Primzahlen: $p > p_n$ nicht in den Fakultäten der nicht primen Zahlen $\prod p_i \pm (p > p_n)$ (solitär) auftreten. Sofern die Zahlen $\prod p_i + p$ bzw. $\prod p_i - p$ keine Primzahlen bilden, erscheinen in ihren Fakultäten Primzahlen, die wesentlich größer sind als die (addierten bzw. subtrahierten) Primzahlen ($p > p_n$).

10. In der Fortsetzung 3 von Tab. 3 wird demonstriert, dass (stets) einige der Primzahlen $p > p_n$ zu Nachfolger-Primzahlen $p \gg p_n$ "fusionieren". In der Fortsetzung 3 von Tab. 3 wurden die Primzahlen aufgelistet, die größer als die Primzahlen: $p_n = 157$ bzw. $p_n = 163$ sind, die als größte Primzahlen in den Fakultäten: $\Pi(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 157)$ bzw. $\Pi(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 163)$ auftreten. Diejenigen Primzahlen dieser Folge, die addiert bzw. subtrahiert von Πp_i zu neuen Primzahlen "fusionieren", wurden zusammen mit dem (jeweiligen Vorzeichen versehen) fett gedruckt hervorgehoben.

Tab. 3 - Fortsetzung 3 (Folge der Primzahlen $p > 157$)

163, 167, -173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 437, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, -487, -491, 499, 503, +509, 521, 523, +541, 547, 557, 563, 571, 577, 587, 593, 599, +601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, +683, 691,

Tab. 3 - Fortsetzung 3 (Folge der Primzahlen $p > 163$)

+167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, +239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, -409, 419, 421, 433, -439, 443, 449, +457, 461, 463, 467, 479, 487

Anmerkung:

Die in der Fortsetzung 3 von Tab. 3 ermittelten primen Abstände ($\pm \Delta_i$) bestätigen dass hier gefundene Gesetz 2 in vollem Umfang. Die Ergebnisse der mit dem MuPAD - Faktorisierungsprogramm durchgeführten Untersuchungen der Zahlen: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 157 \pm p > 157$ und $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 163 \pm p > 163$ führten zu den o.g. Primzahlen, die in der direkten Umgebung dieser (lückenlosen) Fakultäten auftreten.

4. Die verborgenen Gesetze, die bei der Zerlegung nicht primier Zahlen in ihre Primzahl - Faktoren gelten:

Die in Tab. 3 erkannten (bisher verborgenen) Gesetze, die bei der Zerlegung nicht primier Zahlen in ihre Primzahl-Faktoren auftreten, werden in diesem Kapitel vertiefend analysiert und vollauf bestätigt. Zunächst wird das Gesetz 1 für die Zahl $n_g = \Pi p_i (p_i = 2 \text{ bis } p_n = 47) = 614889782588491410$ in Tab. 4 an mehreren Beispielen bestätigt. Der Leser kann die in Tab. 4 vorgestellten Faktorisierungen unter Einsatz des MUPAD - Programms (selbst) nachvollziehen und ergänzend bestätigen.

Tab. 4 - Die Primzahl-Faktoren der Zahlen $n_g = 614889782588491410 \pm (p \leq p_n = 47)$

| | |
|---|-------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 = 614889782588491410$ | Beispiel := |
| $n_g = 614889782588491410 + 11 = 11 \cdot 57253657 \cdot 976340623$ | Beispiel 1 |
| $n_g = 614889782588491410 - 11 = 11 \cdot 73 \cdot 187897 \cdot 4075321589$ | Beispiel 2 |
| $n_g = 614889782588491410 + 31 = 31 \cdot 19835154277048111$ | Beispiel 3 |
| $n_g = 614889782588491410 - 31 = 31 \cdot 19835154277048109$ | Beispiel 4 |
| $n_g = 614889782588491410 - 41 \cdot 43 \cdot 47 = 41 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 229 \cdot 541 \cdot 1549 \cdot 38669$ | Beispiel 5 |
| $n_g = 614889782588491410 + 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 = 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 331 \cdot 571 \cdot 34231$ | Beispiel 6 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 = 55954970215552718310$ | Beispiel 7 |
| $n_g = 55954970215552718310 + 1 = 251 \cdot 401 \cdot 555930593988661$ | Beispiel 8 |
| $n_g = 55954970215552718310 - 1 = 437837 \cdot 127798633316857$ | Beispiel 9 |

Tab. 4 - Fortsetzung

| | |
|---|-------------|
| $n_g = 55954970215552718310 + 7 = 7 \cdot 193 \cdot 141157 \cdot 258421 \cdot 1135411$ | Beispiel 10 |
| $n_g = 55954970215552718310 - 7 = 7 \cdot 11087 \cdot 207763 \cdot 3470230909$ | Beispiel 11 |
| $n_g = 55954970215552718310 + 7^2 = 7^2 \cdot 25981 \cdot 56518 \cdot 777664469$ | Beispiel 12 |
| $n_g = 55954970215552718310 - 7^2 = 7^2 \cdot 2711 \cdot 94559 \cdot 4454615261$ | Beispiel 13 |
| $n_g = 55954970215552718310 + 13 = 13 \cdot 274093 \cdot 698359 \cdot 22486333$ | Beispiel 14 |
| $n_g = 55954970215552718310 - 13 = 13 \cdot 157 \cdot 2798233 \cdot 9797421449$ | Beispiel 15 |
| $n_g = 55954970215552718310 + 13^2 = 13^2 \cdot 331094498316879991$ | Beispiel 16 |
| $n_g = 55954970215552718310 - 13^2 = 13^2 \cdot 331094498316879989$ | Beispiel 17 |
| $n_g = 55954970215552718310 + 7 \cdot 13 \cdot 17 = 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 89 \cdot 881 \cdot 461298922459$ | Beispiel 16 |
| $n_g = 55954970215552718310 - 7 \cdot 13 \cdot 17 = 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 1279 \cdot 4969 \cdot 5691265079$ | Beispiel 19 |

Anmerkungen:

- Die in **Tab. 4** vorgestellten Beispiele erfüllen (ausnahmslos) das **Gesetz 1** - dies sowohl für die Addition als auch die Subtraktion einzelner Primzahlen ($p \leq p_n = 47$) als auch für die Addition bzw. Subtraktion beliebiger Produkte von Primzahlen ($p \leq p_n = 47$).
- Das Faktorisierungs- **Gesetz 1** hat zur Folge, dass die Primzahl-Dichten im Umfeld der Zahl $n_g = \Pi p_i = 614889782588491410$ eine fallende Tendenz zeigen - siehe **Tab. 3**.

In **Tab. 5** wird demonstriert, dass das **Gesetz 2** für alle Primzahlen gilt, die in den Fakultäten Πp_i nicht auftreten; diese Primzahlen können bei der Addition bzw. Subtraktion zu den Fakultäten Πp_i nicht auftreten - sie "verschmelzen" vielmehr zu (wesentlich) größeren Primzahl-Faktoren oder zu einer einzigen Primzahl. In **Tab. 5** wurden die Primzahlen: $p = 2, 3, 5, 7, \dots, 47$ sukzessive in der Fakultät $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 = 514889782588491410$ entfernt und danach addiert bzw. subtrahiert.

Die so gewonnenen Primzahl-Fakultäten bestätigen stets die Gültigkeit von **Gesetz 2**.

Tab. 5 - Die Bestätigung von Gesetz 2 bei Ausgrenzung einzelner Primzahlen: $p = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots$

| | |
|--|-------------|
| $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 2 = 307444891294245707$ | Beispiel 1 |
| $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 2 = 83 \cdot 21647 \cdot 17116335603$ | Beispiel 2 |
| $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 4 = 307444891294245701$ | Beispiel 3 |
| $n_g = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 3 = 103 \cdot 1303 \cdot 495973 \cdot 3079189$ | Beispiel 4 |
| $n_g = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 3 = 204963260862830457$ | Beispiel 5 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 5 = 1433 \cdot 3248661 \cdot 26417399$ | Beispiel 6 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 1 = 122977956517698281$ | Beispiel 7 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 5 = 5827 \cdot 35279 \cdot 598226969$ | Beispiel 8 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 1 = 87841397512641631$ | Beispiel 9 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 7 = 22204241 \cdot 3956063957$ | Beispiel 10 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 1 = 87841397512641629$ | Beispiel 11 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 7 = 321947 \cdot 272844280309$ | Beispiel 12 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 11 = 10459 \cdot 15073 \cdot 354580403$ | Beispiel 13 |

Tab. 5 - Fortsetzung

| | |
|--|-------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 11 = 356137 \cdot 156959459827$ | Beispiel 14 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 1 = 47299214045268571$ | Beispiel 15 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 13 = 47299214045268583$ | Beispiel 16 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 13 = 47299214045268557$ | Beispiel 17 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 17 = 264643 \cdot 136674641729$ | Beispiel 18 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 17 = 131 \cdot 18773 \cdot 118843 \cdot 123757$ | Beispiel 19 |

Tab. 5 Fortsetzung (Ausgrenzung der Primzahlen: 19, 23, 31, 37, 41, 43 bzw. 47 in der Fakultät $n_g = \prod p_i$)

| | |
|---|-------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 19 = 1723231 \cdot 18780198439$ | Beispiel 20 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 19 = 6917 \cdot 488701 \cdot 9573763$ | Beispiel 21 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 23 = 10081963 \cdot 2651699711$ | Beispiel 22 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 23 = 19157 \cdot 1395538882571$ | Beispiel 23 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 28 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 1 = 19835154277048111$ | Beispiel 24 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 31 = 19835154277048141$ | Beispiel 25 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 31 = 19835154277048079$ | Beispiel 26 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 1 = 19835154277048109$ | Beispiel 27 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 37 = 2663 \cdot 3209 \cdot 1944709201$ | Beispiel 28 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 37 = 157 \cdot 5369017 \cdot 18715197$ | Beispiel 29 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 43 \cdot 47 + 41 = 347 \cdot 353 \cdot 122436030151$ | Beispiel 30 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 43 \cdot 47 - 41 = 14997311770450969$ | Beispiel 31 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 47 + 43 = 14299762385778913$ | Beispiel 32 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 47 - 43 = 353 \cdot 40509241886059$ | Beispiel 33 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 + 47 = 13082761331670077$ | Beispiel 34 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 - 47 = 181 \cdot 72280449346243$ | Beispiel 35 |

Tab. 5 - Fortsetzung (Ausgrenzung der Primzahlen $p := 11, 19$ und 31 in der Fakultät $n_g = \prod p_i (p = 2$ bis $47)$)

| | |
|--|-------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 11 = 11 \cdot 181 \cdot 47667023801$ | Beispiel 36 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 11 = 127 \cdot 747283814077$ | Beispiel 37 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 19 = 1531 \cdot 61988925139$ | Beispiel 38 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 19 = 59 \cdot 118873 \cdot 13531753$ | Beispiel 39 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 31 = 16649 \cdot 5700345029$ | Beispiel 40 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 31 = 1439 \cdot 65952080881$ | Beispiel 41 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 11 \cdot 19 = 2011 \cdot 47192960909$ | Beispiel 42 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 11 \cdot 19 = 9483571 \cdot 10007311$ | Beispiel 43 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 11 \cdot 31 = 4639 \cdot 125711 \cdot 162739$ | Beispiel 44 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 11 \cdot 31 = 94905044387449$ | Beispiel 45 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 19 \cdot 31 = 10223 \cdot 53597 \cdot 173209$ | Beispiel 46 |

Tab. 5 - Fortsetzung bei (gleichzeitiger) Ausgrenzung der Primzahlen: $p = 11, 19$ und 31 :

| | |
|--|-------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 19 \cdot 31 = 223 \cdot 425583158687$ | Beispiel 47 |
|--|-------------|

$$n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 11 \cdot 19 \cdot 31 = 2111 \cdot 44957387201 \quad \text{Beispiel 49}$$

Tab. 5 - Fortsetzung mit addierten und subtrahierten Primzahlen $p > 47$ bzw. den Zahlen: +1 und -1:

| | |
|---|-------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 53 = 349 \cdot 244381 \cdot 1112747$ | Beispiel 50 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 61 = 94905044387851$ | Beispiel 51 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 73 = 94905044387863$ | Beispiel 52 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 103 = 94905044387893$ | Beispiel 53 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 71 = 94905044387719$ | Beispiel 54 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 79 = 94905044387711$ | Beispiel 55 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 89 = 94905044387701$ | Beispiel 56 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 1 = 11 \cdot 181 \cdot 47667023801$ | Beispiel 57 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 1 = 337 \cdot 281617342397$ | Beispiel 58 |

Tab. 5 - Fortsetzung - Die Generierung von Primzahl-Zwillingen mod 2 nach den Faktorosierrungs - Gesetzen
Beispiel:=

| | |
|---|---|
| $n_g = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37^2 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 - 1 = 2661857868825579313889$ | 1 |
| $n_g = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37^2 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 + 1 = 2661857868825579313891$ | 1 |
| $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19^2 \cdot 23 \cdot 29^2 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47^2 - 1 = 414018818192048213164019$ | 2 |
| $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19^2 \cdot 23 \cdot 29^2 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47^2 + 1 = 414018818192048213164021$ | 2 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19^2 \cdot 23 \cdot 29^2 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43^2 \cdot 47^2 - 1 = 684723430086848967925109$ | 3 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19^2 \cdot 23 \cdot 29^2 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43^2 \cdot 47^2 + 1 = 684723430086848967925111$ | 3 |
| $n_g = 2 \cdot 7 \cdot 23! - 1 = 221928234369323159999$ | 4 |
| $n_g = 2 \cdot 7 \cdot 23! + 1 = 221928234369323160001$ | 4 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Gesetze: Gesetz 1 und Gesetz 2 werden in allen in **Tab. 5** angeführten Rechenbeispielen stets erfüllt. Danach gelten diese Gesetze (eindeutig) in allen möglichen Primzahl - Faktorisierungen für alle nicht primen Zahlen.
- Aus Gesetz 2 folgt, dass in den Umgebungen nicht primen Zahlen $n_g = \prod p_i (p_i = 2, \text{ lückenlos bis } p_n)$ Zahlen-Intervalle mit geringen Primzahl-Dichten auftreten müssen. Diese Primzahl-Dichten müssen mit steigenden " p_n - Zahlen" immer geringer werden.
- Aus den vorgestellten Untersuchungen konnten die (tieferen) Ursachen für die ("wellenartigen") Schwankungen der Primzahl-Dichten in immer größeren Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) erkannt werden, wonach (jeweils) links und rechts auf die Intervalle mit geringen Primzahl-Dichten Intervalle mit wesentlich höheren Primzahl-Dichten auftreten (müssen).
- In **Anlage 2** wurden diese (wellenartigen) Primzahl-Dichten für die Umgebungen der Fakultäten $\prod p_i (p = 2 \text{ bis } p_n := 17, 19, \dots, 251)$ in den Intervallen := -1000 bis +1000 mit der MuPAD - Methode bestimmt und kommentiert. Aus diesen Untersuchungen resultieren die Ursachen für die wellenartigen Schwankungen der Primzahl-Dichten, die sich in wachsenden Abständen (modulartig) wiederholen, sofern die höchsten Primzahlen (p_n) in den Fakultäten $\prod p_i$ unverändert bleiben. Sofern diese (oberen) Primzahlen (p_n) zunehmend in den Fakultäten $\prod p_i$ erhöht werden, gelangt man in Zahlenbereiche mit (zwangsweise) geringeren wellenartigen Primzahl-Dichten. Diese Gesetzmäßigkeiten konnten von den früheren großen Mathematikern nicht erschlossen werden, da diesen keine PC-Rechner und geeignete Testverfahren zur Verfügung gestanden hatten.

Die Ableitung der Gesetzmäßigkeit für Zahlen-Intervalle mit geringen Primzahl-Dichten:

Die Ableitung der Gesetzmäßigkeit für Zahlen-Intervalle mit geringen Primzahl-Dichten:

Den Primzahl-Forschern ist seit langem bekannt, dass in großen Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) immer wieder Zonen mit geringen Primzahl-Dichten auftreten, auf die Zonen mit höheren Primzahl-Dichten folgen. Die tieferen Gründe für diese Schwankungen der Primzahl-Dichten konnten bisher jedoch nicht entdeckt werden.

Ausgehend von der in Tab. 3 abgeleiteten Primzahl-Dichte in der Umgebung der Zahl $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 23 = 223.092.870$, wo im Abstand von $\Sigma \Delta = 132$ sechs Primzahlen situiert sind (was einem mittleren Abstand von $\Sigma \Delta / 5 = 26,4$ entspricht) wurden in Tab. 6 die Primzahl-Dichten analysiert, die in größeren Abständen von n_g auftreten. Diese Zeile wurde in Tab. 3 unterstrichen hervorgehoben.

In Tab. 6 wurden die Abstände: $\Delta_1 = \pm 29 \cdot 31 = 899$ und $\Delta_2 = \pm 29 \cdot 31 \cdot 37 = 33263$ gewählt. Die in diesen Fakultäten auftretenden Primzahlen: $p_j = 29, 31, 37$ sind größer als die oberste Primzahl ($p_n = 23$), die in der Fakultät $n_g = \Pi p_i = 223.092.870$ vorkommt. In Tab. 6 wurden die sich ergebenden Primzahl-Dichten: $\Sigma \Delta$ ermittelt, die in den Umgebungen der Zahlen: $n_g = 223.092.870 \pm 899$ und $n_g = 223.092.870 \pm 33263$ auftreten.

Tab. 6 - Die Bestimmung der Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Zahlen: $n_g \pm 899 = 29 \cdot 31$ und $n_g \pm 33263 = 29 \cdot 31 \cdot 37$ sowie $n_g = 1363783 = 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41$. Die Fortsetzung der Primzahlen, die in der Umgebung von $n_g = 223092870$ weiter links und rechts von den Primzahlen gem. Tab. 3 auftreten - hier werden jeweils zwei Abschnitte mit jeweils sechs Primzahlen vorgestellt:

| | | | | | | | |
|---|---------------------------------|-------------------|---------------------------|------------------------------|----------------------|--------------------------------|-----------------------|
| $n_g = 223092870 - 899 = 223091971$ | $\Delta_1 = -1009$ | $\Delta_2 = -997$ | $\Delta_3 = -983$ | $\Delta_4 = -953$ | $\Delta_5 = -911$ | $\Delta_6 = -907$ | $\Sigma \Delta = 102$ |
| $n_g = 223092870 + 899 = 223093769$ | <u>+899</u> (29 · 31) | +929 | +937 | +941 | +1031 | +1039 | 140 |
| ----- | | | | | | | |
| $n_g = 22309870 - 33263 = 223059607$ | -33317 | -33311 | -33277 (107 · 311) | -33263 (29 · 31 · 37) | -33257 (7 · 4751) | -33239 (43 · 773) | 78 |
| $n_g = 22309870 + 33263 = 223126133$ | +33263 (29 · 31 · 37) | +33317 | +33323 | +33343 | +33349 | +33377 | 114 |
| ----- | | | | | | | |
| $n_g = 223092870 - 1363783 = 221729087$ | -1363883 | -1363867 | -1363853 (127 · 10739) | -1363841 (29 · 131 · 353) | -1363799 | -363783 (29 · 31 · 37 · 41) | 100 |
| $n_g = 223092870 + 1363783 = 224456653$ | +1363783 (29 · 31 · 37 · 41) | +1363787 | +1363837 | +1363841 (29 · 131 · 359) | +1363847 | +1363861 (541 · 2521) | 78 |
| ----- | | | | | | | |
| $n_g = 223092870 - 79 = 223092791$ | <u>Intervall 2</u> -181 | -137 | -127 | -113 | -101 | -97 | 84 |
| $n_g = 223092870 + 53 = 223092923$ | <u>Intervall 4</u> +67 | +79 | +101 | +109 | +131 | +193 | 126 |
| ----- | | | | | | | |
| $n_g = 223092870 - 181 = 223092689$ | <u>Intervall 3</u> -293 | -283 | -269 | -239 | -199 | -197 | 96 |
| $n_g = 223092870 + 193 = 223093063$ | <u>Intervall 5</u> +199 | +223 | +229 | +241 | +251 | +263 | 64 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In Tab. 3 und in Tab. 6 wurden insgesamt 30 Primzahlen bestimmt, die in der direkten Umgebung der geraden Zahl $n_g = \Pi p_i = 223092870$ auftreten - jeweils 15, die links von n_g situiert sind und 15, die rechts von n_g situiert sind. Alle diese (30) Primzahlen treten (ausschließlich) in Primzahl-Abständen

sich die folgenden (variierenden) Primzahl-Dichten:

| | |
|--|---|
| <u>Die Primzahl-Dichte im Intervall 1:</u> | $\Sigma \Delta = 132$ - Abstands-Dichte: $\Sigma \Delta / 5 = 132 / 5 = 26,4$ |
| <u>Die Primzahl-Dichte im Intervall 2:</u> | $\Sigma \Delta = 84$ - Abstands-Dichte: $\Sigma \Delta / 5 = 84 / 5 = 16,8$ |
| <u>Die Primzahl-Dichte im Intervall 3:</u> | $\Sigma \Delta = 96$ - Abstands-Dichte: $\Sigma \Delta / 5 = 96 / 5 = 19,2$ |
| <u>Die Primzahl-Dichte im Intervall 4:</u> | $\Sigma \Delta = 126$ - Abstands-Dichte: $\Sigma \Delta / 5 = 126 / 5 = 25,2$ |
| <u>Die Primzahl-Dichte im Intervall 5:</u> | $\Sigma \Delta = 64$ - Abstands-Dichte: $\Sigma \Delta / 5 = 64 / 5 = 12,8$ |

Aus diesen Analysen folgt, dass die Primzahl-Dichte in der direkten (nahen) Umgebung von n_g am geringsten ist und in den weiter links situierten Intervallen schnell ansteigt und in dem weiter rechts situierten Intervall (Intervalle 4) zunächst gering bleibt, im darauf folgenden Intervall (Intervall 5) aber signifikant größer wird. Am geringsten ist die Primzahl-Dichte im direkten Umfeld von n_g wo die aufeinander folgenden Primzahlen im Abstand $\Delta_3 + \Delta_4 = 80$ auftreten.

3. Aus **Tab. 6** geht hervor, dass ab den Abständen: $\Delta := 29 \cdot 31, 29 \cdot 31 \cdot 37, 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41$ auch nicht prime Abstände der Primzahlen (bezogen auf $n_g = 22309870$) auftreten können, wobei diese Zahlen (Δ) jeweils aus Primzahl-Fakultäten stammen, in denen nur größere Primzahlen auftreten als $p_n = 23$.
4. Aus **Tab. 6** ist zu entnehmen, dass in den hier analysierten Intervallen nur der Zwillinge mod 2: (223092671, 223092673) vorkommt, der in den Abständen: $\Delta = -199$ und $\Delta = -197$ von n_g im Intervall 3 auftritt. Dieser Zwilling mod 2 wurde in **Tab. 6** strichliniert markiert. Sofern das Intervall 5 um drei weitere Intervalle a' sechs Primzahlen erweitert wird, erscheint im Intervall 8 der Zwilling mod 2: (223093511, 223093513), der von der geraden Zahl ($n_g = 223092870$) in den Primzahl-Abständen: $\Delta = +641$ und $\Delta = +643$ entfernt ist.
5. Durch eine ähnliche Analyse der Primzahl-Dichten für die Zahlen $n_g = \prod p_i, p_n := 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, \dots$ kann der Nachweis erbracht werden, dass die Primzahl-Dichten in den Umgebungen dieser geraden Zahlen ein gleiches Verhalten aufweisen, wie die Primzahl-Dichten, die im Umfeld der geraden Zahl n_g , die in **Tab. 6** analysiert wurden. Dabei ist beachtlich, dass die Primzahl-Dichten im Intervall 1 (wie aus **Tab. 3** entnommen werden kann) mit steigendem Wert der höchsten Primzahl (p_n) in der Fakultät $n_g = \prod p_i$ fallende Werte aufweisen müssen.
6. Durch die in **Tab. 3** und **Tab. 6** vorgenommenen Analysen, konnten (wie ersichtlich) die tieferen Gründe gefunden werden, die den Schwankungen der Primzahl-Dichten in steigenden Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) zugrunde liegen. Die aus **Tab. 6** gewonnenen Erkenntnisse finden ihre volle Bestätigung in **Anlage 2** - siehe auch die dortigen Kommentare. Diese Thematik soll nun durch die Analyse der Primzahl-Dichten im Umfeld der Fakultäten $n_g = n!$ erweitert werden.

Die Darstellung der Fakultäten $n_g = n!$ durch die Fakultäten $n_g = 2^{n^1} \cdot 3^{n^2} \cdot 5^{n^3} \cdot 7^{n^4} \cdot \dots \cdot p^m$:

Im mathematischen Schrifttum wurde das Auftreten primzahlfreier Intervalle in der Umgebung der geraden Zahlen $n_g = n!$ bisher nur vereinfachend untersucht, verbunden mit der Schlussfolgerung, dass in der Zahlenfolge

$n! + 2, n! + 3, n! + 4, \dots, n! + n + 1$ Anmerkung: $n! + 1$ kann fallweise eine Primzahl sein..

keine Primzahlen auftreten können, und dass daher auf beliebig große Fakultäten $n!$ bei steigenden Werten von n ($n \rightarrow \infty$) beliebig große primzahlfreie Zahlen-Intervalle auftreten müssen.

In die bisher angestellten Betrachtungen wurden jedoch die primzahlfreien Intervalle nicht einbezogen, die "im Vorfeld" der Fakultäten $n!$ auftreten. Die Ergänzung der hier erforderlichen Analysen soll anhand von **Tab. 5** erfolgen. In **Tab. 7** wurden die Fakultäten $n!$ durch Primzahl-Fakultäten dargestellt. In **Tab. 5** wurden (ausgenommen die Fakultät 4!) nur die Fakultäten der Primzahlen bis $p=23$ angeführt und die in der Umgebung dieser Fakultäten auftretenden sechs direkt benachbarten Primzahlen und deren Summen-Abstand $\Sigma \Delta$ bestimmt. Die primzahlfreien Zonen in den Umgebungen der Fakultäten $n!$ sind größer als bisher vermutet wurde und zeigen ein stetiges Wachstum bei ansteigenden Fakultäten: $n_g = n!$.

Tab. 7 Die Bestimmung der Primzahlen im Umfeld der Fakultäten $n!$:

Die primzahlfreien Zonen in den Umgebungen der Fakultäten $n!$ sind größer als bisher vermutet wurde und zeigen ein stetiges Wachstum bei ansteigenden Fakultäten: $n_g = n!$.

Tab. 7 Die Bestimmung der Primzahlen im Umfeld der Fakultäten $n!$:

| $n! :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $2! = 1 \cdot 2 = 2$ | | | | | | | |
| $3! = 2 \cdot 3 = 6$ | | | | +1 | +3 | +5 | 4 |
| $4! = 2^3 \cdot 3 = 24$ | | | -3 | -1 | +1 | +5 | +7 |
| $5! = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ | -7 | -5 | -1 | +5 | +7 | +13 | 20 |
| $7! = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5040$ | -13 | -11 | -7 | +7 | +11 | +17 | 30 |
| $11! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 39916800$ | -19 | -17 | -1 | +11 | +19 | +37 | 56 |
| $13! = 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 6227020800$ | -43 | -17 | -13 | +1 | +17 | +19 | 62 |
| $17! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 = 355687428096000$ | -67 | -61 | -23 | +67 | +73 | +109 | 176 |
| $19! = 2^{16} \cdot 3^8 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 = 121645100408832000$ | -239 | -61 | -59 | +31 | +53 | +59 | 298 |
| $23! = 2^{19} \cdot 3^{10} \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 = 25852016740665940000$ | -199 | -197 | -113 | -101 | +89 | +109 | +113 |
| | -197 | -191 | -89 | +97 | +109 | +149 | 346 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die in Tab. 7 auftretenden Zwillinge mod 2 wurden durch strichlinierte Linien markiert und die Abstände $\Delta = \pm 1$ wurden fett gedruckt hervorgehoben.
- In Tab. 7 findet das (bereits in Tab. 3 gefundene) Gesetz die Bestätigung, dass im Umfeld der Zahlen $n_g = \prod p_i$ alle Primzahlen, die links und rechts von der geraden Zahl (n_g) auftreten, nur in Primzahl-Abständen: $\Delta = \pm p_j > p_n$ auftreten können. Des weiteren treten jedoch in der Folge: Δ_i nicht alle Primzahlen $p_j > p_n$ auf. Dies ist die tiefere Ursache für die Abnahme der Primzahl-Dichten.
- Ein Vergleich der Primzahl-Dichten, die in Tab. 7 und in Tab. 3 auftreten, zeigt, dass im Umfeld der Fakultäten $n!$ wesentlich kleinere Primzahl-Dichten auftreten als im Umfeld der Fakultäten $n_g = \prod p_i$. wiewohl in beiden Fakultäten die gleichen Primzahlen auftreten. Hierzu die folgende Hilfstabelle 1, aus der ersichtlich ist, in welchem "Maße" die Zahlen $n_g = \prod p_i$ in den Fakultäten $n!$ in höhere Zahlen-Intervalle verschoben werden:

Hilfstabelle: - Die Verschiebung der Zahlen $n_g = \prod p_i$ in den Fakultäten $n!$

| $n_g = \prod p_i :=$ | $p_n! :=$ | Faktor $p_n! / \prod p_i = k$ |
|--|------------------------------|-------------------------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ | $5! = 120$ | $k = 4$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ | $7! = 5040$ | $k = 24$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310$ | $11! = 39916800$ | $k = 17280$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 13 = 30030$ | $13! = 6227020800$ | $k = 207360$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 17 = 510510$ | $17! = 355687428096000$ | $k = 6967295998$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 19 = 9699690$ | $19! = 121645100408832000$ | $k > 12541249160$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 23 = 223092870$ | $23! = 15852016740665940000$ | $k > 115880067100$ |

- In der folgenden Hilfstabelle 2 werden die Primzahl-Dichten im direkten Umfeld der geraden Zahlen: $n_g = \prod p_i$ und $n_g = p_n!$ miteinander verglichen - als Maßstab dient dabei der Abstand $\Sigma \Delta$ innerhalb dessen sechs Primzahlen situiert sind.

Hilfstabelle 2: - Der Vergleich der Primzahl-Dichten im Umfeld von $n_g = \prod p_i$ und $n_g = p_n!$

| $n_g = \prod p_i :=$ | $\Sigma \Delta :=$ | $n_g = p_n! :=$ | $\Sigma \Delta :=$ |
|----------------------|--------------------|-----------------|--------------------|
|----------------------|--------------------|-----------------|--------------------|

| | | | |
|--|--------------------|--------------|--------------------|
| $n_g = \Pi p_i$ | $\Sigma \Delta :=$ | $n_g = p_n!$ | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ | 46 | $n_g = 11!$ | 62 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ | 60 | $n_g = 13!$ | 176 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$ | 96 | $n_g = 17!$ | 298 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$ | 82 | $n_g = 19!$ | 310 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$ | 132 | $n_g = 23!$ | 402 |

Anmerkung:

Aus den Quotienten: $\Sigma \Delta/5$ resultieren die mittleren Abstände in denen jeweils die sechs ermittelten Primzahlen in den Umgebungen der Zahlen: $n_g = \Pi p_i$ und $n_g = p_n!$ auftreten. Aus **Tab. 3** und **Tab. 5** ist zu entnehmen, dass diese sechs Primzahlen (paarweise) unterschiedliche Abstände aufweisen.

5. Der Leser, der die hier entdeckten Gesetze der variierenden Primzahl-Dichten in steigenden Zahlen-Intervallen nachprüfen möchte, kann (ausgehend von **Tab. 3**) weitere Tabellen generieren, in denen die geraden Primzahl-Fakultäten: $n_g = \Pi p_i$ mit beliebigen Faktoren $k \geq 2$ multipliziert wurden. Dieser mathematisch interessierte Leser wird sich danach davon überzeugen, dass die bislang nicht verstandenen Schwankungen der Primzahl-Dichten in immer größer werdenden Zahlen-Intervallen ($n \rightarrow \infty$) konkret nachvollziehbare Ursachen haben und sich in "länger werdenden" Wellen fortsetzen..
6. Von großer Wichtigkeit für das Verständnis der Schwankungen der Primzahl-Dichten ist noch das Verständnis des Grenzbereiches bis zu dem die Abstände der Primzahlen $p_i = \Pi p_i \pm \Delta_{prim}$ gültig sind. Aus den Analysen, die in **Tab. 4** vorgestellt wurden, geht hervor, dass die Grenze dieses Gesetzes bis zur Grenz-Zahl $n_u = p_{n-1} \cdot p_n$ reicht. "Große Fakultäten Πp_i " weisen deshalb lange Zonen mit geringen Primzahl-Dichten auf, wobei der in der Hilfstabelle 2 angeführte Faktor "k" eine Rolle spielt.
7. In **Tab. 8** wurden Primzahl-Fakultäten "mit ausgeblendeten Primzahlen" bzw. mit Primzahlen die in gewissen Potenzen auftreten, für die Fakultät $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$ näher analysiert. Dabei zeigt sich ein abweichendes Verhalten der Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Zahlen (n_g). Insbesondere können hier "nicht prime Abstände" (Δ) zwischen den aufeinander folgenden Primzahlen auftreten, die relativ klein sein können.

Tab. 8 - Die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Zahlen $n_g = \Pi p_i$, $p_1 = 2$ bis $p_n = 23$, in denen einzelne Primzahlen nicht auftreten bzw. in Potenzen auftreten:

| $n_g :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta:$ |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------------|
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 223092870 | -79 | -61 | -43 | +37 | +47 | +53 | 132 |
| $n_g = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 74364290 | -9 | <u>-3</u> | ----- -1 | +9 | +41 | +71 | 80 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 44618574 | -43 | -31 | <u>-5</u> | +25 | +47 | +61 | 126 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 31870410 | -43----- | -41 | <u>-7</u> | +31 | +49 | +61 | 104 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 20281170 | -29 | <u>-11</u> | -1 | +29 | +41 | +59 | 88 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 17160990 | -31----- | -29 | -1----- | +1 | <u>+13</u> | +31 | 62 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 13123110 | -47 | -31----- | -29 | +1 | +37 | +59 | 106 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 =$ = 11741730 | -43----- | -41 | -1 | +29 | +41----- | +43 | 86 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 =$ = 9699690 | -41 | -37 | -23 | +23 | +37 | +41 | 82 |
| $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 466185740 | -97 | -37 | -31 | +37 | +61 | +67 | 164 |
| $n_g = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 699278610 | -89 | -67 | -1 | +49 | +67 | +83 | 172 |

Tab. 8 - Fortsetzung

| | | | | | | | |
|--|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| = 466185740 | -97 | -37 | -31 | +37 | +61 | +67 | 164 |
| $n_g = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 699278610 | -89 | -67 | -1 | +49 | +67 | +83 | 172 |
| Tab. 8 - Fortsetzung | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 1165464350 | -67 | -51 | -33 | +21 | +53 | +89 | 156 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 1631650090 | -47 | -33 | -23 | +1 | +27 | +37 | 84 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 2564021570 | -81 | -63 | -57 | +21 | +29 | +69 | 150 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 3030207310 | -57 | -47 | -17 | +7 | +21 | +121 | 178 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17^2 \cdot 19 \cdot 23 =$ = 3962578790 | -111 | -21 | -19 | +21 | +53 | +57 | 168 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19^2 \cdot 23 =$ = 4428764530 | -39 | -17 | -11 | +3 | +51 | +99 | 138 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23^2 =$ = 5361136010 | -91 | -67 | -7 | +9 | +33 | +63 | 154 |
| $n_g = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 = 10623470$ | -27 | -9 | -7 | +21 | +29 | +41 | 68 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 = 2451570$ | -31 | -29 | -13 | +7 | +31 | +49 | 80 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23 = 1193010$ | -59 | -43 | -41 | +1 | +11 | +31 | 74 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 23 = 903210$ | -47 | -31 | -13 | +1 | +13 | +41 | 88 |
| $n_g = 2 \cdot 10623491 = 21246982$ | -51 | -35 | -33 | +1 | +19 | +37 | 88 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In **Tab. 8** wurden alle Zwillinge mod 2 mit gestrichelten Linien verbunden und die nicht primen Abstände (Δ) wurden kursiv gedruckt.
2. Die in den Fakultäten $n_g = \prod p_i$ nicht auftretenden Primzahlen treten (fallweise) in den Abständen (Δ) auf. Diese (primen) Abstände wurden in **Tab. 6** unterstrichen markiert.
3. Die in den Fakultäten $n_g = \prod p_i$ nicht auftretenden Primzahlen, kommen (fallweise) quadratisch in den nicht primen Abständen vor - siehe z.B. die Abstände $\Delta = 9 = 3^2$, $25 = 5^2$ und $49 = 7^2$.
4. In den Fakultäten $n_g = \prod p_i$, in denen einzelne Primzahlen doppelt multipliziert sind, treten zahlreiche nicht prime Abstände auf, die kursiv notiert wurden.
5. Die in **Tab. 8** ermittelten Primzahl-Zwillinge mod 2 wurden in der (folgenden) **Hilfstabelle 3** unter der Angabe ihrer Klassen - Zugehörigkeit ausgewiesen in der Reihenfolge in der sie in **Tab. 6** auftreten:

Hilfstabelle 3:

| Zwilling mod 2: | Element der Klassenfolge:= | n:= |
|--------------------------|----------------------------|-----------------|
| (74.364.287, 74.364.289) | $18 + n \times 30$ | $n = 2.478.809$ |
| (31.870.367, 31.870.369) | $18 + n \times 30$ | $n = 1.062.345$ |
| (17.160.959, 17.160.961) | $30 + n \times 30$ | $n = 572.032$ |
| (17.160.989, 17.160.991) | $30 + n \times 30$ | $n = 572.033$ |
| (2.451.539, 2.451.541) | $30 + n \times 30$ | $n = 81.718$ |
| (21.246.947, 21.246.949) | $18 + n \times 30$ | $n = 708.231$ |

In **Tab. 9** wurden (in Ergänzung zu **Tab. 8**) die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Fakultäten: $6!$, $8!$, $9!$, $10!$, $12!$, $14!$, $15!$, $16!$, $18!$ und $20!$ (durch PC-Teste) ermittelt. Dabei konnte festgestellt werden, dass im

Umfeld all dieser Fakultäten ausschließlich prime Abstände (Δ_{prim}) auftreten, und dass die Primzahl-Dichten stetig (bei steigenden Fakultäten) geringer werden.

Tab. 9 - Die Bestimmung der Primzahl-Dichten im Umfeld der Fakultäten: 6!, 8!, 9!, 10!, 12!, 14!, 15!, 16!, 18! und 20!:

| $n! :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta$ |
|-------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------------|
| 6! = 720 | -19 | -11 | -1 | +7 | +13 | +19 | 38 |
| 8! = 40.320 | -43 | -37 | -1 | +23 | +31 | +37 | 80 |
| 9! = 362.880 | -29 | -17 | -13 | +17 | +23 | +31 | 60 |
| 10! = 3.626.800 | -23 | -17 | -11 | +11 | +19 | +41 | 64 |
| 12! = 479.001.600 | -17 | -13 | -1 | +29 | +43 | +59 | 76 |
| 14! = 87.178.291.200 | -43 | -17 | -1 | +19 | +41 | +71 | 72 |
| 15! = 1.307.674.368.000 | -71 | -59 | -47 | +43 | +149 | +179 | 250 |
| 16! = 20.922.789.888.000 | -89 | -71 | -53 | +23 | +41 | +73 | 162 |
| 18! = 6.402.373.905.728.000 | -47 | -43 | -41 | +37 | +61 | +73 | 120 |
| 20! = 243.290.200.817.664.000 | -139 | -61 | -53 | +41 | +53 | +181 | 320 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die in **Tab. 9** ermittelten Primzahl-Dichten im Umfeld der Fakultäten: 6!, 8!, 9!, 10!, 12!, 14!, 15!, 16!, 18! und 20! ergänzen die in **Tab. 8** ermittelten Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Fakultäten: 2!, 3!, 4!, 5!, 7!, 11!, 13!, 17!, 19! und 23!.
- Die in **Tab. 9** ermittelten Primzahlen, die in den Umgebungen dieser Fakultäten auftreten, bestätigen die Gesetzmäßigkeit, dass alle Primzahlen, die in den Umfeldern der Fakultäten $n_g = n!$ auftreten, stets nur in Primzahl-Abständen vom Typ: $\pm \Delta_{prim}$ auftreten können. Des weiteren wird hier bestätigt, dass die mittleren Primzahl-Dichten in zunehmend größeren Zahlen-Intervallen: $n!$ eine signifikante Tendenz zu fallenden Werten aufweisen, da die Summen-Abstände: $\Sigma \Delta$, zwischen den 6 (hier lokalisierten) Primzahlen ein stetiges Wachstum aufweisen, m.a.W. der mittlere Abstand: $\Sigma \Delta / 6$ zunehmend steigt.
- In **Tab. 9** wurde der Zwilling mod 2: (6402373905727957, 6402373905727959) gefunden, der in der Klasse: $18 + n \times 30$, $n = 21341246357598$ situiert ist. Dieser Zwilling mod 2 wurde durch eine unterbrochene Linie markiert. Sofern man die Intervalle um die Zahlen $n!$ vergrößert, kann man weitere Zwillinge mod 2 finden. Dies besagt, dass auch in den großen Zahlen-Intervallen mit den sehr geringen Primzahl-Dichten Zwillinge mod 2 situiert sein können. In derartigen Zwillingen mod 2 können die Fakultäten $n_g = n!$ auch direkt im Abstand $\Delta = \pm 1$ situiert sein. Diese Zwillinge mod 2 sind Elemente der Klasse: $30 + n \times 30$.
- Das Gesetz dem die Abnahme der Primzahl-Dichten in großen Zahlen-Intervallen unterliegt:**

Aus den Analysen, die in **Tab. 3**, **Tab. 5**, **Tab. 8** und **Tab. 9** demonstriert wurden, resultiert das folgende Gesetz dem die Dichte-Schwankungen der Primzahlen in immer größeren Zahlen-Intervallen ($n \rightarrow \infty$) folgen müssen:

Das Gesetz der Dichte-Schwankungen der Primzahlen in wörtlicher Formulierung:

Die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Fakultäten $n_g = \Pi p_i$ ($p_i = 2$ lückenlos bis $p_i = p_n$) und der Fakultäten $n!$ - definiert durch die mittleren Abstände: $\Sigma \Delta / 6$ - unterliegen mit steigenden Primzahlen p_{n+1} (Nachfolger von p_n) zwangsweise einer definierten Reduktion, wobei in den Intervallen zwischen $n_g = \Pi p_i$ und $n_g = p_{n+1} \cdot \Pi p_i$ sowie $n_g = n!$ und $n_g = (n+1)!$ wieder höher Primzahl-Dichten folgen, die von den Bildungsgesetzen der hier auftretenden geraden Zahlen abhängig sind. In den direkten Umgebungen von $n_g = \Pi p_i$ und $n_g = n!$ treten alle Primzahlen ($p_i < n_g$ und $p_i > n_g$) ausschließlich in Primzahl-Abständen (Δ_{prim}) auf.

Durch das hier nachgewiesene Gesetz der Dichte-Schwankungen der Primzahlen in anwachsenden Zahlen-Intervallen ($n \rightarrow \infty$) konnte nach Wissen des Verfassers erstmalig der (bisher verborgene) Grund für die Primzahl-Dichte-Schwankungen in steigenden Zahlen-Intervallen erkannt werden.

Anhand des folgenden Beispiels kann die primzahlfreie Zone in der Umgebung der Fakultät $n_g = \Pi p_i$, $p_1 = 2$ bis $p_n = 25852016740665940103$ (dies ist die zweit größte in Tab. 7 im Umfeld der Fakultät $23!$ getestete Primzahl) annähernd bestimmt werden, wobei es auf die (detaillierte) Bestimmung dieser enorm großen Zahl $n_g = \Pi p_i$ nicht ankommt. Die auf p_n folgende Primzahl ist die Primzahl $p_{n+1} = 2565201674066590163$. Möglich sind hier die folgenden vier Varianten:

Variante 1: In der direkten Umgebung von n_g ist ein Zwilling mod 2 ($n_g - 1, n_g + 1$) situiert, der Element der Folge $30 + 30n$ ist.

Variante 2: In der direkten Umgebung von n_g ist die Primzahl $n_g - 1$ situiert, der eine Primzahl $p \leq n_g - (p_{n+1} = 25852016740665940163)$ vorangeht, wobei auf die Primzahl $n_g - 1$ eine Primzahl $p \geq n_g + (p_{n+1} = 25852016740665940163)$ folgt.

Variante 3: In der direkten Umgebung von n_g ist die Primzahl $n_g + 1$ situiert, der eine Primzahl $p \leq n_g - (p_{n+1} = 25852016740665940163)$ vorangeht und die Primzahl $p \geq n_g + (p_{n+1} = 25852016740665940163)$ auf die Primzahl $n_g + 1$ folgt.

Variante 4: Die ungeraden Zahlen: $n_g - 1$ und $n_g + 1$ sind nicht prim, dann ist vor der geraden Zahl $n_g = \Pi p_i$ eine Primzahl $p \leq n_g - (p_{n+1} = 25852016740665940163)$ situiert, auf die eine Primzahl $p \geq n_g + (p_{n+1} = 25852016740665940163)$ folgt.

Das "Vorschau-Ergebnis" lautet:

1. Im Abstand von $\Delta \geq 2 \times 25852016740665940163 = 51704033481331880326$ können (fallweise) vier, drei bzw. zwei Primzahlen im Umfeld der geraden Zahl $n_g = \Pi p_i$ situiert sein. Überdies können alle Primzahlen, die weiter entfernt im Umfeld von $n_g = \Pi p_i$ vorkommen nur in Primzahl-Abständen $\pm \Delta_{prim}$ auftreten.
2. Bis auf die (fallweise) möglichen Primzahlen $n_g - 1$ und $n_g + 1$ können im direkten Umfeld von $n_g = \Pi p_i$ nur Primzahlen in den Abständen: $\pm \Delta_{prim} \geq p_{n+1} = 25852016740665940163$ auftreten.
3. Weitere Informationen über die Schwankungen der Primzahl-Dichten in mittleren und großen Zahlen-Intervallen können aus Anlage 3 entnommen werden.

Die Schlussfolgerung aus dem vorgestellten Rechen-Beispiel lautet:

Die Primzahl-Dichten, die in beliebig großen Zahlen-Intervallen um die Zahlen $n_g = \Pi p_i$, von $p_1 = 2$ bis $p_n \rightarrow \infty$, sowie um die Zahlen $n!$, $n \rightarrow \infty$ auftreten, können nach dem hier unter Beweis gestellten Gesetz der Primzahl-Dichten rechnerisch annähernd bestimmt werden, was bisher als unmöglich galt.

6. Der Beweis, dass es unendlich viele Zwillinge mod 4 gibt, die in sechs Klassen auftreten:

In der Primzahl-Forschung wurde bisher nur, die in dieser Monographie unter Beweis gestellte Vermutung, dass die Zwillinge mod 2 wahrscheinlich in einer unendlichen Zahl auftreten, aufgestellt, nicht aber die Vermutung, dass auch die "Semi-Zwillinge mod 4" in einer unendlichen Zahl auftreten.

Für diese (bislang nicht geäußerte) Vermutung, zu der man bei der Analyse der Verteilungen der Zwillinge mod 4 in der Folge der Primzahlen: $p = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 \dots$ gelangt, soll nun der Beweis erbracht werden. Der Leser wird dabei auch auf die Anlage 2 hingewiesen.

Der Ausgangspunkt zu diesem Beweis ist die in **Tab. 10** vorgestellte Aufteilung der natürlichen Zahlen in vier gleichmächtige (unendliche) Teilfolgen:

Tab. 10 - Die Aufteilung der Folge der natürlichen Zahlen (n) in vier gleichmächtige Teilfolgen:

| | |
|---|---|
| Folge 1 : 1, 5, 9, <u>13, 17</u> , 21, 25, 29, 33; <u>37, 41</u> , ... $(1+4n)$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ | <u>Anmerkungen:</u> Folge 1 ist Primzahl-aktiv |
| Folge 2: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, ... $(2+4n)$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ | Folge 2 ist Primzahl-passiv |
| Folge 3: <u>3, 7, 11</u> , 15, <u>19, 23</u> , 27, 31, 35, 39, <u>43</u> , ... $(3+4n)$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ | Folge 3 ist Primzahl-aktiv |
| Folge 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ... $(4+4n)$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ | Folge 4 ist Primzahl-passiv |

Anmerkungen:

- Die Folge 1 ist eine Dirichlet-Progression, in der unendlich viele Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auftreten (die einzige Primzahl $p = 5$ mit der Endziffer EZ5 kommt hier nur einmal vor. Alle in der Folge 1 auftretenden Primzahlen ergeben bei der Teilung durch die Zahl $n = 4$ den Rest 1.
- Die Folge 3 ist eine Dirichlet-Progression, in der unendlich viele Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auftreten. Alle Primzahlen der Folge 3 ergeben bei der Teilung durch die Zahl $n = 4$ den Rest 3.
- Aus **Tab. 10** ist ersichtlich, dass Zwillinge mod 4 stets nur aus Primzahlen der Folge 1 oder aber aus der Folge 3 gebildet werden können. Diese Zwillinge mod 4 wurden in **Tab. 9** jeweils unterstrichen markiert, wobei alle Primzahlen fett gedruckt wurden, die nicht primen Zahlen aber normal gedruckt.
- Aus **Tab. 10** ist ersichtlich, dass die in der Folge 3 auftretenden Zwillinge mod 4: (3, 7) und (7, 11) ein (über die Primzahl $p = 7$) verkettetes Zwillings-Paar mod 4 bilden. Weitere "verkettete Zwillinge mod 4" können (offensichtlich) in den Folgen 1 und Folge 3 nicht auftreten.

Aus **Tab. 10** resultiert die Schlussfolgerung, dass es acht Klassen von Primzahlen gibt, die gemäß **Tab. 11** in zwei Oberklassen zusammengefasst werden können:

Tab. 11 - Die Klassen-Teilung der Primzahlen, die in den Folgen 1 und 3 auftreten:

Oberklasse I - Alle Primzahlen der Folge 1, die bei Division durch 4 den Rest 1 ergeben

| |
|---|
| Klasse 1: Alle Primzahlen der Folge 1 mit EZ1: 41, 61, 101, 141 ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |
| Klasse 2: Alle Primzahlen der Folge 1 mit EZ3: 13, 53, 73, 113 ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |
| Klasse 3: Alle Primzahlen der Folge 1 mit EZ7: 17, 37, 77, 97 ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |
| Klasse 4: Alle Primzahlen der Folge 1 mit EZ9: 29, 89, 109, 149 ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |

Oberklasse II - Alle Primzahlen der Folge 3, die bei der Division durch 4 den Rest 3 ergeben:

| |
|--|
| Klasse 5: Alle Primzahlen der Folge 3 mit EZ1: 11, 31, 71, 131, ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |
| Klasse 6: Alle Primzahlen der Folge 3 mit EZ3: 3, 23, 43, 83, ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |
| Klasse 7: Alle Primzahlen der Folge 3 mit EZ7: 7, 47, 67, 107, ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |
| Klasse 8: Alle Primzahlen der Folge 3 mit EZ9: 19, 59, 79, 139, ... Primzahlen im Abstand mod $20n$, $n \geq 1$ |

Anmerkung und Schlussfolgerungen:

- Dirichlet hatte bekanntlich nur vier Primzahl-Klassen unterschieden, die Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9. Die Einführung von acht Primzahl-Klassen erweist sich jedoch als notwendig, um den Nachweis zu führen, dass Zwillinge mod 4 in einer unendlichen Zahl auftreten.
- Die Primzahlen der Oberklasse I wurden fett gedruckt und die der Oberklasse II normal gedruckt. Diese Art der Unterscheidung der Primzahlen der Oberklasse I und II erweist sich als vorteilhaft und wird in den weiteren Untersuchungen beibehalten.

3. Aus den in Tab. 9 eingeführten Folgen (der Folge 1 und der Folge 3) und den in Tab. 10 erfolgten Klassen-Teilungen (in acht Dirichlet-Progressionen) gewinnt man die wichtige Einsicht (Erkenntnis), dass Zwillinge mod 4 stets nur aus Primzahlen jeweils einer Oberklasse bestehen können.

Der Nachweis, dass Zwillinge mod 4 in sechs Dirichlet-Progressionen auftreten können:

Aus den Erkenntnissen, die sich aus Tab. 10 und Tab. 11 ergeben, und aus dem (einsichtigen) Sachverhalt, dass Zwillinge mod 4 nur dann auftreten können, wenn die Differenzen der Endziffern der Primzahlen den Wert 4 aufweisen, gelangt man (leicht) zu der Feststellung, dass dies nur für die folgenden zyklischen Kombinationen der Endziffern erfüllbar ist:

EZ3 & EZ7, EZ7 & EZ1, EZ9 & EZ3 die Kombinationen der Endziffern mit der Differenz $\Delta=4$.

Hieraus ergeben sich sechs Dirichlet-Progressionen, die nachfolgend in Tab. 12 unter Angabe der Klassen-Kombinationen angeführt werden:

Tab. 12 - Die sechs Dirichlet-Progressionen in denen Zwillinge mod 4 auftreten können:

| | |
|---------------------------------|--|
| <u>Dirichlet-Progression 1:</u> | Die Kombination der Klassen: 3 & 1 mit dem ersten Zwilling mod 4: (37, 41) |
| <u>Dirichlet-Progression 2:</u> | Die Kombination der Klassen: 2 & 3 mit dem ersten Zwilling mod 4: (13, 17) |
| <u>Dirichlet-Progression 3:</u> | Die Kombination der Klassen: 4 & 2 mit dem ersten Zwilling mod 4: (109, 113) |
| <u>Dirichlet-Progression 4:</u> | Die Kombination der Klassen: 6 & 7 mit dem ersten Zwilling mod 4: (3, 7) |
| <u>Dirichlet-Progression 5:</u> | Die Kombination der Klassen: 7 & 5 mit dem ersten Zwilling mod 4: (7, 11) |
| <u>Dirichlet-Progression 6:</u> | Die Kombination der Klassen: 8 & 6 mit dem ersten Zwilling mod 4: (19, 23) |

Da die (alle) Zwillinge mod 4, die in den sechs (in Tab. 12 angeführten) Dirichlet-Progressionen auf den ersten Zwilling mod 4 stets nur in Abständen mod $20n$, $n \geq 1$ folgen können, ergeben sich die nachfolgend genannten sechs Bildungs-Gesetze, in denen die (alle möglichen) Zwillinge mod 4 auftreten können, gemäß Tab. 13:

Tab. 13 - Die sechs Bildungs-Gesetze der Zwillinge mod 4:

| | | |
|---------------------------|------------------------|--|
| <u>Bildungs-Gesetz 1:</u> | $37 + 20n, 41 + 20n$ | - der erste Nachfolger ist der Zwilling mod 4: (97, 101), $n = 3$ |
| <u>Bildungs-Gesetz 2:</u> | $13 + 20n, 17 + 20n$ | - der erste Nachfolger ist der Zwilling mod 4: (193, 197), $n = 9$ |
| <u>Bildungs-Gesetz 3:</u> | $109 + 20n, 113 + 20n$ | - der erste Nachfolger ist der Zwilling mod 4: (229, 233), $n = 6$ |
| <u>Bildungs-Gesetz 4:</u> | $3 + 20n, 7 + 20n$ | - der erste Nachfolger ist der Zwilling mod 4: (43, 47), $n = 2$ |
| <u>Bildungs-Gesetz 5:</u> | $7 + 20n, 11 + 20n$ | - der erste Nachfolger ist der Zwilling mod 4: (127, 131), $n = 6$ |
| <u>Bildungs-Gesetz 6:</u> | $19 + 20n, 23 + 20n$ | - der erste Nachfolger ist der Zwilling mod 4: (79, 83), $n = 3$ |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

Die in Tab. 13 zitierten sechs Bildungs-Gesetze können dadurch vereinfacht werden, dass nur die erste Primzahl (p) angeführt wird, mit der Maßgabe, dass Zwillinge mod 4 nur dann auftreten, wenn auch $p+4$ prim ist. Dann ergeben sich die folgenden (vereinfachten) sechs Folge - Gesetze für die Zwillinge mod 4:

| | | | | | |
|------------------|--------------|------------------|--------------|------------------|-------------|
| <u>Gesetz 1:</u> | $37 + 20n$, | <u>Gesetz 2:</u> | $13 + 20n$, | <u>Gesetz 3:</u> | $109 + 20n$ |
| <u>Gesetz 4:</u> | $3 + 20n$, | <u>Gesetz 5:</u> | $7 + 20n$, | <u>Gesetz 6:</u> | $19 + 20n$ |

Unter Beachtung des Sachverhaltes, dass inmitten der Zwillinge mod 4 stets eine nicht prime ungerade Zahl (n_u) situiert ist, die einen Abstand von $\Delta = \pm 2$ zu den Primzahlen ($p, p+4$) hat, können auch sechs Folge-Gesetze für diese ungeraden Zahlen (n_u) eingeführt werden, die nachfolgend angegeben wurden:

| | | | | | |
|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|-----------------|-------------------|
| <u>Folge 1:</u> | $n_u = 39 + 20n$, | <u>Folge 2:</u> | $n_u = 15 + 20n$, | <u>Folge 3:</u> | $n_u = 111 + 20n$ |
| <u>Folge 4:</u> | $n_u = 5 + 20n$, | <u>Folge 5:</u> | $n_u = 9 + 20n$, | <u>Folge 6:</u> | $n_u = 21 + 20n$ |

Für die Folge 1 ergibt sich (bei Anführung aller nicht primen Zahlen, die zwischen den Primzahlen: 37 und 41 situiert sind) die Notation: (37, 38, 39, 40, 41), in der die ungerade Zahl: $n_u = 39$ unterstrichen markiert wurde.

Ähnlich wie bei den Folgen der geraden Zahlen: $n_g = 12 + 30n$, $n_g = 18 + 30n$, $n_g = 30 + 30n$, die inmitten von Zwillingen mod 2 situiert sein müssen (die fallweise aber nicht in Zwillingen mod 2 situiert sind), müssen die ungeraden Zahlen (n_u) der Folgen: 1, 2, 3, 4, 5, 6 inmitten von Zwillingen mod 4 situiert sein, fallweise aber sind diese ungeraden Zahlen nicht inmitten von Zwillingen mod 4 situiert. Auf jeden Fall können aber nur ungerade Zahlen (n_u) aus den sechs Folgen inmitten von Zwillingen mod 4 situiert sein.

Nachdem die Existenz der sechs Dirichlet-Progressionen für die Zwillinge mod 4 deduziert werden konnte, liegt der (gesuchte) Beweis vor, dass Zwillinge mod 4 in einer unendlichen Zahl in der Menge der natürlichen Zahlen (für $n \rightarrow \infty$) auftreten.

In Tab. 14 wird demonstriert, dass in den Umgebungen der Fakultät: $n_u = \prod p_i$, $p_1 = 3$ bis $p_n = 13, 17, 19$ und in den Umgebungen von $n_u = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$ sowie $n_u = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$ Zwillinge mod 4 auftreten können.

Tab. 14 - Die in der Umgebung der ungeraden Zahlen $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 19$ und $n_u = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$ und $n_u = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$ auftretenden Primzahlen:

| $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 =$ $= 15.015$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :$ |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------|
| $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 =$ $= 255.255$ | -46 | -32 | -2 | +2 | +16 | +38 | 84 |
| $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 =$ $= 4.849.845$ | -8 | -4 | -2 | +4 | +58 | +74 | 82 |
| $n_u = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 =$ $= 969.969$ | -58 | -32 | -2 | +16 | +62 | +64 | 122 |
| $n_u = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 =$ $= 969.969$ | -50 | -46 | -40 | +8 | +20 | +58 | 108 |
| $n_u = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 =$ $= 7.436.429$ | -30 | -18 | -6 | +18 | +24 | +30 | 60 |

Anmerkungen:

- In den Umgebungen aller nicht primen ungeraden Zahlen (n_u) können nur geradzahlige Abstände (Δ) zu den benachbarten Primzahlen: $p_1 < p_2 < p_3 < n_u$ und $p_6 > p_5 > p_4 > n_u$ auftreten, daher können die Primzahlen: p_3 und p_4 offensichtlich niemals Zwillinge mod 2 bilden.
 - Die Primzahlen: p_3 und p_4 können (fallweise) im kleinsten Abstand $\Delta=4$ auftreten und bilden dann einen Zwilling mod 4. Einen derartigen Zwilling mod 4 bilden die Primzahlen (15013, 15017), der ein Element der Klasse 2 ist - hier wird die Gleichung: $13 + 20n$, $n = 750$ erfüllt.
 - Der Zwilling mod 4: (969919, 969923) ist ein Element der Klasse 6 und erfüllt die Gleichung: $19 + 20n$, $n = 48495$.
 - Der Zwilling mod 4: (255247, 255251) ist ein Element der Klasse 5 und erfüllt die Gleichung $7 + 20n$, $n = 12762$.
 - Im weiteren Umfeld der ungeraden Zahl $n_u = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 = 4849845$ ist der Zwilling mod 2: (4849781, 4849783) situiert, der ein Element der Folge: $n_g = 12 + 30n$, $n = 161659$ ist.
 - Die Zwillinge mod 4 wurden durch gestrichelte Linien markiert und der Zwilling mod 2 durch eine punktierte Linie.
 - Die kleinsten Abstände ($\Delta = -2$ und $\Delta = +2$, die in der direkten Umgebung der ungeraden Zahlen (n_u) auftreten, wurden fett gedruckt markiert
-
7. **Der Beweis, dass alle Zwillinge mod $2n$, $n > 1$ in unendlichen Zahlen auftreten.**

Nach dem gleichen Prinzip können Dirichlet-Progressionen für alle Zwillinge mod $2n$, $n > 2$ entwickelt werden und dies besagt, dass alle Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ in der unendlichen Zahlen-Menge ($n \rightarrow \infty$) in einer unendlichen Zahl auftreten. Dies ist der Beweis, dass nicht nur Zwillinge mod 2 und Zwillinge mod 4 in unendlichen Zahlen auftreten, sondern eine wichtige Verallgemeinerung, für die in der Primzahl-Forschung (bis heute) nicht einmal eine Vermutung aufgestellt wurde.

Für den Beweis der Goldbach'schen Vermutung, der in der Monographie des Verfassers unter dem Titel:

"Der Beweis der Goldbach'schen Vermutung - Die verborgenen Eigenschaften von Primzahlzwillingen mod 2 und von Primzahlzwillingen mod $2n$, $n > 1$ "

erbracht wurde, sind die Strukturen (und Eigenschaften) der Zwillinge mod ≥ 6 besonders wichtig, deshalb wird der Leser auf die Anlagen hingewiesen, die dieser Monographie beigelegt sind. Diese Anlagen sollen deshalb kurz kommentiert werden.

Kommentar zu Anlage 1:

Die Anlage 1 trägt den Titel: "Die Ordnungsfolge der ungeraden Primzahlen von $p = 3$ bis $p = 99.991$ und die Folge der 1224 Primzahlzwillinge mod 2". Die im Intervall: $n \leq 100.000$ auftretenden Zwillinge mod 2 wurden hier gelbfarbig markiert, woraus ersichtlich ist, dass die Zwillinge mod 2 oft in Abständen $\Delta \geq 4$ direkt aufeinander folgen können oder durch Folgen von Zwillingen mod > 2 unterbrochen sind. Für die Folge der ersten 36 Zwillinge mod 2 wurden die (stark variierenden) Abstände (Δ) angeführt.

Kommentar zu Anlage 2:

In Anlage 2 wurden für das Intervall $n := 0$: bis 10.000 die Folgen der Zwillinge: mod 2, mod 4, mod 6, mod 8, mod 10, mod 100, dargestellt.

Kommentar zu Anlage 3:

In Anlage 3 wurden die Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6, mod 8, mod 10 und mod 100 angeführt, die im Intervall $n := 1.000.000$ bis 1.010.000 situiert sind.

Eigenschaft 1: Alle Zwillinge mod 2 und alle Zwillinge mod 4, treten mit Ausnahme der direkt verketteten Zwillinge mod 2: (3, 5, 7) und der verketteten Zwillinge mod 4: (3, 7, 11) stets isoliert auf.

Eigenschaft 2: In allen Zwillingen mod $4n$, $n \geq 1$ treten stets Primzahlen der gleichen Oberklassen I bzw. II auf.

Eigenschaft 3: In allen Zwillingen mod $2n$, $n_0 = 1, 3, \dots$ treten stets Primzahlen unterschiedlicher Obergruppen: I und II auf. Die Primzahlen der Obergruppe I wurden fett gedruckt und die der Obergruppe II nicht fett gedruckt.

Eigenschaft 4: Die Zwillinge mod $n \geq 6$ können in zwei Varianten: Variante 1 und Variante 2 auftreten. Innerhalb von Zwillingen der Variante 1 treten keine Primzahlen auf, wogegen innerhalb von Zwillingen der Variante 2 auch Primzahlen situiert sein können. Die Zwillinge der zweiten Variante sind deshalb "Kompositionen aus Zwillingen kleinerer Modalität". Ein Zwilling mod 6 der Variante 2 kann deshalb einen Zwilling mod 2 und einen Zwilling mod 4 umfassen.

Eigenschaft 5: Aus Anlage 2 ist zu entnehmen, dass Zwillinge mod > 6 in mehrfacher Verkettung auftreten können und diese Eigenschaft führt (schließlich) zum Beweis der Goldbach'schen Vermutung.

Der Beweis, dass es unendlich viele Zwillinge mod 6, mod 8, mod 10, ... , mod 100 gibt:

Für das volle Verständnis dieses Beweises ist die Aufteilung aller (in der unendlichen Folge der Primzahlen auftretenden) Primzahlen in zwei Oberklassen: I und II erforderlich, wonach es acht Klassen von Primzahlen gibt, wogegen Dirichlet nur vier Klassen von Primzahlen erkannt hatte. Das Prinzip der Teilung aller Primzahlen in acht Klassen ergibt sich (einsichtig) aus Tab. 15 und 16.

Tab. 15 Die Gliederung aller natürlichen Zahlen in vier (gleichmächtige) Folgen im Abstand mod 4:

Rest bei Division durch 4, $R ::=$

Die Folge 2 und Folge 4 sind Primzahl-inaktive Folgen, wogegen die Folge 1 und Folge 3 Dirichlet'sche Progressionen bilden, in denen unendlich viele Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auftreten, die sich jedoch durch ihren Rest (Rest 1 bzw. Rest 3) unterscheiden.

In Tab. 16 werden die in Folge 1 und Folge 3 auftretenden Primzahlen "ausgesiebt" und die zwischen ihnen auftretenden Abstände (Δ) aufgeführt.

Tab. 16 Die Primzahlen der Folge 1 und Folge 3 mit den zwischen ihnen auftretenden Abständen Δ :

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------|------|----------|----------|----------|----------|----------|------|----------|----------|----------|----------|
| <u>Folge 1:</u> | 5, | 13, | 17, | 29, | 37, | 41, | 53, | 61, | 73, | 89, | 97, | 101, |
| $\Delta_1 :=$ | <u>8</u> | 4 | 12 | <u>8</u> | 4 | 12 | <u>8</u> | 12 | 16 | <u>8</u> | 4 | |
| <u>Folge 3:</u> | 3, | 7, | 11, | 19, | 23, | 31, | 43, | 47, | 59, | 67, | 71, | 79, |
| $\Delta_3 :=$ | 4 | 4 | <u>8</u> | 4 | <u>8</u> | 12 | 4 | 12 | <u>8</u> | 4 | <u>8</u> | |
| <hr/> | | | | | | | | | | | | |
| <u>Folge 1:</u> | 109, | 113, | 137, | 149, | 157, | 173, | 181, | 193, | 197, | 229, | 233, | 241 |
| $\Delta_1 :=$ | <u>8</u> | 4 | 24 | 12 | <u>8</u> | 16 | <u>8</u> | 12 | 4 | 32 | 4 | <u>8</u> |
| <u>Folge 3:</u> | 83, | 103, | 107, | 127, | 131, | 139, | 151, | 163, | 167, | 179 | 191, | 199 |
| $\Delta_3 :=$ | 4 | 20 | 4 | 20 | 4 | <u>8</u> | 12 | 12 | 4 | 12 | 12 | <u>8</u> |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Alle Primzahlen der Folge 1 (Rest 1) wurden fett gedruckt und alle Primzahlen der Folge 3 (Rest 3) wurden nicht fett gedruckt.
2. Zwillinge mod 4, mod 8, mod 12, ..., mod 4n, $n \geq 1$ können, wie aus Tab. 17 ersichtlich, jeweils nur aus Primzahlen der Folge 1 bzw. der Folge 3 gebildet werden.
3. In der Primzahl-Folge von Tab. 16 treten insgesamt 14 Zwillinge mod 4 auf - dieser Abstand wurde kursiv notiert. In Tab. 16 treten auch 14 Zwillinge mod 8 auf, die durch die unterstrichene Zahl 8 markiert wurden.

In Tab. 17 wurden die ungeraden Primzahlen von $p = 3$ bis $p = 241$ in der Reihenfolge ihres Auftretens dargestellt mit Angabe der Abstände, die zwischen ihnen auftreten. Die Primzahlen der Folge 1 wurden hier fett gedruckt und die Primzahlen der Folge 3 nicht fett gedruckt.

Tab. 17 Die Folge der Primzahlen von $p = 3$ bis $p = 241$ und ihre Abstände, Δ :

| | | | | | | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\Delta :=$ | 2 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 6 | 2 | 6 | 4 | |
| p:= | 43, | 47, | 53, | 59, | 61, | 67, | 71, | 73, | 79, | 83, | 89, | 97, |
| $\Delta :=$ | 2 | 4 | 6 | 6 | 2 | 6 | 4 | 2 | 6 | 4 | 6 | 8 |
| p:= | 101, | 103, | 107, | 109, | 113, | 127, | 131, | 137, | 139, | 149, | 151, | 157, |
| $\Delta :=$ | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 6 | 4 | 6 | 2 | 10 | 2 | 6 |
| p:= | 163, | 167, | 173, | 179, | 181, | 191, | 193, | 197, | 199, | 229, | 233, | 241 |
| $\Delta :=$ | 6 | 4 | 6 | 6 | 2 | 10 | 2 | 4 | 2 | 10 | 4 | 8 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Aus Tab. 17 resultieren wichtige Informationen (Gesetzmäßigkeiten), die aus der Klassenteilung der Primzahlen in die Oberklassen I mit den Klassen: 1 (EZ1), 2 (EZ3), 3 (EZ7), 4 (EZ9) und in die Oberklasse II mit den Klassen: 5 (EZ1), 6 (EZ3), 7 (EZ7), 8 (EZ9) resultieren, die in der Primzahl - Forschung bisher nicht erkannt wurden. Um diese Gesetzmäßigkeiten wahrzunehmen, wurden alle

1. Aus Tab. 17 resultieren wichtige Informationen (Gesetzmäßigkeiten), die aus der Klassenteilung der Primzahlen in die Oberklassen I mit den Klassen: 1 (EZ1), 2 (EZ3), 3 (EZ7), 4 (EZ9) und in die Oberklasse II mit den Klassen: 5 (EZ1), 6 (EZ3), 7 (EZ7), 8 (EZ9) resultieren, die in der Primzahl-Forschung bisher nicht erkannt wurden. Um diese Gesetzmäßigkeiten wahrzunehmen, wurden alle Primzahlen der Oberklasse I, deren Primzahlen bei Division durch die Zahl 4 den Rest 1 (R1) ergeben, fett gedruckt hervorgehoben und alle Primzahlen der Oberklasse II, mit Rest 3 (R3) nicht fett gedruckt.
2. Aus Tab. 17 resultieren in Verbindung mit Tab. 16 die folgenden Erkenntnisse (Wahrnehmungen).

Erkenntnis 1:

Alle Zwillingen mod 2, mod 6, ..., mod $(2 + 2n, n \geq 0)$ werden stets von Primzahlen gebildet, die Elemente der Oberklassen I und II sind - siehe z.B. die Zwillinge mod 2: (11, 13), (17, 19), (29, 31) und die Zwillinge mod 6: (17, 23), (23, 29), (31, 37), (61, 67), ..., (101, 107).

Erkenntnis 2:

Die einzigen "verketteten" Zwillinge mod 2 bilden die Zwillinge mod 2: (3, 5) --- (5, 7) und die einzigen verketteten Zwillinge mod 4 bilden die Zwillinge mod 4: (3, 7) --- (7, 11). Alle auf diese verketteten Zwillinge mod 2 und Zwillinge mod 4 folgenden Zwillinge mod 2 und Zwillinge mod 4 können nicht als verkettete (direkt benachbarte) Zwillinge auftreten.

Erkenntnis 3:

Zwillinge mod 6 können als verkettete Zwillinge auftreten. siehe z.B. die folgenden Zwillinge mod 6: (47, 53) --- (53, 59) und (167, 173) --- (173, 179).

Erkenntnis 4:

Zwillinge mod 6 können aus direkt aufeinander folgenden Zwillingen mod 2 und Zwillingen mod 4 "komponiert" sein - siehe z.B. die Zwillinge: (17, 19) --- (19, 23), die den Zwilling mod 6: (17, 23) bilden sowie die Zwillinge: (67, 71) --- (71, 73), die den Zwilling mod 6: (67, 73) bilden. Aus diesen Beispielen ist ersichtlich, dass die Zwillinge mod 2 und mod 4, die einen Zwilling mod 6 bilden, links bzw. rechts im Zwilling mod 6 situiert sein können.

Erkenntnis 5:

Der Zwilling mod 8: (3, 11), der aus den beiden verketteten Zwillingen mod 4: (3, 7) --- (7, 11) gebildet wird, ist der einzige Zwilling mod 8 dieser Art, da alle folgenden Zwillinge mod 4 niemals in einer direkten Verkettung auftreten können.

Erkenntnis 6:

Zwillinge mod 8 können aus zwei direkt aufeinander folgenden Primzahlen gebildet werden, die im Abstand ($\Delta=8$) auftreten - siehe z.B. die Zwillinge mod 8: (89, 97) und (233, 241).

Erkenntnis 7:

Zwillinge mod 8 können aus den folgenden Kompositionen von Zwillingen gebildet werden:

Variante 1:

Zwilling mod 2 gefolgt von Zwilling mod 4 gefolgt von Zwilling mod 2 - siehe z.B. die folgenden Zwillinge: (11, 13) --- (13, 17) --- (17, 19), die den Zwilling mod 8: (11, 19) ergeben.

Variante 2:

Zwilling mod 6 gefolgt von Zwilling mod 2 bzw. Zwilling mod 2 gefolgt von Zwilling mod 6 - siehe z.B.: (23, 29) --- (29, 31) mit dem Zwilling mod 8: (23, 31) sowie (71, 73) --- (73, 79) mit dem Zwilling mod 8: (71, 79).

Erkenntnis 8:

Aus Tab. 17 kann entnommen werden, dass Zwillinge mod > 8 direkt aus zwei aufeinander folgenden Primzahlen gebildet werden können oder aber aus (zulässigen) Kompositionen von Zwillingen kleinerer Modularität, die in Verkettung aufeinander folgen. Diese Eigenschaft der Semi-Zwillinge ist für den Beweis der Goldbach'schen Vermutung von besonderer Bedeutung - siehe die Monographie u.d.T.:

Der Beweis, dass es unendlich viele Zwillinge mod 6 gibt, kann nun angetreten werden:

Aus den auf der Basis von **Tab. 16** und **Tab. 17** vorgenommenen Analysen lassen sich drei Folgen herleiten, in denen Zwillinge mod 6 (fallweise) auftreten können. Dabei ist beachtlich, dass alle Zwillinge mod 6 nur von Primzahlen: p_1, p_2 mit den folgenden Endziffern gebildet werden können:

Variante 1: p_1 (EZ1) und p_2 (EZ7) - Beispiele: (11, 17), (31, 37), (61, 67) - Folge 1

Variante 2: p_1 (EZ3) und p_2 (EZ9) - Beispiele: (13, 19), (23, 29), (53, 59) - Folge 2

Variante 3: p_1 (EZ7) und p_2 (EZ3) - Beispiele: (7, 13), (37, 43), (47, 53) - Folge 3

In den Folgen der Zwillinge mod 6 kommt der Zwilling mod 6: (5, 11), in dem die Primzahl p_1 (EZ5) auftritt, solitär vor, da alle mehrstelligen ungeraden Zahlen n_u (EZ5) nicht prim sein können. Den in den o.g. Beispielen zitierten Folgen entsprechen jeweils zwei Dirichlet-Progressionen, in denen (bekanntlich) unendlich viele Primzahlen mit gleichen Endziffern (EZ) auftreten, in denen die hier auftretenden Primzahlen (p_1, p_2) nach ihren Klassen - Zugehörigkeiten fett bzw. nicht fett gedruckt wurden.

D - Progression 1: $11 + 10n$: $p_1 = 11, n_u = 21, p_1 = 31, p_1 = 41, n_u = 51, p_1 = 61, \dots$ Folge 1

D - Progression 2: $17 + 10n$: $p_2 = 17, n_u = 27, p_2 = 37, p_2 = 47, n_u = 57, p_2 = 67, \dots$ Folge 1

D - Progression 3: $13 + 10n$: $p_1 = 13, p_1 = 23, n_u = 33, p_1 = 43, p_1 = 53, n_u = 63, \dots$ Folge 2

D - Progression 4: $19 + 10n$: $p_2 = 19, p_2 = 29, n_u = 39, n_u = 49, p_2 = 59, n_u = 69, \dots$ Folge 2

D - Progression 5: $7 + 10n$: $p_1 = 7, p_1 = 17, n_u = 27, p_1 = 37, p_1 = 47, n_u = 57, \dots$ Folge 3

D - Progression 6: $13 + 10n$: $p_2 = 13, p_2 = 23, n_u = 33, p_2 = 43, p_2 = 53, n_u = 63, \dots$ Folge 3

Die Existenz dieser sechs Dirichlet - Progressionen, in denen fallweise Primzahlen (p_1, p_2) jeweils im Abstand $\Delta = 6$ auftreten, ist bereits der Beweis, dass Zwillinge mod 6 in einer unendlichen Zahl in der Folge der natürlichen Zahlen $n \rightarrow \infty$ auftreten. Für diesen Beweis ist es beachtlich, dass Zwillinge mod 6 fallweise aus einem Zwilling mod 2 und einem Zwilling mod 4 zusammengesetzt sein können, wobei dann innerhalb dieser Zwillinge mod 6 eine Primzahl situiert ist.

Unter Beachtung der innerhalb der Zwillingen mod 6 der Folge 1, Folge 2 und Folge 3 situierten Zahlen, können die nachfolgenden drei (vereinfachten) Bildungsgesetze gefunden werden:

1. Aus der Analyse der Zahlenfolgen, mit den unterstrichenen inmitten situierten geraden Zahlen:

(11, 12, 13, 14, 15, 16, 17), (21, 22, 23, 24, 25, 26, 27), (31, 32, 33, 34, 35, 36, 37), ...

kann das nachstehende Bildungsgesetz der Zwillinge mod 6 für die Folge 1 definiert werden:

Das Gesetz der Folge 1: $n_g = 14 + 10n \dots$ in allen Zwillingen mod 6 der Folge 1 treten die Zahlen $n_g = 14 + 10n$ (fallweise) inmitten der Zwillinge auf.

2. Aus der Analyse der Zahlenfolgen, mit den unterstrichenen inmitten situierten geraden Zahlen:

(13, 14, 15, 16, 17, 18, 19), (23, 24, 25, 26, 27, 28, 29), (33, 34, 35, 36, 37, 38, 39), ...

kann das nachstehende Bildungsgesetz der Zwillinge mod 6 für die Folge 2 definiert werden:

Das Gesetz der Folge 2: $n_g = 16 + 10n \dots$ in allen Zwillingen mod 6 der Folge 2 treten die Zahlen $n_g = 16 + 10n$ (fallweise) inmitten der Zwillinge auf.

3. Aus der Analyse der Zahlenfolgen, mit den unterstrichenen inmitten situierten geraden Zahlen:

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13), (17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), (27, 28, 29, 30, 31, 32, 33), ...

kann das nachstehende Bildungsgesetz der Zwillinge mod 6 für die Folge 3 definiert werden:

Das Gesetz der Folge 3: $n_g = 10 + 10n \dots$ in allen Zwillingen mod 6 der Folge 3 treten die Zahlen $n_g = 10 + 10n$ (fallweise) inmitten der Zwillinge auf.

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13), (17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), (27, 28, 29, 30, 31, 32, 33), ...

kann das nachstehende Bildungsgesetz der Zwillinge mod 6 für die Folge 3 definiert werden:

Das Gesetz der Folge 3: $n_g = 10 + 10n$... in allen Zwillingen mod 6 der Folge 3 treten die Zahlen $n_g = 10 + 10n$ (fallweise) inmitten der Zwillinge auf.

In einer (gewissen) Analogie zu den drei Folgegesetzen der Zwillinge mod 2 ergeben sich für alle Zwillinge mod 6 die drei Folgegesetze:

1. Folgegesetz: $14 + 10n$, 2. Folgegesetz: $16 + 10n$, 3. Folgegesetz: $10 + 10n$

Wie bereits aus den angeführten Beispielen hervorgeht, sind nicht alle geraden Zahlen der drei Folgen inmitten von Zwillingen mod 6 situiert, es kann jedoch keine Zwillinge mod 6 geben, in denen andere gerade Zahlen inmitten situiert sind, als die (fallweisen) geraden Zahlen der drei Folgen - dies wird in Tab. 18 an drei Beispielen von Zwillingen mod 6 demonstriert, die in einem relativ großen Zahlen-Intervall auftreten:

Tab. 18 - Beispiele für Zwillinge mod 6 im Zahlen-Intervall $n > 2.000.000$:

Zwilling mod 6 der Folge 1:

| | | | | | | | | |
|---|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_g = 14 + 10n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_g = 2.000.224$ | 200.021 | -47 | -15 | -3 | -----+3 | +25 | +37 | 94 |
| $= 14 + 200021 \cdot 10$ $= 2^5 \cdot 62507$ | | | | | | | | |

Zwilling mod 6 der Folge 2:

| | | | | | | | | |
|---|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_g = 16 + 10n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_g = 2.000.426$ | 200.021 | -33 | -9 | -----3 | -----+3 | +21 | +71 | 104 |
| $= 16 + 200021 \cdot 10$ $= 2 \cdot 1000213$ | | | | | | | | |

Anmerkung:

In der Umgebung der Zahl $n_g = 2.000.426$ treten zwei Zwillinge mod 6 auf, die direkt aufeinander folgen, es sind dies die Zwillinge mod 6: (2000417, 2000423) --- (2000423, 2000429). Diese Zwillinge mod 6 wurden durch gestrichelte Linien markiert.

Zwilling mod 6 der Folge 3:

| | | | | | | | | |
|---|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_g = 10 + 10n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_g = 2.000.110$ | 200.010 | -27 | -17 | -3 | -----+3 | +33 | +37 | 64 |
| $= 10 + 200010 \cdot 10$ $= 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 28573$ | | | | | | | | |

Anmerkungen:

1. Alle in Tab. 18 gefundenen Zwillinge mod 6 sind nicht aus Zwillingen mod 2 und Zwillingen mod 4 gebildet. Derartige "komponierte" Zwillinge mod 6 treten dagegen häufiger in kleineren Zahlen-Intervallen auf.
2. Die relativ großen Primzahl-Dichten in den Umgebungen der hier analysierten geraden Zahlen (n_g) finden ihre Begründung in den "sehr lückenhaften" Primzahl-Fakultäten dieser geraden Zahlen..

Die Schlussfolgerung lautet:

Es wurde einsichtig der Beweis erbracht, dass Zwillinge mod 6 in einer unendlichen Zahl auftreten und darüber hinaus wurden die möglichen Strukturen der Zwillinge mod 6 genau herausgestellt.

Bevor der Beweis vorgestellt wird, dass auch Zwillinge mod 8 in einer unendlichen Zahl auftreten, werden für die Zwillinge mod 4 drei Zahlenfolgen für die (zentral) inmitten der Zwillinge mod 4 situierten ungeraden Zahlen (n_u) deduziert, in denen (fallweise) Zwillinge mod 4 auftreten können.

Es wurde bereits unter Beweis gestellt, dass es nur einen Zwilling mod 4 gibt, der aus zwei aufeinander folgenden Zwillingen mod 2 konstituiert ist, nämlich den Zwilling mod 4 (3, 5) --- (5, 7), und dass alle folgenden Zwillinge mod 4 bis auf die verketteten Zwillinge mod 4: (3, 7) --- (7, 11) stets in definierten Abständen auftreten müssen, was in **Anlage 2** und **Anlage 3** bestätigt wird.

Danach können die bereits deduzierten sechs Folgen, in denen die inmitten von Zwillingen mod 4 situierten ungeraden Zahlen (n_u) auftreten, zu den folgenden drei Folgen zusammengefasst werden.

$$\begin{array}{lll} \text{Folge 1: } n_u = 19 + 20n, & \text{Folge 2: } n_u = 15 + 20n, & \text{Folge 3: } n_u = 11 + 20n \\ \text{Folge 4: } n_u = 5 + 20n, & \text{Folge 5: } n_u = 9 + 20n, & \text{Folge 6: } n_u = 21 + 20n \end{array}$$

Die Zusammenfassung der Folgen mit den gleichen Endziffern führt zu den kombinierten Folgen:

$$\text{Folge 1: } n_u = 9 + 10n, \quad \text{Folge 2: } n_u = 5 + 10n, \quad \text{Folge 3: } n_u = 11 + 10n$$

Die kursiv notierten Folgen sind die Bildungsgesetze der ungeraden Zahlen, die (fallweise) inmitten der Zwillinge mod 4 auftreten. Die Folgen: *Folge 1*, *Folge 3* bilden zwei Dirichlet - Progressionen in denen unendlich viele prime und nicht prime ungerade Zahlen mit den (gleichen) Endziffern: EZ9 bzw. EZ1 auftreten. Nachdem inmitten von Zwillingen mod 4 keine Primzahlen auftreten können, scheiden alle Primzahlen der *Folge 1* und der *Folge 3* aus. Die *Folge 2* ist dagegen eine "Primzahl - inaktive" Dirichlet - Progression, in der (bis auf die Primzahl $p = 5$) nur ungerade Zahlen mit der Endziffer EZ5 auftreten.

Die Existenz der unendlichen Folgen: *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* bilden somit den Beweis, dass die Zwillinge mod 4 in einer unendlichen Zahl im Zahlen-Intervall $n \rightarrow \infty$ auftreten.

In **Tab. 19** finden alle logischen Kriterien, die zu diesem Beweis geführt haben, eine Bestätigung:

Tab. 19

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | $n:=$ |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------|
| (7, 8, <u>9</u> , 10, 11), + | (3, 4, <u>5</u> , 6, 7), + | (9, 10, <u>11</u> , 12, 13), - | 0 |
| (17, 18, <u>19</u> , 20, 21), - | (13, 14, <u>15</u> , 16, 17), + | (19, 20, <u>21</u> , 22, 23), + | 1 |
| (27, 28, <u>29</u> , 30, 31), - | (23, 24, <u>25</u> , 26, 27), - | (29, 30, <u>31</u> , 32, 33), - | 2 |
| (37, 38, <u>39</u> , 40, 41), + | (33, 34, <u>35</u> , 36, 37), - | (39, 40, <u>41</u> , 42, 43), - | 3 |
| (47, 48, <u>49</u> , 50, 51), - | (43, 44, <u>45</u> , 46, 47), + | (49, 50, <u>51</u> , 52, 53), - | 4 |
| (57, 58, <u>59</u> , 60, 61), - | (53, 54, <u>55</u> , 56, 57), - | (59, 60, <u>61</u> , 62, 63), - | 5 |
| (67, 68, <u>69</u> , 70, 71), + | (63, 64, <u>65</u> , 66, 67), - | (69, 70, <u>71</u> , 72, 73), - | 6 |
| (77, 78, 79, 80, <u>81</u>), - | (73, 74, <u>75</u> , 76, 77), - | (79, 80, <u>81</u> , 82, 83), + | 7 |
| (87, 88, <u>89</u> , 90, 91), - | (83, 84, <u>85</u> , 86, 87), - | (89, 90, <u>91</u> , 92, 93), - | 8 |
| (97, 98, <u>99</u> , 100, 101), + | (93, 94, <u>95</u> , 96, 97), - | (99, 100, <u>101</u> , 102, 103), - | 9 |
| (107, 108, <u>109</u> , 110, 111), - | (103, 104, <u>105</u> , 106, 107), + | (109, 110, <u>111</u> , 112, 113), + | 10 |

Anmerkungen und Hinweise:

(97, 98, 99, 100, 101), + (93, 94, 95, 96, 97), - (99, 100, 101, 102, 103), - 9
 (107, 108, 109, 110, 111), - (103, 194, 195, 106, 107), + (109, 110, 111, 112, 113), + 10

Anmerkungen und Hinweise:

- In *Folge 1* und *Folge 2* treten in der Index-Folge: $n = 0$ bis 10 vier Zwillinge mod 4 auf und in der *Folge 3* drei Zwillinge mod 4. Diese Zwillinge wurden durch das Zeichen + markiert. Jeweils sechs bzw. sieben Folge-Glieder bilden keine Zwillinge mod 4. Diese Folge-Glieder wurden mit dem Zeichen - markiert. Alle inmitten der Folge-Glieder situierten ungeraden Zahlen mit den jeweiligen Endziffern: EZ9, EZ5, EZ1 wurden in **Tab. 30** durch Unterstreichung markiert. Des weiteren wurden alle primen Zahlen fett gedruckt hervorgehoben.
- In **Tab. 19** wurden die Ursachen verdeutlicht, die dazu führen, dass einzelne Folge-Glieder keine Zwillinge mod 4 bilden können - diese Ursachen sind:
Ursache 1:
 Die inmitten der Folgeglieder situierten ungeraden Zahlen sind fett gedruckte Primzahlen.
Ursache 2:
 Eine bzw. beide "Randzahlen" der Folge-Glieder sind keine Primzahlen. Diese "Randzahlen" wurden kursiv gedruckt markiert.
- Aus **Tab. 19** folgt eine (gewisse) Gleichverteilung der Zwillinge mod 4 in *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und diese Gesetzmäßigkeit der Zwillinge mod 4 wird in **Anlage 2** vollauf bestätigt,

Der Beweis, dass Zwillinge mod 8 in einer unendlichen Zahl vorkommen:

Eine analoge "logische Struktur-Analyse" führt zum Beweis, dass auch Zwillinge mod 8 in einer unendlichen Zahl auftreten. Zwillinge mod 8, die links von der Primzahl (p_1) und rechts von der Primzahl (p_2) abgegrenzt sind, erfordern, dass diese Primzahlen in den folgenden Endziffern auftreten:

Variante 1: (p_1 , EZ3, p_2 , EZ1) Variante 2: (p_1 , EZ9, p_2 , EZ7) Variante 3: (p_1 , EZ1, p_2 , EZ9)

Aus **Tab. 20** können die ungeraden Zahlen (n_u) bestimmt werden, die in *Folge 1*, *Folge 2* und in *Folge 3* inmitten von Zwillingen mod 8 situiert sein müssen:

Tab. 20 - Die ungeraden zentral situierten Zahlen der *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* von $n = 0$ bis $n = 9$:

| <u>Folge 1:</u> $n_u = 7 + 10n$ | <u>Folge 2:</u> $n_u = 13 + 10n$ | <u>Folge 3:</u> $n_u = 15 + 10n$ | $n :=$ |
|---|---|---|--------|
| (3, 4, 5, 6, <u>7</u> , 8, 9, 10, 11), + | (9, 10, 11, 12, <u>13</u> , 14, 15, 16, 17), - | (11, 12, 13, 14, <u>15</u> , 16, 17, 18, 19), + 0 | |
| (13, 14, 15, 16, <u>17</u> , 18, 19, 20, 21), - | (19, 20, 21, 22, <u>23</u> , 24, 25, 26, 27), - | (21, 22, <u>23</u> , 24, <u>25</u> , 26, 27, 28, 29), - 1 | |
| (23, 24, 25, 26, <u>27</u> , 28, 29, 30, 31), + | (29, 30, 31, 32, <u>33</u> , 34, 35, 36, 37), + | (31, 32, 33, 34, <u>35</u> , 36, 37, 38, 39), - 2 | |
| (33, 34, 35, 36, <u>37</u> , 38, 39, 40, 41), - | (39, 40, 41, 42, <u>43</u> , 44, 45, 46, 47), - | (41, 42, <u>43</u> , 44, 45, 46, 47, 48, 49), - 3 | |
| (43, 44, 45, 46, <u>47</u> , 48, 49, 50, 51), - | (49, 50, 51, 52, <u>53</u> , 54, 55, 56, 57), - | (51, 52, <u>53</u> , 54, 55, 56, 57, 58, 59), - 4 | |
| (53, 54, 55, 56, <u>57</u> , 58, 59, 60, 61), + | (59, 60, 61, 62, <u>63</u> , 64, 65, 66, 67), + | (61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69), - 5 | |
| (63, 64, 65, 66, <u>67</u> , 68, 69, 70, 71), - | (69, 70, 71, 72, <u>73</u> , 74, 75, 76, 77), - | (71, 72, <u>73</u> , 74, 75, 76, 77, 78, 79), + 6 | |
| (73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81), - | (79, 80, 81, 82, <u>83</u> , 84, 85, 86, 87), - | (81, 82, <u>83</u> , 84, 85, 86, 87, 88, 89), - 7 | |
| (83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91), - | (89, 90, 91, 92, <u>93</u> , 94, 95, 96, 97), + | (91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99), - 8 | |

1. In **Tab. 20** treten in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* jeweils drei Zwillinge mod 8 auf. Diese Zwillinge wurden mit dem Zeichen + markiert.
2. In **Tab. 20** wurden alle Primzahlen fett gedruckt und die inmitten (zentral) situierten ungeraden Zahlen unterstrichen hervorgehoben.
3. Wie aus **Tab. 20** erkannt werden kann, können Zwillinge mod 8 in drei Varianten auftreten:

Variante 1:

Zwillinge mod 8, in denen nur zwei Primzahlen (p_1, p_2) auftreten, die diese Zwillinge beranden.

Variante 2:

Zwillinge mod 8 können aus einem Zwilling mod 6 und einem Zwilling mod 2 "konstituiert" sein; dann treten in diesen Zwillingen mod 8 drei Primzahlen: $p_1 < p_2 < p_3$ auf.

Variante 3:

Zwillinge mod 8 können aus einem Zwilling mod 2 gefolgt von einem Zwilling mod 4 und gefolgt von einem Zwilling mod 2 konstituiert sein; dann treten in diesem Zwilling mod 8 vier Primzahlen: $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$ auf, wie in der *Folge 3* für $n = 0$ und $n = 9$.

In **Tab. 21** wird der Nachweis erbracht, dass Zwillinge mod 8 nur in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* in beliebig großen Zahlen-Intervallen auftreten können, womit der Beweis, dass Zwillinge mod 8 in einer unendlichen Zahl auftreten, einsichtig bestätigt wird.

Tab. 21 - Beispiele für Zwillinge mod 8 in *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* in großen Zahlenbereichen:

Folge 1:

| | | | | | | | | |
|--|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 7 + 10n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_u = 100000000001727$ | 1000000000172 | -68 | -58 | -4 | +4 | +82 | +104 | 172 |
| $= 7 + 100000000000001720 =$ | | | | | | | | |
| $= 7 + 1000000000172 \cdot 10 =$ | | | | | | | | |
| $= 3^2 \cdot 7 \cdot 43 \cdot 36913990403$ | | | | | | | | |

Folge 2:

| | | | | | | | | |
|------------------------------------|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 13 + 10n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_u = 1000000000001193$ | 100000000000118 | -20 | -16 | -4 | +4 | +10 | +80 | 100 |
| $= 13 + 100000000000180 =$ | | | | | | | | |
| $= 13 + 10000000000118 \cdot 10 =$ | | | | | | | | |
| $= 3 \cdot 41 \cdot 813008130091$ | | | | | | | | |

Folge 3:

| | | | | | | | | |
|---|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 15 + 10n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
| $n_u = 1000000000000065$ | 100000000000005 | -148 | -128 | -4 | +4 | +14 | +34 | 182 |
| $= 15 + 1000000000000065 =$ | | | | | | | | |
| $= 15 + 100000000000005 \cdot 10 =$ | | | | | | | | |
| $= 3 \cdot 7 \cdot 17^2 \cdot 191 \cdot 223 \cdot 38685209$ | | | | | | | | |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Aus **Tab. 21** kann entnommen werden, dass in den Umgebungen der ungeraden Zahlen (n_u), die zentral inmitten von Zwillingen mod 8 situiert sind, relativ große Primzahl-Dichten auftreten.
2. Ursächlich für diese relativ großen Primzahl-Dichten sind die stark lückenhaften Primzahl-Faktäten, aus denen diese ungeraden Zahlen der *Folge 1*, *Folge 2* und der *Folge 3* konstituiert sind.

In **Tab. 22** wird der Nachweis erbracht, dass in den Umgebungen der relativ großen Primzahlen, die fakultativ in die in **Tab. 21** analysierten ungeraden Zahlen (n_u) der *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3*

2. Ursächlich für diese relativ großen Primzahl-Dichten sind die stark lückenhaften Primzahl-Fakultäten, aus denen diese ungeraden Zahlen der *Folge 1*, *Folge 2* und der *Folge 3* konstituiert sind.

In **Tab. 22** wird der Nachweis erbracht, dass in den Umgebungen der relativ großen Primzahlen, die fakultativ in die in **Tab. 21** analysierten ungeraden Zahlen (n_u) der *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* eingehen, wiederum Zwillinge mod 8 situiert sind. In **Tab. 22** wurden deshalb jeweils zwölf Primzahlen: $p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < p_5 < p_6 < n_u = p < p_7 < p_8 < p_9 < p_{10} < p_{11} < p_{12}$ bestimmt.

Tab. 22 - Die Zwillinge mod 8 in den Umgebungen der Primzahlen: $p = 36913990403$, $p = 813008130091$ und $p = 38685209$, die fakultativ in die ungeraden Zahlen (n_u) der *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* von **Tab. 21** eingehen:

$p = 36913990403$

| | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | Δ_7 | Δ_8 | Δ_9 | Δ_{10} | Δ_{11} | Δ_{12} | $\Sigma \Delta =$ |
|-------------|------------|------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|-------------------|
| $\Delta :=$ | -222 | -132 | <u>-120</u> | <u>-112</u> | -102 | -36 | +78 | +96 | +146 | +224 | +240 | +258 | 480 |

$p = 813008130091$

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|------|------------|------------|-----|-----|-----------|----|-----|-----|------|------|------|-----|
| $\Delta :=$ | -152 | <u>-62</u> | <u>-54</u> | -18 | -12 | <u>-8</u> | +6 | +48 | +66 | +108 | +148 | +156 | 308 |
|-------------|------|------------|------------|-----|-----|-----------|----|-----|-----|------|------|------|-----|

$p = 38685209$

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|------|-----|------------|------------|-----|-----|-----|-----|------------|------------|------|------|-----|
| $\Delta :=$ | -102 | -76 | <u>-48</u> | <u>-40</u> | -18 | -16 | +44 | +50 | <u>+72</u> | <u>+80</u> | +132 | +150 | 252 |
|-------------|------|-----|------------|------------|-----|-----|-----|-----|------------|------------|------|------|-----|

Anmerkungen und Hinweise:

- In **Tab. 22** wurden ein Zwillinge mod 8 bestimmt, der im Umfeld der Primzahl $p = 36813990403$ auftritt - dieser Zwilling mod 8 (36913990283, 36913990291) wurde unterstrichen markiert.

Dieser Zwilling mod 8 ist ein Element der *Folge 2*.
- Im Umfeld der Primzahl $p = 813008130091$ treten zwei Zwillinge mod 8 auf - dies sind die folgenden Zwillinge mod 8: (813008130083, 813008130091) und (813008130029, 813008130037).
Wie ersichtlich, geht die (fakultative) Primzahl $p = 813008130091$ direkt in einen Zwilling mod 8 ein, der ein Element der *Folge 2* ist, derweil der Zwilling mod 8 (813008130029, 813008130037) ein Element der *Folge 3* ist.
- Im Umfeld der Primzahl $p = 38685209$ treten zwei Zwillinge mod 8 auf, nämlich der Zwilling mod 8 (38685161, 38685169) und (38685281, 38685289), die beide Elemente der *Folge 3* sind.
- In großen Zahlen-Intervallen treten (offensichtlich) überwiegend "reine" Zwillinge mod 8 auf, also die Zwillinge mod 8 der Variante 1 (siehe **Tab. 21**).

Nachdem der Beweis erbracht wurde, dass Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6, mod 8 in unendlicher Zahl auftreten, soll anschließend der Beweis erbracht werden, dass auch Zwillinge mod 10 in einer unendlichen Zahl auftreten. In **Tab. 22** wird nachgewiesen, dass Zwillinge mod 10 in vier unendlichen Folgen: *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und *Folge 4* (fallweise) auftreten, für die die folgenden Bildungsgesetze gelten:

Bildungsgesetz der Folge 1: $n_g = 6 + 10n, n \geq 0$

Bildungsgesetz der Folge 2: $n_g = 8 + 10n, n \geq 0$

Bildungsgesetz der Folge 3: $n_g = 12 + 10n, n \geq 0$

Tab. 22 - Die Bildungsgesetze der *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und *Folge 4*: der Zwillinge mod 10:

| | | | |
|----------------------------------|--|--|--|
| Folge 1: $n_g = 6 + 10n$ | | Folge 2: $n_g = 8 + 10n$ | |
| n = 0 | (1, 2, 3, 4, 5, <u>6</u> , 7, 8, 9, 10, 11), - | (3, 4, 5, 6, 7, <u>8</u> , 9, 10, 11, 12, 13), + | |
| n = 1 | (11, 12, 13, 14, 15, <u>16</u> , 17, 18, 19, 20, 21), - | (13, 14, 15, 16, 17, <u>18</u> , 19, 20, 21, 22, 23), + | |
| n = 2 | (21, 22, 23, 24, 25, <u>26</u> , 27, 28, 29, 30, 31), - | (23, 24, 25, 26, 27, <u>28</u> , 29, 30, 31, 32, 33), - | |
| n = 3 | (31, 32, 33, 34, 35, <u>36</u> , 37, 38, 39, 40, 41), + | (33, 34, 35, 36, 37, <u>38</u> , 39, 40, 41, 42, 43), - | |
| n = 4 | (41, 42, 43, 44, 45, <u>46</u> , 47, 48, 49, 50, 51), - | (43, 44, 45, 46, 47, <u>48</u> , 49, 50, 51, 52, 53), + | |
| n = 5 | (51, 52, 53, 54, 55, <u>56</u> , 57, 58, 59, 60, 61), - | (53, 54, 55, 56, 57, <u>58</u> , 59, 60, 61, 62, 63), - | |
| n = 6 | (61, 62, 63, 64, 65, <u>66</u> , 67, 68, 69, 70, 71), + | (63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73), - | |
| n = 7 | (71, 72, 73, 74, 75, <u>76</u> , 77, 78, 79, 80, 81), - | (73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83), + | |
| n = 8 | (81, 82, 83, 84, 85, <u>86</u> , 87, 88, 89, 90, 91), - | (83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93), - | |
| n = 9 | (91, 92, 93, 94, 95, <u>96</u> , 97, 98, 99, 100, 101), - | (93, 94, 95, 96, 97, <u>98</u> , 99, 100, 101, 102, 103), - | |
| n = 10 | (101, 102, 103, 104, 105, <u>106</u> , 107, 108, 109, 110, 111), - | (103, 104, 105, 106, 107, <u>108</u> , 109, 110, 111, 112, 113), + | |
| n = 18 | (181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191), + | | |
| n = 28 | → | (283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 293), + | |
| Folge 3: $n_g = 12 + 10n$ | | Folge 4: $n_g = 14 + 10n$ | |
| n = 0 | (7, 8, 9, 10, 11, <u>12</u> , 13, 14, 15, 16, 17), + | (9, 10, 11, 12, 13, <u>14</u> , 15, 16, 17, 18, 19), - | |
| n = 1 | (17, 18, 19, 20, 21, <u>22</u> , 23, 24, 25, 26, 27), - | (19, 20, 21, 22, 23, <u>24</u> , 25, 26, 27, 28, 29), + | |
| n = 2 | (27, 28, 29, 30, 31, <u>32</u> , 33, 34, 35, 36, 37), - | (29, 30, 31, 32, 33, <u>34</u> , 35, 36, 37, 38, 39), - | |
| n = 3 | (37, 38, 39, 40, 41, <u>42</u> , 43, 44, 45, 46, 47), + | (39, 40, 41, 42, 43, <u>44</u> , 45, 46, 47, 48, 49), - | |
| n = 4 | (47, 48, 49, 50, 51, <u>52</u> , 53, 54, 55, 56, 57), - | (49, 50, 51, 52, 53, <u>54</u> , 55, 56, 57, 58, 59), - | |
| n = 5 | (57, 58, 59, 60, 61, <u>62</u> , 63, 64, 65, 66, 67), - | (59, 60, 61, 62, 63, <u>64</u> , 65, 66, 67, 68, 69), - | |
| n = 6 | (67, 68, 69, 70, 71, <u>72</u> , 73, 74, 75, 76, 77), - | (69, 70, 71, 72, 73, <u>74</u> , 75, 76, 77, 78, 79), - | |
| n = 7 | (77, 78, 79, 80, 81, <u>82</u> , 83, 84, 85, 86, 87), - | (79, 80, 81, 82, 83, <u>84</u> , 85, 86, 87, 88, 89), + | |
| n = 8 | (87, 88, 89, 90, 91, <u>92</u> , 93, 94, 95, 96, 97), - | (89, 90, 91, 92, 93, <u>94</u> , 95, 96, 97, 98, 99), - | |
| n = 9 | (97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107), + | (99, 100, 101, 102, 103, <u>104</u> , 105, 106, 107, 108, 109), - | |
| n = 10 | (107, 108, 109, 110, 111, <u>112</u> , 113, 114, 115, 116, 117), - | (109, 110, 111, 112, 113, <u>114</u> , 115, 116, 117, 118, 119), - | |
| n = 33 | (337, 339, 339, 340, 341, <u>342</u> , 343, 344, 345, 346, 347), + | | |
| n = 70 | → | (709, 710, 711, 712, 713, <u>714</u> , 715, 716, 717, 718, 719), + | |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die in *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und *Folge 4* auftretenden Zwillinge mod 10 wurden mit dem Zeichen: + markiert und die Elemente dieser Folgen, die keine Zwillinge mod 10 bilden mit dem Zeichen: -. Alle Primzahlen, die in den Elementen der Folgen auftreten wurden fett gedruckt und die zentral inmitten dieser Folgen auftretenden geraden Zahlen (n_g) wurden unterstrichen hervorgehoben.
- Aus **Tab. 22** gewinnt man die Wahrnehmung, dass Zwillinge mod 10 in den folgenden vier Varianten auftreten können:
 - Variante 1:** Als Komposition eines Zwillings mod 6 und eines Zwillings mod 4. in beliebiger Folge.
 - Variante 2:** Als Komposition eines Zwillings mod 2, gefolgt von einem Zwilling mod 4 und einem Zwilling mod 2.
 - Variante 3:** Als Komposition eines Zwillings mod 4, gefolgt von einem Zwilling mod 2 und einem Zwilling mod 4.
 - Variante 4:** Als Zwilling mod 10, in dem keine Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6 situiert sind..
- Die Zwillinge mod 10 der 4. Variante (die als "reine" Zwillinge mod 10 bezeichnet werden können), treten, wie aus **Anlage 2** entnommen werden kann, überwiegend in großen Zahlen-Intervallen auf.

Variante 4: Als Zwillinge mod.10, in dem keine Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6 situiert sind..

3. Die Zwillinge mod 10 der 4. Variante (die als "reine" Zwillinge mod 10 bezeichnet werden können), treten, wie aus **Anlage 2** entnommen werden kann, überwiegend in großen Zahlen-Intervallen auf.

In **Tab. 23** wurden Zwillinge mod 10 der *Folge 1, Folge 2, Folge 3* und *Folge 4* vorgestellt, die in großen Zahlen-Intervallen auftreten, wie auch die Primzahl-Dichten im Umfeld dieser Zwillinge.

Tab. 23 - Die Bestimmung von je zwei Zwillingen mod 10 in *Folge 1, Folge 2, Folge 3, Folge 4* in dem Zahlen-Intervall von ($\Delta= 6774$ und der Primzahl-Dichten im Umfeld dieser Zwillinge mod 10:

| <u>Folge :</u> | n;= | Δ_1 | Δ_2 | Δ_2 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta$ |
|--|----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------------|
| <i>Folge 1</i> | | | | | | | | |
| $n_g = 6 + 100000000004730$ $= 6 + 10000000000473 \cdot 10$ $= 2^3 \cdot 13 \cdot 96153846199$ | 10000000000473 | -155 | -127 | -5 ----- | +5 | +31 | +133 | 288 |
| $n_g = 6 + 100000000005810$ $= 6 + 10000000000581 \cdot 10$ $= 2^3 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 107 \cdot 342587771$ | 10000000000581 | -77 | -35 | -5 ----- | +5 | +11 | +47 | 124 |
| <hr/> | | | | | | | | |
| <i>Folge 2</i> | | | | | | | | |
| $n_g = 8 + 100000000001410$ $= 8 + 10000000000141 \cdot 10$ $= 2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 34013605447$ | 10000000000141 | -37 | -31 | -5 ----- | +5 | +49 | +131 | 168 |
| $n_g = 8 + 100000000002730$ $= 8 + 10000000000273 \cdot 10$ $= 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 19913 \cdot 76088561$ | 10000000000273 | -161 | -119 | -5 | +5 | +49 | +83 | 244 |
| <hr/> | | | | | | | | |
| <i>Folge 3</i> | | | | | | | | |
| $n_g = 12 + 9999999999030$ $= 12 + 999999999903 \cdot 10$ $= 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 1515151515137$ | 999999999903 | -25 | -5 ----- | -1 ----- | +5 | +37 | +59 | 84 |
| $n_g = 12 + 100000000002030$ $= 12 + 10000000000203 \cdot 10$ $= 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 727 \cdot 1091679221$ | 10000000000203 | -83 | -13 | -5 ----- | +5 | +37 | +71 | 154 |
| <hr/> | | | | | | | | |
| <i>Folge 4</i> | | | | | | | | |
| $n_g = 14 + 9999999999190$ $= 14 + 999999999919 \cdot 10$ $= 2^2 \cdot 3 \cdot 8333333333267$ | 999999999919 | -23 | -17 | -5 | +5 | +19 | +65 | 88 |
| $n_g = 14 + 100000000003030$ $= 14 + 10000000000303 \cdot 10$ $= 2^2 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 89 \cdot 407099821$ | 10000000000303 | -55 | -7 | -5 ----- | +5 | +29 | +43 | 98 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Aus **Tab. 23** kann entnommen werden, dass Zwillinge mod 10 in großen Zahlen-Intervallen relativ häufig (und nur in den vier Folgen) auftreten. Im Zahlen-Intervall: $n:= 9999999999042$ bis 100000000005816 treten (insgesamt) acht Zwillinge mod 10 auf. Die Primzahl-Dichten, die in der Umgebung der geraden Zahlen (n_g) der vier Folgen auftreten, wurden in **Tab. 35** ermittelt, mitsamt den Primzahl - Dichten in ihren Umgebungen auftreten.

Die Komposition des Zwillingens mod 10 mit dem (direkt nachfolgenden) Zwilling mod 6 ergibt einen Zwilling mod 16, der von zwei Primzahlen der gleichen Obergruppe II abgeschlossen wird, was der Leser selbst (leicht) nachprüfen kann.

4. Von den acht Zwillingen mod 10, die in dem Zahlen-Intervall $\Delta = 6774$ auftreten, besteht der Zwilling mod 10: (9999999999037, 9999999999043) --- (9999999999043, 9999999999047) aus einem Zwilling mod 6, der mit einem Zwilling mod 4 (direkt) verkettet ist. Diese beiden Zwillinge, die einen (zusammengesetzten) Zwilling mod 10 bilden, wurden in **Tab. 35** durch gestrichelte Linien verbunden und (obendrein) unterstrichen.
5. Alle Zwillinge mod 10 sind stets von Primzahlen abgeschlossen, die (paarweise) zu unterschiedlichen Obergruppen: I, II gehören. Der Leser kann diesen Sachverhalt durch die Division dieser Primzahlen durch 4 nachvollziehen, wobei eine der Primzahlen den Rest 1 (R1) und die zweite den Rest 3 (R3) aufweist. Es genügt diesen (invarianten) Sachverhalt für den Zwilling mod 10; (31, 41) zu testen. Hier hat die Primzahl $p_1 = 31$ den Rest 3 und die Primzahl $p_2 = 41$ den Rest 1. Die Invarianz dieses Sachverhalts kann auch aus **Anlage 2** entnommen werden, wo die Primzahlen der Obergruppe I fett gedruckt und die Primzahlen der Obergruppe II (zwecks Unterscheidung) nicht fett gedruckt wurden.
6. Der Leser kann sich davon (leicht) überzeugen, dass die Primzahlen, der Zwillinge mod 20, mod 30, ... allgemein der Zwillinge mod $10n$, $n \geq 1$ von Primzahlen abgeschlossen werden, die den verschiedenen Obergruppen: I und II angehören.
7. Aus **Anlage 2** kann entnommen werden, dass Zwillinge mod $4n$, $n \geq 1$ stets von Primzahlen der gleichen Obergruppe abgeschlossen werden, wogegen alle Zwillinge mod $2n$, $n = 1, 3, 5, \dots$ stets von Primzahlen abgeschlossen werden, die unterschiedlichen Obergruppen angehören. Diese Gesetzmäßigkeiten wurden in der bisherigen Primzahl-Forschung noch nicht erkannt.
8. Aus der Analyse der Abstände (Δ_1 bis Δ_6) in denen die Primzahlen in den Abständen um die jeweiligen geraden Zahlen (n_g) der vier Folgen auftreten, erkennt man die Gesetzmäßigkeit, dass die Werte dieser Abstände stets von den Primzahlen abweichen, aus denen die geraden Zahlen (n_g) fakultativ gebildet sind. In diesen "Fakultäts-Primzahlen" kommt in allen acht geraden Zahlen die Primzahl $p = 5$ nicht vor. Dies ist offensichtlich der tiefere Grund, dass im Umfeld dieser geraden Zahlen in den Abständen: $\Delta_3 = -5$ und $\Delta_4 = +5$ die Primzahlen auftreten, die den Zwilling mod 10 bilden.

Aufbauend auf dieser "Struktur-Analyse" kann der Beweis erbracht werden, dass alle Zwillinge der Modalitäten: mod $2n$, $n \geq 1$ in einer unendlichen Zahl auftreten. Für alle Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ können entsprechende (unendliche) Folgen definiert werden, in denen die (jeweiligen) Zwillinge in einer unendlichen Zahl auftreten.

Anhand von **Tab. 24** werden die Folgen für die Zwillinge mod 12, mod 14, mod 16, mod 18, mod 20 und mod 100 deduziert und der (interessierte) Leser kann diese Folge-Gesetze für Zwillinge beliebiger Modularität aufbauend auf der hier demonstrierten Methodik selbst entwickeln

Tab. 24 - Die Entwicklung der Folgen in denen Zwillinge mod 12, mod 14, mod 16, mod 18, mod 20 und mod 100 in unbeschränkter Zahl auftreten können:

Zwillinge mod 12:

Ableitung der aktiven Folgen:

| | |
|--|--|
| (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13), - | <i>Folge I</i> := $7 + 10n$, $n = 0$ |
| (11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), + | <i>Folge I</i> := $7 + 10n$, $n = 1$ |
| (211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223), + | <i>Folge I</i> := $7 + 10n$, $n = 21$ |

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), - In dieser *Folge* sind Zwillinge mod 12 unmöglich, da hier die ungerade nicht prime Rand-Zahlen EZ5 auftritt.

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17), + Ein singulärer Zwilling mod 12.

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), - In dieser *Folge* sind Zwillinge mod 12 unmöglich, da hier die ungerade nicht prime Rand-Zahlen EZ5 auftritt.

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17), + Ein singulärer Zwilling mod 12.
Tab. 24 - Fortsetzung

(15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27), - In dieser *Folge* können keine weiteren Zwillinge mod 12 wegen der nicht primen Rand-Zahlen, EZ5, vorkommen.

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19), + *Folge 2* := 13 + 10n, n = 0
 (467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479), + *Folge 2* := 13 + 10n, n = 46

(9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21), - *Folge 3* := 15 + 10n, n = 0
 (19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31), + *Folge 3* := 15 + 10n, n = 1
 (59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71), + *Folge 3* := 15 + 10n, n = 4
 (509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521), + *Folge 3* := 15 + 10n, n = 50

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Zwillinge mod 12 können in *Folge 1*, *Folge 2*, und in *Folge 3* in unbegrenzter Zahl auftreten.
2. Zwillinge mod 12 können, wie ersichtlich, aus Zwillingen mod 2, mod 4, mod 6 kombiniert sein oder als "reine" Zwillinge mod 12 auftreten - siehe die Zwillinge mod 12: (211, 223) in *Folge 1*, (467, 479) in *Folge 2* und (509, 521) in *Folge 3*.
3. Beachtlich ist, dass beide Primzahlen, die Zwillinge mod 12 abschließen, stets Elemente der gleichen Obergruppe I bzw. II sein müssen - siehe auch **Anlage 2**.

Zwillinge mod 14:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15), - Diese Folge enthält keine Zwillinge mod 14, da die zweite Rand-Zahl nicht prim sein kann, EZ5

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17), + *Folge 1* := 10 + 10n, n = 0
 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27), - *Folge 1* := 10 + 10n, n = 1

(23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37), + *Folge 1* := 10 + 10n, n = 2
 (113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127), + *Folge 1* := 10 + 10n, n = 11

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21), - Diese Folge enthält keine Zwillinge mod 14, da die erste Rand-Zahl nicht prim sein kann, EZ5

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21), - *Folge 2* := 14 + 10n, n = 0
 (17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31), + *Folge 2* := 14 + 10n, n = 1
 (317, 316, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331), + *Folge 2* := 14 + 10n, n = 31

(9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), - *Folge 3* := 16 + 10n, n = 0
 (19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33), - *Folge 3* := 16 + 10n, n = 1
 (29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43), + *Folge 3* := 16 + 10n, n = 2
 (839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853), + *Folge 3* := 16 + 10n, n = 83

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Zwillinge mod 14 können in *Folge 1*, *Folge 2* und in *Folge 3* in unbegrenzter Zahl auftreten.
2. Zwillinge mod 14 können, wie ersichtlich, aus Zwillingen mod 2, mod 4, mod 6 kombiniert sein oder als "reine" Zwillinge mod 14 auftreten - siehe die Zwillinge mod 14: (113, 127) in *Folge 1*, (317, 331), in *Folge 2* und (839, 853) in *Folge 3*.

Zwillinge mod 16:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17), -
 (11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27), -
 (21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37), -
 (31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47), +
 (2221, 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229, 2230,
 2231, 2232, 2233, 2234, 2235, 2236, 2237), +

Folge 1:= $9 + 10n$, $n = 0$

Folge 1:= $9 + 10n$, $n = 1$

Folge 1:= $9 + 10n$, $n = 2$

Folge 1:= $9 + 10n$, $n = 3$

Folge 1:= $9 + 10n$, $n = 222$

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19), +
 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29), +
 (23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39), -
 (2113, 2114, 2115, 2116, 2117, 2118, 2119, 2120, 2221, 2222,
 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229), +

Folge 2:= $11 + 10n$, $n = 0$

Folge 2:= $11 + 10n$, $n = 1$

Folge 2:= $11 + 10n$, $n = 2$

Folge 2:= $11 + 10n$, $n = 221$

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21), - In dieser Zahlenfolge: $13 + 10n$ kommen Zwillinge mod 16 nicht vor, da die linke Rand-Zahl die EZ5. hat.

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), +
 (17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33), -
 (37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53), +
 (6637, 6638, 6639, 6640, 6641, 6642, 6643, 6644, 6645, 6646,
 6647, 6648, 6649, 6650, 6651, 6653), +

Folge 3:= $15 + 10n$, $n = 0$

Folge 3:= $15 + 10n$, $n = 1$

Folge 3:= $15 + 10n$, $n = 3$

Folge 3:= $15 + 10n$, $n = 663$

(9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25), - In dieser Zahlenfolge: $17 + 10n$ kommen Zwillinge mod 16 nicht vor, da die rechte Rand-Zahl mit der Endziffer EZ5 nicht prim ist

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Zwillinge mod 16 kommen (wie ersichtlich) in unbegrenzter Zahl in Folge 1, Folge 2 und Folge 3 vor.
- In kleinen Zahlen-Intervallen treten die Zwillinge mod 16 in Verkettungen aus Zwillingen mod 2, mod 4 und mod 6 auf, wogegen in größeren Zahlenbereichen überwiegend "reine" Zwillinge mod 16 auftreten.
- Beide "Rand-Primzahlen" der Zwillinge mod 16 sind stets Elemente der gleichen Obergruppe - hier zwei Beispiele:
 Beispiel 1: Im Zwilling mod 16: (31, 47) sind beide Primzahlen Elemente der Obergruppe II, Rest 3.
 Beispiel 2: Im Zwilling mod 16: (13, 29) sind beide Primzahlen Elemente der Obergruppe I, Rest 1.

Zwillinge mod 18:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19), -
 (11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29),
 (41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59), +
 (71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89), +
 (2161, 2162, 2163, 2164, 2165, 2166, 2167, 2168, 2169, 2170, 2171,
 2172, 2173, 2174, 2175, 2176, 2177, 2178, 2179), +

Folge 1:= $10 + 10n$, $n = 0$

Folge 1:= $10 + 10n$, $n = 1$

Folge 1:= $10 + 10n$, $n = 4$

Folge 1:= $10 + 10n$, $n = 7$

Folge 1:= $10 + 10n$, $n = 216$

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21), -
 (13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31), +
 (1913, 1914, 1915, 1916, 1917, 1918, 1919, 1920, 1921, 1922, 1923,
 1924, 1925, 1926, 1927, 1928, 1929, 1930, 1931), +

Folge 2:= $12 + 10n$, $n = 0$

Folge 2:= $12 + 10n$, $n = 1$

Folge 2:= $12 + 10n$, $n = 191$

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), + Das einzige Element der Folge $14 + 10n$, in allen weiteren Elementen dieser Folge können keine Zwillinge mod 18 auftreten, da die linke Rand-Zahl mit der Endziffer, EZ5, nicht prim ist.

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), + Das einzige Element der Folge $14 + 10n$, in allen weiteren Elementen dieser Folge können keine Zwillinge mod 18 auftreten, da die linke Rand-Zahl mit der Endziffer, EZ5, nicht prim ist.

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25), - In der Folge $18 + 10n$ können keine Zwillinge mod 18 auftreten, da die rechte Rand-Zahl mit der Endziffer, EZ5, nicht prim ist.

