(19)中华人民共和国国家知识产权局

(12)发明专利

(10)授权公告号 CN 107650120 B
(45)授权公告日 2022.04.19

(21)申请号 201610594232.3

(22)申请日 2016.07.26

(65)同一申请的已公布的文献号
申请公布号 CN 107650120 A

(43)申请公布日 2018.02.02

(73)专利权人 深圳华清精密科技有限公司
地址 518000 广东省深圳市龙华新区清祥路清湖工业园宝能科技园9栋C座15楼1501

(72)发明人 陶彦博 王学谦 鲍迪

(74)专利代理机构 深圳市精英专利事务所 44242
代理人 刘贻盛

(51)Int.Cl.
B25J 9/16(2006.01)

(56)对比文件
CN 104626201 A,2015.05.20
CN 104385283 A,2015.03.04
CN 104608117 A,2015.05.13
CN 105082134 A,2015.11.25
JP H01316187 A,1989.12.21
刘青松等.基于旋量理论的四自由度抓取机械手奇异位形分析.《河北工业大学学报》.2016,第45卷(第1期),第31-35页.

审查员 钱阳清

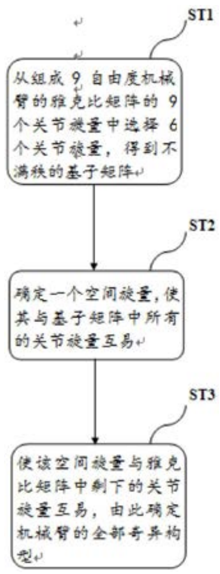
权利要求书2页 说明书11页 附图2页

(54)发明名称

一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法

(57)摘要

公开了一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法,其中该9自由度机械臂由4个相同的偏心关节以及一个单独的关节构成,该方法包括:从组成所述9自由度机械臂的雅克比矩阵$[J]=[\$_1,\$_2,......,\$_k]$的9个旋量中选择6个旋量,得到基子矩阵,该基子矩阵满足不满秩;确定一个空间旋量w,使其与基子矩阵中所有的关节旋量互易;以及利用所述9自由度机械臂处于奇异构型的条件,使w与剩下的3个关节旋量也互易,即$w\otimes\$_j=0, j=1,2...,k-6$,由此确定所述9自由度机械臂的全部奇异构型。



CN 107650120 B

1.一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法，其中所述9自由度机械臂由4个相同的偏心关节以及一个单独的关节构成，所述方法包括：

从组成所述9自由度机械臂的雅克比矩阵$[J]=[\$_1,\$_2,......,\$_k]$的9个关节旋量中选择6个关节旋量，得到基子矩阵$[\$_{bsub}]$，该基子矩阵$[\$_{bsub}]$满足不满秩，即$|[\$_{bsub}]|=0$，此处k=9，$\$_i$表示第i个关节旋量；

确定一个空间旋量w，使其与基子矩阵中所有的关节旋量互易，即所述空间旋量w满足$w\otimes\$_i=0$，其中$\$_i$为所述基子矩阵$[\$_{bsub}]$中的关节旋量；以及

利用所述9自由度机械臂处于奇异构型的条件，使w与剩下的3个关节旋量也互易，由此确定所述9自由度机械臂的全部奇异构型，

所述关节旋量可以表示为$\$=\begin{bmatrix}\mathbf{s}\\\mathbf{s_0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{s}\\\mathbf{r}\times\mathbf{s}+h\mathbf{s}\end{bmatrix}$，此处s和$S_0$表示单位螺旋，h表示螺旋的节距，且所述9自由度机械臂的转动关节可以表示为一个0节距的螺旋，即$\$_{rjoint}=[S\ \ S_0]^T$，而其移动关节可以表示为一个节距无穷大的一个螺旋，即$\$_{pjoint}=[0_{3\times1}\ \ S_0]^T$；

选择所述9自由度机械臂的第5个关节坐标系作为参考坐标系，得到各个关节的关节旋量的坐标如下：

$$\$_1=\begin{bmatrix} s_{23}c_{45} \\ -s_{23}s_{45} \\ c_{23} \\ L_1c_2s_{45}+L_2s_5c_{23}+Ss_{45}+Ss_{45}c_{23} \\ L_1c_2c_{45}+L_2c_5c_{23}+Sc_{45}+Sc_{45}c_{23} \\ L_2s_4s_{23} \end{bmatrix}$$

$\$_2=[-s_{45}\ \ -c_{45}\ \ 0\ \ L_1s_3c_{45}\ \ -L_1s_3s_{45}\ \ L_1c_3+L_2c_5+S]^T$

