



(19) 대한민국특허청(KR)  
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2022년02월11일  
(11) 등록번호 10-2362758  
(24) 등록일자 2022년02월09일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)  
G01S 19/23 (2010.01) G01S 19/20 (2010.01)  
G01S 19/39 (2010.01)  
(52) CPC특허분류  
G01S 19/23 (2013.01)  
G01S 19/20 (2013.01)  
(21) 출원번호 10-2020-0096015  
(22) 출원일자 2020년07월31일  
심사청구일자 2020년07월31일  
(65) 공개번호 10-2022-0015682  
(43) 공개일자 2022년02월08일  
(56) 선행기술조사문헌  
KR101877414 B1  
JP07209406 A  
KR1020110067908 A

(73) 특허권자  
서울시립대학교 산학협력단  
서울특별시 동대문구 서울시립대로 163 (전농동, 서울시립대학교내)  
(72) 발명자  
안도열  
서울특별시 서초구 서초중앙로 26, 1724호(서초동, 래미안서초유니빌)  
(74) 대리인  
특허법인청맥

전체 청구항 수 : 총 8 항

심사관 : 노영철

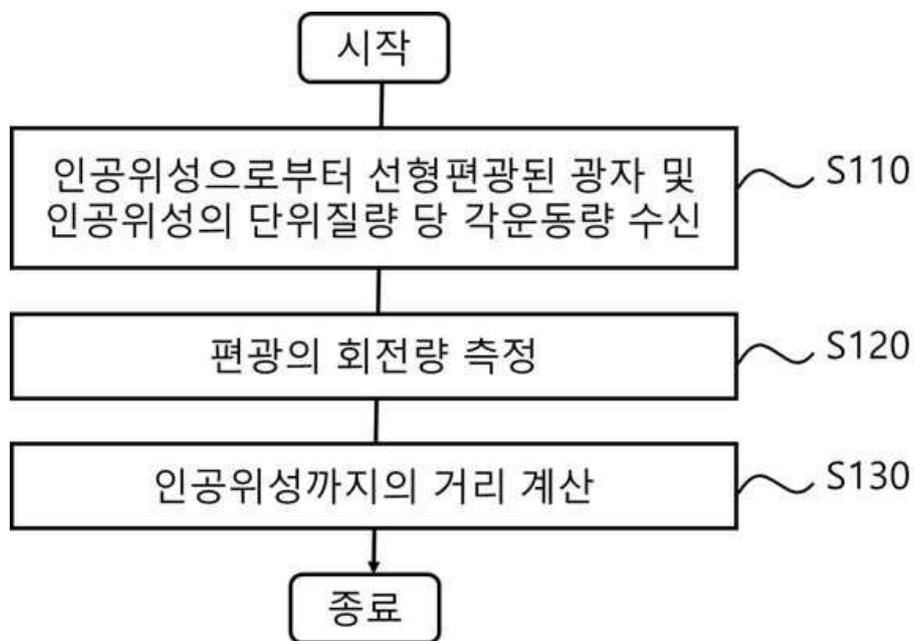
(54) 발명의 명칭 양자 및 중력 효과를 고려한 인공위성의 거리 측정방법, 이를 이용한 위치 측정방법 및 사용자 단말기

(57) 요약

본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 인공위성의 거리 측정방법은, 전자 기기가, 인공위성으로부터 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계와, 전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 편광의 회전량을 측정하는 단계, 및 전자 기기가, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량

(뒷면에 계속)

대표도 - 도6



당 각운동량을 이용하여 상기 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계를 포함한다. 이때, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계에서, 상기 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해진다,

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

(여기서, r은 인공위성까지의 거리, 2θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

(52) CPC특허분류

**G01S 19/396** (2021.08)

이 발명을 지원한 국가연구개발사업

과제고유번호	1711097851
과제번호	2017-0-00266-003
부처명	과학기술정보통신부
과제관리(전문)기관명	IITP
연구사업명	정보보호핵심원천기술개발
연구과제명	위성통신을 위한 자유공간 양자암호시스템의 중력효과
기여율	1/1
과제수행기관명	서울시립대학교산학협력단
연구기간	2019.08.01 ~ 2020.07.31

---

**명세서**

**청구범위**

**청구항 1**

전자 기기가, 인공위성으로부터 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계;

전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 편광의 회전량을 측정하는 단계; 및

전자 기기가, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 상기 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계;

를 포함하는 인공위성의 거리 측정방법.

**청구항 2**

제1 항에 있어서,

상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계에서, 상기 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해지는 것을 특징으로 하는 인공위성의 거리 측정 방법,

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

(여기서, r은 인공위성까지의 거리, 2Θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

**청구항 3**

적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계;

전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 각각의 위성의 편광의 회전량을 측정하는 단계;

전자 기기가, 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계; 및

상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 전자기기가 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산하는 단계;

를 포함하는 위치 측정방법.

**청구항 4**

제3 항에 있어서,

상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계에서, 상기 각각의 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해지는 것을 특징으로 하는 위치 측정방법,

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

(여기서, r은 각각의 인공위성까지의 거리, 2θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

**청구항 5**

제3 항에 있어서,

상기 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계에서,

상기 전자기기는, 상기 각각의 인공위성으로부터, 상기 각각의 인공위성의 위치를 나타내는 좌표를 더 수신하고,

상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 전자기기가 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산하는 단계에서,

전자기기의 위치를 나타내는 좌표를 계산하는 것을 특징으로 하는 위치 측정방법.

**청구항 6**

적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자를 수신하는 광자 수신부;

적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 위성정보 수신부;

상기 광자 수신부가 수신한 편광된 광자를 이용하여 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량을 측정하는 편광회전 측정부; 및

상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리; 및 상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산하는 연산부;

를 포함하는 사용자 단말기.

**청구항 7**

제6 항에 있어서,

상기 연산부는, 아래의 관계식에 의해서, 상기 각각의 인공위성까지의 거리를 계산하는 사용자 단말기,

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

(여기서, r은 각각의 인공위성까지의 거리, 2θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

**청구항 8**

제6 항에 있어서,

상기 위성정보 수신부는, 상기 각각의 인공위성으로부터, 상기 각각의 인공위성의 위치를 나타내는 좌표를 더

수신하고,

상기 연산부는,

전자기기의 위치를 나타내는 좌표를 계산하는 것을 특징으로 하는 사용자 단말기.

## 발명의 설명

### 기술 분야

[0001] 본 발명은 인공위성의 거리 측정방법, 이를 이용한 위치 측정방법 및 사용자 단말기에 관한 것으로, 보다 상세히, 양자 및 중력 효과를 고려한 인공위성의 위치 측정방법, 이를 이용한 위치 측정방법 및 사용자 단말기에 관한 것이다.

### 배경 기술

[0002] 현대사회에서 GPS와 같은 위치측정 기술은, 차량용 네비게이션으로부터, 스마트폰과 같은 사용자 단말기 등에서 널리 사용되고 있다. 현재 GPS에 사용되는 기술은 인공위성에서 송신하는 전자기파를 지상의 단말기가 수신하여 인공위성까지의 거리를 이용하여 위치를 측정하고 있다. 보다 상세히, 3개 이상의 인공위성으로부터의 전자기파 및 각각의 인공위성의 좌표를 수신하여, 3각 측량법을 이용하여 위치를 측정하는 개념이다.

[0003] 그러나, 인공위성과의 거리측정에 오차가 있어서, 현재까지의 GPS는 오차가 비교적 크다.

[0004] 본 발명에서는 편광된 광자가 중력장에 의해 휘어진 시공간을 통과하며 회전하는 회전량을 통해서 인공위성까지의 거리를 보다 정확히 계측하는 방법을 제공한다.

[0005] 양자 시스템이 고전적인 곡선 시공간에서 진화하는 정권에서의 실험조차도 완전히 평가된 적이 없다. 여기, 본 발명자는 지상 관측소와 지구 궤도에있는 위성 사이의 중력장에 의해 유도 된 기하학적 위상을 관찰하기 위해 위그너 회전(Wigner Rotation)의 유니터리의 축소할 수 없는 표현으로 광자 상태를 설명한다. 위그너 회전에는 일반적인 상대론적이거나 고전적인 양자 성분이 있다는 것이 밝혀졌다. 관측자가 나선형 궤도에 있을 때, 양자 성분은 지구 궤도의 고도에 따라 10<sup>-6</sup>도에서 10<sup>-4</sup> 도로 얻어지며, 이는 측정 가능해야 한다. 중력장에 의해 생성 된 양자 회전은 양자의 얽힘과 광자 상태에 대한 일반적인 상대성의 결과이며 양자 시스템에 대한 중력 효과를 테스트하기 위한 길을 열 것이다.

[0006] 구부러진 시공간에서 움직이는 관측자(예를 들어, 위성)에 의해 관찰 된 광자 상태를 설명하려면 현대 물리학의 두 가지 핵심적인 부분인 양자 역학과 일반 상대성 이론을 모두 이해해야 한다. 양자 정보의 상대론적 처리를 위한 개념적 장벽 중 하나는 상대론적 양자 이론의 파동 장과 상태 벡터의 역할 차이이다. 비 상대적 양자 역학에서 슈뢰딩거 방정식의 파동 함수는 보존된 입자 밀도 또는 밀도 매트릭스를 정의하는 데 사용할 수 있는 확률 진폭을 제공한다. 그러나 상대론적 방정식은 유니터리 입자의 확률과에 대한 간접적인 표현일 뿐이라는 사실이 밝혀졌다. 1939 년 위그너(Wigner)는 상대론적 입자의 양자 상태가 파동 방정식을 사용하지 않고 공식화 될 수 있다는 아이디어를 제안했다. 자유 입자의 상태는 포앙카레(Poincare) 그룹의 유니터리의 축소할 수 없는 표현(Unitary irreducible representation)으로 제공된다. 위그너(Wigner)의 공식에서, 다른 관성 프레임의 상대론적 입자 상태는 위그너(Wigner) 회전이라고 불리는 포앙카레(Poincare) 그룹의 축소할 수 없는 표현에서 작은 그룹 요소와 관련이 있다.

[0007] 위그너(Wigner)의 원래 제안은 특수 상대성 이론에 대한 것이었지만, 일반 상대성 이론의 영역으로 확장하려는 시도는 여러 차례 있었다. 위그너의 그룹을 곡선 시공간으로 확장하려면 모든 이벤트에서 표준 방향 (xyz)이 필요하다. 국소 좌표를 정의하기 위해 테트라드(tetrads, 프레임 필드)를 도입함으로써 곡선 공간에서의 이동 입자 상태가 위그너 회전에 의해 서로 변환되는 것으로 나타났다. 자유 공간 QKD 시스템의 경우, 지구 궤도와 지구 궤도 근처의 위성 사이에서 관찰 된 광자의 선형 편광 회전을 유도한다. 따라서 양자 이론에 대한 일반 상대론적 효과를 테스트하기 위한 기본 관점뿐만 아니라 정밀 양자 계측 및 자유 공간 양자 통신에 대한 적용 관점에서도 특히 중요한 문제가 될 것이다.