(9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27), - *Folge 3* := $18 + 10n$, $n = 0$
 (19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37), + *Folge 3* := $18 + 10n$, $n = 1$
 (29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47), + *Folge 3* := $18 + 10n$, $n = 2$
 (1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777), + *Folge 3* := $18 + 10n$, $n = 175$

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Es wurde demonstriert, dass Zwillinge mod 18 in unbegrenzter Zahl in *Folge 1*, *Folge 2* und in *Folge 3* auftreten können.
2. Zwillinge mod 18 werden in kleinen Zahlen-Intervallen überwiegend aus verketteten Zwillingen mod 10, mod 8, mod 6, mod 4 und mod 2 gebildet, wogegen Zwillinge mod 18 in größeren Zahlen-Intervallen überwiegend als "reine" Zwillinge auftreten, in die keine Zwillinge kleinerer Modularität eingelagert sind. Beispiele und die Begründung für diesen Sachverhalt werden in **Tab. 37** vorgestellt.
3. Aus **Tab. 36** kann entnommen werden, dass die einen Zwilling mod 18 umschließenden Primzahlen stets Elemente der Obergruppe I und II sein müssen - hier das Beispiel für den Zwilling mod 18: (41, 59) in dem die Primzahl 41, R1 ein Element der Obergruppe I ist, wogegen die Primzahl 59, R3 ein Element der Obergruppe II ist. Diese Gesetzmäßigkeit wird von allen Zwillingen mod 18 erfüllt.

Zwillinge mod 20:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21), - *Folge 1* := $11 + 10n$, $n = 0$

(11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31), + *Folge 1* := $11 + 10n$, $n = 1$

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23), + *Folge 2* := $13 + 10n$, $n = 0$

(13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33), - *Folge 2* := $13 + 10n$, $n = 2$

(53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73), + *Folge 2* := $13 + 10n$, $n = 5$

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25), - In der Folge: $15 + 10n$ können keine Zwillinge mod 18 auftreten.

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27), - *Folge 3* := $17 + 10n$, $n = 0$

(17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37), + *Folge 3* := $17 + 10n$, $n = 1$

(887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898,

899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907), + *Folge 3* := $17 + 10n$, $n = 88$

(9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29), - *Folge 4* := $19 + 10n$, $n = 0$

(59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79), + *Folge 4* := $19 + 10n$, $n = 5$

(7649, 7650, 7651, 7652, 7653, 7654, 7655, 7656, 7657, 7658, 7659, 7660,

7661, 7662, 7663, 7664, 7665, 7666, 7667, 7668, 7669), + *Folge 4* := $19 + 10n$, $n = 765$

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Es ist leicht nachprüfbar, dass die Primzahlen, die Zwillinge mod 20 beidseitig umranden, stets Elemente der gleichen Obergruppe sein müssen und diese Gesetzmäßigkeit gilt für alle Zwillinge mod $20n$, $n \geq 1$ - hier zwei Beispiele: Im Zwilling mod 20 (11, 31) sind beide Primzahlen Elemente der Obergruppe II, R3 wogegen im Zwilling mod 20 (17, 37) beide Primzahlen Elemente der Obergruppe II, R1 sind.

Tab. 24 - FortsetzungZwillinge mod 100:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101), -

Folge 1:= $51 + 10n$, $n = 0$

(31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131), +

Folge 1:= $51 + 10n$, $n = 3$

(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103), +

Folge 2:= $53 + 10n$, $n = 0$

(5, 6, 7, ..., 55, 56, 57, ..., 101, 102, 103, 104, 105), -

In der Folge: $55 + 10n$ können Zwillinge mod 100 nicht auftreten, da die abschließenden Zahlen nicht prim sind.

(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99,

100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107), +

Folge 3:= $57 + 10n$, $n = 0$

(37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137), +

Folge 3:= $57 + 10n$, $n = 3$

(9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 26, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109), -

Folge 4:= $59 + 10n$, $n = 0$

(79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179), +

Folge 4:= $59 + 10n$, $n = 7$ Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In den vier unendlichen Folgen: $Folge\ 1 = 51 + 10n$, $Folge\ 2 = 53 + 10n$, $Folge\ 3 = 57 + 10n$ und $Folge\ 4 = 59 + 10n$ können unendlich viele Zwillinge mod 100 auftreten die (fallweise in kleinen Zahlen-Intervallen) aus der Verkettung von Zwillingen mod <100 konstituiert sind. In **Tab. 37** wird gezeigt, dass in großen Zahlen-Intervallen überwiegend "reine" Zwillinge mod 100 auftreten können.
2. Für alle Zwillinge mod 100 gilt die (invariante) Gesetzmäßigkeit, dass die Primzahlen von denen die Zwillinge mod 100 umschlossen werden, stets Elemente der gleichen Obergruppe I bzw. II sein müssen. Hier zwei Beispiele:

Intervallen) aus der Verkettung von Zwillingen mod <100 konstituiert sind. In **Tab. 37** wird gezeigt, dass in großen Zahlen-Intervallen überwiegend "reine" Zwillinge mod 100 auftreten können.

2. Für alle Zwillinge mod 100 gilt die (invariante) Gesetzmäßigkeit, dass die Primzahlen von denen die Zwillinge mod 100 umschlossen werden, stets Elemente der gleichen Obergruppe I bzw. II sein müssen. Hier zwei Beispiele:

Tab.24 - Fortsetzung

Beispiel 1 Im Zwilling mod 100: (7, 107) sind beide Primzahlen Elemente der Obergruppe II.
Beispiel 2: Im Zwilling mod 100: (37, 137) sind beide Primzahlen Elemente der Obergruppe I.

3. Diese Gesetzmäßigkeit, wird in allen Zwillingen mod $10n$, $n \geq 1$ erfüllt - siehe auch das Beispiel der Zwillingen mod $20n$.
4. Es gilt überdies das Gesetz, wonach für alle Zwillinge mod $10n$, $n \geq 1$ stets vier unendliche Folgen (immanent) existieren - *Folge 1, Folge 2, Folge 3 und Folge 4* in denen diese Zwillinge in einer unendlichen Zahl auftreten.

Den in **Tab. 24** ermittelten Folgen der geraden bzw. ungeraden Zahlen (n_g bzw. n_u), die zentral inmitten der jeweiligen Zwillinge situiert sind, entsprechen jeweils zwei "begleitende" Dirichlet-Progressionen, in denen unendlich viele Primzahlen auftreten, wobei fallweise in beiden, derart "gekoppelten" Dirichlet-Progressionen Primzahlen auftreten.

In **Tab. 25** wird demonstriert, dass die hier deduzierten Folgen, in denen Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ auftreten, stets auch in großen Zahlen-Intervallen gelten, und dass diese Zwillinge stets nur innerhalb der definierten Folgen auftreten können. In **Tab. 25** wurden auch die Primzahl-Dichten bestimmt, die in den Umgebungen der (jeweiligen) Zwillinge auftreten, wie auch die Primzahl-Fakultäten aus denen die (jeweiligen) Elemente der analysierten Folgen gebildet sind.

Tab. 25 - Zwillinge mod 2, und mod 12, 14, 16, 18, 20 und mod 100 in großen Zahlen-Intervallen und die Bestimmung der Primzahl-Dichten, die in der Umgebung dieser Zwillinge auftreten:

Zwillinge mod 2:

| | | | | | | | | |
|---|----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------------|
| <i>Folge 1:</i> $n_g = 12 + 30n$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta$ |
| $n_g = 100000000000842$ = $12 + 10000000000083 \cdot 10$ = $2 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 29 \cdot 41 \cdot 719289917$ | 10000000000083 | -65 | -5 | -1 | ----- +1 | +18 | +121 | 186 |

Folge 2: $n_g = 18 + 30n$

| | | | | | | | | |
|---|----------------|-----|-----|----|----------|-----|-----|-----|
| $n_g = 100000000005288$ = $18 + 10000000000527 \cdot 10$ = $2^3 \cdot 3 \cdot 277 \cdot 34583 \cdot 434957$ | 10000000000527 | -55 | -29 | -1 | ----- +1 | +41 | +53 | 108 |
|---|----------------|-----|-----|----|----------|-----|-----|-----|

Folge 3: $30 + 30n$

| | | | | | | | | |
|---|--------------|-----|----|----|----------|-----|-----|-----|
| $n_g = 9999999999930$ = $30 + 999999999990 \cdot 10$ = $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 79259 \cdot 18024091$ | 999999999990 | -77 | -7 | -1 | ----- +1 | +29 | +41 | 118 |
|---|--------------|-----|----|----|----------|-----|-----|-----|

Tab. 25 - Fortsetzung

Zwillinge mod 12:

Folge 1: $7 + 10n$

Tab. 25 - Fortsetzung

Zwillinge mod 12:

| Folge 2: $13 + 10n$ | $n:=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta$ |
|--|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------------|
| $n_0 = 100000000001183$ = $13 + 1000000000017 \cdot 10$ = $31 \cdot 6481 \cdot 7321 \cdot 67987$ | 1000000000017 | -54 | -10 | -6 | +6 | +20 | +90 | 144 |

Folge 3: $15 + 10n$

| | | | | | | | | |
|---|---------------|-----|-----|----|----|----|-----|-----|
| $n_0 = 10000000001675$ = $15 + 1000000000166 \cdot 10$ = $5 \cdot 263 \cdot 7604562739$ | 1000000000166 | -42 | -18 | -6 | +6 | +8 | +78 | 120 |
|---|---------------|-----|-----|----|----|----|-----|-----|

Zwillinge mod 14:

Folge 1: $10 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|----------------|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|
| $n_0 = 100000000000950$ = $10 + 10000000000094 \cdot 10$ = $2 \cdot 5^3 \cdot 103 \cdot 139 \cdot 4656469$ | 10000000000094 | -97 | -67 | -7 | +7 | +17 | +43 | 140 |
|--|----------------|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|

Folge 2: $14 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|----------------|-----|-----|----|----|-----|-----|----|
| $n_0 = 100000000001184$ = $14 + 10000000000117 \cdot 10$ = $2^4 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 47 \cdot 49 \cdot 997 \cdot 1481$ | 10000000000117 | -43 | -23 | -7 | +7 | +23 | +55 | 98 |
|--|----------------|-----|-----|----|----|-----|-----|----|

Folge 3: $16 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|----------------|------|-----|----|----|-----|-----|-----|
| $n_0 = 100000000009326$ = $16 + 10000000000931 \cdot 10$ = $2 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 5233 \cdot 138474619$ | 10000000000931 | -107 | -49 | -7 | +7 | +37 | +43 | 150 |
|--|----------------|------|-----|----|----|-----|-----|-----|

Zwillinge mod 16:

Folge 1: $9 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|---------------|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|
| $n_0 = 100000000001169$ = $9 + 1000000000116 \cdot 10$ = $3^2 \cdot 31 \cdot 71 \cdot 504821041$ | 1000000000116 | -76 | -28 | -8 | +8 | +22 | +36 | 112 |
|--|---------------|-----|-----|----|----|-----|-----|-----|

Folge 2: $11 + 10n$

| | | | | | | | | |
|---|---------------|-----|----|----|----|-----|-----|----|
| $n_0 = 10000000002081$ = $11 + 1000000000207 \cdot 10$ = $3 \cdot 59 \cdot 56497175153$ | 1000000000207 | -58 | -8 | -2 | +8 | +26 | +40 | 54 |
|---|---------------|-----|----|----|----|-----|-----|----|

Anmerkung:

Der Zwilling mod 16 besteht aus einem Zwilling mod 8, mod 6 und mod 2

Folge 3: $15 + 10n$

| $n:=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ | |
|---|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|-----|
| $n_0 = 10000000001625$ = $15 + 1000000000161 \cdot 10$ = $3 \cdot 5^3 \cdot 131^2 \cdot 421 \cdot 3691$ | 1000000000161 | -58 | -52 | -8 | +8 | +32 | +44 | 102 |

Anmerkung: Der verkettete Zwilling mod 16 in Folge 2 wurde durch Unterstreichung markiert.

$$= 15 + 1000000000161 \cdot 10$$

$$= 3 \cdot 5^3 \cdot 131^2 \cdot 421 \cdot 3691$$

Anmerkung: Der verkettete Zwillings mod 16 in *Folge 2* wurde durch Unterstreichung markiert.

Tab. 25 - Fortsetzung

Zwillinge mod 18:

| <i>Folge 1:</i> $10 + 10n$ | $n:=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta$ |
|--|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------------|
| $n_g = 10000000000600$ $= 10 + 1000000000059 \cdot 10$ $= 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3947 \cdot 12667849$ | 1000000000059 | -167 | -147 | -9 | ----- +9 | +43 | +49 | 216 |

Folge 2: $12 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|---------------|-----|-----|----|----------|-----|-----|-----|
| $n_g = 10000000001002$ $= 12 + 1000000000099 \cdot 10$ $= 2 \cdot 11 \cdot 367 \cdot 1238543473$ | 1000000000099 | -45 | -15 | -9 | ----- +9 | +21 | +85 | 130 |
|--|---------------|-----|-----|----|----------|-----|-----|-----|

Folge 3: $18 + 10n$

| | | | | | | | | |
|---|---------------|-----|-----|----|----------|-----|------|-----|
| $n_g = 10000000000768$ $= 18 + 1000000000075 \cdot 10$ $= 2^7 \cdot 5 \cdot 1459 \cdot 1070939$ | 1000000000075 | -39 | -17 | -9 | ----- +9 | +85 | +115 | 154 |
|---|---------------|-----|-----|----|----------|-----|------|-----|

Zwillinge mod 20:

Folge 1: $11 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|---------------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $n_u = 10000000000401$ $= 11 + 1000000000039 \cdot 10$ $= 3 \cdot 304643 \cdot 10941769$ | 1000000000039 | -88 | -58 | -10 | ----- +10 | +32 | +52 | 140 |
|--|---------------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|

Folge 2: $13 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|---------------|-----|-----|-----|-----------|----|------|-----|
| $n_u = 10000000000443$ $= 13 + 1000000000043 \cdot 10$ $= 3 \cdot 19 \cdot 175438596499$ | 1000000000043 | -55 | -32 | -10 | ----- +10 | 48 | +166 | 218 |
|--|---------------|-----|-----|-----|-----------|----|------|-----|

Folge 3: $17 + 10n$

| | | | | | | | | |
|--|---------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $n_u = 10000000004337$ $= 17 + 1000000000432 \cdot 10$ $= 3^4 \cdot 7 \cdot 919 \cdot 2711 \cdot 7079$ | 1000000000432 | -110 | -38 | -10 | ----- +10 | +50 | +62 | 172 |
|--|---------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|

Folge 4: $19 + 10n$

| | | | | | | | | |
|---|---------------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $n_u = 10000000003749$ $= 19 + 1000000000373 \cdot 10$ $= 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 25062656651$ | 1000000000373 | -50 | -32 | -10 | ----- +10 | +32 | +94 | 144 |
|---|---------------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|

| <u>Zwillinge mod 100:</u> | $n:=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta:=$ |
|---------------------------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------|
|---------------------------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------|

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In **Tab. 25** liegt (in Verbindung mit den Aussagen der Tabellen: **21, 24, 26, 29, 32, 34, 35** und **36**) die Bestätigung der bisher unbewiesenen Vermutung vor, dass Zwillinge mod 2 in einer unendlichen Zahl auftreten. Darüber hinaus liegt in **Tab. 25** die Bestätigung vor, dass Zwillinge aller Modularitäten: mod $2n$, $n \geq 1$ in der unendlichen Zahlenmenge ($n \rightarrow \infty$) in einer unendlichen Zahl vorkommen.
2. In **Tab. 25** finden die in dieser Monographie deduzierten *Folge-Gesetze*, die für die (jeweiligen) Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ gelten, ihre volle Bestätigung.
3. Aus **Tab. 25** ergibt sich, dass "reine" Zwillinge großer Modularität (wie z.B. die Zwillinge mod 100) in hohen Zahlenbereichen auftreten, wogegen in kleineren Zahlenbereichen überwiegend verkettete Zwillinge hoher Modularität auftreten. Diese Eigenschaften der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 3$ ist für den Beweis der Goldbach'schen Vermutung von besonderer Bedeutung - siehe die Monographie des Verfassers u.d.T.: "Der Beweis der Goldbach-Vermutung. ...". Diese Eigenschaft der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 3$ findet auch in **Anlage 2** eine volle Bestätigung.
4. Die einzigen Zwillinge mod $2n$, die nur als "reine, nicht verkettete" Zwillinge auftreten können, sind die Zwillinge mod 2 und mod 4.
5. Die relativ hohen Primzahl-Dichten, die in den Umgebungen der inmitten von Zwillingen mod $2n$ zentral situierten geraden bzw. ungeraden Zahlen (n_g bzw. n_u) auftreten sind durch die "Primzahl-Genese" dieser Zahlen bedingt. Wie aus den vorgestellten Zerlegungen dieser Zahlen in ihre Primzahl-Faktäten hervorgeht, bestehen diese Zahlen aus sehr lückenhaften Primzahl-Produkten, so dass in den Umgebungen dieser Zahlen Primzahlen in primen Abständen auftreten können, die in den Primzahl-Faktäten dieser Zahlen nicht vorkommen.
6. Die Summen-Abstände: $\Sigma \Delta$, die in **Tab. 25** ermittelt wurden, definieren diverse verkettete Zwillinge, die (wie ersichtlich) auch in großen Zahlen-Intervallen auftreten können (müssen).
7. In **Tab. 25** wurden die jeweils auftretenden Zwillinge mod: 12, 14, 16, 18, 20 und 100 durch gestrichelte Linien markiert.
8. Die in **Tab. 25** angeführten Zwillinge unterschiedlicher Modularität bestätigten Gesetze der *Folgen*, in denen die Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ auftreten können werden schließlich im nachfolgenden Kapitel systematisch angeführt.

8. Die Bildungsgesetze der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$:

Der Leser wird auf die **Anlagen 2** hingewiesen, in denen die Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6, ..., bis mod 30 und mod 100 ausgewiesen wurden, die in unterschiedlichen Zahlen-Intervallen auftreten und des weiteren auf die in Kapitel 9 deduzierten *Folge-Gesetze*, die in **Tab. 38** zusammengefasst sind.

Die **Tab. 38** vorgestellten Bildungsgesetze der unendlichen *Folgen* basieren auf den geraden bzw. ungeraden Zahlen (n_g bzw. n_u), die zentral inmitten der (jeweiligen) Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ situiert sind. Diese *Folgen* der Zahlen n_g bzw. n_u sind jeweils von zwei Dirichlet-Progressionen flankiert, in denen unendlich viele Primzahlen auftreten, die fallweise in den Abständen $\Delta = 2n$, $n \geq 1$ gleichzeitig auftreten und damit die Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ bilden. Dieser (invariante) Sachverhalt wird nachfolgend am Beispiel der *Folge 1*: $12 + 30n$ der Zwillinge mod 2 demonstriert:

$$\begin{aligned}
 \text{D-Progression 1} &:= 11 + 30n := \underline{11}, \underline{41}, \underline{71}, \underline{101}, \underline{131}, 161, \underline{191}, 221, \underline{251}, \underline{281}, \dots, \underline{3371}, \dots \\
 \text{Folge 1} &= 12 + 30n = \underline{12}, \underline{42}, \underline{72}, \underline{102}, 132, 162, \underline{192}, 222, 252, \underline{282}, \dots, 3372, \dots \\
 \text{D-Progression 2} &= 13 + 30n := \underline{13}, \underline{43}, \underline{73}, \underline{103}, 133, 163, \underline{193}, \underline{223}, 253, \underline{283}, \dots, \underline{3373}, \dots
 \end{aligned}$$

D-Progression 1 := 11 + 30n := 11, 41, 71, 101, 131, 161, 191, 221, 251, 281, ..., 3371, ...
 Folge 1 = 12 + 30n = 12, 42, 72, 102, 132, 162, 192, 222, 252, 282, ..., 3372, ...
 D-Progression 2 = 13 + 30n := 13, 43, 73, 103, 133, 163, 193, 223, 253, 283, ..., 3373,

In den ersten zehn Elementen der Folge 1 := 12 + 30n treten die sechs unterstrichenen geraden Zahlen mit der EZ2 auf, die innerhalb von Zwillingen mod 2 (EZ1, EZ3) situiert sind. Daraus ist ersichtlich, dass man die sechs (paarweise gekoppelten) Dirichlet-Progressionen, in denen jeweils unendlich viele (paarweise im Abstand Δ=2 gekoppelte) Primzahlen auftreten, durch die drei Folgen: Folge 1 = 12 + 30n, Folge 2 = 18 + 30n, Folge 3 = 30 + 30n der geraden Zahlen mit den Endziffern: EZ2, EZ8, EZ0 substituieren kann. Nach der gleichen Substitution wurde die Zahl der Dirichlet-Progressionen, in denen (paarweise und in einer unendlichen Folge) die Primzahlen auftreten, die Zwillinge mod 2n, n ≥ 1 abschließen, durch die halbe Zahl der Folgen der geraden bzw. ungeraden Zahlen (n_g bzw. n_u), die zentral inmitten der jeweiligen Zwillinge situiert sind, substituiert. Nach diesen Erläuterungen sind die (invarianten) Folgen-Gesetze, von Tab. 26, die für die Zwillinge mod 2n, n ≥ 1 gelten, leicht verständlich.

Tab. 26 - Die Bildungs-Gesetze der Folgen in denen Zwillinge mod 2n, n ≥ 1 auftreten können:

| Zwillinge mod 2n, n ≥ 1: | Folge 1 | Folge 2 | Folge 3 | Folge 4 |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|
| Zwillinge mod 2: | 12 + 30n | 18 + 30n | 30 + 30n | ----- |
| Zwillinge mod 4: | 5 + 10n | 9 + 10n | 11 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 6: | 14 + 10n | 16 + 10n | 10 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 8: | 7 + 10n | 13 + 10n | 15 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 10: | 6 + 10n | 8 + 10n | 12 + 10n | 14 + 10n |
| Zwillinge mod 12: | 7 + 10n | 13 + 10n | 15 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 14: | 10 + 10n | 14 + 10n | 16 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 16: | 9 + 10n | 11 + 10n | 15 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 18: | 10 + 10n | 12 + 10n | 18 + 10n | ----- |
| Zwillinge mod 20: | 11 + 10n | 13 + 10n | 17 + 10n | 19 + 10n |
| Zwillinge mod 100: | 51 + 10n | 53 + 10n | 57 + 10n | 59 + 10n |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Die Bildungsgesetze für die Folgen aller weiteren Zwillinge mod 2n, n ≥ 1 können von interessierten Lesern auf der Basis der in dieser Monographie entwickelten Grundlagen (mühe) vervollständigt werden mit dem Test ihrer Gültigkeit in beliebig hohen Zahlen-Intervallen durch PC-Test-Proben.
2. Aus der Übersicht von Tab. 26 geht hervor, dass für alle Zwillinge mod 10n, n ≥ 1 jeweils vier Folgen: Folge 1, Folge 2, Folge 3 und Folge 4 auftreten, in denen unendlich viele Zwillinge mod 10n, n ≥ 1 auftreten. Für alle Zwillinge mod 2n, die nicht vom Typ: mod 10n, n ≥ 1 sind, gelten jeweils nur die drei Folgen: Folge 1, Folge 2, Folge 3, was aus Tab. 26 ebenfalls entnommen werden kann.
3. Aus Tab. 26 ist des weiteren zu entnehmen, dass in den Bildungsgesetzen der drei Folgen aller Zwillinge mod 4n, n ≥ 1 ungerade (konstante) Glieder auftreten, wogegen in den drei Folgen aller Zwillinge mod 2 + 4n, n ≥ 1 stets gerade (konstante) Glieder auftreten. Die tieferen Gründe, für das Bestehen dieser Gesetzmäßigkeiten wurden bereits ausführlich erläutert (unter Beweis gestellt).

Die besonderen und invarianten Gesetze, die in allen Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ gelten, führen zu weiteren Erkenntnissen über das Auftreten von Mersenne- und Fermat-Primzahlen (M_p und F_p) innerhalb von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$. Dieser Thematik ist das nachfolgende Kapitel gewidmet.

9. Neue Aspekte der Mersenne- und Fermat-Primzahlen, M_p und F_p :

Zunächst wird die bereits in den Vorworten angesprochene Klassenteilung der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ näher untersucht, mit der Zielsetzung einer Revision, der von Mersenne und Fermat eingeführte Restriktionen, nach denen die Primzahlen $M_p = 2^p - 1$ und $F_p = 2^{2^n} + 1$ nur innerhalb dieser Klassen der Zahlen $n_g = 2^n$ auftreten können.

Zunächst ist hervorzuheben, dass in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2^n$ stets Primzahlen in den Abständen $\Delta := \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots, \pm n_n$ auftreten können, wobei Primzahlen vom Typ M_p bzw. F_p nur dann auftreten, wenn die Zahlen $n_g = 2^n$ extrem asymmetrisch zwischen zwei aufeinander folgenden Primzahlen ($p_1, p_2 > p_1$) situiert sind. Es soll deshalb eingangs untersucht werden in welchen der Folgen: $2^{1+4n}, 2^{2+4n}, 2^{3+4n}, 2^{4+4n}$ Primzahlen vom Typ M_p und F_p prinzipiell ausgeschlossen sind.

Diese Aufgabe lässt sich anhand von **Tab. 27** einsichtig lösen. Die anhand von **Tab. 14** gewonnenen Einsichten werden anschließend kommentiert und führen zum Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen der Typen: $M_p = 2^n - 1$ und $F_p = 2^n + 1$ gibt.

Tab. 27 - Die Gliederung der unendlichen Folge $n_g = 2^n$, $n \geq 1$ in vier gleichmächtige Teilfolgen:

| | |
|----------------------|--|
| Teilfolge 1 mit EZ2: | $2^1 = 2, 2^{1+4} = 32, 2^{1+8} = 512, 2^{1+12} = 8192, \dots, 2^{1+4n}, n = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ |
| Teilfolge 2 mit EZ4: | $2^2 = 4, 2^{2+4} = 64, 2^{2+8} = 1024, 2^{2+12} = 16384, \dots, 2^{2+4n}, n = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ |
| Teilfolge 3 mit EZ8: | $2^3 = 8, 2^{3+4} = 128, 2^{3+8} = 2048, 2^{3+12} = 32768, \dots, 2^{3+4n}, n = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ |
| Teilfolge 4 mit EZ6: | $2^4 = 16, 2^{4+4} = 256, 2^{4+8} = 4096, 2^{4+12} = 65536, \dots, 2^{4+4n}, n = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ |

| Teilfolge 1 $n_g + 1 = 2^{1+4n} + 1 :=$ | Teilfolge 2 $n_g + 1 = 2^{2+4n} + 1 :=$ | Teilfolge 3 $n_g + 1 = 2^{3+4n} + 1 :=$ | Teilfolge 4 $n_g + 1 = 2^{4+4n} + 1 :=$ |
|--|--|--|--|
| $n = 0, 2^1 + 1 = \underline{3}$ | $2^2 + 1 = 5$ | $2^3 + 1 = \underline{9}$ | $2^4 + 1 = 17$ |
| $n = 1, 2^5 + 1 = \underline{33}$ | $2^6 + 1 = 65$ | $2^7 + 1 = \underline{129}$ | $2^8 + 1 = 257$ |
| $n = 2, 2^9 + 1 = \underline{513}$ | $2^{10} + 1 = 1025$ | $2^{11} + 1 = \underline{2049}$ | $2^{12} + 1 = 4097$ |
| $n = 3, 2^{13} + 1 = \underline{8193}$ | $2^{14} + 1 = 16385$ | $2^{15} + 1 = \underline{32769}$ | $2^{16} + 1 = 65537$ |
| $n = 4, 2^{17} + 1 = \underline{131073}$ | $2^{18} + 1 = 262145$ | $2^{19} + 1 = \underline{524289}$ | $2^{24} + 1 = 16777217$ |
| $n = 5, 2^{21} + 1 = \underline{2097153}$ | $2^{22} + 1 = 4194305$ | $2^{23} + 1 = \underline{8388609}$ | $2^{28} + 1 = 268435457$ |
| $n = 6, 2^{25} + 1 = \underline{33554433}$ | $2^{26} + 1 = 67108865$ | $2^{27} + 1 = \underline{134217729}$ | $2^{32} + 1 = 4294967297$ |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Teilfolgen: 1, 2 und 3 bilden bezüglich der Fermat-Primzahlen inaktive Dirichlet-Progressionen. In der Teilfolge 1 ist die Fermat-Primzahlen: $p = 3$ die einzig mögliche Primzahl mit der Endziffer EZ3, da alle ungeraden Zahlen der Folge $2^{1+4n} + 1$ durch die Zahl 3 teilbar sind; diese Zahlen wurden deshalb durch Unterstreichung markiert.
- In der Teilfolge 2 ist nur $p = 5$ eine Primzahl, alle weiteren ungeraden Zahlen dieser Teilfolge sind durch 5 teilbar, da diese Zahlen die Endziffer EZ5 aufweisen..
- In der Teilfolge 3 sind alle ungeraden Zahlen $n_g + 1$ ebenfalls durch drei teilbar und wurden durch Unterstreichung markiert. Die Teilfolge 3 bildet eine inaktive Dirichlet-Progression.

2. In der Teilfolge 2 ist nur $p = 5$ eine Primzahl, alle weiteren ungeraden Zahlen dieser Teilfolge sind durch 5 teilbar, da diese Zahlen die Endziffer EZ5 aufweisen..
 3. In der Teilfolge 3 sind alle ungeraden Zahlen $n_g + 1$ ebenfalls durch drei teilbar und wurden durch Unterstreichung markiert. Die Teilfolge 3 bildet eine inaktive Dirichlet-Progression.
 4. Die Teilfolge 4 bildet bezüglich der Fermat-Primzahlen die einzige aktive Dirichlet-Progression, in der unendlich viele Fermat-Primzahlen mit der Endziffer EZ7 auftreten können. Diese bisher bekannten Fermat-Primzahlen wurden in Tab. 27 fett gedruckt markiert..
3. Für die Teilfolge 4 gilt der wichtige Hinweis, dass in dieser Teilfolge nicht nur (wie Fermat vermutete) Primzahlen vom Typ: $2^{2^n} + 1$ auftreten können, vielmehr aber (fallweise) Primzahlen vom Typ: $2^{4+4n} + 1$. Die Suche nach diesen Primzahlen in dieser aktiven Dirichlet-Progression - in der Teilfolge 4 sollte deshalb mit geeigneten Test-Programmen intensiviert werden, wobei die von Fermat vorgegebene Restriktion: $F_p = 2^{2^n} + 1$ aufzugeben ist.

Tab. 27 - Fortsetzung

| Teilfolge 1 | Teilfolge 2 | Teilfolge 3 | Teilfolge 4 |
|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $n_g - 1 = 2^{1+4n} - 1 :=$ | $n_g - 1 = 2^{2+4n} - 1 :=$ | $n_g - 1 = 2^{3+4n} - 1 :=$ | $n_g - 1 = 2^{4+4n} - 1 :=$ |
| $n = 0, 2^1 - 1 = 1$ | $2^2 - 1 = 3$ | $2^3 - 1 = 7$ | $2^4 - 1 = 15$ |
| $n = 1, 2^5 - 1 = 31$ | $2^6 - 1 = 63$ | $2^7 - 1 = 127$ | $2^8 - 1 = 255$ |
| $n = 2, 2^9 - 1 = 511$ | $2^{10} - 1 = 1023$ | $2^{11} - 1 = 2047$ | $2^{12} - 1 = 4095$ |
| $n = 3, 2^{13} - 1 = 8191$ | $2^{14} - 1 = 16383$ | $2^{15} - 1 = 32767$ | $2^{16} - 1 = 65535$ |
| $n = 4, 2^{17} - 1 = 131071$ | $2^{18} - 1 = 262143$ | $2^{19} - 1 = 524287$ | $2^{20} - 1 = 1048575$ |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Die Teilfolgen 2 und 4 bilden bezüglich der Mersenne-Primzahlen inaktive Dirichlet-Progressionen, hingegen bilden die Teilfolgen 1 und 3 aktive Dirichlet-Progressionen, in denen unendlich viele Mersenne-Primzahlen auftreten können. Die primen Zahlen wurden hier fett gedruckt hervorgehoben.. Die Mersenne-Primzahlen können wie ersichtlich in den Endziffern: EZ1 und EZ7 auftreten.
2. Bei der Suche nach weiteren Mersenne-Primzahlen sind deshalb auch die Zahlen: $n_g - 1 = 2^{1+4n} - 1$ und $n_g - 1 = 2^{3+4n} - 1$ einzubeziehen, deren Exponenten nicht prime Zahlen sind.
3. Die von Mersenne vorgegebene Restriktion: $M_p = 2^p - 1$ ist deshalb aufzugeben.

Die Schlussfolgerung:

In Tab. 27 wurde nachgewiesen, dass Mersenne-Primzahlen in zwei Dirichlet-Progressionen: vom Typ: $M_p = 2^{1+4n} - 1$ und $M_p = 2^{3+4n} - 1$ vorkommen und somit in einer unendlichen Zahl auftreten. Wiewohl die Fermat-Primzahlen nur in der Dirichlet-Progression vom Typ: $F_p = 2^{4+4n} + 1$ vorkommen, treten diese auch diese Primzahlen (F_p) in einer unendlichen Zahl auf, was bisher nicht bewiesen werden konnte. Nachdem dieser Beweis erbracht werden konnte, empfiehlt es sich die "GIMPs-Teste" für die Suche nach weiteren Mersenne-Primzahlen zu erweitern, um auch alle Zahlen vom Typ: $2^{1+4n} - 1$ und $2^{3+4n} - 1$ auf ihre Primzahl-Eigenschaften testen zu können. Des weiteren gilt die Empfehlung die GIMPs-Teste so zu erweitern, dass auch alle Zahlen vom Typ: $2^{4+4n} + 1$ auf ihre Primzahl - Eigenschaft getestet werden können und nicht nur die Zahlen der Untermenge: $2^{2^n} + 1$.

Danach gilt die Empfehlung die "GIMPs-Teste" zu "GIM&FPs-Testen" zu erweitern und sich dabei von den "unzeitgemäßen" Restriktionen zu befreien, die Mersenne und Fermat eingeführt hatten.

In Tab. 28 wurden alle (42) bisher gefundenen Mersenne-Primzahlen mit Angabe ihrer Endziffern und dem Datum ihrer Entdeckung angeführt. Die Primzahl $M_{p,8} = 2^{31} - 1$ stammt von Euler (1772).

Tab. 28 - Die Auflistung der bisher gefundenen Mersenne-Primzahlen mit Angabe ihrer Endziffern:

Tab. 28 - Fortsetzung

| | | | | | | | |
|-------------------------|---|-----|-------------|-----------------------------|---|-----|------|
| $M_{p,5} = 2^{13}-1$ | 1 | EZ1 | 1456 | $M_{p,26} = 2^{23209}-1$ | 1 | EZ1 | 1979 |
| $M_{p,6} = 2^{17}-1$ | 1 | EZ1 | 1588 | $M_{p,27} = 2^{44497}-1$ | 1 | EZ1 | 1979 |
| $M_{p,7} = 2^{19}-1$ | 3 | EZ7 | 1588 | $M_{p,28} = 2^{86243}-1$ | 3 | EZ7 | 1982 |
| $M_{p,8} = 2^{31}-1$ | 3 | EZ7 | <u>1772</u> | $M_{p,29} = 2^{110503}-1$ | 3 | EZ7 | 1988 |
| $M_{p,9} = 2^{61}-1$ | 1 | EZ1 | 1883 | $M_{p,30} = 2^{132049}-1$ | 1 | EZ1 | 1983 |
| $M_{p,10} = 2^{89}-1$ | 1 | EZ1 | 1911 | $M_{p,31} = 2^{216091}-1$ | 3 | EZ7 | 1985 |
| $M_{p,11} = 2^{107}-1$ | 3 | EZ7 | 1914 | $M_{p,32} = 2^{756839}-1$ | 3 | EZ7 | 1992 |
| $M_{p,12} = 2^{127}-1$ | 3 | EZ7 | 1876 | $M_{p,33} = 2^{859433}-1$ | 1 | EZ1 | 1994 |
| $M_{p,13} = 2^{521}-1$ | 1 | EZ1 | 1952 | $M_{p,34} = 2^{1257787}-1$ | 3 | EZ7 | 1996 |
| $M_{p,14} = 2^{607}-1$ | 3 | EZ7 | 1952 | $M_{p,35} = 2^{1398269}-1$ | 1 | EZ1 | 1996 |
| $M_{p,15} = 2^{1279}-1$ | 3 | EZ7 | 1952 | $M_{p,36} = 2^{2976221}-1$ | 1 | EZ1 | 1997 |
| $M_{p,16} = 2^{2203}-1$ | 3 | EZ7 | 1952 | $M_{p,37} = 2^{3021377}-1$ | 1 | EZ1 | 1998 |
| $M_{p,17} = 2^{2281}-1$ | 1 | EZ1 | 1952 | $M_{p,38} = 2^{6972593}-1$ | 1 | EZ1 | 1999 |
| $M_{p,18} = 2^{3217}-1$ | 1 | EZ1 | 1957 | $M_{p,39} = 2^{13466917}-1$ | 1 | EZ1 | 2001 |
| $M_{p,19} = 2^{4253}-1$ | 1 | EZ1 | 1961 | $M_{p,40} = 2^{20996011}-1$ | 3 | EZ7 | 2003 |
| $M_{p,20} = 2^{4423}-1$ | 3 | EZ7 | 1961 | $M_{p,41} = 2^{24036583}-1$ | 3 | EZ7 | 2004 |
| $M_{p,21} = 2^{9689}-1$ | 1 | EZ1 | 1963 | $M_{p,42} = 2^{25964951}-1$ | 3 | EZ7 | 2005 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die bisher gefundenen Mersenne-Primzahlen: $M_{p,1}$ bis $M_{p,42}$, die in Tab. 28 aufgelistet wurden, sind eine Bestätigung der in Tab. 27 abgeleiteten Dirichlet-Progressionen: $2^{1+4n}-1$ und $2^{3+4n}-1$, in denen "Mersenne-artige" Primzahlen (fallweise) auftreten. Die in Tab. 28 angeführten Mersenne-Primzahlen bilden jedoch keine vollständige Liste (Folge) dieser Primzahlen, da bisher nicht alle Zahlen dieser beiden Dirichlet-Progressionen auf ihre Primzahl-Eigenschaft getestet wurden, insbesondere sind noch die Zahlen mit ungeraden nicht primen Exponenten in das Testverfahren einzubeziehen.
- Die Mersenne-Primzahl: $M_{p,1} = 2^2 - 1 = 3$, die aus der "inaktiven" Dirichlet-Progression: $2^{2+4n} - 1$ stammt, ist die einzige Primzahl mit der Endziffer EZ3. Weitere Primzahlen mit der Endziffer EZ3 können in der (unendlichen) Folge der Mersenne-Primzahlen nicht auftreten.
- Aus Tab. 27 folgt wiederum, dass Primzahlen der "Fermat'schen Art" nur in der Folgen: $2^{4+4n} + 1$ mit der Endziffer EZ7 auftreten können, bis auf die Primzahl $F_{p,2} = 2^2 + 1 = 5$, die solitär mit der Endziffer EZ5 auftritt.
- Sobald man die "Fermat'sche Restriktion": $F_p = 2^{2^n} + 1$ aufgibt und alle Exponenten der Folge $4 + 4n = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, \dots$ in das Testverfahren einbezieht, ist zu erwarten, dass man in sehr großen Zahlenbereichen weitere Fermat-Primzahlen entdecken wird.
- Diese "Vorhersagen" mögen als ein Test des vorgestellten Beweises dienen, dass es unendlich viele Primzahlen vom Typ: $M_p = 2^{1+4n} - 1$ und $M_p = 2^{3+4n} - 1$ sowie $F_p = 2^{4+4n} + 1$ gibt.

Die geraden Zahlen der Folge $n_g = 2^n$, $n \geq 2$ sind im gesamten Zahlenbereich ($n \rightarrow \infty$) offensichtlich stets symmetrisch oder asymmetrisch zwischen zwei aufeinander folgenden Primzahlen ($p_1 < n_g$) und ($p_2 > n_g$) situiert. Bei extrem asymmetrischer Lokalisierung von $n_g = 2^n$ zwischen den Primzahlen: p_1 und p_2 - sofern die Primzahl p_2 direkter Nachfolger der geraden Zahl $n_g = 2^n$ ist, d.h. wenn die Beziehungsgleichung: $n_g + 1 = p_2$ gilt, ergibt sich die Mersenne-Primzahl: $M_p = p_2 = 2^n - 1$ und sofern die gerade Zahl $n_g = 2^n$ ein direkter Vorgänger der Primzahl p_2 ist, gilt alternativ die Beziehungsgleichung: $p_2 - 1 = n_g$ bzw. $F_p = p_2 = 2^n + 1$.

Sofern die geraden Zahlen: $n_g = 2^n$ nicht extrem (links bzw. rechts) asymmetrisch zwischen zwei Primzahlen: $p_1 < p_2$ situiert sind, treten zwischen $n_g = 2^n$ und den Primzahlen: p_1 und p_2 definierte Abstände: $\Delta > \pm 1$ auf. In Tab. 29 wurden die Primzahl-Dichten bestimmt, die im Umfeld der Zahlen: 2^n in der Folge: 2^2 bis 2^{56} auftreten. Aus Tab. 29 ist ersichtlich, dass man durch PC-Teste leicht sechs Primzahlen $p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < n_g = 2^n$ und $p_6 > p_5 > p_4 > n_g = 2^n$ bestimmen kann, die (jeweils) im Umfeld der Zahlen $n_g = 2^n$ auftreten.

Sofern die geraden Zahlen: $n_g = 2^n$ nicht extrem (links bzw. rechts) asymmetrisch zwischen zwei Primzahlen: $p_1 < p_2$ situiert sind, treten zwischen $n_g = 2^n$ und den Primzahlen: p_1 und p_2 definierte Abstände: $\Delta > \pm 1$ auf. In Tab. 29 wurden die Primzahl-Dichten bestimmt, die im Umfeld der Zahlen: 2^n in der Folge: 2^2 bis 2^{56} auftreten. Aus Tab. 29 ist ersichtlich, dass man durch PC-Teste leicht sechs Primzahlen $p_1 < p_2 < p_3 < p_4 < n_g = 2^n$ und $p_6 > p_5 > p_4 > n_g = 2^n$ bestimmen kann, die (jeweils) im Umfeld der Zahlen $n_g = 2^n$ auftreten.

Tab. 29 - Die Primzahl-Dichten im Umfeld der Zahlen $n_g = 2^n$ (für $n = 2$ bis 56):

| $2^n :=$ | Folge: | $\Delta_1 :=$ | $\Delta_2 :=$ | $\Delta_3 :=$ | $\Delta_4 :=$ | $\Delta_5 :=$ | $\Delta_6 :=$ | $\Sigma \Delta :=$ |
|-----------------------------|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------------|
| $2^1 = 2$ | 1 | -- | -- | -- | +1 | +3 | +7 | |
| $2^2 = 4$ | 2 | | | -1 | +1 | +3 | +7 | |
| $2^3 = 8$ | 3 | -5 | -3 | -1 | +3 | +5 | +9 | 14 |
| $2^4 = 16$ | 4 | -9 | -5 | -3 | +1 | +3 | +7 | 16 |
| $2^5 = 32$ | 1 | -9 | -3 | -1 | +5 | +9 | +11 | 20 |
| $2^6 = 64$ | 2 | -11 | -5 | -3 | +3 | +7 | +9 | 20 |
| $2^7 = 128$ | 3 | -19 | -15 | -1 | +3 | +9 | +11 | 30 |
| $2^8 = 256$ | 4 | -17 | -15 | -5 | +1 | +7 | +13 | 40 |
| $2^9 = 512$ | 1 | -13 | -9 | -3 | +9 | +11 | +29 | 42 |
| $2^{10} = 1024$ | 2 | -11 | -5 | -3 | +7 | +9 | +15 | 36 |
| $2^{11} = 2048$ | 3 | -21 | -19 | -9 | +5 | +15 | +21 | 42 |
| $2^{12} = 4096$ | 4 | -17 | -5 | -3 | +3 | +5 | +31 | 48 |
| $2^{13} = 8192$ | 1 | -21 | -15 | -1 | +17 | +27 | +29 | 50 |
| $2^{14} = 16384$ | 2 | -21 | -15 | -3 | +27 | +33 | +37 | 58 |
| $2^{15} = 32768$ | 3 | -51 | -49 | -19 | +3 | +11 | +15 | 66 |
| $2^{16} = 65536$ | 4 | -39 | -17 | -15 | +1 | +3 | +7 | 46 |
| $2^{17} = 131972$ | 1 | -25 | -13 | -3 | +29 | +47 | +75 | 100 |
| $2^{18} = 262144$ | 2 | -17 | -11 | -5 | +3 | +7 | +9 | 26 |
| $2^{19} = 524288$ | 3 | -27 | -19 | -1 | +21 | +53 | +59 | 86 |
| $2^{20} = 1948576$ | 4 | -23 | -17 | -5 | +25 | +27 | +37 | 60 |
| $2^{21} = 2097152$ | 1 | -21 | -19 | -9 | +17 | +59 | +71 | 92 |
| $2^{22} = 4194304$ | 2 | -27 | -17 | -3 | +15 | +25 | +49 | 76 |
| $2^{23} = 8388608$ | 3 | Folge: -27 | -21 | -15 | +9 | +11 | +19 | 46 |
| $2^{24} = 16777216$ | 4 | -33 | -17 | -3 | +43 | +73 | +75 | 108 |
| $2^{25} = 33554432$ | 1 | -61 | -49 | -39 | +35 | +41 | +69 | 130 |
| $2^{26} = 61798864$ | 2 | -45 | -35 | -33 | +7 | +19 | +25 | 70 |
| $2^{27} = 134217728$ | 3 | -111 | -79 | -39 | +29 | +45 | +51 | 162 |
| $2^{28} = 268435456$ | 4 | -95 | -89 | -57 | +3 | +7 | +37 | 132 |
| $2^{29} = 536870912$ | 1 | -39 | -9 | -3 | +9 | +97 | +99 | 138 |
| $2^{30} = 1073741824$ | 2 | -83 | -41 | -35 | +3 | +7 | +9 | 92 |
| $2^{31} = 2147483648$ | 3 | -61 | -19 | -1 | +11 | +45 | +65 | 126 |
| $2^{32} = 4294967296$ | 4 | -65 | -17 | -5 | +15 | +61 | +75 | 140 |
| $2^{33} = 8589934592$ | 1 | -49 | -39 | -9 | +17 | +29 | +35 | 84 |
| $2^{34} = 17179869184$ | 2 | -113 | -77 | -41 | +25 | +79 | +85 | 198 |
| $2^{35} = 34359738368$ | 3 | -61 | -49 | -31 | +53 | +83 | +99 | 168 |
| $2^{36} = 68719476736$ | 4 | -23 | -17 | -5 | +31 | +115 | +117 | 140 |
| $2^{37} = 137438953472$ | 1 | -45 | -31 | -25 | +9 | +29 | 41 | 86 |
| $2^{38} = 274877906944$ | 2 | -107 | -87 | -45 | +7 | +13 | +67 | 174 |
| $2^{39} = 549755813888$ | 3 | -67 | -19 | -7 | +23 | +39 | +45 | 112 |
| $2^{40} = 1099511627776$ | 4 | -195 | -167 | -87 | +15 | +27 | +55 | 250 |
| $2^{41} = 2199023255552$ | 1 | -55 | -31 | -21 | +27 | +65 | +71 | 126 |
| $2^{42} = 4398046511104$ | 2 | -33 | -17 | -11 | +15 | +75 | +87 | 120 |
| $2^{43} = 8796093022208$ | 3 | -117 | -67 | -57 | +29 | +39 | +59 | 170 |
| $2^{44} = 17592186044416$ | 4 | -119 | -117 | -17 | +7 | +21 | +27 | 146 |
| $2^{45} = 35184372088832$ | 1 | -83 | -53 | -11 | +11 | +61 | +71 | 154 |
| $2^{46} = 70368744177664$ | 2 | -63 | -57 | -21 | +15 | +127 | +139 | 202 |
| $2^{47} = 140737488355328$ | 3 | -147 | -127 | -115 | +5 | +9 | +41 | 188 |
| $2^{48} = 281474976710656$ | 4 | -125 | -63 | -59 | +7 | +25 | +57 | 182 |
| $2^{49} = 562949953421312$ | 1 | -123 | -11 | -81 | +69 | +191 | +261 | 384 |
| $2^{50} = 1125899906842624$ | 2 | -51 | -35 | -27 | +55 | +99 | +145 | 196 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- 1 Die Generierung der **Tab. 29** erfordert beim Einsatz schneller PC-Rechner keinen großen Zeitaufwand. Bei sehr großen Exponenten ($n \rightarrow \infty$) wächst die Rechenzeit jedoch immens an, weshalb es bisher auch.
2. Aus **Tab. 28** findet man die in **Tab. 14** deduzierten Dirichlet-Progressionen, nach denen nur in den Folgen: $2^{1+4n} - 1$ und $2^{3+4n} - 1$ Mersenne-Primzahlen auftreten können, sowie in den Folgen: $2^{1+4n} + 1$ und $2^{4+4n} + 1$ Fermat-Primzahlen auftreten können, vollauf bestätigt. Die in **Tab. 16** auftretenden Primzahlen M_p und F_p wurden durch fett gedruckte Zahlen: -1 bzw. +1 hervorgehoben und stimmen mit den bereits bekannten Primzahlen M_p und F_p überein. .
3. Aus **Tab. 28** ist ersichtlich, dass die Zahlen $n_g = 2^n$ mit steigendem Exponenten (n) zunehmend in Zahlen-Intervallen mit geringer Primzahl-Dichte situiert sind und überwiegend asymmetrisch zwischen den zwei benachbarten Primzahlen: p_3 und p_4 lokalisiert sind.
4. Die im Umfeld der geraden Zahlen: $n_g = 2^n$ auftretenden Zwillinge mod 2 wurden durch gestrichelte Linien verbunden. Man erkennt, dass die Dichte der Zwillinge mod. 2 in wachsenden Zahlenbereichen geringer wird.
5. Durch geeignete Testverfahren wird es möglich Primzahlen vom Typ: M_p und F_p aufzufinden, die in den hier abgeleiteten drei Dirichlet-Progressionen auftreten, und nach denen bisher infolge der von Mersenne und Fermat aufgestellten Restriktionen überhaupt noch nicht gesucht (gefahndet) wurde.
6. Ein kurzer Vergleich mit den drei Folgen, in denen Zwillinge mod 2 auftreten können mit den vier Bildungsgesetzen der Zahlen: $n_g = 2^n$ bestätigt die (schon formulierte) These, dass im direkten Umfeld der Zweier-Potenzen: 2^n niemals Zwillinge mod 2 auftreten können. Hier der Nachweis:

Die Folge 1 der Zwillinge mod 2:
 $n_g = 12 + 30n$, EZ2

Die Folge 2 der Zwillinge mod 2
 $n_g = 18 + 30n$, EZ8

Die Folge 3 der Zwillinge mod 2:
 $n_g = 30 + 30n$, EZ0

Die Zahlen $n_g = 2^n$, EZ2:

Die Zahlen $2^{1+4n} - 12$ sind
 nicht durch $n = 30$ teilbar!

Beispiel: $2^5 - 12 = 32 - 12 = 20$

Die Zahlen $n_g = 2^n$, EZ8:

Die Zahlen $2^{3+4n} - 18$ sind
 nicht durch $n = 30$ teilbar!

Beispiel: $2^7 - 18 = 128 - 18 = 110$

Die Zahlen $n_g = 2^n$ können in der
Endziffer EZ0 nicht auftreten.

Die Zahlen: 20 und 30, wie auch die Zahlen: 110 und 30 sind teilerfremde Zahlen. Dieser Konflikt mit den Folgen der geraden Zahlen, die in Zwillingen mod 2 situiert sind, ergibt sich auch im Hinblick auf die Folge: $n_g = 2^{4+4n}$, in der alle Zahlen in der Endziffer EZ6 auftreten, da in den Folgen der geraden Zahlen, die in Zwillingen mod 2 situiert sind, gerade Zahlen mit der Endziffer EZ6 bekanntlich nicht auftreten können - siehe die Ausführungen in **Kapitel 3** und die Bildungsgesetze in **Kapitel 9**.

Eine Zusammenfassung:

Die in diesem Kapitel erzielten Ergebnisse können wie folgt zusammen gefasst werden:

1. Es wurde der Beweis erbracht, dass die Mersenne- und Fermat-Primzahlen M_p und F_p in einer unendlichen Zahl auftreten.
2. Es wurde nachgewiesen, dass alle Mersenne-Primzahlen nur in den Endziffern: EZ1 und EZ7 auftreten können, ausgenommen die Primzahl $M_p = 2^2 - 1 = 3$. Dieser Beweis findet seine Bestätigung in **Tab. 27** und **Tab. 28**, in denen die Endziffern aller bisher gefundenen Mersenne-Primzahlen angeführt wurden.
3. Es wurde unter Beweis gestellt, dass alle Fermat-Primzahlen nur in der Endziffern: EZ7 auftreten können, ausgenommen die Primzahl: $F_{p,2} = 2^2 + 1 = 5$. Dieser Beweis findet seine Bestätigung in den bisher gefundenen Primzahlen: $F_{p,1} = 3$, $F_{p,3} = 17$, $F_{p,4} = 257$ und $F_{p,5} = 65537$.
4. Es konnte nachgewiesen werden, dass die Primzahl $p = 5$ ein Element der inaktiven Dirichlet-Progression: $2^{2+4n} - 1$ ist, die hier nur solitär (für $n=0$) auftreten kann.

3. Es wurde unter Beweis gestellt, dass alle Fermat-Primzahlen nur in der Endziffern: EZ7 auftreten können, ausgenommen die Primzahl: $F_{p,2} = 2^2 + 1 = 5$. Dieser Beweis findet seine Bestätigung in den bisher gefundenen Primzahlen: $F_{p,1} = 3$, $F_{p,3} = 17$, $F_{p,4} = 257$ und $F_{p,5} = 65537$.
4. Es konnte nachgewiesen werden, dass die Primzahl $p = 5$ ein Elemente der inaktiven Dirichlet-Progression: $2^{2+4n} - 1$ ist, die hier nur solitär (für $n=0$) auftreten kann.
5. Es wurde der Nachweis erbracht, dass bis auf die Primzahlen: (3, 5) alle weiteren Primzahlen M_p und F_p keine Zwillinge mod 2 bilden können.
6. Es wurde die Notwendigkeit einer erweiterten Suche nach Mersenne- und Fermat-Primzahlen unter Aufgabe der von Mersenne und Fermat stammenden Restriktionen herausgestellt. Dies besagt, dass in der künftigen Suche nach weiteren Primzahlen: M_p und F_p alle Exponenten die in den drei Dirichlet-Progressionen auftreten können, herangezogen werden sollten.

10. Der Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen $CM_p = n_g - 1$ und $CF_p = n_g + 1$ gibt:

Auf diese Primzahlen, die aus geraden Zahlen vom Typ: "composed equal numbers" resultieren, wurde bereits in den Vorworten Bezug genommen. In Kapitel 3 (Der Beweis der Vermutung, dass es unendlich viele Primzahl-Zwillinge mod 2 gibt) wurde bereits nachgewiesen, dass in den direkten Umgebungen der geraden Zahlen: $n_g = \prod p_i$, $p_i = 2$ bis p_n und $n_g = n!$ unendlich viele Primzahlen vom Typ: $CM_p = \prod p_i - 1$ und $CM_p = n! - 1$ auftreten, sowie unendlich viele Primzahlen vom Typ: $CF_p = \prod p_i + 1$ und $CF_p = n! + 1$. Die geraden Zahlen, in deren direkter Umgebung diese Primzahlen auftreten, sind hier Zahlen, die aus Fakultäten von Primzahlen bestehen ("composed equal numbers").

In **Tab. 31** wird am Beispiel der Folge: $n_g = \sum 2^n$, $n = 1$ bis $n = 30$ demonstriert, dass auch in der direkten Umgebung dieser geraden Zahlen beliebig viele Primzahlen vom Typ CM_p und CF_p auftreten. In **Tab. 32** wurden die Primzahlen CM_p und CF_p die in der Umgebung von $n_g = 2 \cdot \sum 2^n$ für $n = 1$ bis $n = 30$ auftreten ermittelt.

In **Tab. 33** wird demonstriert, dass in der direkten Umgebung der geraden Zahlen $n_g = 2 \cdot p$, $p = 3$ bis $p = 646969601$ beliebig viele Primzahlen CM_p und CF_p auftreten können.

Aus diesen Tabellen (**Tab. 31** bis **Tab. 32**) folgt, dass es unendlich viele zusammengesetzte gerade Zahlen n_g ("composed equal numbers") gibt, in deren direkter Umgebung Primzahlen vom Typ CM_p und CF_p auftreten, dies sind nämlich alle (unendlich vielen) ungeraden Primzahlen.

Tab. 31 - Die Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahlen $n_g = \sum 2^n$, für $n = 1$ bis $n = 30$:

| $\sum 2^n =$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\sum \Delta =$ |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------------|
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 2) = 6$ $n_g = 2 \cdot 3$ | | -3 | -1 | +1 | +5 | +7 | 10 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 3) = 14$ $n_g = 2 \cdot 7$ | -7 | -3 | -1 | +3 | +5 | +9 | 16 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 4) = 30$ $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5$ | -11 | -7 | -1 | +1 | +7 | +11 | 22 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 5) = 62$ $n_g = 2 \cdot 31$ | -15 | -9 | -1 | +5 | +9 | +11 | 26 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 6) = 126$ $n_g = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ | -19 | -17 | -13 | +1 | +5 | +11 | 30 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 7) = 254$ $n_g = 2 \cdot 127$ | -15 | -13 | -3 | +3 | +9 | +15 | 30 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 8) = 510$ $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$ | -11 | -7 | -1 | +11 | +13 | +31 | 42 |
| $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } 9) = 1.022$ $n_g = 2 \cdot 7 \cdot 127$ | -9 | -3 | -1 | +9 | +11 | +17 | 26 |

$$n_g = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$$

Tab. 31 - Fortsetzung

| | | | | | | | |
|---|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 13) = 16.382$ | -19 | -13 | -1 | +29 | +35 | +39 | 58 |
| $n_g = 2 \cdot 8191$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 14) = 32.766$ | -37 | -25 | -15 | +3 | +5 | +27 | 64 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 43 \cdot 127$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 15) = 65.534$ | -37 | -15 | -13 | +3 | +5 | +9 | 46 |
| $n_g = 2 \cdot 7 \cdot 31 \cdot 151$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 16) = 131.070$ | -29 | -11 | -7 | +1 | +31 | +41 | 48 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 257$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 17) = 262.142$ | -15 | -9 | -3 | +5 | +9 | +11 | 26 |
| $n_g = 2 \cdot 131071$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 18) = 524.286$ | -29 | -25 | -17 | +1 | 23 | +55 | 84 |
| $n_g = 2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 19$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 19) = 1.048.574$ | -15 | -3 | -1 | +9 | +15 | +27 | 42 |
| $n_g = 2 \cdot 113 \cdot 4799$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 20) = 2.097.150$ | -19 | -17 | -7 | +19 | +61 | +73 | 92 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 41$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 21) = 4.194.302$ | -25 | -15 | -1 | +17 | +27 | +51 | 76 |
| $n_g = 2 \cdot 7^2 \cdot 127 \cdot 337$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 22) = 8.388.606$ | -25 | -19 | -13 | +11 | +13 | +17 | 42 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 89 \cdot 683$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 23) = 16.777.214$ | -31 | -15 | -1 | +45 | +75 | +77 | 108 |
| $n_g = 2 \cdot 47 \cdot 178481$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 24) = 33.554.430$ | -59 | -47 | -37 | +37 | +43 | +71 | 130 |
| $n_g = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 241$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 25) = 67.108.862$ | -43 | -25 | -3 | +17 | +51 | +57 | 100 |
| $n_g = 2 \cdot 31 \cdot 601 \cdot 1801$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^b (n = 1 \text{ bis } 26) = 134.217.726$ | -109 | -77 | -37 | +31 | +47 | +53 | 162 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 2731 \cdot 8191$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 27) = 268.435.454$ | -93 | -87 | -55 | +5 | +9 | +39 | 132 |
| $n_g = 2 \cdot 7 \cdot 73 \cdot 262657$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 28) = 536.870.910$ | -41 | -31 | -1 | +13 | +41 | +91 | 132 |
| $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 43 \cdot 113 \cdot 127$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 29) = 1.073.741.822$ | -81 | -39 | -33 | +5 | +9 | +11 | 92 |
| $n_g = 2 \cdot 233 \cdot 1103 \cdot 2089$ | | | | | | | |
| $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 30) = 2.147.483.646$ | -67 | -59 | -17 | +1 | +13 | +47 | 114 |
| $n_g = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 151 \cdot 331$ | | | | | | | |

Die nachfolgende Primzahl vom Typ CF_p ist $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 60) + 1 = 2305843009213693951$

$$\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 60) = 2305843009213693950 \quad -29 \quad +1$$

$$n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 10965933772081$$

Anmerkung:

Im Hinblick auf den hohen Rechenaufwand wurden nur die Primzahlen: p_3 und p_4 ermittelt, die einen Zwilling mod 30 bilden, in dem die Zahl $\Sigma 2^n (n = 1 \text{ bis } 60)$ "extrem rechts" situiert ist. Die gerade Zahl, die auf die Primzahl $p_3 = \Sigma 2^n - 29 = 2305843009213693921$ folgt, ist $n_{g,1} = p_3 + 1 = 230584300921693922$. Diese Zahl besteht aus der Primzahl-Fakultät $n_{g,1} = 2 \cdot 3^2 \cdot 13 \cdot 9841209441084163$ und kommt in der Folge $\Sigma 2^n$ nicht vor.

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In **Tab. 17** treten zwölf Primzahlen vom Typ CM_p und acht vom Typ CF_p auf, wobei die Primzahlen $CM_p = (\Sigma 2^n = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 = 30) - 1 = 29$ und $CF_p = \Sigma 2^n = 30 + 1 = 31$ den Zwilling mod 2: ($CM_p = 29$, $CF_p = 31$) bilden. Einen weiteren Zwilling mod 2 bilden die Primzahlen: ($CM_p = 5$, $CF_p = 7$), die auch als die Primzahlen: $M_p = 2^3 - 1 = 7$ und $F_p = 2^2 + 1 = 5$ bekannt sind.

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In **Tab. 17** treten zwölf Primzahlen vom Typ CM_p und acht vom Typ CF_p auf, wobei die Primzahlen $CM_p = (\sum 2^n = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2 = 30) - 1 = 29$ und $CF_p = \sum 2^n = 30 + 1 = 31$ den Zwilling mod 2: $(CM_p = 29, CF_p = 31)$ bilden. Einen weiteren Zwilling mod 2 bilden die Primzahlen: $(CM_p = 5, CF_p = 7)$, die auch als die Primzahlen: $M_p = 2^3 - 1 = 7$ und $F_p = 2^2 + 1 = 5$ bekannt sind.
2. Die geraden Zahlen der (hier definierten) Folge: $\sum 2^n$ treten zyklisch in den vier Endziffern: EZ6, EZ4, EZ0, EZ2, EZ6, EZ4, EZ0, EZ2 usw. auf, und aus diesem Sachverhalt folgt, dass Zwillinge mod 2 vom Typ (CM_p, CF_p) in dieser Folge nur bei den geraden Zahlen $n_g = \sum 2^n$ möglich sind, in denen die Endziffern: EZ2 oder EZ0 auftreten.
3. Es ist offenkundig, dass in der Folge der geraden Zahlen $\sum 2^n (n=1 \text{ bis } n \rightarrow \infty)$ die nachstehenden Dirichlet-Progressionen auftreten

D-Progression 1: $\sum 2^n (n=1, n=1+4n)$, EZ6 - hier treten (fallweise) Primzahlen $CF_p = \sum 2^n + 1$ mit der Endziffer EZ7 in einer unendlichen Zahl auf.

D-Progression 2: $\sum 2^n (n=1, n=2+4n)$, EZ4 - hier treten (fallweise) Primzahlen $CM_p = \sum 2^n - 1$ mit der Endziffer EZ3 auf.

D-Progression 3: $\sum 2^n (n=1, n=3+4n)$, EZ0 - hier treten (fallweise) sowohl Primzahlen vom Typ: $CM_p = \sum 2^n - 1$, EZ9 bzw. $CF_p = \sum 2^n + 1$, EZ1 auf, die auch Zwillinge mod 2 bilden können.

D-Progression 4: $\sum 2^n (n=1, n=4+4n)$, EZ2 - hier treten (fallweise) sowohl Primzahlen vom Typ: $CM_p = \sum 2^n - 1$, EZ1 bzw. $CF_p = \sum 2^n + 1$, EZ3 auf, die auch Zwillinge mod 2 bilden können.

4. Nachdem in der Folge $n_g = \sum 2^n$ keine geraden Zahlen mit der Endziffer EZ8 auftreten können, ist es unmöglich, dass in dieser Folge Primzahlen vom Typ: CM_p , EZ7 auftreten. Des weiteren können in dieser Folge auch keine Primzahlen vom Typ: CF_p , EZ9 auftreten.
5. Aus **Tab. 31** gewinnt man die wichtige Einsicht, dass die hier auftretenden Differenzen (Δ_1 bis Δ_6), die zwischen den Primzahlen (p_1 bis p_6) und den (jeweiligen) geraden Zahlen $\sum 2^n$ auftreten, niemals gleich den Primzahlen sein können, die in den jeweiligen fakultativen Bildungsgesetzen von $\sum 2^n$ auftreten. Diese Differenz-Abstände können stets nur Primzahlen sein, die in den Primzahl-Fakultäten von $\sum 2^n$ nicht auftreten, bzw. aus Fakultäten dieser Primzahlen komponiert sein. Nach dem gleichen Muster werden die Abstände (Δ_1 bis Δ_6) auch in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = \prod p_i$ gebildet.
6. In der nachfolgenden **Tab. 32** werden die Primzahl-Dichten bestimmt, die in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2 \cdot \sum 2^n$ auftreten, die also in den (so) vergrößerten Zahlen-Intervallen auftreten.

Tab. 32 - Die Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahlen $n_g = 2 \cdot \sum 2^n$, für $n=1$ bis $n=30$):

| $2 \cdot \sum 2^n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\sum \Delta :=$ |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------------|
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 2) = 12$ $n_g = 2^2 \cdot 3$ | -7 | -5 | -1 | +1 | +5 | +7 | 14 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 3) = 28$ $n_g = 2^2 \cdot 7$ | -11 | -9 | -5 | +1 | +3 | +9 | 20 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 4) = 60$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | -13 | -7 | -1 | +1 | +7 | +11 | 24 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 5) = 124$ $n_g = 2^2 \cdot 31$ | -17 | -15 | -11 | +3 | +7 | +13 | 30 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 6) = 252$ $n_g = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ | -13 | -11 | -1 | +5 | +11 | +17 | 30 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 7) = 508$ | -17 | -9 | -5 | +1 | +13 | +15 | 32 |

Tab. 32 - Fortsetzung.

| | | | | | | | |
|---|------|---------|-----|---------|-----|----------|-----|
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 10) = 4.092$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 31$ | -19 | -13 | -1 | -----+1 | 7 | +19 | 38 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 11) = 8.188$ $n_g = 2^2 \cdot 23 \cdot 89$ | -21 | -17 | -9 | +3 | +21 | +31 | 52 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 12) = 16.380$ $n_g = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$ | -19 | -----17 | -11 | +1 | +31 | +37 | 56 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 13) = 32.764$ $n_g = 2^2 \cdot 8191$ | -47 | -45 | -15 | +7 | +23 | +29 | 76 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 14) = 65.532$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 43 \cdot 127$ | -35 | -13 | -11 | +5 | +7 | +15 | 50 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 15) = 131.068$ $n_g = 2^2 \cdot 7 \cdot 31 \cdot 151$ | -27 | -9 | -5 | +3 | +33 | +43 | 70 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 16) = 262.140$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 257$ | -13 | -7 | -1 | +7 | +11 | -----+13 | 26 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 17) = 524.284$ $n_g = 2^2 \cdot 131071$ | -27 | -23 | -15 | +3 | +25 | +57 | 84 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 18) = 1.048.572$ $n_g = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 19$ | -23 | -13 | -1 | -----+1 | +11 | +17 | 40 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 19) = 2.097.148$ $n_g = 2^2 \cdot 113 \cdot 4799$ | -17 | -----15 | -5 | +21 | +63 | +75 | 92 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 20) = 4.194.300$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 41$ | -29 | -23 | -13 | +1 | +19 | +29 | 58 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 21) = 8.388.604$ $n_g = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 127 \cdot 337$ | -23 | -17 | -11 | +13 | +15 | +19 | 42 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 22) = 16.777.212$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 23 \cdot 89 \cdot 683$ | -59 | -29 | -13 | +1 | +47 | +77 | 136 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 23) = 33.554.428$ $n_g = 2^2 \cdot 47 \cdot 178481$ | .57 | -45 | -35 | +39 | +45 | +75 | 132 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 24) = 71.118.860$ $n_g = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 241$ | -51 | -----49 | -39 | +9 | +17 | +39 | 90 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 25) = 134.217.724$ $n_g = 2^2 \cdot 31 \cdot 601 \cdot 1801$ | -107 | -75 | -35 | +33 | +49 | +55 | 162 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 26) = 268.435.452$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 2731 \cdot 8191$ | -91 | -65 | -53 | +7 | +11 | +41 | 132 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 27) = 536.870.908$ $n_g = 2^2 \cdot 7 \cdot 73 \cdot 262657$ | -59 | -39 | -29 | +1 | +15 | +43 | 102 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 28) = 1.073.741.820$ $n_g = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 43 \cdot 113 \cdot 127$ | -79 | -37 | -31 | +7 | +11 | -----+13 | 92 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 29) = 2.147.483.644$ $n_g = 2^2 \cdot 233 \cdot 1103 \cdot 2089$ | -65 | -57 | -15 | +3 | +15 | +49 | 114 |
| $2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 30) = 4.294.967.292$ $n_g = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 151 \cdot 331$ | -61 | -13 | -1 | +19 | +65 | +79 | 140 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In der Folge $n_g = 2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } 30)$ treten fünf Primzahlen CM_p und CF_p auf, die Zwillinge mod 2 bilden und des weiteren drei Primzahlen CM_p sowie sechs Primzahlen CF_p , die keine Zwillinge mod 2 bilden.
- In den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2 \cdot \sum 2^n (n=1 \text{ bis } n=30)$ treten weitere zwölf Zwillinge mod 2 auf, die durch gestrichelte Linien markiert wurden. Eine Prüfung ergibt, dass alle (siebzehn) Zwillinge mod 2 stets (alternativ) in den Folgen: $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$, $30 + 30n$ auftreten. Auf die Anführungen dieser (jeweiligen) geraden Zahlen (n_g) kann hier verzichtet werden - ein kritischer Leser ist in der Lage diese Zahlen (n_g) und ihre fakultativen Kompositionen selbst zu ermitteln.

auf, die durch gestrichelte Linien markiert wurden. Eine Prüfung ergibt, dass alle (siebzehn) Zwillinge mod 2 stets (alternativ) in den Folgen: $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$, $30 + 30n$ auftreten. Auf die Anführungen dieser (jeweiligen) geraden Zahlen (n_g) kann hier verzichtet werden - ein kritischer Leser ist in der Lage diese Zahlen (n_g) und ihre fakultativen Kompositionen selbst zu ermitteln.

3. Aus Tab. 32 kann entnommen werden, dass die Abstände: Δ_1 bis Δ_6 zwischen den geraden Zahlen (n_g) niemals den Primzahlen gleichen können, die fakultatativ in diesen geraden Zahlen auftreten. Insoweit wird diese, auch in den Tabellen: Tab. 5, Tab. 6, Tab. 7, Tab. 17 erkannte Gesetzmäßigkeit bestätigt. Die Abstände $\Delta = \pm 1$ wurden in Tab. 32 fett gedruckt hervorgehoben.
2. In Tab. 32 treten 29 Zwillinge mod 2 auf, die durch gestrichelte Linien markiert wurden. Diese Zwillinge sind allesamt Elemente der Folgen: $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$ bzw. $30 + 30n$, was in der nachfolgenden Tab. 33 demonstriert wird. In Tab. 33 werden auch die fakultativen Komposition der geraden Zahlen dieser Folgen abgeleitet.
3. Aus den Schwankungen der Primzahl-Dichten, die in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2 \cdot p_i$ auftreten, ist die Schlussfolgerung abzuleiten, dass diese geraden Zahlen in Intervallen mit unterschiedlichen Primzahl-Dichten situiert sind und dabei symmetrische oder asymmetrisch zwischen den direkt anrainenden Primzahlen: p_3 und p_4 lokalisiert sind.
4. Daraus ist die Schlussfolgerung abzuleiten, dass auch die Mersenne- und Fermat-Primzahlen, die in den Dirichlet-Progressionen: $2^{1+4n} - 1$, $2^{3+4n} - 1$ bzw. $2^{4+4n} + 1$ auftreten ebenfalls in Zahlen-Intervallen auftreten, in denen unterschiedliche Primzahl-Dichten vorkommen. Sofern die geraden Zahlen der Folgen: 2^{1+4n} und 2^{3+4n} direkt auf die (jeweilige) Primzahl p_3 folgt, ergibt sich eine Mersenne-Primzahl: $M_p = 2^n - 1$. EZ1 bzw. EZ7. Sofern die geraden Zahlen der Folge: 2^{4+4n} direkt vor der (jeweiligen) Primzahl p_4 situiert ist, ergibt sich eine Fermat-Primzahl: $F_p = 2^n + 1$. EZ7.
5. Durch diese Untersuchungen kann das Problem der Primzahlen: M_p und F_p als gelöst angesehen werden.

In Tab. 33 sind die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2 \cdot p_i$ (von $p_1 = 3$ bis $p_1 = 5175756821$) abgeleitet worden. Aus Tab. 33 ist ersichtlich, dass in den Abständen $\Delta = \pm p_i$ keine primen Zahlen im Umfeld der geraden Zahlen $n_g = 2 \cdot p_i$ auftreten können, wohl aber Primzahlen vom Typ: CM_p und vom Typ: CF_p .

Tab. 33 - Die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2 \cdot p_i$ ($p_i = 3$ bis $p_i = 5175756821$):

| $n_g = 2 \cdot p_i :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|--------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_g = 2 \cdot 11 = 22$ | -9 | -5 | -3 | +7 | +9 | +15 | 24 |
| $n_g = 2 \cdot 13 = 26$ | -9 | -7 | -3 | +3 | +5 | +11 | 20 |
| $n_g = 2 \cdot 17 = 34$ | -15 | -5 | -3 | +3 | +7 | +9 | 24 |
| $n_g = 2 \cdot 19 = 38$ | -9 | -5 | -1 | +3 | +5 | +9 | 18 |
| $n_g = 2 \cdot 23 = 46$ | -9 | -5 | -3 | +1 | +7 | +13 | 24 |
| $n_g = 2 \cdot 29 = 58$ | -15 | -9 | -3 | +1 | +3 | +9 | 24 |
| $n_g = 2 \cdot 31 = 62$ | -9 | -3 | -1 | +5 | +9 | +11 | 20 |
| $n_g = 2 \cdot 37 = 74$ | -7 | -3 | -1 | +5 | +9 | +13 | 20 |
| $n_g = 2 \cdot 41 = 82$ | -9 | -7 | -3 | +1 | +5 | +17 | 26 |
| $n_g = 2 \cdot 43 = 86$ | -13 | -7 | -3 | +3 | +11 | +15 | 28 |
| $n_g = 2 \cdot 47 = 94$ | -15 | -11 | -5 | +3 | +7 | +9 | 24 |
| $n_g = 2 \cdot 53 = 106$ | -9 | -5 | -3 | +1 | +7 | +21 | 30 |
| $n_g = 2 \cdot 59 = 118$ | -11 | -9 | -5 | +9 | +13 | +19 | 30 |
| $n_g = 2 \cdot 61 = 122$ | -15 | -13 | -7 | +5 | +9 | +15 | 30 |
| $n_g = 2 \cdot 67 = 134$ | -21 | -7 | -3 | +3 | +5 | +15 | 36 |
| $n_g = 2 \cdot 71 = 142$ | -11 | -5 | -3 | +7 | +9 | +15 | 26 |
| $n_g = 2 \cdot 73 = 146$ | -15 | -9 | -7 | +3 | +5 | +11 | 26 |
| $n_g = 2 \cdot 79 = 158$ | -9 | -7 | -1 | +5 | +9 | +15 | 24 |
| $n_g = 2 \cdot 83 = 166$ | -15 | -9 | -3 | +1 | +7 | +13 | 28 |

Tab. 33 - Fortsetzung

| | | | | | | | |
|--|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $n_g = 2 \cdot 103 = 206$ | -13 | -9 | -7 | +5 | +17 | +23 | 36 |
| $n_g = 2 \cdot 107 = 214$ | -17 | -15 | -3 | +9 | +13 | +15 | 32 |
| $n_g = 2 \cdot 113 = 226$ | -27 | -15 | -3 | +1 | +3 | +7 | 34 |
| $n_g = 2 \cdot 131 = 262$ | -21 | -11 | -5 | +1 | +7 | +9 | 30 |
| $n_g = 2 \cdot 139 = 278$ | -9 | -7 | -1 | +3 | +5 | +15 | 24 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 12041 = 24.082$ | -21 | -11 | -5 | +1 | +9 | +15 | 36 |
| $n_g = 2 \cdot 12049 = 24098$ | -15 | -7 | -1 | +5 | +9 | +11 | 26 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 102149 = 204298$ | -125 | -65 | -47 | +1 | +3 | 13 | 138 |
| $n_g = 2 \cdot 102181 = 204362$ | -9 | -3 | -1 | +5 | +9 | +15 | 24 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 646969601 = 1293939202$ | -41 | -35 | -33 | +1 | +9 | 15 | 96 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $n_g = 2 \cdot 5175756821 = 15351513642$ | -85 | -35 | -1 | +35 | +59 | +61 | 146 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In **Tab. 33** treten neun Primzahlen vom Typ CM_p und CF_p auf - die Abstände $\Delta_3 = -1$ und $\Delta_4 = +1$ wurden fett gedruckt markiert.
- In **Tab. 33** treten 31 Zwillinge mod 2 auf, die "strichliniert" markiert wurden.

In **Tab. 34** wurden die Zwillinge mod 2 aufgelistet, die in *Folge 1* ($12 + n \cdot 30$), in *Folge 2* ($18 + n \cdot 30$) und in *Folge 3* ($30 + n \cdot 30$) in wachsenden Zahlen-Bereichen auftreten.

Tab. 34 - Die fakultative Darstellung der geraden Zahlen, die in **Tab. 19 in den Zwillingen mod 2 liegen:**

| Zwilling mod 2: | $(p, n_g, p+2) :=$ | Folge: | $n_g = \prod p_i :=$ | $n :=$ |
|---------------------|-----------------------------------|-------------------|--|-----------|
| 1. Zwilling, (x1) | (11, 13) | $12 + n \cdot 30$ | $12 = 2^2 \cdot 3$ | 0 |
| 1. Zwilling, (x 2) | (17, 19) | $18 + n \cdot 30$ | $18 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ | 0 |
| 2. Zwilling, (x 2) | (29, 31) | $30 + n \cdot 30$ | $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ | 0 |
| 3. Zwilling, (x 2) | (41, 43) | $12 + n \cdot 30$ | $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ | 1 |
| 4. Zwilling, (x 2) | (59, 61) | $30 + n \cdot 30$ | $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | 1 |
| 5. Zwilling, (x 1) | (71, 73) | $12 + n \cdot 30$ | $72 = 2^3 \cdot 3^2$ | 2 |
| 6. Zwilling, (x 2) | (101, 103) | $12 + n \cdot 30$ | $102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$ | 3 |
| 7. Zwilling, (x 2) | (107, 109) | $18 + n \cdot 30$ | $108 = 2^2 \cdot 3^3$ | 3 |
| 8. Zwilling, (x 1) | (137, 139) | $18 + n \cdot 30$ | $138 = 2 \cdot 3 \cdot 23$ | 4 |
| 9. Zwilling, (x 3) | (149, 151) | $30 + n \cdot 30$ | $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ | 4 |
| 10. Zwilling, (x 1) | (179, 181) | $30 + n \cdot 30$ | $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | 5 |
| 11. Zwilling, (x 1) | (191, 193) | $12 + n \cdot 30$ | $192 = 2^6 \cdot 3$ | 6 |
| 12. Zwilling, (x 1) | (227, 229) | $18 + n \cdot 30$ | $228 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19$ | 7 |
| 13. Zwilling, (x 2) | (269, 271) | $30 + n \cdot 30$ | $270 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | 8 |
| 14. Zwilling, (x 1) | (281, 283) | $12 + n \cdot 30$ | $282 = 2 \cdot 3 \cdot 47$ | 9 |
| 15. Zwilling, (x 1) | (24107, 24109) | $18 + n \cdot 30$ | $24108 = 2^2 \cdot 3 \cdot 73 \cdot 233$ | 803 |
| 16. Zwilling, (x 1) | (204299, 204301) | $30 + n \cdot 30$ | $204300 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 227$ | 6809 |
| 17. Zwilling, (x 1) | (1293939167, 1293939169) | $18 + n \cdot 30$ | $1293939168 = 2^5 \cdot 3 \cdot 29 \cdot 464777$ | 43131305 |
| 18. Zwilling, (x 1) | (15351513701, 15351513703) | $12 + n \cdot 30$ | $15361513702 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 1923749$ | 511717123 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In **Tab. 34** werden die Dirichlet-Progressionen, die dem Beweis der Vermutung, dass Zwillinge mod 2 in einer unendlichen Zahl auftreten (und dies nur in den Umgebungen der drei Folgen: $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$, $30 + 30n$) eineindeutig bestätigt.
- Aus **Tab. 34** sind die (differenten) fakultativen Kompositionen der geraden Zahlen der drei Folgen. $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$, $30 + 30n$ ersichtlich, die man per PC-Programme für alle bekannten Zwillinge mod 2 ableiten kann.

2. Aus **Tab. 34** sind die (differenten) fakultativen Kompositionen der geraden Zahlen der drei Folgen: $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$, $30 + 30n$ ersichtlich, die man per PC-Programme für alle bekannten Zwillinge mod 2 ableiten kann.
3. Es ist offensichtlich, dass man für beliebige Primzahl-Fakultäten $n_g = \prod p_i$ (von $p_i = 2$ bis $p_i = p_n$), in denen nicht alle Primzahlen $p_i > 2$ vorkommen, die präsenten aber in beliebigen Potenzen auftreten können, die in ihren Umgebungen auftretenden Primzahl-Dichten bestimmen kann, wie auch die in denen außer der Primzahl $p_1 = 2$ weitere Primzahlen $p_i \geq 3$ auftreten müssen, die lückenhaft auftreten können und (fallweise) in Potenzen vorkommen.
4. Eine volle Bestätigung findet in **Tab. 34** auch das in dieser Monographie deduzierte Gesetz, dass inmitten der (aller) Zwillinge mod 2 stets nur gerade Zahlen der Folgen: $n_g = 12 + 30n$, $18 + 30n$ und $30 + 30n$ auftreten können, die in der Zahlenfolge $n \rightarrow \infty$ in einer unendlichen Zahl auftreten. Eine unendliche Teilmenge dieser geraden Zahlen (n_g) ist inmitten von Zwillingen mod 2 situiert. Damit liegt der Beweis für die Vermutung vor, dass Zwillinge mod 2 in unendlicher Zahl vorkommen.
5. Die drei Folgen der geraden Zahlen (n_g), die inmitten der (aller) Zwillinge mod 2 situiert sind, können auch in der folgenden Notation zusammengefasst werden, in der die ersten drei Primzahlen: **2, 3, 5** sich zyklisch wiederholend auftreten.

$$n_g = p \times 6 + 30n, \quad p := 2, 3, 5 \text{ und } n \geq 0 \dots \text{ das zyklische Folgen-Gesetz der Zwillinge mod 2}$$

Aus dem "zyklischen Folgen-Gesetz der Zwillinge mod 2" geht hervor, dass die ersten drei Primzahlen: $p = 2, 3, 5$ in alle Zwillinge mod 2 eingehen, diese Zwillinge in gewissem Sinne determinieren.
6. Aus **Tab. 34** ist ersichtlich, dass die "Dichten der Zwillinge mod 2" in steigenden Zahlen-Intervallen eine abnehmende Tendenz aufweisen, was auch aus **Anlage 1** und aus **Anlage 2** hervorgeht. Dabei gilt, dass außer dem Drilling: (3, 5), (5, 7) keine weiteren Zwillinge mod 2 direkt aufeinander folgen können. Zwischen allen Zwillingen mod 2 müssen ab dem Zwilling (11, 13) stets Abstände mod $2n$, $n \geq 2$ auftreten, d.h. die Abstände 4, 6, 8, 10, 12 usw.

11. Der Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen $SM_p = n_a - 2$ und $SF_p = n_a + 2$ gibt:

Der Begriff der Primzahlen vom Typ: $SM_p = n_a - 2$ und $SF_p = n_a + 2$ wurde bereits in den Vorworten eingeführt. Diese Primzahlen können "Semi-Mersenne - und Semi-Fermat-Primzahlen" genannt werden. Die folgenden Beispiele verdeutlichen, dass zwei Primzahlen SM_p und SF_p einen Zwilling mod 4 bilden können bzw. einen Zwilling mod 6 oder einen Zwilling mod $2n$, $n \geq 2$.

Beispiel 1: $SM_p = 15 - 2 = 13$, $SF_p = 15 + 2 = 17$ - (13, 17) ist ein Zwilling mod 4

Beispiel 2: $SM_p = 25 - 2 = 23$, $SF_p = 27 + 2 = 29$ - (23, 29) ist ein Zwilling mod 6

Beispiel 3: $SM_p = 91 - 2 = 89$, $SF_p = 95 + 2 = 97$ - (89, 97) ist ein Zwilling mod 8

Beispiel 4: $SM_p = (3021 - 2 = 3019)$, $SF_p = 3117 + 2 = 3119$ - (3019, 3119) ein Zwilling mod 100

In den Vorworten wurden die Kriterien: (3) ... $n_a + 2 = \prod p_i + 2$, $p_i \geq 3$ und (4) ... $n_a = \prod p_i - 2$, $p_i \geq 3$ angegeben, aus denen sich (ebenfalls) der Beweis des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie ableiten lässt. Des weiteren wurde in **Kapitel 5** der Beweis erbracht, dass es unendlich viele Zwillinge mod 4 gibt, in denen zwischen den benachbarten Primzahlen ($p_1, p_2 = p_1 + 4$) jeweils eine nicht prime ungerade Zahl, n_a und zwei gerade Zahlen: $n_{g,1}$ und $n_{g,2}$ situiert sind, was die Folge: ($p_1, n_{g,1}, n_a, n_{g,2}, p_2$) ergibt. Für die ungeraden Zahlen (n_a), die inmitten der Zwillinge mod 4 situiert sind, wurden in **Kapitel 5** die (hier wiederholt angegebenen Dirichlet-Progressionen) deduziert:

In **Tab. 35** wurden jeweils elf ungerade Zahlen (n_u) dieser sechs Folgen aufgelistet mit Angabe ihre Primzahl-Fakultäten $\prod p_i$.

Tab. 35 - Die ersten elf ungeraden Zahlen, die in den Folgen: 1, 2, 3, 4, 5, 6 auftreten mit Angabe ihrer Primzahl- Fakultäten, $\prod p_i$:

| Folge 1 | Folge 2 | Folge 3 | Folge 4 | Folge 5 | Folge 6 | n:= |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|-----|
| $n_u = 19$ = 19 | $n_u = 15$ = 3 · 5 | $n_u = 11$ = 11 | $n_u = 5$ = 5 | $n_u = 9$ = 3 ² | $n_u = 21$ = 3 · 7 | 0 |
| $n_u = 39$ = 3 · 13 | $n_u = 35$ = 5 · 7 | $n_u = 31$ = 31 | $n_u = 25$ = 5 ² | $n_u = 29$ = 29 | $n_u = 41$ = 41 | 1 |
| $n_u = 59$ = 59 | $n_u = 55$ = 5 · 11 | $n_u = 51$ = 3 · 17 | $n_u = 45$ = 3 ² · 5 | $n_u = 49$ = 7 ² | $n_u = 61$ = 61 | 2 |
| $n_u = 79$ = 79 | $n_u = 75$ = 3 · 5 ² | $n_u = 171$ = 3 ² · 19 | $n_u = 65$ = 5 · 13 | $n_u = 69$ = 3 · 23 | $n_u = 81$ = 3 ⁴ | 3 |
| $n_u = 99$ = 3 ² · 11 | $n_u = 95$ = 5 · 19 | $n_u = 71$ = 71 | $n_u = 85$ = 5 · 17 | $n_u = 89$ = 89 | $n_u = 101$ = 101 | 4 |
| $n_u = 119$ = 7 · 17 | $n_u = 115$ = 5 · 23 | $n_u = 91$ = 7 · 13 | $n_u = 105$ = 3 · 5 · 7 | $n_u = 109$ = 109 | $n_u = 121$ = 11 ² | 5 |
| $n_u = 139$ = 139 | $n_u = 135$ = 3 ³ · 5 | $n_u = 111$ = 3 · 37 | $n_u = 125$ = 5 ³ | $n_u = 129$ = 3 · 43 | $n_u = 141$ = 3 · 47 | 6 |
| $n_u = 159$ = 3 · 53 | $n_u = 155$ = 5 · 31 | $n_u = 131$ = 131 | $n_u = 145$ = 5 · 29 | $n_u = 149$ = 149 | $n_u = 161$ = 7 · 23 | 7 |
| $n_u = 199$ = 199 | $n_u = 175$ = 5 ² · 7 | $n_u = 151$ = 151 | $n_u = 165$ = 3 · 5 · 11 | $n_u = 169$ = 13 ² | $n_u = 181$ = 181 | 8 |
| $n_u = 219$ = 3 · 73 | $n_u = 195$ = 3 · 5 · 13 | $n_u = 171$ = 3 · 57 | $n_u = 185$ = 5 · 37 | $n_u = 189$ = 3 ³ · 7 | $n_u = 201$ = 3 · 67 | 9 |
| $n_u = 239$ = 239 | $n_u = 215$ = 5 · 43 | $n_u = 191$ = 191 | $n_u = 205$ = 5 · 41 | $n_u = 209$ = 11 · 19 | $n_u = 221$ = 13 · 17 | 10 |

Anmerkungen:

- Die in **Tab. 35** vorgenommene Zerlegung der ungeraden Zahlen der sechs Folgen in ihre Primzahl-Fakultäten weist zahlreiche Primzahlen vom Typ: $n_u = p$ auf. Diese Zahlen können offensichtlich nicht inmitten von Zwillingen mod 4 situiert sein. In den nahen Umgebungen dieser Zahlen ($n_u = p$) können jedoch Zwillinge mod 4 auftreten, was in **Tab. 35** gezeigt wird. In der direkten Nachbarschaft der Primzahlen, die in den Folgen: Folge 1, Folge 3, Folge 5 und Folge 6 auftreten, kommen jedoch prime Zahlen vom Typ: $SM_p = p - 2$ und $SF_p = p + 2$ vor, was aus **Tab. 35** entnommen werden kann.
- Nicht alle nicht primen ungeraden Zahlen, die in **Tab. 35** in den sechs Folgen (für $n = 0$ bis $n = 11$) angeführt wurden, sind inmitten von Zwillingen mod 4 situiert; dann können jedoch Zwillinge mod 4 in den Umgebungen dieser ungeraden Zahlen (n_u) auftreten, was ebenfalls aus **Tab. 35** folgt.
- Aus **Tab. 35** ist zu entnehmen, dass die Folge 2 und die Folge 4 "primzahl-passive" Dirichlet-Progressionen bilden, in denen keine Primzahlen auftreten.

Tab. 36 Die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der ungeraden Zahlen der sechs Folgen von **Tab. 22**:

| Folge 1: | n:= | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|---------------------------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 19$ | 0 | -8 | -6 | -2 | +4 | +10 | +12 | 20 |
| $n_u = 39 = 3 \cdot 13$ | 0 | -10 | -8 | -2 | +2 | +4 | +8 | 18 |
| $n_u = 59$ | 1 | -16 | -12 | -6 | +2 | +8 | +12 | 28 |
| $n_u = 79$ | 2 | -12 | -8 | -6 | +4 | +10 | +18 | 30 |
| $n_u = 99 = 3^2 \cdot 11$ | 3 | -16 | -10 | -2 | +2 | +4 | +8 | 24 |
| $n_u = 119 = 7 \cdot 17$ | 4 | -12 | -10 | -6 | +8 | +12 | +18 | 30 |
| $n_u = 139$ | 5 | -12 | -8 | -2 | +10 | +12 | +18 | 30 |
| $n_u = 159 = 3 \cdot 53$ | 6 | -10 | -8 | -2 | +4 | +8 | +14 | 24 |
| $n_u = 179$ | 7 | -16 | -12 | -6 | +2 | +12 | +14 | 30 |

| | | | | | | | | |
|--------------------------|---|-----|-----|----|-----|-----|-----|----|
| $n_u = 139$ | 5 | -12 | -8 | -2 | +10 | +12 | +18 | 30 |
| $n_u = 159 = 3 \cdot 53$ | 6 | -10 | -8 | -2 | +4 | +8 | +14 | 24 |
| $n_u = 179$ | 7 | -16 | -12 | -6 | +2 | +12 | +14 | 30 |

Tab. 36 - Fortsetzung

| Folge 1: | | n:= | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta$:= |
|--------------------------|---|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 199$ | 8 | | -8 | -6 | -2 | +12 | +24 | +28 | 36 |
| $n_u = 219 = 3 \cdot 73$ | 9 | | -22 | -20 | -8 | +4 | +8 | +10 | 32 |

Folge 2:

| | | | | | | | | |
|----------------------------------|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|
| $n_u = 15 = 3 \cdot 5$ | 0 | -8 | -4 | -2 | +2 | +4 | +8 | 16 |
| $n_u = 35 = 5 \cdot 7$ | 1 | -12 | -6 | -4 | +2 | +6 | +8 | 20 |
| $n_u = 55 = 5 \cdot 11$ | 2 | -12 | -8 | -2 | +4 | +6 | +12 | 24 |
| $n_u = 75 = 3 \cdot 5^2$ | 3 | -8 | -4 | -2 | +4 | +8 | +14 | 22 |
| $n_u = 95 = 5 \cdot 19$ | 4 | -16 | -12 | -6 | +2 | +6 | +8 | 24 |
| $n_u = 115 = 5 \cdot 23$ | 5 | -14 | -4 | -2 | +2 | +4 | +16 | 30 |
| $n_u = 135 = 3^3 \cdot 5$ | 6 | -22 | -8 | -4 | +2 | +4 | +14 | 36 |
| $n_u = 155 = 5 \cdot 31$ | 7 | -16 | -6 | -4 | +2 | +8 | +12 | 28 |
| $n_u = 175 = 5^2 \cdot 7$ | 8 | -12 | -8 | -2 | +4 | +6 | +16 | 28 |
| $n_u = 195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$ | 9 | -14 | -4 | -2 | +2 | +4 | +16 | 30 |
| $n_u = 215 = 5 \cdot 43$ | 10 | -18 | -16 | -4 | +8 | +12 | +14 | 32 |

Folge 3:

| Folge 3: | | n:= | | | | | | | |
|----------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| $n_u = 11$ | 0 | | -8 | -6 | -4 | +2 | +6 | +8 | 16 |
| $n_u = 31$ | 1 | | -12 | -8 | -2 | +6 | +10 | +12 | 24 |
| $n_u = 51 = 3 \cdot 17$ | 2 | | -10 | -8 | -4 | +2 | +8 | +10 | 20 |
| $n_u = 71$ | 3 | | -12 | -10 | -4 | +2 | +8 | +12 | 24 |
| $n_u = 91 = 7 \cdot 13$ | 4 | | -18 | -8 | -2 | +8 | +10 | +12 | 30 |
| $n_u = 111 = 3 \cdot 37$ | 5 | | -8 | -4 | -2 | +2 | +16 | +20 | 28 |
| $n_u = 131$ | 5 | | -22 | -18 | -4 | +6 | +8 | +18 | 40 |
| $n_u = 151$ | 7 | | -14 | -12 | -2 | +6 | +12 | +16 | 30 |
| $n_u = 171 = 3^2 \cdot 19$ | 8 | | -14 | -8 | -4 | +2 | +8 | +10 | 24 |
| $n_u = 191$ | 9 | | -18 | -12 | -10 | +2 | +6 | +8 | 26 |
| $n_u = 211$ | 10 | | -18 | -14 | -12 | +12 | +16 | +18 | 36 |

Folge 4:

| | | | | | | | | | |
|----------------------------------|----|--|-----|-----|-----|----|-----|-----|----|
| $n_u = 5$ | 0 | | | | -2 | +2 | +6 | +8 | 10 |
| $n_u = 25 = 5^2$ | 1 | | -8 | -6 | -2 | +4 | +6 | +12 | 20 |
| $n_u = 45 = 3^2 \cdot 5$ | 2 | | -8 | -4 | -2 | +2 | +8 | +14 | 22 |
| $n_u = 65 = 5 \cdot 13$ | 3 | | -12 | -6 | -4 | +2 | +6 | +8 | 20 |
| $n_u = 85 = 5 \cdot 17$ | 4 | | -12 | -6 | -2 | +4 | +12 | +16 | 28 |
| $n_u = 105 = 3 \cdot 5 \cdot 75$ | 5 | | -8 | -4 | -2 | +2 | +4 | +8 | 16 |
| $n_u = 125 = 5^3$ | 6 | | -18 | -16 | -12 | +2 | +6 | +12 | 30 |
| $n_u = 145 = 5 \cdot 29$ | 7 | | -14 | -8 | -6 | +4 | +6 | +12 | 26 |
| $n_u = 165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$ | 8 | | -14 | -8 | -2 | +2 | +8 | +14 | 28 |
| $n_u = 185 = 5 \cdot 37$ | 9 | | -12 | -6 | -4 | +6 | +8 | +12 | 24 |
| $n_u = 205 = 5 \cdot 41$ | 10 | | -12 | -8 | -6 | +6 | +18 | +22 | 34 |

Folge 5:

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--|-----|-----|----|----|-----|-----|----|
| $n_u = 9 = 3^2$ | 0 | | -6 | -4 | -2 | +2 | +4 | +8 | 14 |
| $n_u = 29$ | 1 | | -12 | -10 | -6 | +2 | +8 | +12 | 24 |
| $n_u = 49 = 7^2$ | 2 | | -8 | -6 | -2 | +4 | +10 | +12 | 20 |
| $n_u = 69 = 3 \cdot 23$ | 3 | | -10 | -8 | -2 | +2 | +4 | +10 | 20 |
| $n_u = 89$ | 4 | | -16 | -10 | -6 | +8 | +12 | +14 | 30 |
| $n_u = 109$ | 5 | | -8 | -6 | -2 | +4 | +18 | +22 | 30 |
| $n_u = 129 = 3 \cdot 43$ | 6 | | -20 | -16 | -2 | +2 | +8 | +10 | 30 |

Tab. 36 - Fortsetzung

Folge 5:

| $n_i =$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|---------------------------|--------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 209 = 11 \cdot 19$ | 10 | -16 | -12 | -10 | +2 | +14 | +18 | 34 |

Folge 6:

| | | | | | | | | |
|---------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| $n_u = 21 = 3 \cdot 7$ | 0 | -8 | -4 | -2 | +2 | +8 | +10 | 18 |
| $n_u = 41$ | 1 | -12 | -10 | -4 | +2 | +6 | +12 | 24 |
| $n_u = 61$ | 2 | -14 | -6 | -2 | +6 | +10 | +12 | 26 |
| $n_u = 81 = 3^4$ | 3 | -10 | -8 | -2 | +2 | +8 | +16 | 26 |
| $n_u = 101$ | 4 | -18 | -12 | -4 | +2 | +6 | +8 | 26 |
| $n_u = 121 = 11^2$ | 5 | -14 | -12 | -8 | +6 | +10 | +16 | 30 |
| $n_u = 141 = 3 \cdot 47$ | 6 | -10 | -4 | -2 | +8 | +10 | +16 | 26 |
| $n_u = 161 = 7 \cdot 23$ | 7 | -12 | -10 | -4 | +2 | +6 | +12 | 24 |
| $n_u = 181$ | 8 | -14 | -8 | -2 | +10 | +12 | +16 | 30 |
| $n_u = 201 = 3 \cdot 67$ | 9 | -8 | -4 | -2 | +10 | +22 | +26 | 34 |
| $n_u = 221 = 13 \cdot 17$ | 10 | -24 | -22 | -10 | +2 | +6 | +8 | 32 |

Anmerkungen:

- Die Primzahlen vom Typ SM_p und SF_p wurden durch die fett gedruckten Abstände $\Delta = -2$ und $+2$ markiert, und alle Zwillinge mod 4 wurden durch gestrichelte Linien gekennzeichnet.
- Die Primzahlen SM_p und SF_p können (wie aus Tab. 23 ersichtlich) fallweise Zwillinge mod 4 bilden. In den sechs dargestellten Folgen treten 15 Zwillinge mod 4 vom Typ: (SM_p, SF_p) auf und in den weiteren Umgebungen dieser ungeraden Zahlen (die in den sechs Folgen auftreten), sind weitere 61 Zwillinge mod 4 situiert.
- In Tab. 36 wird der Sachverhalt (die Gesetzmäßigkeit) bestätigt, dass Zwillinge mod 4 nicht direkt aufeinander folgen können. Die einzige Ausnahme ist der "Drilling mod 4": $(3, 7) \text{ --- } (7, 11)$.
- Eine leicht durchführbare Prüfung, die der Leser selbst vollziehen kann, führt zu dem Ergebnis, dass alle Zwillinge mod 4, die in Tab. 36 auftreten, stets Elemente einer der sechs Folgen sind.

Für den Nachweis der Validität des Gesetzes, dass Zwillinge mod 4 in den hier deduzierten sechs Dirichlet-Progressionen in unendlicher Zahl auftreten, werden in Tab. 37 weitere Elemente dieser Folgen untersucht, die in weit gelegenen Zahlen-Intervallen dieser Folgen situiert sind,

Tab. 37 Die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der sechs Folgen in großen Zahlen-Intervallen:

Folge 1:

| $n_i =$ | $n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|--|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 2001519 =$ $= 19 + 1000075 \cdot 20 =$ $= 3^3 \cdot 457 \cdot 1621$ | 1000075 | -68 | -28 | -2 | +2 | +32 | +38 | 106 |

Folge 2:

| | | | | | | | | |
|---|--------|-----|----|----|----|-----|-----|----|
| $n_u = 1000455 =$ $= 15 + 500022 \cdot 20 =$ $= 3 \cdot 5 \cdot 666697$ | 500022 | -16 | -4 | -2 | +2 | +26 | +56 | 72 |
|---|--------|-----|----|----|----|-----|-----|----|

Folge 3:

| | | | | | | | | |
|--|---------|-----|----|----|----|-----|-----|----|
| $n_u = 20000571 =$ $= 1000028 \cdot 20 =$ $= 3 \cdot 7 \cdot 349 \cdot 2729$ | 1000028 | -34 | -4 | -2 | +2 | +20 | +26 | 60 |
|--|---------|-----|----|----|----|-----|-----|----|

Folge 4:

| | | | | | | | | |
|--|--------|-----|-----|----|----|----|-----|----|
| $n_u = 2000145 =$ $= 5 + 100007 \cdot 20 =$ $= 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 43 \cdot 443$ | 100007 | -52 | -38 | -2 | +2 | +8 | +32 | 84 |
|--|--------|-----|-----|----|----|----|-----|----|

$$\begin{aligned}
 n_u = 2000145 &= \dots 100007 & -52 & -38 & -2 & \text{-----} & +2 & +8 & +32 & 84 \\
 &= 5 + 100007 \cdot 20 = \\
 &= 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 43 \cdot 443
 \end{aligned}$$

Tab. 37 - Fortsetzung

| <u>Folge 5:</u> | n:= | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ | |
|--|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|----|
| $n_u = 1001529 =$ $= 9 + 50076 \cdot 20 =$ $= 3^2 \cdot 257 \cdot 433$ | 50076 | -38 | -28 | -2 | ----- | +2 | +20 | +22 | 60 |

Folge 6:

| | | | | | | | | | |
|---|---------|-----|----|----|-------|----|-----|-----|----|
| $n_u = 20000841 =$ $= 21 + 1000041 \cdot 20 =$ $= 3 \cdot 7 \cdot 349 \cdot 2729$ | 1000041 | -20 | -4 | -2 | ----- | +2 | +20 | +26 | 46 |
|---|---------|-----|----|----|-------|----|-----|-----|----|

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In **Tab. 37** wird der Beweis, dass es unendlich viele Zwillinge mod 4 gibt, vollauf bestätigt.
- Die Aussage, die **Tab. 37** liefert, besagt, dass Zwillinge mod 4 stets nur in den sechs Dirichlet-Progressionen auftreten können, die stets in der Modularität 20 auftreten.
- Einen tiefen Einblick vermitteln die (hier angeführten) Primzahl-Fakultäten der ungeraden Zahlen (n_u), die in den sechs Folgen auftreten. In allen diesen Fakultäten treten stets die Primzahlen: $p = 3, 5, 7$ auf, sofern diese in der Fakultät der ersten (bzw. zweiten) ungeraden Zahl der jeweiligen Folge auftreten.
- Aus **Tab. 37** ist zu entnehmen, dass in den Umgebungen der relativ großen ungeraden Zahlen (n_u), die aus den 6 Folgen, in denen Zwillinge mod 4 auftreten können, relativ hohe Primzahl-Dichten auftreten. Dieser Sachverhalt wird in **Tab. 38** für eine 18-stellige Zahl der Folge 2 bestätigt.

Tab. 38 - Die Bestimmung der Primzahl-Dichte im Umfeld der Zahl $n_u = 2.000.000.000.000.011.005$

| <u>Folge 2:</u> | n;= | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|---|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_u = 200000000000000011005$ $= 5 + 40000000000002201 \cdot 20 =$ $= 3^2 \cdot 5 \cdot 44444444444689 = 3^2 \cdot 5 \cdot p_n$ | 400000000002201 | -112 | -104 | -86 | +2 | +16 | +44 | 156 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In der Primzahl-Fakultät der in **Tab. 38** analysierten ungeraden Zahl der Folge 2 treten die beiden Primzahlen: $p = 3$ und $p = 5$ auf, die bereits im ersten Glied dieser Folge $n_u = 15 = 3 \cdot 5$ auftreten
- Ein Vergleich dieser Primzahl-Dichte, die in der Umgebung dieser 18-stelligen Zahl auftritt, mit der Primzahl-Dichte, die im Umfeld der ebenfalls 18-stelligen Zahl $n_g = 19!$ auftritt (siehe **Tab. 7**) zeigt, dass die im Umfeld der Zahl $n_u = 5 + 40000000000002201 \cdot 20$ eine 1,9872-fach höhere Primzahl-Dichte auftritt, als im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 19!$ - man vergleiche die Summen-Abstände: $\Sigma \Delta = 156$ und $\Sigma \Delta = 310$, in denen jeweils sechs Primzahlen situiert sind. Der Quotient: $310 / 156 = 1,9872$ ist hier das Maß für die höhere Primzahl-Dichte, die im Umfeld dieser ungeraden Zahl der Folge 2 vorliegt.
- Die (tiefer) Ursache für die relativ hohe Primzahl-Dichte ist der enorme Abstand zwischen der Primzahl 5 und der Primzahl p_n , die in die ungerade Zahl (n_u) der Folge 2 eingehen. In die gerade Zahl $n_g = 19!$ gehen hingegen lückenlos alle Primzahlen von $p = 2$ bis $p = 19$ ein, was für die geringe Primzahl-Dichte im Umfeld der Zahl $n_g = 19!$ ursächlich ist.

1. Erkenntnis:

Alle Zwillinge mod 4, die in **Tab. 35** in Folge 1, Folge 2 und in Folge 3 auftreten, werden aus Primzahlen der Obergruppe I gebildet, die den Klassen: 1, 2, 3, 4 angehören. Diese Primzahlen haben bei der Teilung durch die Zahl 4 den Rest 1.

2. Erkenntnis:

Alle Zwillinge mod 4, die in **Tab. 35** in Folge 4, Folge 5 und in Folge 6 auftreten, werden aus Primzahlen der Obergruppe II gebildet, die den Klassen: 5, 6, 7, 8 angehören. Diese Primzahlen haben bei der Teilung durch die Zahl 4 den Rest 3.

3. Erkenntnis:

Der einzige Zwilling mod 4, in dem eine Primzahl situiert sein kann, ist der Zwilling mod 4 (3, 7) in dem die Primzahl $p = 5$ situiert ist, da alle zweistelligen ungeraden Zahlen mit der Endziffer EZ5 nicht prim sind.

4. Erkenntnis:

Die Zwillinge mod 4: (3, 7) --- (7, 11) sind die einzigen "verketteten" Zwillinge mod 4, die in der unendlichen Folge der Zwillinge mod 4 auftreten können, da innerhalb von Zwillingen mod 4 (mit der Ausnahme der Zwillinge mod 2 (3, 5) und (5, 7), die in den Zwilling mod 4 (3, 7) eingehen, keine Zwillinge mod 2 situiert sein können.

5. Erkenntnis:

Ab dem Zwilling mod 4 (13, 17) sind alle direkt zu den Zwillingen mod 4 "benachbarten" Zwillinge mod 2 aus den Zwillingen mod 4 "ausgliedert" - hier zwei Beispiele:

Beispiel 1:

Der Zwilling mod 2 (11, 13) grenzt links an den Zwilling mod 4 (13, 17), wobei die Primzahl $p = 13$ diese beiden Zwillinge verbindet (in beiden vorkommt), was auch wie folgt notiert werden kann: (11, 13) --- (13, 17).

Beispiel 2:

Der Zwilling mod 2 (17, 19) grenzt rechts an den Zwilling mod 4 (13, 17), wobei die Primzahl $p = 17$ diese beiden Zwillinge verbindet - in beiden vorkommt -, was auch wie folgt notiert werden kann: (13, 17) --- (17, 19).

6. Erkenntnis:

Nachdem ab dem Zwilling mod 4 (3, 7), in dem die Primzahl $p = 5$ situiert ist, in allen nachfolgenden Zwillingen mod 4 keine Primzahlen situiert sein können, scheiden alle primen Zahlen der Folgen: 1, 3, 5 und 6 für das Auftreten von Zwillingen mod 4 in ihren direkten Umgebungen aus. Dies besagt, dass nur in den direkten Umgebungen der nicht primen Zahlen dieser Folgen Zwillinge mod 4 auftreten können.

Diese invarianten Eigenschaften der Zwillinge mod 4 wurden in **Anlage 2** dadurch hervorgehoben, dass die Primzahlen der Obergruppe I fett gedruckt wurden und die Primzahlen der Obergruppe II normal gedruckt wurden. Aus **Anlage 2** ist auch noch zu entnehmen in welchen Abständen Zwillinge mod 4 aufeinander folgen, und dass Zwillinge mod 4 der gleichen Obergruppe mehrfach aufeinander folgen können. Diese hier erkannten wichtigen Eigenschaften der Zwillinge mod 4 geben den Anlass, die invarianten Eigenschaften der Zwilling mod 6, mod 8 und mod 10 näher zu analysieren. Diesem Ziel ist das nachfolgende **Kapitel 12** gewidmet.

12. Die tieferen Ursachen für das Auftreten von Mersenne- und Fermat-Primzahlen:

In Kapitel 9 wurde der Beweis erbracht, dass Mersenne- und Fermat-Primzahlen (M_p und F_p) nur in den folgenden Dirichlet-Progressionen auftreten können:

$$M_p: \text{Teilfolge 1: } = 2^{1+4n} - 1, \text{EZ1 und Teilfolge 3} = 2^{3+4n} - 1, \text{EZ7}$$

$$F_p: \text{Teilfolge 4: } = 2^{4+4n} + 1, \text{EZ7}$$

Die bisher gefundenen (42) Primzahlen vom Typ M_p und die (5) Primzahlen vom Typ F_p bestätigen diesen Sachverhalt, wobei die Primzahlen: $M_p = 2^2 - 1 = 3$, EZ3 und $F_p = 2^2 + 1 = 5$, EZ5, die den Zwillings mod 2 (3, 5) bilden, nur solitär in den Endziffern: EZ3, EZ5 auftreten. Alle folgenden Primzahlen: M_p können nur in den Endziffern: EZ1 oder EZ7 auftreten und alle Primzahlen F_p ausschließlich in der Endziffer EZ7. Nachdem alle geraden Zahlen der Folge $n_g = 2^n$, bis auf die Primzahl $p = 2$ aus keinen weiteren Primzahl-Faktoren gebildet werden, treten im Umfeld dieser Zahlen $n_g = 2^n$ stets relativ hohe Primzahl-Dichten auf - siehe Tab. 16.

Die Zahlen $n_g = 2^n$ sind dabei stets symmetrisch oder asymmetrisch inmitten von Zwillingen mod $2n$, $n > 1$ situiert. Sofern die Zahlen $n_g = 2^n$ extrem "links-asymmetrisch" in einem Zwillings mod $2n$, $n > 1$ (p_1, p_2) situiert sind, ergibt sich eine Mersenne - Primzahl: $p_1 + 1 = 2^n$ bzw. $p_1 = 2^n - 1 = M_p$.

Sofern eine Zahl $n_g = 2^n$ wiederum extrem "rechts-asymmetrisch" in einem Zwillings mod $2n$, $n > 1$ (p_1, p_2) situiert ist, ergibt sich eine Fermat - Primzahl: $p_2 - 1 = 2^n$ bzw. $p_2 = 2^n + 1 = F_p$.

Sofern eine Zahl $n_g = 2^n$ "maximal-symmetrisch" inmitten eines Zwillinges mod $2n$, $n > 1$, (p_1, p_2) situiert ist, ergeben sich die Beziehungen: $2^n - n_u = p_1$ und $2^n + n_u = p_2$. Aus diesen Beziehungen folgt, dass die Primzahlen (p_1, p_2) dann im Abstand: $2 \times n_u + 1$ auftreten müssen.

Aus Tab. 39 kann entnommen werden, dass diese Bedingungen nur in Zwillingen mod $6+4n$, $n := 1, 2, 3, \dots$ erfüllt werden können. Man beachte, dass nur für Zwillinge dieser Modul - Werte Folgen mit geradzahlig konstanten Gliedern auftreten. Hier vier Beispiele, die aus Tab. 38 entnommen wurden:

Beispiel 1: In Zwillingen mod 6 treten die geraden Zahlen $n_g := (10, 14, 16) + 10n$ inmitten situiert auf.

Beispiel 2: In Zwillingen mod 10 treten die geraden Zahlen $n_g := (6, 8, 12) + 10n$ inmitten situiert auf.

Beispiel 3: In Zwillingen mod 14 treten die geraden Zahlen $n_g := (10, 14, 16) + 10n$ inmitten situiert auf.

Beispiel 4: In Zwillingen mod 18 treten die geraden Zahlen $n_g := (10, 12, 18) + 10n$ inmitten situiert auf.

Immer nur dann, wenn die gerade Zahl $n_g = 2^n$ mit einer geraden Zahl dieser Folgen identisch ist, ist diese Zahl symmetrisch inmitten eines Zwillinges mod $6 + 4n$ situiert. Hierzu drei Beispiele:

Beispiel 1: $n_g = 2^6 = 64$ ist symmetrisch inmitten des Zwillinges mod 6: (61, 67) situiert.

Beispiel 2: $n_g = 2^{12} = 4096$ ist symmetrisch inmitten des Zwillinges mod 6: (4093, 4099) situiert.

Beispiel 3: $n_g = 2^{45} = 3518437208832$ ist symmetrisch inmitten des Zwillinges mod $22 = 6 + 4n = 6 + 16$: (3518437208821, 3518437208843) situiert.

Tab. 39 Die Anordnung (Positionierung) der Zahlen $n_g = 2^3$ bis 2^{80} innerhalb von Zwillingen mod $2n$, $n > 1$:

| $2^n :=$ | Δ_1 | Δ_2 | $\Sigma \Delta :=$ | Zwilling mod := | Folge := |
|----------------------|------------|------------|--------------------|-----------------|----------|
| $2^3 = 8$ | -1 | +3 | 4 | Zwilling mod 4 | 3 |
| $2^4 = 16$ | -3 | +1 | 4 | Zwilling mod 4 | 4 |
| $2^5 = 32$ | -1 | +5 | 6 | Zwilling mod 6 | 1 |
| $2^6 = 64$ | -3 ----- | +3 | 6 | Zwilling mod 6 | 2 |
| $2^7 = 128$ | -1 | +3 | 4 | Zwilling mod 4 | 3 |
| $2^8 = 256$ | -5 | +1 | 6 | Zwilling mod 6 | 4 |
| $2^9 = 512$ | -3 | +9 | 12 | Zwilling mod 12 | 1 |
| $2^{10} = 1024$ | -3 | +7 | 10 | Zwilling mod 10 | 2 |
| $2^{11} = 2048$ | -9 | +5 | 14 | Zwilling mod 14 | 3 |
| $2^{12} = 4096$ | -3 ----- | +3 | 6 | Zwilling mod 6 | 4 |
| $2^{13} = 8192$ | -1 | +17 | 18 | Zwilling mod 18 | 1 |
| $2^{14} = 16384$ | -3 | +27 | 30 | Zwilling mod 30 | 2 |
| $2^{15} = 32768$ | -19 | +3 | 22 | Zwilling mod 22 | 3 |
| $2^{16} = 65536$ | -15 | +1 | 16 | Zwilling mod 16 | 4 |
| $2^{17} = 131972$ | -3 | +29 | 32 | Zwilling mod 32 | 1 |
| $2^{18} = 262144$ | -5 | +3 | 8 | Zwilling mod 8 | 2 |
| $2^{19} = 524288$ | -1 | +21 | 22 | Zwilling mod 22 | 3 |
| $2^{20} = 1948576$ | -5 | +25 | 30 | Zwilling mod 30 | 4 |
| $2^{21} = 2097152$ | -9 | +17 | 26 | Zwilling mod 26 | 1 |
| $2^{22} = 4194304$ | -3 | +15 | 18 | Zwilling mod 18 | 2 |
| $2^{23} = 8388608$ | -15 | +9 | 24 | Zwilling mod 24 | 3 |
| $2^{24} = 16777216$ | -3 | +43 | 46 | Zwilling mod 46 | 4 |
| $2^{25} = 33554432$ | -39 | +35 | 74 | Zwilling mod 74 | 1 |
| $2^{26} = 61798864$ | -33 | +7 | 40 | Zwilling mod 40 | 2 |
| $2^{27} = 134217728$ | -39 | +29 | 68 | Zwilling mod 68 | 3 |
| $2^{28} = 268435456$ | -57 | +3 | 60 | Zwilling mod 60 | 4 |
| $2^{29} = 536870912$ | -3 | +11 | 14 | Zwilling mod 14 | 1 |

| Tab. 39 - Fortsetzung | Δ_1 | Δ_2 | $\Sigma \Delta$ | Zwilling mod:= | Folge:= |
|-------------------------------|-------------|------------|-----------------|------------------|---------|
| $2^{30} = 1073741824$ | -35 | +3 | 38 | Zwilling mod 38 | 2 |
| $2^{31} = 2147483648$ | -1 | +11 | 12 | Zwilling mod 12 | 3 |
| $2^{32} = 4294967296$ | -5 | +15 | 20 | Zwilling mod 20 | 4 |
| $2^{33} = 8589934592$ | -9 | +17 | 26 | Zwilling mod 26 | 1 |
| $2^{34} = 17179869184$ | -41 | +25 | 66 | Zwilling mod 66 | 2 |
| $2^{35} = 34359738368$ | -31 | +53 | 84 | Zwilling mod 84 | 3 |
| $2^{36} = 68719476436$ | -5 | +31 | 36 | Zwilling mod 36 | 4 |
| $2^{37} = 137438953472$ | <u>-25</u> | +9 | 34 | Zwilling mod 34 | 1 |
| $2^{38} = 274877906944$ | -45 | +7 | 52 | Zwilling mod 52 | 2 |
| $2^{39} = 549755813888$ | -7 | +23 | 30 | Zwilling mod 30 | 3 |
| $2^{40} = 1099511627776$ | -87 | +15 | 102 | Zwilling mod 102 | 4 |
| $2^{41} = 2199023255552$ | <u>-21</u> | +27 | 48 | Zwilling mod 48 | 1 |
| $2^{42} = 4398046511104$ | -11 | +15 | 26 | Zwilling mod 26 | 2 |
| $2^{43} = 8796093022208$ | <u>-57</u> | +29 | 88 | Zwilling mod 88 | 3 |
| $2^{44} = 17592186044416$ | -17 | +7 | 24 | Zwilling mod 24 | 4 |
| $2^{45} = 35184372088832$ | -11 ----- | +11 | 22 | Zwilling mod 22 | 1 |
| $2^{46} = 70368744177664$ | -21 | +15 | 36 | Zwilling mod 36 | 2 |
| $2^{47} = 140737488355328$ | <u>-115</u> | +5 | 120 | Zwilling mod 120 | 3 |
| $2^{48} = 281474976710656$ | -59 | +7 | 66 | Zwilling mod 66 | 4 |
| $2^{49} = 562949953421312$ | -81 | +69 | 150 | Zwilling mod 150 | 1 |
| $2^{50} = 1125899906842624$ | -27 | +55 | 82 | Zwilling mod 82 | 2 |
| $2^{51} = 2251799813685248$ | -129 | +21 | 150 | Zwilling mod 150 | 3 |
| $2^{52} = 4503599627370496$ | -47 | +21 | 68 | Zwilling mod 68 | 4 |
| $2^{53} = 9007199254740992$ | <u>-111</u> | +5 | 116 | Zwilling mod 116 | 1 |
| $2^{54} = 18014398509481984$ | -33 | +85 | 118 | Zwilling mod 118 | 2 |
| $2^{55} = 36028797018963968$ | -55 | +3 | 58 | Zwilling mod 58 | 3 |
| $2^{56} = 72057594037927936$ | -5 | +81 | 86 | Zwilling mod 86 | 4 |
| $2^{57} = 144115188075855872$ | -19 | +9 | 28 | Zwilling mod 28 | ! |

| Tab. 39 - Fortsetzung | Δ_1 | Δ_2 | $\Sigma \Delta :=$ | Zwilling mod := | Folge := |
|--------------------------------------|-------------|------------|--------------------|------------------|----------|
| $2^{58} = 288230376151711744$ | -27 | +45 | 72 | Zwilling mod 72 | 2 |
| $2^{59} = 576460752303423488$ | <u>-57</u> | +81 | 138 | Zwilling mod 138 | 3 |
| $2^{60} = 1152921504606846976$ | -77 | +33 | 110 | Zwilling mod 110 | 4 |
| $2^{61} = 2305843009213693952$ | -1 | +15 | 16 | Zwilling mod 16 | 1 |
| $2^{62} = 4611686018427387904$ | -27 | +25 | 52 | Zwilling mod 52 | 2 |
| $2^{63} = 9223372036854775808$ | -25 | +9 | 34 | Zwilling mod 34 | 3 |
| $2^{64} = 18446744073709551616$ | -39 | <u>+3</u> | 42 | Zwilling mod 42 | 4 |
| $2^{65} = 36893488147419103232$ | -49 | +5 | 54 | Zwilling mod 54 | 1 |
| $2^{66} = 73786976294838206464$ | -5 | +7 | 12 | Zwilling mod 12 | 2 |
| $2^{67} = 147573952589676412928$ | <u>-19</u> | +3 | 22 | Zwilling mod 22 | 3 |
| $2^{68} = 295147905179352825856$ | -5 | +33 | 38 | Zwilling mod 38 | 4 |
| $2^{69} = 590295810358705651712$ | -19 | +29 | 48 | Zwilling mod 48 | 1 |
| $2^{70} = 1180591620717411303424$ | -15 | +25 | 40 | Zwilling mod 40 | 2 |
| $2^{71} = 2361183241434822606848$ | <u>-159</u> | +11 | 170 | Zwilling mod 170 | 3 |
| $2^{72} = 4722366482869645213696$ | -23 | +15 | 38 | Zwilling mod 38 | 4 |
| $2^{73} = 9444732965739290427392$ | <u>-49</u> | +9 | 58 | Zwilling mod 58 | 1 |
| $2^{74} = 1889465931478580854784$ | -15 ----- | +15 | 30 | Zwilling mod 30 | 2 |
| $2^{75} = 37778931862957161709568$ | -31 | +21 | 52 | Zwilling mod 52 | 3 |
| $2^{76} = 75557863725914323419136$ | -15 ----- | +15 | 30 | Zwilling mod 30 | 4 |
| $2^{77} = 151115727451828646838272$ | -33 | +11 | 44 | Zwilling mod 44 | 1 |
| $2^{78} = 302231454903657293676544$ | -11 | +7 | 18 | Zwilling mod 18 | 2 |
| $2^{79} = 604462909807314587353088$ | <u>-7</u> | +23 | 30 | Zwilling mod 30 | 3 |
| $2^{80} = 1208925819614629174706176$ | -39 | +5 | 44 | Zwilling mod 44 | 4 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Teilfolgen 2 und 4 bilden bezüglich der Mersenne-Primzahlen inaktive Dirichlet-Progressionen, hingegen bilden die Teilfolgen 1 und 3 aktive Dirichlet-Progressionen, in denen unendlich viele Mersenne-Primzahlen auftreten können. Die primen Zahlen wurden hier fett gedruckt hervorgehoben. Die Mersenne-Primzahlen können wie ersichtlich nur in den Endziffern: EZ1 und EZ7 auftreten.
- Bei der Suche nach weiteren Mersenne-Primzahlen sind deshalb auch die Zahlen: $n_g - 1 = 2^{1+4n} - 1$ und $n_g - 1 = 2^{3+4n} - 1$ einzubeziehen, deren Exponenten nicht prime Zahlen sind.
- Die von Mersenne vorgegebene Restriktion: $M_p = 2^p - 1$ ist deshalb aufzugeben.