$\$_3=[-s_{45}\ \ -c_{45}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ L_2c_4+S]^T$

$\$_4=[0\ \ 0\ \ 1\ \ L_2s_5\ \ L_2c_5\ \ 0]^T$

$\$_5=[0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^T$

$\$_6=[0\ \ -1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ -S]^T$

$\$_7=[0\ \ -1\ \ 0\ \ L_3s_6\ \ 0\ \ -L_3c_6-S]^T$

$\$_8=[-s_{67}\ \ 0\ \ c_{67}\ \ 0\ \ -L_3c_7-Sc_{67}-S\ \ 0]^T$

$$\$_9=\begin{bmatrix} -c_{67}s_8 \\ c_8 \\ -s_{67}s_8 \\ -L_3s_6c_8-Ss_{67}c_8 \\ L_3s_7s_8+Ss_{67}s_8 \\ L_3c_6c_8+Sc_{67}c_8+Sc_8 \end{bmatrix}$$

其中$s_i=\sin(\theta_i)$，$c_i=\cos(\theta_i)$，$s_{ij}=\sin(\theta_i+\theta_j)$，$c_{ij}=\cos(\theta_i+\theta_j)$。

一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法

技术领域

[0001] 本发明涉及机械臂技术领域，更具体地涉及一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法，该9自由度机械臂由4个相同的偏心关节以及一个单独的关节构成。

背景技术

[0002] 实际中，当机械臂处于某一构型时，其将会失去一个或多个自由度，此时称机械臂处于奇异构型或速度退化构型。因为机械臂处于奇异构型时，机械臂的末端在某些方向的速度为零，即失去了某些方向上的运动能力，导致其灵活度降低。

[0003] 当机械臂靠近其奇异位置时，机械臂末端很小的位移，却需要很大的关节速度。当这样的关节速度超过了关节的驱动能力时，会引起末端轨迹偏离期望的轨迹，甚至对机械臂产生损坏。而当期望的位姿处于奇异构型时，可能存在无数个对应的关节构型，这给任务规划带来了困难。由此可见，机械臂的奇异性对机械臂的控制影响极大。机械臂的奇异分析的目的主要是寻找机械臂出现奇异的条件，因为深入理解机械臂的奇异性，可以更好地预测在特定条件下的行为，更有针对性地进行机械臂的任务规划，从而更好地对机械臂进行控制。

[0004] 机械臂的奇异分析方面的研究已经持续很长时间了。最常用的方法就是使机械臂的雅克比矩阵为0，这时机械臂处于奇异构型。但是这种方法仅限于非冗余机械臂，而对于冗余机械臂，由于雅克比矩阵不是方阵，则意味着如果机械臂处于奇异构型，则其雅克比矩阵不是行满秩。

[0005] 从而，需要找到一种新的方法，其能用于确定其雅克比矩阵并非行满 秩的冗余机械臂的全部奇异构型。

发明内容

[0006] 为解决上述技术问题，本发明的一个主要方面提供一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法，其中该9自由度机械臂由4个相同的偏心关节以及一个单独的关节构成，该方法包括：从组成该9自由度机械臂的雅克比矩阵$[J]=[\$_1,\$_2,......,\$_k]$的9个旋量中选择6个旋量，得到基子矩阵$[\$_{bsub}]$，该基子矩阵$[\$_{bsub}]$满足不满秩，即$|[\$_{bsub}]|=0$，此处$k=9$，$\$_i$表示第i个关节旋量；确定一个空间旋量w，使其与基子矩阵中所有的关节旋量互易，即该空间旋量w满足$w\otimes\$_i=0$，其中$\$_i$为该基子矩阵$[\$_{bsub}]$中的旋量；以及利用该9自由度机械臂处于奇异构型的条件，使w与剩下的3个关节旋量也互易，即$w\otimes\$_j=0, j=1,2...,k-6$，由此确定该9自由度机械臂的全部奇异构型，所述旋量可以表示为$\$=\begin{bmatrix}\mathbf{s}\\\mathbf{s_0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{s}\\\mathbf{r}\times\mathbf{s}+h\mathbf{s}\end{bmatrix}$，此处s和$s_0$表示单位螺旋，h表示螺旋的节距，且该9自由度机械臂的转动关节可以表示为一个0节距的螺旋，即$\$_{rjoint}=[s\ \ s_0]^T$，而其移动关节可以表示为一个节距无穷大的一个旋量，即$\$_{pjoint}=[0_{3\times1} s_0]^T$。