[0008] 본 발명자의 연구에서, 지구 지상국에서 0이 아닌 각도 운동량을 갖는 자유 낙하 관측기로 전송 된 광자에 의해 경험된 미세한 위그너 회전의 존재가 입증되었다. 본 발명자는 지구의 시공간을 슈바르츠실트(Schwarzschild) 시공간으로 모델링하여 테트라드장(tetrads field)을 전 세계적으로 방향보존 좌표 기준으로 정의할 수 있으며,

(+ + +) 메트릭 시그니처를 사용한다. 또한, 시공간에 대한 양자장 이론은 주어진 편광으로 광자의 양자 상태에 사용될 스피너 구조를 수용한다고 가정한다. 양자 시스템이 고전적인 곡선 시공간에서 진화하는 체제의 실험적 평가에 대해 많은 작업이 수행되지 않았음을 고려하면, 본 발명자의 모델은 양자 시스템에 대한 중력 효과를 조사하기 위한 테스트 베드를 제공할 수 있다.

**발명의 내용**

**해결하려는 과제**

[0009] 본 발명이 해결하고자 하는 과제는, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 편광의 회전량을 이용하여 인공위성까지의 거리를 측정할 수 있는 인공위성의 거리 측정방법을 제공하는 것이다.

[0010] 본 발명이 해결하고자 하는 다른 과제는, 이러한 인공위성까지의 거리 측정방법을 이용한 위치측정 방법을 제공하는 것이다.

[0011] 본 발명의 해결하고자 하는 또 다른 과제는, 이러한 위치측정 방법을 구현하기 위한 사용자 단말기를 제공하는 것이다.

**과제의 해결 수단**

[0012] 이러한 과제를 해결하기 위한 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 인공위성의 거리 측정방법은, 전자 기기가, 인공위성으로부터 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계와, 전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 편광의 회전량을 측정하는 단계, 및 전자 기기가, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 상기 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계를 포함한다.

[0013] 이때, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계에서, 상기 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해진다,

[0014] 
$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

[0015] (여기서, r은 인공위성까지의 거리, 2Θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

[0016] 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 위치 측정방법은, 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계와, 전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 각각의 위성의 편광의 회전량을 측정하는 단계와, 전자 기기가, 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계, 및 상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산하는 단계를 포함한다.

[0017] 이때, 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계에서, 상기 각각의 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해진다,

[0018] 
$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

[0019] (여기서, r은 각각의 인공위성까지의 거리, 2Θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

[0020] 바람직하게, 상기 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 단계에서, 상기 전자기기는, 상기 각각의 인공위성으로부터, 상기 각각의 인공위성의 위치를 나타내는 좌표를 더 수신하고, 상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 전자기기가 상

기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산하는 단계에서, 전자기기의 위치를 나타내는 좌표를 계산할 수 있다.

[0021] 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 사용자 단말기는, 광자 수신부, 위성정보 수신부, 편광회전 측정부, 및 연산부를 포함한다. 상기 광자 수신부는, 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자를 수신한다. 상기 위성정보 수신부는, 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신한다. 상기 편광회전 측정부는, 상기 광자 수신부가 수신한 편광된 광자를 이용하여 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량을 측정한다. 상기 연산부는, 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리, 및 상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산한다.

[0022] 이때, 상기 연산부는, 아래의 관계식에 의해서, 상기 각각의 인공위성까지의 거리를 계산한다,

[0023] 
$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

[0024] (여기서, r은 각각의 인공위성까지의 거리, 2θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

[0025] 바람직하게, 상기 위성정보 수신부는, 상기 각각의 인공위성으로부터, 상기 각각의 인공위성의 위치를 나타내는 좌표를 더 수신하고, 상기 연산부는, 전자기기의 위치를 나타내는 좌표를 계산할 수 있다.

**발명의 효과**

[0026] 이와 같이 본 발명에 의하면, 위성과 사용자 단말기 사이의 거리를 보다 정확하게 측정할 수 있게 되어 GPS와 같은 위치 측정 시스템에 있어서, 정확성을 향상시킬 수 있다.

**도면의 간단한 설명**

[0027] 도 1은 지구 위성 시스템의 회로도로서, 도 1-(a)는 지구 위성 시스템과 해당 좌표로서, 광자의 측지선과 편광은 각각 빨간색 선과 연한 녹색 화살표로 표시되며, 광자의 파동 벡터 및 편광은 각각의 국소 프레임 에서 측정되고(도 1-(b)), 표준 프레임 에서 비교된다(도 1-(c)).

도 2는 관측자 (위성)와 광자의 궤도의 개략도로서, 광자 이동의 측지선은 일정한 φ-평면에 있으며 관측자 측지선은 등면 평면(θ=π/2)에 놓여 있고, 그림 2-(a)에서 A, B 및 C는 방사상으로 원형 궤도에서 나선형으로 회전하는 거대한 자유 낙하 관측기의 측지선을 나타내고, 그림 2-(b)는 광자의 발사각을 도시한다.

도 3은 0이 아닌 각도 운동량을 갖는 자유 낙하 관측자의 테트라드를 해석하기 위한 개념도로서, 고전 IWA의 리딩 항(leading term)은 파동 벡터의 방사형 성분에만 의존하기 때문에 무한 및 전체 고전 위그너 회전은 각각  $\Theta(x + \delta x) - \Theta(x)$  및  $\Theta(x_{satellite}) - \Theta(x_{earth})$  로 나타난다.

도 4는 원형 궤도 (도 4-(a)와 (b))와 나선형 궤도 (도 4-(c) 및 (d))의 경우에, 주황색 실선의 고전적 부분, 파란색 실선의 양자 부분, 녹색 선의 전체 WRA를 도시한다.

도 5는 원형 궤도에 대해 0이 아닌 각운동량을 갖는 자유낙하 관측자의 무한 클래식 회전 및 양자 회전 대 아핀 파라미터의 관계를 도시한다.

도 6은 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 인공위성의 거리 측정방법을 도시한 순서도이다.

도 7은 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 위치 측정방법을 도시한 순서도이다.

도 8은 본 발명의 예시적인 다른 실시예에 의한 위치 측정방법을 도시한 순서도이다.

도 9는 3개의 위성으로부터의 거리를 이용하여 위성들간의 상대적인 위치를 측정하는 방법을 보여주는 다이어그램이다.

도 10은 본 발명에 의한 위치 측정방법을 구현하기 위한 사용자 단말기를 도시한 블럭도이다.

**발명을 실시하기 위한 구체적인 내용**

[0028] 본 발명은 다양한 변경을 가할 수 있고 여러 가지 형태를 가질 수 있는 바, 특정 실시예들을 도면에 예시하고 본문에 상세하게 설명하고자 한다. 그러나, 이는 본 발명을 특정한 개시 형태에 대해 한정하려는 것이 아니며, 본 발명의 사상 및 기술 범위에 포함되는 모든 변경, 균등물 내지 대체물을 포함하는 것으로 이해되어야 한다. 각 도면을 설명하면서 유사한 참조 부호를 유사한 구성 요소에 대해 사용하였다. 첨부된 도면에 있어서, 구조물들의 치수는 본 발명의 명확성을 기하기 위하여 실제보다 과장하여 도시한 것일 수 있다.

[0029] 제1, 제2 등의 용어는 다양한 구성 요소들을 설명하는데 사용될 수 있지만, 상기 구성 요소들은 상기 용어들에 의해 한정되어서는 안 된다. 상기 용어들은 하나의 구성 요소를 다른 구성 요소로부터 구별하는 목적으로만 사용된다. 예를 들어, 본 발명의 권리 범위를 벗어나지 않으면서 제1 구성 요소는 제2 구성 요소로 명명될 수 있고, 유사하게 제2 구성 요소도 제1 구성 요소로 명명될 수 있다.

[0030] 본 출원에서 사용한 용어는 단지 특정한 실시예들을 설명하기 위해 사용된 것으로, 본 발명을 한정하려는 의도가 아니다. 단수의 표현은 문맥상 명백하게 다르게 뜻하지 않는 한, 복수의 표현을 포함한다. 본 출원에서, "포함하다" 또는 "가지다" 등의 용어는 명세서에 기재된 특징, 숫자, 단계, 동작, 구성 요소, 부분품 또는 이들을 조합한 것이 존재함을 지정하려는 것이지, 하나 또는 그 이상의 다른 특징들이나 숫자, 단계, 동작, 구성 요소, 부분품 또는 이들을 조합한 것들의 존재 또는 부가 가능성을 미리 배제하지 않는 것으로 이해되어야 한다. 또한, A와 B가 '연결된다', '결합된다'라는 의미는 A와 B가 직접적으로 연결되거나 결합하는 것 이외에 다른 구성요소 C가 A와 B 사이에 포함되어 A와 B가 연결되거나 결합되는 것을 포함하는 것이다.

[0031] 다르게 정의되지 않는 한, 기술적이거나 과학적인 용어를 포함해서 여기서 사용되는 모든 용어들은 본 발명이 속하는 기술 분야에서 통상의 지식을 가진 자에 의해 일반적으로 이해되는 것과 동일한 의미를 가지고 있다. 일반적으로 사용되는 사전에 정의되어 있는 것과 같은 용어들은 관련 기술의 문맥상 가지는 의미와 일치하는 의미를 가지는 것으로 해석되어야 하며, 본 출원에서 명백하게 정의하지 않는 한, 이상적이거나 과도하게 형식적인 의미로 해석되지 않는다. 또한, 방법 발명에 대한 특허청구범위에서, 각 단계가 명확하게 순서에 구속되지 않는 한, 각 단계들은 그 순서가 서로 바뀔 수도 있다.

[0032] 이하, 본 발명의 실시예를 보다 상세히 설명한다.

**[0033] 위그너(Wigner) 회전의 축소할 수 없는 표현**

[0034] 광자의 힐베르트 공간 벡터는 테트라드,  $e_{\hat{a}}^{\mu}(x)$ , ( $\hat{a}$  및  $\mu = 0, 1, 2, 3$ )에 의해 확장있는 국소 관성 프레임에

정의되며, 이는 각각 일반 좌표계 및 국부 로렌츠 변환  $\bar{e}_{\hat{a}}^{\mu}(\bar{x}) = \frac{\partial \bar{x}^{\mu}}{\partial x^{\nu}} e_{\hat{a}}^{\nu}(x)$  및  $\bar{e}_{\hat{a}}^{\mu}(x) = \Lambda_{\hat{a}}^{\bar{b}} e_{\bar{b}}^{\mu}(x)$  하에서

만족스럽게 변환된다.  $x$ 에서  $x + \delta x$  로의 무한소 변환 하에서 테트라드의 변이는 벡터의 변화없이 동일한 탄젠트 평면에서 두 벡터를 비교하기 위해 아래의 수학적 1과 같이 병렬 전송으로 기술된다.