4. Aus **Tab. 39** ist ersichtlich, dass die Zahlen $n_g = 2^n$ überwiegend asymmetrisch zwischen den benachbarten Primzahlen (den Zwillingen mod $2n$, $n > 1$) situiert sind. Von den 78 Zahlen $n_g = 2^n$, die in **Tab. 39** angeführt wurden, sind nur die fünf Zahlen: $n_g := 2^5, 2^{11}, 2^{45}, 2^{74}, 2^{76}$ (ideal) symmetrisch in den Zwillingen mod 6, mod 22 und mod 30 situiert. Diese benachbarten Primzahlen wurden in der **Tab. 39** durch gestrichelte Linien verbunden.

Die Schlussfolgerung:

In **Tab. 39** wurde bestätigt, dass Mersenne-Primzahlen in zwei Dirichlet-Progressionen: vom Typ: $M_p = 2^{1+4n} - 1$ und $M_p = 2^{3+4n} - 1$ vorkommen und somit in einer unendlichen Zahl auftreten. Wiewohl die Fermat-Primzahlen nur in der Dirichlet-Progression vom Typ: $F_p = 2^{4+4n} + 1$ vorkommen kann, treten auch diese Primzahlen (F_p) in einer unendlichen Zahl auf, was bisher nicht bewiesen werden konnte. Nachdem dieser Beweis erbracht werden konnte, empfiehlt es sich die "GIMPs-Teste" für die Suche nach weiteren Mersenne-Primzahlen zu erweitern, um auch alle Zahlen vom Typ: $2^{1+4n} - 1$ und $2^{3+4n} - 1$ auf ihre Primzahl-Eigenschaften testen zu können. Des weiteren gilt die Empfehlung die GIMPs-Teste so zu erweitern, dass auch alle Zahlen vom Typ: $2^{4+4n} + 1$ auf ihre Primzahl - Eigenschaft getestet werden können und nicht nur die Zahlen der Untermenge: $2^{2^n} + 1$.

Die vom Verfasser mit dem MuPAD- Test vorgenommenen Prüfungen ergaben, dass zwischen der Fermat-Primzahl $F_p = 2^{16} + 1$ und der Zahl 2^{65544} keine weiteren Primzahlen vom Typ F_p situiert sind. Die nachfolgenden Primzahlen F_p sind daher in wesentlich höheren Zahlen-Intervallen situiert. Danach gilt die Empfehlung die "GIMPs-Teste" zu "GIM&FPs-Testen" zu erweitern und sich dabei von den "unzeitgemäßen" Restriktionen zu befreien, die Mersenne und Fermat eingeführt hatten.

Eine Zusammenfassung:

Die in diesem Kapitel erzielten Ergebnisse können wie folgt zusammen gefasst werden:

1. Es wurde der Beweis erbracht, dass die Mersenne- und Fermat-Primzahlen M_p und F_p in einer unendlichen Zahl auftreten.
2. Es wurde nachgewiesen, dass alle Mersenne-Primzahlen nur in den Endziffern: EZ1 und EZ7 auftreten können, ausgenommen die Primzahl $M_p = 2^2 - 1 = 3$.

Dieser Beweis findet seine Bestätigung in **Tab. 28**, in der die Endziffern aller bisher gefundenen Mersenne-Primzahlen angeführt wurden.

3. Es wurde unter Beweis gestellt, dass alle Fermat-Primzahlen nur in der Endziffern: EZ7 auftreten
4. Aus den Endziffern: EZ1 und EZ7 in denen die Mersenne- Primzahlen (M_p) auftreten und aus der Endziffer: EZ7 der Fermat-Primzahlen (F_p) ergibt sich (zwangweise), dass die Primzahlen F_p und M_p niemals Zwillinge mod 2 bilden können. Der tiefere Grund für diesen (invarianten) Sachverhalt wird in **Tab. 40** offenkundig.

Tab. 40 - Die Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Zwillinge mod 2, die in den Folgen $n_g := 12 + n \times 30$, $n_g = 18 + n \times 30$ und $n_g = 30 + n \times 30$ auftreten:

| $n_g = \prod p_i :=$ | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta :=$ |
|-------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|
| $n_g = 12$ $= 2^2 \cdot 3$ | -7 | -----5 | -1 | -----+1 | +5 | -----+7 | 14 |
| $n_g = 18$ $= 2^2 \cdot 3$ | -7 | -----5 | -1 | -----+1 | +5 | +11 | 18 |
| $n_g = 30$ $= 2 \cdot 3 \cdot 5$ | -11 | -7 | -1 | -----+1 | +7 | +11 | 22 |

Tab. 40 - Fortsetzung.

| | Δ_1 | Δ_2 | Δ_3 | Δ_4 | Δ_5 | Δ_6 | $\Sigma \Delta_i :=$ |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------------|
| $n_g = 42$ $= 2 \cdot 3 \cdot 7$ | -11 | -5 | -1 | +1 | +5 | +11 | 22 |
| $n_g = 60$ $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | -13 | -7 | -1 | +1 | +7 | +11 | 24 |
| $n_g = 72$ $= 2^3 \cdot 3^2$ | -11 | -5 | -1 | +1 | +7 | +11 | 22 |
| $n_g = 102$ $= 2 \cdot 3 \cdot 17$ | -13 | -5 | -1 | +1 | +5 | +7 | 20 |
| $n_g = 108$ $= 2^2 \cdot 3^3$ | -7 | -5 | -1 | +1 | +5 | +7 | 26 |
| $n_g = 138$ $= 2 \cdot 3 \cdot 23$ | -25 | -11 | -1 | +1 | +11 | +13 | 38 |
| $n_g = 150$ $= 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ | -13 | -11 | -1 | +1 | +7 | +13 | 26 |
| $n_g = 180$ $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | -13 | -7 | -1 | +1 | +11 | +13 | 26 |
| $n_g = 192$ $= 2^6 \cdot 3$ | -11 | -9 | -1 | +1 | +7 | +9 | 20 |
| $n_g = 228$ $= 2^2 \cdot 3 \cdot 19$ | -17 | -5 | -1 | +1 | +5 | +11 | 28 |
| $n_g = 270$ $= 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ | -13 | -7 | -1 | +1 | +7 | +11 | 24 |
| $n_g = 282$ $= 2 \cdot 3 \cdot 47$ | -11 | -5 | -1 | +1 | +11 | +25 | 36 |
| $n_g = 24.108$ $= 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 41$ | -11 | -5 | -1 | +1 | +5 | +13 | 24 |
| $n_g = 204.300$ $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 227$ | -67 | -47 | -1 | +1 | +11 | +19 | 86 |
| $n_g = 1.293.939.168 =$ $= 2^5 \cdot 3 \cdot 29 \cdot 464777$ | -55 | -7 | -1 | +1 | +35 | +43 | 98 |
| $n_g = 15.351.613.702$ $= 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 1923749$ | -61 | -25 | -1 | +1 | +17 | +61 | 102 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Aus **Tab. 40** ergibt sich zunächst die Bestätigung, dass die Mersenne- und Fermat-Primzahlen: M_p und F_p ab dem Zwilling $(3, 5) = (M_p = 2^2 - 1, F_p = 2^2 + 1)$ keine weiteren Zwillinge mod 2 bilden können. Dieses hier gefundene Gesetz findet in **Tab. 40** eine volle Bestätigung, da alle geraden Zahlen, die inmitten der Zwillinge mod 2 situiert sind, aus Primzahl-Fakultäten vom Typ: $n_g = \prod p_i$ bestehen.
 2. Die Mersenne- und Fermat-Primzahlen (M_p und F_p) treten dagegen in den (direkten) Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ auf. In diesen geraden Zahlen ($n_g = 2^n$) treten (fakultativ) keine ungeraden Primzahlen auf.
-
- 13. Die Bestimmung großer Primzahlen $p = 2^n \pm 1, p = 2^n \pm 3, p = 2^n \pm 5, 2^n \pm 7, p = 2^n \pm 9$ und $p = 2^n \pm 11$ mit dem MuPAD-Test:**

Nachdem aus **Tab. 39** entnommen werden kann, dass Primzahlen in den (direkten) Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ überwiegend in Abständen $\Delta > 3, 5, 7, 9, 11, \dots$ auftreten und die Abstände $\Delta = \pm 1$ nur selten auftreten, lassen sich extrem große Primzahlen nach dem MuPAD-Test bestimmen. In **Tab. 41, 42, 43, 44, 45, 46** wurden die Primzahlen $p = 2^n \pm 1, p = 2^n \pm 3, p = 2^n \pm 5, p = 2^n \pm 7, p = 2^n \pm 9$ und $p = 2^n \pm 11$ für die Exponenten $n = 4$ bis $n = 4256$ bestimmt, die in den Folgen: *Folge 1, Folge 2, Folge 3, Folge 4* auftreten.

Für die Bestimmung der 19 Primzahlen, die in **Tab. 41** vorgestellt wurden, -ist- bei Einsatz der MuPAD - Testmethode ein Zeitaufwand von (etwa) zwei Stunden erforderlich. Für die Ermittlung der ersten 16 Mersenne- Primzahlen, die in **Tab. 41** angeführt sind, benötigten die Mathematiker dagegen eine Zeit von rd. 500 Jahren und Euler fand die Primzahl $M_{p,8} = 2^{31} - 1$ im Jahr 1771.

Tab. 41 Die Primzahlen : $p = 2^n - 1$ und $p = 2^n + 1$ im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|----------------------|--|----------------------|----------------------|
| $2^5 - 1$, EZ1 | $2^{2+4n} - 1$, EZ3 QS durch 3 teilbar | $2^7 - 1$, EZ7 | $2^{4+4n} - 1$, EZ5 |
| $2^{13} - 1$, EZ1 | | $2^{19} - 1$, EZ7 | |
| $2^{61} - 1$, EZ1 | | $2^{31} - 1$, EZ7 | |
| $2^{89} - 1$, EZ1 | | $2^{107} - 1$, EZ7 | |
| $2^{521} - 1$, EZ1 | | $2^{127} - 1$, EZ7 | |
| $2^{2281} - 1$, EZ1 | | $2^{607} - 1$, EZ7 | |
| $2^{3217} - 1$, EZ1 | | $2^{1279} - 1$, EZ7 | |
| $2^{4253} - 1$, EZ1 | | $2^{2203} - 1$, EZ7 | |

Anmerkungen:

- Die *Folge 2* und *Folge 4* sind Primzahl - inaktive Folgen: $2^n - 1$
- In den Folgen: *Folge 1* und *Folge 3* treten im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ 15 Primzahlen auf

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|--|----------------------|--|---|
| $2^{1+4n} + 1$, EZ3 QS durch 3 teilbar | $2^{2+4n} + 1$, EZ5 | $2^{3+4n} + 1$, EZ9 QS durch 3 teilbar | $2^4 + 1 = 17$, EZ7 $2^8 + 1 = 257$, EZ7 $2^{16} + 1 = 65537$, EZ7 |

Anmerkungen:

- Die Folgen: *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* : $2^n + 1$ sind Primzahl - inaktiv.
 - In *Folge 4* treten im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4096$ drei Primzahlen $p = 2^n + 1$ auf.
 - Mit dem MuPAD - Test wurde geprüft, dass in *Folge 4* bis $n \leq 65537$ keine weiteren Primzahlen $2^n + 1$ auftreten.
-

Tab. 42 Die Bestimmung der Primzahlen $p = 2^n - 3$ und $p = 2^n + 3$ für die Exponenten: $4 \leq n \leq 4256$:

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|---------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| $2^5 - 3$, EZ9 | $2^6 - 3$, EZ1 | $2^{3+4n} - 3$, EZ5 | $2^4 - 3$, EZ3 |
| $2^9 - 3$, EZ9 | $2^{10} - 3$, EZ1 | | $2^{12} - 3$, EZ3 |
| $2^{29} - 3$, EZ9 | $2^{14} - 3$, EZ1 | | $2^{20} - 3$, EZ3 |
| $2^{213} - 3$, EZ9 | $2^{22} - 3$, EZ1 | | $2^{24} - 3$, EZ3 |

Tab. 42 - Fortsetzung

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|-----------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|
| $2^{221} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{94} - 3, \text{ EZ1}$ | | $2^{116} - 3, \text{ EZ3}$ |
| $2^{233} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{122} - 3, \text{ EZ1}$ | | $2^{336} - 3, \text{ EZ3}$ |
| $2^{266} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{150} - 3, \text{ EZ1}$ | | $2^{452} - 3, \text{ EZ3}$ |
| $2^{545} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{174} - 3, \text{ EZ1}$ | | $2^{1736} - 3, \text{ EZ3}$ |
| $2^{689} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{266} - 3, \text{ EZ1}$ | <u>Anmerkungen:</u> | |
| $2^{2321} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{694} - 3, \text{ EZ1}$ | 1. Die <i>Folge 3</i> : $2^{3+4n} - 3, \text{ EZ5}$ ist für $n > 0$ Primzahl - inaktiv. | |
| $2^{3237} - 3, \text{ EZ9}$ | $2^{850} - 3, \text{ EZ1}$ | 2. Im "Exponenten-Bereich": $4 \leq n \leq 4256$ treten insgesamt 31 Primzahlen $p = 2^n - 3$ auf. | |
| | $2^{3954} - 3, \text{ EZ1}$ | | |

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $2^{1+4n} + 3, \text{ EZ5}$ | $2^6 + 3, \text{ EZ7}$ | $2^7 + 3, \text{ EZ1}$ | $2^4 + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{18} + 3, \text{ EZ7}$ | $2^{15} + 3, \text{ EZ1}$ | $2^{12} + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{30} + 3, \text{ EZ7}$ | $2^{55} + 3, \text{ EZ1}$ | $2^{16} + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{390} + 3, \text{ EZ7}$ | $2^{67} + 3, \text{ EZ1}$ | $2^{28} + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{1110} + 3, \text{ EZ7}$ | $2^{2139} + 3, \text{ EZ1}$ | $2^{84} + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{2008} + 3, \text{ EZ7}$ | $2^{2191} + 3, \text{ EZ1}$ | $2^{228} + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{2370} + 3, \text{ EZ7}$ | $2^{2367} + 3, \text{ EZ1}$ | $2^{784} + 3, \text{ EZ9}$ |
| | $2^{4002} + 3, \text{ EZ7}$ | | $2^{1704} + 3, \text{ EZ9}$ |
| <u>Anmerkungen:</u> | $2^{4062} + 3, \text{ EZ7}$ | | $2^{4060} + 3, \text{ EZ9}$ |

1. Die *Folge 1*: $2^{1+4n} + 3, \text{ EZ5}$ ist für $n > 0$ Primzahl-inaktiv..
2. Im "Exponenten-Bereich" $4 \leq n \leq 4256$ treten insgesamt 25 Primzahlen $p = 2^n + 3$ auf.

Tab. 43 Die Bestimmung der Primzahlen $p = 2^n - 5$ und $p = 2^n + 5$ für die Exponenten $4 \leq n \leq 4256$:

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|---|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| $2^{1+4n} - 5, \text{ EZ7}$ QS teilbar durch 3 | $2^6 - 5, \text{ EZ9}$ | $2^{3+4n} - 5, \text{ EZ5}$ | $2^4 - 5, \text{ EZ1}$ |
| | $2^{10} - 5, \text{ EZ9}$ | | $2^8 - 5, \text{ EZ1}$ |
| | $2^{18} - 5, \text{ EZ9}$ | | $2^{12} - 5, \text{ EZ1}$ |
| | $2^{26} - 5, \text{ EZ9}$ | | $2^{20} - 5, \text{ EZ1}$ |
| | $2^{66} - 5, \text{ EZ9}$ | | $2^{32} - 5, \text{ EZ1}$ |

Tab. 43 - Fortsetzung

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|-----------------|----------------------|---|----------------------|
| | $2^{118} - 5$, EZ9 | | $2^{36} - 5$, EZ1 |
| | $2^{130} - 5$, EZ9 | | $2^{56} - 5$, EZ1 |
| | $2^{150} - 5$, EZ9 | | $2^{1136} - 5$, EZ1 |
| | $2^{166} - 5$, EZ9 | | $2^{1228} - 5$, EZ1 |
| | $2^{206} - 5$, EZ9 | | $2^{2368} - 5$, EZ1 |
| | $2^{226} - 5$, EZ9 | | $2^{2400} - 5$, EZ1 |
| | $2^{550} - 5$, EZ9 | <u>Anmerkungen:</u> | $2^{3128} - 5$, EZ1 |
| | $2^{706} - 5$, EZ9 | 1. Die <i>Folge 1</i> , EZ7 ist für $n \geq 1$ Primzahl - inaktiv, da alle Zahlen $2^{1+4n} - 5$ durch die Zahl 3 teilbar sind. | |
| | $2^{810} - 5$, EZ9 | 2. Die <i>Folge 3</i> , EZ5 ist für $n > 1$ Primzahl - inaktiv. | |
| | $2^{1818} - 5$, EZ9 | 3. Im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ treten 27 Primzahlen $p = 2^n - 5$ auf. | |

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|---------------------|---|---------------------|--|
| $2^5 + 5$, EZ7 | $2^{2+4n} + 5$, EZ9 QS teilbar durch 3 | $2^{11} + 5$, EZ3 | $2^{4+4n} + 5$, EZ1 QS Teilbar durch 3 |
| $2^{53} + 5$, EZ7 | | $2^{47} + 5$, EZ3 | |
| $2^{141} + 5$, EZ7 | | $2^{143} + 5$, EZ3 | |
| $2^{273} + 5$, EZ7 | <u>Anmerkungen:</u> | $2^{191} + 5$, EZ3 | |
| $2^{341} + 5$, EZ7 | 1. <i>Folge 2</i> und <i>Folge 4</i> sind Primzahl - inaktiv, da die Quersummen der Zahlen $2^{2+4n} + 5$ und $2^{4+4n} + 5$ durch 3 teilbar. | | |
| | 2. In den Folgen: <i>Folge 1</i> und <i>Folge 3</i> treten im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ insgesamt neun Primzahlen vom Typ: $2^n + 5$ auf. | | |

Die Schlussfolgerungen aus Tab. 41, Tab. 42 und Tab. 43:

1. Aus Tab. 41, Tab. 42 und Tab. 43 ergibt sich die Schlussfolgerung, dass in den Folgen $2^n \pm 1$, $2^n \pm 3$ und $2^n \pm 5$ für $n \rightarrow \infty$ unendlich viele Primzahlen auftreten.
2. Aus diesen Tabellen ist zu entnehmen welche der Folgen: *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3*, *Folge 4* in Abhängigkeit von den addierten bzw. subtrahierten Zahlen (± 1 , ± 3 , ± 5 Primzahl - inaktiv sind.
3. In den vorgestellten Tabellen wurden die Ursachen offen gelegt, die zu "Primzahl - Inaktivitäten" bei einzelnen Folgen führen. - in diesen Folgen treten entweder nicht prime Zahlen mit der Endziffer EZ5 auf oder aber ungerade Zahlen mit der durch die Zahl 3 teilbaren Quersummen (QS).
4. Aus den nachfolgenden Tabellen ist zu entnehmen, dass abhängig von den (addierten bzw. subtrahierten) Zahlen $n_n := \pm 7, \pm 9, \pm 11$ (und so weiter) einzelne Folgen Primzahl - inaktiv werden.

Tab. 44 Die Bestimmung der Primzahlen $p = 2^n - 7$ und $p = 2^n + 7$ für die Exponenten $4 \leq n \leq 4256$

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|---|---|----------------------|--|
| $2^{1+4n} - 7$, EZ5 | $2^{2+4n} - 7$, EZ7 QS durch 3 teilbar | $2^{715} - 7$, EZ1 | $2^{4+4n} - 7$, EZ9 QS durch 3 teilbar |
| <u>Anmerkungen:</u> | | $2^{1983} - 7$, EZ1 | |
| 1. Die Folgen: <i>Folge 1, Folge 2 und Folge 4</i> sind für alle Zahlen $2^n - 7$ Primzahl - inaktiv | | $2^{2319} - 7$, EZ1 | |
| 2. In der <i>Folge 3</i> treten im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ fünf Primzahlen $p = 2^n - 7$, EZ1 auf. | | $2^{2499} - 7$, EZ1 | |
| | | $2^{3775} - 7$, EZ1 | |
| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
| $2^{1+4n} + 7$, EZ9 QS durch 3 teilbar | $2^6 + 7$, EZ1 | $2^{3+4n} + 7$, EZ5 | $2^4 + 7$, EZ3 |
| | $2^{10} + 7$, EZ1 | | $2^8 + 7$, EZ3 |
| | $2^{18} + 7$, EZ1 | | $2^{16} + 7$, EZ3 |
| | $2^{30} + 7$, EZ1 | | $2^{20} + 7$, EZ3 |
| | $2^{38} + 7$, EZ1 | | $2^{28} + 7$, EZ3 |
| | $2^{78} + 7$, EZ1 | | $2^{44} + 7$, EZ3 |
| | $2^{98} + 7$, EZ1 | | $2^{88} + 7$, EZ3 |
| | $2^{126} + 7$, EZ1 | | $2^{160} + 7$, EZ3 |
| | $2^{174} + 7$, EZ1 | | $2^{204} + 7$, EZ3 |
| | $2^{214} + 7$, EZ1 | | $2^{588} + 7$, EZ3 |
| | $2^{610} + 7$, EZ1 | | $2^{1888} + 7$, EZ3 |
| | $2^{798} + 7$, EZ1 | | $2^{2648} + 7$, EZ3 |
| | $2^{926} + 7$, EZ1 <u>Anmerkungen:</u> | | $2^{3864} + 7$, EZ3 |
| $2^{1190} + 7$, EZ1 | 1. Die <i>Folge 1</i> und <i>Folge 3</i> sind Primzahl - inaktive Folgen, da die Zahlen $2^n + 7$ dieser Folgen nicht prim sein können | | |
| $2^{1198} + 7$, EZ1 | 2. In <i>Folge 2</i> und <i>Folge 4</i> treten im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ insgesamt 32 Primzahlen vom Typ: $p = 2^n + 7$ auf. | | |
| $2^{1806} + 7$, EZ1 | 3. In der unendlichen Folge der Exponenten ($n \rightarrow \infty$) treten daher unendlich viele Primzahlen $p = 2^n + 7$ auf. | | |
| $2^{3454} + 7$, EZ1 | | | |
| $2^{3510} + 7$, EZ1 | | | |
| $2^{3870} + 7$, EZ1 | | | |

Tab. 45 Die Bestimmung der Primzahlen $p = 2^n - 9$ und $p = 2^n + 9$ für die Exponenten $4 \leq n \leq 4256$:

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|--------------------|----------------------|---------------------|-----------------|
| $2^5 - 9$, EZ3 | $2^{2+4n} - 9$, EZ5 | $2^{11} - 9$, EZ9 | $2^4 - 9$, EZ7 |
| $2^9 - 9$, EZ3 | | $2^{243} - 9$, EZ9 | |
| $2^{17} - 9$, EZ3 | | $2^{251} - 9$, EZ9 | |
| $2^{21} - 9$, EZ3 | | $2^{563} - 9$, EZ9 | |
| $2^{33} - 9$, EZ3 | | $2^{699} - 9$, EZ9 | |

$2^{125} - 9$, EZ3

Anmerkungen:

$2^{141} - 9$, EZ3

1. Die *Folge 2* ist Primzahl - inaktiv, da alle Zahlen $2^n - 9$ die EZ5 aufweisen.

$2^{285} - 9$, EZ3

2. In den Folgen: *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 4* treten insgesamt 19 Primzahlen auf.

$2^{321} - 9$, EZ3

3. In der *Folge 4* tritt im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ nur die Primzahl $p = 2^4 - 9 = 7$ auf. Dies schließt nicht aus, dass sich für höhere Exponenten Primzahlen des Typs: $p = 2^{4+4n} - 9$ ergeben.

$2^{537} - 9$, EZ3

$2^{729} - 9$, EZ3

$2^{2841} - 9$, EZ3

$2^{3365} - 9$, EZ3

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $2^5 + 9$, EZ1 | $2^6 + 9$, EZ3 | $2^7 + 9$, EZ7 | $2^{4+4n} + 9$, EZ5 |
| $2^9 + 9$, EZ1 | $2^{10} + 9$, EZ3 | $2^{23} + 9$, EZ7 | |
| $2^{37} + 9$, EZ1 | $2^{18} + 9$, EZ3 | $2^{47} + 9$, EZ7 | |
| $2^{57} + 9$, EZ1 | $2^{30} + 9$, EZ3 | $2^{95} + 9$, EZ7 | |
| $2^{317} + 9$, EZ1 | $2^{66} + 9$, EZ3 | $2^{119} + 9$, EZ7 | |
| $2^{697} + 9$, EZ1 | $2^{670} + 9$, EZ3 | $2^{175} + 9$, EZ7 | |
| $2^{1717} + 9$, EZ1 | $2^{886} + 9$, EZ3 | $2^{263} + 9$, EZ7 | |
| $2^{3229} + 9$, EZ1 | $2^{1342} + 9$, EZ3 | $2^{295} + 9$, EZ7 | |
| $2^{3253} + 9$, EZ1 | $2^{2394} + 9$, EZ3 | $2^{319} + 9$, EZ7 | |
| $2^{3749} + 9$, EZ1 | $2^{2710} + 9$, EZ3 | $2^{327} + 9$, EZ7 | |
| | | $2^{1855} + 9$, EZ7 | |

Anmerkungen:

1. Die *Folge 4*: $2^{4+4n} + 9$, EZ5 ist Primzahl - inaktiv

2. Im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ treten 30 Primzahlen $p = 2^n + 9$ auf.

Tab. 46 Die Bestimmung der Primzahlen $p = 2^n - 11$ und $p = 2^n + 11$ für die Exponenten $4 \leq n \leq 4256$

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|---|-----------------------|---|----------------------|
| $2^{1+4n} - 11$, EZ1 QS durch 3 teilbar | $2^6 - 11$, EZ3 | $2^{3+4n} - 11$, EZ7 QS durch 3 teilbar | $2^4 - 11 = 5$, EZ5 |
| | $2^{10} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{18} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{42} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{78} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{94} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{114} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{190} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{322} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{546} - 11$, EZ3 | | |
| | $2^{3894} - 11$, EZ3 | | |

Anmerkungen:

- Folge 1* und *Folge 3* sind Primzahl - inaktiv, da alle Zahlen $2^n - 11$ dieser Folgen durch 3 teilbar sind,
- In der *Folge 4* ist die Zahl $p = 2^4 - 11 = 5$ eine solitäre Primzahl.
- Im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ treten insgesamt 11 Primzahlen $p = 2^n - 11$ auf.

| <i>Folge 1:</i> | <i>Folge 2:</i> | <i>Folge 3:</i> | <i>Folge 4:</i> |
|-----------------------|---|-----------------------|---|
| $2^5 + 11$, EZ3 | $2^{2+4n} + 11$, EZ5 | $2^7 + 11$, EZ9 | $2^{4+4n} + 11$, EZ7 QS durch 3 teilbar |
| $2^9 + 11$, EZ3 | | $2^{15} + 11$, EZ9 | |
| $2^{29} + 11$, EZ3 | | $2^{23} + 11$, EZ9 | |
| $2^{77} + 11$, EZ3 | | $2^{31} + 11$, EZ9 | |
| $2^{287} + 11$, EZ3 | | $2^{55} + 11$, EZ9 | |
| $2^{573} + 11$, EZ3 | | $2^{71} + 11$, EZ9 | |
| $2^{1301} + 11$, EZ3 | <u>Anmerkungen:</u> | $2^{1555} + 11$, EZ9 | |
| $2^{1661} + 11$, EZ3 | 1. <i>Folge 2</i> , <i>EZ5</i> und <i>Folge 4</i> , <i>EZ7</i> sind Primzahl - inaktive Folgen $2^n + 11$ 2. Im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ treten 15 Primzahlen $p = 2^n + 11$ auf. | | |

Ein Vergleich der Menge der Primzahlen, die im Exponenten-Bereich $4 \leq n \leq 4256$ auftreten:

| | |
|--|---|
| $2^n - 1$: 16 Primzahlen (8 x EZ1 und 8 x EZ7) | $2^n + 1$: 3 Primzahlen mit EZ7 |
| $2^n - 3$: 31 Primzahlen (12 x EZ1, 8 x EZ3, 11 x EZ9) | $2^n + 3$: 25 Primzahlen (7 x EZ1, 9 x EZ7, 9 x EZ9) |
| $2^n - 5$: 27 Primzahlen (12 x EZ1, 15 x EZ9) | $2^n + 5$: 9 Primzahlen (4 x EZ3, 5 x EZ7) |
| $2^n - 7$: 5 Primzahlen (alle mit EZ1) | $2^n + 7$: 32 Primzahlen (19x EZ1, 13 x EZ3) |
| $2^n - 9$: 19 Primzahlen (13 x EZ3, 1 x EZ7, 5 x EZ9) | $2^n + 9$: 30 Primzahlen (10 x EZ1, 10 x EZ3, 11 x EZ7) |
| $2^n - 11$: 11 Primzahlen (alle mit EZ3) | $2^n + 11$: 15 Primzahlen (8 x EZ3, 7 x EZ9) |

Der vorgestellte Vergleich der Primzahl-Mengen führt zu der Erkenntnis, dass Mersennesche und Fermatsche Primzahlen (M_p und F_p) in geringerer Häufigkeit auftreten als Primzahlen vom Typ:
 $p = 2^n \pm 3, 2^n \pm 5, 2^n \pm 7, 2^n \pm 9, 2^n \pm 11, \dots$

Dieses Faktum sollte zum Anlass genommen werden, um das "Lucas-Lehmer-Testverfahren" derart zu modifizieren, dass es auch für die Suche nach extrem großen Primzahlen der Typen: $2^n \pm n_k > 1$ anwendbar ist. Da diesem Verfahren die "Restklassen - Methode" zugrunde liegt, dürften seiner Modifizierung keine besonderen Schwierigkeiten im Wege stehen. Mit einem modifizierten Lucas-Lehmer - Test kann man (unter Beachtung der Primzahl-inaktiven Folgen) die größten unbekanntesten Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9 bestimmen.

In **Tab. 47** werden die Zwillinge mod $2n, n > 1$ vorgestellt, inmitten welcher die größten Primzahlen situiert sind, die in den Tabellen **Tab. 41 bis Tab. 46** angeführt wurden. Die Bestimmung dieser Zwillinge mod $2n, n > 1$ erfordert (trotz des Einsatzes der MuPAD-Testmethode) ein Zeitaufwand von mehreren Tagen.

Tab. 47 - Die Zwillinge mod $2n, n > 1$ in denen die Zahlen $2^n \pm 1, 2^n \pm 3, 2^n \pm 5, 2^n \pm 7, 2^n \pm 9, 2^n \pm 11$ in den Folgen: *Folge 1, Folge 2, Folge 3* und *Folge 4* situiert sind:

| $2^n - 1:$ | Δ_1 | Δ_2 | $\Sigma \Delta :=$ | $2^n + 1:$ | $\Delta_1:$ | Δ_2 | $\Sigma \Delta :=$ |
|---------------------|------------|------------|--------------------|---|-------------|------------|--------------------|
| $2^{16} 4253 :=$ | -1 | +4691 | 4692 | $2^{16} 16 :=$ | +1 | +3 | 2 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $2^n - 3:$ | | | | $2^n + 3:$ | | | |
| $2^{14} 3954$ | -3 | +1429 | 1432 | $2^{14} 4060$ | -825 | +3 | 828 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $2^n - 5:$ | | | | $2^n + 5:$ | | | |
| $2^{15} 3128$ | -5 | +841 | 846 | $2^{15} 341$ | -229 | +5 | 334 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $2^n - 7:$ | | | | $2^n + 7:$ | | | |
| $2^{13} 3775$ | -7 | +531 | 538 | $2^{13} 3870$ | -143 | +7 | 150 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $2^n - 9:$ | | | | $2^n + 9:$ | | | |
| $2^{17} 3365$ | -9 | +999 | 1008 | $2^{17} 3749$ | -2245 | +9 | 2254 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $2^n - 11:$ | | | | $2^n + 11:$ | | | |
| $2^{18} 3894$ | -11 | +1059 | 1070 | $2^{18} 1661$ | -6583 | +11 | 6594 |
| <hr/> | | | | | | | |
| $2^n - x, 2^n + y:$ | $x :=$ | $y :=$ | $(x+y) :=$ | <u>Anmerkung:</u> | | | |
| $2^{16} 4256$ | -1325 | +723 | 2048 | Letztes Beispiel der Suche nach Primzahlen in der Umgebung einer definierten Zahl $n_g = 2^n$ (hier $2^{16} 4256$) | | | |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Aus **Tab. 47** ist ersichtlich, dass die geraden Zahlen $n_g = 2^n$ überwiegend asymmetrisch innerhalb von Zwillingen mod $2n, n > 1$ situiert sind.
2. Die "Modularität" der in **Tab. 47** ausgewiesenen Zwillinge schwankt zwischen $\Sigma \Delta := 150$ und 6594 .
3. Aus **Tab. 47** ist ersichtlich, dass man große Primzahlen durch die Suche nach dem Exponenten (n) bei Vorgabe der ungeraden Zahlen $n_k := \pm 3, \pm 5, \dots$ bestimmen kann oder aber (wie im letzten Beispiel von **Tab. 47** demonstriert wurde) durch die Variation der ungeraden Zahlen: $n_k := "-x"$ und "+y".

4. Sofern sehr große Primzahlen $p = 2^n \pm 3$, $p = 2^n \pm 5$, $p = 2^n \pm 7$, ... mit definierten Endziffern (EZ1, EZ3, EZ7, EZ9) bestimmt werden sollen, genügt es die Suche nach diesen Primzahlen in den (jeweiligen) Primzahl - aktiven Folgen (*Folge 1, Folge 2, Folge 3, Folge 4*) vorzunehmen und die inaktiven Folgen außer Acht zu lassen.
5. Nach der GIMPs - Methode können derweil (bekanntlich) nur sehr große Primzahlen mit den Endziffern EZ1 und EZ7 bestimmt werden, nicht aber Primzahlen mit den Endziffern EZ3 und EZ9.

14. Der Nachweis, dass für Primzahlen vom Typ $2^n \pm n$ Gesetz 1 und Gesetz 2 der Faktor-Zerlegung gelten:

Nach Gesetz 1 können bei der Addition bzw. Subtraktion von Zahlen, die als Faktoren in einer vorgegebenen Zahl (n_g bzw. n_u) auftreten, niemals Primzahlen generiert werden - siehe Kapitel 4.

Nach Gesetz 2 können Primzahlen nur durch die Addition bzw. Subtraktion von Zahlen gewonnen werden, die in vorgegebenen Zahlen (n_g bzw. n_u) als Faktoren nicht auftreten. Des weiteren können (bekanntlich) Primzahlen vom Typ: $n_g - 1$ bzw. $n_g + 1$ und vom Typ: $n_u - 2$ bzw. $n_u + 2$ (fallweise) generiert werden. Nach Gesetz 2 erfolgt bei der Addition bzw. Subtraktion von Zahlen, die als Faktoren in den (vorgegebenen) Zahlen (n_g bzw. n_u) nicht auftreten (fallweise) eine "Verschmelzung" zu größeren Primzahl-Faktoren, sofern sich keine Primzahlen ergeben.

An einigen Beispielen soll (nun) demonstriert werden, dass Gesetz 1 und Gesetz 2 (uneingeschränkt) auch für die geraden Zahlen $n_g = 2^n$ gelten, in denen (als einziger Primzahl-Faktor) nur die Primzahl $p = 2$ auftritt.

Beispiel 1: Die Faktor-Zerlegung von $n_g = 2^8 = 256$ bei Addition und Subtraktion ungerader Zahlen:

$$n_u = 2^8 - 1 = 3 \cdot 5 \cdot 17 = 255, \quad n_u = 2^8 + 1 = \mathbf{257}, \quad n_u = 2^8 - 3 = 11 \cdot 23 = 253$$

$$n_u = 2^8 + 3 = 7 \cdot 37 = 259, \quad n_u = 2^8 - 5 = \mathbf{251}, \quad n_u = 2^8 + 5 = 3^2 \cdot 29 = 261$$

$$n_u = 2^8 - 7 = 3 \cdot 83 = 249, \quad n_u = 2^8 + 7 = \mathbf{263}, \quad n_u = 2^8 - 13 = 3^5 = 243$$

$$n_u = 2^8 + 13 = \mathbf{269}$$

$$n_g = 2^8 - 2 = 2 \cdot 127 = 254, \quad n_g = 2^8 + 2 = 2 \cdot 3 \cdot 43 = 258$$

$$n_g = 2^8 - 2^4 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240, \quad n_g = 2^8 + 2^4 = 2^4 \cdot 17 = 272$$

Beispiel 2: Die Faktor-Zerlegung von $n_g = 2^{32} = 4294967296$ bei Addition und Subtraktion ungerader Zahlen

$$n_u = 2^{32} - 1 = 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 257 \cdot 65537 = 4294967295, \quad n_u = 2^{32} + 1 = 641 \cdot 6700417 = \mathbf{4294967297}$$

$$n_u = 2^{32} - 3 = 9241 \cdot 464773 = 4294967293, \quad n_u = 2^{32} + 3 = 7 \cdot 613566757 = \mathbf{4294967299}$$

$$n_u = 2^{32} - 5 = \mathbf{4294967291}, \quad n_u = 2^{32} + 5 = 3^3 \cdot 47 \cdot 3384529 = 4294967301$$

$$n_u = 2^{32} - 15 = 11 \cdot 181 \cdot 241 \cdot 8951 = 4294967281, \quad n_u = 2^{32} + 15 = \mathbf{4294967311}$$

$$n_g = 2^{32} - 2 = 2 \cdot 2147483647 = 4294967294, \quad n_g = 2^{32} + 2 = 2 \cdot 3 \cdot 715827883 = 4294967298$$

$$n_g = 2^{32} - 2^4 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 43 \cdot 113 \cdot 127 = 4294967280, \quad n_g = 2^4 \cdot 17 \cdot 15790321 = 4294967312$$

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die in den vorgestellten Beispielen auftretenden Primzahlen wurden fett gedruckt hervorgehoben.
- Man kann sich davon überzeugen, dass Gesetz 1 und Gesetz 2 für alle Zahlen $n_g = 2^n$ (stets) gelten.

15. Die Primzahl-Dichten im Umfeld der Fakultät $n_g = \prod p_i$ (von $p_1 = 2$ bis $p_n = 267$) im Intervall $n_g - 3300$ bis $n_g + 3300$ - eine Analyse der Schwankungen der Primzahl-Dichten:

In diesem Kapitel werden die Primzahl-Dichten in einem Intervall von $\Sigma \Delta = 6600$ vorgestellt, die in der Umgebung der geraden Zahl $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 251$ auftreten. In diesem Intervall treten 29 Primzahlen auf, die mit dem MuPAD-Testprogramm bestimmt wurden - siehe Anlage 4.

In **Tab. 48** wurden diese Primzahlen mit Angabe der zwischen ihnen auftretenden Abstände (Δ_1 bis Δ_{27}) in ihrer Aufeinanderfolge wiedergegeben.

Tab. 48 - Die Folge der Primzahlen im Intervall $\pm \Delta = 3300$ im Umfeld der Zahl $n_g = \prod p_i$ ($p_1 = 2, p_n = 251$)

(Δ) - 2887, (344) - 2543, (12) -2531, (84) - 2447, (58) - 2389, (252) - 2137, (50) -2087, (208)
 (Δ) - 1879, (156) - 1741, (122) - 1619, (958) - 661, (314) - 347, (624) +277, (72) +349, (4) +353,
 (Δ) (14) +367, (16) +383, (318) +701, (96) +797, (16) +881, (96) +977, (306) +1283, (144)
 (Δ) + 1427, (156) + 1583, (86) + 1669, (360) + 2029, (60) + 2089, (64) + 2153, (1076) + 3229

Anmerkungen:

1. Alle Abstände der 29 Primzahlen von der Zahl $n_g = \prod p_i$ ($p_1 = 2$ bis $p_n = 251$) sind prime Zahlen und wurden in **Tab. 48** fett gedruckt.
2. Die Primzahl-Dichten unterliegen "wellenartigen" Schwankungen, was sich in den aufeinander folgenden Zwillingen mod $2n, n > 1$ manifestiert.
3. Die größten Zwillinge: mod 624, mod 958 und mod 1076 wurden in **Tab. 48** unterstrichen markiert.
4. Infolge der Größe des gewählten Intervalls (± 3300) können (hier) keine Primzahl-Fakultäten vom Typ: $257 \cdot 257 = 66049$, $257 \cdot 263 = 67591$, $257 \cdot 269 = 69133$ usw. auftreten - derartige Abstände können jedoch innerhalb von Intervallen $\pm \Delta = 100.000$ auftreten.
5. Der MuPAD-Test, der für die Abstände: $\Delta := -100.000$ bis -66.100 durchgeführt wurde, ergab, dass in diesem Intervall sechs Primzahlen auftreten, die in den Abständen der folgenden Primzahl-Fakultäten situiert sind:
 - (98431 = 257 · 383), - (97507 = 281 · 347), - (96571 = 269 · 359),
 - (86701 = 277 · 313), - (81161 = 277 · 293), - (78961 = 281 · 281)
 In diesem Intervall treten des weiteren 126 Primzahl auf, denen Primzahl-Abstände entsprechen.
6. Der MuPAD-Test, der für die Abstände $\Delta = +66.100$ bis $+100.000$ durchgeführt wurde, ergab, dass in diesem Intervall fünf Primzahlen auftreten, die in den Abständen der folgenden Primzahl-Fakultäten situiert sind:
 + (74429 = 263 · 283) + (77059 = 263 · 293) + (87953 = 281 · 313)
 + (96673 = 277 · 349) + (98723 = 269 · 367)
7. In diesem Intervall treten des weiteren 129 Primzahlen auf, denen Primzahl-Abstände entsprechen. Die Verteilungen der Primzahlen in diesen beiden Intervallen weisen ähnliche Schwankungen der Primzahl-Dichten auf, wie in **Tab. 48** - auf Primzahlen, die in relativ kleinen Abständen aufeinander folgen, treten (wellenartig) Primzahlen in großen Abständen auf.
8. Es ist eine volle Bestätigung von Gesetz 2 der Primzahl-Bildung zu konstatieren.

In **Tab. 49** wurde die Primzahl-Verteilung in der Umgebung der Fakultät $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 257)$ für das Intervall von $\Delta = 6600$ dargestellt, in **Tab. 50** wurde für das gleiche Intervall die Primzahl-Verteilung in der Umgebung der Fakultät $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 263)$ dargestellt und in **Tab. 51** für die Fakultät $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 269)$. Alle diese Primzahlen, die (allesamt) stets in Primzahl-Abständen gegenüber den Fakultäten $n_g = \prod p_i$ auftreten, wurden mit dem MuPAD-Test bestimmt,

Tab. 49 Die Folge der Primzahlen im Intervall $\pm\Delta = 3300$ im Umfeld der Zahl $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 257)$

$(\Delta) := -3103, (244) -2859, (210) -2511, (224) -2287, (34) -2253, (32) -2221, (874) -1347, (420)$

$(\Delta) := -927, (104) -823, (262) -561, (30) -531, (1190) +659, (1220) +1637, (66) +1751, (58)$

$(\Delta) := +1809, (600) +2409, (32) +2441, (208) +2649, (470) +3119, (168)$

Anmerkungen:

1. Im Intervall ± 3300 treten in der Umgebung der Zahl $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 257)$ 22 (fett gedruckte) Primzahlen auf, die (allesamt) gegenüber der Zahl (n_g) Primzahl-Abständen aufweisen.
2. Diese Primzahlen bilden Zwillinge variabler Modularität - die größten Zwillinge wurden unterstrichen markiert. Die Zahl n_g ist im Zwilling mod 1190 situiert.

Tab. 50 Die Folge der Primzahlen im Intervall $\pm\Delta = 3300$ im Umfeld der Zahl $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 263)$

$(\Delta) := -3169, (512) -2657, (268) -2389, (456) -1933, (212) -1721, (178) -1543, (104) -1439, (162)$

$(\Delta) := -1277, (96) -1181, (112) -1069, (128) -941, (268) -673, (72) -601, (98) -383, (16) -367,$

$(\Delta) := (60) -307, (708) +401, (428) +859, (202) +1061, (490) +1531, (376) +1907, (6) +1913,$

$(\Delta) := (168) +2081, (170) +2251, (142) +2393, (74) +2467, (36) +2503, (54) +2557, (64)$

$(\Delta) := +2621, (156) +2777, (284) +3061, (190) +3251$

Anmerkungen:

1. Im Intervall ± 3300 treten in der Umgebung der Zahl $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 263)$ 32 (fett gedruckte) Primzahlen auf, die (allesamt) gegenüber der Zahl (n_g) Primzahl-Abstände aufweisen.
2. Diese Primzahlen bilden Zwillinge variabler Modularität - die größten Zwillinge wurden unterstrichen markiert. Im größten Zwilling mod 708 dieser Primzahl-Folge ist die Zahl $n_g = \prod p_i$ situiert.

Tab. 51 Die Folge der Primzahlen im Intervall ± 3300 im Umfeld der Zahl $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 269)$

$(\Delta) := -3271, (300) -2971, (84) -2887, (330) -2557, (8) -2549, (10) -2539, (92) -2447, (108) -2339,$

$(\Delta) := (66) -2273, (52) -2221, (512) -1709, (82) -1627, (74) -1553, (106) -1447, (470) -977, (156)$

$(\Delta) := -821, (144) -677, (984) +307, (90) +397, (82) +479, (140) +619, (64) +683, (596) +1279,$

$(\Delta) := (18) +1297, (720) +2017, (66) +2083, (154) +2237, (180) +2417, (200) +2617, (54) +2671,$

$(\Delta) := (120) +2791, (228) +3019$

Anmerkungen:

1. Im Intervall ± 3300 treten in der Umgebung der Zahl $n_g = \prod p_i (p_1 = 2, p_n = 269)$ 32 (fett gedruckte) Primzahlen auf, die (allesamt) gegenüber der Zahl (n_g) Primzahl-Abstände aufweisen.
2. Diese Primzahlen bilden Zwillinge variabler Modularität - die größten Zwillinge wurden unterstrichen markiert. Im größten Zwilling mod 720 dieser Primzahl-Folge ist die Zahl $n_g = \prod p_i$ situiert.

Die Verteilung der Primzahlen in den Umgebungen dieser geraden Zahlen wurde mit dem MuPAD-Test bestimmt (und kann so vom Leser nachvollzogen werden). Die nun folgenden Tabellen wurden so gestaltet, dass aus ihnen die Ursachen für die (unterschiedlichen) Primzahl-Dichten in den gleichen Intervallen, $\Delta = \pm 3300$ entnommen werden können.

Tab. 53 - Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,1}$:

$n_{g,1} \pm$ - 3187, (6) -3181, (12) -3169, (480) -2689, (242) -2447, (36) -2411, (144) -2267, (16) -2251, (140) -2111, (114) -1997, (298) -1699, (380) -1319, (40) -1279, (48) -1231, (18) -1213, (104) -1109, (70) -1039, (18) -1021, (50) -971, (18) -953, (132) -821, (34) -787, (126) -661, (30) -631, (132) -499, (110) -389, (96) -293, (156) -113, (346) +223, (10) +233, (60) +293, (104) +397, (52) +449, (12) +461, (2) +463, (46) 509, (90) +599, (32) +631, (118) +751, (128) +877, (60) +937, (4) +941, (110) 1051, (46) +1087, (66) +1163, (18) +1181, (68) +1249, (48) +1297, (126) +1423, (184) +1607, ((60) +1667, (210) +1877, (126) +2003, (24) +2027, (62) +2089, (54) +2143, (96) +2239, ((12) 2251, (166) +2417, (216) +2633, (80) +2713, (90) +2803, (58) +2861, (48) +2909, (92) +3001, (108) +3109

Anmerkungen:

1. Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten 69 Primzahlen in wellenartigen Abständen auf, die (allesamt) gegenüber der geraden Zahl $n_{g,1}$ in "Primzahl-Abständen" auftreten.
2. In der direkten Umgebung von $n_{g,1}$ erscheint der Zwilling $\text{mod } 346$.
3. Im analysierten Intervall treten drei weitere große Zwillinge: $\text{mod } 480$, $\text{mod } 242$ und $\text{mod } 216$ auf.

Tab. 54 - Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,2}$:

$n_{g,2} \pm$ -3089, (22) -3067, (96) -2971, (242) -2729, (150) -2579, (120) -2459, (36) -2423, (112) -2311, (30) -2281, (168) -2113, (60) -2053, (14) -2039, (162) -1877, (30) -1847, (24) -1823, (102) -1721, (102) -1619, (12) -1607, (40) -1567, (68) -1499, (48) -1451, (28) -1423, (222) -1201, (38) -1163, (144) -1019, (166) -853, (14) 839, (10) -829, (8) -821, (82) -739, (48) -691, (48) -643, (86) -557, (34) -523, (14) -509, (172) -337, (206) -131, (28) -103, (354) +251, (98) +349, (90) +439, (4) +443, (18) +461, (26) +487, (34) +521, (156) +677, (62) +739, (58) +797, (12) +809, (98) +907, (30) +937, (94) +1031, (246) +1277, (84) +1361, (258) 1619, (44) +1663, (90) +1753, (6) +1759, (244) +1997, (20) +2017, (66) +2083, (130) +2213, (54) +2267, (156) +2423, (50) +2473, (184) +2657, (14) +2671, (60) +2731, (126) +2857, (52) +2909, (180) +3089, (102) +3191

Anmerkungen:

1. Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten 72 Primzahlen, allesamt ausschließlich in Primzahl-Abständen zu der geraden Zahl $n_{g,2}$ auf, da Primzahl-Faktoren-Abstände erst im Abstand von $\geq 103 \cdot 103 = 10609$ auftreten können.
2. In der direkten Nachbarschaft der Zahl $n_{g,2}$ ist der Zwilling mod 354 situiert. In weiteren Abständen von $n_{g,2}$ treten die Zwillinge mod 242 und mod 222 auf.
3. Die "Genese" der (aller) Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 3300$ ist davon abhängig, ob sich bei der Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen $p > 103$ zur geraden Zahl $n_{g,2}$ Primzahlen einstellen oder Fakultäten aus Primzahlen $p \gg 103$.

Tab. 55 - Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,3}$

| | | | | | | |
|---------------|--------------------|--------------------|----------------------|-----------------------|---------------------|----------------------|
| $n_{g,3} \pm$ | -3039, (186) | -2853, (20) | -2833, (240) | -2593, (16) | -2577, (26) | -2551, (82) |
| | (3 · 1013) | -2469, (86) | -2383, (144) | -2259, (<u>260</u>) | -1999, (16) | -1983, (90) |
| | -1893, (120) | -1773, (74) | -1699, (136) | -1563, (54) | -1467, (8) | -1459, (130) |
| | -1329, (8) | -1321, (28) | -1293, (44) | -1249, (202) | -1047, (6) | -1041, (74) |
| | -967, (16) | -951, (68) | -883, (24) | -859, (130) | -729, (3^6) | (12) |
| | -717, (48) | -669, (90) | -579, (6) | -573, (2) | -571, (190) | -381, (<u>278</u>) |
| | -103, (100) | <u>-3, (140)</u> | <u>+137, (90)</u> | +227, (162) | +389, (28) | +417, (50) |
| | +467, (12) | +479, (24) | +503, (<u>250</u>) | +753, (18) | +771, (86) | +857, (22) |
| | +879, (8) | +887, (96) | 983, (108) | +1091, (60) | +1151, (52) | +1203, (90) |
| | +1293, (68) | +1361, (132) | +1493, (10) | +1503, (6) | +1509, (98) | +1607, (4) |
| | +1611, (26) | +1637, (100) | +1737, (156) | +1893, (48) | +1941, (62) | +2003, (148) |
| | +2151, (6) | +2157, (12) | +2169, (140) | +2309, (52) | +2351, (10) | +2361, (50) |
| | +2411, (36) | +2447, (184) | +2631, (98) | 2729, (48) | +2777, (406) | +3183, (68) |
| | +3251 | | | | | |

Anmerkungen:

1. Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ um die gerade Zahl $n_{g,3}$ treten 72 Primzahlen auf, wobei die fett gedruckten Primzahl-Abstände prime Zahlen bilden und die nicht fett gedruckten Abstände aus Primzahl-Fakultäten gebildet werden, in denen stets die in der Fakultät $n_{g,3} = \prod p_i$ ausgeschlossene Primzahl $p = 3$ eingeht.
2. Von den 72 Primzahlen treten nur 35 in Primzahl-Abständen auf, dagegen (aber) 37 in nicht primen Abständen, die allesamt aus Fakultäten gebildet werden, in denen die Primzahl $p = 3$ auftritt. Alle nicht primen Abstände weisen deshalb eine durch 3 teilbare Quersumme (QS) auf.
3. Die gerade Zahl $n_{g,3}$ ist asymmetrisch in einem Zwilling mod 140 situiert, in größeren Abständen treten hingegen (wellenartig) geringere oder aber höhere Primzahl-Dichten auf. Dabei ist das Auftreten eines Zwillings mod 2 beachtlich, der durch eine punktierte Linie markiert wurde.
4. Beachtlich ist auch das Auftreten zahlreicher Zwillinge mod 4, mod 6, mod 8, mod 10, mod 12. Auf die Zonen mit hoher Primzahl-Dichte folgen zyklisch Zonen mit geringer Primzahl-Dichte.

Tab. 56 - Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,4}$

| | | | | | | |
|---------------|--|-----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-------------------------|--------------------------|
| $n_{g,4} -/+$ | -3293, (250) (37 · 89) (22) | -3043, (104) (17 · 179) | -2939, (12) | -2927, (18) | -2909, (156) | -2753. |
| | -2731, (144) | -2587, (56) (13 · 199) | -2531, (28) | -2503, (132) | -2371, (72) | |
| | -2299, (30) (11 ² · 19) (210) | -2269, (12) (37 · 61) | -2257, (180) (31 · 67) | -2077, (290) | -1787, (10) | -1777, |
| | -1567, (120) | -1447, (168) | -1279, (86) | -1193, (144) | -1049, (168) | |
| | -881, (30) | -851, (10) (23 · 37) | -841, (42) (29 ²) | -799, (48) (17 · 47) | -751, (54) | -697, (17 · 41) |
| | (24) | -673, (312) (19 ²) | -361, (90) | -271, (14) | -257, (246) | -11, (150)* |
| | +139, (72) | +211, (18) | +253, (84) (11 · 23) | +337, (100) | +437, (14) (19 · 23) | +451, (11 · 41) |
| | (196) | +647, ... (2) | +649, (40) (11 · 59) | +689, (8) (13 · 53) | +697, (4) (17 · 41) | +701, (8) |
| | +709, (120) | +829, (72) | +901, (60) (17 · 53) | +961, (6) (31 ²) | +967, (10) | +977, |
| | (30) | +1007, (62) (19 · 53) | +1069, (118) | +1187, (384) | +1571, (170) | +1741, (36) |
| | +1787, (2) | +1789, (114) | +1903, (28) (11 · 173) | +1931,.. (2) | +1933, (28) | +1961, (37 · 53) |
| | (92) | +2053, (90) | +2143, (4) | +2147, (290) (19 · 113) | +2437, (136) | +2573, (20) (31 · 83) |
| | +2593, (300) | +2893, (118) (11 · 263) | +3011, (8) | +3019, (4) | +3023, (60) | +3083, |
| | (54) | +3137 | | | | |

Anmerkungen:

1. Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,4}$ 72 Primzahlen auf, von denen nur die 25 fett gedruckten in Primzahl-Abständen auftreten, wogegen 47 in Primzahl-Faktor-Abständen auftreten, die nicht fett gedruckt wurden.
2. Die Fakultäten der Primzahl-Faktor-Abstände wurden jeweils angeführt.
3. Die gerade Zahl $n_{g,4}$ ist asymmetrisch im Zwilling mod 150* situiert, der nicht zu den acht großen Zwillingen: mod 384, mod 312, mod 300, 2x mod 290, mod 250, mod 246, mod 210 zählt, die im Intervall $\Delta = \pm 3300$ auftreten.
4. Im analysierten Intervall treten zwei Zwillinge mod 2 auf, die durch punktierte Linien markiert wurden. Des weiteren treten zahlreiche Zwillinge kleiner Modularität auf.
5. Diese schnell aufeinander folgenden Dichte-Schwankungen sind offensichtlich durch die "Genese" der geraden Zahl $n_{g,4}$ bedingt, in welcher nur die Primzahlen: $p = 2$, $p = 3$, $p = 5$, $p = 7$ mehrfach (in Potenzen) auftreten, jedoch keine größeren Primzahlen fakultativ eingehen.
5. Durch die "fakultative Genese" der geraden Zahl $n_{g,4}$ kommen im Umfeld dieser Zahl zahlreiche Primzahl-Faktor-Abstände aus Primzahlen $p > 7$ (abstandsmäßig) vor, die sich durch Addition bzw. durch Subtraktion von zu $n_{g,4}$ "benachbarten" Primzahlen ergeben.

Tab. 57 - Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,5}$:

| | | | | | | |
|---------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------------------|
| $n_{g,5} -/+$ | -3219, (72) | -3147, (178) | -2969 , (60) | -2909 , (56) | -2853, (106) | -2747, (90) |
| | (3·29·37) | (3·1049) | | | (3 ² ·317) | (41·67) |
| | -2657 , (32) | -2625, (16) | -2609 , (20) | -2589, (30) | -2559 , (76) | -2535, (60) |
| | | (3·5 ³ ·7) | | (3·863) | | (3·5·13 ²) |
| | -2475, (22) | -2453, (56) | -2397, (<u>312</u>) | -2085, (40) | -1949 , (<u>206</u>) | -1743, (366) |
| | (3 ² ·5 ² ·11) | (11·223) | (3·17·47) | (3·5·139) | | (5·409) |
| | -1377, (12) | -1365, (48) | -1317, (30) | -1287, (42) | -1245, (52) | -1193 , (48) |
| | (3 ⁴ ·17) | (3·5·7·13) | (3·439) | (3 ² ·11·13) | (3·5·83) | |
| | -1145, (<u>252</u>) | -893, (150) | -743 , (134) | -609, (130) | -479 , (54) | -425, (2) |
| | (5·229) | (19·47) | | (3·7·29) | | (5 ² ·17) |
| | -423, (46) | -377, (8) | -369, (4) | -365, (30) | -335, (36) | -299, (2) |
| | (3 ² ·47) | (13·29) | (3 ² ·41) | (5·73) | (5·67) | (13·23) |
| | -297, (40) | -257 , (14) | -243, (130) | <u>-113</u> , (<u>198</u>)* | <u>+85</u> , (8) | +93, (28) |
| | (3 ² ·11) | | (3 ⁵) | | (5·17) | (3·31) |
| | +121, (28) | +147, (60) | +207, (90) | +297, (186) | +483, (10) | +571, (164) |
| | (11 ²) | (3·7 ²) | (3 ² ·23) | (3 ³ ·11) | (3·7·23) | |
| | +571, (164) | +735, (112) | +847, (14) | +861, (24) | +885, (6) | +891, (160) |
| | | (3·5·7 ²) | (7·11 ²) | (3·7·41) | (3·5·59) | (3 ⁴ ·11) |
| | +1051, (66) | +1117, (30) | +1371, (42) | +1413, (102) | +1515, (18) | +1533, (168) |
| | | | (3·457) | (3 ² ·157)(3·5·101) | (3·7·73) | |
| | +1701, (42) | +1745, (140) | +1885, (56) | +1941, (126) | +2067, (144) | +2211, (102) |
| | (3 ⁵ ·7) | (3·7·83) | (5·13·29) | (3·647) | (3 ² ·257) | (3·11·67) |
| | +2313, (42) | +2355, (76) | +2431, (86) | +2517, (186) | +2703, (22) | +2725, (110) |
| | (3 ² ·257) | (3·5·157) | (11·13·17) | (3·839) | (3·17·53) | (5 ² ·109) |
| | +2835, (90) | +2925, (30) | +2955, (78) | +3033, (64) | +3097, (24) | +3121, (80) |
| | (3 ⁴ ·5·7) | (3 ² ·5 ² ·13) | (3·5·197) | (3 ² ·337)(19·163) | | |
| | +3201, (60) | +3261 | | | | |
| | (3·11·97) | (3·1087) | | | | |

Anmerkungen:

- Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten 83 Primzahlen auf, die überwiegend in Primzahl-Faktor-Abständen zu der geraden Zahl $n_{g,4}$ situiert sind. Lediglich 15 Primzahlen treten in Primzahl-Abständen zu $n_{g,4}$ auf, 68 Primzahlen treten hingegen in Primzahl-Faktor-Abständen auf. Ursächlich dafür ist, dass in der geraden Zahl $n_{g,5} = 2^{136}$ keine der ungeraden Primzahlen $p \geq 3$ fakultativ auftritt.
- Die Primzahl-Faktoren der ungeraden Abstands-Zahlen wurden (jeweils) unterhalb dieser ungeraden Abstands-Zahlen notiert.
- Die Primzahl-Abstände wurden fett gedruckt hervorgehoben, derweil die nicht primen Abstände nicht fett gedruckt notiert wurden.
- Nach Gesetz 2 können (fallweise) alle Primzahl-Faktoren (ausgenommen die Primzahl $p = 2$) zur Genese neuer Primzahlen bei der Addition bzw. der Subtraktion von der geraden Zahl $n_{g,4} = 2^{136}$ führen.
- Ein Vergleich mit den Dichte-Schwankungen in den direkten Umgebungen der Zahlen $n_{g,1}$ und $n_{g,2}$ (wo in den direkten Nachbarschaften dieser Zahlen stets große Primzahl-freie Zonen auftreten) zeigt hier ein umgekehrtes Bild. In der direkten Nachbarschaft der geraden Zahl $n_{g,4}$ manifestiert sich eine besonders hohe Primzahl-Dichte. Es kommen des weiteren zwei (neu generierte) Zwillinge mod 2 auf.
- Die Dichte-Verteilung der Primzahlen ist in der Umgebung der geraden Zahl $n_{g,5} = 2^{136}$ relativ ausgeglichen - ursächlich dafür ist die hohe Zahl der "Primzahl-Faktor-Abstände" der Primzahlen von der geraden Zahl $n_{g,5}$.

Ein Vergleich der Primzahl-Dichte im direkten Umfeld der geraden Zahlen $n_{g,1} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 103$ (siehe Tab. 53) mit der Primzahl-Dichte im direkten Umfeld der geraden Zahl $n_{g,5} = 2^{136}$ (siehe Tab. 57) zeigt ein antizyklisches Verhalten der Primzahl-Dichten. Im direkten Umfeld der Zahl $n_{g,1}$ liegt eine wesentlich geringere Primzahl-Dichte vor als im Umfeld der Zahl $n_{g,5}$.

Die nachfolgenden Untersuchungen der Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 3300$ und in den Intervallen $\Delta = -13081$ bis -10609 sowie $\Delta = +10609$ bis $+13081$ der folgenden geraden Zahlen: $n_{g,6}$, $n_{g,7}$, $n_{g,8}$ und $n_{g,9}$ führt zu der Erkenntnis, dass dieses Verhalten der Primzahl - Dichten einer Gesetzmäßigkeit entspricht - siehe Tab. 58, Tab. 59, Tab. 60 und Tab. 61:

$$\begin{aligned}
 n_{g,6} &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 101 = 232862364358497360900063316880507363070 \quad \dots 39 \text{ Dezimalstellen} \\
 n_{g,7} &= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 101 = 698587093075492082700189950641522089210 \quad \dots 39 \text{ Dezimalstellen} \\
 n_{g,8} &= 2^{128} = 340282366920938463463374607431768211456 \quad \dots 39 \text{ Dezimalstellen} \\
 n_{g,9} &= 2^{129} = 680564733841876926926749214863536422912 \quad \dots 39 \text{ Dezimalstellen}
 \end{aligned}$$

Tab. 58 - Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,6}$:

| | | | | | | |
|---------------|---------------|----------------------|----------------------|---------------|----------------|---------------|
| $n_{g,6} -/+$ | -3181, (72) | -3109, (20) | -3089, (22) | -3067, (30) | -3037, (66) | -2971, |
| | (128) | 2843, (10) | -2833, (140) | -2693, (412) | -2281, (12) | -2269, (26) |
| | -2243, (244) | -1999, (48) | -1951, (18) | 1833, (132) | 1801, (14) | -1787, |
| | (130) | -1657, (60) | -1597, (30) | -1567, (120) | -1447, (20) | -1427, (60) |
| | -1367, (60) | -1307, (10) | -1297, (248) | -1049, (66) | 983, (30) | -953, |
| | (96) | -857, (118) | -739, (30) | -709, (186) | 523, (14) | -509, (18) |
| | -491, (28) | -463, (2) | -461, (222) | -239, (72) | 167, (189) | -149, |
| | (10) | -139, (8) | <u>-131</u> , (364)* | +233, (290) | +523, (48) | +571, (76) |
| | +647, (54) | +701, (38) | +739, (22) | +761, (158) | +919, (234) | +1153, |
| | (126) | +1279, (28) | 1307, (54) | +1361, (92) | +1453, (30) | +1483, (28) |
| | +1511, (108) | +1619, (2) | +1621, (168) | +1789, (84) | +1873, (180) | +2053, |
| | (34) | +2087, (44) | +2131, (22) | +2153, (98) | +2251, (88) | +2339, (18) |
| | +2357, (26) | +2383, (54) | +2437, (22) | +2459, (162) | +2621, (92) | +2713, |
| | (148) | +2861, (18) | +2879, (92) | +2999, (258) | +3257 | |
| $n_{g,6} -$ | -13063, (96) | -12967, (48) | -12919, (138) | 12781, (24) | -126757, (120) | -12637, |
| | (96) | -12541, (24) | 12517, (14) | -12503, (12) | -12491, (114) | -12377, (30) |
| | -12347, (106) | 12241, (92) | -12149, (58) | +12091, (150) | 11941, (308) | 11633, |
| | (46) | -11587, (164) | -11423, (54) | -11369, (108) | -11261, (112) | -11149, (182) |
| | -10987, (50) | -10937, (29) | -10909, (170) | -10739 | | |

Tab. 58 - Fortsetzung

| | | | | | | |
|---------------|---------------|--------------|----------------------|---------------|---------------|---------------------|
| $n_{g,6} \pm$ | +10613, (296) | +10909, (48) | +10957, (240) | +11197, (30) | +11227, (24) | +11251, (103 · 109) |
| | (102) | +11353, (40) | +11393, (56) | +11449, (34) | +11483, (138) | +11621, (62) |
| | | | | (107 · 107) | | |
| | +11663, (14) | +11677, (22) | 11699, ... (2) | +11701, (16) | 11717, (96) | +11813, (107 · 109) |
| | (8) | +11821, (66) | +11887, (94) | +11981, (62) | +12043, (58) | +12101, (60) |
| | +12161, (78) | 12239, (300) | +12539, (132) | +12671, (18) | +12689, (68) | +12699, (66) |
| | (66) | +12823, (66) | +12823, (88) | +12911, (126) | 13037, (44) | +13081 = 103 · 127 |

Anmerkungen:

- Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten ausschließlich Primzahl-Abstände zwischen der Zahl $n_{g,6}$ und den 76 Primzahlen auf.
- Die "variierenden" Abstände zwischen den benachbarten Primzahlen resultieren aus den folgenden Gründen:
Grund 1: Die Primzahlen der Folge: $p_j = 103$ bis 3259 treten bereits in variierenden Abständen auf.
Grund 2: Zahlreiche ungerade Zahlen vom Typ $n_u = n_{g,6} \pm p_j > 101$ sind aus Primzahl-Faktoren konstituiert deren einzelne Faktoren stets größer als $p_n = 101$ sind - hier zwei Beispiele:
Beispiel 1: $n_{g,6} - 103 = 26883996799249 \cdot 8661746469371411787199783$
Beispiel 2: $n_{g,6} + 103 = 131 \cdot 93515873911 \cdot 19008273420385089638465153$
 Diese Beispiele bestätigen Gesetz 2. Nach Gesetz 1 kann bei der Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen $p \leq p_n$ bzw. ihren Produkten niemals eine Primzahl vom Typ: $n_{g,6} \pm (p \leq p_n)$ entstehen - hier vier Beispiele:
Beispiel 3: $n_{g,6} - 101 = 101 \cdot 6683 \cdot 3475048572282567142346657278943$
Beispiel 4: $n_{g,6} + 101 = 101 \cdot 2336993 \cdot 13848803 \cdot 71237436024091007473549$
Beispiel 5: $n_{g,6} - 37 \cdot 61 = 37 \cdot 61 \cdot 179 \cdot 199 \cdot 10151093 \cdot 11557627 \cdot 2468767294263439$
Beispiel 6: $n_{g,6} + 61 \cdot 97 = 61 \cdot 97 \cdot 604859 \cdot 745027 \cdot 226201253039 \cdot 386079345193$
- Ab den Zahlen-Bereichen: $n_{g,6} < n_{g,6} - 103 \cdot 103 = n_{g,6} - 10609$ und $n_{g,6} > n_{g,6} + 10609$ können, wie aus Tab. 58 ersichtlich (fallweise) Primzahlen in den Faktor-Abständen $\pm 103 \cdot 103, 103 \cdot 107, \dots$ von $n_{g,6}$ auftreten. Sofern die Addition bzw. Subtraktion von Primzahl-Faktoren: ($p > 101$) keine Primzahlen ergeben, erfolgt eine "Verschmelzung" dieser Faktoren zu Fakultäten in denen ausschließlich größere Primzahlen auftreten - dies möge an zwei Beispielen demonstriert werden:
Beispiel 7: $n_{g,6} - 107 \cdot 113 = 232862364358497360900063316080507350979 \dots$ eine Primzahl
Beispiel 8: $n_{g,6} + 107 \cdot 113 = 9041 \cdot 6192349 \cdot 961956517 \cdot 4323863419108086137$
- Die hier kommentierten Sachverhalte erfüllen (ohne Ausnahme) die Gesetze: Gesetz 1 und Gesetz 2 und erklären, warum im direkten Umfeld gerader Zahlen $n_g = \prod p_i (p_i = 2 \text{ bis } p_n)$ eine Zone mit einer geringen Primzahl-Dichte (unvermeidbar) auftreten muss.
- Die Ursachen für dass "wellenartige" Auftreten von Zonen mit geringer bzw. hoher Primzahl-Dichte resultieren aus den unter Pkt. 2 genannten Gründen: Grund 1 und Grund 2. In Tab. 58 wurden die großen Zwillinge mod (> 200) unterstrichen markiert und der Zwilling mod 2 durch eine punktierte Linie hervorgehoben.

Aus Tab. 59 ist ersichtlich, dass ähnliche Primzahl-Dichte-Verteilungen im Umfeld der geraden Zahl $n_{g,7}$ im Intervall $\Delta = \pm 3300$ auftreten mit einer geringen Dichte im direkten Umfeld von $n_{g,7}$.

Tab. 59 Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl $n_g \tau$:

| | | | | | | |
|----------------|---------------|---------------------|-------------------|---------------|---------------|--------------|
| $n_g \tau -/+$ | -3259, (6) | -3253, (86) | -3167, (100) | -3067, (26) | -3041, (288) | -2753, |
| | (90) | -2663, (16) | -2647, (30) | -2617, (26) | -2591, (12) | -2579, (28) |
| | -2551, (84) | -2467, (134) | -2333, (40) | -2293, (42) | -2251, (108) | -2143, |
| | (14) | -2129, (42) | -2087, (70) | -2017, (186) | -1831, (134) | -1697, (60) |
| | -1637, (70) | -1567, (8) | -1559, (100) | -1459, (12) | -1447, (356) | -1091, |
| | (28) | -1063, (122) | -941, (112) | -829, (60) | -769, (78) | -691, (170) |
| | -521, (12) | -509, (46) | -463, (80) | -383, (126) | -257, (118) | -139, |
| | (30) | <u>-109, (258)*</u> | <u>+149, (24)</u> | +173, (18) | +191, (78) | +269, (38) |
| | +307, (10) | +317, (66) | +383, (14) | +397, (82) | +479, (90) | +569, |
| | (38) | +607, (6) | +613, (6) | +619, (28) | +647, (6) | +653, (30) |
| | +683, (104) | +787, (10) | +797, (12) | +809, (158) | +967, (16) | +983, |
| | (89) | +991, (160) | +1151, (108) | 1259, (42) | +1301, (158) | +1459, (22) |
| | +1481, (128) | +1609, (60) | +1669, (40) | +1709, (14) | +1723, (36) | +1759, |
| | (24) | +1783, (40) | +1823, (188) | +2011, (102) | +2113, (90) | +2203, (190) |
| | +2393, (18) | +2411, (6) | +2417, (50) | +2467, (6) | +2473, (30) | +2503, |
| | (48) | +2551, (162) | +2713, (76) | +2789, (14) | +2803, (34) | +2837, (6) |
| | +2843, (44) | +2887, (82) | +2969, (72) | +3041, (20) | +3061, (76) | +3137 |
| <hr/> | | | | | | |
| $n_g \tau -$ | -12979, (72) | -12907, (144) | -12763, (156) | -12611, (70) | -12541, (24) | -12517, |
| | (80) | 12437, (174) | -12263, (172) | -12091, (84) | -12007, (38) | -11969, (16) |
| | -11953, (290) | -11663, (172) | -11491, (68) | -11423, (30) | -11393, (222) | -11171, |
| | (262) | -10909, (222) | -10687 | | | |
| <hr/> | | | | | | |
| $n_g \tau +$ | +10613, (116) | +10729, (24) | +10753, (106) | +10859, (24) | +10883, (6) | +10889, ... |
| | (2) | +10991, (520) | +11411, (38) | +11449, (364) | +11813, (8) | +11821, (10) |
| | | | (107 · 107) | | | |
| | +11831, (96) | +11927, (32) | +11959, (78) | +12037, (4) | +12041, (66) | +12107, |
| | (12) | +12119, (38) | +12157, (106) | +12263, (26) | +12289, (58) | +12347, (54) |
| | +12401, (20) | +12421, (118) | +12539, (50) | +12589, (22) | +12611, (92) | +12703, |
| | (36) | +12739, (102) | +12841, (12) | +12853, (36) | +12889, (118) | +13007 |
| <hr/> | | | | | | |

Anmerkungen:

1. In **Tab. 58** werden die in **Tab. 57** nachgewiesenen Gesetze vollauf bestätigt - so befindet sich im direkten Umfeld der geraden Zahl n_g 7 eine geringe Primzahl-Dichte. Die Zahl n_g 7 ist asymmetrisch in einem Zwilling mod 258* situiert und alle Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 3300$ sind in primen Abständen von n_g 7 situiert.
2. In den Intervallen: $\Delta = -13081$ bis -10609 sowie $+10609$ bis $+13081$ sind drei Primzahlen in den Abständen: $-107 \cdot 113$, $-107 \cdot 109$ und $+107 \cdot 107$ situiert.
3. Im Intervall $\Delta = +10609$ bis 13081 ist ein Zwilling mod 2 situiert, der durch eine punktierte Linie markiert wurde.

In **Tab. 60** und **Tab. 61** wird der Nachweis erbracht, dass Gesetz 1 und Gesetz 2 auch für alle geraden Zahlen vom Typ $n_g = 2^n$ Geltung haben. In diesen geraden Zahlen treten keine Primzahlen $p = 3, 5, 7, \dots$ auf. Gesetz 1 kann an den folgenden vier Beispielen unter Beweis gestellt werden:

| | |
|--------------------|---|
| <u>Beispiel 1:</u> | $n_g = 2^{16} - 2 = 2 \cdot 7 \cdot 31 \cdot 151 = 65534$ |
| <u>Beispiel 2:</u> | $n_g = 2^{16} - 2 \cdot 2 = 2^2 \cdot 3 \cdot 43 \cdot 127 = 65532$ |
| <u>Beispiel 3:</u> | $n_g = 2^{16} + 2 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 331 = 65538$ |
| <u>Beispiel 4:</u> | $n_g = 2^{16} + 2 \cdot 2 = 2^2 \cdot 5 \cdot 29 \cdot 113 = 65540$ |

Die addierten bzw. subtrahierten Primzahl-Faktoren: 2, 2², ... treten in der gleichen Potenz in der Faktor-Zerlegung der (jeweiligen) geraden Zahlen auf, so wie es Gesetz 1 bestimmt.

Für den Nachweis der Gültigkeit von Gesetz 2 mögen die folgenden sechs Beispiele dienen:

| | |
|---|--|
| <u>Beispiel 1:</u> $n_{u,1} = 2^{16} - 3 = 13 \cdot 71^2 = 65533$ | <u>Beispiel 2:</u> $n_{u,2} = 2^{16} - 5 = 19 \cdot 3449 = 65531$ |
| <u>Beispiel 3:</u> $n_{u,3} = 2^{16} - 15 = 65521$ | <u>Beispiel 4:</u> $n_{u,4} = 2^{16} + 1 = 65537$ |
| <u>Beispiel 5:</u> $n_{u,5} = 2^{16} + 3 = 65539$ | <u>Beispiel 6:</u> $n_{u,6} = 2^{16} + 5 = 3 \cdot 7 \cdot 3121 = 65541$ |

Gesetz 2 besagt, dass bei der Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen bzw. Primzahl-Faktoren zu einer geraden Zahl die in der Primzahl-Fakultät der sich dann ergebenden ungeraden Zahl nicht mehr auftreten können. Diese addierten bzw. subtrahierten Primzahlen oder Primzahl-Faktoren mutieren vielmehr zu andersartigen Primzahl-Fakultäten oder zu einer Primzahl, was in den sechs Beispielen eine Bestätigung findet. Unter diesem Aspekt sind die Ergebnisse von **Tab. 60** und **Tab. 61** für den Leser leicht nachvollziehbar und können durch weitere Beispiele bestätigt werden.

Tab. 60 Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl n_g 8 :

| | | | | | | |
|-------------|--------------------------------|---|-------------------------------------|------------------------------|--|--|
| n_g 8 -/+ | -2717, (230) (11 · 13 · 19) | -2487, (10) (3 · 829) | -2477, (18) | -2459, (104) | -2355, (168) (3 · 5 · 157) | -2187, (3 ⁷) |
| | (64) | -2123, (78) (11 · 193) | -2045, (66) (5 · 409) | -1979, (26) | -1953, (18) (3 ² · 7 · 31) | -1935, (66) (3 ² · 5 · 43) |
| | -1869, (12) (3 · 7 · 89) | -1857, (58) (3 · 619) | -1799, (114) (7 · 257) | -1685, (6) (5 · 337) | -1679, (104) (23 · 73) | -1575, (3 ² · 5 ² · 7) |
| | (40) | -1535, (48) (5 · 307) | -1487, (8) (3 · 17 · 29) | -1479, (60) (3 · 11 · 43) | -1419, (10) | -1409, ... (2) |
| | -1407, (102) (3 · 7 · 67) | -1305, (112) (3 ² · 5 · 29) | -1193, (396) | -797, (84) | -713, (38) (23 · 31) | -675, (3 ³ · 5 ³) |
| | (318) | -357, (120) (3 · 7 · 17) | -275, (38) (5 ² · 11) | -237, (6) (3 · 79) | -233, (60) | -173, (14) |
| | -159, (210)* (3 · 53) | +51, (30) (3 · 17) | +81, (82) (3 ⁴) | +165, (108) (3 · 5 · 11) | +273, (112) (3 · 7 · 13) | +385, (5 · 7 · 11) |
| | (36) | +421, (42) | +453, (110) | +573, (52) (3 · 191) | +625, (132) (5 ⁴) | +757, (60) |

Tab. 60 - Fortsetzung

| | | | | | | |
|---------------------------------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------|
| | +817, (30) | +847, (326) | +1173, (114) | +1287, (496) | +1783, (92) | +1875, (3·5 ⁴) |
| | (19·43) | (7·11 ²) | (3·17·23) | (3 ² ·11·13) | | |
| | (100) | +1975, (272) | +2247, (36) | +2283, (54) | +2337, (90) | +2427, (4) |
| | | (5 ² ·79) | (3·7·107) | (3·761) | (3·19·41) | (3·809) |
| | +2431, (2) | +2433, (24) | +2457, (40) | +2497, (398) | +2895, (150) | +3045, (3·5·7·29) |
| | (11·13·17) | (3·811) | (3 ³ ·7·13) | (11·227) | (3·5·193) | |
| | (72) | +3117, (60) | +3177, (16) | +3193, (8) | +3201, (4) | +3205, (80) |
| | | (3·1039) | (3 ² ·353) | (31·103) | (3·11·97) | (5·641) |
| | | | | | | (3 ² ·5·73) |
| <u>n_{g,s} -</u> | -13037, (168) | -12869, (44) | -12825, (28) | -12797, (38) | -12759, (112) | -12647, (3·4253) |
| | (74) | -12573, (54) | -12519, (72) | -12447, (28) | -12419, (174) | -12245, (80) |
| | | (3 ² ·11·127) | (3 ² ·13·107) | (3 ³ ·461) | (11·1129) | (5·31·79) |
| | -12165, (112) | -12053, (204) | -11849, (6) | -11843, (144) | -11699, (30) | -11669, (96) |
| | | -11573, (408) | -11165, (6) | -11159, (44) | -11115, (48) | -11067, (48) |
| | | (71·163) | (5·7·11·29) | | (3 ² ·5·13·19) | (3·7·17·31) |
| | -11019, (66) | -10953, (34) | -10919, (12) | -10907, (42) | -10865, (62) | -10803, (61·179) |
| | | (3 ² ·1217) | (3·3673) | (13·839) | (5·41·53) | (3·13·277) |
| | (76) | -10727, (92) | -10635 | | | |
| | | (17·631) | (3·5·709) | | | |
| <u>n_{g,s} +</u> | +10815, (250) | +11065, (72) | +11137, (44) | +11181, (156) | +11337, (4) | +11341, (20) |
| | | +11361, (84) | +11445, (30) | +11475, (10) | +11485, (308) | +11793, (298) |
| | +12091, (26) | +12117, (168) | +12285, (88) | 12373, (12) | +12385, (32) | +12417, (34) |
| | | +12451, (102) | +12553, (18) | +12571, (86) | +12657, (18) | +12675, (150) |
| | +12825, (106) | +12931, (62) | +12993, (60) | | | |

Anmerkungen:

1. Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten in der Umgebung der geraden Zahl $n_{g,s}$ 67 Primzahlen in variierenden Abständen auf, von denen 13 in Primzahl-Abständen und 54 in Primzahl-Faktor-Abständen auftreten. Die Primzahlen, die in Primzahl-Abständen (von $n_{g,s}$) auftreten, wurden fett gedruckt markiert.
2. Die gerade Zahl $n_{g,s} = 2^{128}$ ist asymmetrisch im Zwilling mod 210* situiert, also in einer Zone mit geringer Primzahl-Dichte. In größeren Abständen von $n_{g,s}$ treten (variierend) weitere Zonen mit einer geringen Primzahl-Dichte auf und dazwischen sind (variierend) Zonen mit höheren Primzahl-Dichten situiert, in denen auch ein Zwilling mod 2 auftritt, der durch eine punktierte Linie markiert wurde.
3. In den Intervallen: $\Delta = -13081$ bis -10609 und $\Delta = +10609$ bis $+13081$ sind insgesamt nur 56 Primzahlen situiert, von denen 19 in Primzahl-Abständen und 27 in Primzahl-Faktor-Abständen auftreten, die (jeweils) angegeben wurden.
4. Auch in den (weiter entfernten) Intervallen treten variierende Primzahl-Dichten "wellenartig" auf. Die Zwillinge mod (>200) wurden durch Unterstreichung markiert.
5. Gesetz 2 der Primzahl-Generierung wird in Tab. 60 vollauf bestätigt.

Tab. 61 Die Primzahlen und Primzahl-Dichten im Umfeld der geraden Zahl n_g :

| | | | | | | |
|-------|--|--|--------------------------------------|-------------------------------------|--|---|
| n_g | -3199, (274) (7·457) | -2925, (210) (3 ² ·5 ² ·13) | -2715, (176) (3·5·181) | -2539, (20) | -2359, (4) (3·8539) | -2335, (157) (3·5·157) |
| n_g | (20) | -2335, (6) (5·467) | -2329, (120) (17·137) | -2209, (60) (47 ²) | -2089, (60) (7·307) | -2089, (46) |
| n_g | -2043, (482) (3 ² ·227) | -1561, (30) (7·223) | -1531, (132) | -1399, (30) | -1369, (4) (37 ²) | -1365, (13) (3·5·7·13) |
| n_g | (180) | -1185, (72) (3·5·79) | -1113, (308) (3·7·539) | -805, (64) (5·7·23) | -741, (6) (3·13·19) | -735, (122) (3·5·7 ²) |
| n_g | -613, (210) | -403, (88) (13·43) | -315, (290) (3 ² ·5·7) | -25, (42)* (5 ²) | +17, (58) | +75, (86) (3·5 ²) |
| n_g | +161, (150) (7·23) | +311, (150) | +425, (114) (5 ² ·17) | +579, (154) (3·193) | +591, (12) (3·191) | +669, (223) (3·223) |
| n_g | (78) | +701, (34) (3·5·7 ²) | +735, (12) (3·5·7 ²) | +747, (188) (3 ² ·83) | +935, (12) (5·11·17) | +947, (40) |
| n_g | +987, (158) (3·7·47) | +1145, (36) (5·229) | +1181, (40) | +1221, (84) (3·11·37) | +1305, (102) (3 ² ·5·29) | +1407, (67) (3·7·67) |
| n_g | (120) | +1527, (170) (3·509) | +1697, (72) | +1769, (30) (29·61) | +1799, (78) (7·257) | +1877, (100) |
| n_g | +1977, (54) (3·659) | +2031, (50) (3·677) | +2081, (106) | +2187, (50) (3 ⁷) | +2237, (84) | +2321, (211) (11·211) |
| n_g | (130) | +2451, (50) (3·19·43) | +2501, (54) (41·61) | +2555, (84) (5·7·73) | +2639, (52) (7·13·29) | +2691, (414) (3 ² ·13·23) |
| n_g | +3105, (154) (3 ³ ·5·23) | +3159, (122) (3 ⁵ ·13) | +3281, (193) (17·193) | | | |

Anmerkungen:

1. Im Intervall $\Delta = \pm 3300$ treten im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{129}$ insgesamt 64 Primzahlen auf, von denen 13 Primzahlen in Primzahl-Abständen situiert sind (diese primen Abstände wurden fett gedruckt hervorgehoben) und 51 in Primzahl-Faktor-Abständen (diese Abstände wurden nicht fett gedruckt und die jeweiligen Primzahl-Faktoren dieser Abstände wurden in Klammern vermerkt).
2. Die gerade Zahl $n_g = 2^{129}$ ist in einer Zone mit einer relativ hohen Primzahl-Dichte situiert und befindet sich (leicht asymmetrisch) in einem Zwilling mod 42*. Im Vergleich hierzu ist die gerade Zahl $n_g = 2^{128}$ (ebenfalls asymmetrisch) in einem Zwilling mod 210* situiert, also in einer Zone mit einer (wesentlich) geringeren Primzahl-Dichte,
3. Auf die Untersuchung der Primzahl-Verteilungen in den Abständen: $\Delta = -13081$ bis -10609 sowie $\Delta = +10609$ bis 13081 wurde in **Tab. 61** verzichtet.
4. Gesetz 2 der Primzahl-Generierung wird in **Tab. 61** vollauf bestätigt.

17. Die Suche nach dem Gesetz, dem die zyklischen Wiederholungen von Primzahl-Dichten in wachsenden Zahlen-Intervallen zugrunde liegt und des Gesetzes der Genese von Primzahl-Zwillingen mod 2 und von Zwillingen mod 2n, n>1:

Die der Mathematik heute zur Verfügung stehenden schnellen PC-Rechner und Rechenprogramme, wie z.B. MuPAD-Pro, versetzen uns heute in die Lage, nach dem Gesetz der zyklischen Wiederholung ähnlicher Primzahl-Dichten in wachsenden Zahlen-Intervallen zu fänden.

Für das Verständnis dieses Gesetzes wurden die Primzahl-Dichten für das gleiche Zahlen-Intervall von $\Delta = \pm 10000$ in der Zahlenfolge $n \rightarrow \infty$ in definierter Weise für eine Reihe gerader und ungerader Zahlen analysiert, die aus gleichen Primzahl-Faktoren konstituiert sind. Für diese Untersuchungen ist ein Rechen-Aufwand mit dem MuPAD-Programm von mehreren Tagen erforderlich.

In Tab. 62 wurden die Primzahl-Dichten in der Umgebung der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ für die Exponenten: $n=65, 72, 531, 2000$ und 2500 (vereinfachend) angegeben und kommentiert.

Tab. 62 Die Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 10.000$ ($\Sigma \Delta = 20000$) im Umfeld von $n_g = 2^n$:

| | | | | | | |
|------------------------|----------|----------|-----------|------------|------------|---------------------|
| $n_g = 2^n$: | 2^{65} | 2^{72} | 2^{531} | 2^{2000} | 2^{2500} | Anmerkung: |
| Dezimalstellen:= | 20 | 22 | 160 | 603 | 753 | |
| Primzahlen (P): | 461 | 426 | 53 | 17 | 10 | |
| $P/\Sigma \Delta$:= | 0,02308 | 0,02130 | 0,00265 | 0,00085 | 0,00050 | P-Dichte |
| $\Sigma \Delta / P$:= | 43,48 | 47,06 | 373,85 | 1051,5 | 1306,66 | $\Sigma \Delta / P$ |
| Zwilling mod:= | (220) | (108) | (690) | (3058) | (1924) | n_g inmitten |

Die Primzahl - Abstände von n_g und ihre Prim - Faktor-Strukturen sowie die aufeinander folgenden Zwillinge:

| | | | | | |
|---------------|---|--|--|--|--|
| Δ_1 | -9999 $3^2 \cdot 11 \cdot 101$ (8) | -9999 $3^2 \cdot 11 \cdot 101$ (54) | -9799 $41 \cdot 239$ (64) | -8969 8969 (524) | -8837 8837 (1304) |
| Δ_2 | -9991 $97 \cdot 101$ (126) | -9945 $3^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$ (36) | -9735 $5 \cdot 1951$ (446) | -8445 $3 \cdot 5 \cdot 563$ (1006) | -7533 7533 (8) |
| Δ_3 | -9865 $5 \cdot 19 \cdot 73$ (52) | -9909 $3^3 \cdot 367$ (34) | -9289 $7 \cdot 1327$ (158) | -7439 $43 \cdot 173$ (350) | -7325 $5^2 \cdot 293$ (56) |
| Δ_4 | -9813 $3 \cdot 3271$ (12) | -9875 $5^3 \cdot 79$ (38) | -9111 $3 \cdot 3037$ (546) | -7089 $3 \cdot 17 \cdot 139$ (240) | -7269 $3 \cdot 2423$ (4704) |
| Δ_5 | -9801 $3^4 \cdot 11$ (30) | -9837 $3^2 \cdot 1093$ (12) | -8565 $3 \cdot 5 \cdot 571$ (476) | -6849 $3^2 \cdot 761$ (232) | -2565 $3^3 \cdot 5 \cdot 19$ (468) |
| Δ_6 | -9771 $3 \cdot 3257$ (6) | -9825 $3 \cdot 5^2 \cdot 131$ (12) | -8089 8089 (258) | -6617 $13 \cdot 509$ (660) | -2097 $3^2 \cdot 233$ (474) |
| Δ_7 | -9765 $3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 31$ (26) | -9813 $3 \cdot 3271$ (94) | -7831 $41 \cdot 191$ (490) | -5957 $7 \cdot 23 \cdot 37$ (2010) | -1623 $3 \cdot 541$ (1924) |
| Δ_8 | -9739 83739 (70) | -9719 9719 (26) | -7341 $3 \cdot 2447$ (132) | -3947 3947 (552) | +301 $7 \cdot 43$ (1122) |
| Δ_9 | -9669 $3 \cdot 11 \cdot 293$ (14) | -9693 $3^3 \cdot 359$ (24) | -7209 $3^4 \cdot 89$ (500) | -3395 $5 \cdot 7 \cdot 97$ (1178) | +1423 1423 (1500) |
| Δ_{10} | -9655 $5 \cdot 1931$ (4) | -9669 $3 \cdot 11 \cdot 293$ (30) | -6709 6709 (144) | -2217 2217 (3058) | +2923 $37 \cdot 79$ (7320) |
| Δ_{11} | -9651 $3 \cdot 1931$ (156) | -9639 $3^4 \cdot 7 \cdot 17$ (94) | -6565 $5 \cdot 13 \cdot 101$ (534) | +841 29^2 (84) | +10243 > +100000 10243 (432) |
| Δ_{12} | -9651 | -9545 | -6031 | +925 | +10675 > +100000 |
| Δ_{32} | | -8489 $13 \cdot 653$ (2) | <u>Anmerkung:</u> Die "Genese" eines Zwilling mod 2 im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{72}$. Im Intervall $\Sigma \Delta = 20000$ treten insgesamt 13 Zwillinge mod 2 auf. | | |
| Δ_{33} | | -8487 $3^2 \cdot 23 \cdot 41$ | | | |
| Δ_{59} | -7551 $3^2 \cdot 839$ (2) | <u>Anmerkung:</u> Die "Genese" eines Zwilling mod 2 im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{65}$. Im Intervall $\Sigma \Delta = 20000$ treten insgesamt 12 Zwillinge mod 2 auf. | | | |
| Δ_{59} | -7549 7549 | | | | |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Die mittlere Primzahl-Dichte fällt im analysierten Intervall (Δ) mit wachsendem Exponenten (n) asymptotisch und kann den Wert Null erreichen, sofern im Intervall $\Delta = \pm 10000$ keine Primzahlen situiert sind.
2. Innerhalb des analysierten Intervalls $\Sigma \Delta = 20000$ treten die Primzahlen in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g := 2^{65}, 2^{72}, 2^{531}, 2^{2000}$ und 2^{2500} in variierenden Abständen (Δ) auf. Die in **Tab. 62** angegebenen mittleren Primzahl-Abstände ($\Sigma \Delta/P$) weisen mit steigender Potenz (n) der geraden Zahlen ($n_g = 2^n$) die Gesetzmäßigkeit eines stetigen Wachstums auf.
3. Die Abstände der Primzahlen von der (jeweiligen) geraden Zahl $n_g = 2^n$ sind überwiegend durch Primzahl-Faktoren definiert, die in **Tab. 62** aufgeführt wurden, oder aber durch (einzelne) Primzahlen. In den Umgebungen der analysierten geraden Zahlen treten folgende Zahlen von Primzahl-Abständen auf:

- In der Umgebung der Zahl $n_g = 2^{65}$ treten 71 Primzahlen in Primzahl-Abständen auf.
- In der Umgebung der Zahl $n_g = 2^{72}$ treten 65 Primzahlen in Primzahl-Abständen auf.
- In der Umgebung der Zahl $n_g = 2^{531}$ treten 6 Primzahlen in Primzahl-Abständen auf.
- In der Umgebung der Zahl $n_g = 2^{2000}$ treten 3 Primzahlen in Primzahl-Abständen auf.
- In der Umgebung der Zahl $n_g = 2^{2500}$ treten 3 Primzahlen in Primzahl-Abständen auf.

4. Aus **Tab. 62** kann die "Genese" von Zwillingen mod 2 im Umfeld der geraden Zahlen: $n_g = 2^{65}$ und $n_g = 2^{72}$ wahrgenommen werden:

Zwilling mod 2 im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{65} = 36893488147419103232$ (EZ2):

- $2^{65} - (7551 = 3^2 \cdot 839) - 7551 = 36893488147419095681$ Anmerkung: Wie ersichtlich erfolgt hier
- $2^{65} - (7549 = 7549) - 7549 = 36893488147419095683$ eine Konvertierung der Zwillingssklasse!

Zwilling mod 2 im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{72} = 4722366482869645213696$ (EZ6):

- $2^{72} - (8489 = 13 \cdot 653) - 8489 = 4722366482869645205207$ Anmerkung: Wie ersichtlich erfolgt
- $2^{72} - (8487 = 3^2 \cdot 23 \cdot 41) - 8487 = 4722366482869645205209$ hier keine Klassen-Konvertierung.

Im Gegensatz zu dieser "Genese" von Zwillingen mod 2 kann aus **Tab. 63** die folgende Genese eines Zwillingss mod 2 entnommen werden, bei der ein "Klassenerhalt" von Zwillingen mod 2 erfolgt.

Zwilling mod 2 im Umfeld der geraden Zahl $n_g = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53) = 3258915847719004477190044730$:

- $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53) - 8821 = 32589158477190035909$ Anmerkung: Wie ersichtlich erfolgt hier keine
- $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53) - 8819 = 32589158477190035911$ Konvertierung der Klassen-Zugehörigkeit.

Anmerkung:

Der Zwilling mod 2 (8819, 8821) ist ein Element der Folge $n_g = 30 + n \times 30$, $n := 293$

Der Zwilling mod 2 (32589158477190035909, 32589158477190035911) ist (hier) ein Element der gleichen Folge: $n_g = 30 + n \times 30$, $n = 1086305282573001196$.

Für das Verständnis der Unterschiede, die bei der "Genese" von Zwillingen mod 2 auftreten können, wird (noch) der folgende Zwilling mod 2 im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53$ betrachtet::

- $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53) - 9851 = 32589158477190034877$
- $(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53) - (9853 = 59 \cdot 167) = 32589158477190034879$

Anmerkung:

Hier erfolgt ein "Wechsel" des (generierten) Zwillingss mod 2 zu einem Element der Klasse:

$n_g = 18 + n \times 30$, $n = 1096305282573001162$. Dieser Wechsel ist deshalb möglich, weil die Zahlen: (9851, 9853) keinen Zwilling mod 2 bilden!

Tab. 63 Die Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 10000$ ($\Sigma \Delta = 20000$) im Umfeld der geraden Zahlen, in die faktoriell die Primzahlen $p := 2, 3, 5, \dots, 53$ eingehen:

| $n_g :=$ | Πp_i | $\Pi p_i \cdot 53$ | $53!$ | $53!^5$ | $53!^{10}$ |
|---------------------|-----------|--------------------|---------|---------|------------|
| Dezimalstellen: | 20 | 22 | 90 | 349 | 697 |
| Primzahlen (P): | 439 | 380 | 138 | 19 | 10 |
| $P/\Sigma \Delta$: | 0,02195 | 0,01900 | 0,00690 | 0,00095 | 0,00050 |
| $\Sigma \Delta/P$: | 45,5581 | 52,6316 | 144,927 | 1052,63 | 2000,00 |
| Zwilling mod: | (132) | (68 = -1, +67) | (130) | (1502) | (1414) |

Die Primzahl-Abstände (Δ_i) von n_g und ihre Prim-Faktor-Strukturen sowie die aufeinander folgenden Zwillinge:

| | | | | | |
|---------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| Δ_1 | -9991 | -9983 | -9767 | -8123 | -5393 |
| | 97 · 101 (18) | 67 · 149 (54) | 9767 (28) | 8123 (1414) | 5393 (1120) |
| Δ_2 | -9973 | -9929 | -9739 | -6709 | -4273 |
| | 9973 (6) | 9929 (42) | 9739 (42) | 6709 (480) | 4273 (2520) |
| Δ_3 | -9967 | -9887 | -9697 | -6229 | -1753 |
| | 9967 (36) | 9887 (28) | 9697 (84) | 6229 (786) | 1753 (1320) |
| Δ_4 | -9931 | -9859 | -9613 | -5443 | -433 |
| | 9931 (78) | 9859 (30) | 9613 (30) | 5443 (782) | 433 (122) |
| Δ_5 | -9853 | -9829 | -9563 | -4661 | -311 |
| | 59 · 167 (2) | 9829 (26) | 73 · 131 (354) | 59 · 79 (1894) | 311 (1414) |
| Δ_6 | -9851 | -9803 | -9209 | -2767 | +1103 |
| | 9851 (48) | 9803 (12) | 9209 (166) | 2767 (60) | 1103 (494) |
| Δ_7 | -9803 | -9791 | -9043 | -2389 | +1597 |
| | 9803 (36) | 9791 (10) | 9043 (2) | 2389 (318) | 1597 (4776) |
| Δ_8 | -9767 | -9781 | -9041 | -2389 | +6373 |
| | 9767 (46) | 9781 (60) | 9041 (118) | 2389 (810) | 6373 (2596) |
| Δ_9 | -9721 | -9721 | -8923 | -1597 | +8969 |
| | 9721 (2) | 9721 (2) | 8923 (74) | 1597 (156) | 8969 (218) |
| Δ_{10} | -9719 | -9719 | -8849 | -1423 | +9187 |
| | 9719 | 9719 | 8849 | 1423 | 89 · 103 - |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Primzahl-Dichte strebt mit wachsender Stellenzahl der geraden Zahlen, die faktoriell aus den Primzahlen: $p_1 = 2$ bis $p_n = 53$ gebildet werden, im betrachteten Intervall $\Sigma \Delta = 20000$ asymptotisch nach Null.
- Alle Primzahlen, die im Intervall $\Sigma \Delta = 200000$ um die in **Tab. 63** ausgewiesenen geraden Zahlen vorkommen, treten stets in Primzahl-Abständen zu den geraden Zahlen (n_g) oder aber in Primzahl-Faktor-Abständen auf, die aus Primzahlen $p > p_n = 53$ kreiert sind. Insoweit wird das Gesetz 2 erfüllt. Dabei können (wie aus **Tab. 63** ersichtlich ist) in den Abständen $\Delta \leq 59 \cdot 59 = 3481$ stets nur Primzahl-Abstände auftreten.
- Im Umfeld der geraden Zahlen: $n_g = \Pi p_i$ und $n_g = \Pi p_i \cdot 53$ treten im Intervall $\Sigma \Delta = 200000$ jeweils 11 Zwillinge mod 2 auf. Die Bildungsgesetze dieser Zwillinge wurden in den Anmerkungen der **Tab. 62** bereits ausführlich kommentiert.

Tab. 64 Die Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 10000$ ($\Sigma \Delta = 20000$) im Umfeld der geraden Zahlen, in die faktoriell die Primzahlen: $p_i = 2, 3, 5, \dots, 101$ eingehen:

| $n_g :=$ | Πp_i | $\Pi p_i \cdot 101$ | $101!$ | $101!^3$ | $101!^5$ |
|----------------------|-----------|---------------------|---------|----------|----------|
| Dezimalstellen: | 39 | 41 | 160 | 480 | 800 |
| Primzahlen (P): | 226 | 196 | 59 | 18 | 13 |
| $P/\Sigma \Delta :=$ | 0,0113 | 0,0098 | 0,0080 | 0,0009 | 0,00065 |
| $\Sigma \Delta/P :=$ | 88,496 | 102,041 | 338,983 | 1111,111 | 1538,462 |
| Zwilling mod:= | (364) | (354) | (618) | (2596) | (2548) |

Die Primzahl-Abstände (Δ_i) und die aufeinander folgenden Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$:

| | | | | | |
|---------------|-------|-------|--------|------------------------|------------------------|
| Δ_1 | -9871 | -9941 | -9857 | -8971 | -9923 |
| Zwilling mod: | (80) | (84) | (720) | (702) | (2346) |
| Δ_2 | -9791 | -9857 | -9137 | -8269 | -7577 |
| Zwilling mod: | (58) | (6) | (1044) | (552) | (418) |
| Δ_3 | -9733 | -9851 | -8093 | -7717 | -7159 |
| Zwilling mod: | (44) | (60) | (516) | (170) | (210) |
| Δ_4 | -9689 | -9791 | -7577 | -7547 | -6949 |
| Zwilling mod: | (280) | (72) | (324) | (504) | (158) |
| Δ_5 | -9419 | -9719 | -7253 | -7043 | -6791 |
| Zwilling mod: | (100) | (378) | (174) | (154) | (2334) |
| Δ_6 | -9319 | -9341 | -7079 | -6899 | -4457 |
| Zwilling mod: | (92) | (84) | (80) | (3636) | (246) |
| Δ_7 | -9227 | -9257 | -7019 | -3253 | -4211 |
| Zwilling mod: | (124) | (84) | (162) | (1374) | (484) |
| Δ_8 | -9103 | -9173 | -6857 | -1879 | -3727 |
| Zwilling mod: | (62) | (124) | (28) | (348) | (1290) |
| Δ_9 | -9041 | -9049 | -6829 | -1531 | -2437 |
| Zwilling mod: | (78) | (350) | (530) | (368) | (1976) |
| Δ_{10} | -8963 | -8699 | -6299 | -1163 | -461 |
| Zwilling mod: | (144) | (22) | (346) | (2596) | (2548) |
| Δ_{11} | -8819 | -8677 | -5953 | +1433 | +2087 |
| Zwilling mod: | (56) | (50) | (1020) | (944) | (866) |
| Δ_{12} | -8737 | -8627 | -4933 | +2377 | +2953 |
| Zwilling mod: | (28) | (54) | (310) | (342) | (504) |
| Δ_{13} | -8269 | -8573 | -4483 | +2719 | +3457 |
| Zwilling mod: | (146) | (210) | (860) | (1918) | ----- (Intervall-Ende) |
| Δ_{14} | -8123 | -8363 | -3623 | +4637 | |
| Zwilling mod: | (244) | (52) | (94) | (2382) | |
| Δ_{15} | -7879 | -8311 | -3529 | +7019 | |
| Zwilling mod: | (2) | (24) | (168) | (854) | |
| Δ_{16} | -7877 | -8287 | -3361 | +7873 | |
| Zwilling mod: | (204) | (50) | (48) | (796) | |
| Δ_{17} | -7673 | -8237 | -3313 | +8669 | |
| Zwilling mod: | (144) | (58) | (546) | (492) | |
| Δ_{18} | -7529 | -8179 | -2767 | +9161 | |
| Zwilling mod: | (42) | (68) | (36) | ----- (Intervall-Ende) | |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In **Tab. 63** wird das Gesetz der asymptotischen Abnahme der Primzahl-Dichten für die geraden Zahlen in den die Primfaktoren $p_1 = 2$ bis $p_n = 101$ in steigenden Potenzen Auftreten vollauf bestätigt.
2. Innerhalb des analysierten Intervalls $\Sigma \Delta = 200000$ treten Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ in stark fluktuierenden Größen auf - dies ist ein Sachverhalt, der sich bereits in kleineren Zahlenbereichen manifestiert.
3. Alle in **Tab. 63** auftretenden Abstände von den geraden Zahlen (n_g) werden aus Primzahlen gebildet, da Primfaktor-Abstände erst in Bereichen von $\Delta > 103 \cdot 103 = 10609$ auftreten können.

Das in **Tab. 62**, **Tab. 63** und **Tab. 64** nachgewiesene Gesetz der asymptotischen Abnahme der Primzahl-Dichten in der Umgebung gerader Zahlen, in denen die diese Zahlen bildenden Primzahlen in wachsenden Potenzen auftreten, wird in **Tab. 65**, **Tab. 66** und in **Tab. 67** für die ungeraden Zahlen: $n_u = 3^n$, 5^n und 7^n , die in steigenden Potenzen auftreten, bestätigt.

Die in diesen Tabellen angeführten Ergebnisse können vom Leser unter Einsatz des MuPAD-Programms nachvollzogen werden.

Tab. 65 Die Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 10.000$ ($\Sigma \Delta = 20.000$) im Umfeld der ungeraden Zahlen $n_u = 3^n$:

| | | | | |
|---------------------|-----------|-----------|------------|------------|
| $n_u = 3^n$: | 3^{100} | 3^{500} | 3^{1000} | 3^{1500} |
| Dezimalstellen: | 48 | 234 | 480 | 716 |
| Primzahlen (P): | 182 | 33 | 21 | 13 |
| $P/\Sigma \Delta$: | 0,00910 | 0,00165 | 0,00105 | 0,00065 |
| $\Sigma \Delta/P$: | 109,890 | 606,061 | 952,381 | 1538,462 |
| Zwilling mod: | (158) | (640) | (2052) | (844) |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Auf die Angabe der Abstände (Δ_i), in denen die Primzahlen (P) von den jeweiligen ungeraden Zahlen $n_u = 3^{100}$, 3^{500} , 3^{1000} und 3^{1500} auftreten, wurde in **Tab. 65** verzichtet. Gleichfalls wurde auf die Angabe der Prim-Faktoren verzichtet, aus denen die (jeweiligen) Abstände (Δ_i) bestehen. Im Intervall ($\Sigma \Delta$) treten vereinzelt Zwillinge mod 2 auf. Die hier auftretenden Primzahlen (P) kommen in stark variierenden Abständen vor. In den unterstrichenen Zwillingen sind die Zahlen (n_u) situiert.
2. In **Tab. 65** wird das Gesetz der asymptotischen Abnahme der Primzahl-Dichten (vollauf) bestätigt.

Tab. 66 Die Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 10.000$ ($\Sigma \Delta = 20.000$) im Umfeld der ungeraden Zahlen $n_u = 5^n$:

| | | | |
|---------------------|----------|-----------|-----------|
| $n_u = 5^n$: | 5^{75} | 5^{750} | 5^{850} |
| Dezimalstellen: | 52 | 446 | 595 |
| Primzahlen (P): | 137 | 19 | 16 |
| $P/\Sigma \Delta$: | 0,00685 | 0,00095 | 0,00080 |
| $\Sigma \Delta/P$: | 145,985 | 1052,632 | 1250,000 |
| Zwilling mod: | (272) | (3198) | (3054) |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Auf die Angabe der Abstände (Δ_i), in denen die Primzahlen (P) von den jeweiligen ungeraden Zahlen: $n_u = 5^{75}$, 5^{750} und 5^{850} auftreten, wurde in **Tab. 66** verzichtet. Gleichfalls wurde auf die Angabe der Prim-Faktoren verzichtet, aus denen die (jeweiligen) Abstandszahlen (Δ_i) bestehen. Im Intervall ($\Sigma \Delta$) treten vereinzelt Zwillinge mod 2 auf.
2. In **Tab. 66** wird das Gesetz der asymptotischen Abnahme der Primzahl-Dichten (vollauf) bestätigt.

Tab. 67 Die Primzahlen im Intervall $\Delta = \pm 10.000$ ($\Sigma \Delta = 20.000$) im Umfeld der ungeraden Zahlen $n_u = 7^n$:

| | | | | |
|---------------------|----------|-----------|-----------|-----------|
| $n_u = 7^n$: | 7^{60} | 7^{400} | 7^{500} | 7^{550} |
| Dezimalstellen: | 51 | 339 | 426 | 634 |
| Primzahlen (P): | 163 | 25 | 19 | 18 |
| $P/\Sigma \Delta$: | 0,00815 | 0,00125 | 0,00095 | 0,00090 |
| $\Sigma \Delta/P$: | 122,699 | 800,000 | 1052,632 | 1111,111 |
| Zwilling mod: | (198) | (4764) | (3908) | (2780) |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In **Tab. 67** wird das Gesetz der asymptotischen Abnahme der Primzahl-Dichten (vollauf) bestätigt.
2. Im Intervall ($\Sigma \Delta$) treten vereinzelt Zwillinge mod 2 auf.

Die zweite Aufgabe, die in diesem Kapitel zu einer näheren Untersuchung ansteht, ist den Schwankungen der Dichten der Zwillinge mod 2 und mod $2n$, $n > 1$ gewidmet, wobei aus den Daten, die in den Tabellen: **Tab. 61** bis **Tab. 67** gewonnen wurden, die Einsicht hervorgeht, dass diese Zwillinge in größeren Intervallen: $\Sigma \Delta$ analysiert werden müssen, um eine Gesetzmäßigkeit ihrer asymptotischen Abnahme in hohen Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) zu erkennen.

Eine derartige Gesetzmäßigkeit konnte von den großen Mathematikern, die sich mit den Problemen der Primzahlen befasst hatten, nicht gefunden werden, da die Auffindung dieser Gesetzmäßigkeiten den Einsatz schneller Rechner und geeigneter Test-Programme erfordert, wie auch die Kenntnis der Bildungsgesetze der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$. Diese Bildungsgesetze wurden in dieser Monographie in **Kapitel 7** und in **Kapitel 8** deduziert und in **Tab. 46** zusammengefasst.

Zunächst wird die asymptotische Abnahme der Zahlen der Zwillinge mod 2 in steigenden Zahlen-Intervallen untersucht, wobei ein konstantes Intervall von $\Delta = \pm 300.000$ ($\Sigma \Delta = 600.000$) angenommen wird, das in immer höhere Zahlenbereiche verschoben wird.

In **Tab. 68** wird der Verlauf der Dichten der Zwillinge mod 2 für die im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ für die Zahlen $n_g = \prod p_i = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 53$ und nachfolgend für die Zahlen: $n_g = 53!$, $53! \cdot 53$, $53! \cdot 53!$, $53! \cdot 53! \cdot 53$ und $53!^6$ untersucht.

Den Lesern, die die in **Tab. 68** angeführten Ergebnisse überprüfen möchten, wird nachfolgend das verwendete MuPAD-Testprogramm vorgestellt:

Folge 1: for i from $+(\prod p_i/30 - 10000)$ to $+(\prod p_i/30 + 10000)$ do: if (isprime (11+30*i) and isprime (13+30*i)) then print (("11", 11+30*i, " = ", 11+30*i, " and 13", 13+30*i)) end_if: end_for:

Folge 2: for i from $+(\prod p_i/30 - 10000)$ to $+(\prod p_i/30 + 100000)$ do: if (isprime (17+30*i) and isprime (19+30*i)) then print (("17", 17+30*i, " = " 17+30*i, " and 19", 19+30*i)) end-if: end_for:

Folge 3: for i from $+(\prod p_i/30 - 10000)$ to $+(\prod p_i/30 + 100000)$ do: if (isprime (29+30*i) and isprime (31+30*i)) then print (("29", 29+30*i, " = " 29+30*i, " and 31", (31+30*i)) end_if: end_for:

Tab. 68 Zahl der Zwillinge mod 2 in : *Folge 1, Folge 2* und *Folge 3* und in der Summe auftreten:

| $n_g :=$ | Dezimalstellen:= | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 2</i> | Summe:= |
|--------------------------------|------------------|----------------|----------------|----------------|---------|
| $n_g = \prod p_i$ | 20 | 131 | 114 | 137 | 382 |
| $n_g = \prod p_i \cdot 53$ | 22 | 119 | 113 | 115 | 347 |
| $n_g = 53!$ | 70 | 7 | 8 | 12 | 27 |
| $n_g = 53! \cdot 53$ | 72 | 17 | 18 | 15 | 50 |
| $n_g = 53! \cdot 53!$ | 140 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $n_g = 53! \cdot 53! \cdot 53$ | 141 | 1 | 3 | 5 | 9 |
| $n_g = 53!^6$ | 418 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Zahl der Zwillinge mod 2 strebt (mit steigender Zahl der Dezimalstellen) der Zahlen n_g (variierend) im Intervall $\Sigma \Delta = 60.000$ dem Grenzwert Null zu - dies bedeutet, dass Zwillinge mod 2 (dann nur) innerhalb größerer Intervalle $\Sigma \Delta > 60.000$ auftreten können.

In **Tab. 69** wurden die Zahlen der Zwillinge mod 2 angegeben, die im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = \prod p_i = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 101$, $n_g = 101!$ und $n_g = 101! \cdot 101!$ und $101!^3$ auftreten.

Tab. 69 Die Zahl der Zwillinge mod 2 in *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und in der Summe auftreten:

| $n_g :=$ | Dezimalstellen: | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | Summe:= |
|-------------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|---------|
| $n_g = \prod p_i$ | 38 | 62 | 76 | 80 | 218 |
| $n_g = 101!$ | 80 | 3 | 2 | 4 | 9 |
| $n_g = 101! \cdot 101!$ | 160 | 2 | 2 | 0 | 4 |
| $n_g = 101!^3$ | 480 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Zahl der Zwillinge mod 2 strebt (mit steigender Zahl der Dezimalstellen) der Zahlen n_g im Intervall $\Sigma \Delta = 600.0000$ asymptotisch dem Grenzwert Null zu - dies bedeutet, dass Zwillinge mod 2 in noch höheren Zahlenbereichen nur innerhalb größerer Intervalle $\Sigma \Delta > 600.0000$ auftreten können.

In **Tab. 70** wurden die Zahlen der Zwillinge abgeleitet, die im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2^{65}$, 2^{72} , 2^{500} , 2^{730} , 2^{1000} , 2^{1195} und 2^{1200} auftreten, sowie in den Umgebungen der Zahlen $n_u = 3^{100}$, 3^{300} und 3^{600} situiert sind.

Tab. 70 Die Zahl der Zwillinge mod 2, die in *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und in der Summe auftreten:

| $n_g :=$ | Dezimalstellen; | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | Summe:= |
|--------------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|---------|
| $n_g = 2^{72}$ | 22 | 87 | 96 | 104 | 287 |
| $n_g = 2^{250}$ | 76 | 8 | 8 | 5 | 21 |
| $n_g = 2^{500}$ | 151 | 1 | 3 | 0 | 4 |
| $n_g = 2^{750}$ | 226 | 1 | 2 | 1 | 4 |
| $n_g = 2^{1000}$ | 302 | 2 | 0 | 0 | 2 |
| $n_g = 2^{1195}$ | 360 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| $n_g = 2^{1200}$ | 362 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $n_g = 3^{100} \cdot 30$ | 49 | 21 | 13 | 13 | 47 |
| $n_g = 3^{300} \cdot 30$ | 145 | 4 | 1 | 5 | 10 |
| $n_g = 3^{600} \cdot 30$ | 288 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Zahl der Zwillinge mod 2 strebt (mit steigender Zahl der Dezimalstellen) auch im Umfeld der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ und der ungeraden Zahlen 3^n im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ asymptotisch dem Grenzwert Null zu - dies bedeutet, dass Zwillinge mod 2 in höheren Zahlenbereichen nur innerhalb größerer Intervalle auftreten.

2. Der einzige Zwilling mod 2, der im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ im Umfeld der ungeraden Zahl 3^{600} in der *Folge 1* vorkommt, ist ein Element der Folge $n_g = 12 + n \times 30$, Die Zahl $n = (3^{600} + 2070) \times 30$. hat 288 Dezimalstellen.

In den nachfolgenden Tabellen wird der Nachweis erbracht, dass die Zahl der Zwillinge mod 4, mod 10, mod 100 (verallgemeinert der Zwillinge mod $2n$, $n > 1$) in zunehmend steigenden Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) in definierten Intervallen ebenfalls asymptotisch dem Wert Null zustreben.

In **Tab. 71** wurden die Zahlen der Zwillinge mod 4 bestimmt, die im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ in steigenden Zahlenbereichen auftreten. In **Tab. 72** wurden die Zahlen der Zwillinge mod 10 und in **Tab. 73** die Zahlen der Zwillinge mod 100 im gleichen Intervall ($\Sigma \Delta = 600.000$) bestimmt.

Tab. 71 Die Zahl der Zwillinge mod 4, die in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* und in der Summe auftreten:

| $n_g =$ | Dezimalstellen: | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | Summe:= |
|---|-----------------|----------------|----------------|----------------|---------|
| $n_g = \Pi(2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 53)$ | 20 | 115 | 114 | 130 | 359 |
| $n_g = 53!$ | 70 | 14 | 9 | 14 | 37 |
| $n_g = 53! \cdot 53$ | 72 | 9 | 10 | 9 | 28 |
| $n_g = 53!^2$ | 140 | 5 | 1 | 5 | 11 |
| $n_g = 53!^2 \cdot 53$ | 141 | 2 | 2 | 5 | 9 |
| $n_g = 53!^3$ | 210 | 2 | 1 | 1 | 4 |
| $n_g = 53!^4$ | 280 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| $n_g = 3^{100} \cdot 10$ | 49 | 23 | 19 | 17 | 49 |
| $n_g = 3^{300} \cdot 10$ | 145 | 4 | 1 | 5 | 10 |
| $n_g = 3^{600} \cdot 10$ | 288 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Die Asymptote-Gesetzmäßigkeit wird in **Tab. 71** für die Zwillinge mod 4 bestätigt, da die Zahl der Zwillinge mod 4 im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ in immer größeren Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) nach Null strebt.
- In den Intervallen $\Sigma \Delta = 600.000$ treten in wachsenden Zahlenbereichen ($n \rightarrow \infty$) auch immer geringere Primzahl-Dichten von Zwillingen mod $2n$, $n > 1$ auf.