[0007]　本发明的技术方案克服了现有技术不能确定冗余机械臂的奇异构型的缺点，同时，它还具有分析计算方便可靠性较高等特点。

附图说明

[0008]　图1为示出应用本发明的方法的9自由度机械臂的简图；

[0009]　图2为示意性地示出本发明的方法的各主要步骤的流程图。

具体实施方式

[0010]　下面结合附图对本发明作更进一步的说明。需要指出的是，这些说明只是示例性的，并不对本发明构成限制。

[0011]　本公开将详细阐述一种用于确定9自由度机械臂的全部奇异构型的方法。如图1所示，这一9自由度机械臂由4个偏心关节组成，为了增加机械臂的灵活性，在其末端又加上了一个转动轴，这使得这一9自由度机械臂具有一定的可重构功能。另外，具体地，每一个偏心关节具有两个相互垂直的自由度，从而使得该9自由度机械臂具有更高的灵活度。

[0012]　本公开将采用基于旋量的方法来对机械臂进行奇异分析。旋量可以表示为如下形式

[0013]
$$\$=\begin{bmatrix}\mathbf{s}\\ \mathbf{s}_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{s}\\ \mathbf{r}\times\mathbf{s}+h\mathbf{s}\end{bmatrix} \qquad (1)$$

[0014]　其中s和s_0是单位螺旋，h是螺旋的节距。机械臂的转动关节可以表示为一个0节距的螺旋，即$\$_{rjoint}=[s\ \ s_0]^T$，移动关节可以表示为一个节距无穷大的一个旋量，即$\$_{pjoint}=[0_{3\times1}\ \ s_0]^T$。本公开中的9自由度机械臂中的偏心关节全是转动关节，因此本公开中的关节旋量全是0节距旋量。

[0015]　机械臂的雅克比矩阵可以表示成旋量形式，即$[J]=[\$_1,\$_2,......,\$_k]$，其中k表示机械臂具有k个自由度，在本公开中k＝9，$\$_i$表示第i个关节旋量。当机械臂处于奇异构型时这个6×9矩阵将不是行满秩。

[0016]　在本发明中，将应用旋量互易法来确定该9自由度机械臂的奇异构型。如图2所示：首先，在步骤ST1中，需要在9个旋量中找出6个旋量作为基旋量，其组成的旋量矩阵成为基子矩阵，即$[\$_{bsub}]$。对9自由度机械臂进行奇异分析，令该基子矩阵的行列式为0，即找出基子矩阵不满秩的情况。

[0017]　$|[\$_{bsub}]|=0$　(2)

[0018]　式中$\$_{bsub}$为去掉k-6个自由度的基子矩阵。因为该9自由度机械臂如果处于奇异构型，则任意6个关节旋量组成的基子矩阵的行列式必为0。

[0019]　其次，因为基子矩阵$\$_{bsub}$不满秩，所以必然存在一个空间旋量w与基子矩阵中所有的关节旋量互易，即在步骤ST2中，确定这个空间旋量w，使得 $w\otimes\$_i=0$，其中$\$_i$为基子矩阵中的旋量。

[0020]　第三，由于机械臂处于奇异构型，则在步骤ST3中，使w与剩下的k-6个关节旋量也互易，即

[0021]
$$w\otimes\$_j=0, j=1,2...,k-6 \qquad (3)$$

[0022] 则经过这三步则可找到机械臂所有的奇异构型。更具体地，应当懂得，由上述三个步骤中的公式确定的方程组对应无数个解，而只要机械臂关节的角度满足该方程组，机械臂即处于奇异构型，因而，由上述三个步骤中的公式确定的方程组即以定量的方式确定了机械臂的奇异构型。

[0023] 以下，将结合图1详细说明根据本发明的用于确定前述9自由度机械臂的全部奇异构型的方法。

[0024] 可以看出这一机械臂全是由转动关节组成，每一个相邻的关节互相垂直，可以列出机械臂的D-H参数如表1。

[0025]

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	S	90°	0	θ_2
3	L_1	0	0	θ_3
4	S	-90°	0	θ_4
5	L_2	0	0	θ_5
6	S	90°	0	θ_6
7	L_3	0	0	θ_7
8	S	-90°	0	θ_8
9	0	-90°	0	θ_9

[0026] 表1 9自由度机械臂D-H参数

[0027] 为了计算简单，选择图1中Z_5和X_5所在的第5个关节坐标系作为参考坐标系，根据以上的D-H参数表，导出每一个关节所对应的变换矩阵，再 代入上述旋量的基础公式即式(1)，可得到其余各个关节的运动旋量的坐标如下：