**수학적 1**

$$\delta(e_{\hat{a}}^{\mu}) = \bar{e}_{\hat{a}}^{\mu}(x + \delta x) - \bar{e}_{\hat{a}}^{\mu}(x) \rightarrow \delta x^{\lambda} \nabla_{\lambda} e_{\hat{a}}^{\mu}(x)$$

[0035]

[0036] 관측자의 실험실에서 광자의 파동 벡터가 측정되는 경우 파동 벡터  $k_{\hat{a}}(x) = e_{\hat{a}}^{\mu}(x) k_{\mu}(x)$  의 국소 공변량 성분은 광자의 측지선을 따라,  $x^{\mu}$ 에서  $x^{\mu} + k^{\mu}(x) \delta \xi^{\xi}$  으로, 다음의 수학적 2와 같이 변경된다.

**수학적 2**

$$\delta k_{\hat{a}}(x) = \delta(e_{\hat{a}}^{\mu}(x)) k_{\mu}(x) + e_{\hat{a}}^{\mu}(x) \delta k_{\mu}(x); \delta k_{\mu}(x) = d\xi^{\xi} \nabla_{\xi} k_{\mu}(x)$$

[0037]

[0038] 휘어진 시공간에서의 광자 상태는 기하 광학 한계에서 널 측지선(null geodesic)을 따르고 테트라드의 국소 무한 변화는 비대칭적이므로, 수학식 2는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

**수학식 3**

[0039] 
$$k_a(x) \rightarrow k'_a(x) \equiv k_a(x) + \delta k_a(x) = \left( \delta_a^{\hat{b}} + \lambda_a^{\hat{b}}(x) d\xi \right) k_{\hat{b}}(x) = \Lambda_a^{\hat{b}}(x) k_{\hat{b}}(x)$$

[0040] 이 식에서,  $\lambda_a^{\hat{b}}(x) = (\nabla_k e_a^\nu(x)) e_{\nu}^{\hat{b}}(x)$  이다. 다시 말해, 무한소 변환의 효과는  $\Lambda_a^{\hat{b}}(x) = \delta_a^{\hat{b}} + \lambda_a^{\hat{b}}(x)$  에 의해 주어진 무한 로컬 로렌츠 변환으로 간주될 수 있다. 본 명세서에서, 모자(hat)가 씌워진 라틴어 문자 및 그리스 문자는 각각 로컬 관성계 및 일반 좌표계를 의미한다.

[0041] 로렌츠 변환,  $\Lambda$ 는 아래의 수학식 4에 의해 주어진 헬리시티(helicity),  $\sigma$ 를 갖는 광자 상태에 대한 1 차원 표현을 갖는다.

**수학식 4**

[0042] 
$$U(\Lambda) |k, \sigma\rangle = \sum_{\sigma'} D_{\sigma, \sigma'}(W(\Lambda, k)) | \Lambda k, \sigma' \rangle$$

[0043] 이 식에서,  $W(\Lambda, k)$ 는 위그너의 소그룹 요소이며  $W(\Lambda, k) = L^{-1}(\Lambda k) \Lambda L(k)$ 로 정의된다.  $D(W)$ 는  $W$ 의 축소할 수 없는 표현이다.  $L(k)$ 는  $L(p)k = p$ 가 되도록 Lorentz 변환이다.

[0044] 따라서, 광자 상태의 변위는 Wigner 회전 각도 (WRA)라고하는 양자 위상으로 이어진다. Lorentz 변환의 축소할 수 없는 유니터리 표현의 명시적 표현을 얻으려면 적절한 Lorentz 그룹과 이중 표지(double cover)  $SL(2, \mathbb{C})$ 의 표준 그룹 동형(canonical group homomorphism)을 사용한다. 광자의 파동 벡터  $k$ 는  $K = \sigma_{\hat{a}} k^{\hat{a}}$ 를 통해 에르미트 행렬  $K$ 에 매핑되는데, 여기서,  $\sigma_{\hat{a}}, \hat{a} = 1, 2, 3$ 은 Pauli 행렬이며,  $\sigma_{\hat{0}}$ 은 2x2 항등 행렬이다. 로렌츠 변환은,  $SL(2, \mathbb{C})$ 의 원소  $A$ 를 통해서 다음의 수학식 5와 같이 유사성 변환(similarity transformation)으로 표현된다.

**수학식 5**

[0045] 
$$AKA^\dagger = \Lambda^\mu{}_\nu k^\nu \sigma_\mu$$

[0046] 질량이 없는 입자의 소그룹 요소의 축소할 수 없는 유니터리 표현은 아래의 수학식 6으로 표현된다.

**수학식 6**

[0047] 
$$e^{i(\psi(\Lambda, k))} = \left( \frac{[\alpha(1+n^3) + \beta n_+] b + [\gamma(1+n^3) + \delta n_+] c^*}{a \sqrt{b(1+n^3)}} \right)^2$$

[0048] 여기서  $\Psi(\Lambda, k)$ 는 WRA이다.  $a, b, c, d, \alpha, \beta, \gamma$  및  $\delta$ 에 대한 자세한 표현은 뒤에 설명될 보충 정보(SI)에 나와 있다. 따라서, 국소 무한 로렌츠 변환은 무한소 위그너 회전 (IWR: Infinitesimal Wigner Rotation)으로 이어지고 총 위그너 회전은 광자의 측지 궤적  $x(\xi)$ 에 대해 IWR의 시간 순서 적분에 의해 얻어

질 수 있다.

**수학식 7**

[0049]

$$e^{i\psi(\Lambda, \hat{n}^i)} = T \exp \left[ i \int \psi(\Lambda(x(\xi)), \hat{n}^i(\xi)) d\xi \right]$$

[0050]

여기서,  $\hat{n}^i = k^i(x)/k^0(x)$  이고, T는 시간 순서 연산자이다.  $\tilde{\psi}$  및  $\psi$  은, 각각 무한소 및 전체 WRA이다. 또한, LTA 하에서, 편광 벡터  $\hat{e}_\phi^i$  는 표준 프레임에서 다음의 수학식 8과 같이 변환될 수 있다.

**수학식 8**

[0051]

$$\hat{e}_{\phi'}^i = R_z(\psi(\Lambda, \hat{n}^i)) \hat{e}_\phi^i; \phi' = \phi + \psi(\Lambda, \hat{n}^i)$$

[0052]

위의 공식에서,  $R_z(\psi)$  은  $\hat{z}$  -축에 대한 전체 WAR 만큼 회전을 나타낸다.

[0053]

**모델**

[0054]

본 발명에서 본 발명자는 도 1에서 도시된 지구 위성 시스템을 고려한다. 도 1-(a)는 지구 위성 시스템과 해당 좌표를 보여준다. 광자는 적색선으로 표시되는 측지선과 위성의 로컬 프레임에서 측정된 연한 녹색 화살표로 표시되는 편광을 따라 전송된다. 지구 표면과 위성에서 측정된 편광을 비교하기 위해 광자의 파동 벡터가 관측자의 로컬 프레임의 세 번째 축에 정렬되는 표준 프레임을 소개한다 (도 1-(b) 및 (c)). 먼저, 고정 관측자, 방사상 자유 낙하 관측자, 원형에서 0이 아닌 각 운동량을 갖는 자유 낙하 관측자 및 나선형 궤도의 네 가지 경우를 고려한다 (도 2-(a)). 부스트 방향과 파동 벡터가 평면 또는 평면에 있는 경우 위그너 회전의 특수 상대성 관계에서 각도가 0이다. 그러나 광자가 평면에서 이동하고 평면에서 관측자가 이동하는 경우 WRA가 반드시 0 일 필요는 없다. 이에 상응하는 동등성 원칙에 따라 모든 관측자는 평면, 즉 상수  $\phi$  평면에서 이동하는 반면 광자의 측지선은 적도 평면에 남아 있다고 가정한다 (도 2-(b)).

[0055]

본 발명자는 슈바르츠실트(Schwarzschild) 메트릭을 사용하여 지구 주위의 시공간을 모델링하고 테트라드의 공간과 같은 구성 요소를 선택하여 로컬 프레임의 첫 번째, 두 번째 및 세 번째 축이 무한대에서 슈바르츠실트 좌

표  $r$ ,  $\theta$  및  $\phi$ 의 단위 벡터가 된다. 즉,  $\hat{e}_a^\mu(x_\infty) = \hat{e}_b^\mu$  이며,  $\hat{a} = 1, 2$  및  $3$ 은 각각  $b = r, \theta$  및  $\phi$ 에

해당한다. 회전하지 않는 로컬 프레임을 정의하기 위해 고정 및 자유 낙하 관측기에 각각 Fermi-walker 전송 및 병렬 전송 조건을 적용한다. 자세한 내용은 뒤에 설명될 보충 정보(SI)에 나와 있다. Schwarzschild 좌표

를 기반으로 로컬 프레임을 설정할 때 극좌표 정의로 인한 회전을 취소해야한다. 다시 말해, 좌표  $r, \hat{e}_r$ 의 단위 벡터가 좌표  $\phi$ 가 변함에 따라 회전하기 때문에, 파동 벡터가  $\phi$  축에 정렬 될 때 회전을 취소하기 위해

로컬 프레임의 세 번째 축으로  $\phi$  축을 선택한다. 편광 비교. 대응하는 테트라드의 시간과 같은 성분들,  $\hat{e}_t^\mu$  은 각각의 경우에 대응하는 측지선을 따라 이동하는 거대한 입자 (예를 들어, 위성)의 4-속도 벡터로 설정되어 관측자의 국부적 프레임을 기술한다. 관측자의 4-속도 벡터 및 광자의 파동 벡터는 슈바르츠실트 시공간 (SI #)의 킬링 벡터로부터 정의 된 보존된 양의 관점에서 얻어진다. 본 발명자는 등가원리를 만족시키기 위해서, 에너지,  $\epsilon$  photon를 주파수로 설정하고,  $\epsilon_{obs} = (1-r_s/r)dt/d\tau$ ; 1이므로, 관측자의 단위 질량 당 에너지  $\epsilon$  obs를 1로 설정하였다( $\hbar = G = c = 1$ ). 자세한 내용은 보충 정보 (SI)에 나와 있다. 본 발명자는 광자의

발사각을 45도로(도 2-(b)), 관측자의 단위 질량 당 각운동량을  $0.4\sqrt{r_s r_{earth}}$  로 선택하여 4-속도 벡터의 방사

상 성분과 극좌표 성분이 슈바르츠실트 좌표에서 동일한 값을 갖도록 하였다( $\hat{e}_0^r(x) = \hat{e}_0^\theta(x)$ ). 여기서  $r_{earth}$ 는 지구의 반지름이고  $r_s$ 는 Schwarzschild 반지름이다.

[0056] **결과**

[0057] 식의 관찰에. (8) 모든 매개 변수가 실수이면 이 방정식의 결과는 항상 실수이다. 다시 말해, 수학식 8 가상의 Wigner 각도를 피하려면 단결해야한다. 따라서 모든 매개 변수가 실제이므로 첫 번째와 두 번째 경우에는 WRA가 0이다. 모든 매개 변수가 실수가 아닌 경우 무한 Winger 회전 각도 (IWA)는 아래의 수학식 9와 같이 주어진다.