Tab. 72 Die Zahl der Zwillinge mod 10, die in *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und *Folge 4* auftreten:

| $n_g :=$ | Dezimalstellen: | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | <i>Folge 4</i> | Summe:= |
|---------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------|
| $n_g = 53!$ | 70 | 11 | 11 | 7 | 17 | 46 |
| $n_g = 53!^2$ | 140 | 0 | 3 | 1 | 1 | 5 |
| $n_g = 53!^4$ | 280 | 1 | 1 | 2 | 1 | 5 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- In **Tab. 72** wird die Asymptote-Gesetzmäßigkeit bestätigt, verbunden mit dem Hinweis, dass die Zahl der Zwillinge mod 10 im Intervall $\Sigma \Delta = 600.000$ im Zahlenbereich ($n \rightarrow \infty$) sich variierend dem Grenzwert Null nähern kann.

Tab. 73 Die Zahl der Zwillinge mod 100, die in Folge 1, Folge 2, Folge 3 und Folge 4 auftreten:

| $n_g :=$ | Dezimalstellen: | Folge 1 | Folge 2 | Folge 3 | Folge 4 | Summe:= |
|---|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $n_g =$ $= \Pi(2 \cdot \dots \cdot 53)/10$ | 19 | 142 | 98 | 125 | 155 | 520 |
| $n_g = 53!/10$ | 70 | 6 | 8 | 10 | 10 | 34 |
| $n_g = 101!/10$ | 160 | 2 | 1 | 1 | 1 | 5 |
| $n_g = 101!^2/10$ | 320 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $n_g = 101!^3/10$ | 480 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In Tab. 73 ist die Geltung der Asymptote-Gesetzmäßigkeit für die Zwillinge mod 100 nachgewiesen. Diese Gesetzmäßigkeit wird (wie ersichtlich) von allen Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ erfüllt.

Das Asymptote-Gesetz der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$, das auf der Basis der Bildungs-Gesetze dieser Zwillinge gefunden werden konnte, erweitert das Gesetz der variierenden Abnahme der Primzahl-Dichten in immer größeren Zahlen-Bereichen ($n \rightarrow \infty$), das in diesem Kapitel ausführlich untersucht wurde.

18. Die Bestimmung von Primzahlen der Typen SM_p , SF_p und CM_p , CF_p :

Die in Kapitel 11 angestellten Untersuchungen, die dem auftreten von Primzahlen der Typen SM_p und SF_p gewidmet waren, werden in diesem Kapitel (wesentlich) vertieft.

Mit den heute verfügbaren Rechenprogrammen von MuPAD kann (leicht) der Nachweis erbracht werden, dass es wesentlich mehr Primzahlen vom Typ: SM_p und SF_p gibt, als die bis heute bekannten Primzahlen M_p (von denen bisher 42 gefunden wurden) und F_p (von denen nur 5 bekannt sind).

Aus der in dieser Monographie eingeführten Klassenteilung der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ in die vier zyklisch aufeinander folgenden Klassen: $n_g = 2^{1+4n}$ (EZ2), $n_g = 2^{2+4n}$ (EZ4), $n_g = 2^{3+4n}$ (EZ8) sowie $n_g = 2^{4+4n}$ (EZ6) konnten die tieferen Gründe erkannt werden, warum die Primzahlen M_p nur in den Endziffern: EZ1 und EZ7 auftreten können und die Primzahlen F_p stets nur in der Endziffer EZ7 - siehe Tab. 28. Des weiteren wurde bereits unter Beweis gestellt, dass die Primzahlen M_p und F_p mit Ausnahme des Zwillinges mod 2 ($2^2 - 1, 2^2 + 1 = 3, 5$) keine weiteren Zwillinge mod 2 bilden können. Die Primzahlen vom Typ SM_p und SF_p können dagegen in allen vier Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auftreten, aber niemals Zwillinge mod 2 bilden, dagegen jedoch oft symmetrisch in Zwillingen mod 4 situiert sein. Des weiteren besteht die Möglichkeit der Bildung von Primzahlen SM_p und SF_p mit definierten (gewünschten) Endziffern. Für das Verständnis dieser Eigenschaften der Primzahlen SM_p und SF_p ist eine Analyse der Klassen erforderlich, in denen die nicht primen ungeraden Zahlen (n_u) auftreten können. Dieser Aufgabe ist die nachfolgende Tab. 74 gewidmet.

Tab. 74 Die Klassen in denen die Potenzen ungerader Zahlen (n_u) auftreten:

| $n_u :=$ | $1 + 4n$ | EZ:= | $2 + 4n$ | EZ:= | $3 + 4n$ | EZ:= | $4 + 4n$ | EZ:= | $n :=$ |
|-----------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|--------|
| $n_u = 3$ | 3 | EZ3 | 9 | EZ9 | 27 | EZ7 | 81 | EZ1 | 0 |
| | 243 | EZ3 | 729 | EZ9 | 2187 | EZ7 | 6561 | EZ1 | 1 |
| | 19683 | EZ3 | 59049 | EZ7 | 177147 | EZ7 | 531441 | EZ1 | 2 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_u = 3^n$ treten in vier Klassen mit den Endziffern: EZ3, EZ9, EZ7, EZ1 auf.

Tab. 74 Fortsetzung

| $n_i :=$ | $1 + 4n$ | EZ:= | $2 + 4n$ | EZ:= | $3 + 4n$ | EZ:= | $4 + 4n$ | EZ:= | $n :=$ |
|-----------|----------|------|----------|------|----------|------|----------|------|--------|
| $n_i = 5$ | 5 | EZ5 | 25 | EZ5 | 125 | EZ5 | 625 | EZ5 | 0 |
| | 3125 | EZ5 | 15625 | EZ5 | 78125 | EZ5 | 390625 | EZ5 | 1 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_i = 5^n$ treten allesamt in der Endziffer EZ5 auf.

| | | | | | | | | | |
|-----------|-------|-----|--------|-----|--------|-----|---------|-----|---|
| $n_i = 7$ | 7 | EZ7 | 49 | EZ9 | 343 | EZ3 | 2401 | EZ1 | 0 |
| | 16807 | | 117649 | | 823543 | | 5764801 | | 1 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_i = 7^n$ treten in vier Klassen mit den Endziffern: EZ7, EZ9, EZ3, EZ1 auf.

| | | | | | | | | | |
|------------|--------|-----|---------|-----|----------|-----|-----------|-----|---|
| $n_i = 11$ | 11 | EZ1 | 121 | EZ1 | 1331 | EZ1 | 14641 | EZ1 | 0 |
| | 161051 | | 1771561 | | 19487171 | | 214358881 | | 1 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_i = 11^n$ treten allesamt in der Endziffer EZ1 auf.

| | | | | | | | | | |
|------------|--------|-----|---------|-----|----------|-----|-----------|-----|---|
| $n_i = 13$ | 13 | EZ1 | 169 | EZ9 | 2197 | EZ7 | 28561 | EZ1 | 0 |
| | 371293 | | 4826809 | | 62748517 | | 815730721 | | 1 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_i = 13^n$ treten in vier Klassen mit den Endziffern: EZ3, EZ9, EZ7, EZ1 auf.

| | | | | | | | | | |
|------------|---------|--|----------|--|-----------|--|------------|--|---|
| $n_i = 17$ | 17 | | 289 | | 4913 | | 83521 | | 0 |
| | 1419857 | | 24137569 | | 410338673 | | 6975757441 | | 1 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_i = 17^n$ haben eine gleiche Klassenteilung in vier Klassen mit der Folge der Endziffern: EZ7, EZ9, EZ3, EZ1 wie die ungeraden Zahlen $n_i = 7^n$.

| | | | | | | | | | |
|------------|---------|--|----------|--|-----------|--|-------------|--|---|
| $n_i = 19$ | 19 | | 361 | | 6859 | | 130321 | | 0 |
| | 2476099 | | 47045881 | | 893871739 | | 16983563041 | | 1 |

Anmerkung: Die ungeraden Zahlen $n_i = 19^n$ treten in zwei Klassen mit den Endziffern: EZ9, EZ1 auf.

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. Aus Tab. 74 folgt, dass alle Potenzen der Primzahlen $p \geq 3$ mit den Endziffern: 1, 3, 7, 9 eine gleiche Teilung in Klassen mit den folgenden zyklisch aufeinander folgenden Endziffern vermitteln:

| | |
|--------------------|--|
| EZ1: | $p := 11, 31, 41, 71, 101, \dots$ |
| EZ3, EZ9, EZ7, EZ1 | $p := 3, 13, 23, 53, 73, 103, \dots$ |
| EZ5 | $p = 5$ und alle $n_i = 5 \times (p_i := 3, 7, 11, \dots)$ |
| EZ7, EZ9, EZ3, EZ1 | $p := 7, 17, 37, 47, 67, 97, \dots$ |
| EZ9, EZ1 | $p := 19, 29, 59, 79, 109, \dots$ |

2. Die hier nachgewiesene Klassenteilung der ungeraden Zahlen der Potenzen: p^n kommt eine wichtige Bedeutung für die Generierung von Primzahlen der Typen: SM_p und SF_p .
3. Zunächst ist es (leicht) verständlich, dass sich aus ungeraden Zahlen: n_i mit der Endziffer EZ7 niemals Primzahlen vom Typ SM_p ergeben können, da ungerade Zahlen mit der EZ7 nach Abzug der Zahl 2 zu ungeraden nicht prime Zahlen mit der Endziffer EZ5 mutieren. Aus ungeraden nicht primen Zahlen mit der Endziffer EZ7 können hingegen zu Primzahlen vom Typ SF_p mutieren.

4. Alle ungeraden Zahlen (n_u), mit der Endziffer EZ3 können niemals zu Primzahlen vom Typ SF_p mutieren, da sich durch die Addition der Zahl $n_g = 2$ stets nicht prime ungerade Zahlen mit der Endziffer EZ5 gebildet werden.
5. Ungeraden Zahlen (n_u) mit den Endziffern: EZ1, EZ5 und EZ9 können hingegen (fallweise) durch die Addition bzw. Subtraktion der Zahl $n_g = 2$ zu Primzahlen der Typen: SF_p und SM_p mutieren und dabei fallweise. Zwillinge mod 4 ergeben.
6. Der hier festgestellte Sachverhalt, dass nur ungerade nicht prime Zahlen n_u mit den Endziffern: EZ5, EZ9 und EZ1 inmitten von Zwillingen mod 4 situiert sein können, findet seine Bestätigung in den Bildungsgesetzen der Folge 1, Folge 2 und der Folge 3 der Zwillinge mod 4 - siehe Tab. 26.

Unter Einsatz der nachfolgenden MuPAD-Test - Methode wurden in Tab. 75 zahlreiche Primzahlen vom Typ: SM_p und SF_p generiert:

Test für Primzahlen vom Typ SM_p :

```
for i from -ng,1 to +ng,2 do: if isprime (pi-2) then print
("i", pi, i, " = " pi - 2) end_if: end_for:
```

Test für Primzahlen vom Typ SF_p :

```
for i from -ng,1 to +ng,2 do: if isprime (pi+2) then print
("i", pi, " = " pi + 2) end_if: end_for:
```

In Tab. 75 wurden auch die Potenzen ungerader nicht primer Zahlen ($n_u = \prod p_i$, $p_i := 3, 5, \dots$) in die o.g. Testformeln eingesetzt, die die in Tab. 74 deduzierten Randbedingungen erfüllen.

Für ungerade Zahlen, die in Zwillingen mod 4 situiert sein können, wurden schließlich in Tab. 76 nach der folgenden MuPAD-Test - Methode zahlreiche Primzahlen: SM_p und SF_p bestimmt, die innerhalb von Zwillingen mod 4 - vom Typ: (SM_p, SF_p) situiert sind:

Test für Zwillinge mod 4:

```
for i from -ng,1 to +ng,2 do: if (isprime ( nui - 2) and isprim ( nui + 2))
then print (("i", nui, i, " = ", nui ", nui + 2 )) end_if: end_for:
```

Tab. 75 Die Bestimmung von Primzahlen vom Typ SM_p und SF_p :

| $n_u :=$ | :EZ: | $SM_p =$ | Dezimalstellen:= | $n_u :=$ | EZ: | $SF_p =$ | Dezimalstellen |
|---------------|------|-------------|------------------|--------------|-----|--------------|----------------|
| $3^2 - 2$ | 7 | <u>7</u> | 1 | $3^1 + 2$ | 5 | 5 | 1 |
| $3^4 - 2$ | 9 | <u>79</u> | 2 | $3^2 + 2$ | 1 | <u>11</u> | 2 |
| $3^5 - 2$ | 1 | 241 | 3 | $3^3 + 2$ | 9 | 29 | 2 |
| $3^6 - 2$ | 7 | 727 | 3 | $3^4 + 2$ | 3 | <u>83</u> | 2 |
| $3^9 - 2$ | 1 | 19681 | 5 | $3^8 + 2$ | 3 | 6563 | 4 |
| $3^{22} - 2$ | 7 | 31381059607 | 11 | $3^{10} + 2$ | 1 | 59051 | 5 |
| $3^{37} - 2$ | 1 | | 18 | $3^{14} + 2$ | 1 | 4782971 | 7 |
| $3^{41} - 2$ | 1 | | 20 | $3^{15} + 2$ | 9 | 14348909 | 8 |
| $3^{90} - 2$ | 7 | | 43 | $3^{24} + 2$ | 3 | 282429536483 | 12 |
| $3^{102} - 2$ | 7 | | 49 | $3^{36} + 2$ | 3 | | 18 |

Tab. 75 Fortsetzung

| $n_u :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen | $n_u :=$ | EZ: | SF_p | Dezimalstellen |
|----------------|-----|--------|----------------|----------------|-----|--------|----------------|
| $3^{105} - 2$ | 1 | | 51 | $3^{63} + 2$ | 9 | | 31 |
| $3^{317} - 2$ | 1 | | 152 | $3^{98} + 2$ | 1 | | 47 |
| $3^{520} - 2$ | 9 | | 249 | $3^{110} + 2$ | 1 | | 53 |
| $3^{541} - 2$ | 1 | | 259 | $3^{123} + 2$ | 9 | | 59 |
| $3^{561} - 2$ | 1 | | 268 | $3^{126} + 2$ | 1 | | 61 |
| $3^{648} - 2$ | 9 | | 310 | $3^{139} + 2$ | 9 | | 67 |
| $3^{780} - 2$ | 9 | | 373 | $3^{235} + 2$ | 9 | | 113 |
| $3^{786} - 2$ | 7 | | 380 | $3^{243} + 2$ | 9 | | 116 |
| $3^{957} - 2$ | 1 | | 458 | $3^{315} + 2$ | 9 | | 151 |
| $3^{1353} - 2$ | 1 | | 646 | $3^{363} + 2$ | 9 | | 174 |
| $3^{2224} - 2$ | 9 | | 1062 | $3^{391} + 2$ | 9 | | 176 |
| | | | | $3^{494} + 2$ | 1 | | 236 |
| | | | | $3^{1131} + 2$ | 9 | | 540 |
| | | | | $3^{1220} + 2$ | 3 | | 583 |

Anmerkungen:
 Im betrachteten Intervall treten wesentlich mehr Primzahlen SF_p auf. Die Primzahlen $SM_p = 7$, $SF_p = 11$ und $SM_p = 79$, $SF_p = 83$ bilden Zwillinge mod 4, in Folge 2. und Folge 3.

| $n_u :=$ | EZ:= | SM_p | Dezimalstellen | $n_u :=$ | EZ: | SF_p | Dezimalstellen: |
|----------------|------|------------|----------------|---------------|-----|--------------|-----------------|
| $5^1 - 2$ | 3 | <u>3</u> | 1 | $5^1 + 2$ | 7 | <u>7</u> | 1 |
| $5^2 - 2$ | 3 | 23 | 2 | $5^3 + 2$ | 7 | 127 | 3 |
| $5^{14} - 2$ | 3 | 6103515623 | 10 | $5^{17} + 2$ | 7 | 762939453127 | 12 |
| $5^{26} - 2$ | 3 | | 19 | $5^{143} + 2$ | 7 | | 99 |
| $5^{50} - 2$ | 3 | | 35 | $5^{261} + 2$ | 7 | | 103 |
| $5^{126} - 2$ | 3 | | 88 | $5^{551} + 2$ | 7 | | 386 |
| $5^{144} - 2$ | 3 | | 100 | | | | |
| $5^{260} - 2$ | 3 | | 182 | | | | |
| $5^{624} - 2$ | 3 | | 437 | | | | |
| $5^{1424} - 2$ | 3 | | 996 | | | | |

Anmerkungen:
 1. Im Exponenten-Intervall: 1 bis 2000 treten 10 Primzahlen vom Typ SM_p auf und nur 6 Primzahlen vom Typ SF_p .
 2. In diesem Intervall ist ein Zwilling mod 4 ($SM_p = 3$, $SF_p = 7$) situiert.

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- Alle ungeraden Zahlen $n_u = 5^n$ treten in der Endziffer EZ5, so dass alle Primzahlen SM_p in der Endziffer EZ3 auftreten und alle Primzahlen SF_p in der Endziffer EZ7.
- Alle Zwillinge mod 4, die in der Folge $5^n - 2$ und $5^n + 2$ auftreten sind Elemente der Folge 1.

Tab. 75 Fortsetzung

| $n_u :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen: | $n_u :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen: |
|----------------|-----|---------------|-----------------|----------------|-----|-------------|-----------------|
| $7^1 - 2$ | 7 | 7 | 1 | $7^2 - 2$ | 9 | 49 | 2 |
| $7^4 - 2$ | 9 | 2399 | 4 | $7^7 - 2$ | 1 | 823541 | 6 |
| $7^8 - 2$ | 9 | 5764799 | 7 | $7^{12} - 2$ | 9 | 13841287199 | 11 |
| $7^{15} - 2$ | 1 | 4747561509941 | 13 | $7^{28} - 2$ | 9 | | 24 |
| $7^{31} - 2$ | 1 | | 27 | $7^{84} - 2$ | 1 | | 71 |
| $7^{98} - 2$ | 7 | | 83 | $7^{128} - 2$ | 9 | | 97 |
| $7^{238} - 2$ | 7 | | 202 | $7^{302} - 2$ | 7 | | 256 |
| $7^{859} - 2$ | 1 | | 726 | $7^{1508} - 2$ | 9 | | 1275 |
| $7^{1586} - 2$ | 7 | | 1420 | | | | |

Anmerkungen:

1. Im Exponenten-Intervall von 1 bis 20000 treten 17 Primzahlen vom Typ SM_p mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 auf.
2. Primzahlen vom Typ $SF_p = 7^n + 2$ können hingegen nicht auftreten, da alle ungeraden Zahlen hier entweder in der Endziffer: EZ5 auftreten oder durch 3 teilbar sind.

Tab. 75 Fortsetzung

| $n_u :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen | $n_u :=$ | EZ: | SF_p | Dezimalstellen: |
|------------|-----|---------|----------------|----------------|-----|------------|-----------------|
| $11^4 - 2$ | 9 | 14639 | 5 | $11^1 + 2$ | 3 | 13 | 2 |
| $11^6 - 2$ | 9 | 1771559 | 7 | $11^9 + 2$ | 3 | 2357947693 | 10 |
| | | | | $11^{287} + 2$ | 3 | | 220 |

Anmerkungen:

1. Die Primzahlen SM_p und SF_p wurden hier nur im Exponenten-Intervall: 1 bis 1000 analysiert.
2. Es treten (hier) nur zwei Primzahlen SM_p mit der Endziffer EZ9 auf und drei Primzahlen SF_p mit der Endziffer EZ3.
3. Nachdem alle ungeraden Zahlen 11^n in der Endziffer EZ1 auftreten, müssen (offensichtlich) alle Primzahlen $SM_p = 3^n - 2$ in der Endziffer EZ9 und alle Primzahlen $SF_p = 11^n + 2$ in der Endziffer EZ3 auftreten.
4. In höheren Zahlenbereichen können Zwillinge mod 4 vom Typ (SM_p, SF_p) auftreten, die Elemente der Folge 3 mit den Endziffern: EZ9, EZ3 sind. Ein MuPAD-Test ergab, dass im Exponenten-Intervall von 11^1 bis 11^{2000} keine Zwillinge mod 4 situiert sind.
5. Durch MuPAD-Teste kann man jedoch feststellen, dass die Zahlen 11^n in Zwillingen mod 6 und mod 8 in diesem Exponenten-Intervall situiert sein können. Beispiele sind: $11^1 - 4, 11^1 + 2$ (Zwilling mod 6) und $11^1 - 4, 11^1 + 2$ (Zwilling mod 6). und $11^1 - 6, 11^1 + 2$ (ein Zwilling mod 8).

Tab. 75 Fortsetzung

| $n_0 :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen: | $n_0 :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen: |
|----------------|-----|----------------|-----------------|----------------|-----|--------|-----------------|
| $13^1 - 2$ | 1 | 11 | 2 | $13^2 - 2$ | 7 | 167 | 3 |
| $13^4 - 2$ | 9 | 28559 | 5 | $13^5 - 2$ | 1 | 371291 | 6 |
| $13^{12} - 2$ | 9 | 23298085122479 | 9 | $13^{78} - 2$ | 7 | | 87 |
| $13^{80} - 2$ | 9 | | 90 | $13^{90} - 2$ | 7 | | 101 |
| $13^{117} - 2$ | 1 | | 131 | $13^{120} - 2$ | 1 | | 134 |
| $13^{813} - 2$ | 1 | | 758 | | | | |

Anmerkungen:

1. Im Exponentenbereich von $n=1$ bis 1000 sind 11 Primzahlen vom Typ $SM_p = 13^n - 2$ atuiert.
2. Primzahlen vom Typ $SF_p = 13^n + 2$ können nicht auftreten, da diese ungeraden Zahlen entweder die Endziffer EZ5 aufweisen, oder aber ihre Quersummen durch 3 teilbar sind.

Tab. 75 Fortsetzung

| $n_0 :=$ | EZ: | SM_p | Dezimalstellen: | $n_0 :=$ | EZ: | SF_p | Dezimalstellen. |
|---------------|-----|----------|-----------------|----------------|-----|--------|-----------------|
| $17^6 - 2$ | 7 | 24137567 | 8 | $17^1 + 2$ | 9 | 19 | 2 |
| $17^{24} - 2$ | 9 | | 30 | $17^{105} + 2$ | 9 | | 130 |
| $17^{30} - 2$ | 7 | | 37 | $17^{369} + 2$ | 9 | | 376 |

Anmerkungen:

1. Im Exponentenbereich $n = 1$ bis 1000 sind 7 Primzahlen SM_p auf und 3 Primzahlen SF_p
2. Die Zahlen $n_0 = 17^n$ können fallweise in Zwillingen mod 6 bzw. mod 8 situiert sein - z.B. bilden die Zahlen $17^1 - 4$ und $17^1 + 2$ den Zwilling mod 6 (13, 19)

Die Schlussfolgerungen aus Tab. 75:

- 1- Aus Tab. 75 kann zunächst die (wichtige) Schlussfolgerung abgeleitet werden, dass im Bereich der natürlichen Zahlen ($n \rightarrow \infty$) Primzahlen der Typen SM_p und SF_p (die in dieser Monographie als (Semi - Mersennesche und Semi - Fermatsche Zahlen bezeichnet wurden) in einer dominant höheren Zahl auftreten, als die Primzahlen M_p und F_p (von denen bisher nur 42 und 5 bestimmt wurden). Die tiefere Ursache für diesen (einsichtigen) Sachverhalt ist dadurch gegeben, dass es wesentlich mehr ungerade Zahlen (n_0) und ungerade Primzahlen ($p \geq 3$) gibt als die in der Zahlenmenge ($n \rightarrow \infty$) nur verstreut auftretenden geraden Zahlen $n_0 = 2^n$ gibt.
2. In Tab. 76 wird demonstriert, dass Primzahlen vom Typ: SM_p und SF_p im Umfeld beliebig großer ungerader Zahlen $n_0 = \prod p_i (p_i \geq 3)$ und im Umfeld der Potenzen: $(\prod p_i)^n$ dieser Zahlen auftreten.
3. Für die Suche nach (noch größeren) Primzahlen als die bekannte Primzahl $M_{p=42}$ eignet sich deshalb eine Test-Methode, die auf der Suche nach immer größeren Primzahlen der Typen: SM_p und SF_p aufbaut und auf der Methode des Rest-Moduls Null aufbaut.

Tab. 76 Die Auffindung von Primzahlen SM_p und SF_p im Umfeld der Potenzen ungerader Zahlen:
 $n_u = 69 = 3 \cdot 23$ und $n_u = 231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$

| $n_u = 69$ | EZ: SM_p | Dezimalstellen: | $n_u = 69$ | EZ: SF_p | Dezimalstellen: |
|----------------------------------|--------------|-----------------|--|--------------|-----------------|
| <u>$69^1 - 2$</u> | 7 <u>67</u> | 2 | <u>$69^1 + 2$</u> | 1 <u>71</u> | 2 |
| $69^2 - 2$ | 9 4759 | 4 | $69^3 + 2$ | 1 328511 | 6 |
| <u>$69^{13} - 2$</u> | 7 | 24 | $69^4 + 2$ | 3 22667123 | 8 |
| $69^{47} - 2$ | 7 | 87 | <u>$69^{13} + 2$</u> | 1 | 24 |
| $69^{96} - 2$ | 9 | 177 | $69^{43} + 2$ | 1 | 80 |
| $69^{111} - 2$ | 7 | 205 | <u>Anmerkungen:</u> | | |
| $69^{127} - 2$ | 7 | 234 | 1. Im Exponenten-Intervall $n = 1$ bis 500 treten 10 Primzahlen SM_p und 5 Primzahlen SF_p auf. | | |
| $69^{159} - 2$ | 7 | 293 | 2. Die unterstrichenen Primzahlen: $69^1 - 2$, $69^1 + 2$ und $69^{13} - 2$, $69^{13} + 2$ bilden Zwillinge mod 4, die Elemente der Folge 2 sind. | | |
| $69^{161} - 2$ | 7 | 297 | | | |
| $69^{249} - 2$ | 7 | 458 | | | |
| <hr/> | | | | | |
| $n_u = 231$ | EZ: SM_p | Dezimalstellen: | $n_u = 231$ | EZ: SF_p | Dezimalstellen: |
| <u>$231^1 - 2$</u> | 9 <u>229</u> | 3 | <u>$231^1 + 2$</u> | 3 <u>233</u> | 3 |
| $231^2 - 2$ | 9 53359 | 5 | $231^3 + 2$ | 3 12326393 | 8 |
| <u>$231^6 - 2$</u> | 9 | 15 | $231^5 + 2$ | 3 | 12 |
| $231^9 - 2$ | 9 | 22 | $231^6 + 2$ | 3 | 15 |
| $231^{29} - 2$ | 9 | 69 | $231^{12} + 2$ | 3 | 29 |
| <u>$231^{31} - 2$</u> | 9 | 74 | $231^{20} + 2$ | 3 | 48 |
| $231^{44} - 2$ | 9 | 104 | <u>$231^{27} + 2$</u> | 3 | 64 |
| <u>$231^{47} - 2$</u> | 9 | 113 | <u>$231^{31} + 2$</u> | 3 | 74 |
| $231^{85} - 2$ | 9 | 201 | <u>$231^{47} + 2$</u> | 3 | 113 |
| $231^{113} - 2$ | 9 | 268 | <u>Anmerkungen:</u> | | |
| $231^{199} - 2$ | 9 | 471 | Im Exponenten-Intervall $n = 1$ bis 300 treten 12 Primzahlen SM_p und 9 Primzahlen SF_p auf, von denen 4 Zwillinge mod 4 bilden, die allesamt Elemente der Folge 3 sind. | | |
| $231^{261} - 2$ | 9 | 617 | | | |

Die Schlussfolgerungen aus Tab. 76:

1. In den "Exponenten-Folgen" beliebiger ungerader Zahlen: $n_u \wedge n$ treten stets Primzahlen der Typen SM_p und SF_p auf.
2. Fallweise bilden diese Primzahlen SM_p und SF_p Zwillinge mod 4 - diese wurden in Tab. 76 durch Unterstreichung markiert.

Aus dem Studium der Anlagen: **Anlage 4** bis **Anlage 12**, das dem Leser empfohlen wird, ergeben sich weitere wichtige Erkenntnisse, die für die Bestimmung von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ wichtig sind, wie auch für die Bestimmung von Primzahlen mit definierten Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9-

In **Anlage 4** wurden die Primzahlen SM_p und SF_p , die fallweise Zwillinge mod 4 bilden, mit dem MuPAD - Test- Programm für definierte Zahlen-Intervalle generiert und ausgewertet.

Aus **Anlage 4** ergeben sich wichtige Erkenntnisse und Bestätigungen der bereits erkannten Gesetze, die nachfolgend zitiert werden:

- Erkenntnis 1: Die Primzahlen SM_p und SF_p treten in den drei Folgen: *Folge 1, Folge 2, Folge 3* in unendlicher Zahl auf und bilden unendlich viele Zwillinge mod 4.
- Erkenntnis 2: Alle Zwillinge mod 4 werden aus Primzahlen (SM_p , SF_p) gebildet, die stets Elemente der Obergruppe OG I, Rest 1 oder OG II, Rest 3 sind.
- Erkenntnis 3: In wachsenden Zahlen-Bereichen ($n \rightarrow \infty$) erfüllen die Primzahlen SM_p und SF_p sowie die aus ihnen gebildeten Zwillinge mod 4 das Asymptote-Gesetz.
- Erkenntnis 4: Die Primzahlen SM_p und SF_p treten in sechs Ordnungs-Folgen auf und die aus ihnen gebildeten Zwillinge mod 4 in drei weiteren Ordnungs-Folgen.
- Erkenntnis 5: Die neun Ordnungs-Folgen, in denen die Primzahlen SM_p , SF_p und die aus ihnen gebildeten Zwillinge mod 4 auftreten, können die Basis für eine sehr effektive Daten-Verschlüsselung mit einer breiten Anwendung bilden, da diese (neun) Ordnungs-Folgen (ähnlich wie die Dezimal-Zahlen: $n:= 1$ bis 100, $n = 101$ bis 200 usw.) in Abschnitten "genutzt" werden können.

In **Anlage 5** wurden die Primzahlen CM_p und SF_p , die fallweise Zwillinge mod 2 bilden, mit dem MuPAD - Test - Programm für definierte Zahlen-Intervalle generiert und ausgewertet.

Aus **Anlage 5** ergeben sich (analoge) wichtige Erkenntnisse, die bereits für die Primzahlen SM_p , SF_p und die aus diesen Primzahlen gebildeten Zwillinge mod 4 aufgezählt wurden.

In **Anlage 6** wurden die Primzahlen CM_p und CF_p und die aus ihnen gebildeten Zwillinge mod 6 mit dem MuPAD - Test - Programm in verschiedenen Zahlen-Intervallen generiert und in analogen Ordnungs-Folgen präsentiert.

In **Anlage 7** wurden die Primzahlen SM_p und SF_p und die aus ihnen fallweise kreierten Zwillinge mod 8 mit dem MuPAD - Test - Programm für verschiedene Zahlen-Intervalle generiert.

In **Anlage 8** wurden die in den vier Folgen: *Folge 1, Folge 2, Folge 3* und *Folge 4* auftretenden Primzahlen CM_p und CF_p und die aus ihnen fallweise kreierten Zwillinge mod 10 mit dem MuPAD - Test - Programm für verschiedene Zahlen-Bereiche generiert.

In **Anlage 9** wurden die in den vier Folgen: *Folge 1, Folge 2, Folge 3* und *Folge 4* auftretenden Primzahlen CM_p und CF_p und die aus ihnen fallweise kreierten Zwillinge mod 20 mit dem MuPAD - Test - Programm für verschiedene Zahlen-Bereiche generiert.

In **Anlage 10** wurden die Zwillinge mod 2 und mod 6 bestimmt, die in definierten Intervallen der Potenz-Folgen: 6^n , 14^n und 18^n situiert sind. Bei der Bestimmung dieser Zwillinge wurden die erweiterten Beweis-Gleichungen des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie nutzbar angewendet.

In **Anlage 11** wurden zahlreiche Primzahl-Folgen in definierten Intervallen in den Umgebungen diverser Zahlen (n_g) und (n_u) und zahlreiche Zwillings-Folgen diverser Modularität mit dem MuPAD-Testprogramm abgeleitet und die hier auftretenden Gesetzmäßigkeiten kommentiert.

In **Anlage 12** wurden drei Methoden für die Bestimmung von Primzahlen mit definierten Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 und für die Bestimmung von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ mit dem MuPAD - Testprogramm vorgestellt und kommentiert:

- Methode 1: - die "vertikale Methode",
- Methode 2: - die "horizontale Methode"
- Methode 3: - die "horizontale Methode mit definierten Endziffern der Primzahlen"

Diese Methoden wurden in der **Anlage 12** eingehend kommentiert und ihre Vorteile an zahlreichen Beispielen herausgestellt. Es konnte dabei der Nachweis erbracht werden, dass sich für die Bestimmung sehr großer Primzahlen die Methode 3 am besten eignet. Beim Einsatz der Methode 3 genügt der Einsatz von einigen Hundert Rechnern, um die größte (noch unbekannte) Primzahl und dies noch mit einer vorgegebenen Endziffer zu bestimmen.

In der **Anlage 13** wurden die tieferen (noch unbekannt) Ursachen für das Asymptote-Gesetz und für die Schwankungen der Primzahl-Dichten als eine zwingende Folge von Gesetz 1 und Gesetz 2 der Faktor-Zerlegung von Zahlen $n \in \mathbb{N}$ herausgestellt.

19. Die Suche nach optimalen Methoden für die Generierung sehr großer Primzahlen mit vorgegebenen Endziffern:

In **Anlage 12** wurden drei Methoden für die Bestimmung von Primzahlen mit den (vorgegebenen) Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 und von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ eingeführt und kommentiert. Die in **Anlage 12** analysierte Methode 3 (die "horizontale Methode mit definierten Endziffern der Primzahlen") hat sich dabei im Vergleich zu der Methode 1 (der "vertikalen Methode" der Suche nach besonders großen Primzahlen) als strategisch optimalere Methode erwiesen.

Hieraus ergibt sich die Schlussfolgerung, dass die dem GIMPS-Projekt zugrunde liegende Rechen-Methode auf die "horizontale Methode mit definierten Endziffern der Primzahlen" angepasst werden sollte. Alle näheren Informationen, die diesen Sachverhalt belegen, können der **Anlage 12** entnommen werden. In der **Anlage 12** wurde auch die 2918-stellige Primzahl $p = 2^{9691+6461}$ mit der vorgegebenen Endziffer EZ9 mit einem (entsprechend programmierten) MuPAD - Test gefunden.

In den Anlagen: **Anlage 4**, **Anlage 5**, **Anlage 6**, **Anlage 7**, **Anlage 8**, **Anlage 9**, **Anlage 10** und **Anlage 11** wurden des weiteren die Grundlagen der zahlreichen Ordnungs-Folgen vorgestellt, in denen die Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ in den "Weiten" der natürlichen Zahlen ($n \rightarrow \infty$) auftreten.

Diese Ordnungs-Folgen können in Abschnitte von Nummern-Folgen gegliedert werden und damit für eine (bisher unbekannt) und sichere) Daten-Verschlüsselung genutzt werden.

20. Zusammenfassung und Ausblick:

In der vorgestellten Monographie wurden zahlreiche bisher in der Primzahl-Theorie noch unbekannte Ordnungsstrukturen und Gesetzmäßigkeiten unter Beweis gestellt, die in der unendlichen Folge der Primzahlen $p := 2, 3, 5, 7, 11, \dots, p_n, \dots, (p \rightarrow p_\infty)$ immanent gelten.

Hierzu zählen:

1. Die Gliederung aller Primzahlen in zwei Obergruppen OG I und OG II, in denen gleich viele Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9, Rest 1 und Rest 3 auftreten, und 8 unendliche Dirichlet - Progressionen bilden.
2. Die Erweiterung der von Euklid stammenden Beweis-Gleichung des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie zu vier Beweis-Gleichungen - siehe die nachfolgende **Tab. 1**

Tab. 1 Die vier Beweis-Gleichungen des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie

| | |
|--|--|
| <u>Gleichung 1:</u> $p = n_g + 1, +3, +5, \dots$ | <u>Gleichung 2:</u> $p = n_g - 1, -3, -5, \dots$ |
| <u>Gleichung 3:</u> $p = n_u + 2, +4, +6, \dots$ | <u>Gleichung 4:</u> $p = n_u - 2, -4, -6, \dots$ |

3. Die Gliederung der Zwillinge mod $2n, n \geq 1$ in charakteristischen und invarianten unendlichen Folgen: *Folge 1, Folge 2, Folge 3* und fallweise in *Folge 4* - siehe die nachfolgende **Tab. 2**

Tab. 2 Die Folge-Gleichungen der Zwillinge mod $2n, n \geq 1$

| Zwillinge mod:= | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | <i>Folge 4</i> |
|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Zwillinge mod 2: | $12 + 30n$ | $18 + 30n$ | $30 + 30n$ | |
| Zwillinge mod 4 | $5 + 10n$ | $9 + 10n$ | $11 + 10n$ | |
| Zwillinge mod 6 | $10 + 10n$ | $14 + 10n$ | $16 + 10n$ | |
| Zwillinge mod 8 | $7 + 10n$ | $13 + 10n$ | $15 + 10n$ | |
| Zwillinge mod 10 | $6 + 10n$ | $8 + 10n$ | $12 + 10n$ | $14 + 10n$ |
| Zwillinge mod 100 | $51 + 10n$ | $53 + 10n$ | $57 + 10n$ | $59 + 10n$ |

Nachdem die in **Tab. 2** angeführten *Folgen* Dirichlet - Progressionen bilden, liegt der Beweis vor, dass alle Zwillinge mod $2n, n \geq 1$ in einer unendlichen Zahl auftreten und dabei Ordnungsfolgen bilden, die für eine hochgradige Daten-Verschlüsselung nutzbar sind.

4. Es wurde der Nachweis erbracht, dass die geraden Zahlen $n_g = 2^n$ in vier unendlichen Folgen gemäß **Tab. 3** auftreten, in denen die Endziffern sich zyklisch wiederholen.

Tab. 3 Die Folgen in denen die Zahlen $n_g = 2^n (n \rightarrow \infty)$ auftreten:

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | <i>Folge 4</i> |
| $2^{1+4n}, EZ2$ | $2^{2+4n}, EZ4$ | $2^{3+4n}, EZ8$ | $2^{4+4n}, EZ6$ |

5. An zahlreichen Beispielen wurden die Gesetze der Faktor-Zerlegungen der Zahlen vom Typ:

$$n_a = (n_g = \prod p_i (p_i = 2 \text{ bis } p_n)) \pm n_b \text{ und } n_a = (n_b = \prod p_i, p_i > 2) \pm n_g$$

analysiert (von Gesetz 1 und Gesetz 2) und die Kriterien für die Bildung von Primzahlen abgeleitet, die in den Umgebungen der Zahlen n_g bzw. n_b (fallweise) auftreten können.

6. Für die Zahlen $n_g = 2^n \pm n_b$ (für konstante Werte der ungeraden Zahl n_b) wird bekanntlich bisher nur das "vertikale Testverfahren" für die Bestimmung von Primzahlen mit definierter Endziffer bei der Suche nach Mersenne'schen Primzahlen eingesetzt. Diese Methode findet im GIMPs - Projekt Anwendung, die dafür Millionen von PC-Rechnern weltweit beschäftigt und auf dem Restmodul - Kalkül - mod 0. basiert.

Das in dieser Monographie eingeführte und erprobte "horizontale Testverfahren" für die Bestimmung großer Primzahlen mit definierten Endziffern im Intervall: $2^n \pm i$, benötigt jedoch nur einige Hundert PC-Rechner, denen definierte "Abstands-Zahlen: $\pm n_b$ aus dem Intervall $i := 0$ bis m vorgegeben werden.

Die "horizontale Testmethode" erlaubt es daher sehr große Primzahlen beim Einsatz parallel arbeitender Rechner zu bestimmen. Diese Testmethode erweist sich gegenüber der GIMPs - Methode daher als ein wesentlich schnelleres Verfahren.

Ein wichtiges Ergebnis, das im Rahmen dieser Monographie abgeleitet werden könnte, betrifft die Gesetzmäßigkeit, von der die Schwankungen der Primzahl-Dichten in großen Zahlen- Intervallen abhängig sind. Die hier gewonnenen Erkenntnisse geben Anlass zu der Vermutung, dass die von Gauß und Riemann eingeführten Gleichungen:

$$\pi(n) \approx n / \ln(n) \approx \text{li}(n) \quad \dots \text{ die von Gauß stammenden Gleichungen}$$

$$R(n) = 1 + \sum_{k=1}^{k=\infty} (1/k \zeta(k+1) \cdot (\ln(n)^k) / k!) \quad \dots \text{ die von Riemann stammenden Gleichungen}$$

$$\zeta(z) = 1 + 1/2^z + 1/3^z + 1/4^z + \dots$$

die Zahl der Primzahlen $\pi(n)$ nur annähernd bestimmen. Aus diesen Gleichungen können auch nicht die in großen Intervallen: Δn auftretenden Zuwächse $\Delta\pi(\Delta n)$ der Primzahlen bestimmt werden.

Aus den hier angestellten Untersuchungen geht hervor, dass es sehr große Zahlen-Intervalle Δn gibt, in denen gar keine Primzahl-Zuwächse erfolgen, in denen also die Beziehung: $\Delta\pi(\Delta n) = 0$ gilt. Sofern man dann die Gauß-Gleichung in der Form: $\pi(n + \Delta n) = \pi(n) \approx (n + \Delta n) / \ln(n + \Delta n)$ notiert, gelangt man zu höheren Werte für $\pi(n + \Delta n)$, die sich aus dem Quotienten: $(n + \Delta n) / \ln(n + \Delta n)$ ergeben.

Wenn man z.B. von der Fakultät $\prod p_i = 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p_n = M_{p, 42})$ ausgeht, in der alle Primzahlen bis zu der größten bekannten Mersenne-Primzahl $M_{p, 42}$ auftreten, die 7.816.230 Dezimalstellen hat, gelangt man zu einem primzahlfreien Intervall von rd. $\Delta n \geq 20.000.000$. Aus der Gleichung von Gauß ergibt sich dann ein eindeutig zu hoher Wert für die Zahl der Primzahlen im Bereich: $\pi(n + \Delta n)$.

Seitens des Verfassers besteht deshalb auch die Vermutung, dass weitergehende Untersuchungen die Riemann'sche Vermutung ebenfalls nur als eine gute Annäherung beweisen können, die annähernd die variierenden Primzahl-Dichten in den Umgebungen der Zahlen $n = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5} \cdot \dots \cdot p^{a_p}$ erfasst, jedoch nicht exakt bestimmen kann, da die Summenzahl $\pi(n)$ eine asymptotisch fallende Treppen-Funktion darstellt, die auch von der Riemann'schen Zeta-Funktion nicht nachgebildet werden kann.

Nachdem (inzwischen) sowohl die Goldbach'sche Vermutung, als auch die Zwillings-Vermutung unter Beweis gestellt werden konnten, wie auch die Vermutung, dass es unendlich viele Mersenne- und Fermat - Primzahlen gibt, konnte über den Wahrheitswert der Riemann'schen Vermutung hingegen noch keine abschließende Erkenntnis gewonnen werden.

Aus den hier vorgestellten Untersuchungen resultiert die Empfehlung das GIMPs-Projekt derart zu erweitern, dass auf der Basis der "Restklassen - modulo Null Methode" auch sehr große Primzahlen mit den Endziffern: EZ3 und EZ9 im Umfeld extrem hoher gerader Zahlen $n_p = 2^n (n \rightarrow \infty)$ bestimmt werden können. Des weiteren sollte diese Restklassen - Methode auch auf sehr große ungerade Zahlen $p^n (n \rightarrow \infty)$, $p := 3, 5, 7, \dots p_n$ erweitert werden.

Aus der Erweiterung des in Kapitel 1 zitierten Hauptsatzes der Primzahl-Theorie resultieren nämlich unendlich viele extrem große Primzahlen vom Typ:

$$p_{n \rightarrow \infty} = p^n (n \rightarrow \infty) + 2 \quad \text{und} \quad p_{n \rightarrow \infty} = p^n (n \rightarrow \infty) - 2$$

Aus dem im Rahmen dieser Monographie erbrachten Beweis, dass alle Zwillinge $\text{mod } 2n$, $n \geq 2$ in einer unendlichen Zahl innerhalb eindeutig definierter Dirichlet-Progressionen auftreten, ergeben sich des weiteren wichtige (neue) Aspekte für eine gesicherte Daten-Verschlüsselung unter Einsatz der sehr empfehlenswerten MuPAD - Testmethode.

Auf diese Thematik konnte im Rahmen dieser Monographie jedoch nicht erschöpfend eingegangen werden. Unternehmen und Teams, die an hochgradig gesicherter Daten-Verschlüsselung besonders interessiert sind, können deshalb mit dem Verfasser einen direkten Kontakt aufnehmen.

Bochum, im April 2006

Der Verfasser: Dr. Georg Viktor Cwienk

21. Anlagen - Verzeichnis

1. Anlage 1
Die Ordnungsfolge der ungeraden Primzahlen von $p = 3$ bis $p = 99.991$ und die Folge der ersten 1224 (markiert hervorgehobenen) Zwillinge mod 2 - 19 Seiten
2. Anlage 2
Die geordneten Folgen der Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6, mod 8, mod 10 und mod 100, die im Zahlen-Intervall: 0 bis 10.000 auftreten - 13 Seiten
3. Anlage 3
Die geordneten Folgen der Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6, mod 8, mod 10 und mod 100, die im (verschobenen) Zahlen-Intervall: 1.000.000 bis 1.010.000 auftreten - 7 Seiten
4. Anlage 4
Die Bestimmung der Primzahlen in der Umgebung der Zahl $n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 251$ im Zahlen-Intervall: $n_g - 3000$ bis $n_g + 3000$ mit dem MuPAD - Testverfahren - 12 Seiten
5. Anlage 5
Die Generierung von Primzahlen vom Typ CM_p und CF_p mit dem MuPAD - Testprogramm und die Bestimmung von Zwillingen mod 2 in Folge 1, Folge 2, Folge 3 - 21 Seiten
6. Anlage 6
Die Generierung von Primzahlen vom Typ CM_p , CF_p und der aus ihnen kreierten Zwillinge mod 6 mit dem MuPAD - Testprogramm - 11 Seiten
7. Anlage 7
Die Bestimmung der Primzahlen SM_p und SF_p und der Zwillinge mod 8 in den Intervallen $i := 0$ bis 30 und $i := 10^{350}$ bis $10^{350} + 2000$ - 10 Seiten
8. Anlage 8
Die Bestimmung der Primzahlen CM_p und CF_p sowie der Zwillinge mod 10, die in unterschiedlichen Intervallen $i := 0$ bis 30 und $i := 10^{150}$ bis $10^{150} + 2000$ situiert sind mit dem MuPAD - Testprogramm - 13 Seiten
9. Anlage 9
Die Generierung von Primzahlen vom Typ SM_p , SF_p und von Zwillingen mod 20, die in den vier Folgen: Folge 1, Folge 2, Folge 3, Folge 4 auftreten mit dem MuPAD - Test - 14 Seiten
10. Anlage 10
Die Bestimmung der Zwillinge mod 2 und mod 6 in den Potenz - Folgen: 6^n , 14^n und 18^n mit dem MuPAD - Testprogramm - 7 Seiten
11. Anlage 11
Die erweiterten Beweisgleichungen des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie führen zu drei Methoden für die Bestimmung von Primzahlen und Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ - 20 Seiten
12. Anlage 12 - Die Bestimmung von Primzahlen mit definierten Endziffern: EZ1, ET3, EZ7, EZ9 und von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$ in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ mit dem MuPAD - Testprogramm - 31 Seiten
13. Anlage 13 - Die Ursachen für das Asymptote-Gesetz und die Schwankungen der Primzahl - Dichten, die durch Gesetz 1 und Gesetz 2 der Faktor-Zerlegung von Zahlen $n \in \mathbb{N}$ bedingt sind - 7 Seiten

22. Verzeichnis der verwendeten PC - Testprogramme

1. PC-Test zur Bestimmung der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ in wählbaren Zahlen-Intervallen, *)
2. PC-Test zur Bestimmung der geordneten Folgen von Primzahlen der Klassen 1 bis 8, *)
in wählbaren Zahlen-Intervallen
3. PC- Primzahl-Testung für Zahlen bis zu 16 Dezimalstellen
4. PC - Primzahl - Tester für Zahlen bis zu 29 Dezimalstellen
5. PC - MuPAD, Pro - Programm für die Faktor - Zerlegung von Zahlen
6. PC -MuPAD, Pro - Programm für die Bestimmung von Primzahlen

*) Diese PC- Programme können beim Verlag bestellt werden

23. Literaturhinweise

- /1 / Richard Courant
Herbert Robinson *Was ist Mathematik - Zweite Auflage*
(Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York - 1967)
- /2 / Heinrich Tietze *Gelöste und ungelöste mathematische Probleme aus alter
und neuer Zeit - Band 1 (d.t.v wissenschaft, 1982)*
- /3 / P.S. Alexandrow
A. Markuschewitsch
A.J. Chintschin *Enzyklopädie der Elementarmathematik - Band 1*
(VEB-Verlag, Berlin 1972)
- /4 / Behnke
Bachmann
Fladt, Süß *Grundzüge der Mathematik*
(Göttingen, Vandenhoeck, Ruprecht, 1966)
- /5 / E. Grosswald *Topics from the Theory of Numbers*
(New York, Mac-Millan, 1966)
- /6 / D.N. Lehmer *List of Prime Numbers from 1 to 10.006.721*
(Washington, Publication No. 163, 1914)
- /7 / H. Zassenhaus *Über die Existenz von Primzahlen in arithmetischen Progressionen*
(Comment Helvetici 22, 1949)
- /8 / K. Prachar *Primzahlverteilungen, Grundlehren 91*
(Berlin, 1957, Springer Verlag)
- /9 / D. Zagier *Die ersten 50 Millionen Primzahlen*
(Elemente der Mathematik, Beiheft Nr. 15, 1977)
- /10 / L.A. Steen *Order from Chaos (Science News, 1975)*
- /11 / Ph. J. Davis,
R. Hersch *Erfahrung Mathematik*
(Birkhäuser Verlag Basel, Boston, Berlin - 1994)
- /12 / Fr. Padberg *Elementare Zahlentheorie (Herder Verlag Freiburg, 1972)*
- /13 / E. Zeidler
(Herausgeber) *Teubner - Taschenbuch der Mathematik*
(B. G. Teubner Verlag, stuttgart. leipzig, 1996)
- /14 / Marcus du Sautoy *Musiik der Primzahlen*
(C. H. Beck-Verlag, 2004)
- /15 / Hans Riesel *Prime numbers and computer methods for factorization*
(Birkhhäuser, Boston, 1994)
- /16 / G. V. Cwienk *Der Beweis der Goldbach'schen Vermutung - Die verborgenen
Eigenschaften von Primzahlzwillingen mod $2n$, $n \geq 1$*

Die erweiterten Dirichlet - Progressionen:

- OG I: Klasse 1, EZ1, Rest 1:= 41 + 20n ... 41, 61, 101, ...
 Klasse 2, EZ3, Rest 1:= 13 + 20n ... 13, 53, 73, ...
 Klasse 3, EZ7, Rest 1:= 17 + 20n ... 17, 37, 97, ...
 Klasse 4, EZ9, Rest 1:= 29 + 20n ... 29, 89, 109, ...
- OG II: Klasse 5, EZ1, Rest 3:= 11 + 20n ... 11, 31, 71, ...
 Klasse 6, EZ3, Rest 3:= 3 + 20n ... 3, 23, 43, ...
 Klasse 7, EZ7, Rest 3:= 7 + 20n ... 7, 47, 67, ...
 Klasse 8, EZ9, Rest 3:= 19 + 20n ... 19, 59, 79, ...

Die Bildungs-Gesetze der *Folgen* in denen Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ auftreten

| Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$: | Folge 1 | Folge 2 | Folge 3 | Folge 4 |
|-----------------------------------|------------|------------|------------|------------|
| Zwillinge mod 2: | $12 + 30n$ | $18 + 30n$ | $30 + 30n$ | ----- |
| Zwillinge mod 4: | $5 + 10n$ | $9 + 10n$ | $11 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 6: | $14 + 10n$ | $16 + 10n$ | $10 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 8: | $7 + 10n$ | $13 + 10n$ | $15 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 10: | $6 + 10n$ | $8 + 10n$ | $12 + 10n$ | $14 + 10n$ |
| Zwillinge mod 12: | $7 + 10n$ | $13 + 10n$ | $15 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 14: | $10 + 10n$ | $14 + 10n$ | $16 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 16: | $9 + 10n$ | $11 + 10n$ | $15 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 18: | $10 + 10n$ | $12 + 10n$ | $18 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 20: | $11 + 10n$ | $13 + 10n$ | $17 + 10n$ | $19 + 10n$ |
| Zwillinge mod 100: | $51 + 10n$ | $53 + 10n$ | $57 + 10n$ | $59 + 10n$ |

Die erweiterten Gleichungen für den Beweis des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie:

1. Gleichung: $p = n_g + 1, + 3, +5, \dots, + (n_u = p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$
2. Gleichung: $p = n_g - 1, - 3, -5, \dots, - (n_u = p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$
3. Gleichung: $p = n_u + 2, +4, +6, \dots, + (n_g = 2 \cdot p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$
4. Gleichung: $p = n_u - 2, - 4, - 6, \dots, - (n_g = 2 \cdot p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$

Primzahlen die in den addierten bzw. subtrahierten geraden bzw. ungeraden Zahlen als Faktoren auftreten, dürfen in den vorgegebenen geraden bzw. ungeraden Zahlen nicht auftreten. Unter dieser Prämisse ergeben sich fallweise aus den vier Gleichungen prime Zahlen oder aber Zahlen, in denen Primzahl-Faktoren mit größeren Primzahlen als die Primzahlen, die in den Zahlen: n_g bzw. n_u auftreten.

Primzahlen

| | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 |
| 29 | 31 | 37 | 41 | 43 | 47 | 53 | 59 |
| 61 | 67 | 71 | 73 | 79 | 83 | 89 | 97 |
| 101 | 103 | 107 | 109 | 113 | 127 | 131 | 137 |
| 139 | 149 | 151 | 157 | 163 | 167 | 173 | 179 |
| 181 | 191 | 193 | 197 | 199 | 211 | 223 | 227 |
| 229 | 233 | 239 | 241 | 251 | 257 | 263 | 269 |
| 271 | 277 | 281 | 283 | 293 | 307 | 311 | 313 |
| 317 | 331 | 337 | 347 | 349 | 353 | 359 | 367 |
| 373 | 379 | 383 | 389 | 397 | 401 | 409 | 419 |
| 421 | 431 | 433 | 439 | 443 | 449 | 457 | 461 |
| 463 | 467 | 479 | 487 | 491 | 499 | 503 | 509 |
| 521 | 523 | 541 | 547 | 557 | 563 | 569 | 571 |
| 577 | 587 | 593 | 599 | 601 | 607 | 613 | 617 |
| 619 | 631 | 641 | 643 | 647 | 653 | 659 | 661 |
| 673 | 677 | 683 | 691 | 701 | 709 | 719 | 727 |
| 733 | 739 | 743 | 751 | 757 | 761 | 769 | 773 |
| 787 | 797 | 809 | 811 | 821 | 823 | 827 | 829 |
| 839 | 853 | 857 | 859 | 863 | 877 | 881 | 883 |
| 887 | 907 | 911 | 919 | 929 | 937 | 941 | 947 |
| 953 | 967 | 971 | 977 | 983 | 991 | 997 | 1009 |
| 1013 | 1019 | 1021 | 1031 | 1033 | 1039 | 1049 | 1051 |
| 1061 | 1063 | 1069 | 1087 | 1091 | 1093 | 1097 | 1103 |
| 1109 | 1117 | 1123 | 1129 | 1151 | 1153 | 1163 | 1171 |
| 1181 | 1187 | 1193 | 1201 | 1213 | 1217 | 1223 | 1229 |
| 1231 | 1237 | 1249 | 1259 | 1277 | 1279 | 1283 | 1289 |
| 1291 | 1297 | 1301 | 1303 | 1307 | 1319 | 1321 | 1327 |
| 1361 | 1367 | 1373 | 1381 | 1399 | 1409 | 1423 | 1427 |
| 1429 | 1433 | 1439 | 1447 | 1451 | 1453 | 1459 | 1471 |
| 1481 | 1483 | 1487 | 1489 | 1493 | 1499 | 1511 | 1523 |
| 1531 | 1543 | 1549 | 1553 | 1559 | 1567 | 1571 | 1579 |
| 1583 | 1597 | 1601 | 1607 | 1609 | 1613 | 1619 | 1621 |
| 1627 | 1637 | 1657 | 1663 | 1667 | 1669 | 1693 | 1697 |
| 1699 | 1709 | 1721 | 1723 | 1733 | 1741 | 1747 | 1753 |
| 1759 | 1777 | 1783 | 1787 | 1789 | 1801 | 1811 | 1823 |
| 1831 | 1847 | 1861 | 1867 | 1871 | 1873 | 1877 | 1879 |
| 1889 | 1901 | 1907 | 1913 | 1931 | 1933 | 1949 | 1951 |
| 1973 | 1979 | 1987 | 1993 | 1997 | 1999 | 2003 | 2011 |
| 2017 | 2027 | 2029 | 2039 | 2053 | 2063 | 2069 | 2081 |
| 2083 | 2087 | 2089 | 2099 | 2111 | 2113 | 2129 | 2131 |
| 2137 | 2141 | 2143 | 2153 | 2161 | 2179 | 2203 | 2207 |
| 2213 | 2221 | 2237 | 2239 | 2243 | 2251 | 2267 | 2269 |
| 2273 | 2281 | 2287 | 2293 | 2297 | 2309 | 2311 | 2333 |
| 2339 | 2341 | 2347 | 2351 | 2357 | 2371 | 2377 | 2381 |
| 2383 | 2389 | 2393 | 2399 | 2411 | 2417 | 2423 | 2437 |
| 2441 | 2447 | 2459 | 2467 | 2473 | 2477 | 2503 | 2521 |
| 2531 | 2539 | 2543 | 2549 | 2551 | 2557 | 2579 | 2591 |
| 2593 | 2609 | 2617 | 2621 | 2633 | 2647 | 2657 | 2659 |
| 2663 | 2671 | 2677 | 2683 | 2687 | 2689 | 2693 | 2699 |
| 2707 | 2711 | 2713 | 2719 | 2729 | 2731 | 2741 | 2749 |
| 2753 | 2767 | 2777 | 2789 | 2791 | 2797 | 2801 | 2803 |
| 2819 | 2833 | 2837 | 2843 | 2851 | 2857 | 2861 | 2879 |
| 2887 | 2897 | 2903 | 2909 | 2917 | 2927 | 2939 | 2953 |
| 2957 | 2963 | 2969 | 2971 | 2999 | 3001 | 3011 | 3019 |
| 3023 | 3037 | 3041 | 3049 | 3061 | 3067 | 3079 | 3083 |
| 3089 | 3109 | 3119 | 3121 | 3137 | 3163 | 3167 | 3169 |
| 3181 | 3187 | 3191 | 3203 | 3209 | 3217 | 3221 | 3229 |
| 3251 | 3253 | 3257 | 3259 | 3271 | 3299 | 3301 | 3307 |
| 3313 | 3319 | 3323 | 3329 | 3331 | 3343 | 3347 | 3359 |
| 3361 | 3371 | 3373 | 3389 | 3391 | 3407 | 3413 | 3433 |
| 3449 | 3457 | 3461 | 3463 | 3467 | 3469 | 3491 | 3499 |
| 3511 | 3517 | 3527 | 3529 | 3533 | 3539 | 3541 | 3547 |

Anlage 1

Seite 2 von 19

```

.....3557.....3559.....3571.....3581.....3583.....3593.....3607.....3613
.....3617.....3623.....3631.....3637.....3643.....3659.....3671.....3673
.....3677.....3691.....3697.....3701.....3709.....3719.....3727.....3733
.....3739.....3761.....3767.....3769.....3779.....3793.....3797.....3803
.....3821.....3823.....3833.....3847.....3851.....3853.....3863.....3877
.....3881.....3889.....3907.....3911.....3917.....3919.....3923.....3929
.....3931.....3943.....3947.....3967.....3989.....4001.....4003.....4007
.....4013.....4019.....4021.....4027.....4049.....4051.....4057.....4073
.....4079.....4091.....4093.....4099.....4111.....4127.....4129.....4133
.....4139.....4153.....4157.....4159.....4177.....4201.....4211.....4217
.....4219.....4229.....4231.....4241.....4243.....4253.....4259.....4261
.....4271.....4273.....4283.....4289.....4297.....4327.....4337.....4339
.....4349.....4357.....4363.....4373.....4391.....4397.....4409.....4421
.....4423.....4441.....4447.....4451.....4457.....4463.....4481.....4483
.....4493.....4507.....4513.....4517.....4519.....4523.....4547.....4549
.....4561.....4567.....4583.....4591.....4597.....4603.....4621.....4637
.....4639.....4643.....4649.....4651.....4657.....4663.....4673.....4679
.....4691.....4703.....4721.....4723.....4729.....4733.....4751.....4759
.....4783.....4787.....4789.....4793.....4799.....4801.....4813.....4817
.....4831.....4861.....4871.....4877.....4889.....4903.....4909.....4919
.....4931.....4933.....4937.....4943.....4951.....4957.....4967.....4969
.....4973.....4987.....4993.....4999.....5003.....5009.....5011.....5021
.....5023.....5039.....5051.....5059.....5077.....5081.....5087.....5099
.....5101.....5107.....5113.....5119.....5147.....5153.....5167.....5171
.....5179.....5189.....5197.....5209.....5227.....5231.....5233.....5237
.....5261.....5273.....5279.....5281.....5297.....5303.....5309.....5323
.....5333.....5347.....5351.....5381.....5387.....5393.....5399.....5407
.....5413.....5417.....5419.....5431.....5437.....5441.....5443.....5449
.....5471.....5477.....5479.....5483.....5501.....5503.....5507.....5519
.....5521.....5527.....5531.....5557.....5563.....5569.....5573.....5581
.....5591.....5623.....5639.....5641.....5647.....5651.....5653.....5657
.....5659.....5669.....5683.....5689.....5693.....5701.....5711.....5717
.....5737.....5741.....5743.....5749.....5779.....5783.....5791.....5801
.....5807.....5813.....5821.....5827.....5839.....5843.....5849.....5851
.....5857.....5861.....5867.....5869.....5879.....5881.....5897.....5903
.....5923.....5927.....5939.....5953.....5981.....5987.....6007.....6011
.....6029.....6037.....6043.....6047.....6053.....6067.....6073.....6079
.....6089.....6091.....6101.....6113.....6121.....6131.....6133.....6143
.....6151.....6163.....6173.....6197.....6199.....6203.....6211.....6217
.....6221.....6229.....6247.....6257.....6263.....6269.....6271.....6277
.....6287.....6299.....6301.....6311.....6317.....6323.....6329.....6337
.....6343.....6353.....6359.....6361.....6367.....6373.....6379.....6389
.....6397.....6421.....6427.....6449.....6451.....6469.....6473.....6481
.....6491.....6521.....6529.....6547.....6551.....6553.....6563.....6569
.....6571.....6577.....6581.....6599.....6607.....6619.....6637.....6653
.....6659.....6661.....6673.....6679.....6689.....6691.....6701.....6703
.....6709.....6719.....6733.....6737.....6761.....6763.....6779.....6781
.....6791.....6793.....6803.....6823.....6827.....6829.....6833.....6841
.....6857.....6863.....6869.....6871.....6883.....6899.....6907.....6911
.....6917.....6947.....6949.....6959.....6961.....6967.....6971.....6977
.....6983.....6991.....6997.....7001.....7013.....7019.....7027.....7039
.....7043.....7057.....7069.....7079.....7103.....7109.....7121.....7127
.....7129.....7151.....7159.....7177.....7187.....7193.....7207.....7211
.....7213.....7219.....7229.....7237.....7243.....7247.....7253.....7283
.....7297.....7307.....7309.....7321.....7331.....7333.....7349.....7351
.....7369.....7393.....7411.....7417.....7433.....7451.....7457.....7459
.....7477.....7481.....7487.....7489.....7499.....7507.....7517.....7523
.....7529.....7537.....7541.....7547.....7549.....7559.....7561.....7573
.....7577.....7583.....7589.....7591.....7603.....7607.....7621.....7639
.....7643.....7649.....7669.....7673.....7681.....7687.....7691.....7699
.....7703.....7717.....7723.....7727.....7741.....7753.....7757.....7759
.....7789.....7793.....7817.....7823.....7829.....7841.....7853.....7867
.....7873.....7877.....7879.....7883.....7901.....7907.....7919.....7927
.....7933.....7937.....7949.....7951.....7963.....7993.....8009.....8011

```


Anlage 1

Seite 3 von 19

.....8017.....8039.....8053.....8059.....8069.....8081.....8087.....8089
.....8093.....8101.....8111.....8117.....8123.....8147.....8161.....8167
.....8171.....8179.....8191.....8209.....8219.....8221.....8231.....8233
.....8237.....8243.....8263.....8269.....8273.....8287.....8291.....8293
.....8297.....8311.....8317.....8329.....8353.....8363.....8369.....8377
.....8387.....8389.....8419.....8423.....8429.....8431.....8443.....8447
.....8461.....8467.....8501.....8513.....8521.....8527.....8537.....8539
.....8543.....8563.....8573.....8581.....8597.....8599.....8609.....8623
.....8627.....8629.....8641.....8647.....8663.....8669.....8677.....8681
.....8689.....8693.....8699.....8707.....8713.....8719.....8731.....8737
.....8741.....8747.....8753.....8761.....8779.....8783.....8803.....8807
.....8819.....8821.....8831.....8837.....8839.....8849.....8861.....8863
.....8867.....8887.....8893.....8923.....8929.....8933.....8941.....8951
.....8963.....8969.....8971.....8999.....9001.....9007.....9011.....9013
.....9029.....9041.....9043.....9049.....9059.....9067.....9091.....9103
.....9109.....9127.....9133.....9137.....9151.....9157.....9161.....9173
.....9181.....9187.....9199.....9203.....9209.....9221.....9227.....9239
.....9241.....9257.....9277.....9281.....9283.....9293.....9311.....9319
.....9323.....9337.....9341.....9343.....9349.....9371.....9377.....9391
.....9397.....9403.....9413.....9419.....9421.....9431.....9433.....9437
.....9439.....9461.....9463.....9467.....9473.....9479.....9491.....9497
.....9511.....9521.....9533.....9539.....9547.....9551.....9587.....9601
.....9613.....9619.....9623.....9629.....9631.....9643.....9649.....9661
.....9677.....9679.....9689.....9697.....9719.....9721.....9733.....9739
.....9743.....9749.....9767.....9769.....9781.....9787.....9791.....9803
.....9811.....9817.....9829.....9833.....9839.....9851.....9857.....9859
.....9871.....9883.....9887.....9901.....9907.....9923.....9929.....9931
.....9941.....9949.....9967.....9973.....10007.....10009.....10037.....10039
.....10061.....10067.....10069.....10079.....10091.....10093.....10099.....10103
.....10111.....10133.....10139.....10141.....10151.....10159.....10163.....10169
.....10177.....10181.....10193.....10211.....10223.....10243.....10247.....10253
.....10259.....10267.....10271.....10273.....10289.....10301.....10303.....10313
.....10321.....10331.....10333.....10337.....10343.....10357.....10369.....10391
.....10399.....10427.....10429.....10433.....10453.....10457.....10459.....10463
.....10477.....10487.....10499.....10501.....10513.....10529.....10531.....10559
.....10567.....10589.....10597.....10601.....10607.....10613.....10627.....10631
.....10639.....10651.....10657.....10663.....10667.....10687.....10691.....10709
.....10711.....10723.....10729.....10733.....10739.....10753.....10771.....10781
.....10789.....10799.....10831.....10837.....10847.....10853.....10859.....10861
.....10867.....10883.....10889.....10891.....10903.....10909.....10937.....10939
.....10949.....10957.....10973.....10979.....10987.....10993.....11003.....11027
.....11047.....11057.....11059.....11069.....11071.....11083.....11087.....11093
.....11113.....11117.....11119.....11131.....11149.....11159.....11161.....11171
.....11173.....11177.....11197.....11213.....11239.....11243.....11251.....11257
.....11261.....11273.....11279.....11287.....11299.....11311.....11317.....11321
.....11329.....11351.....11353.....11369.....11383.....11393.....11399.....11411
.....11423.....11437.....11443.....11447.....11467.....11471.....11483.....11489
.....11491.....11497.....11503.....11519.....11527.....11549.....11551.....11579
.....11587.....11593.....11597.....11617.....11621.....11633.....11657.....11677
.....11681.....11689.....11699.....11701.....11717.....11719.....11731.....11743
.....11777.....11779.....11783.....11789.....11801.....11807.....11813.....11821
.....11827.....11831.....11833.....11839.....11863.....11867.....11887.....11897
.....11903.....11909.....11923.....11927.....11933.....11939.....11941.....11953
.....11959.....11969.....11971.....11981.....11987.....12007.....12011.....12037
.....12041.....12043.....12049.....12071.....12073.....12097.....12101.....12107
.....12109.....12113.....12119.....12143.....12149.....12157.....12161.....12163
.....12197.....12203.....12211.....12227.....12239.....12241.....12251.....12253
.....12263.....12269.....12277.....12281.....12289.....12301.....12323.....12329
.....12343.....12347.....12373.....12377.....12379.....12391.....12401.....12409
.....12413.....12421.....12433.....12437.....12451.....12457.....12473.....12479
.....12487.....12491.....12497.....12503.....12511.....12517.....12527.....12539
.....12541.....12547.....12553.....12569.....12577.....12583.....12589.....12601
.....12611.....12613.....12619.....12637.....12641.....12647.....12653.....12659
.....12671.....12689.....12697.....12703.....12713.....12721.....12739.....12743

Anlage 1

Seite 4 von 19

....12757....12763....12781....12791....12799....12809....12821....12823
12829....12841....12853....12889....12893....12899....12907....12911
12917....12919....12923....12941....12953....12959....12967....12973
12979....12983....13001....13003....13007....13009....13033....13037
13043....13049....13063....13093....13099....13103....13109....13121
13127....13147....13151....13159....13163....13171....13177....13183
13187....13217....13219....13229....13241....13249....13259....13267
13291....13297....13309....13313....13327....13331....13337....13339
13367....13381....13397....13399....13411....13417....13421....13441
13451....13457....13463....13469....13477....13487....13499....13513
13523....13537....13553....13567....13577....13591....13597....13613
13619....13627....13633....13649....13669....13679....13681....13687
13691....13693....13697....13709....13711....13721....13723....13729
13751....13757....13759....13763....13781....13789....13799....13807
13829....13831....13841....13859....13873....13877....13879....13883
13901....13903....13907....13913....13921....13931....13933....13963
13967....13997....13999....14009....14011....14029....14033....14051
14057....14071....14081....14083....14087....14107....14143....14149
14153....14159....14173....14177....14197....14207....14221....14243
14249....14251....14281....14293....14303....14321....14323....14327
14341....14347....14369....14387....14389....14401....14407....14411
14419....14423....14431....14437....14447....14449....14461....14479
14489....14503....14519....14533....14537....14543....14549....14551
14557....14561....14563....14591....14593....14621....14627....14629
14633....14639....14653....14657....14669....14683....14699....14713
14717....14723....14731....14737....14741....14747....14753....14759
14767....14771....14779....14783....14797....14813....14821....14827
14831....14843....14851....14867....14869....14879....14887....14891
14897....14923....14929....14939....14947....14951....14957....14969
14983....15013....15017....15031....15053....15061....15073....15077
15083....15091....15101....15107....15121....15131....15137....15139
15149....15161....15173....15187....15193....15199....15217....15227
15233....15241....15259....15263....15269....15271....15277....15287
15289....15299....15307....15313....15319....15329....15331....15349
15359....15361....15373....15377....15383....15391....15401....15413
15427....15439....15443....15451....15461....15467....15473....15493
15497....15511....15527....15541....15551....15559....15569....15581
15583....15601....15607....15619....15629....15641....15643....15647
15649....15661....15667....15671....15679....15683....15727....15731
15733....15737....15739....15749....15761....15767....15773....15787
15791....15797....15803....15809....15817....15823....15859....15877
15881....15887....15889....15901....15907....15913....15919....15923
15937....15959....15971....15973....15991....16001....16007....16033
16057....16061....16063....16067....16069....16073....16087....16091
16097....16103....16111....16127....16139....16141....16183....16187
16189....16193....16217....16223....16229....16231....16249....16253
16267....16273....16301....16319....16333....16339....16349....16361
16363....16369....16381....16411....16417....16421....16427....16433
16447....16451....16453....16477....16481....16487....16493....16519
16529....16547....16553....16561....16567....16573....16603....16607
16619....16631....16633....16649....16651....16657....16661....16673
16691....16693....16699....16703....16729....16741....16747....16759
16763....16787....16811....16823....16829....16831....16843....16871
16879....16883....16889....16901....16903....16921....16927....16931
16937....16943....16963....16979....16981....16987....16993....17011
17021....17027....17029....17033....17041....17047....17053....17077
17093....17099....17107....17117....17123....17137....17159....17167
17183....17189....17191....17203....17207....17209....17231....17239
17257....17291....17293....17299....17317....17321....17327....17333
17341....17351....17359....17377....17383....17387....17389....17393
17401....17417....17419....17431....17443....17449....17467....17471
17477....17483....17489....17491....17497....17509....17519....17539
17551....17569....17573....17579....17581....17597....17599....17609
17623....17627....17657....17659....17669....17681....17683....17707

....17713....17729....17737....17747....17749....17761....17783....17789
17791....17807....17827....17837....17839....17851....17863....17881
17891....17903....17909....17911....17921....17923....17929....17939
17957....17959....17971....17977....17981....17987....17989....18013
18041....18043....18047....18049....18059....18061....18077....18089
18097....18119....18121....18127....18131....18133....18143....18149
18169....18181....18191....18199....18211....18217....18223....18229
18233....18251....18253....18257....18269....18287....18289....18301
18307....18311....18313....18329....18341....18353....18367....18371
18379....18397....18401....18413....18427....18433....18439....18443
18451....18457....18461....18481....18493....18503....18517....18521
18523....18539....18541....18553....18583....18587....18593....18617
18637....18661....18671....18679....18691....18701....18713....18719
18731....18743....18749....18757....18773....18787....18793....18797
18803....18839....18859....18869....18899....18911....18913....18917
18919....18947....18959....18973....18979....19001....19009....19013
19031....19037....19051....19069....19073....19079....19081....19087
19121....19139....19141....19157....19163....19181....19183....19207
19211....19213....19219....19231....19237....19249....19259....19267
19273....19289....19301....19309....19319....19333....19373....19379
19381....19387....19391....19403....19417....19421....19423....19427
19429....19433....19441....19447....19457....19463....19469....19471
19477....19483....19489....19501....19507....19531....19541....19543
19553....19559....19571....19577....19583....19597....19603....19609
19661....19681....19687....19697....19699....19709....19717....19727
19739....19751....19753....19759....19763....19777....19793....19801
19813....19819....19841....19843....19853....19861....19867....19889
19891....19913....19919....19927....19937....19949....19961....19963
19973....19979....19991....19993....19997....20011....20021....20023
20029....20047....20051....20063....20071....20089....20101....20107
20113....20117....20123....20129....20143....20147....20149....20161
20173....20177....20183....20201....20219....20231....20233....20249
20261....20269....20287....20297....20323....20327....20333....20341
20347....20353....20357....20359....20369....20389....20393....20399
20407....20411....20431....20441....20443....20477....20479....20483
20507....20509....20521....20533....20543....20549....20551....20563
20593....20599....20611....20627....20639....20641....20663....20681
20693....20707....20717....20719....20731....20743....20747....20749
20753....20759....20771....20773....20789....20807....20809....20849
20857....20873....20879....20887....20897....20899....20903....20921
20929....20939....20947....20959....20963....20981....20983....21001
21011....21013....21017....21019....21023....21031....21059....21061
21067....21089....21101....21107....21121....21139....21143....21149
21157....21163....21169....21179....21187....21191....21193....21211
21221....21227....21247....21269....21277....21283....21313....21317
21319....21323....21341....21347....21377....21379....21383....21391
21397....21401....21407....21419....21433....21467....21481....21487
21491....21493....21499....21503....21517....21521....21523....21529
21557....21559....21563....21569....21577....21587....21589....21599
21601....21611....21613....21617....21647....21649....21661....21673
21683....21701....21713....21727....21737....21739....21751....21757
21767....21773....21787....21799....21803....21817....21821....21839
21841....21851....21859....21863....21871....21881....21893....21911
21929....21937....21943....21961....21977....21991....21997....22003
22013....22027....22031....22037....22039....22051....22063....22067
22073....22079....22091....22093....22109....22111....22123....22129
22133....22147....22153....22157....22159....22171....22189....22193
22229....22247....22259....22271....22273....22277....22279....22283
22291....22303....22307....22343....22349....22367....22369....22381
22391....22397....22409....22433....22441....22447....22453....22469
22481....22483....22501....22511....22531....22541....22543....22549
22567....22571....22573....22613....22619....22621....22637....22639
22643....22651....22669....22679....22691....22697....22699....22709
22717....22721....22727....22739....22741....22751....22769....22777

....22783....22787....22807....22811....22817....22853....22859....22861
22871....22877....22901....22907....22921....22937....22943....22961
22963....22973....22993....23003....23011....23017....23021....23027
23029....23039....23041....23053....23057....23059....23063....23071
23081....23087....23099....23117....23131....23143....23159....23167
23173....23189....23197....23201....23203....23209....23227....23251
23269....23279....23291....23293....23297....23311....23321....23327
23333....23339....23357....23369....23371....23399....23417....23431
23447....23459....23473....23497....23509....23531....23537....23539
23549....23557....23561....23563....23567....23581....23593....23599
23603....23609....23623....23627....23629....23633....23663....23669
23671....23677....23687....23689....23719....23741....23743....23747
23753....23761....23767....23773....23789....23801....23813....23819
23827....23831....23833....23857....23869....23873....23879....23887
23893....23899....23909....23911....23917....23929....23957....23971
23977....23981....23993....24001....24007....24019....24023....24029
24043....24049....24061....24071....24077....24083....24091....24097
24103....24107....24109....24113....24121....24133....24137....24151
24169....24179....24181....24197....24203....24223....24229....24239
24247....24251....24281....24317....24329....24337....24359....24371
24373....24379....24391....24407....24413....24419....24421....24439
24443....24469....24473....24481....24499....24509....24517....24527
24533....24547....24551....24571....24593....24611....24623....24631
24659....24671....24677....24683....24691....24697....24709....24733
24749....24763....24767....24781....24793....24799....24809....24821
24841....24847....24851....24859....24877....24889....24907....24917
24919....24923....24943....24953....24967....24971....24977....24979
24989....25013....25031....25033....25037....25057....25073....25087
25097....25111....25117....25121....25127....25147....25153....25163
25169....25171....25183....25189....25219....25229....25237....25243
25247....25253....25261....25301....25303....25307....25309....25321
25339....25343....25349....25357....25367....25373....25391....25409
25411....25423....25439....25447....25453....25457....25463....25469
25471....25523....25537....25541....25561....25577....25579....25583
25589....25601....25603....25609....25621....25633....25639....25643
25657....25667....25673....25679....25693....25703....25717....25733
25741....25747....25759....25763....25771....25793....25799....25801
25819....25841....25847....25849....25867....25873....25889....25903
25913....25919....25931....25933....25939....25943....25951....25969
25981....25997....25999....26003....26017....26021....26029....26041
26053....26083....26099....26107....26111....26113....26119....26141
26153....26161....26171....26177....26183....26189....26203....26209
26227....26237....26249....26251....26261....26263....26267....26293
26297....26309....26317....26321....26339....26347....26357....26371
26387....26393....26399....26407....26417....26423....26431....26437
26449....26459....26479....26489....26497....26501....26513....26539
26557....26561....26573....26591....26597....26627....26633....26641
26647....26669....26681....26683....26687....26693....26699....26701
26711....26713....26717....26723....26729....26731....26737....26759
26777....26783....26801....26813....26821....26833....26839....26849
26861....26863....26879....26881....26891....26893....26903....26921
26927....26947....26951....26953....26959....26981....26987....26993
27011....27017....27031....27043....27059....27061....27067....27073
27077....27091....27103....27107....27109....27127....27143....27179
27191....27197....27211....27239....27241....27253....27259....27271
27277....27281....27283....27299....27329....27337....27361....27367
27397....27407....27409....27427....27431....27437....27449....27457
27479....27481....27487....27509....27527....27529....27539....27541
27551....27581....27583....27611....27617....27631....27647....27653
27673....27689....27691....27697....27701....27733....27737....27739
27743....27749....27751....27763....27767....27773....27779....27791
27793....27799....27803....27809....27817....27823....27827....27847
27851....27883....27893....27901....27917....27919....27941....27943
27947....27953....27961....27967....27983....27997....28001....28019

....28027....28031....28051....28057....28069....28081....28087....28097
28099....28109....28111....28123....28151....28163....28181....28183
28201....28211....28219....28229....28277....28279....28283....28289
28297....28307....28309....28319....28349....28351....28387....28393
28403....28409....28411....28429....28433....28439....28447....28463
28477....28493....28499....28513....28517....28537....28541....28547
28549....28559....28571....28573....28579....28591....28597....28603
28607....28619....28621....28627....28631....28643....28649....28657
28661....28663....28669....28687....28697....28703....28711....28723
28729....28751....28753....28759....28771....28789....28793....28807
28813....28817....28837....28843....28859....28867....28871....28879
28901....28909....28921....28927....28933....28949....28961....28979
29009....29017....29021....29023....29027....29033....29059....29063
29077....29101....29123....29129....29131....29137....29147....29153
29167....29173....29179....29191....29201....29207....29209....29221
29231....29243....29251....29269....29287....29297....29303....29311
29327....29333....29339....29347....29363....29383....29387....29389
29399....29401....29411....29423....29429....29437....29443....29453
29473....29483....29501....29527....29531....29537....29567....29569
29573....29581....29587....29599....29611....29629....29633....29641
29663....29669....29671....29683....29717....29723....29741....29753
29759....29761....29789....29803....29819....29833....29837....29851
29863....29867....29873....29879....29881....29917....29921....29927
29947....29959....29983....29989....30011....30013....30029....30047
30059....30071....30089....30091....30097....30103....30109....30113
30119....30133....30137....30139....30161....30169....30181....30187
30197....30203....30211....30223....30241....30253....30259....30269
30271....30293....30307....30313....30319....30323....30341....30347
30367....30389....30391....30403....30427....30431....30449....30467
30469....30491....30493....30497....30509....30517....30529....30539
30553....30557....30559....30577....30593....30631....30637....30643
30649....30661....30671....30677....30689....30697....30703....30707
30713....30727....30757....30763....30773....30781....30803....30809
30817....30829....30839....30841....30851....30853....30859....30869
30871....30881....30893....30911....30931....30937....30941....30949
30971....30977....30983....31013....31019....31033....31039....31051
31063....31069....31079....31081....31091....31121....31123....31139
31147....31151....31153....31159....31177....31181....31183....31189
31193....31219....31223....31231....31237....31247....31249....31253
31259....31267....31271....31277....31307....31319....31321....31327
31333....31337....31357....31379....31387....31391....31393....31397
31469....31477....31481....31489....31511....31513....31517....31531
31541....31543....31547....31567....31573....31583....31601....31607
31627....31643....31649....31657....31663....31667....31687....31699
31721....31723....31727....31729....31741....31751....31769....31771
31793....31799....31817....31847....31849....31859....31873....31883
31891....31907....31957....31963....31973....31981....31991....32003
32009....32027....32029....32051....32057....32059....32063....32069
32077....32083....32089....32099....32117....32119....32141....32143
32159....32173....32183....32189....32191....32203....32213....32233
32237....32251....32257....32261....32297....32299....32303....32309
32321....32323....32327....32341....32353....32359....32363....32369
32371....32377....32381....32401....32411....32413....32423....32429
32441....32443....32467....32479....32491....32497....32503....32507
32531....32533....32537....32561....32563....32569....32573....32579
32587....32603....32609....32611....32621....32633....32647....32653
32687....32693....32707....32713....32717....32719....32749....32771
32779....32783....32789....32797....32801....32803....32831....32833
32839....32843....32869....32887....32909....32911....32917....32933
32939....32941....32957....32969....32971....32983....32987....32993
32999....33013....33023....33029....33037....33049....33053....33071
33073....33083....33091....33107....33113....33119....33149....33151
33161....33179....33181....33191....33199....33203....33211....33223
33247....33287....33289....33301....33311....33317....33329....33331

....33343....**33347**....**33349**....33353....33359....33377....33391....33403
33409....33413....33427....33457....33461....33469....33479....33487
33493....33503....33521....33529....33533....33547....33563....33569
33577....33581....**33587**....**33589**....**33599**....**33601**....33613....**33617**
**33619**....33623....33629....33637....33641....33647....33679....33703
33713....33721....33739....**33749**....**33751**....33757....**33767**....**33769**
**33773**....33791....33797....**33809**....**33811**....**33827**....**33829**....33851
33857....33863....33871....33889....33893....33911....33923....33931
33937....33941....33961....33967....33997....34019....**34031**....**34033**
34039....34057....34061....34123....**34127**....**34129**....34141....34147
**34157**....**34159**....34171....34183....**34211**....**34213**....**34217**....**34231**
**34253**....**34259**....**34261**....**34267**....**34273**....**34283**....**34297**....**34301**
**34303**....**34313**....**34319**....**34327**....**34337**....**34351**....**34361**....**34367**
**34369**....**34381**....**34403**....**34421**....**34429**....**34439**....**34457**....**34469**
**34471**....**34483**....**34487**....**34499**....**34501**....**34511**....**34513**....**34519**
**34537**....**34543**....**34549**....**34583**....**34589**....**34591**....**34603**....**34607**
**34613**....**34631**....**34649**....**34651**....**34667**....**34673**....**34679**....**34687**
**34693**....**34703**....**34721**....**34729**....**34739**....**34747**....**34757**....**34759**
**34763**....**34781**....**34807**....**34819**....**34841**....**34843**....**34847**....**34849**
**34871**....**34877**....**34883**....**34897**....**34913**....**34919**....**34939**....**34949**
**34961**....**34963**....**34981**....**35023**....**35027**....**35051**....**35053**....**35059**
**35069**....**35081**....**35083**....**35089**....**35099**....**35107**....**35111**....**35117**
**35129**....**35141**....**35149**....**35153**....**35159**....**35171**....**35201**....**35221**
**35227**....**35251**....**35257**....**35267**....**35279**....**35281**....**35291**....**35311**
**35317**....**35323**....**35327**....**35339**....**35353**....**35363**....**35381**....**35393**
**35401**....**35407**....**35419**....**35423**....**35437**....**35447**....**35449**....**35461**
**35491**....**35507**....**35509**....**35521**....**35527**....**35531**....**35533**....**35537**
**35543**....**35569**....**35573**....**35591**....**35593**....**35597**....**35603**....**35617**
**35671**....**35677**....**35729**....**35731**....**35747**....**35753**....**35759**....**35771**
**35797**....**35801**....**35803**....**35809**....**35831**....**35837**....**35839**....**35851**
**35863**....**35869**....**35879**....**35897**....**35899**....**35911**....**35923**....**35933**
**35951**....**35963**....**35969**....**35977**....**35983**....**35993**....**35999**....**36007**
**36011**....**36013**....**36017**....**36037**....**36061**....**36067**....**36073**....**36083**
**36097**....**36107**....**36109**....**36131**....**36137**....**36151**....**36161**....**36187**
**36191**....**36209**....**36217**....**36229**....**36241**....**36251**....**36263**....**36269**
**36277**....**36293**....**36299**....**36307**....**36313**....**36319**....**36341**....**36343**
**36353**....**36373**....**36383**....**36389**....**36433**....**36451**....**36457**....**36467**
**36469**....**36473**....**36479**....**36493**....**36497**....**36523**....**36527**....**36529**
**36541**....**36551**....**36559**....**36563**....**36571**....**36583**....**36587**....**36599**
**36607**....**36629**....**36637**....**36643**....**36653**....**36671**....**36677**....**36683**
**36691**....**36697**....**36709**....**36713**....**36721**....**36739**....**36749**....**36761**
**36767**....**36779**....**36781**....**36787**....**36791**....**36793**....**36809**....**36821**
**36833**....**36847**....**36857**....**36871**....**36877**....**36887**....**36899**....**36901**
**36913**....**36919**....**36923**....**36929**....**36931**....**36943**....**36947**....**36973**
**36979**....**36997**....**37003**....**37013**....**37019**....**37021**....**37039**....**37049**
**37057**....**37061**....**37087**....**37097**....**37117**....**37123**....**37139**....**37159**
**37171**....**37181**....**37189**....**37199**....**37201**....**37217**....**37223**....**37243**
**37253**....**37273**....**37277**....**37307**....**37309**....**37313**....**37321**....**37337**
**37339**....**37357**....**37361**....**37363**....**37369**....**37379**....**37397**....**37409**
**37423**....**37441**....**37447**....**37463**....**37483**....**37489**....**37493**....**37501**
**37507**....**37511**....**37517**....**37529**....**37537**....**37547**....**37549**....**37561**
**37567**....**37571**....**37573**....**37579**....**37589**....**37591**....**37607**....**37619**
**37633**....**37643**....**37649**....**37657**....**37663**....**37691**....**37693**....**37699**
**37717**....**37747**....**37781**....**37783**....**37799**....**37811**....**37813**....**37831**
**37847**....**37853**....**37861**....**37871**....**37879**....**37889**....**37897**....**37907**
**37951**....**37957**....**37963**....**37967**....**37987**....**37991**....**37993**....**37997**
**38011**....**38039**....**38047**....**38053**....**38069**....**38083**....**38113**....**38119**
**38149**....**38153**....**38167**....**38177**....**38183**....**38189**....**38197**....**38201**
**38219**....**38231**....**38237**....**38239**....**38261**....**38273**....**38281**....**38287**
**38299**....**38303**....**38317**....**38321**....**38327**....**38329**....**38333**....**38351**
**38371**....**38377**....**38393**....**38431**....**38447**....**38449**....**38453**....**38459**
**38461**....**38501**....**38543**....**38557**....**38561**....**38567**....**38569**....**38593**
**38603**....**38609**....**38611**....**38629**....**38639**....**38651**....**38653**....**38669**
**38671**....**38677**....**38693**....**38699**....**38707**....**38711**....**38713**....**38723**

....38729....38737....38747....38749....38767....38783....38791....38803
38821....38833....38839....38851....38861....38867....38873....38891
38903....38917....38921....38923....38933....38953....38959....38971
38977....38993....39019....39023....39041....39043....39047....39079
39089....39097....39103....39107....39113....39119....39133....39139
39157....39161....39163....39181....39191....39199....39209....39217
39227....39229....39233....39239....39241....39251....39293....39301
39313....39317....39323....39341....39343....39359....39367....39371
39373....39383....39397....39409....39419....39439....39443....39451
39461....39499....39503....39509....39511....39521....39541....39551
39563....39569....39581....39607....39619....39623....39631....39659
39667....39671....39679....39703....39709....39719....39727....39733
39749....39761....39769....39779....39791....39799....39821....39827
39829....39839....39841....39847....39857....39863....39869....39877
39883....39887....39901....39929....39937....39953....39971....39979
39983....39989....40009....40013....40031....40037....40039....40063
40087....40093....40099....40111....40123....40127....40129....40151
40153....40163....40169....40177....40189....40193....40213....40231
40237....40241....40253....40277....40283....40289....40343....40351
40357....40361....40387....40423....40427....40429....40433....40459
40471....40483....40487....40493....40499....40507....40519....40529
40531....40543....40559....40577....40583....40591....40597....40609
40627....40637....40639....40693....40697....40699....40709....40739
40751....40759....40763....40771....40787....40801....40813....40819
40823....40829....40841....40847....40849....40853....40867....40879
40883....40897....40903....40927....40933....40939....40949....40961
40973....40993....41011....41017....41023....41039....41047....41051
41057....41077....41081....41113....41117....41131....41141....41143
41149....41161....41177....41179....41183....41189....41201....41203
41213....41221....41227....41231....41233....41243....41257....41263
41269....41281....41299....41333....41341....41351....41357....41381
41387....41389....41399....41411....41413....41443....41453....41467
41479....41491....41507....41513....41519....41521....41539....41543
41549....41579....41593....41597....41603....41609....41611....41617
41621....41627....41641....41647....41651....41659....41669....41681
41687....41719....41729....41737....41759....41761....41771....41777
41801....41809....41813....41843....41849....41851....41863....41879
41887....41893....41897....41903....41911....41927....41941....41947
41953....41957....41959....41969....41981....41983....41999....42013
42017....42019....42023....42043....42061....42071....42073....42083
42089....42101....42131....42139....42157....42169....42179....42181
42187....42193....42197....42209....42221....42223....42227....42239
42257....42281....42283....42293....42299....42307....42323....42331
42337....42349....42359....42373....42379....42391....42397....42403
42407....42409....42433....42437....42443....42451....42457....42461
42463....42467....42473....42487....42491....42499....42509....42533
42557....42569....42571....42577....42589....42611....42641....42643
42649....42667....42677....42683....42689....42697....42701....42703
42709....42719....42727....42737....42743....42751....42767....42773
42787....42793....42797....42821....42829....42839....42841....42853
42859....42863....42899....42901....42923....42929....42937....42943
42953....42961....42967....42979....42989....43003....43013....43019
43037....43049....43051....43063....43067....43093....43103....43117
43133....43151....43159....43177....43189....43201....43207....43223
43237....43261....43271....43283....43291....43313....43319....43321
43331....43391....43397....43399....43403....43411....43427....43441
43451....43457....43481....43487....43499....43517....43541....43543
43573....43577....43579....43591....43597....43607....43609....43613
43627....43633....43649....43651....43661....43669....43691....43711
43717....43721....43753....43759....43777....43781....43783....43787
43789....43793....43801....43853....43867....43889....43891....43913
43933....43943....43951....43961....43963....43969....43973....43987
43991....43997....44017....44021....44027....44029....44041....44053
44059....44071....44087....44089....44101....44111....44119....44123

....44129....44131....44159....44171....44179....44189....44201....44203
44207....44221....44249....44257....44263....44267....44269....44273
44279....44281....44293....44351....44357....44371....44381....44383
44389....44417....44449....44453....44483....44491....44497....44501
44507....44519....44531....44533....44537....44543....44549....44563
44579....44587....44617....44621....44623....44633....44641....44647
44651....44657....44683....44687....44699....44701....44711....44729
44741....44753....44771....44773....44777....44789....44797....44809
44819....44839....44843....44851....44867....44879....44887....44893
44909....44917....44927....44939....44953....44959....44963....44971
44983....44987....45007....45013....45053....45061....45077....45083
45119....45121....45127....45131....45137....45139....45161....45179
45181....45191....45197....45233....45247....45259....45263....45281
45289....45293....45307....45317....45319....45329....45337....45341
45343....45361....45377....45389....45403....45413....45427....45433
45439....45481....45491....45497....45503....45523....45533....45541
45553....45557....45569....45587....45589....45599....45613....45631
45641....45659....45667....45673....45677....45691....45697....45707
45737....45751....45757....45763....45767....45779....45817....45821
45823....45827....45833....45841....45853....45863....45869....45887
45893....45943....45949....45953....45959....45971....45979....45989
46021....46027....46049....46051....46061....46073....46091....46093
46099....46103....46133....46141....46147....46153....46171....46181
46183....46187....46199....46219....46229....46237....46261....46271
46273....46279....46301....46307....46309....46327....46337....46349
46351....46381....46399....46411....46439....46441....46447....46451
46457....46471....46477....46489....46499....46507....46511....46523
46549....46559....46567....46573....46589....46591....46601....46619
46633....46639....46643....46649....46663....46679....46681....46687
46691....46703....46723....46727....46747....46751....46757....46769
46771....46807....46811....46817....46819....46829....46831....46853
46861....46867....46877....46889....46901....46919....46933....46957
46993....46997....47017....47041....47051....47057....47059....47087
47093....47111....47119....47123....47129....47137....47143....47147
47149....47161....47189....47207....47221....47237....47251....47269
47279....47287....47293....47297....47303....47309....47317....47339
47351....47353....47363....47381....47387....47389....47407....47417
47419....47431....47441....47459....47491....47497....47501....47507
47513....47521....47527....47533....47543....47563....47569....47581
47591....47599....47609....47623....47629....47639....47653....47657
47659....47681....47699....47701....47711....47713....47717....47737
47741....47743....47777....47779....47791....47797....47807....47809
47819....47837....47843....47857....47869....47881....47903....47911
47917....47933....47939....47947....47951....47963....47969....47977
47981....48017....48023....48029....48049....48073....48079....48091
48109....48119....48121....48131....48157....48163....48179....48187
48193....48197....48221....48239....48247....48259....48271....48281
48299....48311....48313....48337....48341....48353....48371....48383
48397....48407....48409....48413....48437....48449....48463....48473
48479....48481....48487....48491....48497....48523....48527....48533
48539....48541....48563....48571....48589....48593....48611....48619
48623....48647....48649....48661....48673....48677....48679....48731
48733....48751....48757....48761....48767....48779....48781....48787
48799....48809....48817....48821....48823....48847....48857....48859
48869....48871....48883....48889....48907....48947....48953....48973
48989....48991....49003....49009....49019....49031....49033....49037
49043....49057....49069....49081....49103....49109....49117....49121
49123....49139....49157....49169....49171....49177....49193....49199
49201....49207....49211....49223....49253....49261....49277....49279
49297....49307....49331....49333....49339....49363....49367....49369
49391....49393....49409....49411....49417....49429....49433....49451
49459....49463....49477....49481....49499....49523....49529....49531
49537....49547....49549....49559....49597....49603....49613....49627
49633....49639....49663....49667....49669....49681....49697....49711

....49727....49739....49741....49747....49757....49783....49787....49789
49801....49807....49811....49823....49831....49843....49853....49871
49877....49891....49919....49921....49927....49937....49939....49943
49957....49991....49993....49999....50021....50023....50033....50047
50051....50053....50069....50077....50087....50093....50101....50111
50119....50123....50129....50131....50147....50153....50159....50177
50207....50221....50227....50231....50261....50263....50273....50287
50291....50311....50321....50329....50333....50341....50359....50363
50377....50383....50387....50411....50417....50423....50441....50459
50461....50497....50503....50513....50527....50539....50543....50549
50551....50581....50587....50591....50593....50599....50627....50647
50651....50671....50683....50707....50723....50741....50753....50767
50773....50777....50789....50821....50833....50839....50849....50857
50867....50873....50891....50893....50909....50923....50929....50951
50957....50969....50971....50989....50993....51001....51031....51043
51047....51059....51061....51071....51109....51131....51133....51137
51151....51157....51169....51193....51197....51199....51203....51217
51229....51239....51241....51257....51263....51283....51287....51307
51329....51341....51343....51347....51349....51361....51383....51407
51413....51419....51421....51427....51431....51437....51439....51449
51461....51473....51479....51481....51487....51503....51511....51517
51521....51539....51551....51563....51577....51581....51593....51599
51607....51613....51631....51637....51647....51659....51673....51679
51683....51691....51713....51719....51721....51749....51767....51769
51787....51797....51803....51817....51827....51829....51839....51853
51859....51869....51871....51893....51899....51907....51913....51929
51941....51949....51971....51973....51977....51991....52009....52021
52027....52051....52057....52067....52069....52081....52103....52121
52127....52147....52153....52163....52177....52181....52183....52189
52201....52223....52237....52249....52253....52259....52267....52289
52291....52301....52313....52321....52361....52363....52369....52379
52387....52391....52433....52453....52457....52489....52501....52511
52517....52529....52541....52543....52553....52561....52567....52571
52579....52583....52609....52627....52631....52639....52667....52673
52691....52697....52709....52711....52721....52727....52733....52747
52757....52769....52783....52807....52813....52817....52837....52859
52861....52879....52883....52889....52901....52903....52919....52937
52951....52957....52963....52967....52973....52981....52999....53003
53017....53047....53051....53069....53077....53087....53089....53093
53101....53113....53117....53129....53147....53149....53161....53171
53173....53189....53197....53201....53231....53233....53239....53267
53269....53279....53281....53299....53309....53323....53327....53353
53359....53377....53381....53401....53407....53411....53419....53437
53441....53453....53479....53503....53507....53527....53549....53551
53569....53591....53593....53597....53609....53611....53617....53623
53629....53633....53639....53653....53657....53681....53693....53699
53717....53719....53731....53759....53773....53777....53783....53791
53813....53819....53831....53849....53857....53861....53881....53887
53891....53897....53899....53917....53923....53927....53939....53951
53959....53987....53993....54001....54011....54013....54037....54049
54059....54083....54091....54101....54121....54133....54139....54151
54163....54167....54181....54193....54217....54251....54269....54277
54287....54293....54311....54319....54323....54331....54347....54361
54367....54371....54377....54401....54403....54409....54413....54419
54421....54437....54443....54449....54469....54493....54497....54499
54503....54517....54521....54539....54541....54547....54559....54563
54577....54581....54583....54601....54617....54623....54629....54631
54647....54667....54673....54679....54709....54713....54721....54727
54751....54767....54773....54779....54787....54799....54829....54833
54851....54869....54877....54881....54907....54917....54919....54941
54949....54959....54973....54979....54983....55001....55009....55021
55049....55051....55057....55061....55073....55079....55103....55109
55117....55127....55147....55163....55171....55201....55207....55213
55217....55219....55229....55243....55249....55259....55291....55313

Anlage 1

Seite 12 von 19

....55331....55333....55337....55339....55343....55351....55373....55381
55399....55411....55439....55441....55457....55469....55487....55501
55511....55529....55541....55547....55579....55589....55603....55609
55619....55621....55631....55633....55639....55661....55663....55667
55673....55681....55691....55697....55711....55717....55721....55733
55763....55787....55793....55799....55807....55813....55817....55819
55823....55829....55837....55843....55849....55871....55889....55897
55901....55903....55921....55927....55931....55933....55949....55967
55987....55997....56003....56009....56101....56113....56123....56131....56149
56087....56093....56099....56101....56113....56123....56131....56149
56167....56171....56179....56197....56207....56209....56237....56239
56249....56263....56267....56269....56299....56311....56333....56359
56369....56377....56383....56393....56401....56417....56431....56437
56443....56453....56467....56473....56477....56479....56489....56501
56503....56509....56519....56527....56531....56533....56543....56569
56591....56597....56599....56611....56629....56633....56659....56663
56671....56681....56687....56701....56711....56713....56731....56737
56747....56767....56773....56779....56783....56807....56809....56813
56821....56827....56843....56857....56873....56891....56893....56897
56909....56911....56921....56923....56929....56941....56951....56957
56963....56983....56989....56993....56999....57037....57041....57047
57059....57073....57077....57089....57097....57107....57119....57131
57139....57143....57149....57163....57173....57179....57191....57193
57203....57221....57223....57241....57251....57259....57269....57271
57283....57287....57301....57329....57331....57347....57349....57367
57373....57383....57389....57397....57413....57427....57457....57467
57487....57493....57503....57527....57529....57557....57559....57571
57587....57593....57601....57637....57641....57649....57653....57667
57679....57689....57697....57709....57713....57719....57727....57731
57737....57751....57773....57781....57787....57791....57793....57803
57809....57829....57839....57847....57853....57859....57881....57899
57901....57917....57923....57943....57947....57973....57977....57991
58013....58027....58031....58043....58049....58057....58061....58067
58073....58099....58109....58111....58129....58147....58151....58153
58169....58171....58189....58193....58199....58207....58211....58217
58229....58231....58237....58243....58271....58309....58313....58321
58337....58363....58367....58369....58379....58391....58393....58403
58411....58417....58427....58439....58441....58451....58453....58477
58481....58511....58537....58543....58549....58567....58573....58579
58601....58603....58613....58631....58657....58661....58679....58687
58693....58699....58711....58727....58733....58741....58757....58763
58771....58787....58789....58831....58889....58897....58901....58907
58909....58913....58921....58937....58943....58963....58967....58979
58991....58997....59009....59011....59021....59023....59029....59051
59053....59063....59069....59077....59083....59093....59107....59113
59119....59123....59141....59149....59159....59167....59183....59197
59207....59209....59219....59221....59233....59239....59243....59263
59273....59281....59333....59341....59351....59357....59359....59369
59377....59387....59393....59399....59407....59417....59419....59441
59443....59447....59453....59467....59471....59473....59497....59509
59513....59539....59557....59561....59567....59581....59611....59617
59621....59627....59629....59651....59659....59663....59669....59671
59693....59699....59707....59723....59729....59743....59747....59753
59771....59779....59791....59797....59809....59833....59863....59879
59887....59921....59929....59951....59957....59971....59981....59999
60013....60017....60029....60037....60041....60077....60083....60089
60091....60101....60103....60107....60127....60133....60139....60149
60161....60167....60169....60209....60217....60223....60251....60257
60259....60271....60289....60293....60317....60331....60337....60343
60353....60373....60383....60397....60413....60427....60443....60449
60457....60493....60497....60509....60521....60527....60539....60589
60601....60607....60611....60617....60623....60631....60637....60647
60649....60659....60661....60679....60689....60703....60719....60727
60733....60737....60757....60761....60763....60773....60779....60793

....60811....60821....60859....60869....60887....60889....60899....60901
....60913....60917....60919....60923....60937....60943....60953....60961
....61001....61007....61027....61031....61043....61051....61057....61091
....61099....61121....61129....61141....61151....61153....61169....61211
....61223....61231....61253....61261....61283....61291....61297....61331
....61333....61339....61343....61357....61363....61379....61381....61403
....61409....61417....61441....61463....61469....61471....61483....61487
....61493....61507....61511....61519....61543....61547....61553....61559
....61561....61583....61603....61609....61613....61627....61631....61637
....61643....61651....61657....61667....61673....61681....61687....61703
....61717....61723....61729....61751....61757....61781....61813....61819
....61837....61843....61861....61871....61879....61909....61927....61933
....61949....61961....61967....61979....61981....61987....61991....62003
....62011....62017....62039....62047....62053....62057....62071....62081
....62099....62119....62129....62131....62137....62141....62143....62171
....62189....62191....62201....62207....62213....62219....62233....62273
....62297....62299....62303....62311....62323....62327....62347....62351
....62383....62401....62417....62423....62459....62467....62473....62477
....62483....62497....62501....62507....62533....62539....62549....62563
....62581....62591....62597....62603....62617....62627....62633....62639
....62653....62659....62683....62687....62701....62723....62731....62743
....62753....62761....62773....62791....62801....62819....62827....62851
....62861....62869....62873....62897....62903....62921....62927....62929
....62939....62969....62971....62981....62983....62987....62989....63029
....63031....63059....63067....63073....63079....63097....63103....63113
....63127....63131....63149....63179....63197....63199....63211....63241
....63247....63277....63281....63299....63311....63313....63317....63331
....63337....63347....63353....63361....63367....63377....63389....63391
....63397....63409....63419....63421....63439....63443....63463....63467
....63473....63487....63493....63499....63521....63527....63533....63541
....63559....63577....63587....63589....63599....63601....63607....63611
....63617....63629....63647....63649....63659....63667....63671....63689
....63691....63697....63703....63709....63719....63727....63737....63743
....63761....63773....63781....63793....63799....63803....63809....63823
....63839....63841....63853....63857....63863....63901....63907....63913
....63929....63949....63977....63997....64007....64013....64019....64033
....64037....64063....64067....64081....64091....64109....64123....64151
....64153....64157....64171....64187....64189....64217....64223....64231
....64237....64271....64279....64283....64301....64303....64319....64327
....64333....64373....64381....64399....64403....64433....64439....64451
....64453....64483....64489....64499....64513....64553....64567....64577
....64579....64591....64601....64609....64613....64621....64627....64633
....64661....64663....64667....64679....64693....64709....64717....64747
....64763....64781....64783....64793....64811....64817....64849....64853
....64871....64877....64879....64891....64901....64919....64921....64927
....64937....64951....64969....64997....65003....65011....65027....65029
....65033....65053....65063....65071....65089....65099....65101....65111
....65119....65123....65129....65141....65147....65167....65171....65173
....65179....65183....65203....65213....65239....65257....65267....65269
....65287....65293....65309....65323....65327....65353....65357....65371
....65381....65393....65407....65413....65419....65423....65437....65447
....65449....65479....65497....65519....65521....65537....65539....65543
....65551....65557....65563....65579....65581....65587....65599....65609
....65617....65629....65633....65647....65651....65657....65677....65687
....65699....65701....65707....65713....65717....65719....65729....65731
....65761....65777....65789....65809....65827....65831....65837....65839
....65843....65851....65867....65881....65899....65921....65927....65929
....65951....65957....65963....65981....65983....65993....66029....66037
....66041....66047....66067....66071....66083....66089....66103....66107
....66109....66137....66161....66169....66173....66179....66191....66221
....66239....66271....66293....66301....66337....66343....66347....66359
....66361....66373....66377....66383....66403....66413....66431....66449
....66457....66463....66467....66491....66499....66509....66523....66529
....66533....66541....66553....66569....66571....66587....66593....66601

.....66617.....66629.....66643.....66653.....66683.....66697.....66701.....66713
66721.....66733.....66739.....66749.....66751.....66763.....66791.....66797
66809.....66821.....66841.....66851.....66853.....66863.....66877.....66883
66889.....66919.....66923.....66931.....66943.....66947.....66949.....66959
66973.....66977.....67003.....67021.....67033.....67043.....67049.....67057
67061.....67073.....67079.....67103.....67121.....67129.....67139.....67141
67153.....67157.....67169.....67181.....67187.....67189.....67211.....67213
67217.....67219.....67231.....67247.....67261.....67271.....67273.....67289
67307.....67339.....67343.....67349.....67369.....67391.....67399.....67409
67411.....67421.....67427.....67429.....67433.....67447.....67453.....67477
67481.....67489.....67493.....67499.....67511.....67523.....67531.....67537
67547.....67559.....67567.....67577.....67579.....67589.....67601.....67607
67619.....67631.....67651.....67679.....67699.....67709.....67723.....67733
67741.....67751.....67757.....67759.....67763.....67777.....67783.....67789
67801.....67807.....67819.....67829.....67843.....67853.....67867.....67883
67891.....67901.....67927.....67931.....67933.....67939.....67943.....67957
67961.....67967.....67979.....67987.....67993.....68023.....68041.....68053
68059.....68071.....68087.....68099.....68111.....68113.....68141.....68147
68161.....68171.....68207.....68209.....68213.....68219.....68227.....68239
68261.....68279.....68281.....68311.....68329.....68351.....68371.....68389
68399.....68437.....68443.....68447.....68449.....68473.....68477.....68483
68489.....68491.....68501.....68507.....68521.....68531.....68539.....68543
68567.....68581.....68597.....68611.....68633.....68639.....68659.....68669
68683.....68687.....68699.....68711.....68713.....68729.....68737.....68743
68749.....68767.....68771.....68777.....68791.....68813.....68819.....68821
68863.....68879.....68881.....68891.....68897.....68899.....68903.....68909
68917.....68927.....68947.....68963.....68993.....69001.....69011.....69019
69029.....69031.....69061.....69067.....69073.....69109.....69119.....69127
69143.....69149.....69151.....69163.....69191.....69193.....69197.....69203
69221.....69233.....69239.....69247.....69257.....69259.....69263.....69313
69317.....69337.....69341.....69371.....69379.....69383.....69389.....69401
69403.....69427.....69431.....69439.....69457.....69463.....69467.....69473
69481.....69491.....69493.....69497.....69499.....69539.....69557.....69593
69623.....69653.....69661.....69677.....69691.....69697.....69709.....69737
69739.....69761.....69763.....69767.....69779.....69809.....69821.....69827
69829.....69833.....69847.....69857.....69859.....69877.....69899.....69911
69929.....69931.....69941.....69959.....69991.....69997.....70001.....70003
70009.....70019.....70039.....70051.....70061.....70067.....70079.....70099
70111.....70117.....70121.....70123.....70139.....70141.....70157.....70163
70177.....70181.....70183.....70199.....70201.....70207.....70223.....70229
70237.....70241.....70249.....70271.....70289.....70297.....70309.....70313
70321.....70327.....70351.....70373.....70379.....70381.....70393.....70423
70429.....70439.....70451.....70457.....70459.....70481.....70487.....70489
70501.....70507.....70529.....70537.....70549.....70571.....70573.....70583
70589.....70607.....70619.....70621.....70627.....70639.....70657.....70663
70667.....70687.....70709.....70717.....70729.....70753.....70769.....70783
70793.....70823.....70841.....70843.....70849.....70853.....70867.....70877
70879.....70891.....70901.....70913.....70919.....70921.....70937.....70949
70951.....70957.....70969.....70979.....70981.....70991.....70997.....70999
71011.....71023.....71039.....71059.....71069.....71081.....71089.....71119
71129.....71143.....71147.....71153.....71161.....71167.....71171.....71191
71209.....71233.....71237.....71249.....71257.....71261.....71263.....71287
71293.....71317.....71327.....71329.....71333.....71339.....71341.....71347
71353.....71359.....71363.....71387.....71389.....71399.....71411.....71413
71419.....71429.....71437.....71443.....71453.....71471.....71473.....71479
71483.....71503.....71527.....71537.....71549.....71551.....71563.....71569
71593.....71597.....71633.....71647.....71663.....71671.....71693.....71699
71707.....71711.....71713.....71719.....71741.....71761.....71777.....71789
71807.....71809.....71821.....71837.....71843.....71849.....71861.....71867
71879.....71881.....71887.....71899.....71909.....71917.....71933.....71941
71947.....71963.....71971.....71983.....71987.....71993.....71999.....72019
72031.....72043.....72047.....72053.....72073.....72077.....72089.....72091
72101.....72103.....72109.....72139.....72161.....72167.....72169.....72173
72211.....72221.....72223.....72227.....72229.....72251.....72253.....72269

....72271....72277....72287....72307....72313....72337....72341....72353
72367....72379....72383....72421....72431....72461....72467....72469
72481....72493....72497....72503....72533....72547....72551....72559
72577....72613....72617....72623....72643....72647....72649....72661
72671....72673....72679....72689....72701....72707....72719....72727
72733....72739....72763....72767....72797....72817....72823....72859
72869....72871....72883....72889....72893....72901....72907....72911
72923....72931....72937....72949....72953....72959....72973....72977
72997....73009....73013....73019....73037....73039....73043....73061
73063....73079....73091....73121....73127....73133....73141....73181
73189....73237....73243....73259....73277....73291....73303....73309
73327....73331....73351....73361....73363....73369....73379....73387
73417....73421....73433....73453....73459....73471....73477....73483
73517....73523....73529....73547....73553....73561....73571....73583
73589....73597....73607....73609....73613....73637....73643....73651
73673....73679....73681....73693....73699....73709....73721....73727
73751....73757....73771....73783....73819....73823....73847....73849
73859....73867....73877....73883....73897....73907....73939....73943
73951....73961....73973....73999....74017....74021....74027....74047
74051....74071....74077....74093....74099....74101....74131....74143
74149....74159....74161....74167....74177....74189....74197....74201
74203....74209....74219....74231....74257....74279....74287....74293
74297....74311....74317....74323....74353....74357....74363....74377
74381....74383....74411....74413....74419....74441....74449....74453
74471....74489....74507....74509....74521....74527....74531....74551
74561....74567....74573....74587....74597....74609....74611....74623
74653....74687....74699....74707....74713....74717....74719....74729
74731....74747....74759....74761....74771....74779....74797....74821
74827....74831....74843....74857....74861....74869....74873....74887
74891....74897....74903....74923....74929....74933....74941....74959
75011....75013....75017....75029....75037....75041....75079....75083
75109....75133....75149....75161....75167....75169....75181....75193
75209....75211....75217....75223....75227....75239....75253....75269
75277....75289....75307....75323....75329....75337....75347....75353
75367....75377....75389....75391....75401....75403....75407....75431
75437....75479....75503....75511....75521....75527....75533....75539
75541....75553....75557....75571....75577....75583....75611....75617
75619....75629....75641....75653....75659....75679....75683....75689
75703....75707....75709....75721....75731....75743....75767....75773
75781....75787....75793....75797....75821....75833....75853....75869
75883....75913....75931....75937....75941....75967....75979....75983
75989....75991....75997....76001....76003....76031....76039....76079
76081....76091....76099....76103....76123....76129....76147....76157
76159....76163....76207....76213....76231....76243....76249....76253
76259....76261....76283....76289....76303....76333....76343....76367
76369....76379....76387....76403....76421....76423....76441....76463
76471....76481....76487....76493....76507....76511....76519....76537
76541....76543....76561....76579....76597....76603....76607....76631
76649....76651....76667....76673....76679....76697....76717....76733
76753....76757....76771....76777....76781....76801....76819....76829
76831....76837....76847....76871....76873....76883....76907....76913
76919....76943....76949....76961....76963....76991....77003....77017
77023....77029....77041....77047....77069....77081....77093....77101
77137....77141....77153....77167....77171....77191....77201....77213
77237....77239....77243....77249....77261....77263....77267....77269
77279....77291....77317....77323....77339....77347....77351....77359
77369....77377....77383....77417....77419....77431....77447....77471
77477....77479....77489....77491....77509....77513....77521....77527
77543....77549....77551....77557....77563....77569....77573....77587
77591....77611....77617....77621....77641....77647....77659....77681
77687....77689....77699....77711....77713....77719....77723....77731
77743....77747....77761....77773....77783....77797....77801....77813
77839....77849....77863....77867....77893....77899....77929....77933
77951....77969....77977....77983....77999....78007....78017....78031

....78041....78049....78059....78079....78101....78121....78137....78139
78157....78163....78167....78173....78179....78191....78193....78203
78229....78233....78241....78259....78277....78283....78301....78307
78311....78317....78341....78347....78367....78401....78427....78437
78439....78467....78479....78487....78497....78509....78511....78517
78539....78541....78553....78569....78571....78577....78583....78593
78607....78623....78643....78649....78653....78691....78697....78707
78713....78721....78737....78779....78781....78787....78791....78797
78803....78809....78823....78839....78853....78857....78877....78887
78889....78893....78901....78919....78929....78941....78977....78979
78989....79031....79039....79043....79063....79087....79103....79111
79133....79139....79147....79151....79153....79159....79181....79187
79193....79201....79229....79231....79241....79259....79273....79279
79283....79301....79309....79319....79333....79337....79349....79357
79367....79379....79393....79397....79399....79411....79423....79427
79433....79451....79481....79493....79531....79537....79549....79559
79561....79579....79589....79601....79609....79613....79621....79627
79631....79633....79657....79669....79687....79691....79693....79697
79699....79757....79769....79777....79801....79811....79813....79817
79823....79829....79841....79843....79847....79861....79867....79873
79889....79901....79903....79907....79939....79943....79967....79973
79979....79987....79997....79999....80021....80039....80051....80071
80077....80107....80111....80141....80147....80149....80153....80167
80173....80177....80191....80207....80209....80221....80231....80233
80239....80251....80263....80273....80279....80287....80309....80317
80329....80341....80347....80363....80369....80387....80407....80429
80447....80449....80471....80473....80489....80491....80513....80527
80537....80557....80567....80599....80603....80611....80621....80627
80629....80651....80657....80669....80671....80677....80681....80683
80687....80701....80713....80737....80747....80749....80761....80777
80779....80783....80789....80803....80809....80819....80831....80833
80849....80863....80897....80909....80911....80917....80923....80929
80933....80953....80963....80989....81001....81013....81017....81019
81023....81031....81041....81043....81047....81049....81071....81077
81083....81097....81101....81119....81131....81157....81163....81173
81181....81197....81199....81203....81223....81233....81239....81281
81283....81293....81299....81307....81331....81343....81349....81353
81359....81371....81373....81401....81409....81421....81439....81457
81463....81509....81517....81527....81533....81547....81551....81553
81559....81563....81569....81611....81619....81629....81637....81647
81649....81667....81671....81677....81689....81701....81703....81707
81727....81737....81749....81761....81769....81773....81799....81817
81839....81847....81853....81869....81883....81899....81901....81919
81929....81931....81937....81943....81953....81967....81971....81973
82003....82007....82009....82013....82021....82031....82037....82039
82051....82067....82073....82129....82139....82141....82153....82163
82171....82183....82189....82193....82207....82217....82219....82223
82231....82237....82241....82261....82267....82279....82301....82307
82339....82349....82351....82361....82373....82387....82393....82421
82457....82463....82469....82471....82483....82487....82493....82499
82507....82529....82531....82549....82559....82561....82567....82571
82591....82601....82609....82613....82619....82633....82651....82657
82699....82721....82723....82727....82729....82757....82759....82763
82781....82787....82793....82799....82811....82813....82837....82847
82883....82889....82891....82903....82913....82939....82963....82981
82997....83003....83009....83023....83047....83059....83063....83071
83077....83089....83093....83101....83117....83137....83177....83203
83207....83219....83221....83227....83231....83233....83243....83257
83267....83269....83273....83299....83311....83339....83341....83357
83383....83389....83399....83401....83407....83417....83423....83431
83437....83443....83449....83459....83471....83477....83497....83537
83557....83561....83563....83579....83591....83597....83609....83617
83621....83639....83641....83653....83663....83689....83701....83717
83719....83737....83761....83773....83777....83791....83813....83833

....83843....83857....83869....83873....83891....83903....83911....83921
83933....83939....83969....83983....83987....84011....84017....84047
84053....84059....84061....84067....84089....84121....84127....84131
84137....84143....84163....84179....84181....84191....84199....84211
84221....84223....84229....84239....84247....84263....84299....84307
84313....84317....84319....84347....84349....84377....84389....84391
84401....84407....84421....84431....84437....84443....84449....84457
84463....84467....84481....84499....84503....84509....84521....84523
84533....84551....84559....84589....84629....84631....84649....84653
84659....84673....84691....84697....84701....84713....84719....84731
84737....84751....84761....84787....84793....84809....84811....84827
84857....84859....84869....84871....84913....84919....84947....84961
84967....84977....84979....84991....85009....85021....85027....85037
85049....85061....85081....85087....85091....85093....85103....85109
85121....85133....85147....85159....85193....85199....85201....85213
85223....85229....85237....85243....85247....85259....85297....85303
85313....85331....85333....85361....85363....85369....85381....85411
85427....85429....85439....85447....85451....85453....85469....85487
85513....85517....85523....85531....85549....85571....85577....85597
85601....85607....85619....85621....85627....85639....85643....85661
85667....85669....85691....85703....85711....85717....85733....85751
85781....85793....85817....85819....85829....85831....85837....85843
85847....85853....85889....85903....85909....85931....85933....85991
85999....86011....86017....86027....86029....86069....86077....86083
86111....86113....86117....86131....86137....86143....86161....86171
86179....86183....86197....86201....86209....86239....86243....86249
86257....86263....86269....86287....86291....86293....86297....86311
86323....86341....86351....86353....86357....86369....86371....86381
86389....86399....86413....86423....86441....86453....86461....86467
86477....86491....86501....86509....86531....86533....86539....86561
86573....86579....86587....86599....86627....86629....86677....86689
86693....86711....86719....86729....86743....86753....86767....86771
86783....86813....86837....86843....86851....86857....86861....86869
86923....86927....86929....86939....86951....86959....86969....86981
86993....87011....87013....87037....87041....87049....87071....87083
87103....87107....87119....87121....87133....87149....87151....87179
87181....87187....87211....87221....87223....87251....87253....87257
87277....87281....87293....87299....87313....87317....87323....87337
87359....87383....87403....87407....87421....87427....87433....87443
87473....87481....87491....87509....87511....87517....87523....87539
87541....87547....87553....87557....87559....87583....87587....87589
87613....87623....87629....87631....87641....87643....87649....87671
87679....87683....87691....87697....87701....87719....87721....87739
87743....87751....87767....87793....87797....87803....87811....87833
87853....87869....87877....87881....87887....87911....87917....87931
87943....87959....87961....87973....87977....87991....88001....88003
88007....88019....88037....88069....88079....88093....88117....88129
88169....88177....88211....88223....88237....88241....88259....88261
88289....88301....88321....88327....88337....88339....88379....88397
88411....88423....88427....88463....88469....88471....88493....88499
88513....88523....88547....88589....88591....88607....88609....88643
88651....88657....88661....88663....88667....88681....88721....88729
88741....88747....88771....88789....88793....88799....88801....88807
88811....88813....88817....88819....88843....88853....88861....88867
88873....88883....88897....88903....88919....88937....88951....88969
88993....88997....89003....89009....89017....89021....89041....89051
89057....89069....89071....89083....89087....89101....89107....89113
89119....89123....89137....89153....89189....89203....89209....89213
89227....89231....89237....89261....89269....89273....89293....89303
89317....89329....89363....89371....89381....89387....89393....89399
89413....89417....89431....89443....89449....89459....89477....89491
89501....89513....89519....89521....89527....89533....89561....89563
89567....89591....89597....89599....89603....89611....89627....89633
89653....89657....89659....89669....89671....89681....89689....89753

....89759....89767....89779....89783....89797....89809....89819....89821
89833....89839....89849....89867....89891....89897....89899....89909
89917....89923....89939....89959....89963....89977....89983....89989
90001....90007....90011....90017....90019....90023....90031....90053
90059....90067....90071....90073....90089....90107....90121....90127
90149....90163....90173....90187....90191....90197....90199....90203
90217....90227....90239....90247....90263....90271....90281....90289
90313....90353....90359....90371....90373....90379....90397....90401
90403....90407....90437....90439....90469....90473....90481....90499
90511....90523....90527....90529....90533....90547....90583....90599
90617....90619....90631....90641....90647....90659....90677....90679
90697....90703....90709....90731....90749....90787....90793....90803
90821....90823....90833....90841....90847....90863....90887....90901
90907....90911....90917....90931....90947....90971....90977....90989
90997....91009....91019....91033....91079....91081....91097....91099
91121....91127....91129....91139....91141....91151....91153....91159
91163....91183....91193....91199....91229....91237....91243....91249
91253....91283....91291....91297....91303....91309....91331....91367
91369....91373....91381....91387....91393....91397....91411....91423
91433....91453....91457....91459....91463....91493....91499....91513
91529....91541....91571....91573....91577....91583....91591....91621
91631....91639....91673....91691....91703....91711....91733....91753
91757....91771....91781....91801....91807....91811....91813....91823
91837....91841....91867....91873....91909....91921....91939....91943
91951....91957....91961....91967....91969....91997....92003....92009
92033....92041....92051....92077....92083....92107....92111....92119
92143....92153....92173....92177....92179....92189....92203....92219
92221....92227....92233....92237....92243....92251....92269....92297
92311....92317....92333....92347....92353....92357....92363....92369
92377....92381....92383....92387....92399....92401....92413....92419
92431....92459....92461....92467....92479....92489....92503....92507
92551....92557....92567....92569....92581....92593....92623....92627
92639....92641....92647....92657....92669....92671....92681....92683
92693....92699....92707....92717....92723....92737....92753....92761
92767....92779....92789....92791....92801....92809....92821....92831
92849....92857....92861....92863....92867....92893....92899....92921
92927....92941....92951....92957....92959....92987....92993....93001
93047....93053....93059....93077....93083....93089....93097....93103
93113....93131....93133....93139....93151....93169....93179....93187
93199....93229....93239....93241....93251....93253....93257....93263
93281....93283....93287....93307....93319....93323....93329....93337
93371....93377....93383....93407....93419....93427....93463....93479
93481....93487....93491....93493....93497....93503....93523....93529
93553....93557....93559....93563....93581....93601....93607....93629
93637....93683....93701....93703....93719....93739....93761....93763
93787....93809....93811....93827....93851....93871....93887....93889
93893....93901....93911....93913....93923....93937....93941....93949
93967....93971....93979....93983....93997....94007....94009....94033
94049....94057....94063....94079....94099....94109....94111....94117
94121....94151....94153....94169....94201....94207....94219....94229
94253....94261....94273....94291....94307....94309....94321....94327
94331....94343....94349....94351....94379....94397....94399....94421
94427....94433....94439....94441....94447....94463....94477....94483
94513....94529....94531....94541....94543....94547....94559....94561
94573....94583....94597....94603....94613....94621....94649....94651
94687....94693....94709....94723....94727....94747....94771....94777
94781....94789....94793....94811....94819....94823....94837....94841
94847....94849....94873....94889....94903....94907....94933....94949
94951....94961....94993....94999....95003....95009....95021....95027
95063....95071....95083....95087....95089....95093....95101....95107
95111....95131....95143....95153....95177....95189....95191....95203
95213....95219....95231....95233....95239....95257....95261....95267
95273....95279....95287....95311....95317....95327....95339....95369
95383....95393....95401....95413....95419....95429....95441....95443

Anlage 1

Seite 19 von 19

....95461....95467....95471....95479....95483....95507....95527....95531
95539....95549....95561....95569....95581....95597....95603....95617
95621....95629....95633....95651....95701....95707....95713....95717
95723....95731....95737....95747....95773....95783....95789....95791
95801....95803....95813....95819....95857....95869....95873....95881
95891....95911....95917....95923....95929....95947....95957....95959
95971....95987....95989....96001....96013....96017....96043....96053
96059....96079....96097....96137....96149....96157....96167....96179
96181....96199....96211....96221....96223....96233....96259....96263
96269....96281....96289....96293....96323....96329....96331....96337
96353....96377....96401....96419....96431....96443....96451....96457
96461....96469....96479....96487....96493....96497....96517....96527
96553....96557....96581....96587....96589....96601....96643....96661
96667....96671....96697....96703....96731....96737....96739....96749
96757....96763....96769....96779....96787....96797....96799....96821
96823....96827....96847....96851....96857....96893....96907....96911
96931....96953....96959....96973....96979....96989....96997....97001
97003....97007....97021....97039....97073....97081....97103....97117
97127....97151....97157....97159....97169....97171....97177....97187
97213....97231....97241....97259....97283....97301....97303....97327
97367....97369....97373....97379....97381....97387....97397....97423
97429....97441....97453....97459....97463....97499....97501....97511
97523....97547....97549....97553....97561....97571....97577....97579
97583....97607....97609....97613....97649....97651....97673....97687
97711....97729....97771....97777....97787....97789....97813....97829
97841....97843....97847....97849....97859....97861....97871....97879
97883....97919....97927....97931....97943....97961....97967....97973
97987....98009....98011....98017....98041....98047....98057....98081
98101....98123....98129....98143....98179....98207....98213....98221
98227....98251....98257....98269....98297....98299....98317....98321
98323....98327....98347....98369....98377....98387....98389....98407
98411....98419....98429....98443....98453....98459....98467....98473
98479....98491....98507....98519....98533....98543....98561....98563
98573....98597....98621....98627....98639....98641....98663....98669
98689....98711....98713....98717....98729....98731....98737....98773
98779....98801....98807....98809....98837....98849....98867....98869
98873....98887....98893....98897....98899....98909....98911....98927
98929....98939....98947....98953....98963....98981....98993....98999
99013....99017....99023....99041....99053....99079....99083....99089
99103....99109....99119....99131....99133....99137....99139....99149
99173....99181....99191....99223....99233....99241....99251....99257
99259....99277....99289....99317....99347....99349....99367....99371
99377....99391....99397....99401....99409....99431....99439....99469
99487....99497....99523....99527....99529....99551....99559....99563
99571....99577....99581....99607....99611....99623....99643....99661
99667....99679....99689....99707....99709....99713....99719....99721
99733....99761....99767....99787....99793....99809....99817....99823
99829....99833....99839....99859....99871....99877....99881....99901
99907....99923....99929....99961....99971....99989....99991

Von 3 bis 100000 sind 9591 Primzahlen zu finden sowie 1224 Zwillinge mod 2

Anmerkungen:

1. Die Ordnungsfolge der ungeraden Primzahlen von 3 bis 99991 erweist sich für das Verständnis des in dieser Monographie deduzierten Beweises der Goldbach'schen Vermutung als wichtige Basis, auf die der Leser zurückgreifen kann. Die hier deduzierten - in der Primzahlforschung noch unbekanntem Gesetze - finden bei Betrachtung dieser Anlage eine volle Bestätigung und werden in Anlage 20 vertieft und bestätigt
2. Die Primzahlzwillinge mod 2 wurden in Anlage 1 schattiert markiert. Daraus ist ersichtlich, dass sie auch in einer verketteten Sequenz vorkommen können, ohne dass zwischen ihnen (unbeteiligte) Primzahlen auftreten. Dieser Aspekt wurde in der Primzahlforschung bisher nicht näher analysiert. Beachtlich ist des weiteren, dass in diesen Zwillingen stets nur Primzahlen mit den Endziffern: 1&3, 1&9, 7&9 eingehen können und dass eine dieser Primzahlen zu den Klassen: 1,2,3,4 - die andere aber - zu den Klassen: 5,6,7,8 gehören muss.