[0028]
$$
\begin{aligned}
\$_1 &= \begin{bmatrix} s_{23}c_{45} \\ -s_{23}s_{45} \\ c_{23} \\ L_1c_2s_{45}+L_2s_5c_{23}+Ss_{45}+Ss_{45}c_{23} \\ L_1c_2c_{45}+L_2c_5c_{23}+Sc_{45}+Sc_{45}c_{23} \\ L_2s_4s_{23} \end{bmatrix} \\
\$_2 &= \begin{bmatrix} -s_{45} & -c_{45} & 0 & L_1s_3c_{45} & -L_1s_3s_{45} & L_1c_3+L_2c_5+S \end{bmatrix}^T \\
\$_3 &= \begin{bmatrix} -s_{45} & -c_{45} & 0 & 0 & 0 & L_2c_4+S \end{bmatrix}^T \\
\$_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & L_2s_5 & L_2c_5 & 0 \end{bmatrix}^T \\
\$_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\
\$_6 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix}^T \\
\$_7 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & L_3s_6 & 0 & -L_3c_6-S \end{bmatrix}^T \\
\$_8 &= \begin{bmatrix} -s_{67} & 0 & c_{67} & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S & 0 \end{bmatrix}^T \\
\$_9 &= \begin{bmatrix} -c_{67}s_8 \\ c_8 \\ -s_{67}s_8 \\ -L_3s_6c_8-Ss_{67}c_8 \\ L_3s_7s_8+Ss_{67}s_8 \\ L_3c_6c_8+Sc_{67}c_8+Sc_8 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

[0029] 其中$s_i=\sin(\theta_i)$，$c_i=\cos(\theta_i)$，$s_{ij}=\sin(\theta_i+\theta_j)$，$c_{ij}=\cos(\theta_i+\theta_j)$。

[0030] 为了计算方便，选择$\$_3$到$\$_8$作为基子矩阵，则可得基子矩阵为：

[0031]
$$
\$_{sub} = \begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \qquad (5)
$$

[0032] 可以求出基子矩阵的行列式为：

[0033] $|\$_{sub}|=L_2L_3[(L_3c_7+Sc_{67}+S)s_{45}s_5c_6-(L_2c_4+Sc_{45}+S)c_5s_6s_{67}]$　　(6)

[0034] 由$|[\$_{sub}]|=0$可以得到15种情况。

[0035] 1.$L_3c_7+Sc_{67}+S=0$，$L_2c_4+Sc_{45}+S=0$

[0036] 这种情况下，基子矩阵变为

[0037]
$$
\$_{sub\_1} = \begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \qquad (7)
$$

[0038] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0039] $w_1=[c_5c_6\ \ -s_5c_6\ \ c_5s_6\ \ 0\ \ -Sc_5s_6\ \ 0]^T$　　(8)

[0040] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0041]
$$\begin{cases} w_1 \otimes \$_1 = L_1c_2s_4c_6 + L_2s_{23}s_4c_5s_6 + Ss_4c_6 + Ss_4c_{23}c_6 + Ss_{23}s_{45}c_5s_6 = 0 \\ w_1 \otimes \$_2 = L_1s_3c_4c_6 + \left(L_1c_3 + L_2c_5 + S\right)c_5s_6 + Sc_{45}c_5s_6 = 0 \\ w_1 \otimes \$_9 = -L_3s_7s_8s_5s_6 - Sc_5s_7c_8 - Ss_{67}s_8s_5c_6 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

[0042] 2.$L_3c_7+Sc_{67}+S=0, c_5=0$

[0043] 这种情况下,基子矩阵变为

[0044]
$$\$_{sub\_2} = \begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

[0045] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0046] $w_2=[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ (11)

[0047] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0048]
$$\begin{cases} w_2 \otimes \$_1 = L_1c_2c_{45} + Sc_{45} + Sc_{45}c_{23} = 0 \\ w_2 \otimes \$_2 = -L_1s_3s_{45} = 0 \\ w_2 \otimes \$_9 = L_3s_7s_8 + Ss_{67}s_8 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

[0049] 3.$L_3c_7+Sc_{67}+S=0, s_6=0$

[0050] 这种情况下,基子矩阵变为

[0051]
$$\$_{sub\_3} = \begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

[0052] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0053] $w_3=[c_5\ -s_5\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ (14)

[0054] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0055]
$$\begin{cases} w_3 \otimes \$_1 = L_1c_2s_4 + Ss_4 + Sc_{23}s_4 = 0 \\ w_3 \otimes \$_2 = L_1s_3c_4 = 0 \\ w_3 \otimes \$_9 = -L_3s_7s_8s_5 - Ss_{67}c_8c_5 - Ss_{67}s_8s_5 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