**수학식 9**

$$\tilde{\psi} = 2 \text{Im}(\tilde{\alpha}) + \frac{2n^1}{1+n^3} \text{Im}(\tilde{\beta}) + \frac{2n^2}{1+n^3} \text{Im}(\tilde{\gamma})$$

[0058]

[0059] 이것은, 각도 운동량을 갖는 자유 낙하 관측자인 마지막 두 경우에 해당한다. IWA는 세 번째 축을 중심으로 한 고전적인 회전  $2 \text{Im}(\tilde{\alpha})$  과 Wigner의 작은 그룹 요소에 의해 유발된 양자 회전을  $\frac{2n^1}{1+n^3} \text{Im}(\tilde{\beta}) + \frac{2n^2}{1+n^3} \text{Im}(\tilde{\gamma})$  으로 구성된다. 원형 궤도의 경우, 평행 이동은 구 좌표에 의해 유도된 회전을 보상하여 관측자가  $-r\theta$ 만큼 이동할 때 테트라드의 공간적 구성 요소가  $\theta$ 만큼 회전하여 작은 클래식 WRA로 이어진다. 나선 궤도의 경우, 평행 운동은  $2\theta(r)$  만큼 제3 축을 중심으로 테트라드를 회전시키며, 이것은 다음과 같이 기술된다.

**수학식 10**

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

[0060]

[0061] 여기서  $l_{obs}$ 는 관측자의 단위 질량 당 각 운동량을 나타낸다. 도 3에서는 나선형 궤도의 경우 기존 IWA를 해석하기 위한 개념적 그림을 보여준다(고전적인 IWA의 주요 용어는 파동 벡터의 방사 성분에만 의존하기 때문에 SI를 참조). 광자의 각도 운동량을 무시함으로써 시스템을 단순화 할 수 있다. 테트라드는 중력에 의해  $\hat{e}_\phi$ 을 중심으로 회전하며 광자가 지구에서 멀어짐에 따라 슈바르츠실트 좌표와 비대칭적으로 동일해진다. 따라서 무한 및 전체 클래식 위그너 회전은 각각  $\Theta(x + \delta x) - \Theta(x)$  및  $\Theta(x_{satellite}) - \Theta(x_{earth})$ 로 기술된다.

[0062] 아래의 표 1은 IWA와 상이한 지구 궤도에의 테트라드의 회전각도를 비교한 것이다.

표 1

Observer in Circular Orbit				
Altitude	Wigner angle (classical part + quantum part)	Classical part	Quantum part	
300km	2.42e-5	-6.46e-14	2.42e-5	
2000km	9.64e-5	-3.03e-13	9.64e-5	
20000km	-8.77e-7	-7.018e-13	-8.77e-7	
36000km	-9.93e-5	-7.61e-13	-9.93e-5	
1.6×10 <sup>11</sup> km (r = ∞)	-6.25e-4	-8.02e-13	-6.25e-4	
Observer in Spiraling Orbit				
Altitude	Wigner angle (classical part + quantum part)	Classical part	Classical part - Rotation of tetrad	Quantum part
300km	1.13	1.16	-1.36e-9	5.32e-6
2000km	6.30	6.31	-7.71e-9	2.41e-6
20000km	24.48	24.48	-2.25e-8	-1.80e-4
36000km	29.31	29.31	-2.40e-8	-2.38e-4
1.6×10 <sup>11</sup> km (r = ∞)	47.15	47.15	-9.15e-3	-3.54e-4

[0063]

[0064]

위의 표 1에서, IWA (일반 상대론적 효과)의 고전적인 부분인 테트라드의 회전 각도  $2\text{Im}(\tilde{\alpha})$ 와 양자 회전

$$\frac{2n^1}{1+n^3}\text{Im}(\tilde{\beta}) + \frac{2n^2}{1+n^3}\text{Im}(\tilde{\gamma})$$

은 지구 표면에서 다양한 지구 궤도의 고도에서 원형 및 나선형 궤도와 비교되었다.  $2\text{Im}(\tilde{\alpha})$ 은 거의 동일한 두 각도  $2\Theta(r)$  및  $2\text{Im}(\tilde{\alpha})$ 에 의해 고전적인 회전을 나타내는 것이 확인되었다. 또한, 원형 궤도는 전술 한 바와 같이 나선형 케이스에 비해 고전 각이 훨씬 적다는 것을 알 수 있다. 도 4-(a) 및 (b)는 원형 케이스의 총 WRA를 보여준다. 고전 부분 (일반 상대론적 회전)과 양자 부분은 각각 주황색 실선과 파란색 실선으로 표시된다. 총 WRA는 도 4-(b)에 나와 있다. 도 4-(c)와 (d)는 나선형 케이스에 해당한다. 마찬가지로, 고전 및 양자 부분은 도 4 (c)에 도시되고, 도 4 (d)는 전체 WRA를 도시한다. 표준 BB84 프로토콜의 경우 이는 LEO의 경우 1.21 %, MEO의 경우 17.2 % 인 QBER(Quantum Bit Error Rate)에 해당한다. 이것은 최근의 분석과 일치하며, 근거리에서 우주에 가까운 QKD 시스템은 광자 상태의 얽힘 분포에 의존하여 시공간 곡률로 인해 QBER에 최대 0.7 %의 추가 기여가 있을 수 있으며 이러한 효과는 관찰 가능성을 보여준다.

[0065]

**결론과 토론**

[0066]

본 발명에서 본 발명자는 Schwarzschild 시공간에서 광자 상태의 위그너 회전을 연구하여 편광의 회전을 연구했다. 지구의 중력장은 슈바르츠 실트 (Schwarzschild) 메트릭에 의해 설명된다. 원형 및 나선형 궤도에서의 운동량. 처음 두 경우의 경우 계산 된 Wigner 각도는 0이다. 본 발명자는 두 가지 방법으로 마지막 두 경우에 대해 0이 아닌 Wigner 각도를 계산한다. 나선형 궤도의 테트라드는 물리적인 의미를 찾기에는 너무 복잡한 형태를 가지고 있다. 두 가지 접근 방식이 동일한 결과를 최대 16 개의 유효 수치로 나타낸다. 원형 케이스는 WRA가 0이 아니지만 순서는 NEO 및 LEO이다. 나선형 사례의 경우 WRA의 양자 부분은 NEO와 무한대에 있다. 이러한 결과는 이전의 기존 추정치보다 훨씬 크다. 또한, 총 Wigner 회전 각도는 NEO 및 무한대이며 LEO 및 MEO의 경우 양자 비트 오류율에 각각 QBER 1.21 및 17.2 %를 기여할 것으로 예상된다.

[0067] 보충 정보(SI)

[0068] (1)본 발명에서 사용된 아핀 파라미터를 가진 광자의 에너지

[0069] 일반 상대성 이론에서, 라그랑지안 L은, 슈바르츠실트 메트릭의 선분요소로 아래의 수학식 S1의 형태로 선택될 수 있음이 잘 알려져있다.

**수학식 11**

[0070] 
$$\frac{1}{2} \left( \frac{ds}{d\xi} \right)^2$$

[0071] 이식에서 슈바르츠실트 메트릭은 아래의 수학식 12와 같이 정의된다.

**수학식 12**

[0072] 
$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)^2 dt^2 + \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

[0073] 라그랑지안이 특정 좌표 ( $x^\mu$ )에 의존하지 않으면 운동 방정식은 일부 양의 보존을 의미한다. 구체적으로, 운동 방정식은 다음의 수학식 13과 같이 기술된다.

**수학식 13**

[0074] 
$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial L}{\partial(dx^\mu/d\xi)} \right) = \frac{dL}{dx^\mu} = 0$$

[0075] 위의 수학식으로부터, 아래의 수학식 14의 아이덴티티가 유지된다.

**수학식 14**

[0076] 
$$\frac{\partial L}{\partial(dx^\mu/d\xi)} = g_{\mu\beta} \frac{dx^\beta}{d\xi} = g_{\alpha\beta} \delta_\mu^\alpha \frac{dx^\beta}{d\xi} = g_{\mu\beta} \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\beta}{d\xi} = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \cdot \frac{dx}{d\xi} = const$$

[0077] 슈바르츠실트 시공간에서, 시간 t 및 방위각  $\phi$ 는 메트릭에서 순환 좌표이므로, 시간 및 방위각  $k^t, k^\phi$ 은 일정하다. 따라서, 수학식 14로부터, 아래 수학식 15의 2 개의 보존양 e, l을 따라 수학식 1과 같이 정의된다.

**수학식 15**

[0078] 
$$e \equiv - \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{dx}{d\xi} = \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right) \frac{dt}{d\xi}, \quad l \equiv - \frac{\partial}{\partial \phi} \cdot \frac{dx}{d\xi} = r^2 \sin^2 \theta \frac{d\phi}{d\xi}$$

[0079] 여기서, 이 두 개의 보존된 양은 매우 큰 단위 정지 질량 e 당 에너지라고하며, 매우 낮은 속도에서 각각 단위

휴식 질량 당 원점 및 각 운동량으로부터의 거리이다. 간결하게하기 위해 본 발명에서는 ‘e’ 에너지와 ‘l’ 각운동량이라고 한다. 광자의 경우 슈바르츠실트 메트릭의 측지선 방정식을 다음과 같이 다시 작성할 수 있다.

수학식 16

$$-\frac{e_{ph}^2}{\left(1-\frac{r_s}{r}\right)} + \frac{1}{\left(1-\frac{r_s}{r}\right)} \left(\frac{dr}{d\xi}\right)^2 + \frac{l_{ph}^2}{r^2} = 0$$

[0080]

수학식 17

$$\left(\frac{dr}{d\xi}\right)^2 = -\sqrt{e_{ph}^2 - \frac{l_{ph}^2}{r^2} \left(1-\frac{r_s}{r}\right)} = -e_{ph} \sqrt{1 - \frac{b_{ph}^2}{r^2} \left(1-\frac{r_s}{r}\right)}$$

[0081]

왜냐하면, 질량이없는 입자의 모든 파동 벡터는 널(null) 벡터이기 때문이다. 즉, 명시적인 형태의 파동 벡터와 이에 대응하는 듀얼 벡터를 아래와 같이 얻을 수 있다.

수학식 18

$$k^\mu(x) = \left( \frac{e_{ph}}{1-\frac{r_s}{r}}, -e_{ph} \sqrt{1 - \frac{b_{ph}^2}{r^2} \left(1-\frac{r_s}{r}\right)}, \frac{e_{ph} b_{ph}}{r^2}, 0 \right)$$

[0083]

수학식 19

$$k_\mu(x) = \left( -e_{ph}, -\frac{e_{ph}}{1-\frac{r_s}{r}} \sqrt{1 - \frac{b_{ph}^2}{r^2} \left(1-\frac{r_s}{r}\right)}, e_{ph} b_{ph}, 0 \right)$$

[0084]

등가원리에 의해, 방사상 자유 낙하 테트라드로 정의된 국부 관성 프레임의 파동 벡터는 아래와 같이, 평평한 시공간의 파동 벡터와 동일한 형태를 가져야 한다.