Anlage Z

Die Zwillinge mod 2, mod 4, mod 6, mod 8, mod 10 und mod 100 im Intervall: 0 - 10000:

**Primzahlzwillinge (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 2 bis 10000**

(3,
5) ..+0... (5, 7) ..+4... (11, 13) ..+4... (17, 19) ..+10... (29, 31) ..+10... (41, 43) ..+
16... (59,
61) ..+10... (71, 73) ..+28... (101, 103) ..+4... (107, 109) ..+28... (137, 139) ..+10...
(
149, 151) ..+28... (179, 181) ..+10... (191, 193) ..+4... (197, 199) ..+28... (227, 229)
..+10... (239,
241) ..+28... (269, 271) ..+10... (281, 283) ..+28... (311, 313) ..+34... (347, 349) ..+
70... (419,
421) ..+10... (431, 433) ..+28... (461, 463) ..+58... (521, 523) ..+46... (569, 571) ..+
28... (599,
601) ..+16... (617, 619) ..+22... (641, 643) ..+16... (659, 661) ..+148... (809, 811) ..+
10... (
821, 823) ..+4... (827, 829) ..+28... (857, 859) ..+22... (881, 883) ..+136... (1019, 10
21) ..+10... (1031, 1033) ..+16... (1049, 1051) ..+10... (1061, 1063) ..+28... (1091, 1
093) ..+58... (1151, 1153) ..+76... (1229, 1231) ..+46... (1277, 1279) ..+10... (1289,
1291) ..+10... (
1301, 1303) ..+16... (1319, 1321) ..+106... (1427, 1429) ..+22... (1451, 1453) ..+28...
.. (
1481, 1483) ..+4... (1487, 1489) ..+118... (1607, 1609) ..+10... (1619, 1621) ..+46...
(1667,
1669) ..+28... (1697, 1699) ..+22... (1721, 1723) ..+64... (1787, 1789) ..+82... (1871
,
1873) ..+4... (1877, 1879) ..+52... (1931, 1933) ..+16... (1949, 1951) ..+46... (1997,
1999) ..+28... (2027,
2029) ..+52... (2081, 2083) ..+4... (2087, 2089) ..+22... (2111, 2113) ..+16... (2129,
2131) ..+10... (
2141, 2143) ..+94... (2237, 2239) ..+28... (2267, 2269) ..+40... (2309, 2311) ..+28...
(2339,
2341) ..+40... (2381, 2383) ..+166... (2549, 2551) ..+40... (2591, 2593) ..+64... (265
7, 2659) ..+28... (2687, 2689) ..+22... (2711, 2713) ..+16... (2729, 2731) ..+58... (27
89, 2791) ..+10... (2801, 2803) ..+166... (2969, 2971) ..+28... (2999, 3001) ..+118...
(3119,
3121) ..+46... (3167, 3169) ..+82... (3251, 3253) ..+4... (3257, 3259) ..+40... (3299,
3301) ..+28... (3329, 3331) ..+28... (3359, 3361) ..+10... (3371, 3373) ..+16... (3389
, 3391) ..+70... (
3461, 3463) ..+4... (3467, 3469) ..+58... (3527, 3529) ..+10... (3539, 3541) ..+16... (
3557, 3559) ..+22... (3581, 3583) ..+88... (3671, 3673) ..+94... (3767, 3769) ..+52...
(
3821, 3823) ..+28... (3851, 3853) ..+64... (3917, 3919) ..+10... (3929, 3931) ..+70...
(
4001, 4003) ..+16... (4019, 4021) ..+28... (4049, 4051) ..+40... (4091, 4093) ..+34...
(4127,
4129) ..+28... (4157, 4159) ..+58... (4217, 4219) ..+10... (4229, 4231) ..+10... (4241
4243) ..+16... (4259,
4261) ..+10... (4271, 4273) ..+64... (4337, 4339) ..+82... (4421, 4423) ..+58... (4481
4483) ..+34... (
4517, 4519) ..+28... (4547, 4549) ..+88... (4637, 4639) ..+10... (4649, 4651) ..+70...

721, 4723) ..+64... (4787, 4789) ..+10... (4799, 4801) ..+130... (4931, 4933) ..+34...
(4967,

4969) ..+40... (5009, 5011) ..+10... (5021, 5023) ..+76... (5099, 5101) ..+130... (523
 1,
 5233) ..+46... (5279, 5281) ..+136... (5417, 5419) ..+22... (5441, 5443) ..+34... (547
 7, 5479) ..+22... (5501, 5503) ..+16... (5519, 5521) ..+118... (5639, 5641) ..+10... (5
 651,
 5653) ..+4... (5657, 5659) ..+82... (5741, 5743) ..+106... (5849, 5851) ..+16... (5867
 /
 5869) ..+10... (5879, 5881) ..+208... (6089, 6091) ..+40... (6131, 6133) ..+64... (619
 7, 6199) ..+70... (6269, 6271) ..+28... (6299, 6301) ..+58... (6359, 6361) ..+88... (64
 49, 6451) ..+100... (6551, 6553) ..+16... (6569, 6571) ..+88... (6659, 6661) ..+28... (6
 689, 6691) ..+10... (6701, 6703) ..+58... (6761, 6763) ..+16... (6779, 6781) ..+10... (6
 791,
 6793) ..+34... (6827, 6829) ..+40... (6869, 6871) ..+76... (6947, 6949) ..+10... (6959
 /
 6961) ..+166... (7127, 7129) ..+82... (7211, 7213) ..+94... (7307, 7309) ..+22... (733
 1,
 7333) ..+16... (7349, 7351) ..+106... (7457, 7459) ..+28... (7487, 7489) ..+58... (754
 7,
 7549) ..+10... (7559, 7561) ..+28... (7589, 7591) ..+166... (7757, 7759) ..+118... (78
 77, 7879) ..+70... (7949, 7951) ..+58... (8009, 8011) ..+76... (8087, 8089) ..+130... (8
 8219,
 8221) ..+10... (8231, 8233) ..+58... (8291, 8293) ..+94... (8387, 8389) ..+40... (8429
 , 8431) ..+106... (8
 8537, 8539) ..+58... (8597, 8599) ..+28... (8627, 8629) ..+190... (8819, 8821) ..+16...
 . (8
 8837, 8839) ..+22... (8861, 8863) ..+106... (8969, 8971) ..+28... (8999, 9001) ..+10...
 . (9011,
 9013) ..+28... (9041, 9043) ..+196... (9239, 9241) ..+40... (9281, 9283) ..+58... (934
 1, 9343) ..+76... (9419, 9421) ..+10... (9431, 9433) ..+4... (9437, 9439) ..+22... (946
 1, 9463) ..+166... (9629, 9631) ..+46... (9677, 9679) ..+40... (9719, 9721) ..+46... (9
 767, 9769) ..+88... (9857, 9859) ..+70... (9929, 9931)

Insgesamt sind es 205 Zwillinge

**Semizwillinge im Abstand 4 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 2 bis 10000**

(3, 7) ..+0... (7, 11) ..+2... (
13, 17) ..+2... (19, 23) ..+14... (37, 41) ..+2... (43, 47) ..+20... (67, 71) ..+8... (79,
83) ..+14... (
97, 101) ..+2... (103, 107) ..+2... (109, 113) ..+14... (127, 131) ..+32... (163, 167) ..
+26... (
193, 197) ..+26... (223, 227) ..+2... (229, 233) ..+44... (277, 281) ..+26... (307, 311)
..+2... (
313, 317) ..+32... (349, 353) ..+26... (379, 383) ..+14... (397, 401) ..+38... (439, 443
) ..+14... (
457, 461) ..+2... (463, 467) ..+20... (487, 491) ..+8... (499, 503) ..+110... (613, 617)
..+26... (643, 647) ..+26... (
673, 677) ..+62... (739, 743) ..+14... (757, 761) ..+8... (769, 773) ..+50... (823, 827)
..+26... (
853, 857) ..+2... (859, 863) ..+14... (877, 881) ..+2... (883, 887) ..+20... (907, 911) .
+26... (
937, 941) ..+26... (967, 971) ..+38... (1009, 1013) ..+74... (1087, 1091) ..+2... (1093
,
1097) ..+116... (1213, 1217) ..+62... (1279, 1283) ..+14... (1297, 1301) ..+2... (1303
, 1307) ..+116... (1423, 1427) ..+2... (
1429, 1433) ..+14... (1447, 1451) ..+32... (1483, 1487) ..+2... (1489, 1493) ..+56... (
1549, 1553) ..+14... (1567, 1571) ..+8... (1579, 1583) ..+14... (1597, 1601) ..+8... (1
609, 1613) ..+50... (1663, 1667) ..+26... (1693, 1697) ..+86... (1783, 1787) ..+80... (
1867, 1871) ..+2... (
1873, 1877) ..+116... (1993, 1997) ..+2... (1999, 2003) ..+80... (2083, 2087) ..+50...
(
2137, 2141) ..+62... (2203, 2207) ..+32... (2239, 2243) ..+26... (2269, 2273) ..+20...
(
2293, 2297) ..+50... (2347, 2351) ..+26... (2377, 2381) ..+8... (2389, 2393) ..+44... (
2437, 2441) ..+32... (2473, 2477) ..+62... (2539, 2543) ..+74... (2617, 2621) ..+38...
(2659, 2663) ..+20... (2683, 2687) ..+2... (
2689, 2693) ..+14... (2707, 2711) ..+38... (2749, 2753) ..+44... (2797, 2801) ..+32...
(
2833, 2837) ..+20... (2857, 2861) ..+92... (2953, 2957) ..+62... (3019, 3023) ..+14...
(
3037, 3041) ..+38... (3079, 3083) ..+80... (3163, 3167) ..+20... (3187, 3191) ..+26...
(
3217, 3221) ..+32... (3253, 3257) ..+62... (3319, 3323) ..+20... (3343, 3347) ..+110..
.
3457, 3461) ..+2... (3463, 3467) ..+62... (3529, 3533) ..+80... (3613, 3617) ..+56... (
3673, 3677) ..+20... (3697, 3701) ..+92... (3793, 3797) ..+50... (3847, 3851) ..+26...
(
3877, 3881) ..+26... (3907, 3911) ..+8... (3919, 3923) ..+20... (3943, 3947) ..+56... (
4003, 4007) ..+122... (
4129, 4133) ..+20... (4153, 4157) ..+290... (4447, 4451) ..+62... (4513, 4517) ..+2...
(4519, 4523) ..+116... (4639, 4643) ..+86... (
4729, 4733) ..+50... (4783, 4787) ..+2... (4789, 4793) ..+20... (4813, 4817) ..+116...
(
4933, 4937) ..+32... (4969, 4973) ..+26... (4999, 5003) ..+74... (5077, 5081) ..+86...
(5167, 5171) ..+56... (5227, 5231) ..+2... (
5233, 5237) ..+110... (5347, 5351) ..+62... (5413, 5417) ..+20... (5437, 5441) ..+38..
(5479, 5483) ..+20... (5503, 5507) ..+20... (5527, 5531) ..+38... (
5569, 5573) ..+74... (5647, 5651) ..+2... (5653, 5657) ..+32... (5689, 5693) ..+44... (
5737, 5741) ..+38... (5779, 5783) ..+56... (5839, 5843) ..+14... (5857, 5861) ..+62...
(5923, 5927) ..+80... (6007, 6011) ..+32... (6043, 6047) ..+152... (6199, 6203) ..+14..
.. (
6217, 6221) ..+248... (6469, 6473) ..+74... (6547, 6551) ..+26... (6577, 6581) ..+152..
.. (
6733, 6737) ..+86... (6823, 6827) ..+2... (6829, 6833) ..+74... (6907, 6911) ..+56... (
6967, 6971) ..+26... (
6997, 7001) ..+38... (7039, 7043) ..+164... (7207, 7211) ..+32... (7243, 7247) ..+230.

..(
7477, 7481) ..+56... (**7537, 7541**) ..+32... (**7573, 7577**) ..+26... (7603, 7607) ..+32...
 (7639, 7643) ..+26... (
7669, 7673) ..+14... (7687, 7691) ..+8... (7699, 7703) ..+20... (7723, 7727) ..+26... (
7753, 7757) ..+32... (**7789, 7793**) ..+80... (**7873, 7877**) ..+2... (7879, 7883) ..+50... (
7933, 7937) ..+152... (**8089, 8093**) ..+74... (8167, 8171) ..+62... (**8233, 8237**) ..+32...
 . (
8269, 8273) ..+14... (8287, 8291) ..+2... (**8293, 8297**) ..+122... (8419, 8423) ..+20...
 (8443, 8447) ..+92... (8539, 8543) ..+80... (8623, 8627) ..+50... (
8677, 8681) ..+8... (**8689, 8693**) ..+44... (**8737, 8741**) ..+38... (8779, 8783) ..+20... (
 8803, 8807) ..+56... (8863, 8867) ..+62... (
8929, 8933) ..+74... (9007, 9011) ..+122... (**9133, 9137**) ..+20... (**9157, 9161**) ..+38...
 . (9199, 9203) ..+74... (
9277, 9281) ..+38... (9319, 9323) ..+14... (**9337, 9341**) ..+92... (**9433, 9437**) ..+26...
 (9463, 9467) ..+80... (9547, 9551) ..+68... (9619, 9623) ..+116... (9739, 9743) ..+44...
 .. (9787, 9791) ..+38... (**9829, 9833**) ..+50... (9883, 9887)

Insgesamt sind es 203 Semizwillinge im Abstand 4

**Semizwillinge im Abstand 6 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 2 bis 10000**

(
5, 11) ..-4... (7, 13) ..-2... (11, 17) ..-4... (13, 19) ..-2... (17, 23) ..+0... (23, 29) .
..+2... (31,
37) ..+0... (37, 43) ..-2... (41, 47) ..+0... (47, 53) ..+0... (53, 59) ..+2... (61, 67) ..
+0... (67,
73) ..+0... (73, 79) ..+4... (83, 89) ..+8... (97, 103) ..-2... (101, 107) ..-4... (103, 1
09) ..-2... (107, 113) ..+18... (131, 137) ..+14... (151, 157) ..+0... (157, 163) ..+4..
.(167,
173) ..+0... (173, 179) ..+12... (191, 197) ..-4... (193, 199) ..+24... (223, 229) ..-2..
..(227,
233) ..+0... (233, 239) ..+12... (251, 257) ..+0... (257, 263) ..+0... (263, 269) ..+2..
.(271,
277) ..+0... (277, 283) ..+24... (307, 313) ..-2... (311, 317) ..+14... (331, 337) ..+10
... (347,
353) ..+0... (353, 359) ..+8... (367, 373) ..+0... (373, 379) ..+4... (383, 389) ..+44..
.(
433, 439) ..+4... (443, 449) ..+8... (457, 463) ..-2... (461, 467) ..+36... (503, 509) ..
+32... (
541, 547) ..+10... (557, 563) ..+0... (563, 569) ..+2... (571, 577) ..+10... (587, 593) .
.+0... (
593, 599) ..+2... (601, 607) ..+0... (607, 613) ..+0... (613, 619) ..+22... (641, 647) ..
+0... (647,
653) ..+0... (653, 659) ..+18... (677, 683) ..+44... (727, 733) ..+0... (733, 739) ..+12
... (751,
757) ..+64... (821, 827) ..-4... (823, 829) ..+24... (853, 859) ..-2... (857, 863) ..+14
... (
877, 883) ..-2... (881, 887) ..+54... (941, 947) ..+0... (947, 953) ..+18... (971, 977) .
.+0... (
977, 983) ..+8... (991, 997) ..+16... (1013, 1019) ..+14... (1033, 1039) ..+24... (1063
,
1069) ..+18... (1087, 1093) ..-2... (1091, 1097) ..+0... (1097, 1103) ..+0... (1103, 11
09) ..+8... (1117, 1123) ..+0... (1123, 1129) ..+52... (1181, 1187) ..+0... (1187, 1193
) ..+24... (
1217, 1223) ..+0... (1223, 1229) ..+2... (1231, 1237) ..+40... (1277, 1283) ..+0... (12
83,
1289) ..+2... (1291, 1297) ..+0... (1297, 1303) ..-2... (1301, 1307) ..+14... (1321, 13
27) ..+34... (
1361, 1367) ..+0... (1367, 1373) ..+50... (1423, 1429) ..-2... (1427, 1433) ..+0... (14
33, 1439) ..+8... (1447, 1453) ..+0... (1453, 1459) ..+22... (1481, 1487) ..-4... (1483
,
1489) ..-2... (1487, 1493) ..+0... (1493, 1499) ..+44... (1543, 1549) ..+4... (1553, 15
59) ..+42... (
1601, 1607) ..+0... (1607, 1613) ..+0... (1613, 1619) ..+2... (1621, 1627) ..+30... (16
57, 1663) ..+0... (1663, 1669) ..+24... (1693, 1699) ..+42... (1741, 1747) ..+0... (174
7,
1753) ..+0... (1753, 1759) ..+18... (1777, 1783) ..+0... (1783, 1789) ..+72... (1861, 1
867) ..+0... (1867,
1873) ..-2... (1871, 1877) ..-4... (1873, 1879) ..+22... (1901, 1907) ..+0... (1907, 19
13) ..+60... (1973, 1979) ..+8... (1987, 1993) ..+0... (1993, 1999) ..-2... (1997, 2003
) ..+8... (2011,
2017) ..+46... (2063, 2069) ..+12... (2081, 2087) ..-4... (2083, 2089) ..+42... (2131,
2137) ..+0... (2137, 2143) ..+64... (2207, 2213) ..+24... (2237, 2243) ..+24... (2267,
2273) ..+8... (2281, 2287) ..+0... (2287, 2293) ..+40... (2333, 2339) ..+2... (2341, 23
47) ..+4... (2351,
2357) ..+14... (2371, 2377) ..+0... (2377, 2383) ..+0... (2383, 2389) ..+4... (2393, 23
39) ..+12... (2411,
2417) ..+0... (2417, 2423) ..+18... (2441, 2447) ..+20... (2467, 2473) ..+70... (2543,
2549) ..+2... (2551, 2557) ..+100... (2657, 2663) ..+8... (2671, 2677) ..+0... (2677, 2
583) ..+0... (2683,

2689) ..-2... (2687, 2693) ..+0... (2693, 2699) ..+8... (2707, 2713) ..+0... (2713, 2719) ..+72... (2791,
 2797) ..+0... (2797, 2803) ..+34... (2837, 2843) ..+8... (2851, 2857) ..+40... (2897, 2903) ..+0... (2903,
 2909) ..+48... (2957, 2963) ..+0... (2963, 2969) ..+92... (3061, 3067) ..+16... (3083, 3089) ..+74... (3163, 3169) ..+12... (3181, 3187) ..+16... (3203, 3209) ..+42... (3251,
 3257) ..-4... (3253, 3259) ..+42... (3301, 3307) ..+0... (3307, 3313) ..+0... (3313, 3319) ..+4... (3323,
 3329) ..+78... (3407, 3413) ..+44... (3457, 3463) ..-2... (3461, 3467) ..-4... (3463, 3469) ..+42... (3511, 3517) ..+10... (3527, 3533) ..+0... (3533, 3539) ..+2... (3541, 3547) ..+60... (3607,
 3613) ..+4... (3617, 3623) ..+8... (3631, 3637) ..+0... (3637, 3643) ..+28... (3671, 3677) ..+14... (3691, 3697) ..+30... (3727, 3733) ..+0... (3733, 3739) ..+22... (3761, 3767) ..+30... (
 3797, 3803) ..+44... (3847, 3853) ..+58... (3911, 3917) ..+0... (3917, 3923) ..+0... (3923,
 3929) ..+72... (4001, 4007) ..+0... (4007, 4013) ..+0... (4013, 4019) ..+2... (4021, 4027) ..+24... (4051,
 4057) ..+16... (4073, 4079) ..+14... (4093, 4099) ..+28... (4127, 4133) ..+0... (4133, 4139) ..+14... (
 4153, 4159) ..+52... (4211, 4217) ..+36... (4253, 4259) ..+24... (4283, 4289) ..+68... (
 4357, 4363) ..+28... (4391, 4397) ..+44... (4441, 4447) ..+4... (4451, 4457) ..+0... (4457, 4463) ..+44... (4507, 4513) ..+0... (4513, 4519) ..-2... (4517, 4523) ..+38... (4561, 4567) ..+24... (4591, 4597) ..+0... (4597, 4603) ..+34... (4637, 4643) ..+0... (4643,
 4649) ..+2... (4651, 4657) ..+0... (4657, 4663) ..+10... (4673, 4679) ..+44... (4723, 4729) ..+54... (4783, 4789) ..-2... (4787, 4793) ..+0... (4793, 4799) ..+72... (4871, 4877) ..+26... (4903, 4909) ..+22... (4931, 4937) ..+0... (4937, 4943) ..+8... (4951, 4957) ..+10... (4967, 4973) ..+14... (4987, 4993) ..+0... (4993, 4999) ..+4... (5003, 5009) ..+72... (
 5081, 5087) ..+14... (5101, 5107) ..+0... (5107, 5113) ..+0... (5113, 5119) ..+28... (5147,
 5153) ..+74... (5227, 5233) ..-2... (5231, 5237) ..+36... (5273, 5279) ..+18... (5297, 5303) ..+0... (5303,
 5309) ..+72... (5381, 5387) ..+0... (5387, 5393) ..+0... (5393, 5399) ..+8... (5407, 5413) ..+0... (5413, 5419) ..+12... (5431, 5437) ..+0... (5437, 5443) ..+0... (5443, 5449) ..+22... (5471,
 5477) ..+0... (5477, 5483) ..+18... (5501, 5507) ..+14... (5521, 5527) ..+30... (5557, 5563) ..+0... (5563,
 5569) ..+72... (5641, 5647) ..+0... (5647, 5653) ..-2... (5651, 5657) ..-4... (5653, 5659) ..+24... (5683,
 5689) ..+22... (5711, 5717) ..+20... (5737, 5743) ..+0... (5743, 5749) ..+52... (5801, 5807) ..+0... (5807,
 5813) ..+8... (5821, 5827) ..+16... (5843, 5849) ..+2... (5851, 5857) ..+4... (5861, 5867) ..+30... (
 5897, 5903) ..+78... (5981, 5987) ..+50... (6037, 6043) ..+4... (6047, 6053) ..+14... (6067,
 6073) ..+0... (6073, 6079) ..+118... (6197, 6203) ..+8... (6211, 6217) ..+40... (6257, 6263) ..+0... (6263,
 6269) ..+2... (6271, 6277) ..+34... (6311, 6317) ..+0... (6317, 6323) ..+0... (6323, 6329) ..+8... (6337, 6343) ..+10... (6353, 6359) ..+2... (6361, 6367) ..+0... (6367, 6373) ..+0... (
 6373, 6379) ..+42... (6421, 6427) ..+120... (6547, 6553) ..+10... (6563, 6569) ..+2... (6571,
 6577) ..+76... (6653, 6659) ..+14... (6673, 6679) ..+24... (6703, 6709) ..+114... (6823,
 6829) ..-2... (6827, 6833) ..+24... (6857, 6863) ..+0... (6863, 6869) ..+42... (6911, 6917) ..+44... (6961, 6967) ..+4... (6971, 6977) ..+0... (6977, 6983) ..+8... (6991, 6997) ..+16... (7013, 7019) ..+84... (7103, 7109) ..+12... (7121, 7127) ..+60... (7187, 7193) ..+14... (7207, 7213) ..+0... (7213, 7219) ..+18... (7237, 7243) ..+4... (7247, 7253) ..+158... (7411, 7417) ..+34... (7451, 7457) ..+24... (7481, 7487) ..+30... (7517, 7523)

523) ..+0... (7523,
 7529) ..+12... (7541, 7547) ..+30... (7577, 7583) ..+0... (7583, 7589) ..+54... (7643,
 7649) ..+32... (7681, 7687) ..+30... (7717, 7723) ..+30... (7753, 7759) ..+58... (7817,
 7823) ..+0... (7823,
 7829) ..+38... (7867, 7873) ..+0... (7873, 7879) ..-2... (7877, 7883) ..+18... (7901, 7
 907) ..+20... (7927,
 7933) ..+78... (8011, 8017) ..+36... (8053, 8059) ..+22... (8081, 8087) ..+0... (8087,
 8093) ..+18... (8111, 8117) ..+0... (8117, 8123) ..+38... (8161, 8167) ..+64... (8231,
 8237) ..+0... (8237, 8243) ..+20... (8263, 8269) ..+18... (8287, 8293) ..-2... (8291, 8
 297) ..+14... (8311, 8317) ..+46... (8363, 8369) ..+54... (8423, 8429) ..+32... (8461,
 8467) ..+54... (
 8521, 8527) ..+10... (8537, 8543) ..+80... (8623, 8629) ..+12... (8641, 8647) ..+16...
 (8663,
 8669) ..+24... (8693, 8699) ..+8... (8707, 8713) ..+0... (8713, 8719) ..+12... (8731, 8
 737) ..+4... (8741, 8747) ..+0... (8747, 8753) ..+78... (8831, 8837) ..+24... (8861, 88
 67) ..+20... (8887,
 8893) ..+30... (8923, 8929) ..+34... (8963, 8969) ..+32... (9001, 9007) ..+0... (9007,
 9013) ..+30... (9043, 9049) ..+54... (9103, 9109) ..+18... (9127, 9133) ..+18... (9151
 ,
 9157) ..+24... (9181, 9187) ..+16... (9203, 9209) ..+12... (9221, 9227) ..+50... (9277
 , 9283) ..+54... (
 9337, 9343) ..+0... (9343, 9349) ..+22... (9371, 9377) ..+14... (9391, 9397) ..+0... (9
 397, 9403) ..+10... (9413, 9419) ..+12... (9431, 9437) ..-4... (9433, 9439) ..+22... (9
 461, 9467) ..+0... (9467, 9473) ..+0... (9473, 9479) ..+12... (9491, 9497) ..+36... (95
 33, 9539) ..+74... (9613, 9619) ..+4... (9623, 9629) ..+14... (9643, 9649) ..+84... (97
 33, 9739) ..+4... (9743, 9749) ..+32... (9781, 9787) ..+24... (9811, 9817) ..+16... (98
 33, 9839) ..+12... (9851, 9857) ..+44... (9901, 9907) ..+16... (9923, 9929) ..+38... (9
 967, 9973)

Insgesamt sind es 411 Semizwillinge im Abstand 6

**Semizwillinge im Abstand 8 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 2 bis 10000**

(3, 11) .. -6... (5, 13) .. -2... (11, 19) .. +4... (23, 31) .. -2... (29, 37) .. +16... (53, 61) .. -2... (59, 67) .. +4... (71, 79) .. +10... (89, 97) .. +4... (101, 109) .. +22... (131, 139) .. +10... (149, 157) .. +16... (173, 181) .. +10... (191, 199) .. +34... (233, 241) .. +22... (263, 271) .. -2... (269, 277) .. +82... (359, 367) .. +22... (389, 397) .. +4... (401, 409) .. +22... (431, 439) .. +10... (449, 457) .. +22... (479, 487) .. +4... (491, 499) .. +64... (563, 571) .. -2... (569, 577) .. +16... (593, 601) .. -2... (599, 607) .. +46... (653, 661) .. +22... (683, 691) .. +10... (701, 709) .. +10... (719, 727) .. +16... (743, 751) .. +10... (761, 769) .. +52... (821, 829) .. +82... (911, 919) .. +10... (929, 937) .. +46... (983, 991) .. +22... (1013, 1021) .. +10... (1031, 1039) .. +22... (1061, 1069) .. +40... (1109, 1117) .. +46... (1163, 1171) .. +22... (1193, 1201) .. +22... (1223, 1231) .. -2... (1229, 1237) .. +46... (1283, 1291) .. -2... (1289, 1297) .. +22... (1319, 1327) .. +46... (1373, 1381) .. +58... (1439, 1447) .. +4... (1451, 1459) .. +22... (1481, 1489) .. +34... (1523, 1531) .. +28... (1559, 1567) .. +4... (1571, 1579) .. +22... (1601, 1609) .. +4... (1613, 1621) .. -2... (1619, 1627) .. +106... (1733, 1741) .. +82... (1823, 1831) .. +40... (1871, 1879) .. +100... (1979, 1987) .. +16... (2003, 2011) .. +70... (2081, 2089) .. +40... (2129, 2137) .. +16... (2153, 2161) .. +52... (2213, 2221) .. +22... (2243, 2251) .. +22... (2273, 2281) .. +52... (2333, 2341) .. -2... (2339, 2347) .. +34... (2381, 2389) .. +70... (2459, 2467) .. +64... (2531, 2539) .. +4... (2543, 2551) .. -2... (2549, 2557) .. +52... (2609, 2617) .. +46... (2663, 2671) .. +28... (2699, 2707) .. +4... (2711, 2719) .. +22... (2741, 2749) .. +40... (2789, 2797) .. +46... (2843, 2851) .. +28... (2879, 2887) .. +22... (2909, 2917) .. +46... (2963, 2971) .. +40... (3011, 3019) .. +22... (3041, 3049) .. +160... (3209, 3217) .. +4... (3221, 3229) .. +22... (3251, 3259) .. +40... (3299, 3307) .. +16... (3323, 3331) .. +118... (3449, 3457) .. +4... (3461, 3469) .. +22... (3491, 3499) .. +34... (3533, 3541) .. -2... (3539, 3547) .. +76... (3623, 3631) .. +70... (3701, 3709) .. +10... (3719, 3727) .. +34... (3761, 3769) .. +112... (3881, 3889) .. +22... (3911, 3919) .. +4... (3923, 3931) .. +82... (4013, 4021) .. -2... (4019, 4027) .. +22... (4049, 4057) .. +34... (4091, 4099) .. +112... (4211, 4219) .. +34... (4253, 4261) .. +28... (4289, 4297) .. +52... (4349, 4357) .. +226... (4583, 4591) .. +52... (4643, 4651) .. -2... (4649, 4657) .. +64... (4721, 4729) .. +22... (4751, 4759) .. +34... (4793, 4801) .. +142... (4943, 4951) .. +52... (5003, 5011) .. +40... (5051, 5059) .. +40... (5099, 5107) .. +64... (5171, 5179) .. +10... (5189, 5197) .. +76... (5273, 5281) .. +118... (5399, 5407) .. +34... (5441, 5449) .. +22... (5471, 5479) .. +40... (5519, 5527) .. +46... (5573, 5581) .. +58... (5639, 5647) .. +4... (5651, 5659) .. +34... (5693, 5701) .. +40... (5741, 5749) .. +34... (5783, 5791) .. +22... (5813, 5821) .. +22... (5843, 5851) .. -2... (5849, 5857) .. +4... (5861, 5869) .. +160... (6029, 6037) .. +76... (6113, 6121) .. +22... (6143, 6151) .. +52... (6203, 6211) .. +10... (6221, 6229) .. +34... (6263, 6271) .. -2... (6269, 6277) .. +52... (6329, 6337) .. +16... (6353, 6361) .. -2... (6359, 6367) .. +22... (6389, 6397) .. +76... (6473, 6481) .. +40... (6521, 6529) .. +34... (6563, 6571) .. -2... (6569, 6577) .. +22... (6599, 6607) .. +46... (6653, 6661) .. +40... (6701, 6709) .. +124... (6833, 6841) .. +22... (6863, 6871) .. +28... (6899, 6907) .. +52... (6959, 6967) .. +16... (6983, 6991) .. +28... (7019, 7027) .. +94... (7121, 7129) .. +22... (7151, 7159) .. +52... (7211, 7219) .. +10... (7229, 7237) .. +214... (7451, 7459) .. +22... (7481, 7489) .. +10... (7499, 7507) .. +22... (7529, 7537) .. +4... (7541, 7549) .. +34... (

7583, 7591) ..+82... (7673, 7681) ..+10... (7691, 7699) ..+220... (7919, 7927) ..+82... (8009, 8017) ..+64...
 . (8081, 8089) ..+4... (8093, 8101) ..+70... (8171, 8179) ..+190... (8369, 8377) ..+46...
 (8423, 8431) ..+82... (8513, 8521) ..+52... (8573, 8581) ..+88... (8669, 8677) ..+4... (8681, 8689) ..+10... (8699, 8707) ..+46...
 (8753, 8761) ..+70... (8831, 8839) ..+94... (8933, 8941) ..+22... (8963, 8971) ..+28... (8999, 9007) ..+34...
 (9041, 9049) ..+10... (9059, 9067) ..+106... (9173, 9181) ..+130... (9311, 9319) ..+22...
 .. (9341, 9349) ..+64... (9413, 9421) ..+10... (9431, 9439) ..+100... (9539, 9547) ..+76...
 . (9623, 9631) ..+58... (9689, 9697) ..+106... (9803, 9811) ..+40... (9851, 9859) ..+64... (9923, 9931) ..+10...
 . (9941, 9949)

Insgesamt sind es 208 Semizwillinge im Abstand 8

**Semizwillinge im Abstand 10 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 2 bis 10000**

(3,
13)...-6... (7, 17)...-4... (13, 23)...-4... (19, 29)...+2... (31, 41)...-4... (37, 47)...-
4... (43,
53)...+8... (61, 71)...+2... (73, 83)...-4... (79, 89)...+8... (97, 107)...-4... (103, 113
)...+14... (127,
137)...+2... (139, 149)...+8... (157, 167)...-4... (163, 173)...+8... (181, 191)...+32...
. (223,
233)...-4... (229, 239)...+2... (241, 251)...+20... (271, 281)...+2... (283, 293)...+14...
.. (307,
317)...+20... (337, 347)...+2... (349, 359)...+14... (373, 383)...-4... (379, 389)...+20
... (
409, 419)...+2... (421, 431)...+2... (433, 443)...-4... (439, 449)...+8... (457, 467)...+
32... (499,
509)...+38... (547, 557)...+20... (577, 587)...+20... (607, 617)...+14... (631, 641)...+
2... (643,
653)...+20... (673, 683)...+8... (691, 701)...+8... (709, 719)...+14... (733, 743)...+8...
.. (751,
761)...+26... (787, 797)...+14... (811, 821)...+8... (829, 839)...+14... (853, 863)...+1
4... (
877, 887)...+32... (919, 929)...+8... (937, 947)...+20... (967, 977)...+32... (1009, 101
9)...+2... (
1021, 1031)...+8... (1039, 1049)...+2... (1051, 1061)...+26... (1087, 1097)...-4... (10
93, 1103)...+50... (1153, 1163)...+8... (1171, 1181)...+32... (1213, 1223)...+26... (12
49, 1259)...+20... (1279, 1289)...+2... (1291, 1301)...-4... (1297, 1307)...+92... (139
9,
1409)...+14... (1423, 1433)...-4... (1429, 1439)...+32... (1471, 1481)...+2... (1483, 1
493)...-4... (1489, 1499)...+44... (1543, 1553)...-4... (1549, 1559)...+38... (1597, 16
07)...+2... (
1609, 1619)...+8... (1627, 1637)...+20... (1657, 1667)...+32... (1699, 1709)...+14... (
1723,
1733)...+44... (1777, 1787)...+14... (1801, 1811)...+50... (1861, 1871)...-4... (1867,
1877)...+2... (1879, 1889)...+98... (1987, 1997)...-4... (1993, 2003)...+14... (2017, 2
027)...+2... (
2029, 2039)...+14... (2053, 2063)...+26... (2089, 2099)...+32... (2131, 2141)...+2... (
2143,
2153)...+50... (2203, 2213)...+74... (2287, 2297)...+44... (2341, 2351)...-4... (2347,
2357)...+14... (2371, 2381)...+2... (2383, 2393)...-4... (2389, 2399)...+38... (2437, 2
447)...+20... (2467,
2477)...+44... (2521, 2531)...+8... (2539, 2549)...+98... (2647, 2657)...+20... (2677,
2687)...-4... (2683,
2693)...-4... (2689, 2699)...+20... (2719, 2729)...+2... (2731, 2741)...+26... (2767, 2
777)...+14... (2791, 2801)...+32... (2833, 2843)...+8... (2851, 2861)...+26... (2887, 2
897)...+20... (2917, 2927)...+26... (2953, 2963)...+38... (3001, 3011)...+68... (3079,
3089)...+20... (3109, 3119)...+62... (3181, 3191)...+122... (3313, 3323)...-4... (3319
/
3329)...+32... (3361, 3371)...+86... (3457, 3467)...+50... (3517, 3527)...+2... (3529,
3539)...+8... (3547,
3557)...+14... (3571, 3581)...+2... (3583, 3593)...+14... (3607, 3617)...-4... (3613, 3
623)...+68... (3691,
3701)...+8... (3709, 3719)...+50... (3769, 3779)...+14... (3793, 3803)...+20... (3823,
3833)...+20... (3853, 3863)...+44... (3907, 3917)...+2... (3919, 3929)...+74... (4003,
4013)...+116... (4129, 4139)...+62... (4201, 4211)...+8... (4219, 4229)...+2... (4231,
4241)...+2... (4243, 4253)...+8... (4261, 4271)...+2... (4273, 4283)...+44... (4327, 43
37)...+2... (4339, 4349)...+14... (4363, 4373)...+68... (4441, 4451)...-4... (4447, 445
7)...+26... (4483, 4493)...+14... (4507, 4517)...-4... (4513, 4523)...+116... (4639, 46
49)...+14... (4663, 4673)...+50... (4723, 4733)...+50... (4783, 4793)...-4... (4789, 47
99)...+62... (
4861, 4871)...+38... (4909, 4919)...+14... (4933, 4943)...+14... (4957, 4967)...+26...
(

4993, 5003) ..-4... (4999, 5009) ..+2... (5011, 5021) ..+56... (5077, 5087) ..+92... (5179, 5189) ..+38... (5227, 5237) ..+86... (5323, 5333) ..+74... (5407, 5417) ..+14... (5431, 5441) ..+80... (5521, 5531) ..+32... (5563, 5573) ..+8... (5581, 5591) ..+50... (5641, 5651) ..-4... (5647, 5657) ..+2... (5659, 5669) ..+14... (5683, 5693) ..+8... (5701, 5711) ..+80... (5791, 5801) ..+38... (5839, 5849) ..+2... (5851, 5861) ..-4... (5857, 5867) ..+2... (5869, 5879) ..+158... (6037, 6047) ..-4... (6043, 6053) ..+26... (6079, 6089) ..+2... (6091, 6101) ..+20... (6121, 6131) ..+2... (6133, 6143) ..+20... (6163, 6173) ..+38... (6211, 6221) ..+26... (6247, 6257) ..+20... (6277, 6287) ..+14... (6301, 6311) ..+32... (6343, 6353) ..+26... (6379, 6389) ..+92... (6481, 6491) ..+62... (6553, 6563) ..+8... (6571, 6581) ..+98... (6679, 6689) ..+2... (6691, 6701) ..+8... (6709, 6719) ..+62... (6781, 6791) ..+2... (6793, 6803) ..+20... (6823, 6833) ..+74... (6907, 6917) ..+32... (6949, 6959) ..+2... (6961, 6971) ..-4... (6967, 6977) ..+14... (6991, 7001) ..+68... (7069, 7079) ..+98... (7177, 7187) ..+32... (7219, 7229) ..+8... (7237, 7247) ..-4... (7243, 7253) ..+44... (7297, 7307) ..+14... (7321, 7331) ..+146... (7477, 7487) ..+2... (7489, 7499) ..+8... (7507, 7517) ..+20... (7537, 7547) ..+2... (7549, 7559) ..+14... (7573, 7583) ..+56... (7639, 7649) ..+32... (7681, 7691) ..+26... (7717, 7727) ..+140... (7867, 7877) ..-4... (7873, 7883) ..+44... (7927, 7937) ..+122... (8059, 8069) ..+32... (8101, 8111) ..+50... (8161, 8171) ..+38... (8209, 8219) ..+2... (8221, 8231) ..+2... (8233, 8243) ..+20... (8263, 8273) ..+14... (8287, 8297) ..+56... (8353, 8363) ..+14... (8377, 8387) ..+32... (8419, 8429) ..+98... (8527, 8537) ..+26... (8563, 8573) ..+26... (8599, 8609) ..+80... (8689, 8699) ..+32... (8731, 8741) ..-4... (8737, 8747) ..+74... (8821, 8831) ..+8... (8839, 8849) ..+74... (8923, 8933) ..+8... (8941, 8951) ..+50... (9001, 9011) ..+38... (9049, 9059) ..+68... (9127, 9137) ..+14... (9151, 9161) ..+38... (9199, 9209) ..+74... (9283, 9293) ..+110... (9403, 9413) ..+8... (9421, 9431) ..+32... (9463, 9473) ..+38... (9511, 9521) ..+92... (9613, 9623) ..-4... (9619, 9629) ..+50... (9679, 9689) ..+44... (9733, 9743) ..-4... (9739, 9749) ..+32... (9781, 9791) ..+38... (9829, 9839) ..+92... (9931, 9941)

Insgesamt sind es 270 Semizwillinge im Abstand 10

**Semizwillinge im Abstand 100 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 2 bis 10000**

(3,103)..-96...(7,107)..-94...(13,113)..-82...(31,131)..-94...(37,137)..-70...(67,167)..-94...(73,173)..-94...(79,179)..-82...(97,197)..-70...(127,227)..-88...(139,239)..-88...(151,251)..-94...(157,257)..-94...(163,263)..-82...(181,281)..-88...(193,293)..-82...(211,311)..-28...(283,383)..-52...(331,431)..-82...(349,449)..-82...(367,467)..-88...(379,479)..-70...(409,509)..-88...(421,521)..-64...(457,557)..-94...(463,563)..-76...(487,587)..-88...(499,599)..-58...(541,641)..-94...(547,647)..-70...(577,677)..-76...(601,701)..-82...(619,719)..-76...(643,743)..-82...(661,761)..-88...(673,773)..-64...(709,809)..-82...(727,827)..-88...(739,839)..-82...(757,857)..-70...(787,887)..-76...(811,911)..-82...(829,929)..-76...(853,953)..-76...(877,977)..-94...(883,983)..-64...(919,1019)..-28...(991,1091)..-94...(997,1097)..-88...(1009,1109)..-58...(1051,1151)..-88...(1063,1163)..-76...(1087,1187)..-94...(1093,1193)..-76...(1117,1217)..-94...(1123,1223)..-94...(1129,1229)..-28...(1201,1301)..+26...(1327,1427)..-46...(1381,1481)..-82...(1399,1499)..-76...(1423,1523)..-70...(1453,1553)..-94...(1459,1559)..-88...(1471,1571)..-88...(1483,1583)..-16...(1567,1667)..-70...(1597,1697)..-88...(1609,1709)..-88...(1621,1721)..+2...(1723,1823)..-76...(1747,1847)..-70...(1777,1877)..-88...(1789,1889)..-88...(1801,1901)..-70...(1831,1931)..-58...(1873,1973)..-94...(1879,1979)..+8...(1987,2087)..-88...(1999,2099)..-88...(2011,2111)..-82...(2029,2129)..-76...(2053,2153)..-40...(2113,2213)..-76...(2137,2237)..-94...(2143,2243)..-4...(2239,2339)..-88...(2251,2351)..-70...(2281,2381)..-88...(2293,2393)..-82...(2311,2411)..-70...(2341,2441)..-94...(2347,2447)..-70...(2377,2477)..+44...(2521,2621)..-64...(2557,2657)..-64...(2593,2693)..-16...(2677,2777)..-88...(2689,2789)..-70...(2719,2819)..-22...(2797,2897)..-94...(2803,2903)..-46...(2857,2957)..+62...(3019,3119)..-82...(3037,3137)..-70...(3067,3167)..-58...(3109,3209)..-88...(3121,3221)..+8...(3229,3329)..-70...(3259,3359)..-88...(3271,3371)..-64...(3307,3407)..-94...(3313,3413)..-52...(3361,3461)..-70...(3391,3491)..-58...(3433,3533)..-76...(3457,3557)..-40...(3517,3617)..-58...(3559,3659)..-88...(3571,3671)..+26...(3697,3797)..-64...(3733,3833)..-10...(3823,3923)..-76...(3847,3947)..-58...(3889,3989)..-82...(3907,4007)..-88...(3919,4019)..+8...(4027,4127)..-70...(4057,4157)..-46...(4111,4211)..-82...(4129,4229)..-76...(4153,4253)..-94...(4159,4259)..+14...(4273,4373)..-76...(4297,4397)..-40...(4357,4457)..-94...(4363,4463)..-40...(4423,4523)..-76...(4447,4547)..-64...(4483,4583)..-34...(4549,4649)..-58...(4591,4691)..-88...(4603,4703)..-82...(4621,4721)..-70...(4651,4751)..+38...(4789,4889)..-58...(4831,4931)..-28...(4903,5003)..-94...(4909,5009)..-58...(4951,5051)..-64...(4987,5087)..-88...(4999,5099)..+80...(5179,5279)..-82...(5197,5297)..-88...(5209,5309)..-76...(5233,5333)..-52...(5281,5381)..+26...

(5407, 5507) ..-88... (5419, 5519) ..-88... (5431, 5531) ..+26... (.....
5557, 5657) ..-88... (**5569, 5669**) ..-28... (**5641, 5741**) ..-58... (5683, 5783) ..-82...
 (
5701, 5801) ..-58... (5743, 5843) ..-94... (**5749, 5849**) ..-70... (5779, 5879) ..-52...
 (5827, 5927) ..-88... (5839, 5939) ..-58... (
5881, 5981) ..-28... (**5953, 6053**) ..-10... (6043, 6143) ..-70... (**6073, 6173**) ..-52...
 (
6121, 6221) ..-58... (6163, 6263) ..-64... (6199, 6299) ..-88... (6211, 6311) ..-94...
 (
6217, 6317) ..-88... (**6229, 6329**) ..+44... (**6373, 6473**) ..-52... (**6421, 6521**) ..-70...
 (6451, 6551) ..-82... (
6469, 6569) ..-88... (**6481, 6581**) ..-28... (**6553, 6653**) ..-34... (6619, 6719) ..-82...
 (
6637, 6737) ..-76... (**6661, 6761**) ..-82... (6679, 6779) ..-88... (6691, 6791) ..-88...
 (6703, 6803) ..-70... (
6733, 6833) ..-70... (6763, 6863) ..+8... (6871, 6971) ..-88... (6883, 6983) ..+44... (
 7027, 7127) ..+2... (
7129, 7229) ..-22... (7207, 7307) ..+26... (**7333, 7433**) ..-82... (7351, 7451) ..-34...
 (
7417, 7517) ..-58... (7459, 7559) ..-82... (**7477, 7577**) ..-88... (**7489, 7589**) ..-82...
 (7507, 7607) ..-58... (
7549, 7649) ..-76... (**7573, 7673**) ..-82... (7591, 7691) ..-88... (7603, 7703) ..+14...
 (
7717, 7817) ..-94... (7723, 7823) ..-82... (**7741, 7841**) ..-88... (**7753, 7853**) ..+140...
 . (
7993, 8093) ..-82... (8011, 8111) ..-94... (**8017, 8117**) ..+74... (8191, 8291) ..-28...
 (8263, 8363) ..-94... (
8269, 8369) ..-82... (8287, 8387) ..-58... (**8329, 8429**) ..+14... (8443, 8543) ..-16...
 (8527, 8627) ..-64... (8563, 8663) ..-82... (
8581, 8681) ..-82... (8599, 8699) ..-58... (**8641, 8741**) ..-94... (8647, 8747) ..-40...
 (8707, 8807) ..-88... (8719, 8819) ..-88... (8731, 8831) ..-94... (
8737, 8837) ..-76... (**8761, 8861**) ..+2... (8863, 8963) ..-34... (**8929, 9029**) ..-88... (
8941, 9041) ..+62... (9103, 9203) ..-94... (**9109, 9209**) ..-82... (9127, 9227) ..-70...
 (
9157, 9257) ..-76... (**9181, 9281**) ..-40... (**9241, 9341**) ..-64... (**9277, 9377**) ..-58...
 (9319, 9419) ..-82... (
9337, 9437) ..-46... (9391, 9491) ..-94... (**9397, 9497**) ..-76... (**9421, 9521**) ..-88...
 (
9433, 9533) ..-94... (9439, 9539) ..+80... (9619, 9719) ..-76... (9643, 9743) ..-94...
 (
9649, 9749) ..-16... (**9733, 9833**) ..-94... (9739, 9839) ..-52... (9787, 9887) ..-58...
 (**9829, 9929**) ..-22... (9907, 10007) ..-40... (9967, 10067)

Insgesamt sind es 260 Semizwillinge im Abstand 100

Anmerkungen:

1. Die Primzahlen der Obergruppe OG I wurden fett gedruckt und die Primzahlen der Obergruppe OG II nicht fett gedruckt.
2. Die zwischen den Zwillingen auftretenden Abstände wurden jeweils angegeben. Diese Abstände variieren sehr stark.

Anlage 3

Die Bestimmung von Zwillingen mod 2, mod 4, mod 6, mod 8, mod 10 und mod 100
im Intervall 1.000.000 bis 1.010.000:

**Primzahlzwillinge (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 100000 bis 1010000**

(
1000037,1000039)..+172... (1000211,1000213)..+76... (1000289,1000291)..+136...
. (1000427,
1000429)..+148... (1000577,1000579)..+40... (1000619,1000621)..+46... (1000667
,
1000669)..+52... (1000721,1000723)..+124... (1000847,1000849)..+10... (1000859
,
1000861)..+58... (1000919,1000921)..+166... (1001087,1001089)..+232... (100132
1,1001323)..+64... (1001387,1001389)..+160... (1001549,1001551)..+256... (1001
807,
1001809)..+172... (1001981,1001983)..+166... (1002149,1002151)..+106... (10022
57,1002259)..+82... (1002341,1002343)..+4... (1002347,1002349)..+10... (100235
9,
1002361)..+358... (1002719,1002721)..+46... (1002767,1002769)..+82... (1002851
,
1002853)..+76... (1002929,1002931)..+70... (1003001,1003003)..+106... (1003109
,1003111)..+88... (1003199,
1003201)..+148... (1003349,1003351)..+10... (1003361,1003363)..+4... (1003367,
1003369)..+250... (1003619,1003621)..+196... (1003817,1003819)..+88... (100390
7,
1003909)..+208... (1004117,1004119)..+538... (1004657,1004659)..+10... (100466
9,1004671)..+76... (1004747,1004749)..+322... (1005071,1005073)..+58... (10051
31,
1005133)..+106... (1005239,1005241)..+130... (1005371,1005373)..+64... (100543
7,1005439)..+112... (1005551,1005553)..+64... (1005617,1005619)..+58... (10056
77,1005679)..+232... (1005911,1005913)..+238... (1006151,1006153)..+16... (100
5169,1006171)..+46... (1006217,1006219)..+82... (1006301,1006303)..+4... (1006
307,
1006309)..+22... (1006331,1006333)..+4... (1006337,1006339)..+52... (1006391,1
006393)..+76... (1006469,1006471)..+310... (1006781,1006783)..+94... (1006877,
1006879)..+142... (
1007021,1007023)..+94... (1007117,1007119)..+178... (1007297,1007299)..+298...
(
1007597,1007599)..+82... (1007681,1007683)..+46... (1007729,1007731)..+226...
(
1007957,1007959)..+82... (1008041,1008043)..+364... (1008407,1008409)..+10...
1008419,
1008421)..+166... (1008587,1008589)..+22... (1008611,1008613)..+166... (100877
,
1008781)..+70... (1008851,1008853)..+4... (1008857,1008859)..+52... (1008911,1
008913)..+76... (1008989,1008991)..+166... (1009157,1009159)..+40... (1009199,
1009201)..+88... (1009289,1009291)..+10... (1009301,1009303)..+16... (1009319,
1009321)..+178... (1009499,1009501)..+148... (1009649,1009651)..+340... (10099
1,1009993)

insgesamt sind es 84 Zwillinge

**Semizwillinge im Abstand 4 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 1000000 bis 1010000**

(
 1000033,1000037)..+80... (1000117,1000121)..+62... (1000183,1000187)..+62... (
 1000249,1000253)..+140... (1000393,1000397)..+26... (1000423,1000427)..+26...
 (
 1000453,1000457)..+80... (1000537,1000541)..+428... (1000969,1000973)..+26...
 (1000999,1001003)..+20... (1001023,1001027)..+62... (
 1001089,1001093)..+80... (1001173,1001177)..+146... (1001323,1001327)..+200...
 . (1001527,1001531)..+152... (1001683,1001687)..+110... (
 1001797,1001801)..+176... (1001977,1001981)..+92... (1002073,1002077)..+182...
 . (1002259,1002263)..+80... (1002343,1002347)..+176... (1002523,1002527)..+92...
 .. (1002619,1002623)..+86... (
 1002709,1002713)..+56... (1002769,1002773)..+44... (1002817,1002821)..+32... (
 1002853,1002857)..+56... (1002913,1002917)..+170... (1003087,1003091)..+272...
 . (1003363,1003367)..+260... (1003627,1003631)..+98... (
 1003729,1003733)..+20... (1003753,1003757)..+152... (1003909,1003913)..+140...
 . (
 1004053,1004057)..+80... (1004137,1004141)..+308... (1004449,1004453)..+290...
 . (1004743,1004747)..+230... (
 1004977,1004981)..+332... (1005313,1005317)..+92... (1005409,1005413)..+230...
 . (1005643,1005647)..+356... (1006003,1006007)..+80... (1006087,1006091)..+56...
 .. (1006147,1006151)..+38... (
 1006189,1006193)..+44... (1006237,1006241)..+8... (1006249,1006253)..+50... (1
 006303,1006307)..+26... (
 1006333,1006337)..+206... (1006543,1006547)..+62... (1006609,1006613)..+20...
 (
 1006633,1006637)..+242... (1006879,1006883)..+50... (1006933,1006937)..+50...
 (1006987,1006991)..+656... (1007647,1007651)..+68... (1007719,1007723)..+26...
 . (
 1007749,1007753)..+14... (1007767,1007771)..+86... (1007857,1007861)..+26... (
 1007887,1007891)..+122... (
 1008013,1008017)..+20... (1008037,1008041)..+188... (1008229,1008233)..+200...
 . (
 1008433,1008437)..+62... (1008499,1008503)..+104... (1008607,1008611)..+2... (
 1008613,1008617)..+236... (1008853,1008857)..+2... (1008859,1008863)..+116...
 (1008979,1008983)..+170... (
 1009153,1009157)..+2... (1009159,1009163)..+26... (1009189,1009193)..+50... (1
 009243,1009247)..+110... (
 1009357,1009361)..+8... (1009369,1009373)..+110... (1009483,1009487)..+506...
 (1009993,1009997)

Insgesamt sind es 80 Semizwillinge im Abstand 4

**Semizwillinge im Abstand 6 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 100000 bis 1010000**

(
1000033,1000039) ..+148... (1000187,1000193) ..+0... (1000193,1000199) ..+198...
(
1000397,1000403) ..+0... (1000403,1000409) ..+14... (1000423,1000429) ..+112... (
1000541,1000547) ..+144... (1000691,1000697) ..+320... (1001017,1001023) ..+58...
.(
1001081,1001087) ..+0... (1001087,1001093) ..+60... (1001153,1001159) ..+32... (1
001191,
1001197) ..+124... (1001321,1001327) ..+20... (1001347,1001353) ..+28... (1001381
,1001387) ..+176... (1001563,
1001569) ..+18... (1001587,1001593) ..+208... (1001801,1001807) ..+134... (100194
1,1001947) ..+0... (1001947,1001953) ..+24... (1001977,1001983) ..+0... (1001983,
1001989) ..+88... (1002077,1002083) ..+60... (1002143,1002149) ..+92... (1002241,
1002247) ..+10... (
1002257,1002263) ..+78... (1002341,1002347) ..-4... (1002343,1002349) ..+78... (1
002427,
1002433) ..+18... (1002451,1002457) ..+24... (1002481,1002487) ..+0... (1002487,1
002493) ..+18... (1002511,1002517) ..+0... (1002517,1002523) ..+54... (1002577,10
02583) ..+64... (1002647,
1002653) ..+60... (1002713,1002719) ..+48... (1002767,1002773) ..+78... (1002851,
1002857) ..+0... (1002857,1002863) ..+24... (1002887,1002893) ..+0... (1002893,10
02899) ..+74... (
1002973,1002979) ..+112... (1003091,1003097) ..+0... (1003097,1003103) ..+0... (1
003103,
1003109) ..+84... (1003193,1003199) ..+74... (1003273,1003279) ..+82... (1003361,
1003367) ..-4... (1003363,
1003369) ..+42... (1003411,1003417) ..+46... (1003463,1003469) ..+74... (1003543,
1003549) ..+72... (1003621,1003627) ..+114... (1003741,1003747) ..+0... (1003747,
1003753) ..+4... (1003757,1003763) ..+144... (1003907,1003913) ..+44... (1003957,
1003963) ..+64... (1004027,
1004033) ..+24... (1004057,1004063) ..+98... (1004161,1004167) ..+106... (1004273
,1004279) ..+8... (1004287,
1004293) ..+24... (1004317,1004323) ..+154... (1004477,1004483) ..+78... (1004561
,1004567) ..+84... (1004651,
1004657) ..+14... (1004671,1004677) ..+60... (1004737,1004743) ..+0... (1004743,1
004749) ..+162... (1004911,1004917) ..+64... (1004981,1004987) ..+20... (1005007,
1005013) ..+0... (1005013,1005019) ..+54... (1005073,1005079) ..+22... (1005101,1
005107) ..+96... (1005203,
1005209) ..+8... (1005217,1005223) ..+0... (1005223,1005229) ..+58... (1005287,10
05293) ..+344... (1005637,1005643) ..+178... (1005821,1005827) ..+0... (1005827,1
005833) ..+98... (1005931,1005937) ..+210... (1006147,1006153) ..+10... (1006163,
1006169) ..+2... (1006171,1006177) ..+54... (1006231,1006237) ..+64... (1006301,1
006307) ..-4... (1006303,
1006309) ..+22... (1006331,1006337) ..-4... (1006333,1006339) ..+22... (1006361,1
006367) ..+96... (1006463,
1006469) ..+38... (1006507,1006513) ..+70... (1006583,1006589) ..+258... (1006847
,
1006853) ..+24... (1006877,1006883) ..+8... (1006891,1006897) ..+276... (1007173,
1007179) ..+64... (1007243,
1007249) ..+104... (1007353,1007359) ..+22... (1007381,1007387) ..+336... (100772
3,
1007729) ..+24... (1007753,1007759) ..+42... (1007801,1007807) ..+0... (1007807,1
007813) ..+0... (1007813,1007819) ..+114... (1007933,1007939) ..+32... (1007971,1
007977) ..+54... (1008031,1008037) ..+0... (1008037,1008043) ..+138... (1008181,1
008187) ..+0... (1008187,
1008193) ..+0... (1008193,1008199) ..+24... (1008223,1008229) ..+4... (1008233,10
8239) ..+18... (
1008257,1008263) ..+54... (1008317,1008323) ..+24... (1008347,1008353) ..+20... (
1008373,1008379) ..+22... (1008401,1008407) ..+86... (1008493,1008499) ..+42... (

1008541,1008547)..+60...(1008607,1008613)..-2...(1008611,1008617)..+156...(1008773,1008779)..+72...(1008851,1008857)..-4...(1008853,1008859)..-2...(1008857,1008863)..+120...(1008983,1008989)..+164...(1009153,1009159)..-2...(1009157,1009163)..+30...(1009193,1009199)..+2...(1009201,1009207)..+30...(1009237,1009243)..+190...(1009433,1009439)..+62...(1009501,1009507)..+24...(1009531,1009537)..+84...(1009621,1009627)..+10...(1009637,1009643)..+0...(1009643,1009649)..+92...(1009741,1009747)..+34...(1009781,1009787)..+50...(1009837,1009843)..+148...(1009991,1009997)..+0...(1009997,1010003)

Insgesamt sind es 149 Semizwillinge im Abstand 6

**Semizwillinge im Abstand 8 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 100000 bis 1010000**

(1000151,1000159)..+814...(1000973,1000981)..+100...(1001081,1001089)..+214...(1001303,1001311)..+70...(1001381,1001389)..+70...(1001459,1001467)..+154...(1001621,1001629)..+172...(1001801,1001809)..+22...(1001831,1001839)..+94...(1001933,1001941)..+40...(1001981,1001989)..+94...(1002083,1002091)..+10...(1002101,1002109)..+34...(1002143,1002151)..+190...(1002341,1002349)..+154...(1002503,1002511)..+58...(1002569,1002577)..+136...(1002713,1002721)..+88...(1002809,1002817)..+46...(1002863,1002871)..+232...(1003103,1003111)..+22...(1003133,1003141)..+52...(1003193,1003201)..+160...(1003361,1003369)..+232...(1003601,1003609)..+10...(1003619,1003627)..+106...(1003733,1003741)..+22...(1003763,1003771)..+118...(1003889,1003897)..+382...(1004279,1004287)..+76...(1004363,1004371)..+70...(1004441,1004449)..+4...(1004453,1004461)..+190...(1004651,1004659)..+10...(1004669,1004677)..+226...(1004903,1004911)..+130...(1005041,1005049)..+22...(1005071,1005079)..+130...(1005209,1005217)..+484...(1005701,1005709)..+454...(1006163,1006171)..-2...(1006169,1006177)..+64...(1006241,1006249)..+52...(1006301,1006309)..+22...(1006331,1006339)..+94...(1006433,1006441)..+22...(1006463,1006471)..+382...(1006853,1006861)..+22...(1006883,1006891)..+88...(1006979,1006987)..+94...(1007081,1007089)..+40...(1007129,1007137)..+172...(1007309,1007317)..+142...(1007459,1007467)..+52...(1007519,1007527)..+22...(1007549,1007557)..+136...(1007693,1007701)..+10...(1007711,1007719)..+4...(1007723,1007731)..+28...(1007759,1007767)..+52...(1007819,1007827)..+412...(1008239,1008247)..+76...(1008323,1008331)..+70...(1008401,1008409)..+154...(1008563,1008571)..+202...(1008773,1008781)..+28...(1008809,1008817)..+34...(1008851,1008859)..+4...(1008863,1008871)..+112...(1008983,1008991)..+202...(1009193,1009201)..-2...(1009199,1009207)..+154...(1009361,1009369)..+130...(1009499,1009507)..+94...(1009601,1009609)..+34...(1009643,1009651)..+250...(1009901,1009909)

Insgesamt sind es 77 Semizwillinge im Abstand 8

**Semizwillinge im Abstand 10 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 100000 bis 1010000**

(1000183,
1000193)..+110... (1000303, **1000313**) ..+44... (1000357, 1000367) ..+26... (1000393
, 1000403) ..+134... (
1000537, 1000547) ..+32... (1000579, **1000589**) ..+20... (1000609, 1000619) ..+50... (
1000669, 1000679) ..+170... (1000849, 1000859) ..+62... (1000921, 1000931) ..+86...
(
1001017, 1001027) ..+284... (1001311, **1001321**) ..+80... (1001401, 1001411) ..+80...
(1001491,
1001501) ..+128... (1001629, 1001639) ..+20... (1001659, **1001669**) ..+44... (1001713
, 1001723) ..+74... (
1001797, 1001807) ..+14... (1001821, 1001831) ..+242... (1002073, 1002083) ..+8... (
1002091,
1002101) ..+146... (1002247, **1002257**) ..+32... (1002289, 1002299) ..+50... (1002349
, 1002359) ..+98... (
1002457, 1002467) ..+26... (1002493, 1002503) ..+14... (1002517, 1002527) ..+182...
(
1002709, 1002719) ..+68... (1002787, **1002797**) ..+56... (1002853, 1002863) ..+176...
(1003039,
1003049) ..+38... (1003087, **1003097**) ..+254... (1003351, **1003361**) ..+146... (100350
7,
1003517) ..+92... (1003609, 1003619) ..+2... (1003621, 1003631) ..+116... (1003747,
1003757) ..-4... (1003753, 1003763) ..+116... (1003879, **1003889**) ..+8... (1003897, 1
003907) ..+146... (
1004053, 1004063) ..+230... (1004293, 1004303) ..+224... (1004527, **1004537**) ..+14...
. (1004551,
1004561) ..+98... (1004659, **1004669**) ..+8... (1004677, 1004687) ..+50... (1004737, 1
004747) ..+230... (
1004977, 1004987) ..+32... (1005019, **1005029**) ..+104... (1005133, 1005143) ..+86...
(
1005229, 1005239) ..+110... (1005349, 1005359) ..+68... (1005427, **1005437**) ..+20...
(
1005457, 1005467) ..+26... (1005493, 1005503) ..+38... (1005541, 1005551) ..+86... (
1005637, 1005647) ..+104... (1005751, **1005761**) ..+362... (1006123, **1006133**) ..+20...
. (
1006153, 1006163) ..+68... (1006231, **1006241**) ..+110... (1006351, **1006361**) ..+350...
. (1006711,
1006721) ..+248... (1006969, 1006979) ..+110... (1007089, 1007099) ..+20... (100711
9,
1007129) ..+170... (1007299, **1007309**) ..+290... (1007599, **1007609**) ..+74... (100768
3,
1007693) ..+8... (1007701, 1007711) ..+8... (1007719, **1007729**) ..+20... (1007749, 10
07759) ..+272... (1008031,
1008041) ..+158... (1008199, **1008209**) ..+14... (1008223, **1008233**) ..-4... (1008229,
1008239) ..+8... (1008247,
1008257) ..+152... (1008409, 1008419) ..+74... (1008493, 1008503) ..+104... (100860
7,
1008617) ..+236... (1008853, 1008863) ..+38... (1008901, 1008911) ..+2... (1008913,
1008923) ..+14... (
1008937, 1008947) ..+32... (1008979, **1008989**) ..+164... (1009153, 1009163) ..+26...
(
1009189, 1009199) ..+38... (1009237, 1009247) ..+44... (1009291, **1009301**) ..+326...
(1009627, **1009637**) ..+290... (1009927, **1009937**) ..+56... (1009993, 1010003)

Insgesamt sind es 92 Semizwillinge im Abstand 10

**Semizwillinge im Abstand 100 (ohne die Primzahl 2)
im Intervall von 1000000 bis 1010000**

(
1000033,1000133)..-34... (1000099,1000199)..+14... (**1000213,1000313**)..-10... (
 1000303,1000403)..-46... (
1000357,1000457)..+122... (1000579,1000679)..-58... (**1000621,1000721**)..+248..
 .(
1000969,1001069)..-88... (**1000981,1001081**)..-58... (1001023,1001123)..+68... (
 1001191,1001291)..+20... (1001311,1001411)..-64... (1001347,1001447)..-46... (
1001401,1001501)..-70... (1001431,1001531)..+38... (**1001569,1001669**)..-82... (
 1001587,1001687)..-4... (1001683,1001783)..+194... (
1001977,1002077)..-94... (1001983,1002083)..-34... (**1002049,1002149**)..-76... (
1002073,1002173)..-82... (1002091,1002191)..+50... (**1002241,1002341**)..-94... (
 1002247,1002347)..-88... (1002259,1002359)..+44... (1002403,1002503)..-76... (
 1002427,1002527)..-4... (1002523,1002623)..-70... (
1002553,1002653)..-34... (1002619,1002719)..-10... (**1002709,1002809**)..-88... (
1002721,1002821)..-70... (1002751,1002851)..-64... (1002787,1002887)..-70... (
1002817,1002917)..+86... (1003003,1003103)..+38... (**1003141,1003241**)..+122... (
 1003363,1003463)..-94... (
1003369,1003469)..-52... (**1003417,1003517**)..+224... (**1003741,1003841**)..+116..
 .(
1003957,1004057)..-94... (1003963,1004063)..+338... (**1004401,1004501**)..-40...
 (
1004461,1004561)..-10... (1004551,1004651)..+356... (1005007,1005107)..+80... (
 1005187,1005287)..-70... (
1005217,1005317)..-4... (**1005313,1005413**)..+14... (1005427,1005527)..-46... (1
005481,1005581)..-88... (**1005493,1005593**)..+68... (**1005661,1005761**)..+176... (
1005937,1006037)..+26... (1006063,1006163)..-10... (**1006153,1006253**)..-22... (
 1006231,1006331)..-94... (
1006237,1006337)..-70... (1006267,1006367)..-34... (**1006333,1006433**)..-40... (
1006393,1006493)..+20... (**1006513,1006613**)..+38... (1006651,1006751)..+32... (
 1006783,1006883)..-4... (1006879,1006979)..-88... (1006891,1006991)..+326... (
1007317,1007417)..-58... (1007359,1007459)..+38... (**1007497,1007597**)..+104...
 (
1007701,1007801)..-82... (1007719,1007819)..+38... (**1007857,1007957**)..+44... (
1008001,1008101)..-70... (1008031,1008131)..+26... (**1008157,1008257**)..-34... (
 1008223,1008323)..-76... (1008247,1008347)..+170... (
1008517,1008617)..+320... (**1008937,1009037**)..+122... (1009159,1009259)..-70..
 .(
1009189,1009289)..-88... (**1009201,1009301**)..-58... (1009243,1009343)..+14... (
1009357,1009457)..-70... (1009387,1009487)..-88... (1009399,1009499)..+2... (1
009501,1009601)..-64... (**1009537,1009637**)..-10... (1009627,1009727)..+110... (
1009837,1009937)

Insgesamt sind es 92 Semizwillinge im Abstand 100

Anmerkungen:

- . Die Primzahlen der Obergruppe OG I wurden fett gedruckt
und die Primzahlen der Obergruppe OG II nicht fett gedruckt.
- . Zwischen den Zwillingen wurden die Abstände, die zwischen ihnen
auftreten angegeben. Diese Abstände variieren sehr stark.

Anlage 4

Die Generierung von Primzahlen vom Typ SM_p und SF_p mit dem MuPAD - Testprogramm, die in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* auftreten und von Zwillingen mod 4.

1. Die Primzahlen SM_p der *Folge 1* im Intervall $i := 0$ bis 30

```

•   für i from 0 to 30 do: if (isprime(5+10*i-2)and isprime (5+10*i-2))
   then print (("i",-2, " = ", 5+10*i-2, "5+10*i", 5+10*i-2)) end_if: end_for: Folge 1:
       "i", -2, " = ", 3, "5+10*i", 3           1.1
       "i", -2, " = ", 13, "5+10*i", 13        1.2
       "i", -2, " = ", 23, "5+10*i", 23        1.3
       "i", -2, " = ", 43, "5+10*i", 43        1.4
       "i", -2, " = ", 53, "5+10*i", 53        1.5
       "i", -2, " = ", 73, "5+10*i", 73        1.6
       "i", -2, " = ", 83, "5+10*i", 83        1.7
       "i", -2, " = ", 103, "5+10*i", 103      1.8
       "i", -2, " = ", 113, "5+10*i", 113      1.9
       "i", -2, " = ", 163, "5+10*i", 163      1.10
       "i", -2, " = ", 173, "5+10*i", 173      1.11
       "i", -2, " = ", 193, "5+10*i", 193      1.12
       "i", -2, " = ", 223, "5+10*i", 223      1.13
       "i", -2, " = ", 233, "5+10*i", 233      1.14
       "i", -2, " = ", 263, "5+10*i", 263      1.15
       "i", -2, " = ", 283, "5+10*i", 283      1.16
       "i", -2, " = ", 293, "5+10*i", 293      1.17

```

Anmerkungen:

Im Intervall $i := 0$ bis 30 sind in *Folge 1* insgesamt 17 Primzahlen SM_p situiert, die in der Endziffer: EZ3, auftreten.

2. Die Primzahlen SF_p der *Folge 1* im Intervall $i := 0$ bis 30

```

   für i from 0 to 30 do: if (isprime(5+10*i+2)and isprime (5+10*i+2))
   then print (("i",+2, " = ", 5+10*i+2, "5+10*i", 5+10*i+2)) end_if: end_for: Folge 1:
       "i", 2, " = ", 7, "5+10*i", 7           1.1
       "i", 2, " = ", 17, "5+10*i", 17        1.2
       "i", 2, " = ", 37, "5+10*i", 37        1.3
       "i", 2, " = ", 47, "5+10*i", 47        1.4
       "i", 2, " = ", 67, "5+10*i", 67        1.5
       "i", 2, " = ", 97, "5+10*i", 97        1.6
       "i", 2, " = ", 107, "5+10*i", 107      1.7

```

| | |
|-----------------------------------|------|
| "i", 2, " = ", 127, "5+10*i", 127 | 1.8 |
| "i", 2, " = ", 137, "5+10*i", 137 | 1.9 |
| "i", 2, " = ", 157, "5+10*i", 157 | 1.10 |
| "i", 2, " = ", 167, "5+10*i", 167 | 1.11 |
| "i", 2, " = ", 197, "5+10*i", 197 | 1.12 |
| "i", 2, " = ", 227, "5+10*i", 227 | 1.13 |
| "i", 2, " = ", 257, "5+10*i", 257 | 1.14 |
| "i", 2, " = ", 277, "5+10*i", 277 | 1.15 |
| "i", 2, " = ", 307, "5+10*i", 307 | 1.16 |

Anmerkung:

Im Intervall $i:=0$ bis 30 sind in Folge 1 insgesamt 16 Primzahlen SF_p , EZ7 situiert.

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 4, die in der Folge 1 im Intervall $i:=0$ bis 30

- for i from 0 to 30 do: if (isprime(5+10*i-2)and isprime (5+10*i+2))
then print (("i",-2, " = ", 5+10*i-2, "5+10*i", 5+10*i+2)) end_if: end_for: Folge 1:

| | |
|------------------------------------|-----|
| "i", -2, " = ", 3, "5+10*i", 7 | 1.1 |
| "i", -2, " = ", 13, "5+10*i", 17 | 1.2 |
| "i", -2, " = ", 43, "5+10*i", 47 | 1.3 |
| "i", -2, " = ", 103, "5+10*i", 107 | 1.4 |
| "i", -2, " = ", 163, "5+10*i", 167 | 1.5 |
| "i", -2, " = ", 193, "5+10*i", 197 | 1.6 |
| "i", -2, " = ", 223, "5+10*i", 227 | 1.7 |

Anmerkung:

1. Im Intervall $i:=0$ bis 30 sind in der Folge 1 insgesamt 7 Zwillinge mod 4 situiert.
 2. Aus der Liste dieser 7 Zwillinge mod 4 ist ersichtlich, dass die Primzahlen (SM_p , SF_p) die diese Zwillinge mod 4 bilden, jeweils den gleichen Obergruppen (OG I bzw. OG II) angehören
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p der Folge 2 im Intervall $i:=0$ bis 30

- for i from 0 to 30 do: if (isprime(9+10*i-2)and isprime (9+10*i+2))
then print (("i",-2, " = ", 9+10*i-2, "9+10*i", 9+10*i+2)) end_if: end_for: Folge 2:

| | |
|------------------------------------|------|
| "i", -2, " = ", 7, "9+10*i", 17 | 2.1 |
| "i", -2, " = ", 17, "9+10*i", 27 | 2.2 |
| "i", -2, " = ", 37, "9+10*i", 37 | 2.3 |
| "i", -2, " = ", 47, "9+10*i", 47 | 2.4 |
| "i", -2, " = ", 67, "9+10*i", 67 | 2.5 |
| "i", -2, " = ", 97, "9+10*i", 97 | 2.6 |
| "i", -2, " = ", 107, "9+10*i", 107 | 2.7 |
| "i", -2, " = ", 127, "9+10*i", 127 | 2.8 |
| "i", -2, " = ", 137, "9+10*i", 137 | 2.9 |
| "i", -2, " = ", 157, "9+10*i", 157 | 2.10 |
| "i", -2, " = ", 167, "9+10*i", 167 | 2.11 |

| | |
|------------------------------------|------|
| "i", -2, " = ", 197, "9+10*i", 197 | 2.12 |
| "i", -2, " = ", 227, "9+10*i", 227 | 2.13 |
| "i", -2, " = ", 257, "9+10*i", 257 | 2.14 |
| "i", -2, " = ", 277, "9+10*i", 277 | 2.15 |
| "i", -2, " = ", 307, "9+10*i", 307 | 2.16 |

Anmerkungen:

1. Im Intervall $i=0$ bis 30 sind in *Folge 2* insgesamt 16 Primzahlen SM_p situiert.
 2. Alle 16 Primzahlen SM_p treten in der Endziffer EZ7 auf.
 3. Die Primzahlen SM_p sind dabei Elemente der Obergruppen: OG I oder. OG II.
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die im Intervall $i=0$ bis 30 situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime(9+10*i+2)and isprime (9+10*i+2))
then print (("i",+2, " = ", 9+10*i+2, "9+10*i", 9+10*i+2)) end_if: end_for: *Folge 2*:

| | |
|-----------------------------------|------|
| "i", 2, " = ", 11, "9+10*i", 11 | 2.1 |
| "i", 2, " = ", 31, "9+10*i", 31 | 2.2 |
| "i", 2, " = ", 41, "9+10*i", 41 | 2.3 |
| "i", 2, " = ", 61, "9+10*i", 61 | 2.4 |
| "i", 2, " = ", 71, "9+10*i", 71 | 2.5 |
| "i", 2, " = ", 101, "9+10*i", 101 | 2.6 |
| "i", 2, " = ", 131, "9+10*i", 131 | 2.7 |
| "i", 2, " = ", 151, "9+10*i", 151 | 2.8 |
| "i", 2, " = ", 181, "9+10*i", 181 | 2.9 |
| "i", 2, " = ", 191, "9+10*i", 191 | 2.10 |
| "i", 2, " = ", 211, "9+10*i", 211 | 2.11 |
| "i", 2, " = ", 241, "9+10*i", 241 | 2.12 |
| "i", 2, " = ", 251, "9+10*i", 251 | 2.13 |
| "i", 2, " = ", 271, "9+10*i", 271 | 2.14 |
| "i", 2, " = ", 281, "9+10*i", 281 | 2.15 |
| "i", 2, " = ", 311, "9+10*i", 311 | 2.16 |

Anmerkungen:

1. In der *Folge 2* sind im Intervall: $i=0$ bis 30 insgesamt 16 Primzahlen SF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen SF_p treten in der *Folge 2* in der Endziffer EZ1 auf und sind (fallweise) Elemente der Obergruppen: OG I bzw. OG II.
-

5. Die Bestimmung der Zwillinge mod 4, die in der *Folge 2* situiert sind;

- for i from 0 to 30 do: if (isprime(9+10*i-2)and isprime (9+10*i+2))
then print (("i",-2, " = ", 9+10*i-2, "9+10*i", 9+10*i+2)) end_if: end_for: *Folge 2*:

| | |
|----------------------------------|-----|
| "i", -2, " = ", 7, "9+10*i", 11 | 2.1 |
| "i", -2, " = ", 37, "9+10*i", 41 | 2.2 |

| | |
|------------------------------------|-----|
| "i", -2, " = ", 67, "9+10*i", 71 | 2.3 |
| "i", -2, " = ", 97, "9+10*i", 101 | 2.4 |
| "i", -2, " = ", 127, "9+10*i", 131 | 2.5 |
| "i", -2, " = ", 277, "9+10*i", 281 | 2.6 |
| "i", -2, " = ", 307, "9+10*i", 311 | 2.7 |

Anmerkungen:

1. Im Intervall $i:=0$ bis 30 sind in der *Folge 2* insgesamt 7 Zwillinge mod 4 situiert.
2. Die Primzahlen SM_p und SF_p dieser Zwillinge mod 4 sind stets Elemente der gleichen Obergruppen: OG I bzw. OG II.
3. Alle Primzahlen SM_p dieser Zwillinge mod 4 haben stets die Endziffer EZ7 und alle Primzahlen SF_p stets die Endziffer EZ1.

6. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime(11+10*i-2)and isprime (11+10*i-2))
 - then print ("i",-2, " = ", 11+10*i-2, "11+10*i", 11+10*i-2) end_if: end_for: *Folge 3*:
- | | |
|-------------------------------------|------|
| "i", -2, " = ", 19, "11+10*i", 19 | 3.1 |
| "i", -2, " = ", 29, "11+10*i", 29 | 3.2 |
| "i", -2, " = ", 59, "11+10*i", 59 | 3.3 |
| "i", -2, " = ", 79, "11+10*i", 79 | 3.4 |
| "i", -2, " = ", 89, "11+10*i", 89 | 3.5 |
| "i", -2, " = ", 109, "11+10*i", 109 | 3.6 |
| "i", -2, " = ", 139, "11+10*i", 139 | 3.7 |
| "i", -2, " = ", 149, "11+10*i", 149 | 3.8 |
| "i", -2, " = ", 179, "11+10*i", 179 | 3.9 |
| "i", -2, " = ", 199, "11+10*i", 199 | 3.10 |
| "i", -2, " = ", 229, "11+10*i", 229 | 3.11 |
| "i", -2, " = ", 239, "11+10*i", 239 | 3.12 |
| "i", -2, " = ", 269, "11+10*i", 269 | 3.13 |

Anmerkungen:

1. In der *Folge 3* treten im Intervall $i:=0$ bis 30 insgesamt 13 Primzahlen SM_p , EZ9 auf.
2. Diese Primzahlen SM_p sind fallweise Elemente der Obergruppe OG I bzw. OG II.

7. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime(11+10*i+2)and isprime (11+10*i+2))
 - then print ("i",+2, " = ", 11+10*i+2, "11+10*i", 11+10*i+2) end_if: end_for: *Folge 3*:
- | | |
|----------------------------------|-----|
| "i", 2, " = ", 13, "11+10*i", 13 | 3.1 |
| "i", 2, " = ", 23, "11+10*i", 23 | 3.2 |
| "i", 2, " = ", 43, "11+10*i", 43 | 3.3 |
| "i", 2, " = ", 53, "11+10*i", 53 | 3.4 |

Anlage 5

Die Generierung von Primzahlen vom Typ CM_p und CF_p mit dem MuPAD- Testprogramm und die Bestimmung von Zwillingen mod 2 in *Folge 1, Folge 2* und *Folge 3*:

1. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die im Intervall $i:= 0$ bis 50 in *Folge 1* auftreten:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (12+30*i-1) and isprime (12+30*i-1)) then print
 - ("i", i, -1, " = ", 12+30*i-1, "12+30*i", "12+30*i", 12+30*i-1) end if: end_for: Folge 1
- | | |
|--|------|
| "i", 0, -1, " = ", 11, "12+30*i", "12+30*i", 11 | 1.1 |
| "i", 1, -1, " = ", 41, "12+30*i", "12+30*i", 41 | 1.2 |
| "i", 2, -1, " = ", 71, "12+30*i", "12+30*i", 71 | 1.3 |
| "i", 3, -1, " = ", 101, "12+30*i", "12+30*i", 101 | 1.4 |
| "i", 4, -1, " = ", 131, "12+30*i", "12+30*i", 131 | 1.5 |
| "i", 6, -1, " = ", 191, "12+30*i", "12+30*i", 191 | 1.6 |
| "i", 8, -1, " = ", 251, "12+30*i", "12+30*i", 251 | 1.7 |
| "i", 9, -1, " = ", 281, "12+30*i", "12+30*i", 281 | 1.8 |
| "i", 10, -1, " = ", 311, "12+30*i", "12+30*i", 311 | 1.9 |
| "i", 13, -1, " = ", 401, "12+30*i", "12+30*i", 401 | 1.10 |
| "i", 14, -1, " = ", 431, "12+30*i", "12+30*i", 431 | 1.11 |
| "i", 15, -1, " = ", 461, "12+30*i", "12+30*i", 461 | 1.12 |
| "i", 16, -1, " = ", 491, "12+30*i", "12+30*i", 491 | 1.13 |
| "i", 17, -1, " = ", 521, "12+30*i", "12+30*i", 521 | 1.14 |
| "i", 21, -1, " = ", 641, "12+30*i", "12+30*i", 641 | 1.15 |
| "i", 23, -1, " = ", 701, "12+30*i", "12+30*i", 701 | 1.16 |
| "i", 25, -1, " = ", 761, "12+30*i", "12+30*i", 761 | 1.17 |
| "i", 27, -1, " = ", 821, "12+30*i", "12+30*i", 821 | 1.18 |
| "i", 29, -1, " = ", 881, "12+30*i", "12+30*i", 881 | 1.19 |
| "i", 30, -1, " = ", 911, "12+30*i", "12+30*i", 911 | 1.20 |
| "i", 31, -1, " = ", 941, "12+30*i", "12+30*i", 941 | 1.21 |
| "i", 32, -1, " = ", 971, "12+30*i", "12+30*i", 971 | 1.22 |
| "i", 34, -1, " = ", 1031, "12+30*i", "12+30*i", 1031 | 1.23 |
| "i", 35, -1, " = ", 1061, "12+30*i", "12+30*i", 1061 | 1.24 |
| "i", 36, -1, " = ", 1091, "12+30*i", "12+30*i", 1091 | 1.25 |
| "i", 38, -1, " = ", 1151, "12+30*i", "12+30*i", 1151 | 1.26 |
| "i", 39, -1, " = ", 1181, "12+30*i", "12+30*i", 1181 | 1.27 |
| "i", 43, -1, " = ", 1301, "12+30*i", "12+30*i", 1301 | 1.28 |
| "i", 45, -1, " = ", 1361, "12+30*i", "12+30*i", 1361 | 1.29 |
| "i", 48, -1, " = ", 1451, "12+30*i", "12+30*i", 1451 | 1.30 |
| "i", 49, -1, " = ", 1481, "12+30*i", "12+30*i", 1481 | 1.31 |

```
"i", 50, 1, " = ", 1511, "12+30*i", "12+30*i", 1511 1.32
```

Anmerkung:

1. Im Intervall $i:=0$ bis 50 sind in der *Folge 1* insgesamt 32 Primzahlen CM_p situiert.

2. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die im Intervall $i:=0$ bis 50 in *Folge 1* auftreten:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (12+30*i+1) and isprime (12+30*i+1)) then print
 - (("i", i+1, " = ", 12+30*i+1, "12+30*i", "12+30*i", 12+30*i+1)) end_if: end_for:
- Folge 1:

```
"i", 0, 1, " = ", 13, "12+30*i", "12+30*i", 13 1.1
"i", 1, 1, " = ", 43, "12+30*i", "12+30*i", 43 1.2
"i", 2, 1, " = ", 73, "12+30*i", "12+30*i", 73 1.3
"i", 3, 1, " = ", 103, "12+30*i", "12+30*i", 103 1.4
"i", 5, 1, " = ", 163, "12+30*i", "12+30*i", 163 1.5
"i", 6, 1, " = ", 193, "12+30*i", "12+30*i", 193 1.6
"i", 7, 1, " = ", 223, "12+30*i", "12+30*i", 223 1.7
"i", 9, 1, " = ", 283, "12+30*i", "12+30*i", 283 1.8
"i", 10, 1, " = ", 313, "12+30*i", "12+30*i", 313 1.9
"i", 12, 1, " = ", 373, "12+30*i", "12+30*i", 373 1.10
"i", 14, 1, " = ", 433, "12+30*i", "12+30*i", 433 1.11
"i", 15, 1, " = ", 463, "12+30*i", "12+30*i", 463 1.12
"i", 17, 1, " = ", 523, "12+30*i", "12+30*i", 523 1.13
"i", 20, 1, " = ", 613, "12+30*i", "12+30*i", 613 1.14
"i", 21, 1, " = ", 643, "12+30*i", "12+30*i", 643 1.15
"i", 22, 1, " = ", 673, "12+30*i", "12+30*i", 673 1.16
"i", 24, 1, " = ", 733, "12+30*i", "12+30*i", 733 1.17
"i", 27, 1, " = ", 823, "12+30*i", "12+30*i", 823 1.18
"i", 28, 1, " = ", 853, "12+30*i", "12+30*i", 853 1.19
"i", 29, 1, " = ", 883, "12+30*i", "12+30*i", 883 1.20
"i", 34, 1, " = ", 1033, "12+30*i", "12+30*i", 1033 1.21
"i", 35, 1, " = ", 1063, "12+30*i", "12+30*i", 1063 1.22
"i", 36, 1, " = ", 1093, "12+30*i", "12+30*i", 1093 1.23
"i", 37, 1, " = ", 1123, "12+30*i", "12+30*i", 1123 1.24
"i", 38, 1, " = ", 1153, "12+30*i", "12+30*i", 1153 1.25
"i", 40, 1, " = ", 1213, "12+30*i", "12+30*i", 1213 1.26
"i", 43, 1, " = ", 1303, "12+30*i", "12+30*i", 1303 1.27
"i", 47, 1, " = ", 1423, "12+30*i", "12+30*i", 1423 1.28
"i", 48, 1, " = ", 1453, "12+30*i", "12+30*i", 1453 1.29
"i", 49, 1, " = ", 1483, "12+30*i", "12+30*i", 1483 1.30
```

Anmerkung:

1. In *Folge 1* treten im Intervall $i:=0$ bis 50 insgesamt 30 Primzahlen CF_p auf

3. Die Bestimmung von Zwillingen mod 2, die in *Folge 1* im Intervall $i:= 0$ bis 50 auftreten:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (12+30*i-1) and isprime (12+30*i+1)) then print
(("i", i, -1, " = ", 12+30*i-1, "12+30*i", "12+30*i", 12+30*i+1)) end_if: end_for:

Folge 1:

| | |
|--|------|
| "i", 0, -1, " = ", 11, "12+30*i", "12+30*i", 13 | 1.1 |
| "i", 1, -1, " = ", 41, "12+30*i", "12+30*i", 43 | 1.2 |
| "i", 2, -1, " = ", 71, "12+30*i", "12+30*i", 73 | 1.3 |
| "i", 3, -1, " = ", 101, "12+30*i", "12+30*i", 103 | 1.4 |
| "i", 6, -1, " = ", 191, "12+30*i", "12+30*i", 193 | 1.5 |
| "i", 9, -1, " = ", 281, "12+30*i", "12+30*i", 283 | 1.6 |
| "i", 10, -1, " = ", 311, "12+30*i", "12+30*i", 313 | 1.7 |
| "i", 14, -1, " = ", 431, "12+30*i", "12+30*i", 433 | 1.8 |
| "i", 15, -1, " = ", 461, "12+30*i", "12+30*i", 463 | 1.9 |
| "i", 17, -1, " = ", 521, "12+30*i", "12+30*i", 523 | 1.10 |
| "i", 21, -1, " = ", 641, "12+30*i", "12+30*i", 643 | 1.11 |
| "i", 27, -1, " = ", 821, "12+30*i", "12+30*i", 823 | 1.12 |
| "i", 29, -1, " = ", 881, "12+30*i", "12+30*i", 883 | 1.13 |
| "i", 34, -1, " = ", 1031, "12+30*i", "12+30*i", 1033 | 1.14 |
| "i", 35, -1, " = ", 1061, "12+30*i", "12+30*i", 1063 | 1.15 |
| "i", 36, -1, " = ", 1091, "12+30*i", "12+30*i", 1093 | 1.16 |
| "i", 38, -1, " = ", 1151, "12+30*i", "12+30*i", 1153 | 1.17 |
| "i", 43, -1, " = ", 1301, "12+30*i", "12+30*i", 1303 | 1.18 |
| "i", 48, -1, " = ", 1451, "12+30*i", "12+30*i", 1453 | 1.19 |
| "i", 49, -1, " = ", 1481, "12+30*i", "12+30*i", 1483 | 1.20 |

Anmerkung:

1. Im Intervall $i:= 0$ bis 50 sind in *Folge 1* insgesamt 20 Zwillinge mod 2 situiert.
2. Die Primzahlen CM_p , SF_p treten (allesamt) in den Endziffern: EZ1, EZ3 auf.
3. Im Intervall $i:= 0$ bis 50 treten hingegen 32 Primzahlen CM_p und 30 Primzahlen CF_p auf.

4. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die im Intervall $i:= 0$ bis 50 in *Folge 2* auftreten:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (18+30*i-1) and isprime (18+30*i+1)) then print
(("i", i, -1, " = ", 18+30*i-1, "18+30*i", "18+30*i", 18+30*i+1)) end_if: end_for:

Folge 2:

| | |
|---|-----|
| "i", 0, -1, " = ", 17, "18+30*i", "18+30*i", 17 | 2.1 |
| "i", 1, -1, " = ", 47, "18+30*i", "18+30*i", 47 | 2.2 |
| "i", 3, -1, " = ", 107, "18+30*i", "18+30*i", 107 | 2.3 |
| "i", 4, -1, " = ", 137, "18+30*i", "18+30*i", 137 | 2.4 |
| "i", 5, -1, " = ", 167, "18+30*i", "18+30*i", 167 | 2.5 |

| | |
|--|------|
| "i", 6, -1, " = ", 197, "18+30*i", "18+30*i", 197 | 2.6 |
| "i", 7, -1, " = ", 227, "18+30*i", "18+30*i", 227 | 2.7 |
| "i", 8, -1, " = ", 257, "18+30*i", "18+30*i", 257 | 2.8 |
| "i", 10, -1, " = ", 317, "18+30*i", "18+30*i", 317 | 2.9 |
| "i", 11, -1, " = ", 347, "18+30*i", "18+30*i", 347 | 2.10 |
| "i", 15, -1, " = ", 467, "18+30*i", "18+30*i", 467 | 2.11 |
| "i", 18, -1, " = ", 557, "18+30*i", "18+30*i", 557 | 2.12 |
| "i", 19, -1, " = ", 587, "18+30*i", "18+30*i", 587 | 2.13 |
| "i", 20, -1, " = ", 617, "18+30*i", "18+30*i", 617 | 2.14 |
| "i", 21, -1, " = ", 647, "18+30*i", "18+30*i", 647 | 2.15 |
| "i", 22, -1, " = ", 677, "18+30*i", "18+30*i", 677 | 2.16 |
| "i", 26, -1, " = ", 797, "18+30*i", "18+30*i", 797 | 2.17 |
| "i", 27, -1, " = ", 827, "18+30*i", "18+30*i", 827 | 2.18 |
| "i", 28, -1, " = ", 857, "18+30*i", "18+30*i", 857 | 2.19 |
| "i", 29, -1, " = ", 887, "18+30*i", "18+30*i", 887 | 2.20 |
| "i", 31, -1, " = ", 947, "18+30*i", "18+30*i", 947 | 2.21 |
| "i", 32, -1, " = ", 977, "18+30*i", "18+30*i", 977 | 2.22 |
| "i", 36, -1, " = ", 1097, "18+30*i", "18+30*i", 1097 | 2.23 |
| "i", 39, -1, " = ", 1187, "18+30*i", "18+30*i", 1187 | 2.24 |
| "i", 40, -1, " = ", 1217, "18+30*i", "18+30*i", 1217 | 2.25 |
| "i", 42, -1, " = ", 1277, "18+30*i", "18+30*i", 1277 | 2.26 |
| "i", 43, -1, " = ", 1307, "18+30*i", "18+30*i", 1307 | 2.27 |
| "i", 45, -1, " = ", 1367, "18+30*i", "18+30*i", 1367 | 2.28 |
| "i", 47, -1, " = ", 1427, "18+30*i", "18+30*i", 1427 | 2.29 |
| "i", 49, -1, " = ", 1487, "18+30*i", "18+30*i", 1487 | 2.30 |

Anmerkung:

1. Im Intervall $i=0$ bis 50 sind in der *Folge 2* insgesamt 30 Primzahlen CM_p situiert.
2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ7.

5. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (18+30*i+1) and isprime (18+30*i+1)) then print
- ("i", i,+1, " = ", 18+30*i+1, "18+30*i", "18+30*i", 18+30*i+1)) end_if: end_for:

Folge 2:

| | |
|---|-----|
| "i", 0, 1, " = ", 19, "18+30*i", "18+30*i", 19 | 2.1 |
| "i", 2, 1, " = ", 79, "18+30*i", "18+30*i", 79 | 2.2 |
| "i", 3, 1, " = ", 109, "18+30*i", "18+30*i", 109 | 2.3 |
| "i", 4, 1, " = ", 139, "18+30*i", "18+30*i", 139 | 2.4 |
| "i", 6, 1, " = ", 199, "18+30*i", "18+30*i", 199 | 2.5 |
| "i", 7, 1, " = ", 229, "18+30*i", "18+30*i", 229 | 2.6 |
| "i", 11, 1, " = ", 349, "18+30*i", "18+30*i", 349 | 2.7 |

| | |
|---|------|
| "i", 12, 1, " = ", 379, "18+30*i", "18+30*i", 379 | 2.8 |
| "i", 13, 1, " = ", 409, "18+30*i", "18+30*i", 409 | 2.9 |
| "i", 14, 1, " = ", 439, "18+30*i", "18+30*i", 439 | 2.10 |
| "i", 16, 1, " = ", 499, "18+30*i", "18+30*i", 499 | 2.11 |
| "i", 20, 1, " = ", 619, "18+30*i", "18+30*i", 619 | 2.12 |
| "i", 23, 1, " = ", 709, "18+30*i", "18+30*i", 709 | 2.13 |
| "i", 24, 1, " = ", 739, "18+30*i", "18+30*i", 739 | 2.14 |
| "i", 25, 1, " = ", 769, "18+30*i", "18+30*i", 769 | 2.15 |
| "i", 27, 1, " = ", 829, "18+30*i", "18+30*i", 829 | 2.16 |
| "i", 28, 1, " = ", 859, "18+30*i", "18+30*i", 859 | 2.17 |
| "i", 30, 1, " = ", 919, "18+30*i", "18+30*i", 919 | 2.18 |
| "i", 33, 1, " = ", 1009, "18+30*i", "18+30*i", 1009 | 2.19 |
| "i", 34, 1, " = ", 1039, "18+30*i", "18+30*i", 1039 | 2.20 |
| "i", 35, 1, " = ", 1069, "18+30*i", "18+30*i", 1069 | 2.21 |
| "i", 37, 1, " = ", 1129, "18+30*i", "18+30*i", 1129 | 2.22 |
| "i", 41, 1, " = ", 1249, "18+30*i", "18+30*i", 1249 | 2.23 |
| "i", 42, 1, " = ", 1279, "18+30*i", "18+30*i", 1279 | 2.24 |
| "i", 46, 1, " = ", 1399, "18+30*i", "18+30*i", 1399 | 2.25 |
| "i", 47, 1, " = ", 1429, "18+30*i", "18+30*i", 1429 | 2.26 |
| "i", 48, 1, " = ", 1459, "18+30*i", "18+30*i", 1459 | 2.27 |
| "i", 49, 1, " = ", 1489, "18+30*i", "18+30*i", 1489 | 2.28 |

Anmerkung:

1. Im Intervall $i := 0$ bis 50 treten in der *Folge 2* insgesamt 28 Primzahlen CF_p auf.
2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer *EZ9*.

6. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die im Intervall $i := 0$ bis 50 in *Folge 2* auftreten:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (18+30*i-1) and isprime (18+30*i+1)) then print
- (("i", i,-1, " = ", 18+30*i-1, "18+30*i", "18+30*i", 18+30*i+1)). end_if: end_for:

Folge 2:

| | |
|--|------|
| "i", 0, -1, " = ", 17, "18+30*i", "18+30*i", 19 | 2.1 |
| "i", 3, -1, " = ", 107, "18+30*i", "18+30*i", 109 | 2.2 |
| "i", 4, -1, " = ", 137, "18+30*i", "18+30*i", 139 | 2.3 |
| "i", 6, -1, " = ", 197, "18+30*i", "18+30*i", 199 | 2.4 |
| "i", 7, -1, " = ", 227, "18+30*i", "18+30*i", 229 | 2.5 |
| "i", 11, -1, " = ", 347, "18+30*i", "18+30*i", 349 | 2.6 |
| "i", 20, -1, " = ", 617, "18+30*i", "18+30*i", 619 | 2.7 |
| "i", 27, -1, " = ", 827, "18+30*i", "18+30*i", 829 | 2.8 |
| "i", 28, -1, " = ", 857, "18+30*i", "18+30*i", 859 | 2.9 |
| "i", 42, -1, " = ", 1277, "18+30*i", "18+30*i", 1279 | 2.10 |
| "i", 47, -1, " = ", 1427, "18+30*i", "18+30*i", 1429 | 2.11 |
| "i", 49, -1, " = ", 1487, "18+30*i", "18+30*i", 1489 | 2.12 |

Anmerkung:

1. Im Intervall $i=0$ bis 50 treten in *Folge 2* insgesamt 12 Zwillinge mod 2 auf.
2. Die Primzahlen CM_p, CF_p treten allesamt in den Endziffern: EZ7, EZ9 auf.

7. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (30+30*i-1) and isprime (30+30*i-1)) then print
- ("i", i,+1, " = ", 30+30*i-1, "30+30*i", "30+30*i", 30+30*i-1)) end_if: end_for:

Folge 3:

| | |
|---|------|
| "i", 0, 1, " = ", 29, "30+30*i", "30+30*i", 29 | 3.1 |
| "i", 1, 1, " = ", 59, "30+30*i", "30+30*i", 59 | 3.2 |
| "i", 2, 1, " = ", 89, "30+30*i", "30+30*i", 89 | 3.3 |
| "i", 4, 1, " = ", 149, "30+30*i", "30+30*i", 149 | 3.4 |
| "i", 5, 1, " = ", 179, "30+30*i", "30+30*i", 179 | 3.5 |
| "i", 7, 1, " = ", 239, "30+30*i", "30+30*i", 239 | 3.6 |
| "i", 8, 1, " = ", 269, "30+30*i", "30+30*i", 269 | 3.7 |
| "i", 11, 1, " = ", 359, "30+30*i", "30+30*i", 359 | 3.8 |
| "i", 12, 1, " = ", 389, "30+30*i", "30+30*i", 389 | 3.9 |
| "i", 13, 1, " = ", 419, "30+30*i", "30+30*i", 419 | 3.10 |
| "i", 14, 1, " = ", 449, "30+30*i", "30+30*i", 449 | 3.11 |
| "i", 15, 1, " = ", 479, "30+30*i", "30+30*i", 479 | 3.12 |
| "i", 16, 1, " = ", 509, "30+30*i", "30+30*i", 509 | 3.13 |
| "i", 18, 1, " = ", 569, "30+30*i", "30+30*i", 569 | 3.14 |
| "i", 19, 1, " = ", 599, "30+30*i", "30+30*i", 599 | 3.15 |
| "i", 21, 1, " = ", 659, "30+30*i", "30+30*i", 659 | 3.16 |
| "i", 23, 1, " = ", 719, "30+30*i", "30+30*i", 719 | 3.17 |
| "i", 26, 1, " = ", 809, "30+30*i", "30+30*i", 809 | 3.18 |
| "i", 27, 1, " = ", 839, "30+30*i", "30+30*i", 839 | 3.19 |
| "i", 30, 1, " = ", 929, "30+30*i", "30+30*i", 929 | 3.20 |
| "i", 33, 1, " = ", 1019, "30+30*i", "30+30*i", 1019 | 3.21 |
| "i", 34, 1, " = ", 1049, "30+30*i", "30+30*i", 1049 | 3.22 |
| "i", 36, 1, " = ", 1109, "30+30*i", "30+30*i", 1109 | 3.23 |
| "i", 40, 1, " = ", 1229, "30+30*i", "30+30*i", 1229 | 3.24 |
| "i", 41, 1, " = ", 1259, "30+30*i", "30+30*i", 1259 | 3.25 |
| "i", 42, 1, " = ", 1289, "30+30*i", "30+30*i", 1289 | 3.26 |
| "i", 43, 1, " = ", 1319, "30+30*i", "30+30*i", 1319 | 3.27 |
| "i", 46, 1, " = ", 1409, "30+30*i", "30+30*i", 1409 | 3.28 |
| "i", 47, 1, " = ", 1439, "30+30*i", "30+30*i", 1439 | 3.29 |
| "i", 49, 1, " = ", 1499, "30+30*i", "30+30*i", 1499 | 3.30 |

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind im Intervall $i=0$ bis 50 insgesamt 30 Primzahlen CM_p situiert.

Alle Primzahlen CF_p der Folge 3 haben die Endziffer EZ9.

8. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der Folge 3 situiert sind:

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (30+30*i+1) and isprime (30+30*i+1)) then print
- ("i", i,+1, " = ", 30+30*i+1, "30+30*i", "30+30*i", 30+30*i+1) end_if: end_for:

Folge 3:

| | |
|---|------|
| "i", 0, 1, " = ", 31, "30+30*i", "30+30*i", 31 | 3.1 |
| "i", 1, 1, " = ", 61, "30+30*i", "30+30*i", 61 | 3.2 |
| "i", 4, 1, " = ", 151, "30+30*i", "30+30*i", 151 | 3.3 |
| "i", 5, 1, " = ", 181, "30+30*i", "30+30*i", 181 | 3.4 |
| "i", 6, 1, " = ", 211, "30+30*i", "30+30*i", 211 | 3.5 |
| "i", 7, 1, " = ", 241, "30+30*i", "30+30*i", 241 | 3.6 |
| "i", 8, 1, " = ", 271, "30+30*i", "30+30*i", 271 | 3.7 |
| "i", 10, 1, " = ", 331, "30+30*i", "30+30*i", 331 | 3.8 |
| "i", 13, 1, " = ", 421, "30+30*i", "30+30*i", 421 | 3.9 |
| "i", 17, 1, " = ", 541, "30+30*i", "30+30*i", 541 | 3.10 |
| "i", 18, 1, " = ", 571, "30+30*i", "30+30*i", 571 | 3.11 |
| "i", 19, 1, " = ", 601, "30+30*i", "30+30*i", 601 | 3.12 |
| "i", 20, 1, " = ", 631, "30+30*i", "30+30*i", 631 | 3.13 |
| "i", 21, 1, " = ", 661, "30+30*i", "30+30*i", 661 | 3.14 |
| "i", 22, 1, " = ", 691, "30+30*i", "30+30*i", 691 | 3.15 |
| "i", 24, 1, " = ", 751, "30+30*i", "30+30*i", 751 | 3.16 |
| "i", 26, 1, " = ", 811, "30+30*i", "30+30*i", 811 | 3.17 |
| "i", 32, 1, " = ", 991, "30+30*i", "30+30*i", 991 | 3.18 |
| "i", 33, 1, " = ", 1021, "30+30*i", "30+30*i", 1021 | 3.19 |
| "i", 34, 1, " = ", 1051, "30+30*i", "30+30*i", 1051 | 3.20 |
| "i", 38, 1, " = ", 1171, "30+30*i", "30+30*i", 1171 | 3.21 |
| "i", 39, 1, " = ", 1201, "30+30*i", "30+30*i", 1201 | 3.22 |
| "i", 40, 1, " = ", 1231, "30+30*i", "30+30*i", 1231 | 3.23 |
| "i", 42, 1, " = ", 1291, "30+30*i", "30+30*i", 1291 | 3.24 |
| "i", 43, 1, " = ", 1321, "30+30*i", "30+30*i", 1321 | 3.25 |
| "i", 45, 1, " = ", 1381, "30+30*i", "30+30*i", 1381 | 3.26 |
| "i", 48, 1, " = ", 1471, "30+30*i", "30+30*i", 1471 | 3.27 |
| "i", 50, 1, " = ", 1531, "30+30*i", "30+30*i", 1531 | 3.28 |

merkung:

Im Intervall $i:=0$ bis 50 sind in der Folge 3 insgesamt 28 Primzahlen CF_p situiert.
Alle Primzahlen der Folge 3 haben die Endziffer EZ1.

Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die in der Folge 3 situiert sind;

- for i from 0 to 50 do: if (isprime (30+30*i-1) and isprime (30+30*i+1)) then print
- ("i", i,-1, " = ", 30+30*i-1, "30+30*i", "30+30*i", 30+30*i+1) end_if: end_for:

Folge 3:

| | |
|--|------|
| "i", 0, -1, " = ", 29, "30+30*i", "30+30*i", 31 | 3.1 |
| "i", 1, -1, " = ", 59, "30+30*i", "30+30*i", 61 | 3.2 |
| "i", 4, -1, " = ", 149, "30+30*i", "30+30*i", 151 | 3.3 |
| "i", 5, -1, " = ", 179, "30+30*i", "30+30*i", 181 | 3.4 |
| "i", 7, -1, " = ", 239, "30+30*i", "30+30*i", 241 | 3.5 |
| "i", 8, -1, " = ", 269, "30+30*i", "30+30*i", 271 | 3.6 |
| "i", 13, -1, " = ", 419, "30+30*i", "30+30*i", 421 | 3.7 |
| "i", 18, -1, " = ", 569, "30+30*i", "30+30*i", 571 | 3.8 |
| "i", 19, -1, " = ", 599, "30+30*i", "30+30*i", 601 | 3.9 |
| "i", 21, -1, " = ", 659, "30+30*i", "30+30*i", 661 | 3.10 |
| "i", 26, -1, " = ", 809, "30+30*i", "30+30*i", 811 | 3.11 |
| "i", 33, -1, " = ", 1019, "30+30*i", "30+30*i", 1021 | 3.12 |
| "i", 34, -1, " = ", 1049, "30+30*i", "30+30*i", 1051 | 3.13 |
| "i", 40, -1, " = ", 1229, "30+30*i", "30+30*i", 1231 | 3.14 |
| "i", 42, -1, " = ", 1289, "30+30*i", "30+30*i", 1291 | 3.15 |
| "i", 43, -1, " = ", 1319, "30+30*i", "30+30*i", 1321 | 3.16 |

Anmerkung:

- 1- Im Intervall $i=0$ bis 50 sind in der *Folge 3* insgesamt 16 Zwillinge mod 2 situiert.
2. Alle Primzahlen (CM_p , CF_p), die diese Zwillinge mod 2 bilden, haben die Endziffern: EZ9, EZ1.

Die Schlussfolgerungen:

1. Aus den Ermittlungen der Primzahlen CM_p und CF_p , die in den Folgen: *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* im Intervall $i=0$ bis 50 auftreten und aus den Bestimmungen der in diesen drei Folgen auftretenden Zwillinge mod 2, ist erkennbar, dass bei der "Entstehung" von Zwillingen mod 2 die folgende "reversiblen" Und-Bedingungen in den drei Folgen erfüllt sein müssen:

$$CF_p = CM_p + 2 \Leftrightarrow CM_p = CF_p - 2 \dots \text{Die Und-Verk\u00f6pplungen der Primzahlen } CM_p \text{ und } SF_p$$

2. Da diese Und-Bedingungen nicht f\u00fcr alle Primzahlen CM_p und CF_p erf\u00fcllt werden, treten in der Regel mehr Primzahlen CM_p und SF_p auf als Zwillinge mod 2.

10. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p und CF_p in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* und der Zwillinge mod 2 im Intervall: $i=10^{20}$ bis $10^{20}+500$:

10.1 Die Bestimmung der Primzahlen CM_p in der *Folge 1*:

```
for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (12+30*i-1) and isprime (12+30*i-1))
```

- then print(("i", i, -1, " = ", 12+30*i-1, "12+30*i-1")) end_if: end_for:

```
"i", 100000000000000000033, -1, " = ", 3000000000000000001001, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000035, -1, " = ", 3000000000000000001061, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000053, -1, " = ", 3000000000000000001601, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000055, -1, " = ", 3000000000000000001661, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000074, -1, " = ", 3000000000000000002231, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000081, -1, " = ", 3000000000000000002441, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000095, -1, " = ", 3000000000000000002861, "12+30*i-1"
```

```
"i", 100000000000000000100, -1, "=", 3000000000000000003011, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000132, -1, "=", 3000000000000000003971, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000135, -1, "=", 3000000000000000004061, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000145, -1, "=", 3000000000000000004361, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000160, -1, "=", 3000000000000000004811, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000161, -1, "=", 3000000000000000004841, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000182, -1, "=", 3000000000000000005471, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000218, -1, "=", 3000000000000000006551, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000231, -1, "=", 3000000000000000006941, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000235, -1, "=", 3000000000000000007061, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000288, -1, "=", 3000000000000000008651, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000299, -1, "=", 3000000000000000008981, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000316, -1, "=", 3000000000000000009491, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000319, -1, "=", 3000000000000000009581, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000321, -1, "=", 3000000000000000009641, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000322, -1, "=", 3000000000000000009671, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000348, -1, "=", 3000000000000000010451, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000371, -1, "=", 3000000000000000011141, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000383, -1, "=", 3000000000000000011501, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000386, -1, "=", 3000000000000000011591, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000387, -1, "=", 3000000000000000011621, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000413, -1, "=", 3000000000000000012401, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000435, -1, "=", 3000000000000000013061, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000442, -1, "=", 3000000000000000013271, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000443, -1, "=", 3000000000000000013301, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000464, -1, "=", 3000000000000000013931, "12+30*i-1"
"i", 100000000000000000481, -1, "=", 3000000000000000014441, "12+30*i-1"
```

Anmerkung:

1. Im betrachteten Intervall sind in der *Folge 1* insgesamt 32 Primzahlen CM_p situiert.
2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer $EZ1$

10.2 Die Bestimmung der Primzahlen CF_p in der *Folge 1*:

```
• for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (12+30*i+1) and isprime (12+30*i+1))
  then print(("i", i, +1, "=", 12+30*i+1, "12+30*i+1")) end_if: end_for:
"i", 100000000000000000011, 1, "=", 300000000000000000343, "12+30*i+1"
"i", 100000000000000000022, 1, "=", 300000000000000000673, "12+30*i+1"
"i", 100000000000000000024, 1, "=", 300000000000000000733, "12+30*i+1"
"i", 100000000000000000033, 1, "=", 300000000000000001003, "12+30*i+1"
"i", 100000000000000000055, 1, "=", 300000000000000001663, "12+30*i+1"
"i", 100000000000000000124, 1, "=", 300000000000000003733, "12+30*i+1"
```

```
"i", 1000000000000000000126, 1, "=", 30000000000000000003793, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000127, 1, "=", 30000000000000000003823, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000129, 1, "=", 30000000000000000003883, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000155, 1, "=", 30000000000000000004663, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000167, 1, "=", 30000000000000000005023, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000171, 1, "=", 30000000000000000005143, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000221, 1, "=", 30000000000000000006643, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000223, 1, "=", 30000000000000000006703, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000231, 1, "=", 30000000000000000006943, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000243, 1, "=", 30000000000000000007303, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000244, 1, "=", 30000000000000000007333, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000248, 1, "=", 30000000000000000007453, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000266, 1, "=", 30000000000000000007993, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000273, 1, "=", 30000000000000000008203, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000306, 1, "=", 30000000000000000009193, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000321, 1, "=", 30000000000000000009643, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000323, 1, "=", 30000000000000000009703, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000347, 1, "=", 30000000000000000010423, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000354, 1, "=", 30000000000000000010633, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000365, 1, "=", 30000000000000000010963, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000393, 1, "=", 30000000000000000011803, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000405, 1, "=", 30000000000000000012163, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000416, 1, "=", 30000000000000000012493, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000427, 1, "=", 30000000000000000012823, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000439, 1, "=", 30000000000000000013183, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000466, 1, "=", 30000000000000000013993, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000479, 1, "=", 30000000000000000014383, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000482, 1, "=", 30000000000000000014473, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000500, 1, "=", 30000000000000000015013, "12+30*i+1"
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 37 Primzahlen CF_p situiert.
2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ3

10.3 Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die in der *Folge 1* situiert sind:

```
• for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (12+30*i-1) and isprime (12+30*i+1))
  then print(("i", i, -1, "=", 12+30*i-1, "12+30*i+1")) end_if: end_for:
"i", 1000000000000000000033, -1, "=", 30000000000000000001001, "12+30*i+1"
"i", 1000000000000000000055, -1, "=", 30000000000000000001661, "12+30*i+1"
"i", 10000000000000000000231, -1, "=", 30000000000000000006941, "12+30*i+1"
"i", 10000000000000000000321, -1, "=", 30000000000000000009641, "12+30*i+1"
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind 4 Zwillinge mod 2 situiert,
2. Dagegen treten im gleichen Intervall 32 Primzahlen CM_p und 37 Primzahlen CF_p in *Folge 1* auf.