[0056] 4.$L_3c_7+Sc_{67}+S=0, s_{67}=0$

[0057] 这种情况下,基子矩阵变为

[0058] $$\$_{sub\_4}=\begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

[0059] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0060] $$w_4=\begin{bmatrix} s_{45}c_5c_6 \\ -s_{45}s_5c_6 \\ s_{45}c_5s_6 \\ \left(L_2c_4+Sc_{45}+S\right)c_5s_6 \\ -Ss_{45}c_5s_6 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

[0061] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0062] $$\begin{cases} w_4\otimes\$_1=L_1c_2s_4s_{45}c_6+L_2s_{23}c_5^2s_6+\left(s_4s_{45}c_6+c_{23}s_4s_{45}c_6+c_{45}^2s_{23}c_5s_6+s_{45}^2s_{23}s_5c_6+s_{23}c_{45}c_5s_6\right)S=0 \\ w_4\otimes\$_2=L_2s_{45}c_5s_6\left(c_5-c_4\right)+L_1s_{45}\left(s_3c_4c_6+c_3c_5s_6\right)=0 \\ w_4\otimes\$_9=-L_3s_7s_8s_{45}s_5c_6-L_2c_4c_5s_6c_{67}s_8+\left(c_{67}c_8s_{45}c_5s_6-c_{45}c_5s_6c_{67}s_8-c_5s_6c_{67}s_8\right)S=0 \end{cases} \tag{18}$$

[0063] 5.$s_{45}=0$,$L_2c_4+Sc_{45}+S=0$

[0064] 这种情况下,基子矩阵变为

[0065] $$\$_{sub\_5}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

[0066] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0067] $$w_5=\begin{bmatrix} c_5c_6s_{67} \\ -s_5c_6s_{67} \\ c_5s_6s_{67} \\ -\left(L_3c_7+Sc_{67}+S\right)s_5c_6 \\ -Sc_5s_6s_{67} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

[0068] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0069]
$$\begin{cases} w_5 \otimes \$_1 = \left[\left(L_1c_2 + Sc_{23} + S\right)s_{67} - \left(L_3c_7 + Sc_{67} + S\right)s_{23}\right]c_{45}s_5c_6 + \left(L_2s_4 + Ss_{45}\right)s_{23}c_5s_6s_{67} = 0 \\ w_5 \otimes \$_2 = \left[L_1s_3c_{45}c_6 + \left(L_1c_3 + L_2c_5 + S + Sc_{45}\right)s_6\right]c_5s_{67} = 0 \\ w_5 \otimes \$_9 = \left[\left(L_3c_7 + Sc_{67} + S\right)c_{67} - \left(L_3s_7 + Ss_{67}\right)s_{67}\right]s_5c_6s_8 + Sc_5s_6c_{67}s_{67}c_8 - Sc_5c_6s_{67}^2c_8 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

[0070] 6.$s_{45}=0, c_5=0$

[0071] 这种情况下，基子矩阵变为

[0072]
$$\$_{sub\_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7 - Sc_{67} - S \\ L_2c_4 + S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6 - S & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

[0073] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0074] $w_6=[0\ \ -s_{67}\ \ 0\ \ L_3c_7+Sc_{67}+S\ \ 0\ \ 0]^T$ (23)

[0075] 如果机械臂处于奇异构型，则w与另外的三个旋量互易，则可得：

[0076]
$$\begin{cases} w_6 \otimes \$_1 = \left(L_3c_7 + Sc_{67} + S\right)s_{23}c_{45} - \left(L_1c_2 + Sc_{23} + S\right)s_{67}c_{45} \\ w_6 \otimes \$_2 = 0 \\ w_6 \otimes \$_9 = -\left(L_3c_6 + Sc_{67} + S\right)s_8 \end{cases} \quad (24)$$

[0077] 7.$s_{45}=0, s_6=0$

[0078] 这种情况下，基子矩阵变为

[0079]
$$\$_{sub\_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7 - Sc_{67} - S \\ L_2c_4 + S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6 - S & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

[0080] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0081]
$$w_7 = \begin{bmatrix} c_5s_{67} \\ -s_5s_{67} \\ 0 \\ \left(L_3c_7 + Sc_{67} + S\right)s_5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