수학식 20

$$k_{\hat{a}}(x) = (-\omega, k_1, k_2, k_3) \quad \text{where } \omega = \sqrt{(k_1)^2 + (k_2)^2 + (k_3)^2}$$

[0086]

다시 말해서, 테트라드의 시간 성분을 가진 파동 벡터의 내적은 평평한 시공간에서의 광자의 각 주파수와 같아야 한다.

[0087]

수학식 21

$$k_0(x) = -\frac{e_{ph}}{1 - \frac{r_s}{r}} \left( 1 - \sqrt{\frac{r_s}{r}} \sqrt{1 - \frac{b_{ph}^2}{r^2} \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)} \right)$$

$$\cong -e_{ph} \left( 1 + \frac{r_s}{r} - \sqrt{\frac{r_s}{r}} \sqrt{1 - \frac{b_{ph}^2}{r^2} \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)} \right) = -\omega.$$

[0088]

[0089] 따라서,  $r = \infty$  에서, 광자의 에너지가에서 측정된 광자의 주파수와 같다.

[0090] (2) 위그너 회전의 파라미터 의존성

[0091] 광자의 각 파동 벡터에 대응하는 에르미트 행렬은 다음과 같이 정의된다.

수학식 22

$$K = \sigma_0 k^a$$

[0092]

[0093] 여기서,  $\sigma_0$  은 2x2 단위 행렬이고,  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )은 Pauli 행렬이다. 따라서 K는 아래의 수학식 23과 같은 형태를 갖는다.

수학식 23

$$K = k^0 \begin{pmatrix} n^3 & n^1 - in^2 \\ n^1 + in^2 & n^3 \end{pmatrix}$$

[0094]

[0095] 이 식에서,  $n^i = \frac{k^i}{k^0}$  ( $i=1, 2, 3$ ) 이다. 그러면,

수학식 24

$$K' = \Lambda^a_b k^b \sigma_a = AKA^\dagger$$

[0096]

[0097] SL(2,C)에는, 어떠한 로렌츠 변환에 대해서 수학식 S14와 같은 행렬 A가 존재한다.

[0098] A는 SL(2,C)의 원소이기 때문에, 다음과 같이 표현될 수 있다.

수학식 25

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

[0099]

[0100] 이 식에서, A의 행렬식(determinant)는 1이다. 즉,  $\alpha\delta - \gamma\beta = 1$ . 위그너의 소그룹 원소  $W(\Lambda, k) = L_{\Lambda k}^{-1} \Lambda L_k$ 에 대해서,  $SL(2, C)$ 안의 행렬  $S(\Lambda, k)$ 을  $W(\Lambda, k) = \Lambda(S(\Lambda, k))$ 와 아래의 수학식 S16과 같이 정의할 수 있다.

수학식 26

$$S(\Lambda, k) = A^{-1}_{k'} A A_k$$

[0101]

[0102] 이 식에서,  $A_k$ 는  $L(k)$ 에 대응하고,  $\tilde{k}$ 는  $k$ 로 변환되며, 여기서,  $\tilde{k} = (1, 0, 0, 1)$ 이며,  $A_k$ 는 다음과 같은 형태를 갖는다.

수학식 27

$$A_k = \frac{1}{\sqrt{2k^0(1+n^3)}} \begin{pmatrix} k^0(1+n^3) & -n_- \\ k^0 n_+ & 1+n^3 \end{pmatrix}$$

[0103]

[0104] 만일,  $K'$ 이 다음과 같은 형태를 갖도록 쓰여질 수 있다면,

수학식 28

$$K' = k'^0 \begin{pmatrix} 1+n'^3 & n'_- \\ n'_+ & 1-n'^3 \end{pmatrix} = A K A^\dagger = k^0 \begin{pmatrix} b & c^* \\ c & a-b \end{pmatrix}$$

[0105]

[0106] 이식에서,  $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in SL(2, C)$ , 그러면 다음과 같은 수학식을 얻을 수 있다.

수학식 29

$$a = (|\alpha|^2 + |\gamma|^2)(1+n^3) + (|\beta|^2 + |\delta|^2)(1-n^3) + (\alpha\beta^* + \gamma\delta^*)n_- + (\alpha^*\beta + \gamma^*\delta)n_+$$

[0107]

수학식 30

$$b = |\alpha|^2(1+n^3) + |\beta|^2(1-n^3) + \alpha\beta^*n_- + \alpha^*\beta n_+$$

[0108]

수학식 31

$$c = \alpha^*\gamma(1+n^3) + \beta^*\delta(1-n^3) + \beta^*\gamma n_- + \alpha^*\delta n_+$$

[0109]

수학식 32

$$k'^0 = \frac{a}{2}k^0, \quad n'^3 = \frac{2b}{a} - 1, \quad n'_+ = \frac{2c}{a}$$

[0110]

그러면,  $S(\Lambda, k)$ 는 다음과 같은 형태를 갖는다.

[0111]

수학식 33

$$S = \begin{pmatrix} e^{i\psi/2} & z \\ 0 & e^{-i\psi/2} \end{pmatrix} \quad \psi \in [0, 4\pi]$$

[0112]

이 식에서,  $z$ 는 임의의 복소수이다. 위의 수학식들로부터 다음의 수학식이 유도될 수 있다.

[0113]

수학식 34

$$e^{i(\psi(\Lambda, k)/2)} = \frac{[\alpha(1+n^3) + \beta n_+]b + [\gamma(1+n^3) + \delta n_+]c^*}{a\sqrt{b(1+n^3)}}$$

[0114]

더욱이, 행렬  $S$ 는 다음의 형태로 다시 기술될 수 있다.

[0115]

수학식 35

$$S = \begin{pmatrix} e^{i\psi/2} & e^{-i\psi/2} z \\ 0 & e^{-i\psi/2} \end{pmatrix}, \psi \in [0, 4\pi]$$

[0116]

[0117] 이러한 그룹의 어떠한 임의의 두 원소의 곱은 다음과 같이 된다.

수학식 36

$$S_1 S_2 = \begin{pmatrix} e^{i(\psi_1+\psi_2)/2} & e^{-i(\psi_1+\psi_2)/2} (z_1 + e^{i\psi_1} z_2) \\ 0 & e^{-i(\psi_1+\psi_2)/2} \end{pmatrix}, \psi \in [0, 4\pi]$$

[0118]

[0119] 환언하면, 다음의 법칙이 구해질 수 있다.

수학식 37

$$(z_1, \psi_1)(z_2, \psi_2) = (z_1 + \exp(i\psi_1)z_2, \psi_1 + \psi_2)$$

[0120]

[0121] 따라서, 이러한 군(group)은 E(2) 그룹이다.

[0122] E (2)의 최소의 유니터리 표현에는 두 가지 클래스가 있다. 하나는 무한 차수 표현(infinitesimal representation)이고 다른 하나는 1 차원 표현이다. 그러나 전자는 본질적인 연속 자유도를 가지고 있다. 따라서, 광자에 대한 로렌츠 변환은 1 차원으로 표현되는데, 그 이유는 광자가 연속적인 자유도를 갖지 않기 때문이다. 이러한 표현은 다음의 형태로 기술된다.

수학식 38

$$U(\Lambda) |k, \sigma\rangle = e^{i\sigma\psi(\Lambda, k)} |\Lambda k, \sigma\rangle$$

[0123]

[0124] 여기서,  $\psi(\Lambda, k)$  위그너 각이다. 그러면, 수학식 36의  $d\xi$ 의 일차식까지 전개는 다음과 같다.

수학식 39

$$e^{i\psi(\Lambda, k)/2} \sim 1 + i\tilde{\psi}(\Lambda, k) \frac{d\xi}{2}$$

[0125]

[0126] 무한 Wigner 회전은 광자를 통해 측광 궤적  $x(\xi)$ 에 걸쳐 무한 Wigner 회전을 시간 순서대로 통합하여 구축할 수 있다.

수학식 40

$$e^{i\psi(\Lambda, \bar{n})/2} = T \exp \left[ i \int \tilde{\psi}(\Lambda(\xi), \bar{n}(\xi)) \frac{d\xi}{2} \right]$$

[0127]

이식에서,  $\bar{n}(\xi) = \bar{n}(\mathbf{x}(\xi)), \Lambda^\mu_\nu(\xi) = \Lambda^\mu_\nu(\mathbf{x}(\xi))$  이며, T는 시간순서 연산자이다.

[0128]

만약 호모지니어스 로렌츠 변환이  $\Lambda^a_b = \delta^a_b + \omega^a_b$  와 같이 기술되면, 위그너 각은  $\omega^\mu$  에 관계된다. 이러한 점을 살펴보기 위해서, A를  $d\xi$  로 전개하면, 다음과 같다.

[0129]

수학식 41

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = I + \tilde{A}d\xi = I + \begin{pmatrix} \tilde{\alpha} & \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} & \tilde{\delta} \end{pmatrix} d\xi$$

[0130]

A의 행렬식이 1이라는 조건으로부터  $\tilde{\delta} = -\tilde{\alpha}$  임을 알 수 있다. 환언하면, A는 다음과 같이 기술될 수 있다.

[0131]

수학식 42

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = I + \tilde{A}d\xi = I + \begin{pmatrix} \tilde{\alpha} & \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} & -\tilde{\alpha} \end{pmatrix} d\xi$$

[0132]

앞의 수학식들과,  $\text{tr}(\sigma_a \sigma_b) = 2\delta_{ab}$ 로부터 다음의 수학식을 얻을 수 있다.

[0133]

수학식 43

$$\omega^a_b = \frac{1}{2} \delta^{ac} \text{tr}(\sigma_b \sigma_c \tilde{A} + \sigma_c \sigma_b \tilde{A}^\dagger)$$

[0134]

이식에서,  $\text{tr}(A)$ 는 A의 트레이스이다. 위의 수학식으로부터 다음의 방정식을 얻을 수 있다.

[0135]

수학식 44

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{2}(\omega_3^0 + i\omega_2^1)$$

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{2}[(\omega_1^0 - \omega_1^3) + i(\omega_2^0 + \omega_2^3)]$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{2}[(\omega_1^0 - \omega_1^3) - i(\omega_2^0 - \omega_2^3)].$$

[0136]

[0137] 실수 파라미터

[0138]  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, |\alpha|^2, |\beta|^2, |\gamma|^2, |\delta|^2$  는 정의에 의해 다음의 형태를 갖는다.

수학식 45

$$\alpha = 1 + \tilde{\alpha}d\xi,$$

$$\beta = \tilde{\beta}d\xi,$$

$$\gamma = \tilde{\gamma}d\xi,$$

$$\delta = 1 - \tilde{\alpha}d\xi,$$

$$|\alpha|^2 = 1 + 2\tilde{\alpha}d\xi,$$

$$|\beta|^2 = 0,$$

$$|\gamma|^2 = 0,$$

$$|\delta|^2 = 1 - 2\tilde{\alpha}d\xi.$$

[0139]

[0140]  $n_{\pm} = n^1$  를 위의 방정식들에 대입하면, 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

수학식 46

[0141]  $a = 2 + 2(2\tilde{\alpha}n^3 + (\tilde{\beta} + \tilde{\gamma})n^1)d\xi$

수학식 47

[0142]  $b = (1 + n^3) + 2(2\tilde{\alpha}(1 + n^3) + \tilde{\beta}n^1)d\xi$

수학식 48

[0143]

$$c = n^1 + (\tilde{\gamma}(1+n^3) + \tilde{\beta}(1-n^3))d\xi$$

[0144]

이러한 과정에서,  $d\xi$ 의 일차식까지만 계산하였다. 이러한 파라미터를 이용하여 다음의 수학식이 얻어진다.