10.4 Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (18+30*i-1) and isprime (18+30*i-1))
  then print(("i", i, -1, " =", 18+30*i-1, "18+30*i-1")) end_if: end_for:
  "i", 100000000000000000002, -1, " =", 300000000000000000077, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000025, -1, " =", 3000000000000000000767, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000048, -1, " =", 30000000000000000001457, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000051, -1, " =", 30000000000000000001547, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000058, -1, " =", 30000000000000000001757, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000088, -1, " =", 30000000000000000002657, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000093, -1, " =", 30000000000000000002807, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000097, -1, " =", 30000000000000000002927, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000160, -1, " =", 30000000000000000004817, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000164, -1, " =", 30000000000000000004937, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000176, -1, " =", 30000000000000000005297, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000193, -1, " =", 30000000000000000005807, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000220, -1, " =", 30000000000000000006617, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000227, -1, " =", 30000000000000000006827, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000233, -1, " =", 30000000000000000007007, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000235, -1, " =", 30000000000000000007067, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000258, -1, " =", 30000000000000000007757, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000261, -1, " =", 30000000000000000007847, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000272, -1, " =", 30000000000000000008177, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000296, -1, " =", 30000000000000000008897, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000307, -1, " =", 30000000000000000009227, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000327, -1, " =", 30000000000000000009827, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000334, -1, " =", 30000000000000000010037, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000340, -1, " =", 30000000000000000010217, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000429, -1, " =", 30000000000000000012887, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000449, -1, " =", 30000000000000000013487, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000456, -1, " =", 30000000000000000013697, "18+30*i-1"
  "i", 1000000000000000000495, -1, " =", 30000000000000000014867, "18+30*i-1"

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind 28 Primzahlen CM_p situiert.
2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ7

10.5 Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (18+30*i+1) and isprime (18+30*i+1))
  then print(("i", i, +1, " =", 18+30*i+1, "18+30*i+1")) end_if: end_for:

```

"1", 10000000000000000007, 1, " = ", 300000000000000000229, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000010, 1, " = ", 300000000000000000319, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000011, 1, " = ", 300000000000000000349, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000012, 1, " = ", 300000000000000000379, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000044, 1, " = ", 300000000000000001339, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000049, 1, " = ", 300000000000000001489, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000101, 1, " = ", 300000000000000003049, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000112, 1, " = ", 300000000000000003379, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000142, 1, " = ", 300000000000000004279, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000150, 1, " = ", 300000000000000004519, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000173, 1, " = ", 300000000000000005209, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000189, 1, " = ", 300000000000000005689, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000213, 1, " = ", 300000000000000006409, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000231, 1, " = ", 300000000000000006949, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000259, 1, " = ", 300000000000000007789, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000305, 1, " = ", 300000000000000009169, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000332, 1, " = ", 300000000000000009979, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000338, 1, " = ", 300000000000000010159, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000355, 1, " = ", 300000000000000010669, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000364, 1, " = ", 300000000000000010939, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000368, 1, " = ", 300000000000000011059, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000369, 1, " = ", 300000000000000011089, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000381, 1, " = ", 300000000000000011449, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000387, 1, " = ", 300000000000000011629, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000402, 1, " = ", 300000000000000012079, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000406, 1, " = ", 300000000000000012199, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000421, 1, " = ", 300000000000000012649, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000422, 1, " = ", 300000000000000012679, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000423, 1, " = ", 300000000000000012709, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000436, 1, " = ", 300000000000000013099, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000439, 1, " = ", 300000000000000013189, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000442, 1, " = ", 300000000000000013279, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000450, 1, " = ", 300000000000000013519, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000472, 1, " = ", 300000000000000014179, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000484, 1, " = ", 300000000000000014539, "18+30*i+1"
 "1", 10000000000000000495, 1, " = ", 300000000000000014869, "18+30*i+1"

Anmerkung:

In der *Folge 2* sind 36 Primzahlen CF_p situiert.
 Alle (diese) Primzahlen CF_p haben die Endziffer $EZ9$.

0.6 Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die in *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (18+30*i-1) and isprime (18+30*i+1))
  then print(("i", i, -1, " =", 18+30*i-1, "18+30*i+1")) end_if: end_for:
  "i", 100000000000000000495, -1, " =", 300000000000000014867, "18+30*i+1"

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* ist nur 1 Zwilling mod 2 situiert.

10.7.. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```

for i from 10^20 to 10^20+500 do: if (isprime (30+30*i-1) and isprime (30+30*i+1))
  then print(("i", i, -1, " =", 30+30*i-1, "30+30*i+1")) end_if: end_for:
  "i", 100000000000000000003, -1, " =", 300000000000000000119, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000010, -1, " =", 300000000000000000329, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000028, -1, " =", 300000000000000000869, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000037, -1, " =", 3000000000000000001139, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000074, -1, " =", 3000000000000000002249, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000076, -1, " =", 3000000000000000002309, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000107, -1, " =", 3000000000000000003239, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000114, -1, " =", 3000000000000000003449, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000124, -1, " =", 3000000000000000003749, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000125, -1, " =", 3000000000000000003779, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000161, -1, " =", 3000000000000000004859, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000173, -1, " =", 3000000000000000005219, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000177, -1, " =", 3000000000000000005339, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000187, -1, " =", 3000000000000000005639, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000199, -1, " =", 3000000000000000005999, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000200, -1, " =", 3000000000000000006029, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000215, -1, " =", 3000000000000000006479, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000226, -1, " =", 3000000000000000006809, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000235, -1, " =", 3000000000000000007079, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000238, -1, " =", 3000000000000000007169, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000285, -1, " =", 3000000000000000008579, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000293, -1, " =", 3000000000000000008819, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000298, -1, " =", 3000000000000000008969, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000315, -1, " =", 3000000000000000009479, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000332, -1, " =", 3000000000000000009989, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000333, -1, " =", 3000000000000000010019, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000336, -1, " =", 3000000000000000010109, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000340, -1, " =", 3000000000000000010229, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000383, -1, " =", 3000000000000000011519, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000395, -1, " =", 3000000000000000011879, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000402, -1, " =", 3000000000000000012089, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000405, -1, " =", 3000000000000000012179, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000451, -1, " =", 3000000000000000013559, "30+30*i+1"
  "i", 100000000000000000452, -1, " =", 3000000000000000013589, "30+30*i+1"

```

```
"i", 10000000000000000000487, -1, " =", 300000000000000000014639, "30+30*i-1"
```

Anmerkung:

- In der *Folge 3* sind 32 Primzahlen CM_p situiert, die alle die Endziffer EZ9 haben

10.8 Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 10^{20} to $10^{20}+500$ do: if (isprime (30+30*i+1) and isprime (30+30*i+1)) then print(("i", i, +1, " =", 30+30*i+1, "30+30*i+1")) end_if: end_for:

```
"i", 10000000000000000000018, 1, " =", 30000000000000000000571, "30+30*i+1"
"i", 10000000000000000000022, 1, " =", 30000000000000000000691, "30+30*i+1"
"i", 10000000000000000000033, 1, " =", 300000000000000000001021, "30+30*i+1"
"i", 10000000000000000000047, 1, " =", 300000000000000000001441, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000115, 1, " =", 300000000000000000003481, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000117, 1, " =", 300000000000000000003541, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000131, 1, " =", 300000000000000000003961, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000159, 1, " =", 300000000000000000004801, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000164, 1, " =", 300000000000000000004951, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000181, 1, " =", 300000000000000000005461, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000184, 1, " =", 300000000000000000005551, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000219, 1, " =", 300000000000000000006601, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000230, 1, " =", 300000000000000000006931, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000265, 1, " =", 300000000000000000007981, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000271, 1, " =", 300000000000000000008161, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000275, 1, " =", 300000000000000000008281, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000283, 1, " =", 300000000000000000008521, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000286, 1, " =", 300000000000000000008611, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000319, 1, " =", 300000000000000000009601, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000326, 1, " =", 300000000000000000009811, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000363, 1, " =", 300000000000000000010921, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000381, 1, " =", 300000000000000000011461, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000395, 1, " =", 300000000000000000011881, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000404, 1, " =", 300000000000000000012151, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000428, 1, " =", 300000000000000000012871, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000454, 1, " =", 300000000000000000013651, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000472, 1, " =", 300000000000000000014191, "30+30*i+1"
"i", 100000000000000000000491, 1, " =", 300000000000000000014761, "30+30*i+1"
```

Anmerkung:

- In der *Folge 3* sind 28 Primzahlen CF_p situiert, die alle die Endziffer EZ1 haben.

10.9 Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 10^{20} to $10^{20}+500$ do: if (isprime (30+30*i-1) and isprime (30+30*i+1)) then print(("i", i, -1, " =", 30+30*i-1, "30+30*i+1")) end_if: end_for:


```

    "i", 569, " = ", 571
    "i", 599, " = ", 601
    "i", 617, " = ", 619
    "i", 641, " = ", 643
    "i", 659, " = ", 661
    "i", 809, " = ", 811
    "i", 821, " = ", 823
    "i", 827, " = ", 829
    "i", 857, " = ", 859
    "i", 881, " = ", 883

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall 35 Zwillinge mod 2 situiert.

2. Die Zahl der Zwillinge mod 2 im Intervall $i := 1000$ bis 2000 :

- for i from 1000 to 2000 do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:

```

    "i", 1019, " = ", 1021
    "i", 1031, " = ", 1033
    "i", 1049, " = ", 1051
    "i", 1061, " = ", 1063
    "i", 1091, " = ", 1093
    "i", 1151, " = ", 1153
    "i", 1229, " = ", 1231
    "i", 1277, " = ", 1279
    "i", 1289, " = ", 1291
    "i", 1301, " = ", 1303
    "i", 1319, " = ", 1321
    "i", 1427, " = ", 1429
    "i", 1451, " = ", 1453
    "i", 1481, " = ", 1483
    "i", 1487, " = ", 1489
    "i", 1607, " = ", 1609
    "i", 1619, " = ", 1621
    "i", 1667, " = ", 1669
    "i", 1697, " = ", 1699
    "i", 1721, " = ", 1723
    "i", 1787, " = ", 1789
    "i", 1871, " = ", 1873
    "i", 1877, " = ", 1879
    "i", 1931, " = ", 1933
    "i", 1949, " = ", 1951

```

```
"i", 1997, " = ", 1999
```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 26 Zwillinge mod 2 situiert.
-

3. Die Zahl der Zwillinge mod 2 im Intervall $i := 2000$ bis 3000:

```
• for i from 2000 to 3000 do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
  then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:
```

```
"i", 2027, " = ", 2029
"i", 2081, " = ", 2083
"i", 2087, " = ", 2089
"i", 2111, " = ", 2113
"i", 2129, " = ", 2131
"i", 2141, " = ", 2143
"i", 2237, " = ", 2239
"i", 2267, " = ", 2269
"i", 2309, " = ", 2311
"i", 2339, " = ", 2341
"i", 2381, " = ", 2383
"i", 2549, " = ", 2551
"i", 2591, " = ", 2593
"i", 2657, " = ", 2659
"i", 2687, " = ", 2689
"i", 2711, " = ", 2713
"i", 2729, " = ", 2731
"i", 2789, " = ", 2791
"i", 2801, " = ", 2803
"i", 2969, " = ", 2971
"i", 2999, " = ", 3001
```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 21 Zwillinge mod 2 situiert.
-

4. Die Zahl der Zwillinge mod 2 im Intervall $i := 3000$ bis 4000:

```
• for i from 3000 to 4000 do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
  then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:
```

```
"i", 2999, " = ", 3001
"i", 3119, " = ", 3121
"i", 3167, " = ", 3169
"i", 3251, " = ", 3253
"i", 3257, " = ", 3259
"i", 3299, " = ", 3301
```


Anlage 6

Die Generierung von Primzahlen vom Typ CM_p , CF_p und der aus ihnen kreierten Zwillinge mod 6 mit dem MuPAD - Testprogramm.

1. Die Primzahlen CM_p der Folge 1 im Intervall $i:= 0$ bis 30:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i-3) and isprime (14+10*i-3))
- then print (("i",-3, 14+10*i-3," = ", "14+10*i", 14+10*i-3)) end_if: end_for:
 - "i", -3, 11, " = ", "14+10*i", 11
 - "i", -3, 31, " = ", "14+10*i", 31
 - "i", -3, 41, " = ", "14+10*i", 41
 - "i", -3, 61, " = ", "14+10*i", 61
 - "i", -3, 71, " = ", "14+10*i", 71
 - "i", -3, 101, " = ", "14+10*i", 101
 - "i", -3, 131, " = ", "14+10*i", 131
 - "i", -3, 151, " = ", "14+10*i", 151
 - "i", -3, 181, " = ", "14+10*i", 181
 - "i", -3, 191, " = ", "14+10*i", 191
 - "i", -3, 211, " = ", "14+10*i", 211
 - "i", -3, 241, " = ", "14+10*i", 241
 - "i", -3, 251, " = ", "14+10*i", 251
 - "i", -3, 271, " = ", "14+10*i", 271
 - "i", -3, 281, " = ", "14+10*i", 281
 - "i", -3, 311, " = ", "14+10*i", 311

Anmerkung:

1. Im Intervall $i:= 0$ bis 30 sind in Folge 1 insgesamt 16 Primzahlen CM_p situiert.
2. Alle Primzahlen CM_p der Folge 1 haben die Endziffer EZ1

2. Die Primzahlen CF_p der Folge 1 im Intervall $i:= 0$ bis 30

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i+3) and isprime (14+10*i+3))
- then print (("i",+3, 14+10*i+3," = ", "14+10*i", 14+10*i+3)) end_if: end_for:
 - "i", 3, 11, " = ", "14+10*i", 17
 - "i", 3, 31, " = ", "14+10*i", 37
 - "i", 3, 41, " = ", "14+10*i", 47
 - "i", 3, 61, " = ", "14+10*i", 67
 - "i", 3, 91, " = ", "14+10*i", 97
 - "i", 3, 101, " = ", "14+10*i", 107
 - "i", 3, 121, " = ", "14+10*i", 127
 - "i", 3, 131, " = ", "14+10*i", 137
 - "i", 3, 151, " = ", "14+10*i", 157

```

    "i", 3, 161, " = ", "14+10*i", 167
    "i", 3, 191, " = ", "14+10*i", 197
    "i", 3, 221, " = ", "14+10*i", 227
    "i", 3, 251, " = ", "14+10*i", 257
    "i", 3, 271, " = ", "14+10*i", 277
    "i", 3, 301, " = ", "14+10*i", 307
    "i", 3, 311, " = ", "14+10*i", 317

```

Anmerkung:

1. Im Intervall $i:=0$ bis 30 sind in *Folge 1* insgesamt 16 Primzahlen CF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer **EZ7**.
-

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die im Intervall $i:=0$ bis 30 in der *Folge 1* situiert sind.

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i-3) and isprime (14+10*i+3))
then print (("i",-3, 14+10*i-3," = ", "14+10*i", 14+10*i+3)) end_if: end_for:


```

        "i", -3, 11, " = ", "14+10*i", 17
        "i", -3, 31, " = ", "14+10*i", 37
        "i", -3, 41, " = ", "14+10*i", 47
        "i", -3, 61, " = ", "14+10*i", 67
        "i", -3, 101, " = ", "14+10*i", 107
        "i", -3, 131, " = ", "14+10*i", 137
        "i", -3, 151, " = ", "14+10*i", 157
        "i", -3, 191, " = ", "14+10*i", 197
        "i", -3, 251, " = ", "14+10*i", 257
        "i", -3, 271, " = ", "14+10*i", 277
        "i", -3, 311, " = ", "14+10*i", 317
      
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 11 Zwillinge mod 6 situiert.
 2. Die Primzahlen (CM_p , CF_p) der Zwillinge mod 6 sind stets Elemente der Obergruppen OG I und OG II
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (16+10*i-3) and isprime (16+10*i+3))
then print (("i",-3, 16+10*i-3," = ", "16+10*i", 16+10*i+3)) end_if: end_for:


```

        "i", -3, 13, " = ", "16+10*i", 13
        "i", -3, 23, " = ", "16+10*i", 23
        "i", -3, 43, " = ", "16+10*i", 43
        "i", -3, 53, " = ", "16+10*i", 53
        "i", -3, 73, " = ", "16+10*i", 73
        "i", -3, 83, " = ", "16+10*i", 83
        "i", -3, 103, " = ", "16+10*i", 103
      
```

```
"i", -3, 113, " = ", "16+10*i", 113
"i", -3, 163, " = ", "16+10*i", 163
"i", -3, 173, " = ", "16+10*i", 173
"i", -3, 193, " = ", "16+10*i", 193
"i", -3, 223, " = ", "16+10*i", 223
"i", -3, 233, " = ", "16+10*i", 233
"i", -3, 263, " = ", "16+10*i", 263
"i", -3, 283, " = ", "16+10*i", 283
"i", -3, 293, " = ", "16+10*i", 293
"i", -3, 313, " = ", "16+10*i", 313
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 17 Primzahlen CM_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ3
-

5. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 2* situiert sind.

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (16+10*i+3) and isprime (16+10*i+3))
then print (("i",+3, 16+10*i+3," = ", "16+10*i", 16+10*i+3)) end_if: end_for:
```

```
"i", 3, 19, " = ", "16+10*i", 19
"i", 3, 29, " = ", "16+10*i", 29
"i", 3, 59, " = ", "16+10*i", 59
"i", 3, 79, " = ", "16+10*i", 79
"i", 3, 89, " = ", "16+10*i", 89
"i", 3, 109, " = ", "16+10*i", 109
"i", 3, 139, " = ", "16+10*i", 139
"i", 3, 149, " = ", "16+10*i", 149
"i", 3, 179, " = ", "16+10*i", 179
"i", 3, 199, " = ", "16+10*i", 199
"i", 3, 229, " = ", "16+10*i", 229
"i", 3, 239, " = ", "16+10*i", 239
"i", 3, 269, " = ", "16+10*i", 269
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 13 Primzahlen CF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ9
-

6. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die in der *Folge 2* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (16+10*i-3) and isprime (16+10*i+3))
then print (("i",-3, 16+10*i-3," = ", "16+10*i", 16+10*i+3)) end_if: end_for:
```

```
"i", -3, 13, " = ", "16+10*i", 19
"i", -3, 23, " = ", "16+10*i", 29
"i", -3, 53, " = ", "16+10*i", 59
```

```

    "i", -3, 73, " = ", "16+10*i", 79
    "i", -3, 83, " = ", "16+10*i", 89
    "i", -3, 103, " = ", "16+10*i", 109
    "i", -3, 173, " = ", "16+10*i", 179
    "i", -3, 193, " = ", "16+10*i", 199
    "i", -3, 223, " = ", "16+10*i", 229
    "i", -3, 233, " = ", "16+10*i", 239
    "i", -3, 263, " = ", "16+10*i", 269

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 11 Zwillinge mod 6 situiert.
 2. Die Primzahlen aller Zwillinge mod 6 sind stets Elemente der Obergruppen OG I und OG II.
-

7. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```

•   for i from 0 to 30 do: if (isprime (10+10*i-3) and isprime (10+10*i-3))
    then print (("i",-3, 10+10*i-3," = ", "10+10*i", 10+10*i-3)) end_if: end_for:
    "i", -3, 7, " = ", "10+10*i", 7
    "i", -3, 17, " = ", "10+10*i", 17
    "i", -3, 37, " = ", "10+10*i", 37
    "i", -3, 47, " = ", "10+10*i", 47
    "i", -3, 67, " = ", "10+10*i", 67
    "i", -3, 97, " = ", "10+10*i", 97
    "i", -3, 107, " = ", "10+10*i", 107
    "i", -3, 127, " = ", "10+10*i", 127
    "i", -3, 137, " = ", "10+10*i", 137
    "i", -3, 157, " = ", "10+10*i", 157
    "i", -3, 167, " = ", "10+10*i", 167
    "i", -3, 197, " = ", "10+10*i", 197
    "i", -3, 227, " = ", "10+10*i", 227
    "i", -3, 257, " = ", "10+10*i", 257
    "i", -3, 277, " = ", "10+10*i", 277
    "i", -3, 307, " = ", "10+10*i", 307

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 13 Primzahlen CM_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ7.
-
8. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```

•   for i from 0 to 30 do: if (isprime (10+10*i+3) and isprime (10+10*i+3))
    then print (("i",+3, 10+10*i+3," = ", "10+10*i", 10+10*i+3)) end_if: end_for:
    "i", 3, 13, " = ", "10+10*i", 13
    "i", 3, 23, " = ", "10+10*i", 23

```

```

"i", 3, 43, " = ", "10+10*i", 43
"i", 3, 53, " = ", "10+10*i", 53
"i", 3, 73, " = ", "10+10*i", 73
"i", 3, 83, " = ", "10+10*i", 83
"i", 3, 103, " = ", "10+10*i", 103
"i", 3, 113, " = ", "10+10*i", 113
"i", 3, 163, " = ", "10+10*i", 163
"i", 3, 173, " = ", "10+10*i", 173
"i", 3, 193, " = ", "10+10*i", 193
"i", 3, 223, " = ", "10+10*i", 223
"i", 3, 233, " = ", "10+10*i", 233
"i", 3, 263, " = ", "10+10*i", 263
"i", 3, 283, " = ", "10+10*i", 283
"i", 3, 293, " = ", "10+10*i", 293
"i", 3, 313, " = ", "10+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 17 Primzahlen CF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ3
-
9. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die in der *Folge 3* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (10+10*i-3) and isprime (10+10*i+3))
then print (("i",-3, 10+10*i-3," = ", "10+10*i", 10+10*i+3)) end_if: end_for:

```

```

"i", -3, 7, " = ", "10+10*i", 13
"i", -3, 17, " = ", "10+10*i", 23
"i", -3, 37, " = ", "10+10*i", 43
"i", -3, 47, " = ", "10+10*i", 53
"i", -3, 67, " = ", "10+10*i", 73
"i", -3, 97, " = ", "10+10*i", 103
"i", -3, 107, " = ", "10+10*i", 113
"i", -3, 157, " = ", "10+10*i", 163
"i", -3, 167, " = ", "10+10*i", 173
"i", -3, 227, " = ", "10+10*i", 233
"i", -3, 257, " = ", "10+10*i", 263
"i", -3, 277, " = ", "10+10*i", 283
"i", -3, 307, " = ", "10+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 13 Zwillinge mod 6 situiert
-

Die Bestimmung der Primzahlen CM_p und CF_p sowie der Zwillinge mod 6, die in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* im Intervall $i := 10^{350}$ bis $10^{350} + 3000$ situiert sind:

1. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

Anlage 6

Die Generierung von Primzahlen vom Typ CM_p , CF_p und der aus ihnen kreierten Zwillinge mod 6 mit dem MuPAD - Testprogramm.

1. Die Primzahlen CM_p der Folge 1 im Intervall $i=0$ bis 30:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i-3) and isprime (14+10*i-3))
• then print (("i",-3, 14+10*i-3," = ", "14+10*i", 14+10*i-3)) end_if: end_for:
    "i", -3, 11, " = ", "14+10*i", 11
    "i", -3, 31, " = ", "14+10*i", 31
    "i", -3, 41, " = ", "14+10*i", 41
    "i", -3, 61, " = ", "14+10*i", 61
    "i", -3, 71, " = ", "14+10*i", 71
    "i", -3, 101, " = ", "14+10*i", 101
    "i", -3, 131, " = ", "14+10*i", 131
    "i", -3, 151, " = ", "14+10*i", 151
    "i", -3, 181, " = ", "14+10*i", 181
    "i", -3, 191, " = ", "14+10*i", 191
    "i", -3, 211, " = ", "14+10*i", 211
    "i", -3, 241, " = ", "14+10*i", 241
    "i", -3, 251, " = ", "14+10*i", 251
    "i", -3, 271, " = ", "14+10*i", 271
    "i", -3, 281, " = ", "14+10*i", 281
    "i", -3, 311, " = ", "14+10*i", 311

```

Anmerkung:

1. Im Intervall $i=0$ bis 30 sind in Folge 1 insgesamt 16 Primzahlen CM_p situiert.
2. Alle Primzahlen CM_p der Folge 1 haben die Endziffer EZ1

2. Die Primzahlen CF_p der Folge 1 im Intervall $i=0$ bis 30

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i+3) and isprime (14+10*i+3))
then print (("i",+3, 14+10*i+3," = ", "14+10*i", 14+10*i+3)) end_if: end_for:
    "i", 3, 11, " = ", "14+10*i", 17
    "i", 3, 31, " = ", "14+10*i", 37
    "i", 3, 41, " = ", "14+10*i", 47
    "i", 3, 61, " = ", "14+10*i", 67
    "i", 3, 91, " = ", "14+10*i", 97
    "i", 3, 101, " = ", "14+10*i", 107
    "i", 3, 121, " = ", "14+10*i", 127
    "i", 3, 131, " = ", "14+10*i", 137
    "i", 3, 151, " = ", "14+10*i", 157

```

```

"i", 3, 161, " = ", "14+10*i", 167
"i", 3, 191, " = ", "14+10*i", 197
"i", 3, 221, " = ", "14+10*i", 227
"i", 3, 251, " = ", "14+10*i", 257
"i", 3, 271, " = ", "14+10*i", 277
"i", 3, 301, " = ", "14+10*i", 307
"i", 3, 311, " = ", "14+10*i", 317

```

Anmerkung:

1. Im Intervall $i=0$ bis 30 sind in *Folge 1* insgesamt 16 Primzahlen CF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer **EZ7**.
-

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die im Intervall $i=0$ bis 30 in der *Folge 1* situiert sind.

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i-3) and isprime (14+10*i+3))
then print (("i",-3, 14+10*i-3," = ", "14+10*i", 14+10*i+3)) end_if: end_for:

```

"i", -3, 11, " = ", "14+10*i", 17
"i", -3, 31, " = ", "14+10*i", 37
"i", -3, 41, " = ", "14+10*i", 47
"i", -3, 61, " = ", "14+10*i", 67
"i", -3, 101, " = ", "14+10*i", 107
"i", -3, 131, " = ", "14+10*i", 137
"i", -3, 151, " = ", "14+10*i", 157
"i", -3, 191, " = ", "14+10*i", 197
"i", -3, 251, " = ", "14+10*i", 257
"i", -3, 271, " = ", "14+10*i", 277
"i", -3, 311, " = ", "14+10*i", 317

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 11 Zwillinge mod 6 situiert.
 2. Die Primzahlen (CM_p , CF_p) der Zwillinge mod 6 sind stets Elemente der Obergruppen OG I und OG II
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (16+10*i-3) and isprime (16+10*i+3))
then print (("i",-3, 16+10*i-3," = ", "16+10*i", 16+10*i+3)) end_if: end_for:

```

"i", -3, 13, " = ", "16+10*i", 13
"i", -3, 23, " = ", "16+10*i", 23
"i", -3, 43, " = ", "16+10*i", 43
"i", -3, 53, " = ", "16+10*i", 53
"i", -3, 73, " = ", "16+10*i", 73
"i", -3, 83, " = ", "16+10*i", 83
"i", -3, 103, " = ", "16+10*i", 103

```

```

"i", -3, 113, " = ", "16+10*i", 113
"i", -3, 163, " = ", "16+10*i", 163
"i", -3, 173, " = ", "16+10*i", 173
"i", -3, 193, " = ", "16+10*i", 193
"i", -3, 223, " = ", "16+10*i", 223
"i", -3, 233, " = ", "16+10*i", 233
"i", -3, 263, " = ", "16+10*i", 263
"i", -3, 283, " = ", "16+10*i", 283
"i", -3, 293, " = ", "16+10*i", 293
"i", -3, 313, " = ", "16+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 17 Primzahlen CM_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ3
-

5. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 2* situiert sind.

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (16+10*i+3) and isprime (16+10*i+3))
then print ("i",+3, 16+10*i+3," = ", "16+10*i", 16+10*i+3) end_if: end_for:

```

```

"i", 3, 19, " = ", "16+10*i", 19
"i", 3, 29, " = ", "16+10*i", 29
"i", 3, 59, " = ", "16+10*i", 59
"i", 3, 79, " = ", "16+10*i", 79
"i", 3, 89, " = ", "16+10*i", 89
"i", 3, 109, " = ", "16+10*i", 109
"i", 3, 139, " = ", "16+10*i", 139
"i", 3, 149, " = ", "16+10*i", 149
"i", 3, 179, " = ", "16+10*i", 179
"i", 3, 199, " = ", "16+10*i", 199
"i", 3, 229, " = ", "16+10*i", 229
"i", 3, 239, " = ", "16+10*i", 239
"i", 3, 269, " = ", "16+10*i", 269

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 13 Primzahlen CF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ9
-

6. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die in der *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (16+10*i-3) and isprime (16+10*i+3))
then print ("i",-3, 16+10*i-3," = ", "16+10*i", 16+10*i+3) end_if: end_for:

```

```

"i", -3, 13, " = ", "16+10*i", 19
"i", -3, 23, " = ", "16+10*i", 29
"i", -3, 53, " = ", "16+10*i", 59

```

```

    "i", -3, 73, " = ", "16+10*i", 79
    "i", -3, 83, " = ", "16+10*i", 89
    "i", -3, 103, " = ", "16+10*i", 109
    "i", -3, 173, " = ", "16+10*i", 179
    "i", -3, 193, " = ", "16+10*i", 199
    "i", -3, 223, " = ", "16+10*i", 229
    "i", -3, 233, " = ", "16+10*i", 239
    "i", -3, 263, " = ", "16+10*i", 269

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 11 Zwillinge mod 6 situiert.
 2. Die Primzahlen aller Zwillinge mod 6 sind stets Elemente der Obergruppen OG I und OG II.
-

7. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (10+10*i-3) and isprime (10+10*i-3))
then print (("i",-3, 10+10*i-3," = ", "10+10*i", 10+10*i-3)) end_if: end_for:

```

```

    "i", -3, 7, " = ", "10+10*i", 7
    "i", -3, 17, " = ", "10+10*i", 17
    "i", -3, 37, " = ", "10+10*i", 37
    "i", -3, 47, " = ", "10+10*i", 47
    "i", -3, 67, " = ", "10+10*i", 67
    "i", -3, 97, " = ", "10+10*i", 97
    "i", -3, 107, " = ", "10+10*i", 107
    "i", -3, 127, " = ", "10+10*i", 127
    "i", -3, 137, " = ", "10+10*i", 137
    "i", -3, 157, " = ", "10+10*i", 157
    "i", -3, 167, " = ", "10+10*i", 167
    "i", -3, 197, " = ", "10+10*i", 197
    "i", -3, 227, " = ", "10+10*i", 227
    "i", -3, 257, " = ", "10+10*i", 257
    "i", -3, 277, " = ", "10+10*i", 277
    "i", -3, 307, " = ", "10+10*i", 307

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 13 Primzahlen CM_p situiert.
 2. Alle Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ7.
-
8. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (10+10*i+3) and isprime (10+10*i+3))
then print (("i",+3, 10+10*i+3," = ", "10+10*i", 10+10*i+3)) end_if: end_for:

```

```

    "i", 3, 13, " = ", "10+10*i", 13
    "i", 3, 23, " = ", "10+10*i", 23

```

```

"i", 3, 43, " = ", "10+10*i", 43
"i", 3, 53, " = ", "10+10*i", 53
"i", 3, 73, " = ", "10+10*i", 73
"i", 3, 83, " = ", "10+10*i", 83
"i", 3, 103, " = ", "10+10*i", 103
"i", 3, 113, " = ", "10+10*i", 113
"i", 3, 163, " = ", "10+10*i", 163
"i", 3, 173, " = ", "10+10*i", 173
"i", 3, 193, " = ", "10+10*i", 193
"i", 3, 223, " = ", "10+10*i", 223
"i", 3, 233, " = ", "10+10*i", 233
"i", 3, 263, " = ", "10+10*i", 263
"i", 3, 283, " = ", "10+10*i", 283
"i", 3, 293, " = ", "10+10*i", 293
"i", 3, 313, " = ", "10+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 17 Primzahlen CF_p situiert.

2. Alle Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ3

9. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die in der *Folge 3* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (10+10*i-3) and isprime (10+10*i+3))
then print (("i",-3, 10+10*i-3," = ", "10+10*i", 10+10*i+3)) end_if: end_for:

```

```

"i", -3, 7, " = ", "10+10*i", 13
"i", -3, 17, " = ", "10+10*i", 23
"i", -3, 37, " = ", "10+10*i", 43
"i", -3, 47, " = ", "10+10*i", 53
"i", -3, 67, " = ", "10+10*i", 73
"i", -3, 97, " = ", "10+10*i", 103
"i", -3, 107, " = ", "10+10*i", 113
"i", -3, 157, " = ", "10+10*i", 163
"i", -3, 167, " = ", "10+10*i", 173
"i", -3, 227, " = ", "10+10*i", 233
"i", -3, 257, " = ", "10+10*i", 263
"i", -3, 277, " = ", "10+10*i", 283
"i", -3, 307, " = ", "10+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 13 Zwillinge mod 6 situiert

Die Bestimmung der Primzahlen CM_p und CF_p sowie der Zwillinge mod 6, die in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* im Intervall $i := 10^{350}$ bis $10^{350} + 3000$ situiert sind:

I. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

Anlage 7

Die Bestimmung der Primzahlen SM_p und SF_p und der Zwillinge mod 8 in den Intervallen $i:= 0$ bis 30 und $i:= 10^{350}$ bis $10^{350}+2000$ mit dem MuPAD - Test-Programm.

1. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

- ```

for i from 0 to 30 do: if (isprime (7+10*i-4) and isprime (7+10*i-4))
then print ("i", -4, " = ", "17+10*i", 7+10*i-4)) end_if: end_for:
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 3
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 13
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 23
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 43
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 53
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 73
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 83
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 103
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 113
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 163
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 173
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 193
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 223
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 233
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 263
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 283
 "i", -4, " = ", "17+10*i", 293

```

#### Anmerkung:

- In der *Folge 1* sind 17 Primzahlen  $SM_p$  situiert.
  - Alle Primzahlen  $SM_p$  haben die Endziffer EZ3
- 

### 2. Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p$ , die in der *Folge 1* situiert sind:

- ```

for i from 0 to 30 do: if (isprime (7+10*i+4) and isprime (7+10*i+4))
then print ("i", +4, " = ", "17+10*i", 7+10*i+4)) end_if: end_for:
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 11
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 31
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 41
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 61
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 71
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 101
      "i", 4, " = ", "17+10*i", 131

```

```

    "i", 4, " = ", "17+10*i", 151
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 181
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 191
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 211
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 241
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 251
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 271
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 281
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 311

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind 16 Primzahlen SF_p situiert.
 2. Alle Primzahlen SF_p haben die Endziffer EZ1.
-

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 8, die in der *Folge 1* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (7+10*i-4) and isprime (7+10*i+4))
then print (("i", -4, 7+10*i-4, " = ", "7+10*i", 7+10*i+4)) end_if: end_for:


```

        "i", -4, 3, " = ", "7+10*i", 11
        "i", -4, 23, " = ", "7+10*i", 31
        "i", -4, 53, " = ", "7+10*i", 61
        "i", -4, 173, " = ", "7+10*i", 181
        "i", -4, 233, " = ", "7+10*i", 241
        "i", -4, 263, " = ", "7+10*i", 271
      
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 6 Zwillinge mod 8 situiert.
 2. Die Primzahlen (SM_p, SF_p), die in den Zwillingen mod 8 auftreten, sind stets Elemente der gleichen Obergruppen: OG I und OG I oder aber OG II und OG II.
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (13+10*i-4) and isprime (13+10*i-4))
then print (("i", -4, " = ", "13+10*i", 13+10*i-4)) end_if: end_for:


```

        "i", -4, " = ", "13+10*i", 19
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 29
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 59
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 79
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 89
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 109
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 139
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 149
        "i", -4, " = ", "13+10*i", 179
      
```

```
"i", -4, " = ", "13+10*i", 199
"i", -4, " = ", "13+10*i", 229
"i", -4, " = ", "13+10*i", 239
"i", -4, " = ", "13+10*i", 269
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 13 Primzahlen SM_p situiert.
 2. Alle Primzahlen SM_p haben die Endziffer EZ9
-

6. Die Bestimmung der Zwillinge mod 8, die in der *Folge 2* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (13+10*i-4) and isprime (13+10*i+4))
then print (("i", -4, 13+10*i-4, " = ", "13+10*i", 13+10*i+4)) end_if: end_for:
"i", -4, 29, " = ", "13+10*i", 37
"i", -4, 59, " = ", "13+10*i", 67
"i", -4, 89, " = ", "13+10*i", 97
"i", -4, 149, " = ", "13+10*i", 157
"i", -4, 269, " = ", "13+10*i", 277
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 5 Zwillinge mod 8 situiert.
 2. Die Primzahlen (SM_p, SF_p), die in den Zwillingen mod 8 auftreten, sind stets Elemente der gleichen Obergruppen OG I und OG I oder aber OG II und OG II.
-

7. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (15+10*i-4) and isprime (15+10*i-4))
then print (("i", -4, " = ", "15+10*i", 15+10*i-4)) end_if: end_for:
"i", -4, " = ", "15+10*i", 11
"i", -4, " = ", "15+10*i", 31
"i", -4, " = ", "15+10*i", 41
"i", -4, " = ", "15+10*i", 61
"i", -4, " = ", "15+10*i", 71
"i", -4, " = ", "15+10*i", 101
"i", -4, " = ", "15+10*i", 131
"i", -4, " = ", "15+10*i", 151
"i", -4, " = ", "15+10*i", 181
"i", -4, " = ", "15+10*i", 191
"i", -4, " = ", "15+10*i", 211
"i", -4, " = ", "15+10*i", 241
"i", -4, " = ", "15+10*i", 251
"i", -4, " = ", "15+10*i", 271
"i", -4, " = ", "15+10*i", 281
"i", -4, " = ", "15+10*i", 311
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 16 Primzahlen SM_p situiert.
 2. Alle Primzahlen SM_p haben die Endziffer EZ1.
-

8. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- ```
for i from 0 to 30 do: if (isprime (15+10*i+4) and isprime (15+10*i+4))
 then print (("i", +4, " = ", "15+10*i", 15+10*i+4)) end_if: end_for:
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 19
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 29
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 59
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 79
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 89
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 109
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 139
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 149
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 179
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 199
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 229
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 239
 "i", 4, " = ", "15+10*i", 269
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 13 Primzahlen  $SF_p$  situiert.
  2. Alle Primzahlen  $SF_p$  haben die Endziffer EZ9.
- 

9. Die Bestimmung der Zwillinge mod 8, die in der *Folge 3* situiert sind:

- ```
for i from 0 to 30 do: if (isprime (15+10*i-4) and isprime (15+10*i+4))
  then print (("i", -4, 15+10*i-4, " = ", "15+10*i", 15+10*i+4)) end_if: end_for:
      "i", -4, 11, " = ", "15+10*i", 19
      "i", -4, 71, " = ", "15+10*i", 79
      "i", -4, 101, " = ", "15+10*i", 109
      "i", -4, 131, " = ", "15+10*i", 139
      "i", -4, 191, " = ", "15+10*i", 199
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 5 Zwillinge mod 8 situiert.
 2. Die Primzahlen (SM_p , SF_p) die in diese Zwillinge mod 8 eingehen, sind stets beide Elemente der Obergruppe OG I und OG I oder aber der Obergruppe OG II und OG II.
-

Die Bestimmung der Primzahlen SM_p und SF_p sowie der Zwillinge mod 8, die im Intervall $i:=10^{350}$ bis $10^{350}+2000$ in *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* situiert sind:

1. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

Anlage 8

Die Bestimmung der Primzahlen CM_p und CF_p sowie der Zwillinge mod 10, die in unterschiedlichen Intervallen $i:= 0$ bis 30 und $i:= 10^{150}$ bis $10^{150} + 2000$ situiert sind mit dem MuPAD - Test-Programm

Einführung:

Aus den Bildungsgesetzen der Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ ergibt sich, dass Zwillinge mod 10 in vier Folgen: *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3* und *Folge 4* auftreten können. Aus diesem Grund sind die Primzahlen CM_p und CF_p , die Zwillinge mod 10 bilden können in diesen vier Folgen zu ermitteln.

1. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (6+10*i-5) and isprime (6+10*i-5))
  then print (("i",-5, " = ", "6+10*i", 6+10*i-5)) end_if: end_for:
```

```
"i", -5, " = ", "6+10*i", 11
"i", -5, " = ", "6+10*i", 31
"i", -5, " = ", "6+10*i", 41
"i", -5, " = ", "6+10*i", 61
"i", -5, " = ", "6+10*i", 71
"i", -5, " = ", "6+10*i", 101
"i", -5, " = ", "6+10*i", 131
"i", -5, " = ", "6+10*i", 151
"i", -5, " = ", "6+10*i", 181
"i", -5, " = ", "6+10*i", 191
"i", -5, " = ", "6+10*i", 211
"i", -5, " = ", "6+10*i", 241
"i", -5, " = ", "6+10*i", 251
"i", -5, " = ", "6+10*i", 271
"i", -5, " = ", "6+10*i", 281
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 14 Primzahlen CM_p situiert.

2. Alle (diese) Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ1.

2. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (6+10*i+5) and isprime (6+10*i+5))
  then print (("i",+5, " = ", "6+10*i", 6+10*i+5)) end_if: end_for:
```

```
"i", 5, " = ", "6+10*i", 11
"i", 5, " = ", "6+10*i", 31
"i", 5, " = ", "6+10*i", 41
"i", 5, " = ", "6+10*i", 61
```

```

    "i", 5, " = ", "6+10*i", 71
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 101
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 131
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 151
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 181
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 191
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 211
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 241
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 251
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 271
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 281
    "i", 5, " = ", "6+10*i", 311

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 16 Primzahlen CF_p situiert.
 2. Alle (diese) Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ1.
-

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 10, die in der *Folge 1* situiert sind.

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (6+10*i-5) and isprime (6+10*i+5))
  then print ("i",-5, 6+10*i-5, " = ", "6+10*i", 6+10*i+5) end_if: end_for:
    "i", -5, 31, " = ", "6+10*i", 41
    "i", -5, 61, " = ", "6+10*i", 71
    "i", -5, 181, " = ", "6+10*i", 191
    "i", -5, 241, " = ", "6+10*i", 251
    "i", -5, 271, " = ", "6+10*i", 281

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 5 Zwillinge mod 10 situiert.
 2. Die Primzahlen (CM_p, CF_p), die diese Zwillinge mod 10 bilden, haben die Endziffer EZ1, jedoch sind diese Primzahlen (jeweils) Elemente der Obergruppen OG I und OG II bzw. vice versa Elemente der Obegruppe OG II und OG I.
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (8+10*i-5) and isprime (8+10*i+5))
  then print ("i",-5, " = ", "8+10*i", 8+10*i+5) end_if: end_for:
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 3
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 13
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 23
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 43
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 53
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 73
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 83

```

```

    "i", -5, " = ", "8+10*i", 103
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 113
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 163
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 173
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 193
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 223
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 233
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 263
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 283
    "i", -5, " = ", "8+10*i", 293

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 17 Primzahlen CM_p situiert.

2. Alle (diese) Primzahlen CM_p haben die Endziffer EZ3

5. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (8+10*i+5) and isprime (8+10*i+5))
 then print (("i",+5, " = ", "8+10*i", 8+10*i+5)) end_if: end_for:

```

    "i", 5, " = ", "8+10*i", 13
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 23
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 43
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 53
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 73
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 83
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 103
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 113
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 163
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 173
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 193
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 223
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 233
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 263
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 283
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 293
    "i", 5, " = ", "8+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 17 Primzahlen CF_p situiert.

2. Alle (diese) Primzahlen CF_p haben die Endziffer EZ3.

5. Die Bestimmung der Zwillinge mod 10, die in der *Folge 2* situiert sind:

```

for i from 0 to 30 do: if (isprime (8+10*i-5) and isprime (8+10*i+5))

```

```

then print ("i",-5,8+10*i-5, " = ", "8+10*i", 8+10*i+5) end_if: end_for:
    "i", -5, 3, " = ", "8+10*i", 13
    "i", -5, 13, " = ", "8+10*i", 23
    "i", -5, 43, " = ", "8+10*i", 53
    "i", -5, 73, " = ", "8+10*i", 83
    "i", -5, 103, " = ", "8+10*i", 113
    "i", -5, 163, " = ", "8+10*i", 173
    "i", -5, 223, " = ", "8+10*i", 233
    "i", -5, 283, " = ", "8+10*i", 293

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 8 Zwillinge mod 10 situiert.
 2. Die Primzahlen (CM_p , CF_p), die diese Zwillinge mod 10 bilden, haben alle die Endziffer EZ3 und sind (jeweils) Elemente der (divergenten) Obergruppen: OG I und OG II.
-

7. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (12+10*i-5) and isprime (12+10*i-5))
then print ("i",-5, " = ", "12+10*i", 12+10*i-5) end_if: end_for:


```

        "i", -5, " = ", "12+10*i", 7
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 17
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 37
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 47
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 67
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 97
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 107
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 127
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 137
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 157
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 167
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 197
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 227
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 257
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 277
        "i", -5, " = ", "12+10*i", 307
      
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 16 Primzahlen CM_p situiert, die alle die Endziffer EZ7 haben.
-

8. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (12+10*i+5) and isprime (12+10*i+5))
then print ("i",+5, " = ", "12+10*i", 12+10*i+5) end_if: end_for:


```

        "i", 5, " = ", "12+10*i", 17
      
```

```

    "i", -5, " = ", "12+10*i", 37
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 47
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 67
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 97
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 107
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 127
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 137
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 157
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 167
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 197
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 227
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 257
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 277
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 307
    "i", 5, " = ", "12+10*i", 317

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 16 Primzahlen CF_p situiert, die alle die Endziffer EZ7 haben.

9. Die Bestimmung der Zwillinge mod 10, die in der *Folge 3* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (12+10*i-5) and isprime (12+10*i+5))
then print (("i",-5,12+10*i-5, " = ", "12+10*i", 12+10*i+5)) end_if: end_for:
    "i", -5, 7, " = ", "12+10*i", 17
    "i", -5, 37, " = ", "12+10*i", 47
    "i", -5, 97, " = ", "12+10*i", 107
    "i", -5, 127, " = ", "12+10*i", 137
    "i", -5, 157, " = ", "12+10*i", 167
    "i", -5, 307, " = ", "12+10*i", 317

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 6 Zwillinge mod 10 situiert.

2. Die Primzahlen (CM_p , CF_p), die diese Zwillinge mod 10 bilden, haben alle die endziffer EZ7 und sind (jeweils) Elemente der (divergenten) Obergruppen: OG I und OG II.

10. Die Bestimmung der Primzahlen CM_p , die in der *Folge 4* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i-5) and isprime (14+10*i+5))
then print (("i",-5, " = ", "14+10*i", 14+10*i+5)) end_if: end_for:
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 19
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 29
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 59
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 79
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 89
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 109
    "i", -5, " = ", "14+10*i", 139

```

```
"i", -5, " = ", "14+10*i", 149
"i", -5, " = ", "14+10*i", 179
"i", -5, " = ", "14+10*i", 199
"i", -5, " = ", "14+10*i", 229
"i", -5, " = ", "14+10*i", 239
"i", -5, " = ", "14+10*i", 269
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 4* sind insgesamt 13 Primzahlen CM_p situiert, die alle die Endziffer EZ9 haben.
-

11. Die Bestimmung der Primzahlen CF_p , die in der *Folge 4* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i+5) and isprime (14+10*i+5))
  then print (("i",+5, " = ", "14+10*i", 14+10*i+5)) end_if: end_for:
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 19
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 29
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 59
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 79
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 89
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 109
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 139
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 149
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 179
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 199
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 229
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 239
      "i", 5, " = ", "14+10*i", 269
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 4* sind insgesamt 13 Primzahlen CF_p situiert, die alle die Endziffer EZ9 haben.
-

12. Die Bestimmung der Zwillinge mod 10, die in der *Folge 4* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (14+10*i-5) and isprime (14+10*i+5))
  then print (("i",-5,14+10*i-5, " = ", "14+10*i", 14+10*i+5)) end_if: end_for:
      "i", -5, 19, " = ", "14+10*i", 29
      "i", -5, 79, " = ", "14+10*i", 89
      "i", -5, 139, " = ", "14+10*i", 149
      "i", -5, 229, " = ", "14+10*i", 239
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 4* sind insgesamt 4 Zwillinge mod 10 situiert.
 2. Die Primzahlen (CM_p , CF_p), die diese Zwillinge mod 10 bilden, haben allesamt die Endziffer EZ9 und sind Elemente der (divergenten) Obergruppen: OG I und OG II.
-

Anlage 9

Die Generierung von Primzahlen vom Typ SM_p , SF_p und von Zwillingen mod 20, die in den vier Folgen: *Folge 1*, *Folge 2*, *Folge 3*, *Folge 4* auftreten, mit dem MuPAD - Testprogramm.

1. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die im Intervall $i := 0$ bis 30 in der *Folge 1* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (11+10*i-10) and isprime (11+10*i-10))
  then print (("i", i, " = ", "11+10*i", 11+10*i-10)) end_if: end_for:
```

```
"i", 1, " = ", "11+10*i", 11
"i", 3, " = ", "11+10*i", 31
"i", 4, " = ", "11+10*i", 41
"i", 6, " = ", "11+10*i", 61
"i", 7, " = ", "11+10*i", 71
"i", 10, " = ", "11+10*i", 101
"i", 13, " = ", "11+10*i", 131
"i", 15, " = ", "11+10*i", 151
"i", 18, " = ", "11+10*i", 181
"i", 19, " = ", "11+10*i", 191
"i", 21, " = ", "11+10*i", 211
"i", 24, " = ", "11+10*i", 241
"i", 25, " = ", "11+10*i", 251
"i", 27, " = ", "11+10*i", 271
"i", 28, " = ", "11+10*i", 281
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 15 Primzahlen SM_p , EZI situiert.

2. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die in der *Folge 1* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (11+10*i+10) and isprime (11+10*i+10))
  then print (("i", i, " = ", "11+10*i", 11+10*i+10)) end_if: end_for:
```

```
"i", 1, " = ", "11+10*i", 31
"i", 2, " = ", "11+10*i", 41
"i", 4, " = ", "11+10*i", 61
"i", 5, " = ", "11+10*i", 71
"i", 8, " = ", "11+10*i", 101
"i", 11, " = ", "11+10*i", 131
"i", 13, " = ", "11+10*i", 151
"i", 16, " = ", "11+10*i", 181
"i", 17, " = ", "11+10*i", 191
"i", 19, " = ", "11+10*i", 211
"i", 22, " = ", "11+10*i", 241
```

```
"i", 23, " = ", "11+10*i", 251
"i", 25, " = ", "11+10*i", 271
"i", 26, " = ", "11+10*i", 281
"i", 29, " = ", "11+10*i", 311
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 15 Primzahlen SF_p , EZ1 situiert.
-

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 20, die in der *Folge 1* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (11+10*i-10) and isprime (11+10*i+10))
then print (("i", i, 11+10*i-10, " = ", "11+10*i", 11+10*i+10)) end_if: end_for:
"i", 1, 11, " = ", "11+10*i", 31 ... OG II, OG II
"i", 4, 41, " = ", "11+10*i", 61 ... OG I, OG I
"i", 13, 131, " = ", "11+10*i", 151 ... OG II, OG II
"i", 19, 191, " = ", "11+10*i", 211 ... OG II, OG II
"i", 25, 251, " = ", "11+10*i", 271 ... OG II, OG II
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 1* sind insgesamt 5 Zwillinge mod 20 situiert.
 2. Die Primzahlen (SM_p , SF_p) haben allesamt die Endziffer EZ1
 3. Die Primzahlen SM_p und SF_p , die die Zwillinge mod 20 bilden, sind Elemente der gleichen Obergruppe
-

4. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

```
• for i from 0 to 30 do: if (isprime (13+10*i-10) and isprime (13+10*i+10))
then print (("i", i, " = ", "13+10*i", 13+10*i+10)) end_if: end_for:
"i", 0, " = ", "13+10*i", 3
"i", 1, " = ", "13+10*i", 13
"i", 2, " = ", "13+10*i", 23
"i", 4, " = ", "13+10*i", 43
"i", 5, " = ", "13+10*i", 53
"i", 7, " = ", "13+10*i", 73
"i", 8, " = ", "13+10*i", 83
"i", 10, " = ", "13+10*i", 103
"i", 11, " = ", "13+10*i", 113
"i", 16, " = ", "13+10*i", 163
"i", 17, " = ", "13+10*i", 173
"i", 19, " = ", "13+10*i", 193
"i", 22, " = ", "13+10*i", 223
"i", 23, " = ", "13+10*i", 233
"i", 26, " = ", "13+10*i", 263
"i", 28, " = ", "13+10*i", 283
"i", 29, " = ", "13+10*i", 293
```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 17 Primzahlen SM_p , EZ3 situiert.

5. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die in der *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (13+10*i+10) and isprime (13+10*i+10))
  then print ("i", i, " = ", "13+10*i", 13+10*i+10) end_if: end_for:
    "i", 0, " = ", "13+10*i", 23
    "i", 2, " = ", "13+10*i", 43
    "i", 3, " = ", "13+10*i", 53
    "i", 5, " = ", "13+10*i", 73
    "i", 6, " = ", "13+10*i", 83
    "i", 8, " = ", "13+10*i", 103
    "i", 9, " = ", "13+10*i", 113
    "i", 14, " = ", "13+10*i", 163
    "i", 15, " = ", "13+10*i", 173
    "i", 17, " = ", "13+10*i", 193
    "i", 20, " = ", "13+10*i", 223
    "i", 21, " = ", "13+10*i", 233
    "i", 24, " = ", "13+10*i", 263
    "i", 26, " = ", "13+10*i", 283
    "i", 27, " = ", "13+10*i", 293
    "i", 29, " = ", "13+10*i", 313

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 16 Primzahlen SF_p , EZ3 situiert.

6. Die Bestimmung der Zwillinge mod 20, die in der *Folge 2* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (13+10*i-10) and isprime (13+10*i+10))
  then print ("i", i, 13+10*i-10, " = ", "13+10*i", 13+10*i+10) end_if: end_for:
    "i", 0, 3, " = ", "13+10*i", 23          ... OG I, OG I
    "i", 2, 23, " = ", "13+10*i", 43        ... OG II, OG II
    "i", 5, 53, " = ", "13+10*i", 73        ... OG I, OG I
    "i", 8, 83, " = ", "13+10*i", 103       ... OG II, OG II
    "i", 17, 173, " = ", "13+10*i", 193     ... OG I, OG I
    "i", 26, 263, " = ", "13+10*i", 283     ... OG II, OG II
    "i", 29, 293, " = ", "13+10*i", 313     ... OG I, OG I

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 2* sind insgesamt 7 Zwillinge mod 20 situiert.
2. Die Primzahlen (SM_p , SF_p), die diese Zwillinge mod 20 bilden haben allesamt die Endziffer EZ3 und sind stets Elemente der gleichen Obergruppe.

7. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (17+10*i-10) and isprime (17+10*i-10))
  then print ("i", i, " = ", "17+10*i", 17+10*i-10) end_if: end_for:
    "i", 0, " = ", "17+10*i", 7

```

```

    "i", 1, " = ", "17+10*i", 17
    "i", 3, " = ", "17+10*i", 37
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 47
    "i", 6, " = ", "17+10*i", 67
    "i", 9, " = ", "17+10*i", 97
    "i", 10, " = ", "17+10*i", 107
    "i", 12, " = ", "17+10*i", 127
    "i", 13, " = ", "17+10*i", 137
    "i", 15, " = ", "17+10*i", 157
    "i", 16, " = ", "17+10*i", 167
    "i", 19, " = ", "17+10*i", 197
    "i", 22, " = ", "17+10*i", 227
    "i", 25, " = ", "17+10*i", 257
    "i", 27, " = ", "17+10*i", 277
    "i", 30, " = ", "17+10*i", 307

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 16 Primzahlen SM_p , EZ7 situiert.

8. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (17+10*i+10) and isprime (17+10*i+10)) then print (("i", i, " = ", "17+10*i", 17+10*i+10)) end_if: end_for:

```

    "i", 1, " = ", "17+10*i", 37
    "i", 2, " = ", "17+10*i", 47
    "i", 4, " = ", "17+10*i", 67
    "i", 7, " = ", "17+10*i", 97
    "i", 8, " = ", "17+10*i", 107
    "i", 10, " = ", "17+10*i", 127
    "i", 11, " = ", "17+10*i", 137
    "i", 13, " = ", "17+10*i", 157
    "i", 14, " = ", "17+10*i", 167
    "i", 17, " = ", "17+10*i", 197
    "i", 20, " = ", "17+10*i", 227
    "i", 23, " = ", "17+10*i", 257
    "i", 25, " = ", "17+10*i", 277
    "i", 28, " = ", "17+10*i", 307
    "i", 29, " = ", "17+10*i", 317

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 15 Primzahlen SF_p , EZ7 situiert.

9. Die Bestimmung der Zwillinge mod 20, die in der *Folge 3* situiert sind:

- for i from 0 to 30 do: if (isprime (17+10*i-10) and isprime (17+10*i+10)) then print (("i", i, 17+10*i-10, " = ", "17+10*i", 17+10*i+10)) end_if: end_for:

```

    "i", 1, 17, " = ", "17+10*i", 37          ... OG I, OG I
    "i", 4, 47, " = ", "17+10*i", 67          ... OG II, OG II

```

```

"i", 10, 107, " = ", "17+10*i", 127 ... OG II, OG II
"i", 13, 137, " = ", "17+10*i", 157 ... OG I, OG I
"i", 25, 257, " = ", "17+10*i", 277 ... OG I, OG I

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 3* sind insgesamt 5 Zwillinge mod 20 situiert.
 2. Die Primzahlen (SM_p, SF_p), die diese Zwillinge mod 20 bilden, sind stets Elemente der gleichen Obergruppen.
-

10. Die Bestimmung der Primzahlen SM_p , die in der *Folge 4* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (19+10*i-10) and isprime (19+10*i-10))
  then print (("i", i, " = ", "19+10*i", 19+10*i-10)) end_if: end_for:
    "i", 1, " = ", "19+10*i", 19
    "i", 2, " = ", "19+10*i", 29
    "i", 5, " = ", "19+10*i", 59
    "i", 7, " = ", "19+10*i", 79
    "i", 8, " = ", "19+10*i", 89
    "i", 10, " = ", "19+10*i", 109
    "i", 13, " = ", "19+10*i", 139
    "i", 14, " = ", "19+10*i", 149
    "i", 17, " = ", "19+10*i", 179
    "i", 19, " = ", "19+10*i", 199
    "i", 22, " = ", "19+10*i", 229
    "i", 23, " = ", "19+10*i", 239
    "i", 26, " = ", "19+10*i", 269

```

Anmerkung:

1. In der *Folge 4* sind insgesamt 13 Primzahlen $SM_p, EZ9$ situiert.
-

11. Die Bestimmung der Primzahlen SF_p , die in der *Folge 4* situiert sind:

```

• for i from 0 to 30 do: if (isprime (19+10*i+10) and isprime (19+10*i+10))
  then print (("i", i, " = ", "19+10*i", 19+10*i+10)) end_if: end_for:
    "i", 0, " = ", "19+10*i", 29
    "i", 3, " = ", "19+10*i", 59
    "i", 5, " = ", "19+10*i", 79
    "i", 6, " = ", "19+10*i", 89
    "i", 8, " = ", "19+10*i", 109
    "i", 11, " = ", "19+10*i", 139
    "i", 12, " = ", "19+10*i", 149
    "i", 15, " = ", "19+10*i", 179
    "i", 17, " = ", "19+10*i", 199
    "i", 20, " = ", "19+10*i", 229
    "i", 21, " = ", "19+10*i", 239
    "i", 24, " = ", "19+10*i", 269

```


Anlage 11

Die erweiterten Beweisgleichungen des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie führen zu drei Methoden für die Bestimmung von Primzahlen und von Zwillingen mod $2n$, $n \geq 1$:

Methode 1:

Nach dieser Methode wird eine gerade oder ungerade Zahl vorgegeben und nach Primzahlen gesucht, die in einem Intervall auftreten, in dem die (vorgegebene) Zahl situiert ist. Die Primzahl-Abstände in denen dann (fallweise) Primzahlen auftreten, werden aus Primzahlen (oder ihren Produkten) gebildet, die in der Faktor-Zerlegung der vorgegebenen Zahl nicht auftreten.

Methode 2:

In dieser Methode wird eine prime Zahl (oder ein Produkt primer Zahlen) vorgegeben, die in den Folgen: n_i^i bzw. $n_i^{i^2}$ in ihren Faktor-Zerlegungen nicht auftreten. Auf dieser Methode basiert der GIMPs-Test zur Auffindung der Mersenne-Primzahlen M_p .

Methode 3:

In dieser Methode werden Primzahlen gesucht, die definierte Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ bilden.

Diese Methoden werden an den folgenden Beispielen mit dem MuPAD - Test demonstriert:

Beispiele für die Methode 1:

- Die Bestimmung der Primzahlen, die im Intervall $i := -5000$ bis $+5000$ in der Umgebung der geraden Zahl $n_g = 2^{1000}$ situiert sind.

```
• for i from -5000 to +5000 do: if isprime (2^1000+i)
  then print ("i", i, " = ", 2^1000+i) end_if: end_for:
```

```
"i", -3687, " = ",
```

```
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668065689
```

```
"i", -3683, " = ",
```

```
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668065693
```

```
"i", -3395, " = ",
```

```
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668065981
```

```
"i", -2793, " = ",
```

```
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668066583
```

```
"i", -2523, " = ",
```

```
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668066583
```

43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668066853

"i", -1245, " = ",

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668068131

"i", 297, " = ",

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668069673

"i", 4081, " = ",

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668073457

Anmerkung:

1. Im vorgegebenen Intervall sind 8 Primzahlen situiert.
2. Die Abstände, in denen diese Primzahlen auftreten, bestehen aus Faktoren ungerader Primzahlen, die nachfolgend angegeben werden, oder aus einer Primzahl:

$$3687 = 3 \cdot 1229, \quad 3683 = 29 \cdot 127, \quad 3395 = 5 \cdot 7 \cdot 97, \quad 2793 = 3 \cdot 7^2 \cdot 19$$

$$2523 = 3 \cdot 29^2, \quad 1245 = 3 \cdot 5 \cdot 83, \quad 297 = 3^2 \cdot 11, \quad 4091 = 4091$$

2. Die Bestimmung der Primzahlen im Intervall $i := -300$ bis $+300$ in der Umgebung der Zahl $n_0 = 53!$

• for i from -300 to +300 do: if isprime (53!+i) then print
("i", i, " = ", 53!+i) end_if: end_for:

"i", -281, " = ",

4274883284060025564298013753389399649690343788366813724671999999999719

"i", -229, " = ",

4274883284060025564298013753389399649690343788366813724671999999999771

"i", -181, " = ",

4274883284060025564298013753389399649690343788366813724671999999999819

"i", -151, " = ",

4274883284060025564298013753389399649690343788366813724671999999999849

"i", -59, " = ",

4274883284060025564298013753389399649690343788366813724671999999999941

"i", 71, " = ",

427488328406002556429801375338939964969034378836681372467200000000071

"i", 79, " = ",

4274883284060025564298013753389399649690343788366813724672000000000079

Anmerkung:

Im vorgegebenen Intervall sind 7 Primzahlen situiert.

Alle diese Primzahlen treten in Primzahl-Abständen $p > 53$ auf.


```

"i", 66, " = ", 73786976294838206459
"i", 118, " = ", 332306998946228968225951765070086139
"i", 130, " = ", 1361129467683753853853498429727072845819
"i", 150, " = ", 1427247692705959881058285969449495136382746619
"i", 166, " = ", 93536104789177786765035829293842113257979682750459
"i", 206, " = ", 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288059
"i", 226, " = ",
107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996859
"i", 550, " = ",
3685510180489786476798393145496356338786055879312930105836138965083617346086082\
8633653581300563073901772152099909803172849322115526609303052357756361647422301\
26362619
"i", 706, " = ",
3366486976990959044634233525043282345952217473806831270078899777963988578750131\
7261527465832176566087852691000679540593363324366401176344724018014532172037439\
7134314952220454284266480504596653905362768111090008059
"i", 810, " = ",
6828046779268970776657768233698567984276232522051489956245767999246374131525255\
2412379465736924715937207602284476756382165901328938182298422920765975867699672\
0144136142235090786619216477369756132246017652314788042925132599037589636215181\
0433019

```

Anmerkung:

- Im Exponenten-Intervall $i=10$ bis 1000 sind 18 Primzahlen 2^i-5 situiert.

- Die Bestimmung der Primzahlen 2^i-3 in der Exponenten-Folge $i=1000$ bis 3000 :

```

• for i from 1000 to 3000 do: if isprime (2^i-3)
  then print ("i", i, " = ", 2^i-3) end_if: end_for:

```

```

"i", 1736, " = ",

```

```

3873222737369624529943682915673412349514935994832801788523145562593142672261417\
5193984562185472422735345244370256191376501612778337709966367630231989298254814\
3998696270192457500864841179265090680428263111498167021530544936217200033002962\
9290055959958294081095840130924394940047386508216518640956646037580253377038440\
8805692189538261497003082423405994316260534718304686005036294082579071834684490\
20768041288969907109718730484547033061453672131722081187f4742590066216381793007\
5294599228831366432404455715716824388408480628733

```

```

"i", 2321, " = ",

```

```

4904784561297337132473384663172150013756609427574064243470838587345831532270898\
5976821179352926506377238299646935654623926690521345578031761586800637123729942\
3092388449798348694794932408456114041877707807586499393839765338412702672344522\
485649173285437907304343243175371730985872642564205569499444432684686508836848\
6640876295345536442272064299849709076227460213060577694262135166634861942013294\
3070555391731707553229380367958857531895408735510389789195377765615885345853350\
0101006441604886987364173550505518714324599381488871132190003717317028762584717\
3329389267157221927466538339594529020142386607854013010834627630450749554852678\
7520004769510875182711749563069709940422297939100100995983345713149

```

Anmerkung:

- In dem drei mal größeren Exponenten-Intervall als im 1. Beispiel, sind hier nur 2 Primzahlen vom Typ $p = 2^i-3$ situiert.
- Die Ursachen für diesen Sachverhalt sind auf das Asymptote-Gesetz zurückzuführen.

3. Die Bestimmung der Primzahlen $p = 3^i - 3$ im Intervall $i = 10$ bis 1000:

```

• for i from 100 to 1000 do: if isprime (3^i-2)
then print ("i", i, " = ", 3^i-2) end_if: end_for:

    "i", 102, " = ", 4638397686588101979328150167890591454318967698007
    "i", 105, " = ", 125236737537878753441860054533045969266612127846241
    "i", 317, " = ",
1767818791893718942542512976226534840430462418663846347592909659799155506964877\
0683672843412379273268176113845487788768161966012911937393135864623398161
    "i", 520, " = ",
1267804982496475720068841448851704713044890168618794386177607513832290843232323\
3825711770059882613859415333016250177953007331217321384542514056724358093860403\
873976942738546800650686689731476991041216574522333756718744062067606378331982\
456148394399
    "i", 541, " = ",
1326168790943636873463383702999509006710931275809481594345135568419247032683280\
4768010205770069260168834737042384420000006022058158963387968160292916287523165\
0298028321323305617751812999082122553158792100321382117098017267978611718212818\
2482511664415807616401
    "i", 561, " = ",
4624064653355303120600537140296304915258679488675529071059228510194498781725599\
54001764092877689046303587466322871501453417618450588319497492394008102134602\
7520652151846317705732690254668572236324369571402622252657721998016460140700262\
2662503126785584774690972129601
    "i", 648, " = ",
1494765475221008241645283557110864397393812827996524345650616731378808040818315\
7009249398937882019326429587913485807796030583036458623082206914234681554285074\
7072648261237189289192113376244283886017003350833174247899723851336982872865238\
0513166152898823769632161530244241015606671172212868060723071835178515359
    "i", 780, " = ",
1427508429116232068654784609302249106798879954505198077794702832678487479931968\
6049497096339220428456407440491557197591921914261306909162962431222668681667893\
6483091023375678370433086519315754438306372648397974591088603923156803059715122\
0443733280015473273500173909985231407430800908445815801892176220466645947134059\
212337189541617821947255374674878585650999364069530351599
    "i", 786, " = ",
1040653644825733178049337980181339598856383486834289398712338365022617372870405\
1130083383231291692344721024118345197044511075496492736779799612361325468935894\
4696173356040869532045720072581184985525345660682123476903592259981309430532323\
9703481561131280016381626780379233696017053862256999719579396464720184895460729\
165793811175839392199549168137986488939578536406687626317127
    "i", 957, " = ",
4027548386785007571117173292795657383359941164158052317894419985866105130353285\
5005585948717494491600126593662167970061216275506091264645530297111568669513274\
7453879691658758515523562337864765346465031722639562539176303797085856959058416\
615009910789144587665130851653411874744900454051747073122209802024505847297775\
7505019030876954114584461550192892878866267114205001734295703633158413710567740\
68276407607294805856129475397488521110313652022778742898508561

```

Anmerkung:

1. In diesem Exponenten-Intervall sind 10 Primzahlen $p = 3^i - 2$ situiert.

4. Die Bestimmung der Primzahlen $p = 3^i + 2$ im Exponenten-Intervall $i := 100$ bis 1000:

```

• for i from 100 to 1000 do: if isprime (3^i+2)
  then print ("i", i, " = ", 3^i+2) end_if: end_for:
  "i", 110, " = ", 30432527221704537086371993251530170531786747066637051
  "i", 123, " = ", 48519278097689642681155855396759336072749841943521979872829
  "i", 126, " = ", 1310020508637620352391208095712502073964245732475093456566331
  "i", 139, " = ",
  2088595827392656793085408064780643444068898148936888424953199350269
  "i", 235, " = ",
  1328907826336853501035071949182453462840482737459712697538869371101828487939695\
  7772210874852435860862184279107709
  "i", 243, " = ",
  8718964248596095820291107058586077169696407240473175008552521943799096709372343\
  9943475549906831683116791055225665629.
  "i", 315, " = ",
  1964243102104132158380569973585038711589402687404273719547677399776839452183196\
  742630315934708808140908457093943087640906885112545770821459540513710909
  "i", 363, " = ",
  1566806855931287351164694142635079311519424524552371870753453068361209465085661\
  8485704651360089843444750887289934688702552379488463219583816563323032694515603\
  7679213625378429
  "i", 386, " = ",
  1475041780253088107250209473988537166277012240990633971553468634424811985015644\
  7628362069360986269022056164766032427956749652735167596646914112360848363277501\
  476652958394736238608965131
  "i", 391, " = ",
  3584351526015004100618009021792145314053139745607240550874928781652293123588016\
  7736919828547196633723596480381458799934901656146457259852001293036861522764328\
  58826668889920905981978526349
  "i", 494, " = ",
  4987694347855958414593315100074529371470971882853446233243626314482935554401083\
  0568173536711905883104675143624875725453707621305235957566725641194672924589547\
  354967418172350411694571792271348710524815324540675690984922340178518237829371

```

Anmerkung:

1. In diesem Exponenten-Intervall sind 11 Primzahlen $p = 3^i + 2$ situiert.

Beispiele für die Methode 3:

1. Die Bestimmung von Zwillingen mod 2 im Intervall $i := 1$ bis 50:

```

• for i from 1 to 50 do: if (isprime (30*i-1) and isprime (30*i+1))
  then print (("i", i, 30*i-1, " = ", 30*i+1)) end_if: end_for:
  "i", 1, 29, " = ", 31
  "i", 2, 59, " = ", 61
  "i", 3, 89, " = ", 91
  "i", 5, 149, " = ", 151
  "i", 6, 179, " = ", 181

```

```

"i", 8, 239, " = ", 241
"i", 9, 269, " = ", 271
"i", 12, 359, " = ", 361
"i", 13, 389, " = ", 391
"i", 14, 419, " = ", 421
"i", 15, 449, " = ", 451
"i", 16, 479, " = ", 481
"i", 17, 509, " = ", 511
"i", 19, 569, " = ", 571
"i", 20, 599, " = ", 601
"i", 22, 659, " = ", 661
"i", 24, 719, " = ", 721
"i", 27, 809, " = ", 811
"i", 28, 839, " = ", 841
"i", 31, 929, " = ", 931
"i", 34, 1019, " = ", 1021
"i", 35, 1049, " = ", 1051
"i", 37, 1109, " = ", 1111
"i", 41, 1229, " = ", 1231
"i", 42, 1259, " = ", 1261
"i", 43, 1289, " = ", 1291
"i", 44, 1319, " = ", 1321
"i", 47, 1409, " = ", 1411
"i", 48, 1439, " = ", 1441
"i", 50, 1499, " = ", 1501

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind Zwillinge mod 2 situiert.
2. Diese Methode unterscheidet die Zwillinge mod 2 (jedoch) nicht nach der Zugehörigkeit zu den Folgen.

2. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2 im Intervall $i = 1000$ bis 1050:

```

• for i from 1000 to 1050 do: if (isprime (30*i-1) and isprime (30*i+1))
  then print (("i", i, 30*i-1, " = ", 30*i+1)) end_if: end_for:

```

```

"i", 1003, 30089, " = ", 30091
"i", 1009, 30269, " = ", 30271
"i", 1013, 30389, " = ", 30391
"i", 1028, 30839, " = ", 30841
"i", 1029, 30869, " = ", 30871
"i", 1036, 31079, " = ", 31081
"i", 1044, 31319, " = ", 31321

```

Anmerkung:

1. In diesem gleichen, aber im Zahlenbereich verschobenen Intervall sind nur 7 Zwillinge mod 2 situiert.

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2 im Intervall $i:= 3000$ bis 3050:

- for i from 3000 to 3050 do: if (isprime (30*i-1) and isprime (30*i+1))
then print (("i", i, 30*i-1, " = ", 30*i+1)) end_if: end_for:
"i", 3036, 91079, " = ", 91081
"i", 3038, 91139, " = ", 91141

Anmerkung:

1. Im gleichen, jedoch noch weiter im Zahlenbereich verschobenen Intervall sind nur 2 Zwillinge mod 2 situiert.
 2. Dieser Sachverhalt entspricht dem Asymptote-Gesetz.
-

4. Die Bestimmung der im Intervall $i:= 1$ bis 50 situierten Zwillinge mod 6:

- for i from 1 to 50 do: if (isprime (10*i-3)and isprime (10*i+3))
then print (("i", i, 10*i-3, " = ", 10*i+3)) end_if: end_for:
"i", 1, 7, " = ", 13
"i", 2, 17, " = ", 23
"i", 4, 37, " = ", 43
"i", 5, 47, " = ", 53
"i", 7, 67, " = ", 73
"i", 10, 97, " = ", 103
"i", 11, 107, " = ", 113
"i", 16, 157, " = ", 163
"i", 17, 167, " = ", 173
"i", 23, 227, " = ", 233
"i", 26, 257, " = ", 263
"i", 28, 277, " = ", 283
"i", 31, 307, " = ", 313
"i", 35, 347, " = ", 353
"i", 37, 367, " = ", 373
"i", 46, 457, " = ", 463

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 16 Zwillinge mod 6 situiert.
-

5. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6, die im verschobenen Intervall situiert sind:

- for i from 3000 to 3050 do: if (isprime (10*i-3)and isprime (10*i+3))
then print (("i", i, 10*i-3, " = ", 10*i+3)) end_if: end_for:
"i", 3010, 30097, " = ", 30103
"i", 3020, 30197, " = ", 30203
"i", 3031, 30307, " = ", 30313

Anmerkung:

1. Im Verschobenen (sonst gleichen) Intervall sind nur (noch) 3 Zwillinge mod 6 situiert.
2. Auch hier manifestiert sich die Wirkung des Asymptote-Gesetzes.

6. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6 im Intervall $i=1$ bis 100 in der Umgebung der Zahl $3*i$:

```

• for i from 1 to 100 do: if (isprime (3*i-2) and isprime (3*i+4))
  then print ("i", i, 3*i-2, " = ", 3*i+4) end_if: end_for:
      "i", 3, 7, " = ", 13
      "i", 5, 13, " = ", 19
      "i", 11, 31, " = ", 37
      "i", 13, 37, " = ", 43
      "i", 21, 61, " = ", 67
      "i", 23, 67, " = ", 73
      "i", 25, 73, " = ", 79
      "i", 33, 97, " = ", 103
      "i", 35, 103, " = ", 109
      "i", 51, 151, " = ", 157
      "i", 53, 157, " = ", 163
      "i", 65, 193, " = ", 199
      "i", 75, 223, " = ", 229
      "i", 91, 271, " = ", 277
      "i", 93, 277, " = ", 283

```

Anmerkung:

1. In diesem Zahlen-Intervall sind 15 Zwillinge mod 6 situiert.
-

7. Die Bestimmung der Zwillinge mod 6 im gleichen (im Zahlenbereich verschobenen) Intervall:

```

• for i from 1000 to 1100 do: if (isprime (3*i-2) and isprime (3*i+4))
  then print ("i", i, 3*i-2, " = ", 3*i+4) end_if: end_for:
      "i", 1021, 3061, " = ", 3067
      "i", 1055, 3163, " = ", 3169
      "i", 1061, 3181, " = ", 3187
      "i", 1085, 3253, " = ", 3259

```

Anmerkung:

1. Im gleichen (aber im Zahlenbereich verschobenen) Intervall sind nur 3 Zwillinge mod 6 situiert.
 2. Auch hier zeigt sich die Wirkung des Asymptote-Gesetzes.
-

8. Die Bestimmung der in der Folge $2*i$ im Intervall $i=1$ bis 100 situierten Zwillinge mod 6:

```

• for i from 1 to 100 do: if (isprime (2*i-3) and isprime (2*i+3))
  then print ("i", i, 2*i-3, " = ", 2*i+3) end_if: end_for:
      "i", 4, 5, " = ", 11
      "i", 5, 7, " = ", 13
      "i", 7, 11, " = ", 17
      "i", 8, 13, " = ", 19
      "i", 10, 17, " = ", 23
      "i", 13, 23, " = ", 29

```

```

"i", 17, 31, " = ", 37
"i", 20, 37, " = ", 43
"i", 22, 41, " = ", 47
"i", 25, 47, " = ", 53
"i", 28, 53, " = ", 59
"i", 32, 61, " = ", 67
"i", 35, 67, " = ", 73
"i", 38, 73, " = ", 79
"i", 43, 83, " = ", 89
"i", 50, 97, " = ", 103
"i", 52, 101, " = ", 107
"i", 53, 103, " = ", 109
"i", 55, 107, " = ", 113
"i", 67, 131, " = ", 137
"i", 77, 151, " = ", 157
"i", 80, 157, " = ", 163
"i", 85, 167, " = ", 173
"i", 88, 173, " = ", 179
"i", 97, 191, " = ", 197
"i", 98, 193, " = ", 199

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 26 Zwillinge mod 6 situiert.

9. Die Bestimmung der im Intervall $i=1000$ bis 1100 situierten Zwillinge mod 6:

```

• for i from 1000 to 1100 do: if (isprime (2*i-3) and isprime (2*i+3))
  then print ("i", i, 2*i-3, " = ", 2*i+3) end_if: end_for:
      "i", 1000, 1997, " = ", 2003
      "i", 1007, 2011, " = ", 2017
      "i", 1033, 2063, " = ", 2069
      "i", 1042, 2081, " = ", 2087
      "i", 1043, 2083, " = ", 2089
      "i", 1067, 2131, " = ", 2137
      "i", 1070, 2137, " = ", 2143

```

Anmerkung:

1. In diesem (gleichen, jedoch im Zahlenbereich verschobenen) Intervall sind 7 Zwillinge mod 6 situiert.

10. Die Bestimmung der im Intervall $i=10^9$ bis 10^9+100 situierten Zwillinge mod 6:

```

• for i from 10^9 to 10^9+100 do: if (isprime (2*i-3) and isprime (2*i+3))
  then print ("i", i, 2*i-3, " = ", 2*i+3) end_if: end_for:
      "i", 1000000070, 2000000137, " = ", 2000000143

```

Anmerkung:

1. In diesem gleichen (im Zahlenbereich verschobenen) Intervall ist nur ein Zwilling mod 6 situiert.
2. Dieser Sachverhalt bestätigt das Asymptote-Gesetz.

11. Die Bestimmung der Zahl der Zwillinge mod 6 im Intervall $i := 10^9$ bis $10^9 + 2 \times 10^3$:

```

• for i from 10^9 to 10^9+2*10^3 do: if (isprime (2*i-3) and isprime (2*i+3))
  then print (("i", i, 2*i-3, " = ", 2*i+3)) end_if: end_for:

    "i", 1000000070, 2000000137, " = ", 2000000143
    "i", 1000000138, 2000000273, " = ", 2000000279
    "i", 1000000205, 2000000407, " = ", 2000000413
    "i", 1000000303, 2000000603, " = ", 2000000609
    "i", 1000000385, 2000000767, " = ", 2000000773
    "i", 1000000420, 2000000837, " = ", 2000000843
    "i", 1000000523, 2000001043, " = ", 2000001049
    "i", 1000000550, 2000001097, " = ", 2000001103
    "i", 1000000553, 2000001103, " = ", 2000001109
    "i", 1000000585, 2000001167, " = ", 2000001173
    "i", 1000000757, 2000001511, " = ", 2000001517
    "i", 1000000777, 2000001551, " = ", 2000001557
    "i", 1000000813, 2000001623, " = ", 2000001629
    "i", 1000001087, 2000002171, " = ", 2000002177
    "i", 1000001090, 2000002177, " = ", 2000002183
    "i", 1000001132, 2000002261, " = ", 2000002267
    "i", 1000001135, 2000002267, " = ", 2000002273
    "i", 1000001408, 2000002813, " = ", 2000002819
    "i", 1000001495, 2000002987, " = ", 2000002993
    "i", 1000001678, 2000003353, " = ", 2000003359
    "i", 1000001705, 2000003407, " = ", 2000003413
    "i", 1000001932, 2000003861, " = ", 2000003867

```

Anmerkung:

1. Im erweiterten Intervall sind 22 Zwillinge mod 6 situiert.

12. Die Bestimmung der im Intervall $i := 1$ bis 100 in der Zahlenmenge $2*i$ lokalisierten Zwillinge mod 2:

```

for i from 1 to 100 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i+1))
  then print (("i", i, 2*i-1, " = ", 2*i+1)) end_if: end_for:

    "i", 2, 3, " = ", 5
    "i", 3, 5, " = ", 7
    "i", 6, 11, " = ", 13
    "i", 9, 17, " = ", 19
    "i", 15, 29, " = ", 31
    "i", 21, 41, " = ", 43
    "i", 30, 59, " = ", 61

```

```

"i", 36, 71, " = ", 73
"i", 51, 101, " = ", 103
"i", 54, 107, " = ", 109
"i", 69, 137, " = ", 139
"i", 75, 149, " = ", 151
"i", 90, 179, " = ", 181
"i", 96, 191, " = ", 193
"i", 99, 197, " = ", 199

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 15 Zwillinge mod 2' situiert.
2. Die Zahlen: $2*i$, $i = 1$ bis 100 umfassen alle geraden Zahlen von $n_g = 2$ bis 200.

13. Bestimmung der im Intervall $i = 1000$ bis 1460 situierten Zwillinge mod 2:

- for i from 1000 to 1460 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i+1))
then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i+1)) end_if: end_for:

```

"i", 2027, " = ", 2029
"i", 2081, " = ", 2083
"i", 2087, " = ", 2089
"i", 2111, " = ", 2113
"i", 2129, " = ", 2131
"i", 2141, " = ", 2143
"i", 2237, " = ", 2239
"i", 2267, " = ", 2269
"i", 2309, " = ", 2311
"i", 2339, " = ", 2341
"i", 2381, " = ", 2383
"i", 2549, " = ", 2551
"i", 2591, " = ", 2593
"i", 2657, " = ", 2659
"i", 2687, " = ", 2689
"i", 2711, " = ", 2713
"i", 2729, " = ", 2731
"i", 2789, " = ", 2791
"i", 2801, " = ", 2803

```

Anmerkung:

1. In diesem (erweiterten) Intervall sind 19 Zwillinge mod 2' situiert.

14. Bestimmung der im Intervall $i = 10000$ bis 10720 situierten Zwillinge mod 2:

- for i from 10000 to 10720 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i+1))
then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i+1)) end_if: end_for:

```

"i", 20021, " = ", 20023

```

```

"i", 20147, " = ", 20149
"i", 20231, " = ", 20233
"i", 20357, " = ", 20359
"i", 20441, " = ", 20443
"i", 20477, " = ", 20479
"i", 20507, " = ", 20509
"i", 20549, " = ", 20551
"i", 20639, " = ", 20641
"i", 20717, " = ", 20719
"i", 20747, " = ", 20749
"i", 20771, " = ", 20773
"i", 20807, " = ", 20809
"i", 20897, " = ", 20899
"i", 20981, " = ", 20983
"i", 21011, " = ", 21013
"i", 21017, " = ", 21019
"i", 21059, " = ", 21061
"i", 21191, " = ", 21193
"i", 21317, " = ", 21319
"i", 21377, " = ", 21379

```

Anmerkung:

1. In diesem (nochmals erweiterten) Intervall sind 21 Zwillinge mod 2 situiert.

15. Die Bestimmung der im Intervall $i=10000$ bis 10720 situierten Zwillinge mod 2:

```

• for i from 10000 to 10720 do; if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i+1))
  then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i+1)) end_if; end_for:

```

```

"i", 20021, " = ", 20023
"i", 20147, " = ", 20149
"i", 20231, " = ", 20233
"i", 20357, " = ", 20359
"i", 20441, " = ", 20443
"i", 20477, " = ", 20479
"i", 20507, " = ", 20509
"i", 20549, " = ", 20551
"i", 20639, " = ", 20641
"i", 20717, " = ", 20719
"i", 20747, " = ", 20749
"i", 20771, " = ", 20773
"i", 20807, " = ", 20809
"i", 20897, " = ", 20899
"i", 20981, " = ", 20983

```

```
"i", 21011, " = ", 21013
"i", 21017, " = ", 21019
"i", 21059, " = ", 21061
"i", 21191, " = ", 21193
"i", 21317, " = ", 21319
"i", 21377, " = ", 21379
```

Anmerkung:

1. In diesen (nochmals erweiterten) Intervall sind 21 Zwillinge mod 2 situiert.

16. Die im Intervall $i := 10^{10}$ bis $10^{10} + 5000$ situierten Zwillinge mod 2:

```
• for i from 10^10 to 10^10+5000 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i+1))
  then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i+1)) end_if: end_for:
```

```
"i", 20000001221, " = ", 20000001223
"i", 20000001311, " = ", 20000001313
"i", 20000001809, " = ", 20000001811
"i", 20000001821, " = ", 20000001823
"i", 20000001839, " = ", 20000001841
"i", 20000002157, " = ", 20000002159
"i", 20000003711, " = ", 20000003713
"i", 20000004287, " = ", 20000004289
"i", 20000005031, " = ", 20000005033
"i", 20000005301, " = ", 20000005303
"i", 20000005391, " = ", 20000005393
"i", 20000005577, " = ", 20000005579
"i", 20000007281, " = ", 20000007283
"i", 20000007299, " = ", 20000007301
"i", 20000007539, " = ", 20000007541
"i", 20000007569, " = ", 20000007571
"i", 20000007689, " = ", 20000007691
"i", 20000008907, " = ", 20000008909
"i", 20000009171, " = ", 20000009173
"i", 20000009177, " = ", 20000009179
"i", 20000009747, " = ", 20000009749
```

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

1. In diesem (wesentlich erweiterten) Intervall sind (ebenfalls) 21 Zwillinge mod 2 situiert.
2. Ein Vergleich der in den Beispielen: 11. bis 16. bestimmten Zwillinge mod 2, bestätigt das Asymptote-Gesetz in dem Sinne, dass in zunehmend höheren Zahlenbereichen in Intervallen, die in einem logarithmischen Maßstab vergrößert werden, etwa gleich viele Zwillinge mod 2 situiert sind.
3. Aus den Beispielen: 11. bis 16. ist zu entnehmen, dass alle Zwillinge mod 2 nur in den drei Folgen: Folge 1, Folge 2, Folge 3 auftreten, die in dieser Monographie deduziert wurden.
4. In den Beispielen: 11. bis 16. wurde die Bestimmung der Zwillinge mod 2 auf die (fortlaufende)

Folge aller geraden Zahlen von $n_0 := 2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2 \cdot i$ bezogen. In dieser Folge bestehen die geraden Zahlen aus divergierenden, Primzahl - Faktoren, und dies ist der tiefere Grund dafür, ob in gewissen Abständen von diesen geraden Zahlen Primzahlen situiert sein können.

In den folgenden Beispielen für die Methode 3 werden wiederum alle ungeraden Zahlen (n_i) einbezogen, die in der Zahlenfolge: $n_i = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots$ auftreten. Für alle diese ungeraden Zahlen gilt offensichtlich die wichtige "Folge-Gleichung":

$$n_i = 2 \cdot i - i \text{ für } i = 1 \text{ bis } \infty$$

Diese Folge-Gleichung ermöglicht die Bestimmung von Zwillingen mod $2n$, $n > 1$ in diversen Zahlen-Intervallen mit dem MuPAD - Test, was an den nachfolgenden Beispielen demonstriert wird.

17. Die Bestimmung der im Intervall $i = 1$ bis 100 situierten Zwillinge mod 4:

```

• for i from 1 to 100 do: if (isprime (2*i-i-2) and isprime (2*i-i+2))
  then print (("i", 2*i-i-2, " = ", 2*i-i+2)) end_if: end_for:
      "i", 3, " = ", 7
      "i", 7, " = ", 11
      "i", 13, " = ", 17
      "i", 19, " = ", 23
      "i", 37, " = ", 41
      "i", 43, " = ", 47
      "i", 67, " = ", 71
      "i", 79, " = ", 83
      "i", 97, " = ", 101

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 9 Zwillinge mod 4 situiert.

18. Die Bestimmung der im Intervall $i = 1000$ bis 1460 situierten Zwillinge mod 4:

```

• for i from 1000 to 1460 do: if (isprime (2*i-i-2) and isprime (2*i-i+2))
  then print (("i", 2*i-i-2, " = ", 2*i-i+2)) end_if: end_for:
      "i", 1009, " = ", 1013
      "i", 1087, " = ", 1091
      "i", 1093, " = ", 1097
      "i", 1213, " = ", 1217
      "i", 1279, " = ", 1283
      "i", 1297, " = ", 1301
      "i", 1303, " = ", 1307
      "i", 1423, " = ", 1427
      "i", 1429, " = ", 1433
      "i", 1447, " = ", 1451

```

Anmerkung:

1. In diesem (logarithmisch erweiterten) Intervall sind 10 Zwillinge mod 4 situiert..

19. Die Bestimmung der im Intervall $i = 10^{10}$ bis $10^{10} + 3500$ situierten Zwillinge mod 4:

- for i from 10^{10} to $10^{10}+3500$ do: if (isprime ($2*i-i-2$) and isprime ($2*i-i+2$)) then print ("i", $2*i-i-2$, " = ", $2*i-i+2$) end_if: end_for:

```
"i", 10000000597, " = ", 10000000601
"i", 10000001047, " = ", 10000001051
"i", 10000001113, " = ", 10000001117
"i", 10000001437, " = ", 10000001441
"i", 10000001467, " = ", 10000001471
"i", 10000001743, " = ", 10000001747
"i", 10000002403, " = ", 10000002407
"i", 10000002703, " = ", 10000002707
"i", 10000002937, " = ", 10000002941
"i", 10000003099, " = ", 10000003103
```

Anmerkung:

1. In diesem erweiterten Intervall sind ebenfalls 10 Zwillinge mod 4 situiert.
-

20. Die Bestimmung der im Intervall $i := 10^{20}$ bis $10^{20}+3500$ situierten Zwillinge mod 4:

- for i from 10^{10} to $10^{10}+3500$ do: if (isprime ($2*i-i$) and isprime ($2*i-i+4$)) then print ("i", $2*i-i$, " = ", $2*i-i+4$) end_if: end_for:

```
"i", 10000000597, " = ", 10000000601
"i", 10000001047, " = ", 10000001051
"i", 10000001113, " = ", 10000001117
"i", 10000001437, " = ", 10000001441
"i", 10000001467, " = ", 10000001471
"i", 10000001743, " = ", 10000001747
"i", 10000002403, " = ", 10000002407
"i", 10000002703, " = ", 10000002707
"i", 10000002937, " = ", 10000002941
"i", 10000003099, " = ", 10000003103
```

Anmerkung:

1. In dem erweiterten Intervall sind ebenfalls 10 Zwillinge mod 4 situiert.
-

21. Die Bestimmung der im Intervall $i := 1$ bis 100 situierten Zwillinge mod 6:

- for i from 1 to 100 do: if (isprime ($2*i-i$) and isprime ($2*i-i+6$)) then print ("i", $2*i-i$, " = ", $2*i-i+6$) end_if: end_for:

```
"i", 5, " = ", 11
"i", 7, " = ", 13
"i", 11, " = ", 17
"i", 13, " = ", 19
"i", 17, " = ", 23
"i", 23, " = ", 29
```

```
"i", 31, " = ", 37
"i", 37, " = ", 43
"i", 41, " = ", 47
"i", 47, " = ", 53
"i", 53, " = ", 59
"i", 61, " = ", 67
"i", 67, " = ", 73
"i", 73, " = ", 79
"i", 83, " = ", 89
"i", 97, " = ", 103
```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 16 Zwillinge mod 6 situiert.

22. Die Bestimmung der im Intervall $i := 10^{20}$ bis $10^{20} + 14800$ situierten Zwillinge mod 6:

```
• for i from 10^20 to 10^20+14800 do: if (isprime (2*i-i) and isprime (2*i-i+6))
  then print (("i", 2*i-i, " = ", 2*i-i+6)) end_if: end_for:
  "i", 10000000000000000000757, " = ", 10000000000000000000763
  "i", 100000000000000000001261, " = ", 100000000000000000001267
  "i", 100000000000000000001821, " = ", 100000000000000000001827
  "i", 100000000000000000001977, " = ", 100000000000000000001983
  "i", 100000000000000000002691, " = ", 100000000000000000002697
  "i", 100000000000000000003097, " = ", 100000000000000000003103
  "i", 100000000000000000003307, " = ", 100000000000000000003313
  "i", 100000000000000000004533, " = ", 100000000000000000004539
  "i", 1000000000000000000012271, " = ", 1000000000000000000012277
  "i", 1000000000000000000012391, " = ", 1000000000000000000012397
  "i", 1000000000000000000012651, " = ", 1000000000000000000012657
  "i", 1000000000000000000012937, " = ", 1000000000000000000012943
  "i", 1000000000000000000013363, " = ", 1000000000000000000013369
  "i", 1000000000000000000013497, " = ", 1000000000000000000013503
  "i", 1000000000000000000013717, " = ", 1000000000000000000013723
  "i", 1000000000000000000014611, " = ", 1000000000000000000014617
```

Anmerkung:

1. In diesem erweiterten Intervall sind ebenfalls 16 Zwillinge mod 6 situiert.
 2. Aus dieser Aufstellung kann entnommen werden, in welchen Abständen die Zwillinge mod 6 auftreten.
-

23. Die Bestimmung der im Intervall $i := 1$ bis 100 situierten Zwillinge mod 8:

```
• for i from 1 to 100 do: if (isprime (2*i-i) and isprime (2*i-i+8))
  then print (("i", 2*i-i, " = ", 2*i-i+8)) end_if: end_for:
  "i", 3, " = ", 11
  "i", 5, " = ", 13
```

```

    "i", 11, " = ", 19
    "i", 23, " = ", 31
    "i", 29, " = ", 37
    "i", 53, " = ", 61
    "i", 59, " = ", 67
    "i", 71, " = ", 79
    "i", 89, " = ", 97

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 9 Zwillinge mod 8 situiert.

24. Die Bestimmung der im Intervall $i := 10^{20}$ bis $10^{20} + 20400$ situierten Zwillinge mod 8:

- for i from 10^{20} to $10^{20} + 20400$ do: if (isprime ($2*i-i$) and isprime ($2*i-i+8$)) then print (("i", $2*i-i$, " = ", $2*i-i+8$)) end_if: end_for:

```

    "i", 100000000000000000002659, " = ", 100000000000000000002667
    "i", 100000000000000000003121, " = ", 100000000000000000003129
    "i", 100000000000000000009073, " = ", 100000000000000000009081
    "i", 100000000000000000009823, " = ", 100000000000000000009831
    "i", 100000000000000000011269, " = ", 100000000000000000011277
    "i", 100000000000000000012391, " = ", 100000000000000000012399
    "i", 100000000000000000013951, " = ", 100000000000000000013959
    "i", 100000000000000000015379, " = ", 100000000000000000015387
    "i", 100000000000000000020359, " = ", 100000000000000000020367

```

Anmerkung:

1. In diesem erweiterten Intervall sind (ebenfalls) 9 Zwillinge mod 8 situiert:

25. Die Bestimmung der im Intervall $i := 1$ bis 100 situierten Zwillinge mod 10:

- for i from 1 to 100 do: if (isprime ($2*i-i$) and isprime ($2*i-i+10$)) then print (("i", $2*i-i$, " = ", $2*i-i+10$)) end_if: end_for:

```

    "i", 3, " = ", 13 ... (3,5) --(5,7) --(7,11) ... (11,13)
    "i", 7, " = ", 17 ... (7,11) ... (11,13) ... (13,17)
    "i", 13, " = ", 23 ... (13,17) ... (17,19) ... (19,23)
    "i", 19, " = ", 29 ... (19,23) ... (23,29)
    "i", 31, " = ", 41 ... (31,37) ... (37,41)
    "i", 37, " = ", 47 ... (37,41) ... (41,43) ... (43,47)
    "i", 43, " = ", 53 ... (43,47) ... (47,53)
    "i", 61, " = ", 71 ... (61,67) ... (67,71)
    "i", 73, " = ", 83 ... (73,79) ... (79,83)
    "i", 79, " = ", 89 ... (79,83) ... (83,89)
    "i", 97, " = ", 107 ... (97,101) .. (101,103) ... (103,107)

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 11 Zwillinge mod 10 situiert.

2. In der Tabelle wurden die Zwillinge angegeben, aus denen die (jeweiligen) Zwillinge mod 10 "zusammengesetzt" sind.

26. Die Bestimmung der im Intervall $i := 10^{20}$ bis $10^{20} + 21500$ situierten Zwillinge mod 10:

```

• for i from 10^20 to 10^20+21600 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i-1+10))
  then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i-1+10)) end_if: end_for:

    "i", 1000000000000000000753, " = ", 1000000000000000000763
    "i", 10000000000000000003087, " = ", 10000000000000000003097
    "i", 10000000000000000004239, " = ", 10000000000000000004249
    "i", 10000000000000000005601, " = ", 10000000000000000005611
    "i", 10000000000000000007659, " = ", 10000000000000000007669
    "i", 10000000000000000007827, " = ", 10000000000000000007837
    "i", 1000000000000000011277, " = ", 1000000000000000011287
    "i", 1000000000000000012657, " = ", 1000000000000000012667
    "i", 1000000000000000017079, " = ", 1000000000000000017089
    "i", 1000000000000000020517, " = ", 1000000000000000020527
    "i", 1000000000000000021003, " = ", 1000000000000000021013

```

Anmerkung:

1. Im erweiterten Intervall sind ebenfalls 11 Zwillinge mod 10 situiert.

27. Der Nachweis, dass mit Hilfe der "Und-Kondition":

```

" for i from  $i_1$  to  $i_2 > i_1$  do: if (isprime (2*i - i) and isprime (2*i - i + n))
  then print (("i", 2*i - i, " = ", 2*i - i + n)) end_if: end_for:

```

... Tab. 2

alle Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$ mit dem MuPAD - Testprogramm bestimmt werden, die in beliebigen vorgegebenen Intervallen im Zahlenbereich ($n \rightarrow \infty$) situiert sind.

Hier die Bestimmung von Zwillingen mod 2, die im Intervall $i := 1$ bis 100 und nachfolgend im Intervall $i := 10^{10}$ bis $10^{10} + 10000$ situiert sind:

```

• for i from 1 to 100 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i-1+2))
  then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i-1+2)) end_if: end_for:

    "i", 3, " = ", 5
    "i", 5, " = ", 7
    "i", 11, " = ", 13
    "i", 17, " = ", 19
    "i", 29, " = ", 31
    "i", 41, " = ", 43
    "i", 59, " = ", 61
    "i", 71, " = ", 73

• for i from 10^10 to 10^10+10000 do: if (isprime (2*i-1) and isprime (2*i-1+2))
  then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i-1+2)) end_if: end_for:

    "i", 10000000277, " = ", 10000000279
    "i", 10000000991, " = ", 10000000993

```

```
"i", 10000003001, " = ", 10000003003
"i", 10000003019, " = ", 10000003021
"i", 10000003229, " = ", 10000003231
"i", 10000003337, " = ", 10000003339
"i", 10000005161, " = ", 10000005163
"i", 10000005551, " = ", 10000005553
"i", 10000005809, " = ", 10000005811
"i", 10000006349, " = ", 10000006351
"i", 10000007441, " = ", 10000007443
"i", 10000008911, " = ", 10000008913
"i", 10000009049, " = ", 10000009051
"i", 10000009247, " = ", 10000009249
```

28. Mit dieser "universellen" Und-Kondition können auch alle Primzahlen bestimmt werden, die in einem vorgegebenen Intervall im Zahlenbereich ($i \rightarrow \infty$) situiert sind - hier ein Beispiel:

```
• for i from 10^10 to 10^10+500 do: if (isprime (2*i-i) and isprime (2*i-1))
  then print (("i", 2*i-1, " = ", 2*i-i)) end_if: end_for:
```

Zwilling mod ():

```
"i", 10000000019, " = ", 10000000019 (14)
"i", 10000000033, " = ", 10000000033 (28)
"i", 10000000061, " = ", 10000000061 (8)
"i", 10000000069, " = ", 10000000069 (28)
"i", 10000000097, " = ", 10000000097 (6)
"i", 10000000103, " = ", 10000000103 (18)
"i", 10000000121, " = ", 10000000121 (20)
"i", 10000000141, " = ", 10000000141 (6)
"i", 10000000147, " = ", 10000000147 (60)
"i", 10000000207, " = ", 10000000207 (52)
"i", 10000000259, " = ", 10000000259 (18)
"i", 10000000277, " = ", 10000000277 (2)
"i", 10000000279, " = ", 10000000279 (40)
"i", 10000000319, " = ", 10000000319 (24)
"i", 10000000343, " = ", 10000000343 (48)
"i", 10000000391, " = ", 10000000391 (12)
"i", 10000000403, " = ", 10000000403 (66)
"i", 10000000469, " = ", 10000000469
```

Anmerkung:

1. Im vorgegebenen Intervall sind insgesamt 18 Primzahlen situiert, die paarweise Zwillinge mod 2n bilden.
2. Diese Zwillinge wurden hier (in Klammern vermerkt) angegeben.

Schluss-Bemerkungen:

1. Mit Hilfe schneller PC-Rechner und bei Einsatz des in Tab. 2 angeführten Programms können in beliebigen Zahlen-Intervallen die dort situierten Primzahlen ermittelt werden.
2. Mit Hilfe des in Tab. 2 angegebenen Programms können die Zwillinge beliebiger Modularität ($\text{mod } 2n, n \geq 1$), die in beliebigen Intervallen im Zahlenbereich ($n \rightarrow \infty$) auftreten, bestimmt werden.
3. Die Ordnungs-Folgen, in denen die Zwillinge $\text{mod } 2n, \geq 1$ (in definierten Intervallen) auftreten, können die Basis für eine extrem sichere (noch unbekannt) Daten-Verschlüsselung bilden.

Anlage 10

Die Bestimmung der Zwillinge mod 2 und mod 6 in den Potenz-Folgen: 6^n , 14^n und 18^n

Vorworte:

In den Anlagen: **Anlage 4**, **Anlage 5**, **Anlage 6**, **Anlage 7** und **Anlage 8** wurden die Primzahlen vom Typ: CM_p , CF_p bzw. SM_p und SF_p in den jeweiligen Klassen-Folgen für unterschiedliche Intervalle, die in ansteigenden Zahlenbereichen situiert waren, bestimmt. Dabei wurden die Potenzen der geraden Zahl $n_g = 10^n = (2 \cdot 5)^n$ zugrunde gelegt.

In **Anlage 9** soll der Nachweis erbracht werden, dass Zwillinge mod 2 (und allgemein mod $2n$, $n > 1$) auch in den Umgebungen der Potenzen der geraden Zahlen $n_g = 2 \cdot 3 = 6$, $2 \cdot 7 = 14$, $2 \cdot 3^2 = 18$ usw. auftreten. In **Anlage 9** wird dieser Sachverhalt an einigen Beispielen demonstriert.

Hieraus ergeben sich zwei Schlussfolgerungen:

Schlussfolgerung 1:

Die von Euklid zum Beweis des Hauptsatzes der Primzahl - Theorie stammende Gleichung 1 ist um drei weitere Gleichungen: Gleichung 2, Gleichung 3 und Gleichung 4 zu erweitern, die bereits im Vorwort dieser Monographie eingeführt wurden - siehe die nachfolgende Tabelle:

Tab.1

$$\text{Gleichung 1: } n_g + 1, 3, 5, \dots = \Pi p_{i+1}, 3, 5, \dots \quad \text{Gleichung 2: } n_g - 1, 3, 5, \dots = \Pi p_{i-1}, 3, 5, \dots$$

$$\text{Gleichung 3: } n_u + 2, 4, 6, \dots = \Pi p_{i+2}, 4, 6, \dots \quad \text{Gleichung 3: } n_u - 2, 4, 6, \dots = \Pi p_{i-2}, 4, 6, \dots$$

Die aus diesen Gleichungen resultierenden ungeraden Zahlen können fallweise Primzahlen sein, die in den Fakultäten: Πp_i nicht auftreten. Des weiteren können die Gleichungen 1 und 2 bzw. 2 und 3 gleichzeitig erfüllt sein und damit Primzahl-Zwillinge mod 2 bzw. mod 4 ergeben.

Schlussfolgerung 2:

Nachdem die geraden Zahlen $n_g = 2^n$ in der Folge der natürlichen Zahlen ($n \rightarrow \infty$) spärlich und in immer größeren Abständen auftreten, die geraden Zahlen $n_g \neq 2^n$ hingegen in einer weit größeren Zahl auftreten als die geraden Zahlen $n_g = 2^n$, ist es einsichtig, dass die Gleichungen 1 und 2 in einem viel höheren Maße von diesen (composed equal numbers) erfüllt werden.

Daraus ist es auch leicht einsichtig, warum bisher nur 42 Mersennesche Primzahlen (M_p) bestimmt werden konnten und nur 5 Fermatsche Primzahlen (F_p) bekannt sind.

1. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die im Intervall $i := 6^{10}$ bis $6^{10}+1000$ situiert sind:

```

• for i from 6^10 to 6^10+1000 do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
  then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:
      "i", 60466667, " = ", 60466669

```

"i", 60466697, " = ", 60466699

"i", 60466829, " = ", 60466831

"i", 60466961, " = ", 60466963

"i", 60466979, " = ", 60466981

Anmerkung:

1. Im Intervall $i := 6^{10}$ bis $6^{10}+1000$ sind 5 Zwillinge mod 2 aituiert.
-

2. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die im Intervall $i := 6^{100}$ bis $6^{100}+500000$ situiert sind:

• for i from 6^{100} to $6^{100}+500000$ do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:

"i",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141496167

, " = ",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141496169

"i",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141498489

, " = ",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141498491

"i",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141503277

, " = ",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141503279

"i",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141514917

, " = ",

653318623500070906096690267158057820537143710472954871543071966369497141514919

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 4 Zwillinge mod 2 situiert.
-

3. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die im Intervall $i := 18^{10}$ bis $18^{10}+1000$ aituiert sind:

• for i from 18^{10} to $18^{10}+1000$ do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:

"i", 3570467226749, " = ", 3570467226751

"i", 3570467226839, " = ", 3570467226841

"i", 3570467227319, " = ", 3570467227321

"i", 3570467227331, " = ", 3570467227333

"i", 3570467227529, " = ", 3570467227531

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 5 Zwillinge mod 2 situiert.
-

4. Die Bestimmung der Zwillinge mod 2, die im Intervall $i := 18^{100} + 50000$ bis $18^{100} + 100000$ situiert sind:

- for i from $18^{100}+50000$ to $18^{100}+100000$ do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1)) then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563833471

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563833473

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563836939

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563836941

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839291

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839293

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839417

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839419

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 4 Zwillinge mod 2 situiert.
2. Im "vorangehenden und gleich großen" Intervall $i := 18^{100}$ bis $18^{100}+50000$ ist dagegen kein Zwilling mod 2 situiert.

5. Die Bestimmung der im Intervall $i := 14^{10}+1000$ bis $14^{10}+5000$ situierten Zwillinge mod 2:

- for i from $14^{10}+1000$ to $14^{10}+5000$ do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1)) then print (("i", i-1, " = ", i+1)) end_if: end_for:

"i", 289254657071, " = ", 289254657073

"i", 289254657869, " = ", 289254657871

"i", 289254659789, " = ", 289254659791

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 3 Zwillinge mod 2 situiert.

6. Die Bestimmung der im Intervall $i := 14^{10}$ bis $14^{10}+1000$ situierten Zwillinge mod 4:

- for i from 18^{10} to $18^{10}+1000$ do: if (isprime (i-2) and isprime (i+2)) then print (("i", i-2, " = ", i+2)) end_if: end_for:

"i", 3570467226919, " = ", 3570467226923
 "i", 3570467227339, " = ", 3570467227343

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 2 Zwillinge mod 4 lokalisiert.

7. Die Bestimmung der im Intervall $i := 14^{100} + 20000$ bis $14^{100} + 30000$ lokalisierten Zwillinge mod 6:

• for i from $14^{100} + 20000$ to $14^{100} + 30000$ do: if (isprime (i-3) and isprime (i+3))
 then print ("i", i-3, " = ", i+3) end_if: end_for:

"i",
 4100186088849932880529641652467097254580106752379202732219712635674892614660264\
 830614790322190186581981413953787841

, " = ",

4100186088849932880529641652467097254580106752379202732219712635674892614660264\
 830614790322190186581981413953787847

"i",

4100186088849932880529641652467097254580106752379202732219712635674892614660264\
 830614790322190186581981413953789727

, " = ",

4100186088849932880529641652467097254580106752379202732219712635674892614660264\
 830614790322190186581981413953789733

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 2 Zwillinge mod 6 lokalisiert.

8. Die Bestimmung der im Intervall $i := 18^{10}$ bis $18^{10} + 1000$ situierten Zwillinge mod 2:

• for i from 18^{10} to $18^{10} + 1000$ do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
 then print ("i", i-1, " = ", i+1) end_if: end_for:

"i", 3570467226749, " = ", 3570467226751 ... Folge 3

"i", 3570467226839, " = ", 3570467226841 ... Folge 3

"i", 3570467227319, " = ", 3570467227321 ... Folge 3

"i", 3570467227331, " = ", 3570467227333 ... Folge 1

"i", 3570467227529, " = ", 3570467227531 ... Folge 3

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 5 Zwillinge mod 2 lokalisiert.

9. Die Bestimmung der im Intervall $i := 18^{100} + 50000$ bis $18^{100} + 100000$ situierten Zwillinge mod 2:

• for i from $18^{100} + 50000$ to $18^{100} + 100000$ do: if (isprime (i-1) and isprime (i+1))
 then print ("i", i-1, " = ", i+1) end_if: end_for:

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
 63031143507354757009822674618697405379563833471

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563833473

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563836939

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563836941

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839291

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839293

"i",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839417

, " = ",

3367057324275168985874606277720046975426052953160772474523510047404603727714485\
63031143507354757009822674618697405379563839419

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 4 Zwillinge mod 2 situiert.
-

10. Die Bestimmung der im Intervall $i := 18^{10}$ bis $18^{10}+1000$ situierten Zwillinge mod 4:

• for i from 18^{10} to $18^{10}+1000$ do: if (isprime (i-2) and isprime (i+2))
then print (("i", i-2, " = ", i+2)) end_if: end_for:

"i", 3570467226919, " = ", 3570467226923

"i", 3570467227339, " = ", 3570467227343

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 2 Zwillinge mod 4 situiert.
-

11. Die Bestimmung der im Intervall $i := 18^{10}$ bis $18^{10}+1000$ situierten Zwillinge mod 6:

• for i from 18^{10} to $18^{10}+1000$ do: if (isprime (i-3) and isprime (i+3))
then print (("i", i-3, " = ", i+3)) end_if: end_for:

"i", 3570467226841, " = ", 3570467226847

"i", 3570467226961, " = ", 3570467226967

"i", 3570467226967, " = ", 3570467226973

"i", 3570467227333, " = ", 3570467227339

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 4 Zwillinge mod 6 situiert.
-

Zusammenfassung, die Schlussfolgerungen und die verborgenen Ursachen für die Genese von Primzahlen:

1. Die Folge der in den getesteten Intervallen situierten Zahlen durchläuft alle geraden Zahlen (n_8) und

alle ungeraden Zahlen (n_i). --

2. Die hier gewonnen Resultate geben den Anlass, die Gesetze: Gesetz 1, Gesetz 2, Gesetz 3 und Gesetz 4, die den Hauptsatz der Primzahl-Theorie prägen, wie bereits in der Tafel 1 formuliert wurde zu erweitern.
3. Am Beispiel der Zwillinge mod 6, die im Intervall $i := 18^{10}$ bis $18^{10}+1000$ im 11. Rechenbeispiel ermittelt wurden, soll nun (im 12. Rechenbeispiel) der Nachweis erbracht werden, dass hierfür die zwei Gesetze: Gesetz 1 und Gesetz 2 der Faktor-Zerlegung der nicht primen Zahlen ursächlich sind.

12- Die Faktor-Zerlegung der geraden Zahlen, die inmitten der Zwillinge mod 6 situiert sind:

- `ifactor(3570467226844) ...` siehe die Faktor-Zerlegung dieser geraden Zahl (n_i) in der $p=3$ nicht auftritt.

$$2^2 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 127 \cdot 59062847$$

- `ifactor(3570467226844-3) ...` bei der Subtraktion von $p=3$ erfolgt die "Verschmelzung" zu der folgenden Primzahl

$$3570467226841$$

- `ifactor(3570467226844+3) ...` analog erfolgt bei der Addition von $p=3$ die Verschmelzung zu der folgenden Primzahl.

$$3570467226847$$

- `ifactor(3570467226964) ...` in der Faktor-Zerlegung dieser geraden Zahl ist $p=3$ nicht enthalten.

$$2^2 \cdot 11 \cdot 2381 \cdot 34081051$$

- `ifactor(3570467226964-3) ...` analoge Gründe für die "Verschmelzung" zu der nachfolgenden Primzahl - usw,

$$3570467226961$$

- `ifactor(3570467226964+3)`

$$3570467226967$$

- `ifactor(3570467226970)`

$$2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 166603 \cdot 306157$$

- `ifactor(3570467226970-3)`

$$3570467226967$$

- `ifactor(3570467226970+3)`

$$3570467226973$$

- `ifactor(3570467227336)`

$$2^3 \cdot 97 \cdot 4601117561$$

- `ifactor(3570467227336-3)`

3570467227333

- ifactor(3570467227336+3)

3570467227339

Anmerkungen und Schlussfolgerungen:

- 1- Die hier dokumentierten Gründe für die "Verschmelzung" von geraden (aber auch ungeraden) Zahlen zu Primzahlen infolge der Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen, die in den Faktor-Zerlegungen dieser Zahlen (n_g) bzw. (n_u) nicht auftreten, gelten (fallweise) generell - q.e.d.
 2. Nachdem in der Faktor-Zerlegung der Zahl $n_g = 3570467226844 = 2^2 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 127 \cdot 59062847$ die Primzahlen $p = 3$ und auch $p = 5$ nicht auftreten, wird nachfolgend getestet, ob bei der Addition bzw. der Subtraktion der Primzahl $p = 5$ diese gerade Zahl zu einer Primzahl "mutiert":
 ifactor(3570467226844+5) Anmerkung: In der Faktor-Zerlegung von $n_g + 5$ tritt die Zahl $p = 5$ nicht auf.
 396718580761 · 3²

 ifactor(3570467226844-5) . Anmerkung: Die Zahl $n_g - 5$ ist eine Primzahl und bildet mit $n_g - 3$ einen Zwilling mod 2
 3570467226839
 3. Die Primzahlen: (3570467226839, 3570467226841), (3570467226841, 3570467226847) bilden einen Zwilling mod 8, der aus einer "Verkettung" eines Zwillings mod 2 mit einem Zwilling mod 6 besteht.
 4. Diese Beispiele erklären die Genese von Primzahlen durch die Addition bzw. Subtraktion von Primzahlen (p) zu nicht primen Zahlen, in deren Faktor-Zerlegungen diese Primzahlen (p) nicht auftreten.
 5. Diese Beispiele bestätigen die Erweiterung der Gleichungen, die zum Beweis des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie reichen.
-

Anlage 12

Die Bestimmung von Primzahlen mit definierten Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 und von Zwillingen mod $2n$, $n > 1$ in den Umgebungen der geraden Zahlen $n_g = 2^n$ mit dem MuPD - Testprogramm:

In Tab. 28 (Seite 54/55) wurden die bisher entdeckten Mersenne - Primzahlen: M_{p_1} bis $M_{p_{42}}$ in der chronologischen Zeitfolge ihrer Entdeckung aufgelistet. Diese Primzahlen treten (bis auf die Primzahl $M_{p_1} = 2^2 - 1 = 3$) allesamt nur in den Endziffern: EZ1 und EZ7 auf.

In Kapitel 13 (siehe die Tabellen: Tab. 41 bis Tab. 46) wurden zahlreiche Primzahlen vom Typ: $2^n \pm n_n > 1$ ermittelt, die in allen vier Endziffern auftreten, wie auch zahlreiche Zwillinge mod $2n$, $n > 1$ bestimmt, die in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2^n$ 'sitiert sind.'

In Anlage 12 wird der Einsatz des MuPAD - Testprogramms für die Lösung dieser Aufgabe in den vier Folgen:

Folge 1 := 2^{1+4n} , EZ2 Folge 2 := 2^{2+4n} , EZ4 Folge 3 := 2^{3+4n} , EZ8 Folge 4 := 2^{4+4n} , EZ6

demonstriert.

- Die Bestimmung von Primzahlen, die im Umfeld der Zahlen $n_g = 2^{1+4n}$ 'sitiert sind:

Anmerkung:

Die ungeraden Zahlen $n_g - 7, -17, \dots$ und $n_g = +3, +13, \dots$ mit der Endziffer, EZ5 scheiden aus.

- Die Bestimmung der Primzahlen $M_p = 2^{(1+4*i)} - 1$ im Intervall $i := 0$ bis 1000

```

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(1+4*i)-1) and isprime (2^(1+4*i) -1))
  then print ("i", i, " = ", 2^(1+4*i)-1) end_if: end_for:

      "i", 1, " = ", 31                               2^5-1
      "i", 3, " = ", 8191                             2^13-1
      "i", 4, " = ", 131071
      "i", 15, " = ", 2305843009213693951            2^61-1
      "i", 22, " = ", 618970019642690137449562111
      "i", 130, " = ",
6864797660130609714981900799081393217269435300143305409394463459185543183397656\
052122559640661454554977296311391480858037121987999716643812574028291115057151
      "i", 570, " = ",                               2^2281-1
4460875571837584295711517064021018098862086324128599011119912199634046857928204\
7336911254526900398902615324593112431670239575870569367936479090349746114707106\
5254193353938124978226307947312410798874869040070279328428810311754844108094878\
2524948667609695869981289826458775960289791715369625030684296173317021847503245\
8300917183210491605015762888660637214550170222592512522407682960542717357396481\
2995250569412480720738476855293681666712844831190877620606786663862190240118570\
7368319018864792258104147140789353865624979681787291276295949244119609613867139\
4627989927500695491713975879606122380339353738103466649440295105205904796869325\
5388647930440925104186817009640171764133172418132836351
      "i", 804, " = ",                               2^3217-1
2591170860132026277762467679224415309418188875531254273039749231618740192665863\
6208620120951680048340655069524173319417744168950923880701741037770959751204231\

```

```
3066624082916353517952311186154862265604547691127595848775610568757931191017711\
4088262521538490358304011850721164247474618230314713983402292880745456779079410\
3728823582070589235106843388298688861665865028092769208033960586930879050040950\
3709875902119018371991620994002568935113136548829739112656797303241986517250116\
4127035097054277734779723498216764434466683831193225400996489940517902416240565\
1905448369080961606162574304236172186333941585242643120873726659196206175353574\
8892894599629195183082621860853400937932839420261866586142503251450773096274235\
3768229386494071277008460771242118230808041392980870575047138252645714483793711\
2503208182612656664908425169945395188778961365024840573937859459944433523118828\
0123660406262468609212150349937584782292237144339628858485938215738821232393687\
046160677362909315071
```

1.2 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(1+4*i)} - 3$ im Intervall $i := 0$ bis 1000:

```
• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(1+4*i)-3) and isprime (2^(1+4*i) -3))
  then print ("i", i, " = ", 2^(1+4*i)-3) end_if: end_for:

      "i", 1, " = ", 29                                2^5-3
      "i", 2, " = ", 509                                2^9-3
      "i", 7, " = ", 536870909                          2^29-3

"i", 53, " = ",
      13164036458569648337239753460458804039861886925068638906788872189      2^213-3

"i", 55, " = ",
      3369993333393829974333376885877453834204643052817571560137951281149      2^221-3

"i", 58, " = ",
      13803492693581127574869511724554050904902217944340773110325048447598589

"i", 136, " = ",
      1151721931403058273999497857967611355870642462285290658073793426588630420651900\
      8948016744156425960594303797531221813491515413161102065407203861798863014819469\
      1448829

"i", 172, " = ",
      2568425733177916751582514591250062824975751856847252861083144972201529372215371\
      4951726887384167912359506752777618057703676852696534100604800428783059823636962\
      67199058168185838960773319279454451792623658074109

"i", 580, " = ",
      4904784561297337132473384663172150013756609427574064243470838587345831532270898\
      5976821179352926506377238299646935654623926690521345578031761586800637123729942\
      3092388449798348694794932408456114041877707807586499393839765338412702672344522\
      4856491732854379073043432431753717309858726425642055694994444432684686508836848\
      6640876295345536442272064299849709076227460213060577694262135166634861942013294\
      3070555391731707553229380367958857531895408735510389789195377765615885345853350\
      0101006441604886987364173550505518714324599381488871132190003717317028762584717\
      3329389267157221927466538339594529020142386607854013010834627630450749554852678\
      7520004769510875182711749563069709940422297939100100995983345713149

"i", 809, " = ",
      2717039575833799586231057309210420507488486818349060480606928090293852116264800\
      6121090051947028858368850730181379562581780509701883959130708810421721892078728\
      0466148414368098306440362654333520855018554199771809944725734627745916456552587\
      7582213961784744065948987530381795521959945285470481529860042659720548087579971\
      8111554916393250177791393412728685971810146087697403565083418256401633430775739\
      5762086833940351808429485975407237723705192269825692519793213889044269254312058\
      0675669953928786330024383346866141983635337464977267518075295435868500044011866\
      8852407429057438397143527513638748486457299131687389753113288805393321086527550\
      1431115847700782968296043300366215741893865027940507017430961489393245850198852\
      6344874897172407283360423761665975365987772811686309344100628040406232710558474\
      5680164023291249075063016831000662705469088192292287229657464921070694325937848\
      2018947334157074284373239765336152900676864855863070669915751150506550212578442\
      788114978426489997960937469
```

Anmerkung: In diesem Potenz - Intervall sind 10 Primzahlen SM_p , EZ9 situiert.