[0082] 如果机械臂处于奇异构型，则w与另外的三个旋量互易，则可得：

[0083]
$$\begin{cases} w_7 \otimes \$_1 = -\left(L_1c_2 + Sc_{23} + S\right)s_5s_{67}c_{45} + \left(L_3c_7 + Sc_{67} + S\right)s_{23}c_{45}s_5 = 0 \\ w_7 \otimes \$_2 = L_1s_3c_{45}c_5s_{67} = 0 \\ w_7 \otimes \$_9 = -Sc_5s_{67}^2c_8 - \left(L_3c_6 + Sc_{67} + S\right)s_5s_8 = 0 \end{cases} \quad (27)$$

[0084]　8. $s_{45}=0, s_{67}=0$

[0085]　这种情况下，基子矩阵变为

[0086]
$$\$_{sub\_8}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

[0087]　由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0088]　$w_8=[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]^T$　(29)

[0089]　如果机械臂处于奇异构型，则w与另外的三个旋量互易，则可得：

[0090]
$$\begin{cases} w_8\otimes\$_1=s_{23}c_{45}=0 \\ w_8\otimes\$_2=0 \\ w_8\otimes\$_9=-c_{67}s_8=0 \end{cases} \quad (30)$$

[0091]　9. $s_5=0, L_2c_4+Sc_{45}+S=0$

[0092]　这种情况下，基子矩阵变为

[0093]
$$\$_{sub\_9}=\begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

[0094]　由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0095]　$w_9=[c_6\ 0\ s_6\ 0\ -Ss_6\ 0]^T$　(32)

[0096]　如果机械臂处于奇异构型，则w与另外的三个旋量互易，则可得：

[0097]
$$\begin{cases} w_9\otimes\$_1=\left(L_1c_2+Sc_{23}+S\right)s_{45}c_6+\left(L_2s_4+Ss_{45}\right)s_{23}s_6=0 \\ w_9\otimes\$_2=L_1s_3c_{45}c_6+\left(L_1c_3+L_2c_5+Sc_{45}+S\right)s_6=0 \\ w_9\otimes\$_9=-Ss_7c_8=0 \end{cases} \quad (33)$$

[0098]　10. $s_5=0, s_6=0$

[0099]　这种情况下，基子矩阵变为

[0100]
$$\$_{sub\_10}=\begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

[0101]　由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0102] $w_{10}=[1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T$ (35)

[0103] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0104] $$\begin{cases} w_{10}\otimes \$_1 = L_1c_2s_{45}+Ss_{45}+Ss_{45}c_{23}=0 \\ w_{10}\otimes \$_2 = L_1s_3c_{45}=0 \\ w_{10}\otimes \$_9 = -L_3s_6c_8-Ss_{67}c_8=0 \end{cases} \tag{36}$$

[0105] 11. $s_5=0, s_{67}=0$

[0106] 这种情况下,基子矩阵变为

[0107] $$\$_{sub\_11}=\begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \tag{37}$$

[0108] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0109] $$w_{11}=\begin{bmatrix} s_{45}c_6 \\ 0 \\ s_{45}s_6 \\ \left(L_2c_4+Sc_{45}+S\right)s_6 \\ -Ss_{45}s_6 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{38}$$

[0110] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0111] $$\begin{cases} w_{11}\otimes \$_1 = \left(L_1c_2+Sc_{23}+S\right)s_{45}^2c_6+\left(L_2c_5+2S\right)s_{23}s_6=0 \\ w_{11}\otimes \$_2 = \left(L_1s_3c_{45}c_6+L_1c_3s_6+L_2c_5s_6-L_2c_4s_6\right)s_{45}=0 \\ w_{11}\otimes \$_9 = \left(Ss_{45}c_8-L_2c_4s_8-Sc_{45}s_8-Ss_8\right)c_{67}s_6=0 \end{cases} \tag{39}$$

[0112] 12. $c_6=0, L_2c_4+Sc_{45}+S=0$

[0113] 这种情况下,基子矩阵变为

[0114] $$\$_{sub\_12}=\begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \tag{40}$$

[0115] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0116] $w_{12}=[0\ 0\ 1\ 0\ -S\ 0]^T$ (41)

[0117] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0118] $$\begin{cases} w_{12} \otimes \$_1 = L_2 s_{23} s_4 + S s_{23} s_{45} = 0 \\ w_{12} \otimes \$_2 = L_1 c_3 + L c_5 + S c_{45} + S = 0 \\ w_{12} \otimes \$_9 = S c_{67} c_8 = 0 \end{cases} \quad (42)$$

[0119] 13.$c_6=0, c_5=0$

[0120] 这种情况下,基子矩阵变为

[0121] $$\$_{sub\_13} = \begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2 s_5 & 0 & 0 & L_3 s_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -L_3 c_7 - S c_{67} - S \\ L_2 c_4 + S & 0 & 0 & -S & -S & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