수학식 49

[0145]

$$[\alpha(1+n^3) + \beta n_+]b + [\gamma(1+n^3) + d n_+]c^* = 2(1+n^3) + [2\tilde{\alpha} + 6\tilde{\alpha}n^3 + 4\alpha(n^3)^2 + 4\beta n^1 + 2\beta n^1 n^3 + 2\tilde{\gamma}n^1 + 2\tilde{\gamma}n^1 n^3]d\xi$$

수학식 50

[0146]

$$\frac{1}{a\sqrt{b(1+n^3)}} = \frac{1}{2(1+n^3)} - \frac{2\tilde{\alpha}n^3 + \tilde{\beta}n^1 + \tilde{\gamma}n^1 + 2\tilde{\alpha} + 2\tilde{\beta}n^1(1+n^3)^{-1}}{2(1+n^3)}d\xi$$

[0147]

이러한 계산들로부터 다음의 수학식을 볼 수 있다.

수학식 51

[0148]

$$e^{i(\psi(\Lambda, k)/2)} = 1$$

[0149]

따라서, 정지상태에서 제로 각운동량을 갖는 자유낙하 관찰자는 Wigner 회전을 관측할 수 없게 된다.

[0150]

복소수 파라미터

[0151]

모든 파라미터들이 실수가 아닌 경우,  $|\alpha|^2, |\beta|^2, |\gamma|^2, |\delta|^2$ 는 다음의 형태를 갖는다.

수학식 52

[0152]

$$\begin{aligned} |\alpha|^2 &= 1 + 2\text{Re}(\tilde{\alpha})d\xi \\ |\beta|^2 &= 0 \\ |\gamma|^2 &= 0 \\ |\delta|^2 &= 1 - 2\text{Re}(\tilde{\alpha})d\xi \end{aligned}$$

[0153] 이식에서,  $\text{Re}(\tilde{\alpha})$ 는  $\tilde{\alpha}$ 의 실수부분이다. 위의 방정식들은 다음과 같이 다시써여질 수 있다.

**수학식 53**

$$a = (|\alpha|^2 + |\gamma|^2)(1+n^3) + (|\beta|^2 + |\delta|^2)(1-n^3) + (\alpha\beta^* + \gamma\delta^*)n_- + (\alpha^*\beta + \gamma^*\delta)n_+ \\ = 2 + [4n^3 \text{Re}(\tilde{\alpha}) + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)]d\xi$$

[0154]

**수학식 54**

$$b = |\alpha|^2(1+n^3) + |\beta|^2(1-n^3) + \alpha\beta^*n_- + \alpha^*\beta n_+ \\ = (1 + 2 \text{Re}(\tilde{\alpha})d\xi)(1+n^3) + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+)d\xi \\ = (1+n^3) + [2 \text{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3) + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+)]d\xi$$

[0155]

**수학식 55**

$$c = \alpha^*\gamma(1+n^3) + \beta^*\delta(1-n^3) + \beta^*\gamma n_- + \alpha^*\delta n_+ \\ = \tilde{\gamma}(1+n^3)d\xi + \tilde{\beta}^*(1-n^3)d\xi + (1 + \tilde{\alpha}^*d\xi)(1 - \tilde{\alpha}d\xi)n_+ \\ = n_+ + [\tilde{\gamma}(1+n^3) + \tilde{\beta}^*(1-n^3) - 2i n_+ \text{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi$$

[0156]

[0157] 이 식에서,  $\text{Im}(\tilde{\alpha})$ 는  $\tilde{\alpha}$ 의 허수부를 나타낸다. 위의 방정식들로부터, 다음의 수식을 얻을 수 있다.

**수학식 56**

$$[\alpha(1+n^3) + \beta n_+]b + [\gamma(1+n^3) + \delta n_+]c \\ = ((1+n^3) + [\tilde{\alpha}(1+n^3) + \tilde{\beta}n_+]d\xi)(1+n^3) + [2 \text{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3) + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+)]d\xi \\ + (n_+ + [\tilde{\gamma}(1+n^3) - \tilde{\alpha}n_+]d\xi)(n_- + [\tilde{\gamma}^*(1+n^3) + \tilde{\beta}^*(1-n^3) + 2i n_- \text{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi) \\ = (1+n^3)^2 + n_+ n_- + [\tilde{\alpha}(1+n^3)^2 + \tilde{\beta}n_+(1+n^3) + 2 \text{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)^2 + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3) - \tilde{\alpha}n_+ n_- + 2 \text{Re}(\tilde{\gamma}^*n_+)(1+n^3) + \tilde{\beta}n_+(1-n^3) + 2i n_+ n_- \text{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi \\ = 2(1+n^3) + [2\tilde{\alpha}n^3(1+n^3) + 2\tilde{\beta}n_+ + 2 \text{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)^2 + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3) + \text{Re}(\tilde{\gamma}^*n_+)(1+n^3) + 2i n_+ n_- \text{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi \\ = 2(1+n^3) \left( 1 + \left[ \frac{2\tilde{\alpha}n^3(1+n^3) + 2\tilde{\beta}n_+ + 2 \text{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)^2 + 2 \text{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3) + \text{Re}(\tilde{\gamma}^*n_+)(1+n^3) + 2i n_+ n_- \text{Im}(\tilde{\alpha})}{2(1+n^3)} d\xi \right] \right)$$

[0158]

[0159] 또한, 다음과 같은 수학식을 얻을 수 있다.

수학식 57

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a\sqrt{b(1+n^3)}} = \frac{1}{(2+[4n^3 \operatorname{Re}(\tilde{\alpha})+2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)]d\xi)\sqrt{(1+n^3)^2+[2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)^2+2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3)]d\xi}} \\ & = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{[4n^3 \operatorname{Re}(\tilde{\alpha})+2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)]d\xi}{2} \right) \frac{1}{(1+n^3)} \frac{1}{\sqrt{1+[2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)+2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)]d\xi}} \\ & = \frac{1}{2(1+n^3)} \left( 1 - \frac{[4n^3 \operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)+2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)(1+n^3)]d\xi}{2(1+n^3)} \right) \left( 1 - \frac{[2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)+2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)]d\xi}{2(1+n^3)} \right) \end{aligned}$$

[0160]

수학식 58

$$\begin{aligned} e^{i(\psi(\Lambda,k)/2)} & = \frac{[\alpha(1+n^3) + \beta n_+]b + [\gamma(1+n^3) + \delta n_+]c^*}{a\sqrt{b(1+n^3)}} \\ & = \left( 1 - \frac{[4n^3 \operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3) + 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)(1+n^3)]d\xi}{2(1+n^3)} \right) \left( 1 - \frac{[2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3) + 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)]d\xi}{2(1+n^3)} \right) \\ & \quad \left( 1 + \frac{[2\tilde{\alpha}n^3(1+n^3) + 2\tilde{\beta}n_+ + 2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)^2 + 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3) + \operatorname{Re}(\tilde{\gamma}^*n_+)(1+n^3) + 2in_+n_- \operatorname{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi}{2(1+n^3)} \right) \\ & = 1 + \frac{1}{2(1+n^3)} [-4n^3 \operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3) - 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)(1+n^3) - 2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3) - 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)] \\ & \quad + 2\tilde{\alpha}n^3(1+n^3) + 2\tilde{\beta}n_+ + 2\operatorname{Re}(\tilde{\alpha})(1+n^3)^2 + 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3) + \operatorname{Re}(\tilde{\gamma}^*n_+)(1+n^3) + 2in_+n_- \operatorname{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi \\ & = 1 + \frac{1}{2(1+n^3)} [-2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+ + \tilde{\gamma}n_-)(1+n^3) - 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)] \\ & \quad + 2\tilde{\beta}n_+ + 2\operatorname{Re}(\tilde{\beta}n_+)(1+n^3) + \operatorname{Re}(\tilde{\gamma}^*n_+)(1+n^3) + 2i(1+n^3)\operatorname{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi \end{aligned}$$

[0161]

[0162] 또한, 이러한 수학식들로부터 아래의 수학식을 얻을 수 있다.

수학식 59

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a\sqrt{b(1+n^3)}} [\alpha(1+n^3) + \beta n_+]b + [\gamma(1+n^3) + d n_+]c^* \\ & = 1 + i[\operatorname{Re}(\tilde{\beta}) \frac{n^2}{1+n^3} + \operatorname{Im}(\tilde{\beta}) \frac{n^1}{1+n^3} + \operatorname{Im}(\tilde{\alpha})]d\xi. \end{aligned}$$

[0163]

[0164] 정의로부터 무한소(infinitesimal) 위그너 각은 다음과 같다.

수학식 60

$$\tilde{\psi} = 2 \operatorname{Im}(\tilde{\alpha}) + \frac{2n^1}{1+n^3} \operatorname{Im}(\tilde{\beta}) + \frac{2n^2}{1+n^3} \operatorname{Im}(\tilde{\gamma})$$

[0165]

[0166] 정지 관측자의 테트라드(tetrads)

[0167] 테트라드  $e_a^\mu(x)$  는 다음을 만족한다.

**수학식 61**

[0168]  $g_{\mu\nu}(x)e_a^\mu(x) \cdot e_b^\nu(x) = \eta_{ab}$

[0169] 정지해 있는 관측자 밥(Bob)의 경우, 그의 로컬 프레임을 수학적으로 슈바르츠실트 시공간에서 다음의 테트라드에 의해 정의될 수 있다.

**수학식 62**

[0170]  $(e_0)^\mu(x) = (e_t)^\mu(x) = (1/(1-r_s/r)^{1/2}, 0, 0, 0)$   
 $(e_1)^\mu(x) = (e_r)^\mu(x) = (0, (1-r_s/r)^{1/2}, 0, 0)$   
 $(e_2)^\mu(x) = (e_\theta)^\mu(x) = (0, 0, 1/r, 0)$   
 $(e_3)^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, 1/r).$

[0171] 이 테트라드는 모든 점들이 시간과 같은 사분면의 시간 및 공간 요소와 무관하기 때문에 각 점에서 정적 국소 관성 프레임을 나타낸다. 여기서  $i = 1, 2, 3$  및 공간 사분면의 시간 성분, 여기서  $\alpha = r, \theta, \phi$ 는 0이다. 해당 ILLT (Infinitesimal Local Lorentz Transformation) 매트릭스는 다음과 같이 주어진다.