1.3 Die Bestimmung der Zwillinge mod 2 ($SM_p, M_p = 2^{(1+4*i)-3}, 2^{(1+4*i)-1}$) im gleichen Intervall:

```

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(1+4*i)-3) and isprime (2^(1+4*i)-1))
  then print (("i", i, 2^(1+4*i)-3, " = ", 2^(1+4*i)-1)) end_if: end_for:

```

```

    "i", 1, 29, " = ", 31

```

Anmerkung: In diesem Intervall ist nur ein Zwilling mod 2 situiert.

1.4 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(1+4*i)+5}$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

```

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(1+4*i)+5) and isprime (2^(1+4*i)+5))
  then print (("i", i, " = ", 2^(1+4*i)+5)) end_if: end_for:

```

```

    "i", 0, " = ", 7

```

```

    "i", 1, " = ", 37

```

```

    "i", 13, " = ", 9007199254740997

```

```

    "i", 35, " = ", 2787593149816327892691964784081045188247557

```

```

    "i", 68, " = ",

```

```

1517710072051350836655829614705874145814380343009484000977978445108518972816569\
1397

```

```

    "i", 85, " = ",

```

```

4479489484355608421114884561136888556243290994469299069799978201927583742360321\
890761754986543214231557

```

Anmerkung: In diesem Potenz-Intervall sind 6 Primzahlen SF_p situiert.

1.5 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(1+4*i)-9}$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

```

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(1+4*i)-9) and isprime (2^(1+4*i)-9))
  then print (("i", i, " = ", 2^(1+4*i)-9)) end_if: end_for:

```

```

    "i", 1, " = ", 23

```

```

    "i", 2, " = ", 503

```

```

    "i", 4, " = ", 131063

```

```

    "i", 5, " = ", 2097143

```

```

    "i", 8, " = ", 8589934583

```

```

    "i", 31, " = ", 42535295865117307932921825928971026423

```

```

    "i", 35, " = ", 2787593149816327892691964784081045188247543

```

```

    "i", 71, " = ",

```

```

6216540455122333026942278101835260501255701884966846468005799711164493712656667\
1941623

```

```

    "i", 80, " = ",

```

```

4271974071841820164790043412339104229205409044713305539894083215644439451561281\
100045924173873143

```

```

    "i", 134, " = ",

```

```

4498913794543196382810538507685981858869697118301916633100755572611837580671487\
8703190406861038908571499209106335208951232082660554942996890085151808651638551\
3463

```

```

    "i", 182, " = ",

```

```

2824013958708217496949108842204627863351353911851577524683401930862693830361198\

```

4999058739209952299969708978654982839965781232968658783909476265530884869461064\
30796091482716120572632072492703527723757359478834530365734903

"i", 710, " = ",

1683517678991934951241653679995896423873983618208313250746020932596262037645205\
7760344023859677186029003327010303139868528484538306059846715360539852479279098\
6861367005070971366718395892907262258531577313746292424698671020783326859822657\
8608103005165351108320404318563203772417141089203142126884151327833027194439383\
2601158140622000168078045182012430004091761158329330742236836341243585024740918\
8907202698046163739805132565359002341373340804667635796259492020882431758505865\
3819013856665061655273356667430748470036304010177260544160431957619568205917474\
7887614712470475517881991717745682463756386319824158274346609479502879066745927\
1900811712126699702025062528895915717841518348689784396168166645735883748473412\
5392589183054819548320029381719350924488372007742842058846316491763314368753112\
472399711451311068727680059164337177027576341558512990209339031543

"i", 841, " = ",

9245606578825879981100836850819462620517707371673500962240039176143833930943110\
5283570266807581758535341739181531991836483946883162935204728400475159303286239\
2852521744668355834551102374185350666095023746818313516237753987474416546427029\
3089439908675108578542860332979216042079167681045843541749002868247800307948267\
7348878149536597369681863255351495574302508026371008488907948886075020688958376\
0022799231522217919669582948212512912757981487852302413889778850885266870303011\
1083593164606947480712197378294134751534775068186589385670206911658210351213429\
5141636589207565965981580840318048124463186397154944487954899843776350747450600\
3446135645766959940045323063356290246133766510925801462899289090567241768551078\
9268170901047576548941913169110617408886531367056827208810752092566712540315671\
2293778158815424785613625977889164307194821979074968013796116237821022218349833\
1631166027720476900670952562596123613633592640106551762718898344928415769708386\
67605142083361306318165248993151948906255350031040563238490079223

Anmerkung: In diesem Intervall sind 12 Primzahlen SM_p , EZ3 situiert.

1.6 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(1+4*i)}+9$ im Intervall $i:= 0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(1+4*i)}+9$)) and isprime ($2^{(1+4*i)}+9$)
then print ("i", i, " = ", $2^{(1+4*i)}+9$) end_if: end_for:

"i", 0, " = ", 11

"i", 1, " = ", 41

"i", 2, " = ", 521

"i", 9, " = ", 137438953481

"i", 14, " = ", 144115188075855881

"i", 79, " = ",

266998379490113760299377713271194014325338065294581596243380200977774657225800\
68752870260867081

"i", 174, " = ",

6575169876935466884051237353600160831937924753528967324372851128835915192871351\
0276420831703469855640337287110702227721412742903127297548289097684633148510624\
4402958891055574773957969735540339658911656466972681

"i", 429, " = ",

7387586092700242099654546576830696772603866567292789055868426442323956818125567\
4732178806658692212553682793369781859162333703571963710720763454879740330228451\
5378372707734026910524065359621220932823682997700056117116060135301971498495031\
2214004440228069460097961675499715690703175560410535127557079386864191774441606\
2938103083683512681966938826381672508736676632508632669518078007848876637810688\
4149177797121030256217714402112394916811689783424774396352276973850662959657683\
4286879022276623596962844306405686165635081

"i", 807, " = ",

1061343584310077963371506761410320510737690163417601750237081285271035982915937\
7391050801541808147800332316477101391633508011602298421535433129070985114093253\
1432089224362538400953266661849031583991622734285863259658490088963248615840854\
5930552328822165650761323254055388875765603627136906847601579163953339096710926\
4887326139216113350699763051847142957738338315506798267610710256406888058896773\
73

```
2719565169507949925167767959143452235822340730400661140544224175407917677465647\
6826433575753432160165774744869586712357553697256745124248162279636132829692135\
5020471651975561873884190435015136127522382473315386622309878439606766049424824\
2746529628008118346990641914205553024177291026539260553683969331794236660233926\
8103466756707971595062665531900771627338973754564964587539307828283684652561904\
1281314071598144169946490949609633869323862575114174699084947234793239971069471\
9538651302405107142333296783334434726826900334321511980435840293166621176788454\
2141074134478476554534921
```

"i", 813, " = ",

```
1780639056418438896832385718164141183787654721273240276570556393254978922915299\
7291517576444004832620610014531668910133595674838226671455901325997979659192715\
2126295024840276906108756069144016227544959680362453365375457445639563808966303\
9132279741995249871060328467911013513271669742285934775409077557474458394676410\
3261588630007480436517367586965871638485497340033370400413068988515374485193188\
6886641227491148961172347928842887314607434805952965849771680654324052298505950\
3751607061006769409244779870202194810395254761047502040645825616850780188843617\
0819113732707082827951982191338290208084655558942647748600324951502566907266695\
2617896081949185126102494937328003148607563384711090678943554921688757600386320\
0625377212610908837223087316445413615853746789866739691749787592560628669191601\
8928952294304152993833298710364594310656221637700673358828316210672890233446628\
1975937324913180203006846412610701164987590151938421994235986673995972747315408\
26561903226158448506367998165001
```

"i", 937, " = ",

```
3642954477083228850207446805025688550380507563603011171417001838246883874766119\
5579354471319102733045004848853831357661849629623819072439174048155905621167792\
2940293476634012525106080715739751465632835852738230363270940706621924619002040\
4172333053340471504770928630254847763824542134281242982235282898694879725792338\
4472642606077497371252160722399312738051647703476576835151998193088395391430523\
032019102468601953100762742958054924514713753753861829389632924276799024500746\
8993976272750325781002767876519217270409209710223236387371899373407694882167045\
2316395336663636146452037963684320928124295739443940156095734256319648539460958\
6953556138659023937284967215020594589953716487344694767911505628249687570424885\
0730773972144576821343963239776683199461880115602532833125786097848307665858646\
2452820724157561897561142514539314273858449252897638425138233343306416255880487\
0502912796178660581568758545025119049038305458012145506114711842703189481619683\
8048803841818023277308537396512251910051868826180562105514517878601490636321940\
9564024072846731371088990114807201291939792675421273652311613011641536590866338\
90873176429475829645321
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 11 Primzahlen SF_p situiert,

1.7 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(1+4*i)}+11$ im Exponenten-Intervall $i = 0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(1+4*i)}+11$) and isprime ($2^{(1+4*i)}+11$)) then print ("i", i, " = ", $2^{(1+4*i)}+11$) end_if: end_for:

"i", 0, " = ", 13

"i", 1, " = ", 43

"i", 2, " = ", 523

"i", 7, " = ", 536870923

"i", 19, " = ", 151115727451828646838283

"i", 74, " = ",

```
2546294970418107607835557110511722701314335492082420313295175561692976624704170\
88272924683
```

"i", 143, " = ",

```
3091630018413806675756281512745589875439141863765147998925788201161215313831648\
3396289550132655380623699708928252017417418920629288343901245943269387736645989\
575846518587403
```

"i", 325, " = ",

```
4365403163580966772691536320602449343095614890475972903176917420774725489912021\
3791393927939415654257781308345094896648103431257449608102158070842835818809185\
2157280977492444531578460162189785320829355894408575659244516368346711751056162\
8740675493289465415785905614310778199483625035259567396547729940829426236563265\
9521099904365354764134600792355324275137967662415355935166628023413088714763
```

"i", 415, " = ",

1025233522064550609150599760459418137798474425128157507795593545208417521081507\
 4998385422003029406400565314484677173373685335973632364137237340373473616670981\
 1591487109779522861403031808117006358885792554849766283364140303416552277084726\
 6439132100566698693757944582036172832914974134611926105336715457203604597641533\
 9206225680280181273002901135901986444212235593047099028940216393058892463104143\
 7017406031273623925356391129186716520528778432339685799439304571802159393675524\
 721818423688432847475965963

Anmerkung: In diesem Intervall sind 9 Primzahlen SF_p , EZ3 situiert.

2. Die Bestimmung von Primzahlen, die im Umfeld von $n_g = 2^{2+4n}$ situiert sind:

Anmerkung:

Die ungeraden Zahlen $n_u = n_g + 1, 11, \dots$ und $n_u = n_g - 1, -11, \dots$ scheiden aus, da sie die Endziffer, EZ5 haben oder aber durch 3 teilbar sind. Des weiteren scheiden die ungeraden Zahlen $n_u = n_g - 7, 17, \dots$ aus und die ungeraden Zahlen $n_u = n_g + 5, 15, \dots$, da diese Zahlen (stets) durch 3 teilbar sind.

2.1 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(2+4*i)}-3$ im Intervall $i = 0$ bis 1000:

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(2+4*i)}-3$) and isprime ($2^{(2+4*i)}-3$))
 then print ("i", i, " = ", $2^{(2+4*i)}-3$) end_if: end_for:

"i", 1, " = ", 61

"i", 2, " = ", 1021

"i", 3, " = ", 16381

"i", 5, " = ", 4194301

"i", 23, " = ", 19807040628566084398385987581

"i", 30, " = ", 5316911983139663491615228241121378301

"i", 37, " = ", 1427247692705959881058285969449495136382746621

"i", 43, " = ", 23945242826029513411849172299223580994042798784118781

"i", 66, " = ",

1185710993790117841137366886488964176417484642976159375764045660241030447512944\
 61

"i", 173, " = ",

8218962346169333605064046692000201039922405941911209155466063911044893991089188\
 7845526039629337319550421608888377784651765928628909121935361372105791435638280\
 550369861381946846744746216942542457363957058371581

"i", 212, " = ",

7507516828804700229971157695509256861311759593549503536677899390762631562619231\
 7079474101985803313808485540191847054626191826906663022432617614609066399051600\
 3972692259090257733662834988914541231997976791790262615433033904468461711926461\
 3887239597666074621

"i", 988, " = ",

1873280685673170040820266698114823161608937825083775079936008652114419601435932\
 9966339021386790082648788229500497545846881233185419888203116629288235390311056\
 3133430508555775252389290738676577490715921966913264135553620567825075687204901\
 1190728522385897895017415362120980467028428950809775760667333287818293402985149\
 1895345350924486937584993722921190833392519023192505422068344877371825080380559\
 2870485628985545596762485076488292421768786265136558930078307499930877565922638\
 6678508460762379168139456295222525146824470795952069244571656232154630980995650\
 8351113518865354483497406593299987711551779705234850231767568440697637098873250\
 0860509440579270480356911075829995837292303161382836390582279294807761319369715\
 2649187482002393848668276657937535756433081371771545400577082813096740234313699\
 257648086082497083171900385175334472723021917009641756562764346708029742794770\
 3982362817990533538701141090185946028073084154626832621439286101731602078522329\
 0098550026681188138399943304550167805470348361023583353988476707759064192886549\
 1850443985922031805005510498665700790114179888145661523285685820711791705604158\
 3478616661967445741425111629716717450786395481366441550782221167694609042390577\
 577981

Anmerkung: In diesem Intervall sind 12 Primzahlen SM_p , EZ1 situiert.

2.2 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(2+4*i)+3}$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(2+4*i)+3}$) and isprime ($2^{(2+4*i)+3}$)) then print ("i", i, " = ", $2^{(2+4*i)+3}$) end_if: end_for:

```

    "i", 0, " = ", 7
    "i", 1, " = ", 67
    "i", 4, " = ", 262147
    "i", 7, " = ", 1073741827
    "i", 97, " = ",
2521728396569246669585858566409191283525103313309788586748690777871726193375821\
479130513040312634601011624191379636227
    "i", 277, " = ",
1390897693746571109660007862639889181289977699258106418942484141801280606980343\
6530898321493204542046513744141264739720678439654956272568290463281503027843811\
2110218233921436997456528836246330683052412523788525327491055982306610755106358\
1289697595430991437796589588376073716122016677491003816742444767606627068431252\
3561526010025345027
    "i", 592, " = ",
2761148240323906150840350371840309320363617497288001001030973294162108202749667\
3233570310306001031893060673310849365865413517625352840486667165968341626831976\
2355516287013623619773860429279988765309157961240133709026507619407879278256655\
921394460732999499966328010436505471847278625206252996160610597610455306792688\
6825273142187224732681464460379899585824202774575365916422695471261711389743139\
7100455883970203188901493849027738255099698533049281808014571163836190668688692\
0199108737548723600032411240561299573380234749122514688503258654178681474146986\
8031183465754614178602400652052220351877542804733475241838932044955509466959552\
6218168589459551266548611674056516378600391059387597907302219408821405230955495\
427
    "i", 1000, " = ",
5272816373723772400415559176946365452736076644373091076371213800967027712451337\
8204319008492688488132563763025922867292153787270776962325126924249810048736154\
178697775475558253158825710879757201463462116969980579553287335576633295024800\
3713969043578444415431501631165306176367433250234420172658913841454596329540003\
1307246689875600842756417952357941388768610835280479060024503779433591047498677\
2051149809340191863479780562177408682152149308129611936032637046773934591978908\
6437830757602897267465027554641226332994732242450007057342587892962901149826887\
0934779296946701293367022727356887818775281824288081015537484907307379434544776\
8515005582663497815602720589919032558869924590817569953067546685169518165142233\
6749784266291852197063440071735309031644008352491506944480241391589248067557599\
0297414910615995876892371193022806664271890795624947686515059091351662104345857\
5566462821384678268149793620119011163763503491958786940661265043635935574057960\
8022740488431619586687551577323692828791430255950883448494816376050765107044263\
2564317515032173614445701818976722308603420819748653843610050930205042158556885\
828023908990667053760726225900380615868454059501842499177783711162222216854508\
90018302827643797507

```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 8 Primzahlen SF_p , EZ7 situiert.

2.3 Die Bestimmung der Zwillinge mod 6 (SM_p , SF_p), ($2^{(2+4*i)-3}$, $2^{(2+4*i)+3}$) im Intervall $i=0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(2+4*i)-3}$) and isprime ($2^{(2+4*i)+3}$)) then print ("i", i, $2^{(2+4*i)-3}$, " = ", $2^{(2+4*i)+3}$) end_if: end_for:

```

    "i", 1, 61, " = ", 67

```

Anmerkung: In diesem Intervall ist nur 1 Zwilling mod 6 situiert.

2.4 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(2+4*i)-5}$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(2+4*i)-5}$) and isprime ($2^{(2+4*i)-5}$)) then print (("i", i, " = ", $2^{(2+4*i)-5}$)) end_if: end_for:

```

    "i", 1, " = ", 59
    "i", 2, " = ", 1019
    "i", 4, " = ", 262139
    "i", 6, " = ", 67108859
    "i", 16, " = ", 73786976294838206459
    "i", 29, " = ", 332306998946228968225951765070086139
    "i", 32, " = ", 1361129467683753853853498429727072845819
    "i", 37, " = ", 1427247692705959881058285969449495136382746619
    "i", 41, " = ", 93536104789177786765035829293842113257979682750459
    "i", 51, " = ", 102844034832575377634685573909834406561420991602098741459288059
    "i", 56, " = ",
    107839786668602559178668060348078522694548577690162289924414440996859
    "i", 137, " = ",
    3685510180489786476798393145496356338786055879312930105836138965083617346086082\
    8633653581300563073901772152099909803172849322115526609303052357756361647422301\
    26362619
    "i", 176, " = ",
    3366486976990959044634233525043282345952217473806831270078899777963988578750131\
    7261527465832176566087852691000679540593363324366401176344724018014532172037439\
    7134314952220454284266480504596653905362768111090008059
    "i", 202, " = ",
    6828046779268970776657768233698567984276232522051489956245767999246374131525255\
    2412379465736924715937207602284476756382165901328938182298422920765975867699672\
    0144136142235090786619216477369756132246017652314788042925132599037589636215181\
    0433019
    "i", 454, " = ",
    1872975588929836374042938036008377612079131825235270688301208488874753216671196\
    8705062759812346995025534904787823738859732730378163170781114161803332934965988\
    5629861135313063054246966257213626422691849579748334352927800840206147982519339\
    3720520921159817672963247548345349958197716540800790095573618613899162713499295\
    0000397378813600763731015622871590329821682095354994194066348461338042106517981\
    0609662698567301845507920030146162104039858193030681609613958578384326129514739\
    82374192367024383986850253624125958272304624247571630150111022242169094139

```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 15 Primzahlen SM_p , EZ9 situiert.

2.5 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(2+4*i)+7}$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(2+4*i)+7}$) and isprime ($2^{(2+4*i)+7}$)) then print (("i", i, " = ", $2^{(2+4*i)+7}$)) end_if: end_for:

```

    "i", 2, " = ", 1009
    "i", 3, " = ", 16369
    "i", 39, " = ", 365375409332725729550921208179070754913983135729

```

"i", 84, " = ",
 5599361855444510526393605701421110695304113743086623837249972752409479677950402\
 36345219373317901778929

"i", 411, " = ",
 3128764410597383450776976808042657891230695877466300988145732254664360110722373\
 9619096136483854389650162702895132975383561205974219861258658875651469777438296\
 9944723845762704044809057031607075069841896224517109019055603953297583853407979\
 2599890443623958416009352362170937600448529463537372147634019339610609734013470\
 2167436768433170388802798876654011365393785379172055142029468972958045846875438\
 5429095554423901139393283475301258912746516211974138792234205846564207134019545\
 6598462636976100081649

"i", 462, " = ",
 8044368900659986865145642164410452225898445753458275111961100256994644905673592\
 544002002302153344063854710097017677414996408274996531056548099387767339478615\
 7503353937191036539576593981948049571022966230770439956298226457886727483056942\
 2904889120465211294699971630095456984134159644617643111449406307073754896262089\
 7442269929008538560225335041098550074093978111258453573784843895586811248165677\
 0927975111937667481416961038461100336765740419544432637880591279259333245264067\
 8929203665078255805806793336492646736420902369288875891213441129924485145042511\
 4609

Anmerkung: In diesem Intervall sind 6 Primzahlen SM_p , EZ9 situiert

2.6 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(2+4*i)}+15$ im Intervall $i= 0$ bis 1000:

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(2+4*i)}+15$) and isprime ($2^{(2+4*i)}+15$))
 then print ("i", i, " = ", $2^{(2+4*i)}+15$) end_if: end_for:

"i", 0, " = ", 19

"i", 1, " = ", 79

"i", 2, " = ", 1039

"i", 5, " = ", 4194319

"i", 6, " = ", 67108879

"i", 7, " = ", 1073741839

"i", 10, " = ", 4398046511119

"i", 11, " = ", 70368744177679

"i", 49, " = ", 401734511064747568885490523085290650630550748445698208825359

"i", 77, " = ",

2085924839766513752338888384931203236916703635113918720651407820138886450957656\
 787131798913039

"i", 85, " = ",

8958978968711216842229769122273777112486581988938598139599956403855167484720643\
 781523509973086428463119

"i", 127, " = ",

3351951982485649274893506249551461531869841455148098344430890360930441007518386\
 744200468574541725856922507964546621512713438470702986642486608412251521039

"i", 136, " = ",

2303443862806116547998995715935222711741284924570581316147586853177260841303801\
 78960334883128519211886075950624436269830308263220413081440723597726029638938\
 2897679

"i", 970, " = ",

3966826150550754530112319010338652467900795504600459281388196156157964949024761\
 1731020043288568357340406875963375015036805290672721899883869212304786840639881\
 4493191869464488465475122474436607036866992620957550707805214632390475902484319\
 2361107835184997506096858773470977481699563875646518797811235622797201830892169\
 1308599898804607912040368409212351718812904077861717584173096704291837139324259

```
0021223927619364330376178592241086561602124822329677798932953784524362576675429\
9624891694899628489007795710852044240024078190585147188811452558342285915285463\
6936672126834379837192418659786058192985577843346165970295292192029546600990000\
3222040278118144261673577141724657073514937618333525178294077422049401995833459\
260998516553026788889904068897479038133780666725035802678802134923662320552190\
3060714863073023213879056976045771040647059856964277194402601096666827490450292\
5946601291093495027083647447740755074326992397801546260260316636563131546305668\
8699341980374190699920848738614682498317212561052471501476584267358030054758203\
7929033812761470523810427617104767414337154224828542939165586503886876574044705\
233822125437769268306849264315624956237814799293507363043016719
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 14 Primzahlen SF_p , EZ9 situiert.

3. Die Bestimmung von Primzahlen, die im Umfeld der Zahlen $n_g = 2^{3+4n}$ auftreten:

Anmerkung:

Hier werden nur vier Beispiele angeführt.

3.1 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(3+4*i)}-9$ im Intervall $i=0$ bis 1000 situiert sind:

```
• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(3+4*i)-9) and isprime (2^(3+4*i)-9))
then print (("i", i, " = ", 2^(3+4*i)-9)) end_if: end_for:
```

```
"i", 2, " = ", 2039
```

```
"i", 60, " = ",
```

```
14134776518227074636666380005943348126619871175004951664972849610340958199
```

```
"i", 62, " = ",
```

```
3618502788666131106986593281521497120414687020801267626233049500247285301239
```

```
"i", 140, " = ",
```

```
3019169939857233081793243664790615112733536976333152342700965040196499329913719\
0816689013801421270140331747000246110759198164677039398341060491474011461568349\
195162615799
```

```
"i", 174, " = ",
```

```
2630067950774186753620494941440064332775169901411586929749140451534366077148540\
4110568332681387942256134914844280891088565097161250919019315639073853259404249\
77611835564222299095831878942161358635646625867890679
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 5 Primzahlen SM_p , EZ9 situiert.

3.2 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(3+4*i)}+3$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

```
• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(3+4*i)+3) and isprime (2^(3+4*i)+3))
then print (("i", i, " = ", 2^(3+4*i)+3)) end_if: end_for:
```

```
"i", 0, " = ", 11
```

```
"i", 1, " = ", 131
```

```
"i", 3, " = ", 32771
```

```
"i", 13, " = ", 36028797018963971
```

```
"i", 16, " = ", 147573952589676412931
```

```
"i", 534, " = ",
```

```
8001303153100924247104732196883416239048548130052405150351687183009917783813377\
678566593779115291451069726599211334903772291278179494920058702555109507232617\
4031203650701758789407605796506997065317112741503966831320317843640665309857857\
9140924246992991312855168098168737332743646321305569312397620289153742965270001\
9753526386022144853194998410236025450252527573627379481326670557066923467148515\
7310467205083604059283262963454595425336884037197494061422348253014606418486463\
7228894206111718605030402756580427391807398515375648801820275288851187818639040\
9292095213882488664762289538400072746520519914934169714369457189054633839067516\
771802021891
```

"i", 547, " = ",

```
3603466589878369714562740778167435879668130237629809021356863321480884516303903\
6850034358814682355697821008484655675792902374629852545390425157797005133533703\
5390918240583534399999046384055231020343489996406594144283080905327839709130518\
0259566738845028741800269066138261319450438496608387409579499741788649769069416\
0004148081054259208650462517813389133071859672161224172500889657427208487539866\
9076830299285315060281844393910524238389117108597050256860192544152141743019634\
3546577386890195341773144947448472869694640483664119962911340509038673143194793\
8058480224037074528081778172914433902282175238903846500159243407931394385096203\
2180142988586528197677416451
```

"i", 591, " = ",

```
3451435300404882688550437964800386650454521871610001251288716617702635253437084\
1541962887882501289866325841638561707331766897031691050608333957460427033539970\
2944395358767029524717325536599985956636447451550167136283134524259849097820819\
9017430759162499374957910013045631839809098281507816245200763247013069133490860\
8531591427734030915851830575474874482280253468219207395528369339077139237178924\
6375569854962753986126867311284672818874623166311602260018213954795238335860865\
0248885921935904500040514050701624466725293436403143360629073317723351842683733\
5038979332193267723253000815065275439846928505916844052298665056194386833699440\
7772710736824439083185764592570645473250488824234497384127774261026756538694369\
31
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 8 Primzahlen SF_p , EZ1 situiert.

3.3 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(3+4*i)}-15$ im Intervall $i:= 0$ bis 1000:

```
• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(3+4*i)-15) and isprime (2^(3+4*i)-15))
then print (("i", i, " = ", 2^(3+4*i)-15)) end_if: end_for:
```

"i", 1, " = ", 113

"i", 5, " = ", 8388593

"i", 23, " = ", 39614081257132168796771975153

"i", 58, " = ",

55213970774324510299478046898216203619608871777363092441300193790394353

"i", 472, " = ",

```
1768975428879058759761412883100751228457176510890668569929915598232022789990455\
5431586836913287845443221358367872979473207346867126982420547707572296619290500\
3181589000732075010141311018984309108660760024374857138986626655202581289584330\
8156625515054299485003069249709455211777587535363878890919674022271893029855516\
0625188832926510838831244308078647730240103056301819264150539646566942363637581\
9828869973876440116388277012474707154666672205576635258806894095235155936828145\
5863816501290723633493109978873172023163336077665517400543466670522723873156884\
64694851244392433
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 5 Primzahlen SM_p , EZ3 situiert.

3.4 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(3+4*i)}+15$ im Intervall $i:= 0$ bis 1000:

```
• for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(3+4*i)+15) and isprime (2^(3+4*i)+15))
then print (("i", i, " = ", 2^(3+4*i)+15)) end_if: end_for:
```

"i", 0, " = ", 23

"i", 2, " = ", 2063

"i", 3, " = ", 32783

"i", 5, " = ", 8388623

"i", 38, " = ", 45671926166590716193865151022383844364247891983

"i", 50, " = ", 12855504354071922204335696738729300820177623950262342682411023

"i", 128, " = ",

```
1072624634395407767965921999856467690198349265647391470217884915497741122405883\
75814414994385335227421520254865491888406830031062495572559571469192048672783
```

"i", 390, " = ",

```
3235066577115070294531819968361914239053966194634110384461980945616500908346581\
2901693267177451321489560325805462379782508001558348248348423210712427399128587\
8310628167094662616223691281230181914258943006826185063003544899878166133222730\
683256654548979910340343826467242883395824354914066336610914156847116134415555\
4190591913984440137682316858261680920452433412935512205296745189603690746166513\
9744654591052601185535036609569335078232285100451894601039817927601378295823
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 8 Primzahlen SF_p , EZ3 situiert.

4. Die Bestimmung von Primzahlen, die im Umfeld der geraden Zahlen $n_g = 2^{4+4n}$ auftreten:

4.1 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(4+4*i)}-3$ im Intervall $i:= 0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(4+4*i)-3) and isprime (2^(4+4*i)-3)) then print (("i", i, " = ", 2^(4+4*i)-3)) end_if: end_for:

"i", 0, " = ", 13

"i", 2, " = ", 4093

"i", 4, " = ", 1048573

"i", 5, " = ", 16777213

"i", 28, " = ", 83076749736557242056487941267521533

"i", 83, " = ",

```
1399840463861127631598401425355277673826028435771655959312493188102369919487600\
59086304843329475444733
```

"i", 112, " = ",

```
1162941958872971024878918092620807254965826177099708896450384318689022860981436\
6773219056811420217048972200345700258846936553626057834493
```

"i", 433, " = ",

```
3873222737369624529943682915673412349514935994832801788523145562593142672261417\
5193984562185472422735345244370256191376501612778337709966367630231989298254814\
3998696270192457500864841179265090680428263111498167021530544936217200033002962\
929005595958294081095840130924394940047386508216518640956646037580253377038440\
8805692189538261497003082423405994316260534718304686005036294082579071834684490\
2076804128896990710971873048454703306145367213172208118714742590066216381793007\
5294599228831366432404455715716824388408480628733
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 8 Primzahlen SM_p , EZ3 situiert.

4.3 Die Bestimmung der Zwillinge mod 6 (SM_p , SF_p), ($2^{(4+4*i)}-3$, $2^{(4+4*i)}+3$) im Intervall $i:= 0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(4+4*i)-3) and isprime (2^(4+4*i)+3)) then print (("i", i, 2^(4+4*i)-3, " = ", 2^(4+4*i)+3)) end_if: end_for:

"i", 0, 13, " = ", 19

"i", 2, 4093, " = ", 4099

Anmerkung: In diesem Intervall sind in der Folge 4 zwei Zwillinge mod 6 situiert.

4.3 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(4+4*i)}+3$ im Intervall $i:= 0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime (2^(4+4*i)+3) and isprime (2^(4+4*i)+3)) then print (("i", i, " = ", 2^(4+4*i)+3)) end_if: end_for:

"i", 0, " = ", 19

```

"i", 2, " = ", 4099
"i", 3, " = ", 65539
"i", 6, " = ", 268435459
"i", 20, " = ", 19342813113834066795298819
"i", 56, " = ",
431359146674410236714672241392314090778194310760649159697657763987459
"i", 195, " = ",
1017458256970192607739235197558785674613152820177598291076089143640752752352543\
9562258044740099417557896316391896718201363966066977110847595769281085709884713\
8903161308502419410142185759152435680068435915159402496058513611411689167650819
"i", 425, " = ",
9018049429565725219304866426795284146244954305777330390464387746977486350250936\
8569554207347036392277444816125221996047770634243119764063431951757495520298402\
7561490121745638318510821972193873209013284909301826314838940594851039426873817\
4089360888950280102658644623412738880252899854016766513131200423418202849660163\
9328739115824600441854173372047940074141450967417764489157810068174898239515000\
5064914303126257636984514651016107076186144755157195308047213102845047558175883\
091660036899001903926128455371787862019
"i", 501, " = ",
2939214579902091582036052995014865879097133317347059713222765406273961629164468\
0034730482849702560509912216694758079047000246245398094216484503842717866321546\
0172772211999436801763274619494514870858053094562524786640935586934754211705131\
5866635938661655167911888957409508982517903956778228125804082440516642410724070\
0021377434209148110825999078639302784109824695476896212613634081852488010690884\
5781292048893428214830405175756437514347929224149123944676950789355316620691925\
9895604202498098104745742918537738894943385997525728932337460595428231060067395\
2044911495373010647749329399156163119321894151520259

```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 9 Primzahlen SF_p , EZ9 situiert.

4.4 Die Bestimmung der Primzahlen $SM_p = 2^{(4+4*i)}-5$ im Intervall $i=0$ bis 1000:

- for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(4+4*i)}-5$) and isprime ($2^{(4+4*i)}-5$)) then print ("i", i, " = ", $2^{(4+4*i)}-5$) end_if: end_for:

```

"i", 0, " = ", 11
"i", 1, " = ", 251
"i", 2, " = ", 4091
"i", 4, " = ", 1048571
"i", 7, " = ", 4294967291
"i", 8, " = ", 68719476731
"i", 13, " = ", 72057594037927931
"i", 283, " = ",
9334156416755229106450255389283100404226045798254516456633819209429885527968133\
2888468725491574053638177252970693220591040739453666742173233541285538041115853\
9802138847055390214687853958373327630799145693082091096315273713300074746536989\
3212326053290542578425579035014591186920702461547563636124964893682474143407160\
77187244639253515768692731
"i", 306, " = ",
4622050384501541079063198370564118606036557611490203003743065735166521106191233\
1915789662070059070341631819962354836873925128265520372150146410501950443897647\
0878297914755898724212073143639381033096898778631081370868724051861263951355707\
2749900038873486151696084416697258142197059285474066136970301829657013867090765\
986365597716572168322172422029426139705149135001747451
"i", 591, " = ",

```

```
6902870600809765377100875929600773300909043743220002502577433235405270506874168\
308392577565002579732651683277123414663533794063382101216667914920854067079940\
5888790717534059049434651073199971913272894903100334272566269048519698195641639\
8034861518324998749915820026091263679618196563015632490401526494026138266981721\
7063182855468061831703661150949748964560506936438414791056738678154278474357849\
2751139709925507972253734622569345637749246332623204520036427909590476671721730\
0497771843871809000081028101403248933450586872806286721258146635446703685367467\
007795866438653446506001630130550879693857011833688104597330112388773667398881\
5545421473648878166371529185141290946500977648468994768255548522053513077388738\
51
```

"i", 599, " = ",

```
2964760347899781341208136941058891966371430994776333248160823145368910613305789\
6071745763020211546130737140303459517093572448929302507587735050467757864649693\
5046858594479715738345467364856518143562563193206102470734007555612914096207105\
2691784888909477433012932976508384421527277600465174468302959020031980322586061\
1358410352990322033967308060679489114219724030518414224567136590309089568984373\
723751181208569833701706561779824300625327604726460130427583460035274205809575\
8576333459029903767170647704558392587731715105070991321100280777281602667965594\
4540842223398000964548803446913340423874914635792597540030976008162578733902417\
7663736163185805751165416483569137375444258463220131699965267987276097342929294\
919389413371
```

"i", 781, " = ",

```
4186262303346806822681645783176516874207813235850917721505678879089351982923103\
0054764892416524460005118798106773857203034579206823090772330147367730228441416\
8443826432913232866502947506294777326956880852295643920428069269934071756730256\
2443684266659054160206368929522089630810957790760799893728524201199164756910354\
8397290969882052258302197355815042233118810252274640853053140222477430116428093\
0437171784688858692118242754436095074529143359401694197036970101637169132364609\
4686842454306345929585634616000288373854816579301181761400183661009374850787953\
6982490032010725462295834470125094460702838187003943659872581888572330439129035\
6508153011896403523823859774171797878997239224609851387546938333460290003190538\
7234733135566416398083113902124902026104605369159716815560785271064587231938625\
5371109402874480344458541402507280032611912416419495769407811094883151368932805\
9602870298265649111012340014220883642612107603474965562218803737401491451
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 12 Primzahlen SM_p , EZ1 situiert.

4.5 Die Bestimmung der Primzahlen $SF_p = 2^{(4+4*i)+7}$ im Intervall $i = 0$ bis 1000:

• for i from 0 to 1000 do: if (isprime ($2^{(4+4*i)+7}$) and isprime ($2^{(4+4*i)+7}$)) then print ("i", i, " = ", $2^{(4+4*i)+7}$) end_if: end_for:

"i", 0, " = ", 23

"i", 1, " = ", 263

"i", 3, " = ", 65543

"i", 4, " = ", 1048583

"i", 6, " = ", 268435463

"i", 10, " = ", 17592186044423

"i", 21, " = ", 309485009821345068724781063

"i", 39, " = ", 1461501637330902918203684832716283019655932542983

"i", 50, " = ", 25711008708143844408671393477458601640355247900524685364822023

"i", 146, " = ",

101306532443383617151181832609647489038389800591856369628800227756507034036354\
5279296159787468515122773920621609621067339831911805204529560270690512973544157\
86421338721071661063

"i", 471, " = ",

2211219286098823449701766103875939035571470638613335712412394497790028487488069\
4289483546141609806804026697959841224341509183583908728025684634465370774113125\
3976986250915093762676638773730386385825950030468571423733283319003226611980413\
5195781893817874356253836562136819014721984419204848613649592527839866287319395\
0781486041158138548539055385098309662800128820377274080188174558208677954546977\
478608746734555014548534626559338394333340256970794073508617619043944921035181\
98297702662613404541866387473591465028954170097081896750679333338153404841446105\

8086856405549063

"i", 661, " = ",

```
1340999198325265977531057696505474075750917474693494759280445062528645960636228\
1247811438193748175997520790005354780710968068977706044628782663951797806700281\
9520515107551078486564217685327517119578325574196324124555125293923015531373227\
5780879757386508575053798956375334268071854074177493776964505803077847762408028\
2751311242105746428861126284934493769771216534832284717541506117446076227736557\
2146653026842769921577536116092303813376511179391177464484686174289970291197006\
8030277007317481114624788226836818528202025061374685593101550486657164303737737\
3718889045213570580955218833382544551793410034209958019538847516219940138440864\
2584026225894691019971875284965848285529892074800645908358421067089258175496820\
270191535858105066214773784035111692689096865461430777153004056440684448703632\
70086663
```

"i", 965, " = ",

```
1513224086971570789380004505286656367454832269516166412883070433104692439660934\
8957450883212497084556734800706243520750734440106476554826305088922419296508743\
8390042064462466608228730191969530882593915031798382075426183560329618798249938\
6734431394647597315253013142956152908973527479418380278706068276518707973820560\
1237716636201708950821063388523998916173135405678450616521109277455077033738807\
2975625582740541202688666760345873474732255867893096084187680734452958136243984\
2081028631172038455584638866749589630136138225778635859989720366799272886385140\
8743542528852226195218055213846610333627959382379976642721287609874552383800506\
7147079573867089943570547920884955243497824714024934836690550774402390287717231\
4685815874302012591896020534094802489522468821229948350020905355424370697232128\
2600675530652245793868658819597538391360114996705733182679214895884257312946431\
1960831180989645014604052523704816846590802153702372078041197447419407480737941\
3108574669027019767731036658712265967680821442051876640883096415465557119277268\
9029325032333934983753367468683154073462354364329735923448786355547667150133020\
4901970388175084183909794862043857407523402402090100719623
```

Anmerkung: In diesem Intervall sind 13 Primzahlen SF_p , EZ_3 situiert.

Schlussfolgerungen:

1. Mit den heute verfügbaren Test-Programmen und unter Beachtung der vier Folgen, in denen die geraden Zahlen $n_g = 2^n$ (zyklisch) auftreten, können Primzahlen vom Typ SM_p und SF_p mit vorgegebenen Endziffern relativ schnell bestimmt werden.
 2. Die hier angewandte (und demonstrierte) Methode kann als eine "vertikale Primzahl-Suche" bezeichnet werden.
 3. Sofern bestimmte Zahlen $n_g = 2^n$ der vier Folgen vorgegeben werden, können die in definierten Intervallen in der Umgebung dieser geraden Zahlen auftretenden Primzahlen bestimmt werden. Dieses "Primzahl - Bestimmungs-Verfahren" kann als "horizontale Primzahl-Suche" bezeichnet werden.
 4. Nachfolgend werden vier Beispiele für die "horizontale Primzahl-Suche" vorgestellt.
-
5. Die "horizontale" Bestimmung von Primzahlen im Umfeld gerader Zahlen $n_g = 2^n$.
- 5.1 Die Bestimmung der Primzahlen im Intervall $i = -500$ bis $+1000$, die im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2000}$ auftreten:

• for i from -500 to +1000 do: if isprime ($2^{2000}+i$)
then print ("i", i, " = ", $2^{2000}+i$) end_if: end_for:

"i", 841, " = ",

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149030217
```

"i", 925, " = ",

(84)

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149030301
```

Anmerkung:

- Im Umfeld der Zahl $n_8 = 2^{2000}$ sind im Intervall $i := -500$ bis $+1000$ zwei Primzahlen mit den Endziffern: EZ1 und EZ7 situiert.

5.2

- for i from -500 to +1000 do: if isprime (2^{2001+i})
then print ("i", i, " = ", 2^{2001+i}) end_if: end_for:

"i", 137, " = ",

```
2296261390548509048465666402355363968044635404177390400955285473651532522784740\
6277133189726330125398368919292779749255468942379217261106628518627123333063707\
8259978290624560001377558296480089742857853980126972489563230927292776727894634\
0520809327079418099931163247976178892592112466232990723284439406653626883378179\
6891701120475896961582811780186955300085800543341325166104401626447256258352253\
5766634413197990792836254043559716808084319706366503081778867804183841109915567\
1793440783201639144332611655107608511674520310566975728388641090178305515677652\
50350871057601645685541635930907524369702298058889
```

"i", 641, " = ",

(504)

```
2296261390548509048465666402355363968044635404177390400955285473651532522784740\
6277133189726330125398368919292779749255468942379217261106628518627123333063707\
8259978290624560001377558296480089742857853980126972489563230927292776727894634\
0520809327079418099931163247976178892592112466232990723284439406653626883378179\
6891701120475896961582811780186955300085800543341325166104401626447256258352253\
5766634413197990792836254043559716808084319706366503081778867804183841109915567\
1793440783201639144332611655107608511674520310566975728388641090178305515677652\
50350871057601645685541635930907524369702298059393
```

Anmerkung:

- Im Umfeld der geraden Zahl $n_8 = 2^{2001}$ sind im Intervall $i := -500$ bis $+1000$ zwei Primzahlen mit den Endziffern: EZ3 und EZ9 situiert.

5.3 Die Bestimmung der Primzahlen im Intervall $i := -500$ bis $+1000$, die im Umfeld der geraden Zahl $n_8 = 2^{2002}$: auftreten.

- for i from -500 to +1000 do: if isprime (2^{2002+i})
then print ("i", i, " = ", 2^{2002+i}) end_if: end_for:

"i", -297, " = ",

```
4592522781097018096931332804710727936089270808354780801910570947303065045569481\
2554266379452660250796737838585559498510937884758434522213257037254246666127415\
651995658124912000275511659296017948571570796025394497912646185458553455789268\
1041618654158836199862326495952357785184224932465981446568878813307253766756359\
3783402240951793923165623560373910600171601086682650332208803252894512516704507\
1533268826395981585672508087119433616168639412733006163557735608367682219831134\
3586881566403278288665223310215217023349040621133951456777282180356611031355305\
00701742115203291371083271861815048739404596117207
```

Anmerkung: Im Umfeld der Zahl $n_8 = 2^{2002}$ ist im Intervall $i := -500$ bis $+1000$ eine Primzahl mit der Endziffer EZ7 situiert.

5.4 Die Bestimmung der im Umfeld der geraden Zahl $n_8 = 2^{2003}$ situierten Primzahlen:

- for i from -500 to +1000 do: if isprime (2²⁰⁰³+i)
then print ("i", i, " = ", 2²⁰⁰³+i) end_if: end_for:

"i", 533, " = ",

```
9185045562194036193862665609421455872178541616709561603821141894606130091138962\
510853275890532050159347567717118997021875769516869044426514074508493332254831\
3039913162498240005510233185920358971431415920507889958252923709171106911578536\
2083237308317672399724652991904715570368449864931962893137757626614507533512718\
7566804481903587846331247120747821200343202173365300664417606505789025033409014\
3066537652791963171345016174238867232337278825466012327115471216735364439662268\
7173763132806556577330446620430434046698081242267902913554564360713222062710610\
01403484230406582742166543723630097478809192235541
```

Anmerkung:

1. Im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2003}$ ist im Intervall $i = -500$ bis $+1000$ nur eine Primzahl mit der Endziffer EZ1 situiert.

5.5 Die Bestimmung der Primzahlen im Intervall $i = -500$ bis $+1000$, die im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2004}$ auftreten:

- for i from -500 to +1000 do: if isprime (2²⁰⁰⁴+i)
then print ("i", i, " = ", 2²⁰⁰⁴+i) end_if: end_for:

"i", -213, " = ",

```
1837009112438807238772533121884291174435708323341912320764228378921226018227792\
5021706551781064100318695135434223799404375153903373808885302814901698666450966\
2607982632499648001102046637184071794286283184101577991650584741834221382315707\
2416647461663534479944930598380943114073689972986392578627551525322901506702543\
7513360896380717569266249424149564240068640434673060132883521301157805006681802\
8613307530558392634269003234847773446467455765093202465423094243347072887932453\
7434752626561311315466089324086086809339616248453580582710912872142644412542122\
002806968460813165484333087447260194957618384469803
```

"i", 823, " = ",

(1036)

```
1837009112438807238772533121884291174435708323341912320764228378921226018227792\
5021706551781064100318695135434223799404375153903373808885302814901698666450966\
2607982632499648001102046637184071794286283184101577991650584741834221382315707\
2416647461663534479944930598380943114073689972986392578627551525322901506702543\
7513360896380717569266249424149564240068640434673060132883521301157805006681802\
8613307530558392634269003234847773446467455765093202465423094243347072887932453\
7434752626561311315466089324086086809339616248453580582710912872142644412542122\
002806968460813165484333087447260194957618384470839
```

"i", 967, " = ",

(144)

```
1837009112438807238772533121884291174435708323341912320764228378921226018227792\
5021706551781064100318695135434223799404375153903373808885302814901698666450966\
2607982632499648001102046637184071794286283184101577991650584741834221382315707\
2416647461663534479944930598380943114073689972986392578627551525322901506702543\
7513360896380717569266249424149564240068640434673060132883521301157805006681802\
8613307530558392634269003234847773446467455765093202465423094243347072887932453\
7434752626561311315466089324086086809339616248453580582710912872142644412542122\
002806968460813165484333087447260194957618384470983
```

Anmerkung:

1. Im Intervall $i = -500$ bis $+1000$ sind im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2004}$ drei Primzahlen mit den Endziffern: EZ3, EZ9 situiert.
2. Diese drei Primzahlen bilden Zwillinge mod $2n$, $n > 1$, die in der Tabelle in Klammern vermerkt wurden,

5.6

- for i from -500 to +1000 do: if isprime (2²⁰⁰⁵+i)
then print ("i", i, " = ", 2²⁰⁰⁵+i) end_if: end_for:

"i", -235, " = ",

```
3674018224877614477545066243768582348871416646683824641528456757842452036455585\
0043413103562128200637390270868447598808750307806747617770605629803397332901932\
5215965264999296002204093274368143588572566368203155983301169483668442764631414\
4833294923327068959889861196761886228147379945972785157255103050645803013405087\
5026721792761435138532498848299128480137280869346120265767042602315610013363605\
7226615061116785268538006469695546892934911530186404930846188486694145775864907\
4869505253122622630932178648172173618679232496907161165421825744285288825084244\
005613936921626330968666174894520389915236768939797
```

"i", 27, " = ",

(262)

```
3674018224877614477545066243768582348871416646683824641528456757842452036455585\
0043413103562128200637390270868447598808750307806747617770605629803397332901932\
5215965264999296002204093274368143588572566368203155983301169483668442764631414\
4833294923327068959889861196761886228147379945972785157255103050645803013405087\
5026721792761435138532498848299128480137280869346120265767042602315610013363605\
7226615061116785268538006469695546892934911530186404930846188486694145775864907\
4869505253122622630932178648172173618679232496907161165421825744285288825084244\
005613936921626330968666174894520389915236768940059
```

"i", 251, " = ",

(224)

```
3674018224877614477545066243768582348871416646683824641528456757842452036455585\
0043413103562128200637390270868447598808750307806747617770605629803397332901932\
5215965264999296002204093274368143588572566368203155983301169483668442764631414\
4833294923327068959889861196761886228147379945972785157255103050645803013405087\
5026721792761435138532498848299128480137280869346120265767042602315610013363605\
7226615061116785268538006469695546892934911530186404930846188486694145775864907\
4869505253122622630932178648172173618679232496907161165421825744285288825084244\
005613936921626330968666174894520389915236768940283
```

"i", 279, " = ",

(28)

```
3674018224877614477545066243768582348871416646683824641528456757842452036455585\
0043413103562128200637390270868447598808750307806747617770605629803397332901932\
5215965264999296002204093274368143588572566368203155983301169483668442764631414\
4833294923327068959889861196761886228147379945972785157255103050645803013405087\
5026721792761435138532498848299128480137280869346120265767042602315610013363605\
7226615061116785268538006469695546892934911530186404930846188486694145775864907\
4869505253122622630932178648172173618679232496907161165421825744285288825084244\
005613936921626330968666174894520389915236768940311
```

Anmerkung:

1. Im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2005}$ sind im Intervall $i := -500$ bis $+1000$ vier Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9 situiert.

5.7 Die Bestimmung der Primzahlen im Intervall $i := -500$ bis $+1000$, die im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2006}$ auftreten:

- for i from -500 to +1000 do: if isprime ($2^{2006}+i$) then print ("i", i, " = ", $2^{2006}+i$) end_if: end_for:

"i", -57, " = ",

```
7348036449755228955090132487537164697742833293367649283056913515684904072911170\
0086826207124256401274780541736895197617500615613495235541211259606794665803865\
0431930529998592004408186548736287177145132736406311966602338967336885529262828\
966658984665413791977922393523772456294759891945570314510206101291606026810175\
0053443585522870277064997696598256960274561738692240531534085204631220026727211\
4453230122233570537076012939391093785869823060372809861692376973388291551729814\
9739010506245245261864357296344347237358464993814322330843651488570577650168488\
011227873843252661937332349789040779830473537880007
```

"i", 943, " = ",

(1000)

```
7348036449755228955090132487537164697742833293367649283056913515684904072911170\
0086826207124256401274780541736895197617500615613495235541211259606794665803865\
0431930529998592004408186548736287177145132736406311966602338967336885529262828\
966658984665413791977922393523772456294759891945570314510206101291606026810175\
0053443585522870277064997696598256960274561738692240531534085204631220026727211\
4453230122233570537076012939391093785869823060372809861692376973388291551729814\
9739010506245245261864357296344347237358464993814322330843651488570577650168488\
011227873843252661937332349789040779830473537880007
```

011227873843252661937332349789040779830473537881007

Anmerkung:

1. Im Intervall $i := -500$ bis $+1000$ sind im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2006}$ zwei Primzahlen mit den Endziffern: EZ7 situiert, die einen Zwilling mod 1000 bilden.

- 5.8 Die Bestimmung der Primzahlen im Intervall $i := -500$ bis $+1000$, die im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2007}$ auftreten:

Anmerkung:

In diesem Intervall ist im Umfeld von $n_g = 2^{2007}$ keine Primzahl situiert. Das Intervall wurde deshalb zu $i := -2500$ bis $+2500$ erweitert:

```
• for i from -2500 to +2500 do: if isprime (2^2007+i)
  then print ("i", i, " = ", 2^2007+i) end_if: end_for:
```

```
"i", -2499, " = ",
```

```
1469607289951045791018026497507432939548566658673529856611382703136980814582234\
0017365241424851280254956108347379039523500123122699047108242251921358933160773\
0086386105999718400881637309747257435429026547281262393320467793467377105852565\
7933317969330827583955944478704754491258951978389114062902041220258321205362035\
0010688717104574055412999539319651392054912347738448106306817040926244005345442\
2890646024446714107415202587878218757173964612074561972338475394677658310345962\
9947802101249049052372871459268869447471692998762864466168730297714115530033697\
6022455747686505323874664699578081559660947075757629
```

```
"i", -2265, " = ",
```

(234)

```
1469607289951045791018026497507432939548566658673529856611382703136980814582234\
0017365241424851280254956108347379039523500123122699047108242251921358933160773\
0086386105999718400881637309747257435429026547281262393320467793467377105852565\
7933317969330827583955944478704754491258951978389114062902041220258321205362035\
0010688717104574055412999539319651392054912347738448106306817040926244005345442\
2890646024446714107415202587878218757173964612074561972338475394677658310345962\
9947802101249049052372871459268869447471692998762864466168730297714115530033697\
6022455747686505323874664699578081559660947075757863
```

```
"i", 1883, " = ",
```

(4148)

```
1469607289951045791018026497507432939548566658673529856611382703136980814582234\
0017365241424851280254956108347379039523500123122699047108242251921358933160773\
0086386105999718400881637309747257435429026547281262393320467793467377105852565\
7933317969330827583955944478704754491258951978389114062902041220258321205362035\
0010688717104574055412999539319651392054912347738448106306817040926244005345442\
2890646024446714107415202587878218757173964612074561972338475394677658310345962\
9947802101249049052372871459268869447471692998762864466168730297714115530033697\
6022455747686505323874664699578081559660947075762011
```

Anmerkung:

1. Im erweiterten Intervall $i := -2500$ bis $+2500$ sind in der Umgebung der Zahl $n_g = 2^{2007}$ drei Primzahlen: p_1, p_2, p_3 mit den Endziffern EZ9, EZ3, EZ1 situiert.
2. Die Primzahlen (p_2, p_3) bilden einen Zwilling mod 4148.

- 5.9 Die Bestimmung der im Intervall $i := -500$ bis $+1000$ in Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2008}$ situierten Primzahlen:

```
• for i from -2500 to +2500 do: if isprime (2^2008+i)
  then print ("i", i, " = ", 2^2008+i) end_if: end_for:
```

```
"i", 3, " = ",
```

```
2939214579902091582036052995014865879097133317347059713222765406273961629164468\
0034730482849702560509912216694758079047000246245398094216484503842717866321546\
017277221199436801763274619494514870858053094562524786640935586934754211705131\
5866635938661655167911888957409508982517903956778228125804082440516642410724070\
0021377434209148110825999078639302784109824695476896212613634081852488010690884\
5781292048893428214830405175756437514347929224149123944676950789355316620691925\
9895604202498098104745742918537738894943385997525728932337460595428231060067395\
2044911495373010647749329399156163119321894151520259
```

```
"i", 81, " = ",
```

(78)

2939214579902091582036052995014865879097133317347059713222765406273961629164468\
 0034730482849702560509912216694758079047000246245398094216484503842717866321546\
 0172772211999436801763274619494514870858053094562524786640935586934754211705131\
 5866635938661655167911888957409508982517903956778228125804082440516642410724070\
 0021377434209148110825999078639302784109824695476896212613634081852488010690884\
 5781292048893428214830405175756437514347929224149123944676950789355316620691925\
 9895604202498098104745742918537738894943385997525728932337460595428231060067395\
 2044911495373010647749329399156163119321894151520337

Anmerkung:

1. Im Intervall $i = -500$ bis $+1000$ sind im Umfeld der geraden Zahl $n_g = 2^{2008}$ zwei Primzahlen mit den Endziffern: EZ7 und EZ9 situiert.

Die Schlussfolgerungen für die Bestimmung sehr großer Primzahlen im Umfeld von $n_g = 2^n$ ($n \rightarrow \infty$):

1. Durch den "Rückgriff" auf die erweiterten Beweis-Gleichungen des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie, die in Tab. 1 angegeben wurden, und durch die in dieser Monographie eingeführte Gliederung der Zahlen $n_g = 2^n$ in die vier Folgen: Folge 1 (EZ2), Folge 2 (EZ4), Folge 3 (EZ8) und Folge 4 (EZ6), sind neue Grundlagen für die Bestimmung sehr großer Primzahlen vom Typ: $SM_p = 2^n - n_u$ und vom Typ: $SF_p = 2^n + n_u$ mit vorbestimmten Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9 geschaffen worden.
2. Für die Bestimmung sehr großer Primzahlen, die in den Umgebungen der Zahlen $n_g = 2^n$, $n \rightarrow \infty$, auftreten, bieten sich zwei Methoden an - die "vertikale Methode" und die "horizontale Methode".
3. Die "vertikale Methode" bietet die Möglichkeit sehr große Primzahlen vom Typ: $SM_p = 2^n - n_u$ und $SF_p = 2^n + n_u$ mit "vor-definierten" Endziffern zu bestimmen, und dabei die subtrahierten bzw. die addierten ungeraden Zahlen (n_u) auszuschließen, die zu nicht primen Zahlen mit der Endziffer EZ5 führen bzw. zu ungeraden Zahlen (n_u), die durch 3 teilbar sind. Das hier mögliche Vorgehen kann an zwei Beispielen erläutert werden:

Beispiel 1: Es soll hier definiert werden, welche ungeraden Zahlen (n_u) bei der Addition bzw. bei der Subtraktion zu den geraden Zahlen der Folge 1 := $2^{(1+4*n)}$ niemals Primzahlen ergeben können. Dabei genügt der Nachweis für die Zahl $n_g = 2^5 = 32$.

1. $n_u = 32 - 7 = 25$... Die Subtraktion der Zahl 7 führt in der Folge 1 stets zu nicht primen Zahlen.
 $= 32 - 17 = 15$
 usw.
2. $n_u = 32 + 3 = 35$... Die Addition der Zahl 3 führt in der Folge 1 stets zu nicht primen Zahlen.
 $= 32 + 13 = 45$
 usw.
3. $n_u = 32 + 7 = 39$ QS = 12; dagegen ist $n_u = 32 + 19 = 41$ eine Primzahl
4. $n_u = 32 + 19 = 51$ QS = 6; dagegen ist $n_u = 32 + 29 = 61$ eine Primzahl

Beispiel 2: Es wird hier definiert, welche ungeraden Zahlen (n_u) bei der Addition bzw. bei der Subtraktion zu den geraden Zahlen der Folge 2 := $2^{(2+4*i)}$ niemals Primzahlen ergeben können. Dabei genügt der Nachweis für die Zahl $n_g = 2^6 = 64$.

1. $n_u = 64 + 1 = 65$
 $64 + 11 = 75$
 usw.
2. $n_u = 64 - 9 = 55$
 $64 - 19 = 45$
 usw.

Für die Zahlen der *Folge 3* $:= 2^{(3+4*i)}$, EZ8 ergeben sich die Zahlen $:= -3, -13, \dots$ und die Zahlen $:= +7, +17, \dots$, die bei Zufügung zu den Zahlen dieser *Folge* keine Primzahlen bilden können.

Für die Zahlen der *Folge 4* $:= 2^{(4+4*i)}$, EZ6 ergeben sich die Zahlen $:= -1, -11, \dots$ und die Zahlen $:= +9, +19, \dots$, die bei Zufügung zu den Zahlen dieser *Folge* keine Primzahlen bilden können.

6. Die Modifikation des Verfahrens zur Bestimmung sehr großer Primzahlen mit definierten Endziffern mit dem MuPAD - Testprogramm:

Unter Beachtung der (im "vertikalen Testverfahren" bereits erkannten und einzuhaltenden Restriktionen bei der Addition bzw. Subtraktion von ungeraden Zahlen zu den geraden Zahlen der *Folgen* $:= 2^{(1+4*i)}$, $2^{(2+4*i)}$, $2^{(3+4*i)}$ und $2^{(4+4*i)}$), lassen sich Primzahlen vom Typ: SM_p und SF_p mit definierten Endziffern auch im "horizontalen Testverfahren" bestimmen. Diese Methode hat den Vorteil, dass mehrere Rechner parallel an der Bestimmung großer Primzahlen mit vorgegebener Endziffer beteiligt sein können.

Das derart modifizierte "horizontale Testverfahren" wird nachfolgend an einigen Beispielen demonstriert:

6.1 Die Bestimmung von Primzahlen mit der Endziffer EZ1 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^{2000}$:

```
• for i from 0 to 1000 do: if isprime (2^2000+5+10*i) then print
  ("i", i, 5+10*i, " = ", 2^2000+5+10*i) end_if: end_for:
```

```
"i", 92, 925, " = ",
```

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149030301
```

```
"i", 785, 7855, " = ",
```

(6930)

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149037231
```

Anmerkung:

In diesem Intervall sind 2 660-stellige Primzahlen mit der Endziffer EZ1 in einem Zwilling mod 6930 situiert.

6.2 Die Bestimmung von Primzahlen mit der Endziffer EZ3 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^{2000}$:

```
• for i from 501 to 1501 do: if isprime (2^2000+7+10*i)
  then print ("i", i, 7+10*i, " = ", 2^2000 +7 +10*i) end_if: end_for:
```

```
"i", 501, 5017, " = ",
```

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149034393
```

```
"i", 1238, 12387, " = ",
```

(7370)

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
```

8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149041763

"i", 1334, 13347, " = ", (960)

1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
 3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
 9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
 0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
 8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149042723

"i", 1389, 13897, " = ", (550)

1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
 3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
 9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
 0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
 8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149043273

"i", 1484, 14847, " = ", (950)

1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
 3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
 9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
 0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
 8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149044223

Anmerkung: In diesem Intervall sind fünf 660-stellige Primzahlen mit der Endziffer EZ3 situiert.

6.3 Die Bestimmung von Primzahlen mit der Endziffer EZ7 im Umfeld der Zahl $n_6 = 2^2000$:

• for i from 0 to 1000 do: if isprime ($2^{2000}+1+10*i$)
 then print ("i", i, $1+10*i$, " = ", $2^{2000}+1+10*i$) end_if: end_for:

"i", 84, 841, " = ",

1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
 3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
 9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
 0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
 8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149030217

"i", 524, 5241, " = ", (4400)

1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
 3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
 9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
 0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
 8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149034617

Anmerkung:
 In diesem Intervall sind 2 Primzahlen mit der Endziffer EZ7 situiert, die einen Zwilling mod 4400 bilden.

6.4 Die Bestimmung von Primzahlen mit der Endziffer EZ9 im Umfeld der Zahl $n_6 = 2^2000$:

• for i from 0 to 1000 do: if isprime ($2^{2000}+3+10*i$)
 then print ("i", i, $3+10*i$, " = ", $2^{2000}+3+10*i$) end_if: end_for:

"i", 453, 4533, " = ",

1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
 3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
 9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
 0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
 8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
 7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
 5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
 25175435528800822842770817965453762184851149034617

```
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149033909
```

"i", 597, 5973, " = ",

(1440)

```
1148130695274254524232833201177681984022317702088695200477642736825766261392370\
3138566594863165062699184459646389874627734471189608630553314259313561666531853\
9129989145312280000688779148240044871428926990063486244781615463646388363947317\
0260404663539709049965581623988089446296056233116495361642219703326813441689089\
8445850560237948480791405890093477650042900271670662583052200813223628129176126\
7883317206598995396418127021779858404042159853183251540889433902091920554957783\
5896720391600819572166305827553804255837260155283487864194320545089152757838826\
25175435528800822842770817965453762184851149035349
```

Anmerkung:

In diesem Intervall sind 2 Primzahlen mit der Endziffer EZ9 situiert, die einen Zwilling mod 1440 bilden.

Für den Nachweis der Effizienz des "modifizierten - horizontalen - Testverfahrens" werden im Beispiel 6. 5 die Primzahlen mit der Endziffer EZ3 bestimmt, die im Intervall: $1 + 10 \cdot i$ für $i := 0$ bis 1000 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^5000$ situiert sind. In den Beispielen: 6. 6, 6. 7, 6. 8 und 6. 9 werden systematisch die Primzahlen mit den Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^1000$ bestimmt.

6. 5 Die Bestimmung der Primzahlen mit der Endziffer EZ3 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^5000$ im Intervall: $2^5000 + 7 + 10 \cdot i$ für $i := 0$ bis 1000:

```
• for i from 0 to 1000 do: if isprime (2^5000+7+10*i)
then print ("i",i, 7+10*i, " = ", 2^5000 +7 +10*i) end_if: end_for:
```

"i", 215, 2157, " = ",

```
1412467032139426036835209667016147333668896175184541116813688085857118169842707\
5125580891263167115263733560320843136608276420383806997933833597118572663992343\
105177851865399011877999645131707069373498212631323752553111215372844035950900\
5359548607334184534055755667368015655874054646996404990508496994723579009056175\
7137661822821643421318152099155667712649865178220417406183093923917686134138329\
4018240225838692725596147005144243281075275629495339093813198966735633606329691\
023842454125835888656873133981287240980088380736682218042644329108940307890202\
1944057819848826733976823887227990215742030724757051042384586887259673589180581\
8727796435753018518086641356012851302546726823009250218328018251907340245449863\
1832656379878621985110463629854619495872811191399072280043859428809539588165545\
6762529608691688577482893444994136241658867532694033256110366455698262220683447\
4219811081872404929503481991376740379825998791411879802717583885498575115299471\
7434692411170702303981033786152327937102909926564448428955118303557331520208041\
5792009004181195188045670551546834944618273174232768598927760762070952587831876\
6488368348965015474997864119765441433356928012344111765735336393557879214937004\
3475682086659587177640592935928875142928435570470891648764831166156918862038129\
975556901718921697337552244690324750787978309013215799401273372106943728343992\
2280274060798234786740434893458120198341101033812506720046609891160700284002100\
9804529640397887043353026193375978620521922803714811321641471865141690909171919\
11533
```

"i", 314, 3147, " = ",

(990)

```
1412467032139426036835209667016147333668896175184541116813688085857118169842707\
5125580891263167115263733560320843136608276420383806997933833597118572663992343\
105177851865399011877999645131707069373498212631323752553111215372844035950900\
5359548607334184534055755667368015655874054646996404990508496994723579009056175\
7137661822821643421318152099155667712649865178220417406183093923917686134138329\
4018240225838692725596147005144243281075275629495339093813198966735633606329691\
023842454125835888656873133981287240980088380736682218042644329108940307890202\
1944057819848826733976823887227990215742030724757051042384586887259673589180581\
8727796435753018518086641356012851302546726823009250218328018251907340245449863\
1832656379878621985110463629854619495872811191399072280043859428809539588165545\
6762529608691688577482893444994136241658867532694033256110366455698262220683447\
4219811081872404929503481991376740379825998791411879802717583885498575115299471\
7434692411170702303981033786152327937102909926564448428955118303557331520208041\
5792009004181195188045670551546834944618273174232768598927760762070952587831876\
6488368348965015474997864119765441433356928012344111765735336393557879214937004\
3475682086659587177640592935928875142928435570470891648764831166156918862038129\
975556901718921697337552244690324750787978309013215799401273372106943728343992\
2280274060798234786740434893458120198341101033812506720046609891160700284002100\
9804529640397887043353026193375978620521922803714811321641471865141690909171919\
11533
```

9804529640397887043353026193375978620521922803714811321641471865141690909171919\
12523

"i", 863, 8637, " = ",

(5490)

1412467032139426036835209667016147333668896175184541116813688085857118169842707\
5125580891263167115263733560320843136608276420383806997933833597118572663992343\
1051777851865399011877999645131707069373498212631323752553111215372844035950900\
5359548607334184534055755667368015655874054646996404990508496994723579009056175\
7137661822821643421318152099155667712649865178220417406183093923917686134138329\
4018240225838692725596147005144243281075275629495339093813198966735633606329691\
023842454125835888656873133981287240880088380736682218042644329108940307890202\
1944057819848826733976823887227990215742030724757051042384586887259673589180581\
8727796435753018518086641356012851302546726823009250218328018251907340245449863\
1832656379878621985110463629854619495872811191399072280043859428809539588165545\
676252960869168857748289344499413624165886753269403325611036645569826220683447\
4219811081872404929503481991376740379825998791411879802717583885498575115299471\
7434692411170702303981033786152327937102909926564448428955118303557331520208041\
5792009004181195188045670551546834944618273174232768598927760762070952587831876\
6488368348965015474997864119765441433356928012344111765735336393557879214937004\
3475682086659587177640592935928875142928435570470891648764831166156918862038129\
975569017189216973375522446903247507879783090132157994012733721069437728343992\
2280274060798234786740434893458120198341101033812506720046609891160700284002100\
9804529640397887043353026193375978620521922803714811321641471865141690909171919\
18013

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind drei 1506-stellige Primzahlen mit der Endziffer EZ3 situiert.
2. Diese Primzahlen sind größer als die bis zum Jahr 1961 bestimmte Primzahl $M_{p,20}$.

6. 6 Die Bestimmung der Primzahlen mit der Endziffer EZ1 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^{1000}$ im Intervall $2^{1000} + 5 + 10 \cdot i$ für $i = 0$ bis 2000:

• for i from 0 to 2000 do: if isprime ($2^{1000} + 5 + 10 \cdot i$)
then print ("i", i, $5 + 10 \cdot i$, " = ", $2^{1000} + 5 + 10 \cdot i$) end_if: end_for:

"i", 647, 6475, " = ",

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
934567748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668075851

"i", 1363, 13635, " = ",

(7160)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
934567748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668083011

"i", 1600, 16005, " = ",

(2370)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
934567748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668085381

Anmerkung: In diesem Intervall sind drei 302-stellige Primzahlen mit der Endziffer EZ1 situiert.

6. 7 Die Bestimmung der Primzahlen mit der Endziffer EZ3 im Umfeld der Zahl $n_g = 2^{1000}$ im Intervall $2^{1000} + 7 + 10 \cdot i$ für $i = 0$ bis 2000:

• for i from 0 to 2000 do: if isprime ($2^{1000} + 7 + 10 \cdot i$)
then print ("i", i, $7 + 10 \cdot i$, " = ", $2^{1000} + 7 + 10 \cdot i$) end_if: end_for:

"i", 29, 297, " = ",

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
934567748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668069673

"i", 957, 9577, " = ",

(9280)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
934567748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668069673

1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668078953

"i", 1062, 10627, " = ", (1050)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668080003

"i", 1083, 10837, " = ", (200)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668080213

Anmerkung: In diesem Intervall sind vier Primzahlen mit der Endziffer EZ3 situiert.

6.8 Die Bestimmung der Primzahlen mit der Endziffer EZ7 im Umfeld der Zahl $n_3 = 2^{1000}$ im Intervall $2^{1000}+1+10^i$ für $i=0$ bis 2000:

```

• for i from 0 to 2000 do: if isprime (2^1000+1+10*i)
  then print ("i", i, 1+10*i, " = ", 2^1000+1+10*i) end_if: end_for:
    
```

"i", 408, 4081, " = ",

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668073457

"i", 1022, 10221, " = ", (6140)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668079597

"i", 1356, 13561, " = ", (3340)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668082937

"i", 1592, 15921, " = ", (2360)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668085297

"i", 1782, 17821, " = ", (1900)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668087197

"i", 1827, 18271, " = ", (4509)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668087647

"i", 1913, 19131, " = ", (860)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\
 9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
 43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668088507

"i", 1991, 19911, " = ", (780)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\
 1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803

9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668089287.

Anmerkung: In diesem Intervall sind 8 Primzahlen mit der Endziffer EZ7 situiert.

6.9 Die Bestimmung der Primzahlen mit der Endziffer EZ9 im Umfeld der Zahl $n_8 = 2^{1000}$ im Intervall $2^{1000}+3+10^*i$, für $i=0$ bis 2000:

```

• for i from 0 to 2000 do: if isprime (2^1000+3+10*i)
  then print ("i", i, 3+10*i, " = ", 2^1000+3+10*i) end_if: end_for:

"i", 534, 5343, " = ",
1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\  
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\  
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\  
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668074719

"i", 679, 6793, " = ", (1450)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\  
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\  
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\  
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668076169

"i", 1087, 10873, " = ", (4080)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\  
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\  
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\  
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668080249

"i", 1540, 15403, " = ", (4530)

1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936\  
1224931983788156958581275946729175531468251871452856923140435984577574698574803\  
9345677748242309854210746050623711418779541821530464749835819412673987675591655\  
43946077062914571196477686542167660429831652624386837205668084779
    
```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 4 Primzahlen mit der Endziffer EZ9 situiert.
2. In diesem Intervall sind daher im Umfeld der Zahl $n_8 = 2^4 + 2^{49} \times 4 = 2^{1000}$ insgesamt 19 Primzahlen situiert.
3. Die Zahl $n_8 = 2^{1000}$ ist ein Element der Folge 4 und für die Zahlen: $n_8 = 2^n$ der Folge 1, Folge 2 und der Folge 3 können mit der "horizontal-selektiven Testmethode" in analoger Weise, die Primzahlen mit den vier Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7 und EZ9 bestimmt werden, die im Umfeld dieser Zahlen in definierten Intervallen situiert sind.

6.10 Die Bestimmung der Primzahlen mit der Endziffer EZ9, im Umfeld der Zahl $n_8 = 2^{9691}$ im Intervall $2^{9691}+1+10^*i$ für $i=0$ bis 1000:

```

• for i from 0 to 1000 do: if isprime (2^9691+1+10*i)
  then print ("i", 1+10*i, " = ", 2^9691+1+10*i) end_if: end_for:

"i", 6461, " = ",
1912881115221844811811357194640023638965988689608946003405338043967351580377065\  
1881115710744450831578347298883926097025277226340210707336349923337717733059189\  
703572990494753240865328358193894192231997733652393039560549752247484383241725\  
9472325511328612198686240625313049765616159257283048814508876163436316214881390\  
1024422256286317055471500963942293426090624434168514309284231516209315460141423\  
4944627174546235597028462976806153283670096913721876752457096026485422372140674\  
1481590725074554300150491115179832232832732504690280401399282604931949070893395\  
8043813877502732148153495998787086343155622556462090453621982828739096632876832\  
8950657682360583733226280388886158495074136950819445543123591024852046712451966\  
6562944698642679123274703186765868498429485161680235363569274555095155070117154\  
7815188267923869624214120491414156147861960899139698596031819594714013258622185\  
9020180067447494194678574982104564825631317984898081111558485544106637325907507\  
8528835801711516649860607724931132702621511750877809869358327712594667430553607\  
83628807176533983318812775537555241978184161368350146254513328608292726457202
    
```

```

8870774857049540701620833808586612532047342078503673982357539961013951215068659\
0829572253774736033787302374977380676126399739655065855587589045679606121962619\
1276224908684899788282958865203815102973765231682007454128937866182582783097327\
5401799130005946538694885215683995794085807639929315150899466020520432670796115\
700748770002677888628261448649947849622770274622171848862088462417111465018374\
7995204280744650405905897173839320734605093453850930703532242805641437019316599\
0973571886947230624438383996452367591529534005265426906457438768729599087877354\
9758161598649470232211284482854558548343222420464312708394181030795212933525175\
7091008407778518109961255342207940788383715540945661207156874700564058164812384\
7650837374761580883931212706757682453022893985745536122259493971635368951451715\
4988892487612954112413636729722647579096290906209713957321789944581976830719616\
6957788663353126685641743324827162007658109305149481359898828824067530251309617\
0806812904269119213739173057029203673592523108772898215790558424263528573064126\
2456596296223079222066505217779033502684606596072477376894743769660737518155734\
3061728519776219421380623437093698247300587254858882425151124084963694832085969\
1933985407181090812118518806277107460465402003216291306970094505787828430790754\
6454921115725443869753087606954203393865349390448337427193226023823229174044255\
0176963229402668331948935119075499755934338092382555984482465274537567868448345\
857538597883852920909168036503445890719990499868394110780141429356976648106308\
8296499473436881131593324456333569320973567119190796124570337447740374701793524\
4777635251053552336817807219649817535536723203781102506672230515819053538565220\
4310150929883299832181334228699278601002832789218656913044227900422571591958047\
28771543905408916215595794950458568559643646143458023275970787304903022909

```

Anmerkungen:

1. In diesem Intervall ist eine 2918 -stellige Primzahl, EZ9 situiert. Der Test wird anschließend wiederholt.
2. Diese Primzahl ist größer als die 2917-stellige Mersenne - Primzahl $M_{p,22}$, EZ1, die im Jahr 1963 von Gillies gefunden wurde.
3. Für die Bestimmung der Primzahl $M_{p,22}$ musste ein Test an 3704 Zahlen vom Typ $2^p - 1$ vorgenommen werden!
4. Für die Bestimmung der Primzahl $p = 2^9691 - 6461$, EZ9 mussten hingegen nur 646 Testungen mit dem MuPAD - Testprogramm (mit einem Zeitaufwand von 10 Stunden) durchgeführt werden.
5. Dieser Vergleich zeigt den Vorteil der "horizontal - selektiven Testmethode" bei der Suche nach sehr großen Primzahlen gegenüber dem bisherigen GIMPs - Testverfahren.
6. In noch höheren Primzahl-Bereichen $p > 25.964.951$ sind nach dem GIMPs - Verfahren mehrere Millionen Testungen vom Typ $2^p - 1$ erforderlich, um noch größere Primzahlen $M_{p,43}$, $M_{p,44}$ usw. zu finden.
7. Mit dem GIMPs - Verfahren können des weiteren keine sehr großen Primzahlen mit den Endziffern EZ3 und EZ9 bestimmt werden.

6.10 Der wiederholte Test für die gefundene Primzahl $p = 2^9691 + 6461$:

```

• for i from 6461 to 6461 do: if isprime (2^9691+i)
  then print ("i", i, " = ", 2^9691+i) end_if: end_for:

```

```

"i", 6461, " = ",
1912881115221844811811357194640023638965988689608946003405338043967351580377065\
1881115710744450831578347298883926097025277226340210707336349923337717733059189\
7035729904947533240865328358193894192231997733652393039560549752247484383241725\
9472325511328612198686240625313049765616159257283048814508876163436316214881390\
102442256286317055471500963942293426090624434168514309284231516209315460141423\
4944627174546235597028462976806153283670096913721876752457096026485422372140674\
1481590725074554300150491115179832232832732504690280401399282604931949070893395\
8043813877502732148153495998787086343155622556462090453621982828738096632876832\
8950657682360583733226280388886158495074136950819445543123591024852046712451966\
6562944698642679123274703186765868498429485161680235363569274555095155070117154\
7815188267923869624214120491414156147861960899139698596031819594714013258622185\
9020180067447494194678574982104564825631317984898081111558485544106637325907507\
8528835801711516649860607724931132702621511750877809869358327712594667430553607\
83628807176533983318812775537555241978184161368350146254513328608292726457202\
8870774857049540701620833808586612532047342078503673982357539961013951215068659\
0829572253774736033787302374977380676126399739655065855587589045679606121962619\
1276224908684899788282958865203815102973765231682007454128937866182582783097327\
5401799130005946538694885215683995794085807639929315150899466020520432670796115\

```

```

7007487700026778886282614486499478496227702746221718488620884624171111465018374\
7995204280744650405905897173839320734605093453850930703532242805641437019316599\
0973571886947230624438383996452367591529534005265426906457438768729599087877354\
9758161598649470232211284482854558548343222420464312708394181030795212933525175\
7091008407778518109961255342207940788383715540945661207156874700564058164812384\
7650837374761580893931212706757682453022893985745536122259493971635368951451715\
4988892487612954112413636729722647579096290906209713957321789944581976830719616\
6957788663353126685641743324827162007658109305149481359898828824067530251309617\
0806812904269119213739173057029203673592523108772898215790558424263528573064126\
2456596296223079222066505217779033502684606596072477376894743769660737518155734\
3061728519776219421380623437093698247300587254858882425151124084963694832085969\
1933985407181090812118518806277107460465402003216291306970094505787828430790754\
6454921115725443869753087606954203393865349390448337427193226023823229174044255\
01769632294026683319489351190754997559343380923825598448246527453756786848345\
8575385978838529202909168036503445890719990499868394110780141429356976648106308\
829649947343688113159332445633569320973567119190796124570337447740374701793524\
4777635251053552336817807219649817535536723203781102506672230515819053538565220\
4310150929883299832181334228699278601082832789218656913044227900422571591858047\
28771543905408916215595794950458568559643646143458023275970787304903022909

```

Anmerkung: Die Primzahl $p = 2^{9691} + 6461$, EZ9 wurde durch einen wiederholten Test bestätigt.

6. 11 Die Bestimmung der Primzahlen mit den dezidierten Endziffern: EZ1, EZ3, EZ7, EZ9 in der Umgebung der Zahl $n_g = 41!$ in den Intervallen: $i = 0$ bis 431:

```

for i from 0 to 431 do: if isprime (41!+1+10*i)
then print ("i", i, 1+10*i, " = ", 41!+1+10*i) end_if: end_for:

"i", 0, 1, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000001
"i", 6, 61, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000061
"i", 21, 211, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000211
"i", 57, 571, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000571
"i", 216, 2161, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000002161
"i", 274, 2741, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000002741
"i", 327, 3271, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000003271
"i", 349, 3491, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000003491
"i", 420, 4201, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000004201

```

```

for i from 0 to 431 do: if isprime (41!+3+10*i)
then print ("i", i, 3+10*i, " = ", 41!+3+10*i) end_if: end_for:

"i", 28, 283, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000283
"i", 37, 373, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000373
"i", 67, 673, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000673
"i", 85, 853, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000000853
"i", 166, 1663, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000001663
"i", 178, 1783, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000001783
"i", 193, 1933, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000001933
"i", 199, 1993, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000001993
"i", 238, 2383, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000002383
"i", 268, 2683, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000002683
"i", 269, 2693, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000002693
"i", 302, 3023, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000003023
"i", 373, 3733, " = ", 33452526613163807108170062053440751665152000003733
"i", 383, 3833, " = ", 3345252661316380710817006205344075166515200000

```



```

then print ("i", i, 3+10*i, " = ", 41!^(3+3+10*i) end_if: end_for:
"i", 238, 2383, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000002383
"i", 242, 2423, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000002423
"i", 428, 4283, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000004283
    for i from 0 to 431 do: if isprime (41!^(3+7+10*i)
then print ("i", i, 7+10*i, " = ", 41!^(3+7+10*i) end_if: end_for:
"i", 54, 547, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000000547
"i", 166, 1667, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000001667
"i", 318, 3187, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000003187
    for i from 0 to 431 do: if isprime (41!^(3+9+10*i)
then print ("i", i, 9+10*i, " = ", 41!^(3+9+10*i) end_if: end_for:
"i", 41, 419, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
458714656326740390616910788141413900799180800000000000000000000000419
"i", 371, 3719, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
4587146563267403906169107881414139007991808000000000000000000000003719
"i", 391, 3919, " = ",
3743577036698440825634151285054830981841128367472007809820204277091408810032625\
4587146563267403906169107881414139007991808000000000000000000000003919

```

Anmerkungen:

In dem gleichen (horizontalem) Intervall $i=0$ bis 431 sind 2 Primzahlen, EZ1, 3 Primzahlen, EZ3, 3 Primzahlen, EZ7 und 3 Primzahlen, EZ9 situiert.

Insgesamt sind in diesem (gleichen) Intervall (wie in Beispiel 6.11) 11 Primzahlen situiert.

Wie aus diesem Vergleich ersichtlich, ist für die Abnahme der Primzahl-Dichte das Asymptote-Gesetz ursächlich.

- 13 Die Bestimmung der "Dichten", in denen Zwillinge mod 2 im gleichen (jedoch verschobenen) Intervall $i=0$ bis 20000 in den Umgebungen der Zahlen: $n_g = 41!$ und $n_g = 41!^3$ auftreten:

```

for i from 0 to 20000 do: if (isprime (41!+i) and isprime (41!+i+2))
then print (("i", i, 41!+i, " = ", 41!+i+2)) end_if: end_for:

```

"i", 6131, 33452526613163807108170062053440751665152000006131, " = ", p = 6131
33452526613163807108170062053440751665152000006133 p = 6133
"i", 9929, 33452526613163807108170062053440751665152000009929, " = ", p = 9929

$2^2 \cdot 683 \cdot 11928681726643501$

- ifactor(32589158477190044730-37)

 $37 \cdot 880788066951082289$

- ifactor(32589158477190044730+59)

 32589158477190044789

- ifactor(32589158477190044730+61)

 $300229 \cdot 108547670202379$

- ifactor(32589158477190044730+73)

 32589158477190044803

3. Aus Gesetz 1 und Gesetz 2 folgt das Asymptote-Gesetz mit den charakteristischen Schwankungen der Primzahl-Dichten im Umfeld der hier analysierten Zahlen:

$$- n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 53, \quad n_g = 53!, \quad n_g = 53!^2, \quad n_g = 53!^3 \quad \dots p_n = 53$$

$$- n_g = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 107, \quad n_g = 107!, \quad n_g = 107!^2, \quad n_g = 107!^3 \quad \dots p_n = 107$$

$$- n_g = 103!^3 < 53!^7 \quad \dots p_n = 103$$

4. Die Zahlen: $n_g = 53!^7$, $n_g = 107!^3$, $n_g = 103!^3$ haben trotz einer vergleichbaren Stellenzahl in ihren

Umgebungen unterschiedliche Primzahl-Dichten und dafür ursächlich sind die Folgen der Primzahlen, die faktoriell in diesen Zahlen auftreten.

5. Schließlich ist aus den Beispielen zu entnehmen, dass die in größeren Zahlenbereichen situierten nicht primen Zahlen, die in "Primzahl-Abständen" von den (analysierten) Zahlen auftreten, offensichtlich die Eigenschaft aufweisen aus Primzahl-Faktoren zu bestehen, in denen nur Primzahlen $p > p_n$ auftreten und damit Gesetz 2 erfüllen.

6. Diese Beispiele bestätigen das Asymptote-Gesetz und erklären die lokalen Schwankungen der Primzahl-Dichten.

7. Wie wohl die Zahl $n_g = 53!^7$ größer als die Zahl $n_g = 103!^3$ ist, treten in der Umgebung dieser Zahl ($n_g = 53!^7$ zwangsläufig mehr Primzahlen auf als in der Umgebung der Zahl $n_g = 103!^3$.

Die nachfolgenden Beispiele belegen, dass das Asymptote-Gesetz auch für die Verteilung von Zwillingen mod 2, mod 4 (und allgemein für Zwillinge mod $2n$, $n \geq 1$), die in wachsenden Zahlenbereichen situiert sind, Geltung hat:

Beispiel 1: Die Zwillinge mod 2, die im Intervall: $10^{10} - 1000$ bis $10^{10} + 1000$ situiert sind:

```
for i from -1000 to +1000 do: if (isprime (10^10+i) and isprime (10^10+i+2))
then print (("i", i, 10^10+i, " = ", 10^10+i+2)) end_if: end_for:
```

```
"i", -983, 9999999017, " = ", 9999999019
```

```
"i", -299, 9999999701, " = ", 9999999703
```

"i", 277, 10000000277, " = ", 10000000279

"i", 991, 10000000991, " = ", 10000000993

Anmerkung: In diesem Intervall sind 4 Zwillinge mod 2 situiert.

Beispiel 2: Die Zwillinge mod 2, die im Intervall: $10^{20}-4000$ bis $10^{20}+4000$ situiert sind:

```
for i from -4000 to +4000 do: if (isprime (10^20+i) and isprime (10^20+i+2))
then print (("i", i, 10^20+i, " = ", 10^20+i+2)) end_if: end_for:
```

"i", -2309, 99999999999999997691, " = ", 99999999999999997693

"i", -2261, 99999999999999997739, " = ", 99999999999999997741

"i", 391, 100000000000000000391, " = ", 100000000000000000393

"i", 559, 100000000000000000559, " = ", 100000000000000000561

Anmerkung: In diesem, um den Faktor 10^{10} vergrößerten Zahlenbereich sind im vergrößerten Intervall $10^{20}-4000$ bis $10^{20}+4000$ ebenfalls 4 Zwillinge mod 2 situiert und dies bestätigt das Asymptote-Gesetz auch bezüglich der Dichte-Abnahme der Zwillinge mod 2.

Beispiel 3: Die Zwillinge mod 4, die im Intervall: $10^{10}-1100$ bis $10^{10}+1100$ situiert sind:

```
for i from -1100 to +1100 do: if (isprime (10^10+i) and isprime (10^10+i+4))
then print (("i", i, 10^10+i, " = ", 10^10+i+4)) end_if: end_for:
```

"i", -843, 9999999157, " = ", 9999999161

"i", -633, 9999999367, " = ", 9999999371

"i", -297, 9999999703, " = ", 9999999707

"i", 597, 10000000597, " = ", 10000000601

"i", 1047, 10000001047, " = ", 10000001051

Anmerkung: In diesem Intervall sind in der Umgebung der Zahl $n_8 = 10^{10}$ fünf Zwillinge mod 4 situiert.

Beispiel 4: Die Zwillinge mod 4, die im Intervall: $10^{20}-2500$ bis $10^{20}+2500$ situiert sind:

```
for i from -2500 to +2500 do: if (isprime (10^20+i) and isprime (10^20+i+4))
then print (("i", i, 10^20+i, " = ", 10^20+i+4)) end_if: end_for:
```

"i", -2493, 99999999999999997507, " = ", 99999999999999997511

"i", -2181, 99999999999999997819, " = ", 99999999999999997823

"i", -843, 9999999999999999157, " = ", 9999999999999999161

"i", -201, 9999999999999999799, " = ", 9999999999999999803

"i", 753, 100000000000000000753, " = ", 100000000000000000757

Anmerkung: In diesem, um den Faktor 10^{10} vergrößerten Zahlenbereich, sind im vergrößerten Intervall $10^{20}-2500$ bis $10^{20}+2500$ ebenfalls fünf Zwillinge mod 4 situiert, und dies bestätigt die Geltung des Asymptote-Gesetzes auch bezüglich der Dichte-Abnahme der Zwillinge mod 4.

Beispiel 5: Die Zwillinge mod 10, die im Intervall: $23^{50}-25000$ bis $23^{50}+25000$ situiert sind:

```
for i from -25000 to + 25000 do: if (isprime (23^50+i) and isprime (23^50+i+10))
then print (("i", i, 23^50+i, " = ", 23^50+i+10)) end_if: end_for:
```

"i", -3540,

122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395339709, p_1

" = ", 122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395339719 p_2

"i", -1986, (1554)

```

122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395341263, P3
" = ", 122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395341273 P4
"i", 2580, (4566)
122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395345829 P5
, " = ",
122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395345839 P6
"i", 3480, (900)
122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395346729 P7
, " = ",
122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395346739 P8
"i", 6042, (2562)
122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395349291 P9
, " = ",
122008981252869411022491112993141891091036959856659100591281395349301 P10

```

Anmerkung:

1. In diesem Intervall sind 5 Zwillinge mod 10 situiert, in den angegebenen Abständen: (1554), (4566), (900) und (2562) aufeinander folgen.
2. Die Primzahlen, die diese Zwillinge bilden, sind jeweils Elemente der Obergruppen OG I und OG II.

Beispiel 6:

```

for i from -200000 to +200000 do: if (isprime (23^100+i) and isprime (23^100+i+10))
then print (("i", i, 23^100+i, " = ", 23^100+i+10)) end_if: end_for:
"i", -145128,
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P1
1352152390143277346804233476592179447310859520222529730873
, " = ",
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P2
1352152390143277346804233476592179447310859520222529730883
"i", -75534, (69594)
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P3
1352152390143277346804233476592179447310859520222529800467
, " = ",
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P4
1352152390143277346804233476592179447310859520222529800477
"i", 3018, ((78552)
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P5
1352152390143277346804233476592179447310859520222529879019
, " = ",
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P6
1352152390143277346804233476592179447310859520222529879029
"i", 52368, ((49350)
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P7
1352152390143277346804233476592179447310859520222529928369
, " = ",
1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\ P8
1352152390143277346804233476592179447310859520222529928379

```

"i", 172530, (120162)

1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\
1352152390143277346804233476592179447310859520222530048531 P₉

, " = ",

1488619150636303939379155658655975423198711965380136868657698820922243327853933\
1352152390143277346804233476592179447310859520222530048541 P₁₀

Anmerkung:

1. In dem vierfach erweiterten Intervall um die im Zahlenbereich weit verschobene Zahl $n_u = 23^{100}$ sind ebenfalls 5 Zwillinge mod 10 situiert, die in den wesentlich größeren aufeinander folgenden Abständen: (69594), (78552), (49350), (120162) auftreten.
2. Dieser Sachverhalt bestätigt, dass das Asymptote-Gesetz auch für Zwillinge mod 10 gilt. Des weiteren offenbart sich (auch hier) das Phänomen der Dichte-Schwankungen dieser Zwillinge mod 10.

Hinweis:

Durch weitere Tests findet man die Geltung des Asymptote-Gesetzes für alle Zwillinge mod $2n, n \geq 1$ bestätigt, wie auch das Phänomen der Dichte-Schwankungen.

Die Schlussfolgerungen:

1. Aus den vorgestellten Testen ergibt sich eine generelle Bestätigung des Asymptote-Gesetzes.
2. Die lokalen Schwankungen der Primzahl-Dichten in wachsenden Zahlenbereichen ist durch die Faktor-Struktur der Zahlen n_g bzw. n_u bedingt und damit eine Folge der Wirkungen von Gesetz 1 und Gesetz 2 der "Primzahl-Faktor-Genese".
3. Sehr große Zahlen ($n \rightarrow \infty$) können in "wachsenden Maße" aus Primzahl-Faktoren gebildet werden, in denen nur größere Primzahlen auftreten als die größte Primzahl (p_n) die in den Zahlen $\prod p_i, (p_1, p_2, \dots, p_n)$ auftreten.

q.e.d.

Blockschema I

Die erweiterten Gleichungen für den Beweis des Hauptsatzes der Primzahl-Theorie:

1. Gleichung: $p = n_g + 1, + 3, +5, \dots, + (n_u = p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$
2. Gleichung: $p = n_g - 1, - 3, -5, \dots, - (n_u = p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$
3. Gleichung: $p = n_u + 2, +4, +6, \dots, + (n_g = 2 \cdot p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$
4. Gleichung: $p = n_u - 2, - 4, - 6, \dots, - (n_g = 2 \cdot p_{n+1} \cdot p_{n+2} \cdot \dots \cdot p_{n+n})$

Primzahlen die in den addierten bzw. subtrahierten geraden bzw. ungeraden Zahlen als Faktoren auftreten, dürfen in den vorgegebenen geraden bzw. ungeraden Zahlen nicht auftreten. Unter dieser Prämisse ergeben sich fallweise aus den vier Gleichungen prime Zahlen oder aber Zahlen, in denen Primzahl-Faktoren mit größeren Primzahlen als die Primzahlen, die in den Zahlen: n_g bzw. n_u auftreten.

Blockschema II

Die erweiterten Dirichlet - Progressionen:

| | |
|--------|---|
| OG I: | Klasse 1, EZ1, Rest 1:= $41 + 20n \dots 41, 61, 101, \dots$ |
| | Klasse 2, EZ3, Rest 1:= $13 + 20n \dots 13, 53, 73, \dots$ |
| | Klasse 3, EZ7, Rest 1:= $17 + 20n \dots 17, 37, 97, \dots$ |
| | Klasse 4, EZ9, Rest 1:= $29 + 20n \dots 29, 89, 109, \dots$ |
| OG II: | Klasse 5, EZ1, Rest 3:= $11 + 20n \dots 11, 31, 71, \dots$ |
| | Klasse 6, EZ3, Rest 3:= $3 + 20n \dots 3, 23, 43, \dots$ |
| | Klasse 7, EZ7, Rest 3:= $7 + 20n \dots 7, 47, 67, \dots$ |
| | Klasse 8, EZ9, Rest 3:= $19 + 20n \dots 19, 59, 79, \dots$ |

Blockschema III

Die Bildungs-Gesetze der *Folgen* in denen Zwillinge mod $2n, n \geq 1$ auftreten

| <u>Zwillinge mod $2n, n \geq 1$:</u> | <i>Folge 1</i> | <i>Folge 2</i> | <i>Folge 3</i> | <i>Folge 4</i> |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Zwillinge mod 2: | $12 + 30n$ | $18 + 30n$ | $30 + 30n$ | ----- |
| Zwillinge mod 4: | $5 + 10n$ | $9 + 10n$ | $11 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 6: | $14 + 10n$ | $16 + 10n$ | $10 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 8: | $7 + 10n$ | $13 + 10n$ | $15 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 10: | $6 + 10n$ | $8 + 10n$ | $12 + 10n$ | $14 + 10n$ |
| Zwillinge mod 12: | $7 + 10n$ | $13 + 10n$ | $15 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 14: | $10 + 10n$ | $14 + 10n$ | $16 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 16: | $9 + 10n$ | $11 + 10n$ | $15 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 18: | $10 + 10n$ | $12 + 10n$ | $18 + 10n$ | ----- |
| Zwillinge mod 20: | $11 + 10n$ | $13 + 10n$ | $17 + 10n$ | $19 + 10n$ |
| Zwillinge mod 100: | $51 + 10n$ | $53 + 10n$ | $57 + 10n$ | $59 + 10n$ |

Neue Aspekte der Primzahl-Theorie

Teil II

Primzahl-Wellen in den Weiten der natürlichen Zahlen

**Der Nachweis, dass es unendlich viele Anti-Goldbach'sche
Zerlegungen gerader Zahlen in die Differenzen zweier
Primzahlen der Form: $n_g = p_1 - p_2$ gibt**

**Verfasser: Georg Viktor Cwienk
Bochum, August 2006**

| Inhaltsverzeichnis: | Seite: |
|---|---------------|
| 1. Einführung | 4 |
| 2. Rückblick auf den Beweis der Goldbach'schen Vermutung | 4 |
| 3. Die "verkoppelten" Goldbach- und Anti-Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen: $n_{g,1}, n_{g,2}, \dots, n_g$ | 6 |
| 4. Der Nachweis, dass es gleich viele Goldbach- und Anti-Goldbach- Zerlegungen auch bei "verkoppelten" geraden Zahlen gibt. | 9 |
| 5. Die Schlussfolgerungen für die "kryptographische Nutzung" der verkoppelten Goldbach-Zerlegungen und Anti-Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen: $n_{g,1}, n_{g,2}, \dots, n_{g,n}$ | 10 |

Seiten-Umfang insgesamt: 60 Seiten DIN A4

Anlagenverzeichnis:

- Anlage 1: Die Liste der ungeraden Primzahlen im Intervall $n:= 0$ bis 100.000
- Anlage 2: Beispiel 1 für "verkoppelte" Goldbach-Zerlegungen
- Anlage 3: Beispiel 1 für "verkoppelte" Anti-Goldbach-Zerlegungen
- Anlage 4: Beispiel 1 für "verkoppelte" Quasi-Goldbach-Zerlegungen
- Anlage 5: Beispiel 1 für "verkoppelte" Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen
- Anlage 6: Beispiel 1 für gemischte Goldbach - und Anti-Goldbach-Zerlegungen
- Anlage 7: Beispiel 2 für gemischte Goldbach - und Anti-Goldbach-Zerlegungen
- Anlage 8: Die Quasi-Goldbach-Zerlegungen der geraden Zahlen:
 $n_{g,1} = (10!+12-i)$, $n_{g,2} = (10!+14-i)$, $n_{g,3} = (10!+18-i)$, $n_{g,4} = (10!+20-i)$
 $n_{g,5} = (10!+30-i)$, $n_{g,6} = (10!+32-i)$ im Intervall: 0 bis 10!
- Anlage 9: Die Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen der geraden Zahlen:
 $n_{g,1} = (10+i)$, $n_{g,2} = (12+i)$, $n_{g,3} = (16+i)$, $n_{g,4} = (18+i)$
 $n_{g,5} = (28+i)$, $n_{g,6} = (30+i)$ im Intervall: 0 bis 10!
- Anlage 10: Die Goldbach-Zerlegungen der geraden Zahlen:
 $n_{g,1} = (10!+12-i)$, $n_{g,2} = (10!+14-i)$, $n_{g,3} = (10!+18-i)$, $n_{g,4} = (10!+20-i)$
 $n_{g,5} = (10!+30-i)$, $n_{g,6} = (10!+32-i)$ im Intervall: 0 bis 10!
- Anlage 11: Die Anti-Goldbach-Zerlegungen der geraden Zahlen:
 $n_{g,1} = (10+i)$, $n_{g,2} = (12+i)$, $n_{g,3} = (16+i)$, $n_{g,4} = (16+i)$
 $n_{g,5} = (28+i)$, $n_{g,6} = (30+i)$ im Intervall: 0 bis 10!
- Anlage 12: Beispiel 1 für die Existenz von "Tsunami - Primzahl-Wellen" von Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen, die in großen Abständen auftreten.
- Anlage 13: Beispiel 1 für die Existenz von "Tsunami - Primzahl-Wellen" von Anti-Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen, die in großen Abständen auftreten.
- Anlage 14: Beispiel 1 für die Existenz von "Tsunami - Primzahl-Wellen" von Goldbach-Zerlegungen und Anti-Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen, die in großen Abständen auftreten.

1. Einführung:

Diese Monographie wurde im Auftrag der dl-DATEN GmbH erstellt und wird nicht veröffentlicht, da sie "Basis-Informationen" für die Datenverschlüsselung umfasst, die Inhalt von zwei Patent-Anmeldungen beinhaltet.

Patent-Anmeldung 1:

"Die SynD-A Patentschrift für ein System nicht Dechiffrierbarer Authentisierung"

Patent-Anmeldung 2:

"Ein System gesicherter (nicht entschlüsselbarer) Text-Übertragung"

2. Rückblick auf den Beweis der Goldbach'schen Vermutung:

Diese Monographie ist eine "Weiter-Entwicklung" der folgenden Monographien:

1. Der Beweis der Goldbach'schen Vermutung - ISBN: 3 - 9805713 - 5 - 1 (April, 2006)
2. Neue Aspekte der Primzahl-Theorie (Mai, 2006) - unveröffentlicht.

Die in den hier zitierten Monographien gefundenen (bisher unbekannt) Gesetzmäßigkeiten, die innerhalb der unendlichen Folge der Primzahlen: $p_i = 2, 3, 5, 7, \dots, p_i \rightarrow \infty$ auftreten, werden in der hier vorgestellten Monographie (entscheidend) um die folgenden erweitert - siehe Abschnitt 3.

Zunächst wird der Beweis erbracht, dass die "Anti - Goldbach - Zerlegungen" die gleiche (nachstehende) Summenformel erfüllen, die für die Goldbach-Zerlegungen deduziert wurde:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum Z(n) = \pi(n)^2 \quad \dots \text{Summenformel}$$

Anmerkung:

Diese Formel wurde in der Monographie: Der Beweis der Goldbach'schen Vermutung deduziert.

Nach dem Gesetz der "Anti-Goldbach-Zerlegung" hat jede gerade Zahl unendlich viele Anti-Goldbach-Zerlegungen. So hat auch die kleinste gerade Zahl: $n_g = 2$ unendlich viele Anti-Goldbach-Zerlegungen, da es unendlich viele Primzahl-Zwillinge mod 2: $p_i, p_i + 2$ gibt, deren Differenz: $p_i + 2 - p_i = 2$ ist. Und nachdem es (wie in der 2. Monographie bewiesen wurde) ebenfalls unendlich viele Zwillinge mod $2n, n > 1$ gibt, hat jede gerade Zahl (n_g) unendlich viele Anti-Goldbach-Zerlegungen. In diesem Sinne unterscheiden sich (auf den ersten Blick) die Goldbach-Zerlegungen von den Anti - Goldbach - Zerlegungen.

Der Beweis, dass die Summenformel, auch für die Anti-Goldbach-Zerlegungen gilt, kann leicht erbracht werden. Es genügt hier die Anti - Goldbach - und Goldbach - Zerlegungen im Intervall: 0 bis 10^2 zu analysieren:

- for i from 0 to $2 \cdot 10^2$ do: if isprime (i) and isprime (i+2) then
print ("i",i,i+2) end_if: end_for:

| | | |
|---------------|------|---------------|
| "i", 3, 5 | bzw. | 5 - 3 = 2 |
| "i", 5, 7 | bzw. | 7 - 5 = 2 |
| "i", 11, 13 | bzw. | 13 - 11 = 2 |
| "i", 17, 19 | bzw. | 19 - 17 = 2 |
| "i", 29, 31 | bzw. | 31 - 29 = 2 |
| "i", 41, 43 | bzw. | 43 - 41 = 2 |
| "i", 59, 61 | bzw. | 61 - 59 = 2 |
| "i", 71, 73 | bzw. | 73 - 71 = 2 |
| "i", 101, 103 | bzw. | 103 - 101 = 2 |
| "i", 107, 109 | bzw. | 109 - 107 = 2 |
| "i", 137, 139 | bzw. | 139 - 137 = 2 |
| "i", 149, 151 | bzw. | 151 - 149 = 2 |
| "i", 179, 181 | bzw. | 181 - 179 = 2 |
| "i", 191, 193 | bzw. | 193 - 191 = 2 |
| "i", 197, 199 | bzw. | 199 - 197 = 2 |

Anmerkung:

Im Intervall: 0 bis $2 \cdot 10^2$ liegt eine 15-malige Zerlegung der Zahl $n_g = 2$ in die Differenz zweier Primzahlen: $(p_i + 2) - p_i$ vor.

- for i from 0 to $2 \cdot 10^2$ do: if isprime (i) and isprime (i-2) then
print ("i",i,i-2) end_if: end_for:

| | | |
|---------------|------|-----------------|
| "i", 5, 3 | bzw. | 5 + 3 = 8 |
| "i", 7, 5 | bzw. | 7 + 5 = 12 |
| "i", 13, 11 | bzw. | 13 + 11 = 24 |
| "i", 19, 17 | bzw. | 19 + 17 = 36 |
| "i", 31, 29 | bzw. | 31 + 29 = 60 |
| "i", 43, 41 | bzw. | 43 + 41 = 84 |
| "i", 61, 59 | bzw. | 61 + 59 = 120 |
| "i", 73, 71 | bzw. | 73 + 71 = 144 |
| "i", 103, 101 | bzw. | 103 + 101 = 204 |
| "i", 109, 107 | bzw. | 109 + 107 = 216 |
| "i", 139, 137 | bzw. | 139 + 137 = 276 |
| "i", 151, 149 | bzw. | 151 + 149 = 300 |
| "i", 181, 179 | bzw. | 181 + 179 = 360 |
| "i", 193, 191 | bzw. | 193 + 191 = 384 |
| "i", 199, 197 | bzw. | 199 + 197 = 396 |

Anmerkungen:

Im Intervall: 0 bis $2 \cdot 10^2$ sind 15 Goldbach-Zerlegungen diverser gerader Zahlen situiert, wobei jeweils eine Goldbach-Zerlegung dieser Zahlen in den 15 Zeilen auftritt!

Nachfolgend wird die Zahl aller Goldbach - Zerlegungen der Zahl: $n_g = 36$ vorgestellt:

- for i from 0 to 10^2 do: if isprime (i) and isprime (36-i) then print ("i",i,36-i) end_if: end_for:

```
"i", 5, 31      bzw.    31 + 5 = 36
"i", 7, 29      bzw.    29 + 7 = 36
"i", 13, 23     bzw.    23 + 13 = 36
"i", 17, 19     bzw.    19 + 17 = 36
```

Anmerkungen:

1. Die gerade Zahl $n_g = 36$ hat 4 Goldbach - Zerlegungen.
2. Die unterstrichene Zerlegung: $19 + 17 = 36$ entspricht der Anti - Goldbach - Zerlegung: $19 - 17 = 2$.
3. Hiermit ist der Beweis erbracht, dass allen Anti - Goldbach - Zerlegungen eine definierte Goldbach - Zerlegung entspricht - q.e.d.

3. Die "verkoppelten" Goldbach- und Anti-Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen:

Aus den vom Verfasser angestellten (tiefgreifenden) Untersuchungen resultieren drei wichtige Gesetze, die hier unter Beweis gestellt werden sollen und durch Beispiele belegt werden:

Gesetz 1:

"Alle geraden Zahlen: $n_g := 2, 4, 6, 8, \dots, n_g \rightarrow \infty$ können als Differenzen zweier Primzahlen: $p_j - p_i$ ($p_j > p_i$) dargestellt werden".

Dieser Sachverhalt wird vom Autor als die "Anti-Goldbach-Zerlegung" bezeichnet, die in der Mathematik bisher unbekannt ist, zumindest (bisher) nicht näher analysiert wurde

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum Z(n) = \pi(n)^2 \quad \dots \text{ Summenformel}$$

Nach dem Gesetz der "Anti-Goldbach-Zerlegung" hat jede gerade Zahl unendlich viele Anti-Goldbach-Zerlegungen. So hat auch die kleinste gerade Zahl: $n_g = 2$ unendlich viele Anti-Goldbach-Zerlegungen, da es unendlich viele Primzahl-Zwillinge mod 2: $p_i, p_i + 2$ gibt, deren Differenz: $p_i + 2 - p_i = 2$ ist. Und nachdem es (wie in der 2. Monographie bewiesen wurde) ebenfalls unendlich viele Zwillinge mod $2n, n > 1$ gibt, hat jede gerade Zahl (n_g) unendlich viele Anti-Goldbach-Zerlegungen. In diesem Sinne unterscheiden sich (auf den ersten Blick) die Goldbach-Zerlegungen von den Anti - Goldbach - Zerlegungen.

Gesetz 2:

"in der unendlichen Folge der Primzahlen wiederholen sich in großen Zahlen-Intervallen fortlaufend gekoppelte Goldbach'sche, wie auch Anti-Goldbach'sche Zerlegungen, die innerhalb der fallenden bzw. steigenden Primzahl-Folge "Abstands-Wellen" bilden, in denen die aufeinander folgenden Zerlegungen unentwegt gleiche Abstände der Primzahlen aufweisen.

Gesetz 3:

"In der unendlichen Folge der Primzahlen, können unendlich viele "kombinierte" Goldbach- und Anti-Goldbach-Zerlegungen auftreten, wobei der Abstand zwischen den Goldbach-Zerlegungen und den Anti-Goldbach-Zerlegungen "sprunghaft" steigt.

Die (uneingeschränkte) Gültigkeit dieser drei Gesetze wird nachfolgend an drei Beispielen demonstriert, die auf der Basis von (jeweils definierten) Boole'schen Algorithmen errechnet wurden:

Beispiel 1 für Gesetz 2:

- for i from 0 to 10^7 do: if isprime (i) and isprime (10!+42300-i) and isprime (10!+54012-i) and isprime (10!+66588-i) and isprime (10!+86070-i) and isprime (10!+95462-i) and isprime (10!+99972-i) then print ("i", i, 10!+42300-i, 10!+54012-i, 10!+66588-i, 10!+86070-i, 10!+95462-i, 10!+99972-i) end_if: end_for:

44.974
10!+99972
 "i", 110629, 3560471, 3572183, 3584759, 3604241, 3613633, 3618143
 "i", 232681, 3438419, 3450131, 3462707, 3482189, 3491581, 3496091
 "i", 330409, 3340691, 3352403, 3364979, 3384461, 3393853, 3398363
 "i", 332221, 3338879, 3350591, 3363167, 3382649, 3392041, 3396551
 "i", 628399, 3042701, 3054413, 3066989, 3086471, 3095863, 3100373
 "i", 894511, 2776589, 2788301, 2800877, 2820359, 2829751, 2834261
 "i", 1049281, 2621819, 2633531, 2646107, 2665589, 2674981, 2679491
 "i", 1200361, 2470739, 2482451, 2495027, 2514509, 2523901, 2528411
 "i", 1238749, 2432351, 2444063, 2456639, 2476121, 2485513, 2490023
 "i", 1738669, 1932431, 1944143, 1956719, 1976201, 1985593, 1990103
 "i", 2056441, 1614659, 1626371, 1638947, 1658429, 1667821, 1672331
 "i", 2568091, 1103009, 1114721, 1127297, 1146779, 1156171, 1160681
 "i", 2929621, 741479, 753191, 765767, 785249, 794641, 799151
 "i", 3020551, 650549, 662261, 674837, 694319, 703711, 708221
 "i", 3306529, 364571, 376283, 388859, 408341, 417733, 422243
 "i", 3325219, 345881, 357593, 370169, 389651, 399043, 403553
 "i", 3335221, 335879, 347591, 360167, 379649, 389041, 393551
 "i", 3371209, 299891, 311603, 324179, 343661, 353053, 357563
 "i", 3420691, 250409, 262121, 274697, 294179, 303571, 308081
 "i", 3445639, 225461, 237173, 249749, 269231, 278623, 283133
 "i", 3457309, 213791, 225503, 238079, 257561, 266953, 271463
 "i", 3461641, 209459, 221171, 233747, 253229, 262621, 267131
 "i", 3528289, 142811, 154523, 167099, 186581, 195973, 200483
 "i", 3632449, 38651, 50363, 62939, 82421, 91813, 96323
 "i", 3645979, 25121, 36833, 49409, 68891, 78283, 82793

*die Spielregeln
 sind nicht
 gleich!*

- Hier treten im Intervall: 0 bis 10^7 25 6-fach-kombinierte Goldbach-Zerlegungen auf.
- In allen 25 Zeilen treten die (sechs) Primzahlen in sich wiederholenden gleichen Abständen auf.

Beispiel 2 für Gesetz 2:

- for i from 0 to 10^7 do: if isprime (i) and isprime (10!+42298+i) and isprime (10!+54010+i) and isprime (10!+66586+i) and isprime (10!+86068+i) and isprime (10!+95460+i) and isprime (10!+99970+i) then print ("i",i,10!+42298+i,10!+54010+i,10!+66586+i,10!+86068+i,10!+95460+i,10!+99970+i) end_if: end_for:

```
"i", 966883, 4637981, 4649693, 4662269, 4681751, 4691143, 4695653
"i", 979651, 4650749, 4662461, 4675037, 4694519, 4703911, 4708421
"i", 1354291, 5025389, 5037101, 5049677, 5069159, 5078551, 5083061
"i", 1372771, 5043869, 5055581, 5068157, 5087639, 5097031, 5101541
"i", 2034061, 5705159, 5716871, 5729447, 5748929, 5758321, 5762831
"i", 2094373, 5765471, 5777183, 5789759, 5809241, 5818633, 5823143
"i", 3135553, 6806651, 6818363, 6830939, 6850421, 6859813, 6864323
"i", 3736573, 7407671, 7419383, 7431959, 7451441, 7460833, 7465343
"i", 4209871, 7880969, 7892681, 7905257, 7924739, 7934131, 7938641
"i", 4266991, 7938089, 7949801, 7962377, 7981859, 7991251, 7995761
"i", 4581781, 8252879, 8264591, 8277167, 8296649, 8306041, 8310551
"i", 7493851, 11164949, 11176661, 11189237, 11208719, 11218111, 11222621
"i", 7524553, 11195651, 11207363, 11219939, 11239421, 11248813, 11253323
"i", 7566133, 11237231, 11248943, 11261519, 11281001, 11290393, 11294903
"i", 9597043, 13268141, 13279853, 13292429, 13311911, 13321303, 13325813
"i", 9973531, 13644629, 13656341, 13668917, 13688399, 13697791, 13702301
```

Hier treten im Intervall: 0 bis 10^7 16 (sechsfach kombinierte) Anti-Goldbach-Zerlegungen auf und in allen 16 Zeilen treten gleiche Abstände zwischen den Primzahlen auf.

Beispiel 1 für Gesetz 3:

- for i from 0 to 10^7 do: if isprime (i) and isprime (10!+42300-i) and isprime (10!+54012-i) and isprime (10!+665588-i) and isprime (10!+86068+i) and isprime (10!+95460+i) and isprime (10!+99970+i) then print ("i",i,10!+42300-i,10!+54012-i,10!+665588-i,10!+86068+i,10!+95460+i,10!+99970+i) end_if: end_for:

```
"i", 73771, 3597329, 3609041, 4220617, 3788639, 3798031, 3802541
"i", 147409, 3523691, 3535403, 4146979, 3862277, 3871669, 3876179
"i", 424429, 3246671, 3258383, 3869959, 4139297, 4148689, 4153199
"i", 637309, 3033791, 3045503, 3657079, 4352177, 4361569, 4366079
"i", 682069, 2989031, 3000743, 3612319, 4396937, 4406329, 4410839
"i", 888109, 2782991, 2794703, 3406279, 4602977, 4612369, 4616879
"i", 1167241, 2503859, 2515571, 3127147, 4882109, 4891501, 4896011
```

"i", 1356721, 2314379, 2326091, 2937667, 5071589, 5080981, 5085491
 "i", 1536991, 2134109, 2145821, 2757397, 5251859, 5261251, 5265761
 "i", 1644991, 2026109, 2037821, 2649397, 5359859, 5369251, 5373761
 "i", 1701289, 1969811, 1981523, 2593099, 5416157, 5425549, 5430059
 "i", 1928929, 1742171, 1753883, 2365459, 5643797, 5653189, 5657699
 "i", 2063059, 1608041, 1619753, 2231329, 5777927, 5787319, 5791829
 "i", 2355439, 1315661, 1327373, 1938949, 6070307, 6079699, 6084209
 "i", 2356429, 1314671, 1326383, 1937959, 6071297, 6080689, 6085199
 "i", 2435119, 1235981, 1247693, 1859269, 6149987, 6159379, 6163889
 "i", 2440579, 1230521, 1242233, 1853809, 6155447, 6164839, 6169349
 "i", 2694499, 976601, 988313, 1599889, 6409367, 6418759, 6423269
 "i", 2727301, 943799, 955511, 1567087, 6442169, 6451561, 6456071
 "i", 2777161, 893939, 905651, 1517227, 6492029, 6501421, 6505931
 "i", 2851789, 819311, 831023, 1442599, 6566657, 6576049, 6580559
 "i", 3033409, 637691, 649403, 1260979, 6748277, 6757669, 6762179
 "i", 3135049, 536051, 547763, 1159339, 6849917, 6859309, 6863819
 "i", 3249391, 421709, 433421, 1044997, 6964259, 6973651, 6978161
 "i", 3269719, 401381, 413093, 1024669, 6984587, 6993979, 6998489
 "i", 3291709, 379391, 391103, 1002679, 7006577, 7015969, 7020479
 "i", 3381919, 289181, 300893, 912469, 7096787, 7106179, 7110689
 "i", 3404689, 266411, 278123, 889699, 7119557, 7128949, 7133459
 "i", 3461089, 210011, 221723, 833299, 7175957, 7185349, 7189859
 "i", 3525979, 145121, 156833, 768409, 7240847, 7250239, 7254749
 "i", 3529069, 142031, 153743, 765319, 7243937, 7253329, 7257839
 "i", 3595951, 75149, 86861, 698437, 7310819, 7320211, 7324721

Spezialfall
30.1.08

- Im Intervall 0 bis 10^7 treten 32 kombinierte Goldbach- und Anti-Goldbach-Zerlegungen auf. In allen 32 Zeilen treten zwischen den Primzahlen der Goldbach- und der Anti-Goldbach-Zerlegungen stets gleiche Abstände auf.
- Die Abstände zwischen den Primzahlen der Goldbach- und der Anti-Goldbach-Zerlegungen unterliegen von der untersten Zeile bis zur obersten Zeile einem "sprunghaften" Zuwachs.

4. Der Nachweis, dass es gleich viele Quasi-Goldbach - und Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen in definierten Zahlen-intervallen gibt:

Hier wird auf die Anlagen: **Anlage 8** und **Anlage 9** verwiesen, in denen die Zahlen der Quasi-Goldbach- und Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen im Intervall: 0 bis $10!$ bestimmt wurden.

Aus diesen Anlagen ist zu entnehmen, dass in diesem (gleichen) Intervall sowohl 22 Quasi-Goldbach, als auch 22 Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen auftreten.

Die Zahlen der (regulären) Goldbach-Zerlegungen und der Anti-Goldbach- Zerlegungen unterscheiden sich hingegen im gleichen Intervall, was aus den Anlagen: **Anlage 10** und **Anlage 11** entnommen werden kann.

5. Die Schlussfolgerungen für die "kryptographische Nutzung" der verkoppelten Goldbach-Zerlegungen und Anti-Goldbach-Zerlegungen gerader Zahlen:

Aus den vorgestellten Untersuchungen (siehe die Anlagen: **2** bis **14**) ergibt sich, dass die Goldbach- und Anti-Goldbach-Zerlegungen die Basis für eine hochgradig gesicherte Daten-Verschlüsselung bilden können - sowohl für die "Phase der Authentisierung" als auch für die "Nutzdaten-Übertragung".

Hier wird (insbesondere) auf die "Tsunami-artigen - Primzahl-Wellen" verwiesen, die in den Anlagen: **Anlage 12, 13** und **14** generiert wurden.

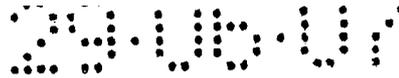
Sobald für die "Authentisierung" rollierend Primzahl-Folgen aus alternierenden Primzahl-Wellen eingesetzt werden, kann diese Verschlüsselung (von Dritten) nicht erkannt werden.