[0122] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0123] $$w_{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right) s_{67} \\ \left(L_3 c_7 + S c_{67} + S\right) s_{45} \\ \left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right)\left(L_3 c_7 + S c_{67} + S\right) \\ -S\left(L_3 c_7 + S c_{67} + S\right) s_{45} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

[0124] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0125] $$\begin{cases} w_{13} \otimes \$_1 = \left(L_2 c_5 + S c_{45} + S\right)\left(L_3 c_7 + S c_{67} + S\right) s_{23} - \left(L_1 c_2 + S c_{23} + S\right)\left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right) s_{67} c_{45} = 0 \\ w_{13} \otimes \$_2 = \left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right) L_1 s_3 s_{45} s_{67} + \left(L_3 c_7 + S c_{67} + S\right)\left(L_1 c_3 - L_2 c_4\right) s_{45} = 0 \\ w_{13} \otimes \$_9 = -\left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right)\left(L_3 s_7 + S s_{67}\right) s_{67} s_8 + \left(L_3 c_7 + S c_{67} + S\right)\left[S c_{67} s_{45} c_8 - \left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right) c_{67} s_8\right] = 0 \end{cases} \quad (45)$$

[0126] 14.$c_6=0, s_{67}=0$

[0127] 这种情况下,基子矩阵变为

[0128] $$\$_{sub\_14} = \begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2 s_5 & 0 & 0 & L_3 s_6 & 0 \\ 0 & L_2 c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3 c_7 - S c_{67} - S \\ L_2 c_4 + S & 0 & 0 & -S & -S & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

[0129] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0130] $w_{14}=[0\ 0\ s_{45}\ L_2c_4+Sc_{45}+S\ -Ss_{45}\ 0]^T$ (47)

[0131] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0132] $$\begin{cases} w_{14} \otimes \$_1 = L_2 c_5 s_{23} + S s_{23} c_{45} + S s_{23} = 0 \\ w_{14} \otimes \$_2 = \left(L_1 c_3 + L_2 c_5 - L_2 c_4\right) s_{45} = 0 \\ w_{14} \otimes \$_9 = S c_{67} c_8 s_{45} - \left(L_2 c_4 + S c_{45} + S\right) c_{67} s_8 = 0 \end{cases} \quad (48)$$

[0133] 15.$(L_3c_7+Sc_{67}+S)s_{45}s_5c_6-(L_2c_4+Sc_{45}+S)c_5s_6s_{67}=0$,$(L_3c_7+Sc_{67}+S)s_{45}s_5c_6\neq 0$,$(L_2c_4+Sc_{45}+S)c_5s_6s_{67}\neq 0$

[0134] 这种情况下,基子矩阵变为

[0135] $$\$_{sub\_15}=\begin{bmatrix} -s_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & -s_{67} \\ -c_{45} & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & c_{67} \\ 0 & L_2s_5 & 0 & 0 & L_3s_6 & 0 \\ 0 & L_2c_5 & 0 & 0 & 0 & -L_3c_7-Sc_{67}-S \\ L_2c_4+S & 0 & 0 & -S & -L_3c_6-S & 0 \end{bmatrix} \tag{49}$$

[0136] 由此可得与基子矩阵中所有旋量都互易的旋量w为

[0137] $$w_{15}=\begin{bmatrix} s_{45}c_5c_6 \\ -s_{45}s_5c_6 \\ s_{45}c_5s_6 \\ (L_2c_4+Sc_{45}+S)c_5s_6 \\ -Ss_{45}c_5s_6 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{50}$$

[0138] 如果机械臂处于奇异构型,则w与另外的三个旋量互易,则可得:

[0139] $$\begin{cases} w_{15}\otimes\$_1=L_1c_2s_4s_{45}c_6+L_2s_{23}c_5^2s_6+\left(s_4s_{45}c_6+c_{23}s_4s_{45}c_6+c_{45}^2s_{23}c_5s_6+s_{45}^2s_{23}s_5c_6+s_{23}c_{45}c_5s_6\right)S=0 \\ w_{15}\otimes\$_2=L_2s_{45}c_5s_6\left(c_5-c_4\right)+L_1s_{45}\left(s_3c_4c_6+c_3c_5s_6\right)=0 \\ w_{15}\otimes\$_9=-L_2c_4c_5s_6c_{67}s_8-L_3s_{45}s_5c_6s_7s_8-\left(s_{45}c_5s_7c_8+c_{45}c_5s_6c_{67}s_8+c_5s_6c_{67}s_8\right)S=0 \end{cases} \tag{51}$$