**수학식 63**

[0172] 
$$\omega^a_b = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{k^t r_s}{2r^2} & 0 & 0 \\ -\frac{k^t r_s}{2r^2} & 0 & -k^\theta (1-\frac{r_s}{r})^{1/2} & 0 \\ 0 & k^\theta (1-\frac{r_s}{r})^{1/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[0173] 방정식에 정의된 모든 매개 변수를 쉽게 볼 수 있다. 위의 방정식은 이 ILLT 매트릭스에 실제이다. 따라서 정지 상태의 밥(Bob)은 0이 아닌 위그너 회전 각도를 관찰 할 수 없다.

**[0174] 0이 아닌 각운동량을 갖는 자유낙하 관측자의 테트라드**

[0175] 관찰자는 무한대의 정지상태에서 시작하여 반경 방향 안쪽으로 낙하한다. 앞의 수학식에서 정의된 관측자의 에너지와 각 운동량은 각각 1과 0이다. 따라서, 4 속도 벡터의 시간유사 성분은  $(1-r_s/r)^{-1/2}$  이고, 4 속도 벡터의  $\phi$ -방향 성분은 0이다. 관측자가,  $\theta = \pi/2$  평면을 따라 이동한다고 가정하기 때문에  $\theta$ -방향의 구성 요소도 0이다. t-방향의 성분을 다음 방정식으로 대체하면,

수학식 64

$$-(1 - \frac{r_s}{r}) \left( \frac{dt}{d\xi} \right)^2 + (1 - \frac{r_s}{r})^{-1} \left( \frac{dr}{d\xi} \right)^2 = -1$$

[0176]

[0177] r-방향의 성분을 얻을 수 있다. 이 경우, ILLT 행렬은 다음과 같이 주어진다.

수학식 65

$$(\omega^a_b) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{k^t r_s}{2r^2} - \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{k^r}{2r(1-\frac{r_s}{r})} & k^\theta \sqrt{\frac{r_s}{r}} & 0 \\ -\frac{k^t r_s}{2r^2} - \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{k^r}{2r(1-\frac{r_s}{r})} & 0 & k^\theta & 0 \\ k^\theta \sqrt{\frac{r_s}{r}} & -k^\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[0178]

[0179] 0이 아닌 각운동량 I를 갖는 자유낙하 관측자의 테트라드(나선궤도)

[0180] 이 경우에도 e = 1 이라고 가정한다. 각운동량을 갖는 자유낙하 관측자는 다음과 같은 4 속도 벡터를 가지게 된다.

수학식 66

$$\mathbf{u}(\tau) = (e_i)^\mu(x) = (1 / (1 - r_s / r), u^r, 0, \frac{l}{r^2})$$

[0181]

[0182] 이고, 이식에서, u<sup>r</sup>은 다음과 같다.

수학식 67

$$u^r = - \left( \frac{r_s}{r} - \frac{l^2}{r^2} \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right) \right)^{1/2}$$

[0183]

[0184] 0이 아닌 각도 운동량을 갖는 자유낙하 관측자의 테트라드 세트 중 하나는 다음과 같다.

수학식 68

$$(e_{\hat{0}})^\mu(x) = (e_t)^\mu(x) = \left( \frac{1}{(1-\frac{r_s}{r})}, -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \cos \Theta(r), -\frac{1}{r} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\sin \Theta(r)}{1-\frac{r_s}{r}}, 0 \right)$$

$$(e_{\hat{1}})^\mu(x) = \left( -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{1}{(1-\frac{r_s}{r})}, \cos \Theta(r), \frac{1}{r} \frac{\sin \Theta(r)}{\sqrt{1-\frac{r_s}{r}}}, 0 \right)$$

$$(e_{\hat{2}})^\mu(x) = \left( 0, -\sin \Theta(r) \sqrt{1-\frac{r_s}{r}}, \frac{1}{r} \cos \Theta(r), 0 \right)$$

$$(e_{\hat{3}})^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, 1/r)$$

[0185]

$$\cos \Theta(r) = \sqrt{\left( 1 - \frac{l^2}{rr_s} \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right) \right)}, \sin \Theta(r) = -\sqrt{\frac{l^2}{rr_s} \left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)}$$

[0186]

이 식에서, 이다. 수직조건을 이용하면, 이러한 테트라드는 다음과 같이 보다 일반적으로 기술될 수 있다.

수학식 69

$$(e_{\hat{0}})^\mu(x) = (e_t)^\mu(x) = \left( \frac{1}{(1-\frac{r_s}{r})}, -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \cos \Theta(r), -\frac{1}{r} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\sin \Theta(r)}{1-\frac{r_s}{r}}, 0 \right)$$

$$(e_{\hat{1}})^\mu(x) = \left( -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\cos \tilde{\Theta}(r)}{(1-\frac{r_s}{r})}, \cos \Theta(r) \cos \tilde{\Theta}(r) - \sin \Theta(r) \sin \tilde{\Theta}(r) \sqrt{1-\frac{r_s}{r}}, \frac{1}{r} \frac{\sin \Theta(r) \cos \tilde{\Theta}(r)}{\sqrt{1-\frac{r_s}{r}}} + \frac{1}{r} \cos \Theta(r) \sin \tilde{\Theta}(r), 0 \right)$$

$$(e_{\hat{2}})^\mu(x) = \left( \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\sin \tilde{\Theta}(r)}{(1-\frac{r_s}{r})}, \cos \Theta(r) \frac{\sin \tilde{\Theta}(r)}{(1-\frac{r_s}{r})} - \sin \Theta(r) \cos \tilde{\Theta}(r) \sqrt{1-\frac{r_s}{r}}, \frac{1}{r} \cos \Theta(r) \cos \tilde{\Theta}(r) - \frac{1}{r} \frac{\sin \Theta(r) \sin \tilde{\Theta}(r)}{\sqrt{1-\frac{r_s}{r}}}, 0 \right)$$

$$(e_{\hat{3}})^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, 1/r)$$

[0187]

[0188]

비 회전 프레임을 얻으려면 테트라드를 평행으로 이동해야 한다. 따라서 다음 조건이 유지되어야 한다.

수학식 70

$$u^\mu \nabla_\mu e_{\hat{a}}{}^t = 0$$

[0189]

[0190]

환언하면,

수학식 71

$$\frac{d}{dr} \tilde{\Theta}(r) = -\frac{l_{obs}}{2r^2 u^r}$$

[0191]

[0192]  $\sin \Theta(r)$  은 근사적으로  $-\sqrt{\frac{l^2}{rr_s}}$  와 같기 때문에, 다음의 관계를 추론할 수 있다.

수학식 72

[0193] 
$$\frac{d}{dr} \Theta(r) \square \frac{l_{obs}}{2r^2 u'} = \frac{d}{dr} \tilde{\Theta}(r)$$

[0194] 환언하면, 이러한 테트라드는 대략적으로 다음과 같이 근사될 수 있다.

수학식 73

[0195] 
$$(e_0)^\mu(x) = (e_t)^\mu(x) = \left( \frac{1}{(1-\frac{r_s}{r})}, -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \cos \Theta(r), -\frac{1}{r} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\sin \Theta(r)}{\sqrt{1-\frac{r_s}{r}}}, 0 \right)$$

$$(e_1)^\mu(x) = (e_r)^\mu(x) = \left( -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\cos \Theta(r)}{(1-\frac{r_s}{r})}, \cos 2\Theta(r) + \sin^2 \Theta(r) \left( 1 - \sqrt{\left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)} \right), \frac{1}{r} \frac{\sin 2\Theta(r)}{2} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_s}{r}}} \right), 0 \right)$$

$$(e_2)^\mu(x) = (e_\theta)^\mu(x) = \left( \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{\sin \Theta(r)}{(1-\frac{r_s}{r})}, -\frac{\sin 2\Theta(r)}{2} \left( 1 + \sqrt{\left( 1 - \frac{r_s}{r} \right)} \right), \frac{1}{r} \cos 2\Theta(r) + \frac{1}{r} \sin^2 \Theta(r) \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_s}{r}}} \right), 0 \right)$$

$$(e_3)^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, 1/r)$$

[0196] 일차항  $\frac{r_s}{r}$  을 무시하면, 물리적인 의미는 보다 명확해진다. 테트라드는 다음과 같이 기술될 수 있다.

수학식 74

[0197] 
$$(e_0)^\mu(x) = (e_t)^\mu(x) = \left( 1, -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \cos \Theta(r), -\frac{1}{r} \sqrt{\frac{r_s}{r}} \sin \Theta(r), 0 \right)$$

$$(e_1)^\mu(x) = (e_r)^\mu(x) = \left( -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \cos \Theta(r), \cos 2\Theta(r), \frac{1}{r} \sin 2\Theta(r), 0 \right)$$

$$(e_2)^\mu(x) = (e_\theta)^\mu(x) = \left( \sqrt{\frac{r_s}{r}} \sin \Theta(r), -\sin 2\Theta(r), \frac{1}{r} \cos 2\Theta(r), 0 \right)$$

$$(e_3)^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, 1/r)$$

[0198] 따라서 회전하지 않고 각운동량이 0이 아닌 자유낙하하는 테트라드는, 3 차원 공간으로 투영될 수 있고, 관찰자의 이동 방향이  $\Theta(r)$  회전 할 때,  $\Theta(r)$  의 2 배만큼 회전한다는 결론을 내릴 수 있다. 각운동량  $l$  및  $\frac{r_s}{r}$  의 1 차 오더 근사에 의해 테트라드는 다음과 같이된다.

수학식 75

$$(e_0)^\mu(x) = (e_t)^\mu(x) = \left( \frac{1}{(1-r_s/r)}, -\sqrt{\frac{r_s}{r}}, \frac{l}{r^2}, 0 \right)$$

$$(e_1)^\mu(x) = (e_r)^\mu(x) = \left( -\sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{1}{1-r_s/r}, 1, \frac{-2l}{\sqrt{r_s r^3}}, 0 \right)$$

$$(e_2)^\mu(x) = (e_\theta)^\mu(x) = \left( \frac{-l}{r(1-r_s/r)}, \frac{l(2-\frac{r_s}{r})}{\sqrt{r_s r}}, \frac{1}{r}, 0 \right)$$

$$(e_3)^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, 1/r)$$

[0199]

[0200]

상기 ILLT 행렬은 다음과 같이 주어진다.

수학식 76

$$(\lambda^c_d) = \begin{pmatrix} 0 & -\varepsilon_r^2 \frac{k' r_s}{2r^2} - \varepsilon_r \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{k'}{2r} & 0 & \varepsilon_r k^\phi \sqrt{\frac{r_s}{r}} \\ -\varepsilon_r^2 \frac{k' r_s}{2r^2} - \varepsilon_r \sqrt{\frac{r_s}{r}} \frac{k'}{2r} & 0 & \varepsilon_l^2 \frac{k' l}{\sqrt{r^3 r_s}} & k^\phi \\ 0 & -\varepsilon_l^2 \frac{k' l}{\sqrt{r^3 r_s}} & 0 & \varepsilon_l^2 \frac{2k^\phi l}{\sqrt{r r_s}} \\ \varepsilon_r k^\phi \sqrt{\frac{r_s}{r}} & -k^\phi & -\varepsilon_l^2 \frac{2k^\phi l}{\sqrt{r r_s}} & 0 \end{pmatrix}$$

[0201]

[0202]

따라서, 0이 아닌 각운동량을 갖고 자유낙하하는 관측자는 다음과 같이 0이 아닌 위그너 각도를 볼 수 있게 된다.