Bochum, August 2006

Der Verfasser: Dr. Georg Viktor Cwienk

Primzahlen

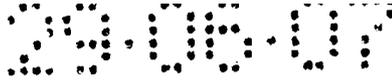
.....3.....5.....7.....11.....13.....17.....19.....23
29.....31.....37.....41.....43.....47.....53.....59
61.....67.....71.....73.....79.....83.....89.....97
101.....103.....107.....109.....113.....127.....131.....137
139.....149.....151.....157.....163.....167.....173.....179
181.....191.....193.....197.....199.....211.....223.....227
229.....233.....239.....241.....251.....257.....263.....269
271.....277.....281.....283.....293.....307.....311.....313
317.....331.....337.....347.....349.....353.....359.....367
373.....379.....383.....389.....397.....401.....409.....419
421.....431.....433.....439.....443.....449.....457.....461
463.....467.....479.....487.....491.....499.....503.....509
521.....523.....541.....547.....557.....563.....569.....571
577.....587.....593.....599.....601.....607.....613.....617
619.....631.....641.....643.....647.....653.....659.....661
673.....677.....683.....691.....701.....709.....719.....727
733.....739.....743.....751.....757.....761.....769.....773
787.....797.....809.....811.....821.....823.....827.....829
839.....853.....857.....859.....863.....877.....881.....883
887.....907.....911.....919.....929.....937.....941.....947
953.....967.....971.....977.....983.....991.....997.....1009
1013.....1019.....1021.....1031.....1033.....1039.....1049.....1051
1061.....1063.....1069.....1087.....1091.....1093.....1097.....1103
1109.....1117.....1123.....1129.....1151.....1153.....1163.....1171
1181.....1187.....1193.....1201.....1213.....1217.....1223.....1229
1231.....1237.....1249.....1259.....1277.....1279.....1283.....1289
1291.....1297.....1301.....1303.....1307.....1319.....1321.....1327
1361.....1367.....1373.....1381.....1399.....1409.....1423.....1427
1429.....1433.....1439.....1447.....1451.....1453.....1459.....1471
1481.....1483.....1487.....1489.....1493.....1499.....1511.....1523
1531.....1543.....1549.....1553.....1559.....1567.....1571.....1579
1583.....1597.....1601.....1607.....1609.....1613.....1619.....1621
1627.....1637.....1657.....1663.....1667.....1669.....1693.....1697
1699.....1709.....1721.....1723.....1733.....1741.....1747.....1753
1759.....1777.....1783.....1787.....1789.....1801.....1811.....1823
1831.....1847.....1861.....1867.....1871.....1873.....1877.....1879
1889.....1901.....1907.....1913.....1931.....1933.....1949.....1951
1973.....1979.....1987.....1993.....1997.....1999.....2003.....2011
2017.....2027.....2029.....2039.....2053.....2063.....2069.....2081
2083.....2087.....2089.....2099.....2111.....2113.....2129.....2131
2137.....2141.....2143.....2153.....2161.....2179.....2203.....2207
2213.....2221.....2237.....2239.....2243.....2251.....2267.....2269
2273.....2281.....2287.....2293.....2297.....2309.....2311.....2333
2339.....2341.....2347.....2351.....2357.....2371.....2377.....2381
2383.....2389.....2393.....2399.....2411.....2417.....2423.....2437
2441.....2447.....2459.....2467.....2473.....2477.....2503.....2521
2531.....2539.....2543.....2549.....2551.....2557.....2579.....2591
2593.....2609.....2617.....2621.....2633.....2647.....2657.....2659
2663.....2671.....2677.....2683.....2687.....2689.....2693.....2699
2707.....2711.....2713.....2719.....2729.....2731.....2741.....2749
2753.....2767.....2777.....2789.....2791.....2797.....2801.....2803
2819.....2833.....2837.....2843.....2851.....2857.....2861.....2879
2887.....2897.....2903.....2909.....2917.....2927.....2939.....2953
2957.....2963.....2969.....2971.....2999.....3001.....3011.....3019
3023.....3037.....3041.....3049.....3061.....3067.....3079.....3083
3089.....3109.....3119.....3121.....3137.....3163.....3167.....3169
3181.....3187.....3191.....3203.....3209.....3217.....3221.....3229
3251.....3253.....3257.....3259.....3271.....3299.....3301.....3307
3313.....3319.....3323.....3329.....3331.....3343.....3347.....3359
3361.....3371.....3373.....3389.....3391.....3407.....3413.....3433
3449.....3457.....3461.....3463.....3467.....3469.....3491.....3499
3511.....3517.....3527.....3529.....3533.....3539.....3541.....3547



.....3557.....3559.....3571.....3581.....3583.....3593.....3607.....3613
3617.....3623.....3631.....3637.....3643.....3659.....3671.....3673
3677.....3691.....3697.....3701.....3709.....3719.....3727.....3733
3739.....3761.....3767.....3769.....3779.....3793.....3797.....3803
3821.....3823.....3833.....3847.....3851.....3853.....3863.....3877
3881.....3889.....3907.....3911.....3917.....3919.....3923.....3929
3931.....3943.....3947.....3967.....3989.....4001.....4003.....4007
4013.....4019.....4021.....4027.....4049.....4051.....4057.....4073
4079.....4091.....4093.....4099.....4111.....4127.....4129.....4133
4139.....4153.....4157.....4159.....4177.....4201.....4211.....4217
4219.....4229.....4231.....4241.....4243.....4253.....4259.....4261
4271.....4273.....4283.....4289.....4297.....4327.....4337.....4339
4349.....4357.....4363.....4373.....4391.....4397.....4409.....4421
4423.....4441.....4447.....4451.....4457.....4463.....4481.....4483
4493.....4507.....4513.....4517.....4519.....4523.....4547.....4549
4561.....4567.....4583.....4591.....4597.....4603.....4621.....4637
4639.....4643.....4649.....4651.....4657.....4663.....4673.....4679
4691.....4703.....4721.....4723.....4729.....4733.....4751.....4759
4783.....4787.....4789.....4793.....4799.....4801.....4813.....4817
4831.....4861.....4871.....4877.....4889.....4903.....4909.....4919
4931.....4933.....4937.....4943.....4951.....4957.....4967.....4969
4973.....4987.....4993.....4999.....5003.....5009.....5011.....5021
5023.....5039.....5051.....5059.....5077.....5081.....5087.....5099
5101.....5107.....5113.....5119.....5147.....5153.....5167.....5171
5179.....5189.....5197.....5209.....5227.....5231.....5233.....5237
5261.....5273.....5279.....5281.....5297.....5303.....5309.....5323
5333.....5347.....5351.....5381.....5387.....5393.....5399.....5407
5413.....5417.....5419.....5431.....5437.....5441.....5443.....5449
5471.....5477.....5479.....5483.....5501.....5503.....5507.....5519
5521.....5527.....5531.....5557.....5563.....5569.....5573.....5581
5591.....5623.....5639.....5641.....5647.....5651.....5653.....5657
5659.....5669.....5683.....5689.....5693.....5701.....5711.....5717
5737.....5741.....5743.....5749.....5779.....5783.....5791.....5801
5807.....5813.....5821.....5827.....5839.....5843.....5849.....5851
5857.....5861.....5867.....5869.....5879.....5881.....5897.....5903
5923.....5927.....5939.....5953.....5981.....5987.....6007.....6011
6029.....6037.....6043.....6047.....6053.....6067.....6073.....6079
6089.....6091.....6101.....6113.....6121.....6131.....6133.....6143
6151.....6163.....6173.....6197.....6199.....6203.....6211.....6217
6221.....6229.....6247.....6257.....6263.....6269.....6271.....6277
6287.....6299.....6301.....6311.....6317.....6323.....6329.....6337
6343.....6353.....6359.....6361.....6367.....6373.....6379.....6389
6397.....6421.....6427.....6449.....6451.....6469.....6473.....6481
6491.....6521.....6529.....6547.....6551.....6553.....6563.....6569
6571.....6577.....6581.....6599.....6607.....6619.....6637.....6653
6659.....6661.....6673.....6679.....6689.....6691.....6701.....6703
6709.....6719.....6733.....6737.....6761.....6763.....6779.....6781
6791.....6793.....6803.....6823.....6827.....6829.....6833.....6841
6857.....6863.....6869.....6871.....6883.....6899.....6907.....6911
6917.....6947.....6949.....6959.....6961.....6967.....6971.....6977
6983.....6991.....6997.....7001.....7013.....7019.....7027.....7039
7043.....7057.....7069.....7079.....7103.....7109.....7121.....7127
7129.....7151.....7159.....7177.....7187.....7193.....7207.....7211
7213.....7219.....7229.....7237.....7243.....7247.....7253.....7283
7297.....7307.....7309.....7321.....7331.....7333.....7349.....7351
7369.....7393.....7411.....7417.....7433.....7451.....7457.....7459
7477.....7481.....7487.....7489.....7499.....7507.....7517.....7523
7529.....7537.....7541.....7547.....7549.....7559.....7561.....7573
7577.....7583.....7589.....7591.....7603.....7607.....7621.....7639
7643.....7649.....7669.....7673.....7681.....7687.....7691.....7699
7703.....7717.....7723.....7727.....7741.....7753.....7757.....7759
7789.....7793.....7817.....7823.....7829.....7841.....7853.....7867
7873.....7877.....7879.....7883.....7901.....7907.....7919.....7927
7933.....7937.....7949.....7951.....7963.....7993.....8009.....8011



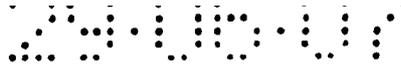
.....8017.....8039.....8053.....8059.....8069.....8081.....8087.....8089
8093.....8101.....8111.....8117.....8123.....8147.....8161.....8167
8171.....8179.....8191.....8209.....8219.....8221.....8231.....8233
8237.....8243.....8263.....8269.....8273.....8287.....8291.....8293
8297.....8311.....8317.....8329.....8353.....8363.....8369.....8377
8387.....8389.....8419.....8423.....8429.....8431.....8443.....8447
8461.....8467.....8501.....8513.....8521.....8527.....8537.....8539
8543.....8563.....8573.....8581.....8597.....8599.....8609.....8623
8627.....8629.....8641.....8647.....8663.....8669.....8677.....8681
8689.....8693.....8699.....8707.....8713.....8719.....8731.....8737
8741.....8747.....8753.....8761.....8779.....8783.....8803.....8807
8819.....8821.....8831.....8837.....8839.....8849.....8861.....8863
8867.....8887.....8893.....8923.....8929.....8933.....8941.....8951
8963.....8969.....8971.....8999.....9001.....9007.....9011.....9013
9029.....9041.....9043.....9049.....9059.....9067.....9091.....9103
9109.....9127.....9133.....9137.....9151.....9157.....9161.....9173
9181.....9187.....9199.....9203.....9209.....9221.....9227.....9239
9241.....9257.....9277.....9281.....9283.....9293.....9311.....9319
9323.....9337.....9341.....9343.....9349.....9371.....9377.....9391
9397.....9403.....9413.....9419.....9421.....9431.....9433.....9437
9439.....9461.....9463.....9467.....9473.....9479.....9491.....9497
9511.....9521.....9533.....9539.....9547.....9551.....9587.....9601
9613.....9619.....9623.....9629.....9631.....9643.....9649.....9661
9677.....9679.....9689.....9697.....9719.....9721.....9733.....9739
9743.....9749.....9767.....9769.....9781.....9787.....9791.....9803
9811.....9817.....9829.....9833.....9839.....9851.....9857.....9859
9871.....9883.....9887.....9901.....9907.....9923.....9929.....9931
9941.....9949.....9967.....9973.....10007.....10009.....10037.....10039
10061.....10067.....10069.....10079.....10091.....10093.....10099.....10103
10111.....10133.....10139.....10141.....10151.....10159.....10163.....10169
10177.....10181.....10193.....10211.....10223.....10243.....10247.....10253
10259.....10267.....10271.....10273.....10289.....10301.....10303.....10313
10321.....10331.....10333.....10337.....10343.....10357.....10369.....10391
10399.....10427.....10429.....10433.....10453.....10457.....10459.....10463
10477.....10487.....10499.....10501.....10513.....10529.....10531.....10559
10567.....10589.....10597.....10601.....10607.....10613.....10627.....10631
10639.....10651.....10657.....10663.....10667.....10687.....10691.....10709
10711.....10723.....10729.....10733.....10739.....10753.....10771.....10781
10789.....10799.....10831.....10837.....10847.....10853.....10859.....10861
10867.....10883.....10889.....10891.....10903.....10909.....10937.....10939
10949.....10957.....10973.....10979.....10987.....10993.....11003.....11027
11047.....11057.....11059.....11069.....11071.....11083.....11087.....11093
11113.....11117.....11119.....11131.....11149.....11159.....11161.....11171
11173.....11177.....11197.....11213.....11239.....11243.....11251.....11257
11261.....11273.....11279.....11287.....11299.....11311.....11317.....11321
11329.....11351.....11353.....11369.....11383.....11393.....11399.....11411
11423.....11437.....11443.....11447.....11467.....11471.....11483.....11489
11491.....11497.....11503.....11519.....11527.....11549.....11551.....11579
11587.....11593.....11597.....11617.....11621.....11633.....11657.....11677
11681.....11689.....11699.....11701.....11717.....11719.....11731.....11743
11777.....11779.....11783.....11789.....11801.....11807.....11813.....11821
11827.....11831.....11833.....11839.....11863.....11867.....11887.....11897
11903.....11909.....11923.....11927.....11933.....11939.....11941.....11953
11959.....11969.....11971.....11981.....11987.....12007.....12011.....12037
12041.....12043.....12049.....12071.....12073.....12097.....12101.....12107
12109.....12113.....12119.....12143.....12149.....12157.....12161.....12163
12197.....12203.....12211.....12227.....12239.....12241.....12251.....12253
12263.....12269.....12277.....12281.....12289.....12301.....12323.....12329
12343.....12347.....12373.....12377.....12379.....12391.....12401.....12409
12413.....12421.....12433.....12437.....12451.....12457.....12473.....12479
12487.....12491.....12497.....12503.....12511.....12517.....12527.....12539
12541.....12547.....12553.....12569.....12577.....12583.....12589.....12601
12611.....12613.....12619.....12637.....12641.....12647.....12653.....12659
12671.....12689.....12697.....12703.....12713.....12721.....12739.....12743



....12757....12763....12781....12791....12799....12809....12821....12823
12829....12841....12853....12889....12893....12899....12907....12911
12917....12919....12923....12941....12953....12959....12967....12973
12979....12983....13001....13003....13007....13009....13033....13037
13043....13049....13063....13093....13099....13103....13109....13121
13127....13147....13151....13159....13163....13171....13177....13183
13187....13217....13219....13229....13241....13249....13259....13267
13291....13297....13309....13313....13327....13331....13337....13339
13367....13381....13397....13399....13411....13417....13421....13441
13451....13457....13463....13469....13477....13487....13499....13513
13523....13537....13553....13567....13577....13591....13597....13613
13619....13627....13633....13649....13669....13679....13681....13687
13691....13693....13697....13709....13711....13721....13723....13729
13751....13757....13759....13763....13781....13789....13799....13807
13829....13831....13841....13859....13873....13877....13879....13883
13901....13903....13907....13913....13921....13931....13933....13963
13967....13997....13999....14009....14011....14029....14033....14051
14057....14071....14081....14083....14087....14107....14143....14149
14153....14159....14173....14177....14197....14207....14221....14243
14249....14251....14281....14293....14303....14321....14323....14327
14341....14347....14369....14387....14389....14401....14407....14411
14419....14423....14431....14437....14447....14449....14461....14479
14489....14503....14519....14533....14537....14543....14549....14551
14557....14561....14563....14591....14593....14621....14627....14629
14633....14639....14653....14657....14669....14683....14699....14713
14717....14723....14731....14737....14741....14747....14753....14759
14767....14771....14779....14783....14797....14813....14821....14827
14831....14843....14851....14867....14869....14879....14887....14891
14897....14923....14929....14939....14947....14951....14957....14969
14983....15013....15017....15031....15053....15061....15073....15077
15083....15091....15101....15107....15121....15131....15137....15139
15149....15161....15173....15187....15193....15199....15217....15227
15233....15241....15259....15263....15269....15271....15277....15287
15289....15299....15307....15313....15319....15329....15331....15349
15359....15361....15373....15377....15383....15391....15401....15413
15427....15439....15443....15451....15461....15467....15473....15493
15497....15511....15527....15541....15551....15559....15569....15581
15583....15601....15607....15619....15629....15641....15643....15647
15649....15661....15667....15671....15679....15683....15727....15731
15733....15737....15739....15749....15761....15767....15773....15787
15791....15797....15803....15809....15817....15823....15859....15877
15881....15887....15889....15901....15907....15913....15919....15923
15937....15959....15971....15973....15991....16001....16007....16033
16057....16061....16063....16067....16069....16073....16087....16091
16097....16103....16111....16127....16139....16141....16183....16187
16189....16193....16217....16223....16229....16231....16249....16253
16267....16273....16301....16319....16333....16339....16349....16361
16363....16369....16381....16411....16417....16421....16427....16433
16447....16451....16453....16477....16481....16487....16493....16519
16529....16547....16553....16561....16567....16573....16603....16607
16619....16631....16633....16649....16651....16657....16661....16673
16691....16693....16699....16703....16729....16741....16747....16759
16763....16787....16811....16823....16829....16831....16843....16871
16879....16883....16889....16901....16903....16921....16927....16931
16937....16943....16963....16979....16981....16987....16993....17011
17021....17027....17029....17033....17041....17047....17053....17077
17093....17099....17107....17117....17123....17137....17159....17167
17183....17189....17191....17203....17207....17209....17231....17239
17257....17291....17293....17299....17317....17321....17327....17333
17341....17351....17359....17377....17383....17387....17389....17393
17401....17417....17419....17431....17443....17449....17467....17471
17477....17483....17489....17491....17497....17509....17519....17539
17551....17569....17573....17579....17581....17597....17599....17609
17623....17627....17657....17659....17669....17681....17683....17707

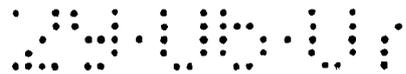


....17713....17729....17737....17747....17749....17761....17783....17789
17791....17807....17827....17837....17839....17851....17863....17881
17891....17903....17909....17911....17921....17923....17929....17939
17957....17959....17971....17977....17981....17987....17989....18013
18041....18043....18047....18049....18059....18061....18077....18089
18097....18119....18121....18127....18131....18133....18143....18149
18169....18181....18191....18199....18211....18217....18223....18229
18233....18251....18253....18257....18269....18287....18289....18301
18307....18311....18313....18329....18341....18353....18367....18371
18379....18397....18401....18413....18427....18433....18439....18443
18451....18457....18461....18481....18493....18503....18517....18521
18523....18539....18541....18553....18583....18587....18593....18617
18637....18661....18671....18679....18691....18701....18713....18719
18731....18743....18749....18757....18773....18787....18793....18797
18803....18839....18859....18869....18899....18911....18913....18917
18919....18947....18959....18973....18979....19001....19009....19013
19031....19037....19051....19069....19073....19079....19081....19087
19121....19139....19141....19157....19163....19181....19183....19207
19211....19213....19219....19231....19237....19249....19259....19267
19273....19289....19301....19309....19319....19333....19373....19379
19381....19387....19391....19403....19417....19421....19423....19427
19429....19433....19441....19447....19457....19463....19469....19471
19477....19483....19489....19501....19507....19531....19541....19543
19553....19559....19571....19577....19583....19597....19603....19609
19661....19681....19687....19697....19699....19709....19717....19727
19739....19751....19753....19759....19763....19777....19793....19801
19813....19819....19841....19843....19853....19861....19867....19889
19891....19913....19919....19927....19937....19949....19961....19963
19973....19979....19991....19993....19997....20011....20021....20023
20029....20047....20051....20063....20071....20089....20101....20107
20113....20117....20123....20129....20143....20147....20149....20161
20173....20177....20183....20201....20219....20231....20233....20249
20261....20269....20287....20297....20323....20327....20333....20341
20347....20353....20357....20359....20369....20389....20393....20399
20407....20411....20431....20441....20443....20477....20479....20483
20507....20509....20521....20533....20543....20549....20551....20563
20593....20599....20611....20627....20639....20641....20663....20681
20693....20707....20717....20719....20731....20743....20747....20749
20753....20759....20771....20773....20789....20807....20809....20849
20857....20873....20879....20887....20897....20899....20903....20921
20929....20939....20947....20959....20963....20981....20983....21001
21011....21013....21017....21019....21023....21031....21059....21061
21067....21089....21101....21107....21121....21139....21143....21149
21157....21163....21169....21179....21187....21191....21193....21211
21221....21227....21247....21269....21277....21283....21313....21317
21319....21323....21341....21347....21377....21379....21383....21391
21397....21401....21407....21419....21433....21467....21481....21487
21491....21493....21499....21503....21517....21521....21523....21529
21557....21559....21563....21569....21577....21587....21589....21599
21601....21611....21613....21617....21647....21649....21661....21673
21683....21701....21713....21727....21737....21739....21751....21757
21767....21773....21787....21799....21803....21817....21821....21839
21841....21851....21859....21863....21871....21881....21893....21911
21929....21937....21943....21961....21977....21991....21997....22003
22013....22027....22031....22037....22039....22051....22063....22067
22073....22079....22091....22093....22109....22111....22123....22129
22133....22147....22153....22157....22159....22171....22189....22193
22229....22247....22259....22271....22273....22277....22279....22283
22291....22303....22307....22343....22349....22367....22369....22381
22391....22397....22409....22433....22441....22447....22453....22469
22481....22483....22501....22511....22531....22541....22543....22549
22567....22571....22573....22613....22619....22621....22637....22639
22643....22651....22669....22679....22691....22697....22699....22709
22717....22721....22727....22739....22741....22751....22769....22777



....22783....22787....22807....22811....22817....22853....22859....22861
22871....22877....22901....22907....22921....22937....22943....22961
22963....22973....22993....23003....23011....23017....23021....23027
23029....23039....23041....23053....23057....23059....23063....23071
23081....23087....23099....23117....23131....23143....23159....23167
23173....23189....23197....23201....23203....23209....23227....23251
23269....23279....23291....23293....23297....23311....23321....23327
23333....23339....23357....23369....23371....23399....23417....23431
23447....23459....23473....23497....23509....23531....23537....23539
23549....23557....23561....23563....23567....23581....23593....23599
23603....23609....23623....23627....23629....23633....23663....23669
23671....23677....23687....23689....23719....23741....23743....23747
23753....23761....23767....23773....23789....23801....23813....23819
23827....23831....23833....23857....23869....23873....23879....23887
23893....23899....23909....23911....23917....23929....23957....23971
23977....23981....23993....24001....24007....24019....24023....24029
24043....24049....24061....24071....24077....24083....24091....24097
24103....24107....24109....24113....24121....24133....24137....24151
24169....24179....24181....24197....24203....24223....24229....24239
24247....24251....24281....24317....24329....24337....24359....24371
24373....24379....24391....24407....24413....24419....24421....24439
24443....24469....24473....24481....24499....24509....24517....24527
24533....24547....24551....24571....24593....24611....24623....24631
24659....24671....24677....24683....24691....24697....24709....24733
24749....24763....24767....24781....24793....24799....24809....24821
24841....24847....24851....24859....24877....24889....24907....24917
24919....24923....24943....24953....24967....24971....24977....24979
24989....25013....25031....25033....25037....25057....25073....25087
25097....25111....25117....25121....25127....25147....25153....25163
25169....25171....25183....25189....25219....25229....25237....25243
25247....25253....25261....25301....25303....25307....25309....25321
25339....25343....25349....25357....25367....25373....25391....25409
25411....25423....25439....25447....25453....25457....25463....25469
25471....25523....25537....25541....25561....25577....25579....25583
25589....25601....25603....25609....25621....25633....25639....25643
25657....25667....25673....25679....25693....25703....25717....25733
25741....25747....25759....25763....25771....25793....25799....25801
25819....25841....25847....25849....25867....25873....25889....25903
25913....25919....25931....25933....25939....25943....25951....25969
25981....25997....25999....26003....26017....26021....26029....26041
26053....26083....26099....26107....26111....26113....26119....26141
26153....26161....26171....26177....26183....26189....26203....26209
26227....26237....26249....26251....26261....26263....26267....26293
26297....26309....26317....26321....26339....26347....26357....26371
26387....26393....26399....26407....26417....26423....26431....26437
26449....26459....26479....26489....26497....26501....26513....26539
26557....26561....26573....26591....26597....26627....26633....26641
26647....26669....26681....26683....26687....26693....26699....26701
26711....26713....26717....26723....26729....26731....26737....26759
26777....26783....26801....26813....26821....26833....26839....26849
26861....26863....26879....26881....26891....26893....26903....26921
26927....26947....26951....26953....26959....26981....26987....26993
27011....27017....27031....27043....27059....27061....27067....27073
27077....27091....27103....27107....27109....27127....27143....27179
27191....27197....27211....27239....27241....27253....27259....27271
27277....27281....27283....27299....27329....27337....27361....27367
27397....27407....27409....27427....27431....27437....27449....27457
27479....27481....27487....27509....27527....27529....27539....27541
27551....27581....27583....27611....27617....27631....27647....27653
27673....27689....27691....27697....27701....27733....27737....27739
27743....27749....27751....27763....27767....27773....27779....27791
27793....27799....27803....27809....27817....27823....27827....27847
27851....27883....27893....27901....27917....27919....27941....27943
27947....27953....27961....27967....27983....27997....28001....28019

Anlage 1


 Seite 7 von

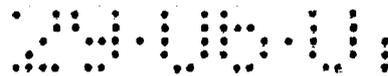
....28027....28031....28051....28057....28069....28081....28087....28097
28099....28109....28111....28123....28151....28163....28181....28183
28201....28211....28219....28229....28277....28279....28283....28289
28297....28307....28309....28319....28349....28351....28387....28393
28403....28409....28411....28429....28433....28439....28447....28463
28477....28493....28499....28513....28517....28537....28541....28547
28549....28559....28571....28573....28579....28591....28597....28603
28607....28619....28621....28627....28631....28643....28649....28657
28661....28663....28669....28687....28697....28703....28711....28723
28729....28751....28753....28759....28771....28789....28793....28807
28813....28817....28837....28843....28859....28867....28871....28879
28901....28909....28921....28927....28933....28949....28961....28979
29009....29017....29021....29023....29027....29033....29059....29063
29077....29101....29123....29129....29131....29137....29147....29153
29167....29173....29179....29191....29201....29207....29209....29221
29231....29243....29251....29269....29287....29297....29303....29311
29327....29333....29339....29347....29363....29383....29387....29389
29399....29401....29411....29423....29429....29437....29443....29453
29473....29483....29501....29527....29531....29537....29567....29569
29573....29581....29587....29599....29611....29629....29633....29641
29663....29669....29671....29683....29717....29723....29741....29753
29759....29761....29789....29803....29819....29833....29837....29851
29863....29867....29873....29879....29881....29917....29921....29927
29947....29959....29983....29989....30011....30013....30029....30047
30059....30071....30089....30091....30097....30103....30109....30113
30119....30133....30137....30139....30161....30169....30181....30187
30197....30203....30211....30223....30241....30253....30259....30269
30271....30293....30307....30313....30319....30323....30341....30347
30367....30389....30391....30403....30427....30431....30449....30467
30469....30491....30493....30497....30509....30517....30529....30539
30553....30557....30559....30577....30593....30631....30637....30643
30649....30661....30671....30677....30689....30697....30703....30707
30713....30727....30757....30763....30773....30781....30803....30809
30817....30829....30839....30841....30851....30853....30859....30869
30871....30881....30893....30911....30931....30937....30941....30949
30971....30977....30983....31013....31019....31033....31039....31051
31063....31069....31079....31081....31091....31121....31123....31139
31147....31151....31153....31159....31177....31181....31183....31189
31193....31219....31223....31231....31237....31247....31249....31253
31259....31267....31271....31277....31307....31319....31321....31327
31333....31337....31357....31379....31387....31391....31393....31397
31469....31477....31481....31489....31511....31513....31517....31531
31541....31543....31547....31567....31573....31583....31601....31607
31627....31643....31649....31657....31663....31667....31687....31699
31721....31723....31727....31729....31741....31751....31769....31771
31793....31799....31817....31847....31849....31859....31873....31883
31891....31907....31957....31963....31973....31981....31991....32003
32009....32027....32029....32051....32057....32059....32063....32069
32077....32083....32089....32099....32117....32119....32141....32143
32159....32173....32183....32189....32191....32203....32213....32233
32237....32251....32257....32261....32297....32299....32303....32309
32321....32323....32327....32341....32353....32359....32363....32369
32371....32377....32381....32401....32411....32413....32423....32429
32441....32443....32467....32479....32491....32497....32503....32507
32531....32533....32537....32561....32563....32569....32573....32579
32587....32603....32609....32611....32621....32633....32647....32653
32687....32693....32707....32713....32717....32719....32749....32771
32779....32783....32789....32797....32801....32803....32831....32833
32839....32843....32869....32887....32909....32911....32917....32933
32939....32941....32957....32969....32971....32983....32987....32993
32999....33013....33023....33029....33037....33049....33053....33071
33073....33083....33091....33107....33113....33119....33149....33151
33161....33179....33181....33191....33199....33203....33211....33223
33247....33287....33289....33301....33311....33317....33329....33331

....33343....33347....33349....33353....33359....33377....33391....33403
33409....33413....33427....33457....33461....33469....33479....33487
33493....33503....33521....33529....33533....33547....33563....33569
33577....33581....33587....33589....33599....33601....33613....33617
33619....33623....33629....33637....33641....33647....33679....33703
33713....33721....33739....33749....33751....33757....33767....33769
33773....33791....33797....33809....33811....33827....33829....33851
33857....33863....33871....33889....33893....33911....33923....33931
33937....33941....33961....33967....33997....34019....34031....34033
34039....34057....34061....34123....34127....34129....34141....34147
34157....34159....34171....34183....34211....34213....34217....34231
34253....34259....34261....34267....34273....34283....34297....34301
34303....34313....34319....34327....34337....34351....34361....34367
34369....34381....34403....34421....34429....34439....34457....34469
34471....34483....34487....34499....34501....34511....34513....34519
34537....34543....34549....34583....34589....34591....34603....34607
34613....34631....34649....34651....34667....34673....34679....34687
34693....34703....34721....34729....34739....34747....34757....34759
34763....34781....34807....34819....34841....34843....34847....34849
34871....34877....34883....34897....34913....34919....34939....34949
34961....34963....34981....35023....35027....35051....35053....35059
35069....35081....35083....35089....35099....35107....35111....35117
35129....35141....35149....35153....35159....35171....35201....35221
35227....35251....35257....35267....35279....35281....35291....35311
35317....35323....35327....35339....35353....35363....35381....35393
35401....35407....35419....35423....35437....35447....35449....35461
35491....35507....35509....35521....35527....35531....35533....35537
35543....35569....35573....35591....35593....35597....35603....35617
35671....35677....35729....35731....35747....35753....35759....35771
35797....35801....35803....35809....35831....35837....35839....35851
35863....35869....35879....35897....35899....35911....35923....35933
35951....35963....35969....35977....35983....35993....35999....36007
36011....36013....36017....36037....36061....36067....36073....36083
36097....36107....36109....36131....36137....36151....36161....36187
36191....36209....36217....36229....36241....36251....36263....36269
36277....36293....36299....36307....36313....36319....36341....36343
36353....36373....36383....36389....36433....36451....36457....36467
36469....36473....36479....36493....36497....36523....36527....36529
36541....36551....36559....36563....36571....36583....36587....36599
36607....36629....36637....36643....36653....36671....36677....36683
36691....36697....36709....36713....36721....36739....36749....36761
36767....36779....36781....36787....36791....36793....36809....36821
36833....36847....36857....36871....36877....36887....36899....36901
36913....36919....36923....36929....36931....36943....36947....36973
36979....36997....37003....37013....37019....37021....37039....37049
37057....37061....37087....37097....37117....37123....37139....37159
37171....37181....37189....37199....37201....37217....37223....37243
37253....37273....37277....37307....37309....37313....37321....37337
37339....37357....37361....37363....37369....37379....37397....37409
37423....37441....37447....37463....37483....37489....37493....37501
37507....37511....37517....37529....37537....37547....37549....37561
37567....37571....37573....37579....37589....37591....37607....37619
37633....37643....37649....37657....37663....37691....37693....37699
37717....37747....37781....37783....37799....37811....37813....37831
37847....37853....37861....37871....37879....37889....37897....37907
37951....37957....37963....37967....37987....37991....37993....37997
38011....38039....38047....38053....38069....38083....38113....38119
38149....38153....38167....38177....38183....38189....38197....38201
38219....38231....38237....38239....38261....38273....38281....38287
38299....38303....38317....38321....38327....38329....38333....38351
38371....38377....38393....38431....38447....38449....38453....38459
38461....38501....38543....38557....38561....38567....38569....38593
38603....38609....38611....38629....38639....38651....38653....38669
38671....38677....38693....38699....38707....38711....38713....38723

....38729....38737....38747....38749....38767....38783....38791....38803
38821....38833....38839....38851....38861....38867....38873....38891
38903....38917....38921....38923....38933....38953....38959....38971
38977....38993....39019....39023....39041....39043....39047....39079
39089....39097....39103....39107....39113....39119....39133....39139
39157....39161....39163....39181....39191....39199....39209....39217
39227....39229....39233....39239....39241....39251....39293....39301
39313....39317....39323....39341....39343....39359....39367....39371
39373....39383....39397....39409....39419....39439....39443....39451
39461....39499....39503....39509....39511....39521....39541....39551
39563....39569....39581....39607....39619....39623....39631....39659
39667....39671....39679....39703....39709....39719....39727....39733
39749....39761....39769....39779....39791....39799....39821....39827
39829....39839....39841....39847....39857....39863....39869....39877
39883....39887....39901....39929....39937....39953....39971....39979
39983....39989....40009....40013....40031....40037....40039....40063
40087....40093....40099....40111....40123....40127....40129....40151
40153....40163....40169....40177....40189....40193....40213....40231
40237....40241....40253....40277....40283....40289....40343....40351
40357....40361....40387....40423....40427....40429....40433....40459
40471....40483....40487....40493....40499....40507....40519....40529
40531....40543....40559....40577....40583....40591....40597....40609
40627....40637....40639....40693....40697....40699....40709....40739
40751....40759....40763....40771....40787....40801....40813....40819
40823....40829....40841....40847....40849....40853....40867....40879
40883....40897....40903....40927....40933....40939....40949....40961
40973....40993....41011....41017....41023....41039....41047....41051
41057....41077....41081....41113....41117....41131....41141....41143
41149....41161....41177....41179....41183....41189....41201....41203
41213....41221....41227....41231....41233....41243....41257....41263
41269....41281....41299....41333....41341....41351....41357....41381
41387....41389....41399....41411....41413....41443....41453....41467
41479....41491....41507....41513....41519....41521....41539....41543
41549....41579....41593....41597....41603....41609....41611....41617
41621....41627....41641....41647....41651....41659....41669....41681
41687....41719....41729....41737....41759....41761....41771....41777
41801....41809....41813....41843....41849....41851....41863....41879
41887....41893....41897....41903....41911....41927....41941....41947
41953....41957....41959....41969....41981....41983....41999....42013
42017....42019....42023....42043....42061....42071....42073....42083
42089....42101....42131....42139....42157....42169....42179....42181
42187....42193....42197....42209....42221....42223....42227....42239
42257....42281....42283....42293....42299....42307....42323....42331
42337....42349....42359....42373....42379....42391....42397....42403
42407....42409....42433....42437....42443....42451....42457....42461
42463....42467....42473....42487....42491....42499....42509....42533
42557....42569....42571....42577....42589....42611....42641....42643
42649....42667....42677....42683....42689....42697....42701....42703
42709....42719....42727....42737....42743....42751....42767....42773
42787....42793....42797....42821....42829....42839....42841....42853
42859....42863....42899....42901....42923....42929....42937....42943
42953....42961....42967....42979....42989....43003....43013....43019
43037....43049....43051....43063....43067....43093....43103....43117
43133....43151....43159....43177....43189....43201....43207....43223
43237....43261....43271....43283....43291....43313....43319....43321
43331....43391....43397....43399....43403....43411....43427....43441
43451....43457....43481....43487....43499....43517....43541....43543
43573....43577....43579....43591....43597....43607....43609....43613
43627....43633....43649....43651....43661....43669....43691....43711
43717....43721....43753....43759....43777....43781....43783....43787
43789....43793....43801....43853....43867....43889....43891....43913
43933....43943....43951....43961....43963....43969....43973....43987
43991....43997....44017....44021....44027....44029....44041....44053
44059....44071....44087....44089....44101....44111....44119....44123

....44129....44131....44159....44171....44179....44189....44201....44203
44207....44221....44249....44257....44263....44267....44269....44273
44279....44281....44293....44351....44357....44371....44381....44383
44389....44417....44449....44453....44483....44491....44497....44501
44507....44519....44531....44533....44537....44543....44549....44563
44579....44587....44617....44621....44623....44633....44641....44647
44651....44657....44683....44687....44699....44701....44711....44729
44741....44753....44771....44773....44777....44789....44797....44809
44819....44839....44843....44851....44867....44879....44887....44893
44909....44917....44927....44939....44953....44959....44963....44971
44983....44987....45007....45013....45053....45061....45077....45083
45119....45121....45127....45131....45137....45139....45161....45179
45181....45191....45197....45233....45247....45259....45263....45281
45289....45293....45307....45317....45319....45329....45337....45341
45343....45361....45377....45389....45403....45413....45427....45433
45439....45481....45491....45497....45503....45523....45533....45541
45553....45557....45569....45587....45589....45599....45613....45631
45641....45659....45667....45673....45677....45691....45697....45707
45737....45751....45757....45763....45767....45779....45817....45821
45823....45827....45833....45841....45853....45863....45869....45887
45893....45943....45949....45953....45959....45971....45979....45989
46021....46027....46049....46051....46061....46073....46091....46093
46099....46103....46133....46141....46147....46153....46171....46181
46183....46187....46199....46219....46229....46237....46261....46271
46273....46279....46301....46307....46309....46327....46337....46349
46351....46381....46399....46411....46439....46441....46447....46451
46457....46471....46477....46489....46499....46507....46511....46523
46549....46559....46567....46573....46589....46591....46601....46619
46633....46639....46643....46649....46663....46679....46681....46687
46691....46703....46723....46727....46747....46751....46757....46769
46771....46807....46811....46817....46819....46829....46831....46853
46861....46867....46877....46889....46901....46919....46933....46957
46993....46997....47017....47041....47051....47057....47059....47087
47093....47111....47119....47123....47129....47137....47143....47147
47149....47161....47189....47207....47221....47237....47251....47269
47279....47287....47293....47297....47303....47309....47317....47339
47351....47353....47363....47381....47387....47389....47407....47417
47419....47431....47441....47459....47491....47497....47501....47507
47513....47521....47527....47533....47543....47563....47569....47581
47591....47599....47609....47623....47629....47639....47653....47657
47659....47681....47699....47701....47711....47713....47717....47737
47741....47743....47777....47779....47791....47797....47807....47809
47819....47837....47843....47857....47869....47881....47903....47911
47917....47933....47939....47947....47951....47963....47969....47977
47981....48017....48023....48029....48049....48073....48079....48091
48109....48119....48121....48131....48157....48163....48179....48187
48193....48197....48221....48239....48247....48259....48271....48281
48299....48311....48313....48337....48341....48353....48371....48383
48397....48407....48409....48413....48437....48449....48463....48473
48479....48481....48487....48491....48497....48523....48527....48533
48539....48541....48563....48571....48589....48593....48611....48619
48623....48647....48649....48661....48673....48677....48679....48731
48733....48751....48757....48761....48767....48779....48781....48787
48799....48809....48817....48821....48823....48847....48857....48859
48869....48871....48883....48889....48907....48947....48953....48973
48989....48991....49003....49009....49019....49031....49033....49037
49043....49057....49069....49081....49103....49109....49117....49121
49123....49139....49157....49169....49171....49177....49193....49199
49201....49207....49211....49223....49253....49261....49277....49279
49297....49307....49331....49333....49339....49363....49367....49369
49391....49393....49409....49411....49417....49429....49433....49451
49459....49463....49477....49481....49499....49523....49529....49531
49537....49547....49549....49559....49597....49603....49613....49627
49633....49639....49663....49667....49669....49681....49697....49711

Anlage 1


 Seite 11 von

....49727....49739....49741....49747....49757....49783....49787....49789
49801....49807....49811....49823....49831....49843....49853....49871
49877....49891....49919....49921....49927....49937....49939....49943
49957....49991....49993....49999....50021....50023....50033....50047
50051....50053....50069....50077....50087....50093....50101....50111
50119....50123....50129....50131....50147....50153....50159....50177
50207....50221....50227....50231....50261....50263....50273....50287
50291....50311....50321....50329....50333....50341....50359....50363
50377....50383....50387....50411....50417....50423....50441....50459
50461....50497....50503....50513....50527....50539....50543....50549
50551....50581....50587....50591....50593....50599....50627....50647
50651....50671....50683....50707....50723....50741....50753....50767
50773....50777....50789....50821....50833....50839....50849....50857
50867....50873....50891....50893....50909....50923....50929....50951
50957....50969....50971....50989....50993....51001....51031....51043
51047....51059....51061....51071....51109....51131....51133....51137
51151....51157....51169....51193....51197....51199....51203....51217
51229....51239....51241....51257....51263....51283....51287....51307
51329....51341....51343....51347....51349....51361....51383....51407
51413....51419....51421....51427....51431....51437....51439....51449
51461....51473....51479....51481....51487....51503....51511....51517
51521....51539....51551....51563....51577....51581....51593....51599
51607....51613....51631....51637....51647....51659....51673....51679
51683....51691....51713....51719....51721....51749....51767....51769
51787....51797....51803....51817....51827....51829....51839....51853
51859....51869....51871....51893....51899....51907....51913....51929
51941....51949....51971....51973....51977....51991....52009....52021
52027....52051....52057....52067....52069....52081....52103....52121
52127....52147....52153....52163....52177....52181....52183....52189
52201....52223....52237....52249....52253....52259....52267....52289
52291....52301....52313....52321....52361....52363....52369....52379
52387....52391....52433....52453....52457....52489....52501....52511
52517....52529....52541....52543....52553....52561....52567....52571
52579....52583....52609....52627....52631....52639....52667....52673
52691....52697....52709....52711....52721....52727....52733....52747
52757....52769....52783....52807....52813....52817....52837....52859
52861....52879....52883....52889....52901....52903....52919....52937
52951....52957....52963....52967....52973....52981....52999....53003
53017....53047....53051....53069....53077....53087....53089....53093
53101....53113....53117....53129....53147....53149....53161....53171
53173....53189....53197....53201....53231....53233....53239....53267
53269....53279....53281....53299....53309....53323....53327....53353
53359....53377....53381....53401....53407....53411....53419....53437
53441....53453....53479....53503....53507....53527....53549....53551
53569....53591....53593....53597....53609....53611....53617....53623
53629....53633....53639....53653....53657....53681....53693....53699
53717....53719....53731....53759....53773....53777....53783....53791
53813....53819....53831....53849....53857....53861....53881....53887
53891....53897....53899....53917....53923....53927....53939....53951
53959....53987....53993....54001....54011....54013....54037....54049
54059....54083....54091....54101....54121....54133....54139....54151
54163....54167....54181....54193....54217....54251....54269....54277
54287....54293....54311....54319....54323....54331....54347....54361
54367....54371....54377....54401....54403....54409....54413....54419
54421....54437....54443....54449....54469....54493....54497....54499
54503....54517....54521....54539....54541....54547....54559....54563
54577....54581....54583....54601....54617....54623....54629....54631
54647....54667....54673....54679....54709....54713....54721....54727
54751....54767....54773....54779....54787....54799....54829....54833
54851....54869....54877....54881....54907....54917....54919....54941
54949....54959....54973....54979....54983....55001....55009....55021
55049....55051....55057....55061....55073....55079....55103....55109
55117....55127....55147....55163....55171....55201....55207....55213
55217....55219....55229....55243....55249....55259....55291....55313

....55331....55333....55337....55339....55343....55351....55373....55381
55399....55411....55439....55441....55457....55469....55487....55501
55511....55529....55541....55547....55579....55589....55603....55609
55619....55621....55631....55633....55639....55661....55663....55667
55673....55681....55691....55697....55711....55717....55721....55733
55763....55787....55793....55799....55807....55813....55817....55819
55823....55829....55837....55843....55849....55871....55889....55897
55901....55903....55921....55927....55931....55933....55949....55967
55987....55997....56003....56009....56039....56041....56053....56081
56087....56093....56099....56101....56113....56123....56131....56149
56167....56171....56179....56197....56207....56209....56237....56239
56249....56263....56267....56269....56299....56311....56333....56359
56369....56377....56383....56393....56401....56417....56431....56437
56443....56453....56467....56473....56477....56479....56489....56501
56503....56509....56519....56527....56531....56533....56543....56569
56591....56597....56599....56611....56629....56633....56659....56663
56671....56681....56687....56701....56711....56713....56731....56737
56747....56767....56773....56779....56783....56807....56809....56813
56821....56827....56843....56857....56873....56891....56893....56897
56909....56911....56921....56923....56929....56941....56951....56957
56963....56983....56989....56993....56999....57037....57041....57047
57059....57073....57077....57089....57097....57107....57119....57131
57139....57143....57149....57163....57173....57179....57191....57193
57203....57221....57223....57241....57251....57259....57269....57271
57283....57287....57301....57329....57331....57347....57349....57367
57373....57383....57389....57397....57413....57427....57457....57467
57487....57493....57503....57527....57529....57557....57559....57571
57587....57593....57601....57637....57641....57649....57653....57667
57679....57689....57697....57709....57713....57719....57727....57731
57737....57751....57773....57781....57787....57791....57793....57803
57809....57829....57839....57847....57853....57859....57881....57899
57901....57917....57923....57943....57947....57973....57977....57991
58013....58027....58031....58043....58049....58057....58061....58067
58073....58099....58109....58111....58129....58147....58151....58153
58169....58171....58189....58193....58199....58207....58211....58217
58229....58231....58237....58243....58271....58309....58313....58321
58337....58363....58367....58369....58379....58391....58393....58403
58411....58417....58427....58439....58441....58451....58453....58477
58481....58511....58537....58543....58549....58567....58573....58579
58601....58603....58613....58631....58657....58661....58679....58687
58693....58699....58711....58727....58733....58741....58757....58763
58771....58787....58789....58831....58889....58897....58901....58907
58909....58913....58921....58937....58943....58963....58967....58979
58991....58997....59009....59011....59021....59023....59029....59051
59053....59063....59069....59077....59083....59093....59107....59113
59119....59123....59141....59149....59159....59167....59183....59197
59207....59209....59219....59221....59233....59239....59243....59263
59273....59281....59333....59341....59351....59357....59359....59369
59377....59387....59393....59399....59407....59417....59419....59441
59443....59447....59453....59467....59471....59473....59497....59509
59513....59539....59557....59561....59567....59581....59611....59617
59621....59627....59629....59651....59659....59663....59669....59671
59693....59699....59707....59723....59729....59743....59747....59753
59771....59779....59791....59797....59809....59833....59863....59879
59887....59921....59929....59951....59957....59971....59981....59999
60013....60017....60029....60037....60041....60077....60083....60089
60091....60101....60103....60107....60127....60133....60139....60149
60161....60167....60169....60209....60217....60223....60251....60257
60259....60271....60289....60293....60317....60331....60337....60343
60353....60373....60383....60397....60413....60427....60443....60449
60457....60493....60497....60509....60521....60527....60539....60589
60601....60607....60611....60617....60623....60631....60637....60647
60649....60659....60661....60679....60689....60703....60719....60727
60733....60737....60757....60761....60763....60773....60779....60793

....60811....60821....60859....60869....60887....60889....60899....60901
60913....60917....60919....60923....60937....60943....60953....60961
61001....61007....61027....61031....61043....61051....61057....61091
61099....61121....61129....61141....61151....61153....61169....61211
61223....61231....61253....61261....61283....61291....61297....61331
61333....61339....61343....61357....61363....61379....61381....61403
61409....61417....61441....61463....61469....61471....61483....61487
61493....61507....61511....61519....61543....61547....61553....61559
61561....61583....61603....61609....61613....61627....61631....61637
61643....61651....61657....61667....61673....61681....61687....61703
61717....61723....61729....61751....61757....61781....61813....61819
61837....61843....61861....61871....61879....61909....61927....61933
61949....61961....61967....61979....61981....61987....61991....62003
62011....62017....62039....62047....62053....62057....62071....62081
62099....62119....62129....62131....62137....62141....62143....62171
62189....62191....62201....62207....62213....62219....62233....62273
62297....62299....62303....62311....62323....62327....62347....62351
62383....62401....62417....62423....62459....62467....62473....62477
62483....62497....62501....62507....62533....62539....62549....62563
62581....62591....62597....62603....62617....62627....62633....62639
62653....62659....62683....62687....62701....62723....62731....62743
62753....62761....62773....62791....62801....62819....62827....62851
62861....62869....62873....62897....62903....62921....62927....62929
62939....62969....62971....62981....62983....62987....62989....63029
63031....63059....63067....63073....63079....63097....63103....63113
63127....63131....63149....63179....63197....63199....63211....63241
63247....63277....63281....63299....63311....63313....63317....63331
63337....63347....63353....63361....63367....63377....63389....63391
63397....63409....63419....63421....63439....63443....63463....63467
63473....63487....63493....63499....63521....63527....63533....63541
63559....63577....63587....63589....63599....63601....63607....63611
63617....63629....63647....63649....63659....63667....63671....63689
63691....63697....63703....63709....63719....63727....63737....63743
63761....63773....63781....63793....63799....63803....63809....63823
63839....63841....63853....63857....63863....63901....63907....63913
63929....63949....63977....63997....64007....64013....64019....64033
64037....64063....64067....64081....64091....64109....64123....64151
64153....64157....64171....64187....64189....64217....64223....64231
64237....64271....64279....64283....64301....64303....64319....64327
64333....64373....64381....64399....64403....64433....64439....64451
64453....64483....64489....64499....64513....64553....64567....64577
64579....64591....64601....64609....64613....64621....64627....64633
64661....64663....64667....64679....64693....64709....64717....64747
64763....64781....64783....64793....64811....64817....64849....64853
64871....64877....64879....64891....64901....64919....64921....64927
64937....64951....64969....64997....65003....65011....65027....65029
65033....65053....65063....65071....65089....65099....65101....65111
65119....65123....65129....65141....65147....65167....65171....65173
65179....65183....65203....65213....65239....65257....65267....65269
65287....65293....65309....65323....65327....65353....65357....65371
65381....65393....65407....65413....65419....65423....65437....65447
65449....65479....65497....65519....65521....65537....65539....65543
65551....65557....65563....65579....65581....65587....65599....65609
65617....65629....65633....65647....65651....65657....65677....65687
65699....65701....65707....65713....65717....65719....65729....65731
65761....65777....65789....65809....65827....65831....65837....65839
65843....65851....65867....65881....65899....65921....65927....65929
65951....65957....65963....65981....65983....65993....66029....66037
66041....66047....66067....66071....66083....66089....66103....66107
66109....66137....66161....66169....66173....66179....66191....66221
66239....66271....66293....66301....66337....66343....66347....66359
66361....66373....66377....66383....66403....66413....66431....66449
66457....66463....66467....66491....66499....66509....66523....66529
66533....66541....66553....66569....66571....66587....66593....66601

.... 66617.... 66629.... 66643.... 66653.... 66683.... 66697.... 66701.... 66713
 66721.... 66733.... 66739.... 66749.... 66751.... 66763.... 66791.... 66797
 66809.... 66821.... 66841.... 66851.... 66853.... 66863.... 66877.... 66883
 66889.... 66919.... 66923.... 66931.... 66943.... 66947.... 66949.... 66959
 66973.... 66977.... 67003.... 67021.... 67033.... 67043.... 67049.... 67057
 67061.... 67073.... 67079.... 67103.... 67121.... 67129.... 67139.... 67141
 67153.... 67157.... 67169.... 67181.... 67187.... 67189.... 67211.... 67213
 67217.... 67219.... 67231.... 67247.... 67261.... 67271.... 67273.... 67289
 67307.... 67339.... 67343.... 67349.... 67369.... 67391.... 67399.... 67409
 67411.... 67421.... 67427.... 67429.... 67433.... 67447.... 67453.... 67477
 67481.... 67489.... 67493.... 67499.... 67511.... 67523.... 67531.... 67537
 67547.... 67559.... 67567.... 67577.... 67579.... 67589.... 67601.... 67607
 67619.... 67631.... 67651.... 67679.... 67699.... 67709.... 67723.... 67733
 67741.... 67751.... 67757.... 67759.... 67763.... 67777.... 67783.... 67789
 67801.... 67807.... 67819.... 67829.... 67843.... 67853.... 67867.... 67883
 67891.... 67901.... 67927.... 67931.... 67933.... 67939.... 67943.... 67957
 67961.... 67967.... 67979.... 67987.... 67993.... 68023.... 68041.... 68053
 68059.... 68071.... 68087.... 68099.... 68111.... 68113.... 68141.... 68147
 68161.... 68171.... 68207.... 68209.... 68213.... 68219.... 68227.... 68239
 68261.... 68279.... 68281.... 68311.... 68329.... 68351.... 68371.... 68389
 68399.... 68437.... 68443.... 68447.... 68449.... 68473.... 68477.... 68483
 68489.... 68491.... 68501.... 68507.... 68521.... 68531.... 68539.... 68543
 68567.... 68581.... 68597.... 68611.... 68633.... 68639.... 68659.... 68669
 68683.... 68687.... 68699.... 68711.... 68713.... 68729.... 68737.... 68743
 68749.... 68767.... 68771.... 68777.... 68791.... 68813.... 68819.... 68821
 68863.... 68879.... 68881.... 68891.... 68897.... 68899.... 68903.... 68909
 68917.... 68927.... 68947.... 68963.... 68993.... 69001.... 69011.... 69019
 69029.... 69031.... 69061.... 69067.... 69073.... 69109.... 69119.... 69127
 69143.... 69149.... 69151.... 69163.... 69191.... 69193.... 69197.... 69203
 69221.... 69233.... 69239.... 69247.... 69257.... 69259.... 69263.... 69313
 69317.... 69337.... 69341.... 69371.... 69379.... 69383.... 69389.... 69401
 69403.... 69427.... 69431.... 69439.... 69457.... 69463.... 69467.... 69473
 69481.... 69491.... 69493.... 69497.... 69499.... 69539.... 69557.... 69593
 69623.... 69653.... 69661.... 69677.... 69691.... 69697.... 69709.... 69737
 69739.... 69761.... 69763.... 69767.... 69779.... 69809.... 69821.... 69827
 69829.... 69833.... 69847.... 69857.... 69859.... 69877.... 69899.... 69911
 69929.... 69931.... 69941.... 69959.... 69991.... 69997.... 70001.... 70003
 70009.... 70019.... 70039.... 70051.... 70061.... 70067.... 70079.... 70099
 70111.... 70117.... 70121.... 70123.... 70139.... 70141.... 70157.... 70163
 70177.... 70181.... 70183.... 70199.... 70201.... 70207.... 70223.... 70229
 70237.... 70241.... 70249.... 70271.... 70289.... 70297.... 70309.... 70313
 70321.... 70327.... 70351.... 70373.... 70379.... 70381.... 70393.... 70423
 70429.... 70439.... 70451.... 70457.... 70459.... 70481.... 70487.... 70489
 70501.... 70507.... 70529.... 70537.... 70549.... 70571.... 70573.... 70583
 70589.... 70607.... 70619.... 70621.... 70627.... 70639.... 70657.... 70663
 70667.... 70687.... 70709.... 70717.... 70729.... 70753.... 70769.... 70783
 70793.... 70823.... 70841.... 70843.... 70849.... 70853.... 70867.... 70877
 70879.... 70891.... 70901.... 70913.... 70919.... 70921.... 70937.... 70949
 70951.... 70957.... 70969.... 70979.... 70981.... 70991.... 70997.... 70999
 71011.... 71023.... 71039.... 71059.... 71069.... 71081.... 71089.... 71119
 71129.... 71143.... 71147.... 71153.... 71161.... 71167.... 71171.... 71191
 71209.... 71233.... 71237.... 71249.... 71257.... 71261.... 71263.... 71287
 71293.... 71317.... 71327.... 71329.... 71333.... 71339.... 71341.... 71347
 71353.... 71359.... 71363.... 71387.... 71389.... 71399.... 71411.... 71413
 71419.... 71429.... 71437.... 71443.... 71453.... 71471.... 71473.... 71479
 71483.... 71503.... 71527.... 71537.... 71549.... 71551.... 71563.... 71569
 71593.... 71597.... 71633.... 71647.... 71663.... 71671.... 71693.... 71699
 71707.... 71711.... 71713.... 71719.... 71741.... 71761.... 71777.... 71789
 71807.... 71809.... 71821.... 71837.... 71843.... 71849.... 71861.... 71867
 71879.... 71881.... 71887.... 71899.... 71909.... 71917.... 71933.... 71941
 71947.... 71963.... 71971.... 71983.... 71987.... 71993.... 71999.... 72019
 72031.... 72043.... 72047.... 72053.... 72073.... 72077.... 72089.... 72091
 72101.... 72103.... 72109.... 72139.... 72161.... 72167.... 72169.... 72173
 72211.... 72221.... 72223.... 72227.... 72229.... 72251.... 72253.... 72269

....72271....72277....72287....72307....72313....72337....72341....72353
72367....72379....72383....72421....72431....72461....72467....72469
72481....72493....72497....72503....72533....72547....72551....72559
72577....72613....72617....72623....72643....72647....72649....72661
72671....72673....72679....72689....72701....72707....72719....72727
72733....72739....72763....72767....72797....72817....72823....72859
72869....72871....72883....72889....72893....72901....72907....72911
72923....72931....72937....72949....72953....72959....72973....72977
72997....73009....73013....73019....73037....73039....73043....73061
73063....73079....73091....73121....73127....73133....73141....73181
73189....73237....73243....73259....73277....73291....73303....73309
73327....73331....73351....73361....73363....73369....73379....73387
73417....73421....73433....73453....73459....73471....73477....73483
73517....73523....73529....73547....73553....73561....73571....73583
73589....73597....73607....73609....73613....73637....73643....73651
73673....73679....73681....73693....73699....73709....73721....73727
73751....73757....73771....73783....73819....73823....73847....73849
73859....73867....73877....73883....73897....73907....73939....73943
73951....73961....73973....73999....74017....74021....74027....74047
74051....74071....74077....74093....74099....74101....74131....74143
74149....74159....74161....74167....74177....74189....74197....74201
74203....74209....74219....74231....74257....74279....74287....74293
74297....74311....74317....74323....74353....74357....74363....74377
74381....74383....74411....74413....74419....74441....74449....74453
74471....74489....74507....74509....74521....74527....74531....74551
74561....74567....74573....74587....74597....74609....74611....74623
74653....74687....74699....74707....74713....74717....74719....74729
74731....74747....74759....74761....74771....74779....74797....74821
74827....74831....74843....74857....74861....74869....74873....74887
74891....74897....74903....74923....74929....74933....74941....74959
75011....75013....75017....75029....75037....75041....75079....75083
75109....75133....75149....75161....75167....75169....75181....75193
75209....75211....75217....75223....75227....75239....75253....75269
75277....75289....75307....75323....75329....75337....75347....75353
75367....75377....75389....75391....75401....75403....75407....75431
75437....75479....75503....75511....75521....75527....75533....75539
75541....75553....75557....75571....75577....75583....75611....75617
75619....75629....75641....75653....75659....75679....75683....75689
75703....75707....75709....75721....75731....75743....75767....75773
75781....75787....75793....75797....75821....75833....75853....75869
75883....75913....75931....75937....75941....75967....75979....75983
75989....75991....75997....76001....76003....76031....76039....76079
76081....76091....76099....76103....76123....76129....76147....76157
76159....76163....76207....76213....76231....76243....76249....76253
76259....76261....76283....76289....76303....76333....76343....76367
76369....76379....76387....76403....76421....76423....76441....76463
76471....76481....76487....76493....76507....76511....76519....76537
76541....76543....76561....76579....76597....76603....76607....76631
76649....76651....76667....76673....76679....76697....76717....76733
76753....76757....76771....76777....76781....76801....76819....76829
76831....76837....76847....76871....76873....76883....76907....76913
76919....76943....76949....76961....76963....76991....77003....77017
77023....77029....77041....77047....77069....77081....77093....77101
77137....77141....77153....77167....77171....77191....77201....77213
77237....77239....77243....77249....77261....77263....77267....77269
77279....77291....77317....77323....77339....77347....77351....77359
77369....77377....77383....77417....77419....77431....77447....77471
77477....77479....77489....77491....77509....77513....77521....77527
77543....77549....77551....77557....77563....77569....77573....77587
77591....77611....77617....77621....77641....77647....77659....77681
77687....77689....77699....77711....77713....77719....77723....77731
77743....77747....77761....77773....77783....77797....77801....77813
77839....77849....77863....77867....77893....77899....77929....77933
77951....77969....77977....77983....77999....78007....78017....78031

....78041....78049....78059....78079....78101....78121....78137....78139
78157....78163....78167....78173....78179....78191....78193....78203
78229....78233....78241....78259....78277....78283....78301....78307
78311....78317....78341....78347....78367....78401....78427....78437
78439....78467....78479....78487....78497....78509....78511....78517
78539....78541....78553....78569....78571....78577....78583....78593
78607....78623....78643....78649....78653....78691....78697....78707
78713....78721....78737....78779....78781....78787....78791....78797
78803....78809....78823....78839....78853....78857....78877....78887
78889....78893....78901....78919....78929....78941....78977....78979
78989....79031....79039....79043....79063....79087....79103....79111
79133....79139....79147....79151....79153....79159....79181....79187
79193....79201....79229....79231....79241....79259....79273....79279
79283....79301....79309....79319....79333....79337....79349....79357
79367....79379....79393....79397....79399....79411....79423....79427
79433....79451....79481....79493....79531....79537....79549....79559
79561....79579....79589....79601....79609....79613....79621....79627
79631....79633....79657....79669....79687....79691....79693....79697
79699....79757....79769....79777....79801....79811....79813....79817
79823....79829....79841....79843....79847....79861....79867....79873
79889....79901....79903....79907....79939....79943....79967....79973
79979....79987....79997....79999....80021....80039....80051....80071
80077....80107....80111....80141....80147....80149....80153....80167
80173....80177....80191....80207....80209....80221....80231....80233
80239....80251....80263....80273....80279....80287....80309....80317
80329....80341....80347....80363....80369....80387....80407....80429
80447....80449....80471....80473....80489....80491....80513....80527
80537....80557....80567....80599....80603....80611....80621....80627
80629....80651....80657....80669....80671....80677....80681....80683
80687....80701....80713....80737....80747....80749....80761....80777
80779....80783....80789....80803....80809....80819....80831....80833
80849....80863....80897....80909....80911....80917....80923....80929
80933....80953....80963....80989....81001....81013....81017....81019
81023....81031....81041....81043....81047....81049....81071....81077
81083....81097....81101....81119....81131....81157....81163....81173
81181....81197....81199....81203....81223....81233....81239....81281
81283....81293....81299....81307....81331....81343....81349....81353
81359....81371....81373....81401....81409....81421....81439....81457
81463....81509....81517....81527....81533....81547....81551....81553
81559....81563....81569....81611....81619....81629....81637....81647
81649....81667....81671....81677....81689....81701....81703....81707
81727....81737....81749....81761....81769....81773....81799....81817
81839....81847....81853....81869....81883....81899....81901....81919
81929....81931....81937....81943....81953....81967....81971....81973
82003....82007....82009....82013....82021....82031....82037....82039
82051....82067....82073....82129....82139....82141....82153....82163
82171....82183....82189....82193....82207....82217....82219....82223
82231....82237....82241....82261....82267....82279....82301....82307
82339....82349....82351....82361....82373....82387....82393....82421
82457....82463....82469....82471....82483....82487....82493....82499
82507....82529....82531....82549....82559....82561....82567....82571
82591....82601....82609....82613....82619....82633....82651....82657
82699....82721....82723....82727....82729....82757....82759....82763
82781....82787....82793....82799....82811....82813....82837....82847
82883....82889....82891....82903....82913....82939....82963....82981
82997....83003....83009....83023....83047....83059....83063....83071
83077....83089....83093....83101....83117....83137....83177....83203
83207....83219....83221....83227....83231....83233....83243....83257
83267....83269....83273....83299....83311....83339....83341....83357
83383....83389....83399....83401....83407....83417....83423....83431
83437....83443....83449....83459....83471....83477....83497....83537
83557....83561....83563....83579....83591....83597....83609....83617
83621....83639....83641....83653....83663....83689....83701....83717
83719....83737....83761....83773....83777....83791....83813....83833

....83843....83857....83869....83873....83891....83903....83911....83921
83933....83939....83969....83983....83987....84011....84017....84047
84053....84059....84061....84067....84089....84121....84127....84131
84137....84143....84163....84179....84181....84191....84199....84211
84221....84223....84229....84239....84247....84263....84299....84307
84313....84317....84319....84347....84349....84377....84389....84391
84401....84407....84421....84431....84437....84443....84449....84457
84463....84467....84481....84499....84503....84509....84521....84523
84533....84551....84559....84589....84629....84631....84649....84653
84659....84673....84691....84697....84701....84713....84719....84731
84737....84751....84761....84787....84793....84809....84811....84827
84857....84859....84869....84871....84913....84919....84947....84961
84967....84977....84979....84991....85009....85021....85027....85037
85049....85061....85081....85087....85091....85093....85103....85109
85121....85133....85147....85159....85193....85199....85201....85213
85223....85229....85237....85243....85247....85259....85297....85303
85313....85331....85333....85361....85363....85369....85381....85411
85427....85429....85439....85447....85451....85453....85469....85487
85513....85517....85523....85531....85549....85571....85577....85597
85601....85607....85619....85621....85627....85639....85643....85661
85667....85669....85691....85703....85711....85717....85733....85751
85781....85793....85817....85819....85829....85831....85837....85843
85847....85853....85889....85903....85909....85931....85933....85991
85999....86011....86017....86027....86029....86069....86077....86083
86111....86113....86117....86131....86137....86143....86161....86171
86179....86183....86197....86201....86209....86239....86243....86249
86257....86263....86269....86287....86291....86293....86297....86311
86323....86341....86351....86353....86357....86369....86371....86381
86389....86399....86413....86423....86441....86453....86461....86467
86477....86491....86501....86509....86531....86533....86539....86561
86573....86579....86587....86599....86627....86629....86677....86689
86693....86711....86719....86729....86743....86753....86767....86771
86783....86813....86837....86843....86851....86857....86861....86869
86923....86927....86929....86939....86951....86959....86969....86981
86993....87011....87013....87037....87041....87049....87071....87083
87103....87107....87119....87121....87133....87149....87151....87179
87181....87187....87211....87221....87223....87251....87253....87257
87277....87281....87293....87299....87313....87317....87323....87337
87359....87383....87403....87407....87421....87427....87433....87443
87473....87481....87491....87509....87511....87517....87523....87539
87541....87547....87553....87557....87559....87583....87587....87589
87613....87623....87629....87631....87641....87643....87649....87671
87679....87683....87691....87697....87701....87719....87721....87739
87743....87751....87767....87793....87797....87803....87811....87833
87853....87869....87877....87881....87887....87911....87917....87931
87943....87959....87961....87973....87977....87991....88001....88003
88007....88019....88037....88069....88079....88093....88117....88129
88169....88177....88211....88223....88237....88241....88259....88261
88289....88301....88321....88327....88337....88339....88379....88397
88411....88423....88427....88463....88469....88471....88493....88499
88513....88523....88547....88589....88591....88607....88609....88643
88651....88657....88661....88663....88667....88681....88721....88729
88741....88747....88771....88789....88793....88799....88801....88807
88811....88813....88817....88819....88843....88853....88861....88867
88873....88883....88897....88903....88919....88937....88951....88969
88993....88997....89003....89009....89017....89021....89041....89051
89057....89069....89071....89083....89087....89101....89107....89113
89119....89123....89137....89153....89189....89203....89209....89213
89227....89231....89237....89261....89269....89273....89293....89303
89317....89329....89363....89371....89381....89387....89393....89399
89413....89417....89431....89443....89449....89459....89477....89491
89501....89513....89519....89521....89527....89533....89561....89563
89567....89591....89597....89599....89603....89611....89627....89633
89653....89657....89659....89669....89671....89681....89689....89753

....89759....89767....89779....89783....89797....89809....89819....89821
89833....89839....89849....89867....89891....89897....89899....89909
89917....89923....89939....89959....89963....89977....89983....89989
90001....90007....90011....90017....90019....90023....90031....90053
90059....90067....90071....90073....90089....90107....90121....90127
90149....90163....90173....90187....90191....90197....90199....90203
90217....90227....90239....90247....90263....90271....90281....90289
90313....90353....90359....90371....90373....90379....90397....90401
90403....90407....90437....90439....90469....90473....90481....90499
90511....90523....90527....90529....90533....90547....90583....90599
90617....90619....90631....90641....90647....90659....90677....90679
90697....90703....90709....90731....90749....90787....90793....90803
90821....90823....90833....90841....90847....90863....90887....90901
90907....90911....90917....90931....90947....90971....90977....90989
90997....91009....91019....91033....91079....91081....91097....91099
91121....91127....91129....91139....91141....91151....91153....91159
91163....91183....91193....91199....91229....91237....91243....91249
91253....91283....91291....91297....91303....91309....91331....91367
91369....91373....91381....91387....91393....91397....91411....91423
91433....91453....91457....91459....91463....91493....91499....91513
91529....91541....91571....91573....91577....91583....91591....91621
91631....91639....91673....91691....91703....91711....91733....91753
91757....91771....91781....91801....91807....91811....91813....91823
91837....91841....91867....91873....91909....91921....91939....91943
91951....91957....91961....91967....91969....91997....92003....92009
92033....92041....92051....92077....92083....92107....92111....92119
92143....92153....92173....92177....92179....92189....92203....92219
92221....92227....92233....92237....92243....92251....92269....92297
92311....92317....92333....92347....92353....92357....92363....92369
92377....92381....92383....92387....92399....92401....92413....92419
92431....92459....92461....92467....92479....92489....92503....92507
92551....92557....92567....92569....92581....92593....92623....92627
92639....92641....92647....92657....92669....92671....92681....92683
92693....92699....92707....92717....92723....92737....92753....92761
92767....92779....92789....92791....92801....92809....92821....92831
92849....92857....92861....92863....92867....92893....92899....92921
92927....92941....92951....92957....92959....92987....92993....93001
93047....93053....93059....93077....93083....93089....93097....93103
93113....93131....93133....93139....93151....93169....93179....93187
93199....93229....93239....93241....93251....93253....93257....93263
93281....93283....93287....93307....93319....93323....93329....93337
93371....93377....93383....93407....93419....93427....93463....93479
93481....93487....93491....93493....93497....93503....93523....93529
93553....93557....93559....93563....93581....93601....93607....93629
93637....93683....93701....93703....93719....93739....93761....93763
93787....93809....93811....93827....93851....93871....93887....93889
93893....93901....93911....93913....93923....93937....93941....93949
93967....93971....93979....93983....93997....94007....94009....94033
94049....94057....94063....94079....94099....94109....94111....94117
94121....94151....94153....94169....94201....94207....94219....94229
94253....94261....94273....94291....94307....94309....94321....94327
94331....94343....94349....94351....94379....94397....94399....94421
94427....94433....94439....94441....94447....94463....94477....94483
94513....94529....94531....94541....94543....94547....94559....94561
94573....94583....94597....94603....94613....94621....94649....94651
94687....94693....94709....94723....94727....94747....94771....94777
94781....94789....94793....94811....94819....94823....94837....94841
94847....94849....94873....94889....94903....94907....94933....94949
94951....94961....94993....94999....95003....95009....95021....95027
95063....95071....95083....95087....95089....95093....95101....95107
95111....95131....95143....95153....95177....95189....95191....95203
95213....95219....95231....95233....95239....95257....95261....95267
95273....95279....95287....95311....95317....95327....95339....95369
95383....95393....95401....95413....95419....95429....95441....95443

....95461....95467....95471....95479....95483....95507....95527....95531
95539....95549....95561....95569....95581....95597....95603....95617
95621....95629....95633....95651....95701....95707....95713....95717
95723....95731....95737....95747....95773....95783....95789....95791
95801....95803....95813....95819....95857....95869....95873....95881
95891....95911....95917....95923....95929....95947....95957....95959
95971....95987....95989....96001....96013....96017....96043....96053
96059....96079....96097....96137....96149....96157....96167....96179
96181....96199....96211....96221....96223....96233....96259....96263
96269....96281....96289....96293....96323....96329....96331....96337
96353....96377....96401....96419....96431....96443....96451....96457
96461....96469....96479....96487....96493....96497....96517....96527
96553....96557....96581....96587....96589....96601....96643....96661
96667....96671....96697....96703....96731....96737....96739....96749
96757....96763....96769....96779....96787....96797....96799....96821
96823....96827....96847....96851....96857....96893....96907....96911
96931....96953....96959....96973....96979....96989....96997....97001
97003....97007....97021....97039....97073....97081....97103....97117
97127....97151....97157....97159....97169....97171....97177....97187
97213....97231....97241....97259....97283....97301....97303....97327
97367....97369....97373....97379....97381....97387....97397....97423
97429....97441....97453....97459....97463....97499....97501....97511
97523....97547....97549....97553....97561....97571....97577....97579
97583....97607....97609....97613....97649....97651....97673....97687
97711....97729....97771....97777....97787....97789....97813....97829
97841....97843....97847....97849....97859....97861....97871....97879
97883....97919....97927....97931....97943....97961....97967....97973
97987....98009....98011....98017....98041....98047....98057....98081
98101....98123....98129....98143....98179....98207....98213....98221
98227....98251....98257....98269....98297....98299....98317....98321
98323....98327....98347....98369....98377....98387....98389....98407
98411....98419....98429....98443....98453....98459....98467....98473
98479....98491....98507....98519....98533....98543....98561....98563
98573....98597....98621....98627....98639....98641....98663....98669
98689....98711....98713....98717....98729....98731....98737....98773
98779....98801....98807....98809....98837....98849....98867....98869
98873....98887....98893....98897....98899....98909....98911....98927
98929....98939....98947....98953....98963....98981....98993....98999
99013....99017....99023....99041....99053....99079....99083....99089
99103....99109....99119....99131....99133....99137....99139....99149
99173....99181....99191....99223....99233....99241....99251....99257
99259....99277....99289....99317....99347....99349....99367....99371
99377....99391....99397....99401....99409....99431....99439....99469
99487....99497....99523....99527....99529....99551....99559....99563
99571....99577....99581....99607....99611....99623....99643....99661
99667....99679....99689....99707....99709....99713....99719....99721
99733....99761....99767....99787....99793....99809....99817....99823
99829....99833....99839....99859....99871....99877....99881....99901
99907....99923....99929....99961....99971....99989....99991

Von 3 bis 100000 sind 9591 Primzahlen zu finden sowie 1224 Zwillinge mod 2
Anmerkungen:

1. Die Ordnungsfolge der ungeraden Primzahlen von 3 bis 99991 erweist sich für das Verständnis des in dieser Monographie deduzierten Beweises der Goldbach'schen Vermutung als wichtige Basis, auf die der Leser zurückgreifen kann. Die hier deduzierten - in der Primzahlforschung noch unbekanntes Gesetze - finden bei Betrachtung dieser Anlage eine volle Bestätigung und werden in Anlage 20 vertieft und bestätigt
2. Die Primzahlzwillinge mod 2 wurden in Anlage 1 schattiert markiert. Daraus ist ersichtlich, dass sie auch in einer verketteten Sequenz vorkommen können, ohne dass zwischen ihnen (unbeteiligte) Primzahlen auftreten. Dieser Aspekt wurde in der Primzahlforschung bisher nicht näher analysiert. Beachtlich ist des weiteren, dass in diesen Zwillingen stets nur Primzahlen mit den Endziffern: 1&3, 1&9, 7&9 eingehen können und dass eine dieser Primzahlen zu den Klassen: 1,2,3,4 - die andere aber - zu den Klassen: 5,6,7,8 gehören muss.

Anlage 2 7 gekoppelte Goldbach-Zerlegungen im Intervall: 0 bis $5 \cdot 10^7$

-
- for i from 0 to $5 \cdot 10^7$ do: if isprime (i) and isprime (20!-i) and isprime (30!-i) and isprime (40!-i) and isprime (50!-i) and isprime (60!-i) then print ("i", i, 20!-i, 30!-i, 40!-i, 50!-i, 60!-i) end_if: end_for:

```
"i", 18625661, 2432902008158014339, 265252859812191058636308461374339,
815915283247897734345611269596115894271981374339,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999981374339,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999981374\
339
"i", 22343099, 2432902008154296901, 265252859812191058636308457656901,
815915283247897734345611269596115894271977656901,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999977656901,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999977656\
901
"i", 26437973, 2432902008150202027, 265252859812191058636308453562027,
815915283247897734345611269596115894271973562027,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999973562027,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999973562\
027
"i", 26473543, 2432902008150166457, 265252859812191058636308453526457,
815915283247897734345611269596115894271973526457,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999973526457,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999973526\
457
"i", 39958493, 2432902008136681507, 265252859812191058636308440041507,
815915283247897734345611269596115894271960041507,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999960041507,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999960041\
507
"i", 43929499, 2432902008132710501, 265252859812191058636308436070501,
815915283247897734345611269596115894271956070501,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999956070501,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999956070\
501
"i", 48461767, 2432902008128178233, 265252859812191058636308431538233,
815915283247897734345611269596115894271951538233,
30414093201713378043612608166064768844377641568960511999951538233,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999951538\
233
```

Anmerkung:

Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Primzahlen die (zeilenweise) in den (großen) Abständen: (30!-20!), (40!-30!), (50!-40!), (69!-50!) auftreten.

Anlage 3 3 gekoppelte Anti-Goldbach-Zerlegungen im Intervall: 0 bis $5 \cdot 10^7$

-

•

```

• for i from 0 to 5*10^7 do: if isprime (i)and isprime (20!+i)and
  isprime (30!+i)and isprime (40!+i)and isprime (50!+i)
  and isprime (60!+i) then print ("i",i,20!+i,30!+i,40!+i,50!+i,60!+i)
  end_if: end_for:

```

```

"i", 2187971, 2432902008178827971, 265252859812191058636308482187971,

```

```

815915283247897734345611269596115894272002187971,

```

```

30414093201713378043612608166064768844377641568960512000002187971,

```

```

832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000002187\
971

```

```

"i", 4594817, 2432902008181234817, 265252859812191058636308484594817,

```

```

815915283247897734345611269596115894272004594817,

```

```

30414093201713378043612608166064768844377641568960512000004594817,

```

```

832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000004594\
817

```

```

"i", 14359591, 2432902008190999591, 265252859812191058636308494359591,

```

```

815915283247897734345611269596115894272014359591,

```

```

30414093201713378043612608166064768844377641568960512000014359591,

```

```

832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000014359\
591

```

•

Anmerkung:

Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Primzahlen die (zeilenweise) in den (großen) Abständen: (30!-20!), (40!-30!), (50!-40!), (69!-50!) auftreten.

Anlage 4 3 Quasi-Goldbach-Zerlegungen im Intervall: 0 bis $2 \cdot 10^7$

-
-
- for i from 0 to $2 \cdot 10^7$ do: if isprime (20!-i)and isprime (30!-i)and isprime (40!-i)and isprime (50!-i)and isprime (60!-i) then print ("i",i,20!-i,30!-i,40!-i,50!-i,60!-i) end_if: end_for:

"i", 248663, 2432902008176391337, 265252859812191058636308479751337,

815915283247897734345611269596115894271999751337,

30414093201713378043612608166064768844377641568960511999999751337,

832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999999751\337

"i", 382799, 2432902008176257201, 265252859812191058636308479617201,

815915283247897734345611269596115894271999617201,

30414093201713378043612608166064768844377641568960511999999617201,

832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999999617\201

"i", 18625661, 2432902008158014339, 265252859812191058636308461374339,

815915283247897734345611269596115894271981374339,

30414093201713378043612608166064768844377641568960511999981374339,

832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640959999981374\339

- ifactor(248663)
167 · 1489
- ifactor(382799)
313 · 1223
- ifactor(18625661)
18625661

-

Anmerkung:

Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Primzahlen die (zeilenweise) in den (großen) Abständen: (20!-10!), (30!-20!), (40!-30!) auftreten. Bei den "Quasi-Goldbach-Zerlegungen" können die i - Werte prime oder nicht prime Zahlen sein.

Anlage 5 7 Quasi-Anti-Goldbach-Zerlegungen im Intervall: 0 bis $5 \cdot 10^7$

```

•
•
• for i from 0 to  $5 \cdot 10^7$  do: if isprime (20!+i)and isprime (30!+i)and
  isprime (40!+i)and isprime (50!+i)and isprime (60!+i)
  then print ("i, ", i, 20!+i, 30!+i, 40!+i, 50!+i, 60!+i) end_if: end_for:
"i, ", 2187971, 2432902008178827971, 265252859812191058636308482187971,
  815915283247897734345611269596115894272002187971,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000002187971,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000002187\
971
"i, ", 4594817, 2432902008181234817, 265252859812191058636308484594817,
  815915283247897734345611269596115894272004594817,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000004594817,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000004594\
817
"i, ", 14359591, 2432902008190999591, 265252859812191058636308494359591,
  815915283247897734345611269596115894272014359591,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000014359591,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000014359\
591
"i, ", 24406721, 2432902008201046721, 265252859812191058636308504406721,
  815915283247897734345611269596115894272024406721,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000024406721,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000024406\
721
"i, ", 29601977, 2432902008206241977, 265252859812191058636308509601977,
  815915283247897734345611269596115894272029601977,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000029601977,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000029601\
977
"i, ", 37476811, 2432902008214116811, 265252859812191058636308517476811,
  815915283247897734345611269596115894272037476811,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000037476811,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000037476\
811
"i, ", 49096429, 2432902008225736429, 265252859812191058636308529096429,
  815915283247897734345611269596115894272049096429,
  30414093201713378043612608166064768844377641568960512000049096429,
832098711274139014427634118322336438075417260636124595244927769640960000049096\
429

```

Anmerkung:

Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Primzahlen die (zeilenweise) in den (großen) Abständen: $(20! - 10!)$, $(30! - 20!)$, $(40! - 30!)$ auftreten. Bei den "Quasi-Goldbach-Zerlegungen" können die i - Werte prime oder nicht prime Zahlen sein.

Anlage 6 11 Goldbach-Zerlegungen, vermischt mit 11 Anti-Goldbach-Zerlegungen
im Intervall 0 bis 10^6

-
-
- for i from 0 to 10^6 do: if isprime (i)and isprime (10!+i)and isprime (20!+i)and isprime (30!-i)and isprime (40!-i) then print ("i",i,10!+i,20!+i,30!-i,40!-i) end_if: end_for:
 - "i", 103087, 3731887, 2432902008176743087, 265252859812191058636308479896913, 815915283247897734345611269596115894271999896913
 - "i", 136711, 3765511, 2432902008176776711, 265252859812191058636308479863289, 815915283247897734345611269596115894271999863289
 - "i", 286733, 3915533, 2432902008176926733, 265252859812191058636308479713267, 815915283247897734345611269596115894271999713267
 - "i", 309521, 3938321, 2432902008176949521, 265252859812191058636308479690479, 815915283247897734345611269596115894271999690479
 - "i", 371639, 4000439, 2432902008177011639, 265252859812191058636308479628361, 815915283247897734345611269596115894271999628361
 - "i", 405611, 4034411, 2432902008177045611, 265252859812191058636308479594389, 815915283247897734345611269596115894271999594389
 - "i", 418909, 4047709, 2432902008177058909, 265252859812191058636308479581091, 815915283247897734345611269596115894271999581091
 - "i", 425869, 4054669, 2432902008177065869, 265252859812191058636308479574131, 815915283247897734345611269596115894271999574131
 - "i", 725321, 4354121, 2432902008177365321, 265252859812191058636308479274679, 815915283247897734345611269596115894271999274679
 - "i", 762791, 4391591, 2432902008177402791, 265252859812191058636308479237209, 815915283247897734345611269596115894271999237209
 - "i", 841447, 4470247, 2432902008177481447, 265252859812191058636308479158553, 815915283247897734345611269596115894271999158553
- forprise(20!-10!)
forprise(2432902008173011200)
- forprise(30!-20!)
forprise(265252859812188625734300303360000)
- forprise(40!-30!)
forprise(815915283247897469092751457405057257963520000000)

Anmerkung: Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Primzahlen die (zeilenweise) in gleichen Abständen auftreten.
Diese (sehr großen) Abstände ergeben sich aus den Differenzen:
(20!-10!), (30!-20!), 40!-30!) - die in dieser Anlage ermittelt wurden.

Anlage 7**10 gekoppelte Goldbach-und Anti-Goldbach-Zerlegungen
im Intervall: 0 bis 10^6**

-
-
- for i from 0 to 10^6 do: if isprime (i)and isprime (10!+i)and isprime (20!-i)and isprime (30!-i)and isprime (40!-i) then print ("i",i,10!+i,20!+i,30!-i,40!-i) end_if: end_for:
 - "i", 103087, 3731887, 2432902008176743087, 265252859812191058636308479896913, 815915283247897734345611269596115894271999896913
 - "i", 136711, 3765511, 2432902008176776711, 265252859812191058636308479863289, 815915283247897734345611269596115894271999863289
 - "i", 286733, 3915533, 2432902008176926733, 265252859812191058636308479713267, 815915283247897734345611269596115894271999713267
 - "i", 309521, 3938321, 2432902008176949521, 265252859812191058636308479690479, 815915283247897734345611269596115894271999690479
 - "i", 371639, 4000439, 2432902008177011639, 265252859812191058636308479628361, 815915283247897734345611269596115894271999628361
 - "i", 405611, 4034411, 2432902008177045611, 265252859812191058636308479594389, 815915283247897734345611269596115894271999594389
 - "i", 418909, 4047709, 2432902008177058909, 265252859812191058636308479581091, 815915283247897734345611269596115894271999581091
 - "i", 425869, 4054669, 2432902008177065869, 265252859812191058636308479574131, 815915283247897734345611269596115894271999574131
 - "i", 725321, 4354121, 2432902008177365321, 265252859812191058636308479274679, 815915283247897734345611269596115894271999274679
 - "i", 762791, 4391591, 2432902008177402791, 265252859812191058636308479237209, 815915283247897734345611269596115894271999237209
 - "i", 841447, 4470247, 2432902008177481447, 265252859812191058636308479158553, 815915283247897734345611269596115894271999158553
- forprise(20!-10!)
 - forprise(2432902008173011200)
- forprise(30!-20!)
 - forprise(265252859812188625734300303360000)
- forprise(40!-30!)
 - forprise(815915283247897469092751457405057257963520000000)

Anmerkung:

Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Primzahlen die (zeilenweise) in den (großen) Abständen: (20!-10!), (30!-20!), (40!-30!) auftreten.

Anlage 8 22 Quasi-Goldbach-Zerlegungen im Intervall $10!$ bis 0

-
-

```
• for i from 0 to 10! do: if isprime (10!+12-i)and isprime (10!+14-
i)and isprime (10!+18-i)and isprime
(10!+20-i)and isprime (10!+30-i)and isprime (10!+32-i) then print
("i",i,10!+12-i,10!+14-i,10!+18-i,10!+20-i,
10!+30-i,10!+32-i) end_if: end_for:
```

```
"i", 212761, 3416051, 3416053, 3416057, 3416059, 3416069, 3416071
"i", 333271, 3295541, 3295543, 3295547, 3295549, 3295559, 3295561
"i", 413071, 3215741, 3215743, 3215747, 3215749, 3215759, 3215761
"i", 1032151, 2596661, 2596663, 2596667, 2596669, 2596679, 2596681
"i", 1170151, 2458661, 2458663, 2458667, 2458669, 2458679, 2458681
"i", 1451311, 2177501, 2177503, 2177507, 2177509, 2177519, 2177521
"i", 1460161, 2168651, 2168653, 2168657, 2168659, 2168669, 2168671
"i", 1469581, 2159231, 2159233, 2159237, 2159239, 2159249, 2159251
"i", 1880341, 1748471, 1748473, 1748477, 1748479, 1748489, 1748491
"i", 1909951, 1718861, 1718863, 1718867, 1718869, 1718879, 1718881
"i", 1950061, 1678751, 1678753, 1678757, 1678759, 1678769, 1678771
"i", 2035951, 1592861, 1592863, 1592867, 1592869, 1592879, 1592881
"i", 2299111, 1329701, 1329703, 1329707, 1329709, 1329719, 1329721
"i", 2473201, 1155611, 1155613, 1155617, 1155619, 1155629, 1155631
"i", 2560111, 1068701, 1068703, 1068707, 1068709, 1068719, 1068721
"i", 2626471, 1002341, 1002343, 1002347, 1002349, 1002359, 1002361
"i", 2965231, 663581, 663583, 663587, 663589, 663599, 663601
"i", 3236551, 392261, 392263, 392267, 392269, 392279, 392281
"i", 3463111, 165701, 165703, 165707, 165709, 165719, 165721
"i", 3530971, 97841, 97843, 97847, 97849, 97859, 97861
"i", 3610771, 18041, 18043, 18047, 18049, 18059, 18061
"i", 3628801, 11, 13, 17, 19, 29, 31
```

Anmerkung: Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Zwillingen mod 2, die (zeilenweise) in gleichen Abständen auftreten und zu den Folgen: *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* gehören.

Anlage 9 22 Quasi-Anti- Goldbach - Zerlegungen im Intervall 0 bis 10!

-
-
-
- for i from 0 to 10! do: if isprime (10+i)and isprime (12+i)and isprime (16+i)and isprime (18+i)and isprime (28+i)and isprime (30+i) then print ("i",i,10+i,12+i,16+i,18+i,28+i,30+i) end_if: end_for:


```

          "i", 1, 11, 13, 17, 19, 29, 31
          "i", 18031, 18041, 18043, 18047, 18049, 18059, 18061
          "i", 97831, 97841, 97843, 97847, 97849, 97859, 97861
          "i", 165691, 165701, 165703, 165707, 165709, 165719, 165721
          "i", 392251, 392261, 392263, 392267, 392269, 392279, 392281
          "i", 663571, 663581, 663583, 663587, 663589, 663599, 663601
          "i", 1002331, 1002341, 1002343, 1002347, 1002349, 1002359, 1002361
          "i", 1068691, 1068701, 1068703, 1068707, 1068709, 1068719, 1068721
          "i", 1155601, 1155611, 1155613, 1155617, 1155619, 1155629, 1155631
          "i", 1329691, 1329701, 1329703, 1329707, 1329709, 1329719, 1329721
          "i", 1592851, 1592861, 1592863, 1592867, 1592869, 1592879, 1592881
          "i", 1678741, 1678751, 1678753, 1678757, 1678759, 1678769, 1678771
          "i", 1718851, 1718861, 1718863, 1718867, 1718869, 1718879, 1718881
          "i", 1748461, 1748471, 1748473, 1748477, 1748479, 1748489, 1748491
          "i", 2159221, 2159231, 2159233, 2159237, 2159239, 2159249, 2159251
          "i", 2168641, 2168651, 2168653, 2168657, 2168659, 2168669, 2168671
          "i", 2177491, 2177501, 2177503, 2177507, 2177509, 2177519, 2177521
          "i", 2458651, 2458661, 2458663, 2458667, 2458669, 2458679, 2458681
          "i", 2596651, 2596661, 2596663, 2596667, 2596669, 2596679, 2596681
          "i", 3215731, 3215741, 3215743, 3215747, 3215749, 3215759, 3215761
          "i", 3295531, 3295541, 3295543, 3295547, 3295549, 3295559, 3295561
          "i", 3416041, 3416051, 3416053, 3416057, 3416059, 3416069, 3416071
      
```
-

Anmerkung: Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Zwillingen mod 2, die (zeilenweise) in gleichen Abständen auftreten und zu den Folgen: *Folge 1, Folge 2 und Folge 3* gehören. Ein Vergleich mit **Anlage 7** zeigt die gleiche Zahl (22) der Zerlegungen, die bei den Quasi-Goldbach-Zerlegungen auftreten.

Anlage 10 12 Goldbach-Zerlegungen im Intervall 10! bis 0

-
-
- for i from 0 to 10! do: if isprime (i) and isprime (10!+12-i)and
isprime (10!+14-i)and isprime (10!+18-i)and isprime
(10!+20-i)and isprime (10!+30-i)and isprime (10!+32-i) then print
("i",i,10!+12-i,10!+14-i,10!+18-i,10!+20-i,
10!+30-i,10!+32-i) end_if: end_for:
 - "i", 333271, 3295541, 3295543, 3295547, 3295549, 3295559, 3295561
 - "i", 413071, 3215741, 3215743, 3215747, 3215749, 3215759, 3215761
 - "i", 1032151, 2596661, 2596663, 2596667, 2596669, 2596679, 2596681
 - "i", 1460161, 2168651, 2168653, 2168657, 2168659, 2168669, 2168671
 - "i", 1469581, 2159231, 2159233, 2159237, 2159239, 2159249, 2159251
 - "i", 1880341, 1748471, 1748473, 1748477, 1748479, 1748489, 1748491
 - "i", 1909951, 1718861, 1718863, 1718867, 1718869, 1718879, 1718881
 - "i", 1950061, 1678751, 1678753, 1678757, 1678759, 1678769, 1678771
 - "i", 2299111, 1329701, 1329703, 1329707, 1329709, 1329719, 1329721
 - "i", 2626471, 1002341, 1002343, 1002347, 1002349, 1002359, 1002361
 - "i", 3530971, 97841, 97843, 97847, 97849, 97859, 97861
 - "i", 3610771, 18041, 18043, 18047, 18049, 18059, 18061
-

Anmerkung: Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Zwillingen mod 2, die (zeilenweise) in gleichen Abständen auftreten und zu den Folgen: *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* gehören. Die i-Werte sind (hier) ausschließlich prime Zahlen und bilden eine Teilmenge der Zerlegungen, die in **Anlage 7** abgeleitete wurden.

Anlage 11 3 Anti- Goldbach-Zerlegungen im Intervall 10! bis 0

-
-
-
-
-

```

for i from 0 to 10! do: if isprime (i)and isprime (10+i)and
isprime (12+i)and isprime (16+i)and isprime (18+i)and isprime
(28+i)and isprime (30+i) then print
  ("i",i,10+i,12+i,16+i,18+i,28+i,30+i) end_if: end_for:
  "i", 392251, 392261, 392263, 392267, 392269, 392279, 392281
  "i", 663571, 663581, 663583, 663587, 663589, 663599, 663601
  "i", 1155601, 1155611, 1155613, 1155617, 1155619, 1155629, 1155631

```

Anmerkung: Die hier bestimmten "Primzahl-Wellen" bestehen aus Zwillingen mod 2, die (zeilenweise) in gleichen Abständen auftreten und zu den Folgen: *Folge 1*, *Folge 2* und *Folge 3* gehören. Die i-Werte sind (hier) ausschließlich prime Zahlen und bilden eine Teilmenge der Zerlegungen, die in **Anlage 8** abgeleitete wurden.

Anlage 12 62 (achtfach kombinierte) Anti-Goldbach-Zerlegungen im Intervall:
0 bis 10^8 - 5 Seiten

```

•
• for i from 0 to 10^8 do: if isprime (i)and isprime (4!+i)and isprime
  (5!+i)and isprime (6!+i)and isprime (7!+i)and isprime
  (8!+i)and isprime (100!+i) then print
  ("i",i,4!+i,5!+i,6!+i,7!+i,8!+i,100!+i) end_if: end_for:

"i", 69739, 69763, 69859, 70459, 74779, 110059,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000069739

"i", 124679, 124703, 124799, 125399, 129719, 164999,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686400000000000000000124679

"i", 171559, 171583, 171679, 172279, 176599, 211879,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686400000000000000000171559

"i", 217397, 217421, 217517, 218117, 222437, 257717,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686400000000000000000217397

"i", 407249, 407273, 407369, 407969, 412289, 447569,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686400000000000000000407249

"i", 585317, 585341, 585437, 586037, 590357, 625637,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686400000000000000000585317

"i", 1874833, 1874857, 1874953, 1875553, 1879873, 1915153,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000001874833

"i", 6442697, 6442721, 6442817, 6443417, 6447737, 6483017,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000006442697

"i", 6626623, 6626647, 6626743, 6627343, 6631663, 6666943,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000006626623

"i", 7637093, 7637117, 7637213, 7637813, 7642133, 7677413,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000007637093

"i", 9365029, 9365053, 9365149, 9365749, 9370069, 9405349,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000009365029

"i", 9375767, 9375791, 9375887, 9376487, 9380807, 9416087,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000009375767

"i", 10028329, 10028353, 10028449, 10029049, 10033369, 10068649,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000010028329

```

DE 10 2006 045 224 A1 2008.01.24

"i", 11260237, 11260261, 11260357, 11260957, 11265277, 11300557,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000011260237

"i", 12068009, 12068033, 12068129, 12068729, 12073049, 12108329,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000012068009

"i", 12529403, 12529427, 12529523, 12530123, 12534443, 12569723,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000012529403

"i", 14755009, 14755033, 14755129, 14755729, 14760049, 14795329,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000014755009

"i", 15223889, 15223913, 15224009, 15224609, 15228929, 15264209,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000015223889

"i", 18200339, 18200363, 18200459, 18201059, 18205379, 18240659,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000018200339

"i", 18396149, 18396173, 18396269, 18396869, 18401189, 18436469,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000018396149

"i", 20161577, 20161601, 20161697, 20162297, 20166617, 20201897,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000020161577

"i", 20807383, 20807407, 20807503, 20808103, 20812423, 20847703,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000020807383

"i", 20967389, 20967413, 20967509, 20968109, 20972429, 21007709,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000020967389

"i", 21066323, 21066347, 21066443, 21067043, 21071363, 21106643,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000021066323

"i", 24370873, 24370897, 24370993, 24371593, 24375913, 24411193,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000024370873

"i", 25468847, 25468871, 25468967, 25469567, 25473887, 25509167,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000025468847

"i", 25831417, 25831441, 25831537, 25832137, 25836457, 25871737,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000025831417

"i", 25900607, 25900631, 25900727, 25901327, 25905647, 25940927,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000000025900607

"i", 26167993, 26168017, 26168113, 26168713, 26173033, 26208313,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000026167993
"i", 29254657, 29254681, 29254777, 29255377, 29259697, 29294977,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000029254657
"i", 31249459, 31249483, 31249579, 31250179, 31254499, 31289779,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000031249459
"i", 33037007, 33037031, 33037127, 33037727, 33042047, 33077327,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000033037007
"i", 33637397, 33637421, 33637517, 33638117, 33642437, 33677717,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000033637397
"i", 33843449, 33843473, 33843569, 33844169, 33848489, 33883769,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000033843449
"i", 37395773, 37395797, 37395893, 37396493, 37400813, 37436093,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000037395773
"i", 39058477, 39058501, 39058597, 39059197, 39063517, 39098797,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000039058477
"i", 45095857, 45095881, 45095977, 45096577, 45100897, 45136177,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000045095857
"i", 47809897, 47809921, 47810017, 47810617, 47814937, 47850217,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000047809897
"i", 49331567, 49331591, 49331687, 49332287, 49336607, 49371887,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000049331567
"i", 57690467, 57690491, 57690587, 57691187, 57695507, 57730787,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000057690467
"i", 57814717, 57814741, 57814837, 57815437, 57819757, 57855037,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000057814717
"i", 58154693, 58154717, 58154813, 58155413, 58159733, 58195013,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000058154693
"i", 59872237, 59872261, 59872357, 59872957, 59877277, 59912557,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000059872237
"i", 59877793, 59877817, 59877913, 59878513, 59882833, 59918113,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000000059877793

"i", 62004749, 62004773, 62004869, 62005469, 62009789, 62045069,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686400000000000000062004749

"i", 62416049, 62416073, 62416169, 62416769, 62421089, 62456369,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000062416049

"i", 63161807, 63161831, 63161927, 63162527, 63166847, 63202127,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000063161807

"i", 68280733, 68280757, 68280853, 68281453, 68285773, 68321053,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000068280733

"i", 73118713, 73118737, 73118833, 73119433, 73123753, 73159033,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000073118713

"i", 74050919, 74050943, 74051039, 74051639, 74055959, 74091239,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000074050919

"i", 74800267, 74800291, 74800387, 74800987, 74805307, 74840587,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000074800267

"i", 74979193, 74979217, 74979313, 74979913, 74984233, 75019513,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000074979193

"i", 79232333, 79232357, 79232453, 79233053, 79237373, 79272653,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000079232333

"i", 82758343, 82758367, 82758463, 82759063, 82763383, 82798663,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000082758343

"i", 84185617, 84185641, 84185737, 84186337, 84190657, 84225937,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000084185617

"i", 84676853, 84676877, 84676973, 84677573, 84681893, 84717173,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000084676853

"i", 88674283, 88674307, 88674403, 88675003, 88679323, 88714603,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000088674283

"i", 89597567, 89597591, 89597687, 89598287, 89602607, 89637887,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000089597567

"i", 92361733, 92361757, 92361853, 92362453, 92366773, 92402053,
933262154439441526816992388562667004907159682643816214685929638952175999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000092361733

"i", 93781823, 93781847, 93781943, 93782543, 93786863, 93822143,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000093781823

"i", 93881273, 93881297, 93881393, 93881993, 93886313, 93921593,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168640000000000000093881273

"i", 95163617, 95163641, 95163737, 95164337, 95168657, 95203937,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000095163617

"i", 97962853, 97962877, 97962973, 97963573, 97967893, 98003173,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916864000000000000097962853

•

Anmerkung:

Diese kombinierten Anti-Goldbach-Zerlegungen bilden "Primzahl - Wellen - Tsunamis", die sich in wachsenden Zahlen-Intervallen fortpflanzen, wobei die Abstände zwischen den Primzahlen: p_1 bis p_6 in allen 62 Zeilen konstant bleiben.

```

• for i from 0 to 10^8 do: if isprime (i)and isprime (12!-i)and
  isprime (13!-i)and isprime (14!-i)and isprime (15!-i)and
  isprime (16!-i)and isprime (100!-i) then print ("i",i,12!-i,13!-
  i,14!-i,15!-i,16!-i,100!-i) end_if: end_for:

"i", 4408861, 474592739, 6222611939, 87173882339, 1307669959139,
  20922785479139,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999995591139
"i", 4574441, 474427159, 6222446359, 87173716759, 1307669793559,
  20922785313559,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999995425559
"i", 4923953, 474077647, 6222096847, 87173367247, 1307669444047,
  20922784964047,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999995076047
"i", 5570927, 473430673, 6221449873, 87172720273, 1307668797073,
  20922784317073,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999994429073
"i", 6296707, 472704893, 6220724093, 87171994493, 1307668071293,
  20922783591293,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999993703293
"i", 6594109, 472407491, 6220426691, 87171697091, 1307667773891,
  20922783293891,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999993405891
"i", 7200811, 471800789, 6219819989, 87171090389, 1307667167189,
  20922782687189,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999992799189
"i", 12790577, 466211023, 6214230223, 87165500623, 1307661577423,
  20922777097423,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999987209423
"i", 15299041, 463702559, 6211721759, 87162992159, 1307659068959,
  20922774588959,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999984700959
"i", 15814333, 463187267, 6211206467, 87162476867, 1307658553667,
  20922774073667,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999984185667

```

DE 10 2006 045 224 A1 2008.01.24

"i", 24664609, 454336991, 6202356191, 87153626591, 1307649703391,
20922765223391,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999975335391

"i", 25198711, 453802889, 6201822089, 87153092489, 1307649169289,
20922764689289,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999974801289

"i", 25252831, 453748769, 6201767969, 87153038369, 1307649115169,
20922764635169,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999974747169

"i", 33238589, 445763011, 6193782211, 87145052611, 1307641129411,
20922756649411,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999999676761411

"i", 35233507, 443768093, 6191787293, 87143057693, 1307639134493,
20922754654493,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999964766493

"i", 42905843, 436095757, 6184114957, 87135385357, 1307631462157,
20922746982157,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999964766493

"i", 43270991, 435730609, 6183749809, 87135020209, 1307631097009,
20922746617009,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999996729009

"i", 45934379, 433067221, 6181086421, 87132356821, 1307628433621,
20922743953621,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999954065621

"i", 46488443, 432513157, 6180532357, 87131802757, 1307627879557,
20922743399557,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999953511557

"i", 48789607, 430211993, 6178231193, 87129501593, 1307625578393,
20922741098393,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999951210393

"i", 49713959, 429287641, 6177306841, 87128577241, 1307624654041,
20922740174041,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999950286041

"i", 95608559, 383393041, 6131412241, 87082682641, 1307578759441,

20922694279441,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999904391441

"i", 95644931, 383356669, 6131375869, 87082646269, 1307578723069,

20922694243069,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999904355069

"i", 98770079, 380231521, 6128250721, 87079521121, 1307575597921,

20922691117921,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999901229921

"i", 99562823, 379438777, 6127457977, 87078728377, 1307574805177,

20922690325177,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999900437177

•

Anmerkung:
Diese kombinierten Goldbach- und Anti - Goldbach- Zerlegungen bilden "Primzahl - Wellen - Tsunamis", die sich in wachsenden Zahlen-Intervallen fortpflanzen, wobei die Abstände zwischen den Primzahlen: p_1 bis p_3 und p_4 bis p_6 in allen 36 Zeilen konstant bleiben. Die Abstände zwischen den Primzahlen: p_3 und p_4 wachsen hingegen zunehmend.

Anlage 14 107 (kombinierte) Anti - Goldbach - und Goldbach - Zerlegungen
im Intervall: 0 bis 10^8 - 11 Seiten

•

- for i from 0 to 10^8 do: if isprime (i)and isprime (14!+i)and
isprime (15!+i)and isprime (16!+i)and isprime (17!-i)
(18!-i)and isprime (100!-i) then print
("i",i,14!+i,15!+i,16!+i,17!-i,18!-i,100!-i) end_if: end_for:

"i", 264871, 87178556071, 1307674632871, 20922790152871, 355687427831129,

6402373705463129,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999735129

"i", 321553, 87178612753, 1307674689553, 20922790209553, 355687427774447,

6402373705406447,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999678447

"i", 1415569, 87179706769, 1307675783569, 20922791303569, 355687426680431,

6402373704312431,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999998584431

"i", 1644571, 87179935771, 1307676012571, 20922791532571, 355687426451429,

6402373704083429,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999998355429

"i", 1824331, 87180115531, 1307676192331, 20922791712331, 355687426271669,

6402373703903669,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999998175669

"i", 2632477, 87180923677, 1307677000477, 20922792520477, 355687425463523,

6402373703095523,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999997367523

"i", 3370669, 87181661869, 130767738669, 20922793258669, 355687424725331,

6402373702357331,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999996629331

"i", 3989233, 87182280433, 1307678357233, 20922793877233, 355687424106767,

6402373701738767,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999996010767

"i", 4946323, 87183237523, 1307679314323, 20922794834323, 355687423149677,

6402373700781677,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999995053677

"i", 5747341, 87184038541, 1307680115341, 20922795635341, 355687422348659,

6402373699980659,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999994252659

"i", 8148557, 87186439757, 1307682516557, 20922798036557, 355687419947443,

6402373697579443,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999991851443

"i", 8565217, 87186856417, 1307682933217, 20922798453217, 355687419530783,

6402373697162783,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999991434783

"i", 9343993, 87187635193, 1307683711993, 20922799231993, 355687418752007,

6402373696384007,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999990656007

"i", 9402917, 87187694117, 1307683770917, 20922799290917, 355687418693083,

6402373696325083,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999990597083

"i", 10133857, 87188425057, 1307684501857, 20922800021857, 355687417962143,

6402373695594143,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999989866143

"i", 10635343, 87188926543, 1307685003343, 20922800523343, 355687417460657,

6402373695092657,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999989364657

"i", 12309503, 87190600703, 1307686677503, 20922802197503, 355687415786497,

6402373693418497,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999987690497

"i", 12639083, 87190930283, 1307687007083, 20922802527083, 355687415456917,

6402373693088917,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999987360917

"i", 12680593, 87190971793, 1307687048593, 20922802568593, 355687415415407,

6402373693047407,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999987319407

"i", 13282697, 87191573897, 1307687650697, 20922803170697, 355687414813303,

6402373692445303,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999986717303

"i", 14585629, 87192876829, 1307688953629, 20922804473629, 355687413510371,

6402373691142371,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999985414371

"i", 15010883, 87193302083, 1307689378883, 20922804898883, 355687413085117,

6402373690717117,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999984989117

"i", 15816329, 87194107529, 1307690184329, 20922805704329, 355687412279671,
6402373689911671,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
560894146397615651828625369792082722375825118521091686399999999999999984183671

"i", 15817831, 87194109031, 1307690185831, 20922805705831, 355687412278169,
6402373689910169,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999984182169

"i", 17163799, 87195454999, 1307691531799, 20922807051799, 355687410932201,
6402373688564201,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999982836201

"i", 17215687, 87195506887, 1307691583687, 20922807103687, 355687410880313,
6402373688512313,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999982784313

"i", 17313187, 87195604387, 1307691681187, 20922807201187, 355687410782813,
6402373688414813,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999982686813

"i", 17505743, 87195796943, 1307691873743, 20922807393743, 355687410590257,
6402373688222257,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999982494257

"i", 18445501, 87196736701, 1307692813501, 20922808333501, 355687409650499,
6402373687282499,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999981554499

"i", 18501359, 87196792559, 1307692869359, 20922808389359, 355687409594641,
6402373687226641,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999981498641

"i", 20746013, 87199037213, 1307695114013, 20922810634013, 355687407349987,
6402373684981987,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999979253987

"i", 20878537, 87199169737, 1307695246537, 20922810766537, 355687407217463,
6402373684849463,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999979121463

"i", 21024271, 87199315471, 1307695392271, 20922810912271, 355687407071729,
6402373684703729,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999978975729

"i", 22837747, 87201128947, 1307697205747, 20922812725747, 355687405258253,
6402373682890253,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999977162253

DE 10 2006 045 224 A1 2008.01.24

"i", 23524187, 87201815387, 1307697892187, 20922813412187, 355687404571813,
6402373682203813,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999976475813

"i", 25010599, 87203301799, 1307699378599, 20922814898599, 355687403085401,
6402373680717401,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999974989401

"i", 25300937, 87203592137, 1307699668937, 20922815188937, 355687402795063,
6402373680427063,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999974699063

"i", 25920151, 87204211351, 1307700288151, 20922815808151, 355687402175849,
6402373679807849,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999974079849

"i", 26206727, 87204497927, 1307700574727, 20922816094727, 355687401889273,
6402373679521273,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999973793273

"i", 27473857, 87205765057, 1307701841857, 20922817361857, 355687400622143,
6402373678254143,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999972526143

"i", 28473491, 87206764691, 1307702841491, 20922818361491, 355687399622509,
6402373677254509,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999971526509

"i", 29635943, 87207927143, 1307704003943, 20922819523943, 355687398460057,
6402373676092057,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999970364057

"i", 29707303, 87207998503, 1307704075303, 20922819595303, 355687398388697,
6402373676020697,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999970292697

"i", 29752969, 87208044169, 1307704120969, 20922819640969, 355687398343031,
6402373675975031,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999970247031

"i", 30533771, 87208824971, 1307704901771, 20922820421771, 355687397562229,
6402373675194229,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999969466229

"i", 31467847, 87209759047, 1307705835847, 20922821355847, 355687396628153,
6402373674260153,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999970247031

DE 10 2006 045 224 A1 2008.01.24

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999952992503

"i", 48532067, 87226823267, 1307722900067, 20922838420067, 355687379563933,
6402373657195933,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999951467933

"i", 49186447, 87227477647, 1307723554447, 20922839074447, 355687378909553,
6402373656541553,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999950813553

"i", 49238993, 87227530193, 1307723606993, 20922839126993, 355687378857007,
6402373656489007,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999950761007

"i", 49969897, 87228261097, 1307724337897, 20922839857897, 355687378126103,
6402373655758103,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999950030103

"i", 50496191, 87228787391, 1307724864191, 20922840384191, 355687377599809,
6402373655231809,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999949503809

"i", 50642569, 87228933769, 1307725010569, 20922840530569, 355687377453431,
6402373655085431,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999949357431

"i", 51196991, 87229488191, 1307725564991, 20922841084991, 355687376899009,
6402373654531009,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999948803009

"i", 52911473, 87231202673, 1307727279473, 20922842799473, 355687375184527,
6402373652816527,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999947088527

"i", 53674787, 87231965987, 1307728042787, 20922843562787, 355687374421213,
6402373652053213,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999946325213

"i", 55872919, 87234164119, 1307730240919, 20922845760919, 355687372223081,
6402373649855081,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999944127081

"i", 56455307, 87234746507, 1307730823307, 20922846343307, 355687371640693,
6402373649272693,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999943544693

"i", 56690611, 87234981811, 1307731058611, 20922846578611, 355687371405389,

6402373634795113,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999929067113

"i", 71238701, 87249529901, 1307745606701, 20922861126701, 355687356857299,

6402373634489299,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999928761299

"i", 72880243, 87251171443, 1307747248243, 20922862768243, 355687355215757,

6402373632847757,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999927119757

"i", 73445573, 87251736773, 1307747813573, 20922863333573, 355687354650427,

6402373632282427,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999926554427

"i", 73838231, 87252129431, 1307748206231, 20922863726231, 355687354257769,

6402373631889769,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999926161769

"i", 73884929, 87252176129, 1307748252929, 20922863772929, 355687354211071,

6402373631843071,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999926115071

"i", 74031707, 87252322907, 1307748399707, 20922863919707, 355687354064293,

6402373631696293,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999925968293

"i", 75648359, 87253939559, 1307750016359, 20922865536359, 355687352447641,

6402373630079641,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999924351641

"i", 79269529, 87257560729, 1307753637529, 20922869157529, 355687348826471,

6402373626458471,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999920730471

"i", 79554721, 87257845921, 1307753922721, 20922869442721, 355687348541279,

6402373626173279,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999920445279

"i", 79863401, 87258154601, 1307754231401, 20922869751401, 355687348232599,

6402373625864599,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999920136599

"i", 81896987, 87260188187, 1307756264987, 20922871784987, 355687346199013,

6402373623831013,

9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999918103013

"i", 82179919, 87260471119, 1307756547919, 20922872067919, 355687345916081,
6402373623548081,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999917820081

"i", 82425433, 87260716633, 1307756793433, 20922872313433, 355687345670567,
6402373623302567,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999917574567

"i", 82562773, 87260853973, 1307756930773, 20922872450773, 355687345533227,
6402373623165227,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999917437227

"i", 84444637, 87262735837, 1307758812637, 20922874332637, 355687343651363,
6402373621283363,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
5608941463976156518286253697920827223758251185210916863999999999999999915555363

"i", 86620817, 87264912017, 1307760988817, 20922876508817, 355687341475193,
6402373619107183,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999913379183

"i", 87412727, 87265703927, 1307761780727, 20922877300727, 355687340683273,
6402373618315273,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999912587273

"i", 87445507, 87265736707, 1307761813507, 20922877333507, 355687340650493,
6402373618282493,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999912554493

"i", 89803069, 87268094269, 1307764171069, 20922879691069, 355687338292931,
6402373615924931,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999910196931

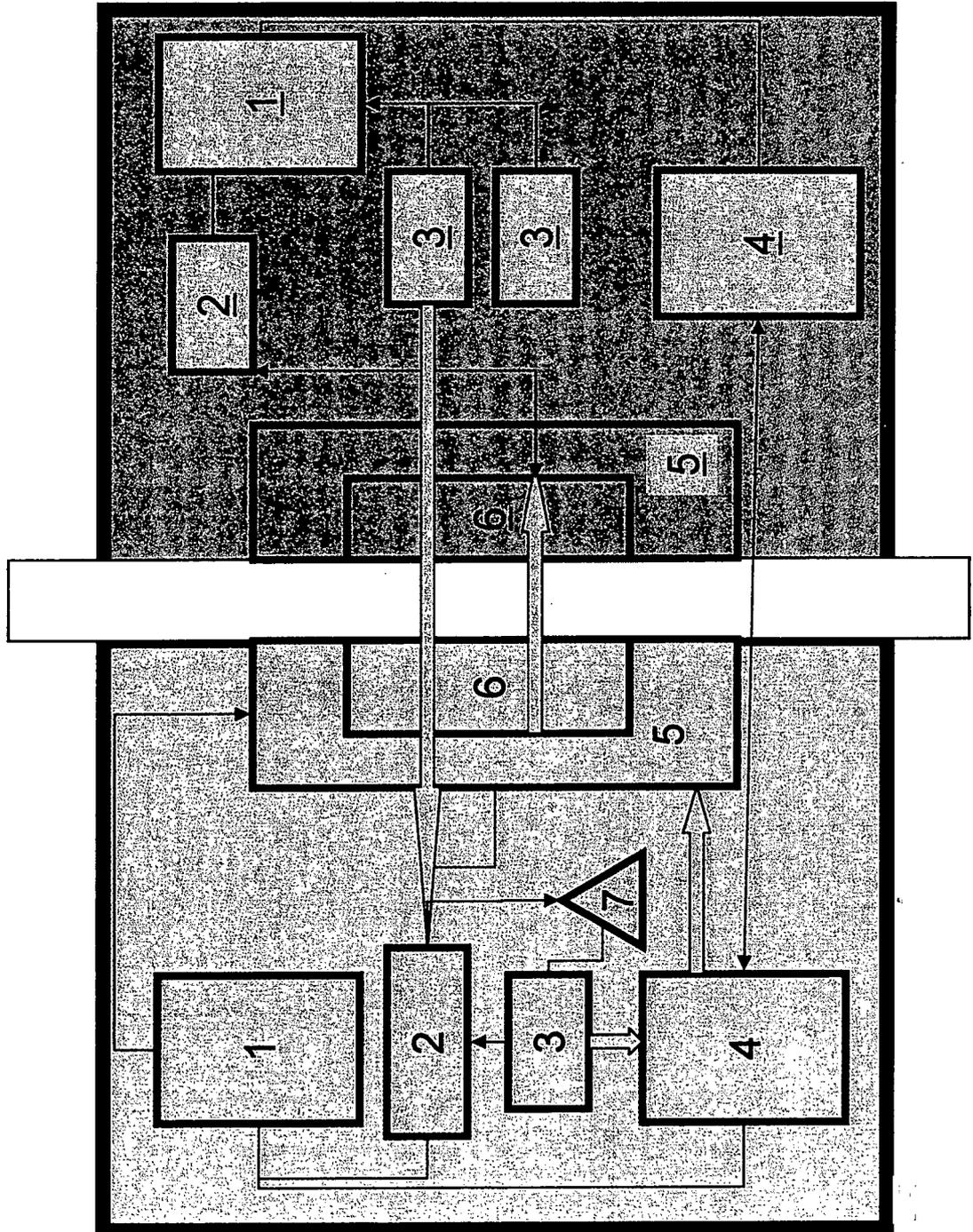
"i", 89927183, 87268218383, 1307764295183, 20922879815183, 355687338168817,
6402373615800817,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999910072817

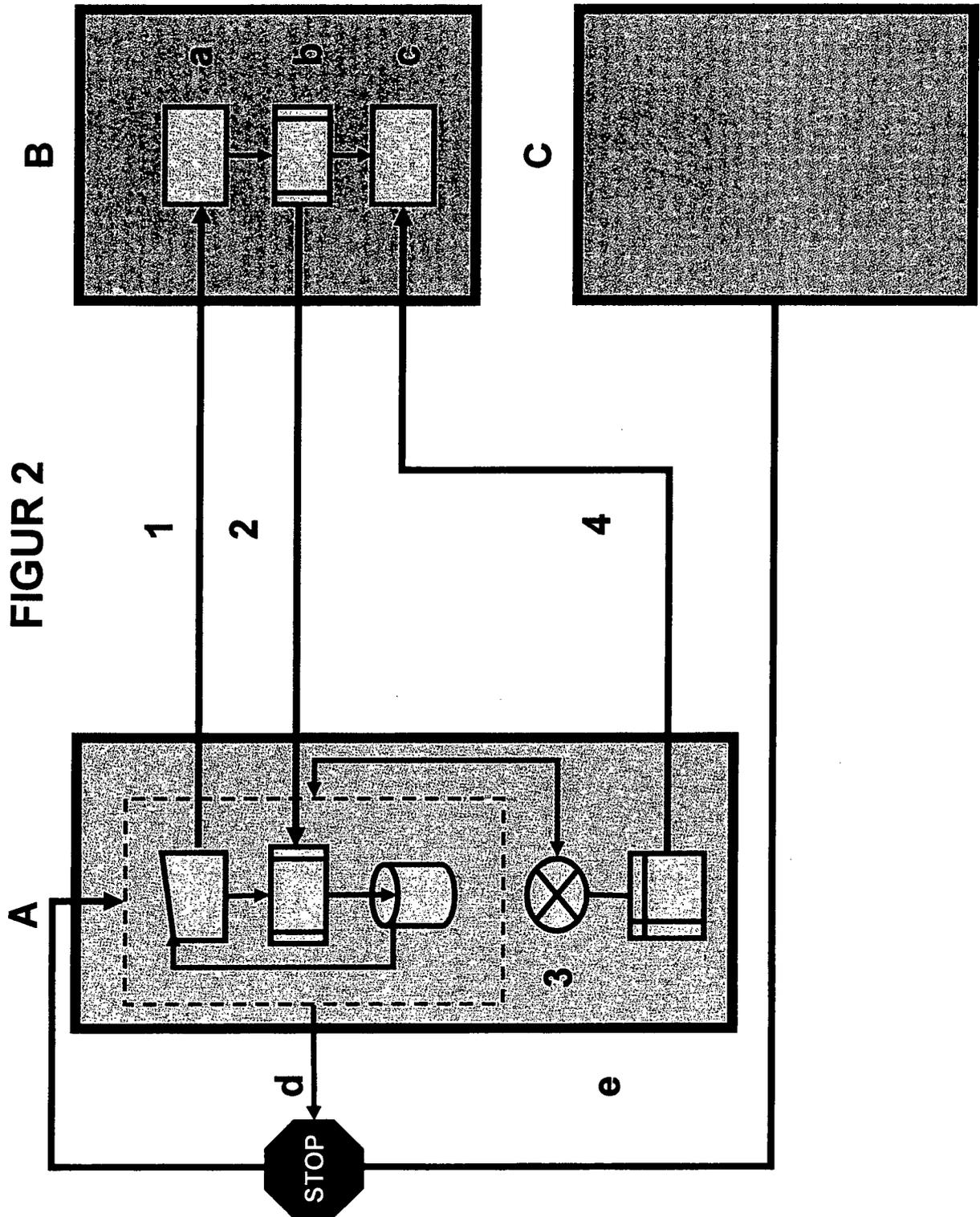
"i", 94469449, 87272760649, 1307768837449, 20922884357449, 355687333626551,
6402373611258551,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999905530551

"i", 99258553, 87277549753, 1307773626553, 20922889146553, 355687328837447,
6402373606469447,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999900741447

"i", 99272659, 87277563859, 1307773640659, 20922889160659, 355687328823341,
6402373606455341,
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991\
56089414639761565182862536979208272237582511852109168639999999999999999900727341

FIGUR 1





Figur 4
Prinzip Ablauf Content-Krypto
SynD