[0140] 至此,已经将9自由度机械臂的所有缺失一个自由度的奇异情况都列出来了。

[0141] 以上所述仅是本发明的优选实施方式,应当指出:对于本技术领域的普通技术人员来说,在不脱离本发明原理的前提下,还可以对以上叙述的实施方式做出若干改进和润饰,这些改进和润饰也应视为落在本发明的保护范围之内。本发明的保护范围由所附的权利要求加以限定。

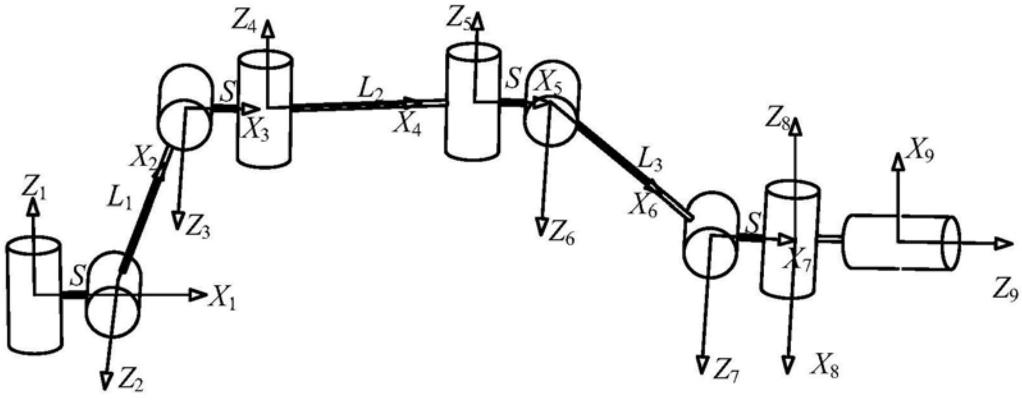


图1

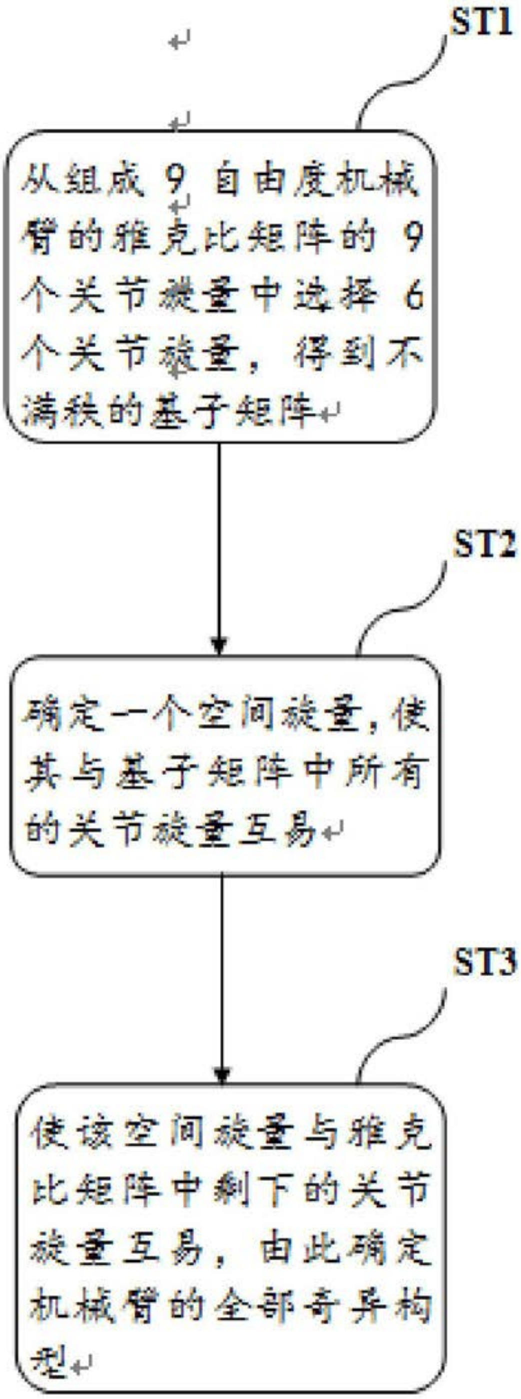

ST1
从组成9自由度机械臂的雅克比矩阵的9个关节旋量中选择6个关节旋量，得到不满秩的基子矩阵
ST2
确定一个空间旋量，使其与基子矩阵中所有的关节旋量互易
ST3
使该空间旋量与雅克比矩阵中剩下的关节旋量互易，由此确定机械臂的全部奇异构型

图2