수학식 77

$$\tilde{\psi} = -\varepsilon_l^2 \frac{k' l}{\sqrt{r^3 r_s}}$$

[0203]

[0204]

0이 아닌 각운동량 I를 갖는 자유낙하 관측자의 테트라드(원궤도)

[0205]

이 경우 계산의 단순화를 위해 e = 1이라고 가정한다. e = 1 인 각도 운동량으로 자유롭게 떨어지는 관측자는 다음과 같이 4 속도 벡터를 갖는다.

수학식 78

$$\mathbf{u}(\tau) = (e_i)^\mu(x) = (1 / (1 - r_s / r), u^r, 0, \frac{l}{r^2})$$

[0206]

이식에서,  $u^r$ 은 다음과 같다.

수학식 79

$$u^r = -\left(\frac{r_s}{r} - \frac{l^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)\right)^{1/2}$$

[0208]

또한, 4-속도 벡터의 레이디얼 성분을 0(null)으로 강제함으로써, 다음의 수학식을 얻을 수 있다.

수학식 80

$$(e_0)^\mu(x) = (e_r)^\mu(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}}}, 0, \frac{1}{r} \sqrt{\frac{r_s}{2r}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}}}, 0\right)$$

$$(e_1)^\mu(x) = (e_r)^\mu(x) \left(-\sqrt{\frac{r_s}{2r}} \frac{\sin \tilde{\Theta}(r)}{\sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}}, \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \cos \tilde{\Theta}(r), -\frac{1}{r} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \frac{\sin \tilde{\Theta}(r)}{\sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}}}, 0\right)$$

$$(e_2)^\mu(x) = (e_\theta)^\mu(x) \left(\sqrt{\frac{r_s}{2r}} \frac{\cos \tilde{\Theta}(r)}{\sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}}, \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \sin \tilde{\Theta}(r), \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}, \frac{1}{r} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \frac{\cos \tilde{\Theta}(r)}{\sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}}}, 0\right)$$

$$(e_3)^\mu(x) = (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, \csc \theta / r)$$

[0210]

마찬가지로, 비회전 조건을 부가하여, 다음의 수학식을 얻을 수 있다.

수학식 81

$$\tilde{\Theta}(r) = \sqrt{1 - \frac{3r_s}{2r}} (\theta - \theta_0)$$

[0212]

$r_s/r$ 의 1차 오더를 무시하면, 테트라드는 다음과 같이 기술될 수 있다.

[0213]

수학식 82

$$\begin{aligned}
 (e_{\hat{0}})^\mu(x) &= (e_t)^\mu(x) = (1, 0, \frac{1}{r} \sqrt{\frac{r_s}{2r}}, 0) \\
 (e_{\hat{1}})^\mu(x) &= (e_r)^\mu(x) (-\sqrt{\frac{r_s}{2r}} \sin \tilde{\Theta}(r), \cos \tilde{\Theta}(r), -\frac{1}{r} \sin \tilde{\Theta}(r), 0) \\
 (e_{\hat{2}})^\mu(x) &= (e_\theta)^\mu(x) (\sqrt{\frac{r_s}{2r}} \cos \tilde{\Theta}(r), \sin \tilde{\Theta}(r), \frac{1}{r} \cos \tilde{\Theta}(r), 0) \\
 (e_{\hat{3}})^\mu(x) &= (e_\phi)^\mu(x) = (0, 0, 0, \csc \theta / r)
 \end{aligned}$$

[0214]

[0215] 이 식에서,  $\tilde{\Theta}(r) = (\theta - \theta_0)$  이다.

[0216] 즉, 테트라드를 3 차원 공간으로 투영함으로써, 관측자가  $r\theta$  움직일 때 테트라드는  $-\theta$  회전한다는 것을 알 수 있다. 이것은 평행 이동 조건에 의해 유도 된 회전이 구형 좌표계의 영향을 보상하기 때문에 이것은 비 상대론적 효과이다. 도 5는 원형 궤도에 대해 0이 아닌 각운동량을 갖는 자유낙하 관측자의 무한 클래식 회전 및

양자 회전 대 아핀 파라미터의 관계를 도시한다. 관찰자의 각운동량을  $0.4\sqrt{r_s r}$ 로 세팅하였다.

[0217] 위그너 각으로부터 편광의 회전각까지

수학식 83

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_\pm'^\mu(\hat{\mathbf{k}}') &\equiv D(\Lambda) \varepsilon_\pm^\mu(\hat{\mathbf{k}}') \\
 &= R(\Lambda \hat{\mathbf{k}}) R_z(\psi(\Lambda, \vec{n})) R(\hat{\mathbf{k}})^{-1} \varepsilon_\pm^\mu(\hat{\mathbf{k}})
 \end{aligned}$$

[0218]

수학식 84

$$\varepsilon_\phi^\mu(\hat{\mathbf{k}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\phi} \varepsilon_+^\mu(\hat{\mathbf{k}}) + e^{-i\phi} \varepsilon_-^\mu(\hat{\mathbf{k}})) = R(\hat{\mathbf{k}}) \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \end{bmatrix} \equiv R(\hat{\mathbf{k}}) \tilde{\varepsilon}_\phi^\mu(\hat{\mathbf{z}})$$

[0219]

수학식 85

$$\varepsilon_{\phi'}^\mu(\hat{\mathbf{k}}') = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\phi'} \varepsilon_+^\mu(\hat{\mathbf{k}}') + e^{-i\phi'} \varepsilon_-^\mu(\hat{\mathbf{k}}')) = R(\Lambda \hat{\mathbf{k}}) \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi' \\ \sin \phi' \\ 0 \end{bmatrix} \equiv R(\Lambda \hat{\mathbf{k}}) \tilde{\varepsilon}_{\phi'}^\mu(\hat{\mathbf{z}})$$

[0220]

수학식 86

$$\tilde{\varepsilon}'^{\mu}(\hat{\mathbf{z}}) = R_z(\psi(\Lambda, \vec{n}))\tilde{\varepsilon}^{\mu}(\hat{\mathbf{z}})$$

[0221]

수학식 87

$$\therefore \phi' = \phi + \psi$$

[0222]

[0223] 이 결과는 위그너 각도가 표준 프레임에서만 편광 회전 각도와 동일하다는 것을 알려준다. 그러나 본 발명자의 3-축은 파동 벡터와 평행하지 않다. 따라서 위그너 회전을 다른 회전으로 분해하여 위그너 회전에 의해 유도된 파동 벡터에 대한 회전 각도를 얻을 수 있으며, 이는 편광 회전 각도에 해당된다. 만약, 회전이  $(\mathbf{n}, \varphi)$ 로 표시 되면, 회전은 축 단위 벡터  $\mathbf{n}_i$  및 대응하는 회전 각도  $\varphi_i$  을 갖는  $(\mathbf{n}_i, \varphi_i)$  로 표시되는 3 개의 연속적인 회전으로 분해 될 수 있다. 상호 직교 축을 고려할 때, 다음 관계가 유지된다[유한 회전의 분해].

수학식 88

$$\sin \varphi_3 = \frac{b_1 b_2 (1 - \cos \varphi) + b_3 \sin \varphi}{\cos \varphi_2}$$

[0224]

[0225] 이 식에서,  $b_i = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_i$  이다. 여기에서는 무한소(infinitesimal) 각도가 다루어지기 때문에, 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

수학식 89

$$\varphi_3 = b_3 \varphi$$

[0226]

[0227] 이 경우, 단위벡터  $\mathbf{n}, \mathbf{n}_i$  는 다음과 같이 정의된다.

수학식 90

$$\mathbf{n}_i = \frac{\partial}{\partial x^i}, \mathbf{n} = \frac{k^i}{k^j} \frac{\partial}{\partial x^i}$$

[0228]

[0229] 계수  $b_i$ 는다음의 정의로부터 얻어질 수 있다.

수학식 91

$$b_i = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_i = \frac{k^i}{k^i} = \frac{\eta^{\hat{i}\hat{i}} e_i^\mu (g_{\mu\mu} k^\mu)}{\eta^{\hat{0}\hat{0}} e_i^\mu (g_{\mu\mu} k^\mu)} \cong \frac{rk^\phi}{k^i} \quad (i=1,2,3)$$

[0230]

[0231] 그러면, 위의 수학식들로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

수학식 92

$$\text{polarization angle} = \frac{rk^\phi}{k^i} \times (\text{Wigner rotation angle})$$

[0232]

[0233] 대응하는 무산소 편광회전은 다음과 같다.

수학식 93

$$\tilde{\psi} = -\varepsilon_i^2 \frac{k^\phi k^i l}{k^i \sqrt{rr_s}}$$

[0234]

[0235] **노-비틀림(Torsion-free)**

[0236] 본 명세서에 사용된 모든 테트라드는 비틀림이 없다. 테트라드에 의해 기술된 국부 프레임이 아래의 수학식으로 기술되는 비틀림 텐서의 성분을 국부적으로 계산함으로써 비틀림이 있는지의 여부를 쉽게 확인할 수 있다.

수학식 94

$$T_{\hat{b}\hat{c}}^{\hat{a}} = \Gamma_{\hat{b}\hat{c}}^{\hat{a}} - \Gamma_{\hat{c}\hat{b}}^{\hat{a}} - c_{\hat{b}\hat{c}}^{\hat{a}}$$

[0237]

[0238] 이 식에서,  $\Gamma_{\hat{b}\hat{c}}^{\hat{a}} = e^{\hat{a}}_\mu e_{\hat{b}}^\nu \nabla_\nu e_{\hat{c}}^\mu$ ,  $c_{\hat{a}\hat{b}}^{\hat{c}} = \Gamma_{\hat{a}\hat{b}}^{\hat{c}} - \Gamma_{\hat{b}\hat{a}}^{\hat{c}}$  이다.

[0239] **인공위성의 거리 측정방법**

[0240] 도 6은 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 인공위성의 거리 측정방법을 도시한 순서도이다.

[0241] 도 6을 참조하면, 이러한 과제를 해결하기 위한 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 인공위성의 거리 측정방법에 의하면, 먼저, 전자 기기가, 인공위성으로부터 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신한다(단계 S110). 예컨대, 상기 전자 기기는, 차량용 네비게이션 장치, 스마트폰 등과 같은 사용자 단말기일 수 있다.

[0242] 이후, 전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 편광의 회전량을 측정한다(단계 S120).

[0243] 이후, 전자 기기가, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 상기 인공위성까지의 거리를 계산한다(단계 S130).

[0244] 이때, 상기 편광의 회전량과 상기 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 인공위성까지의 거리를 계산하

는 단계에서, 상기 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해진다,

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

[0245]

[0246]

(여기서, r은 인공위성까지의 거리, 2θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

[0247]

이러한 관계식은 앞서 자세히 설명되었으므로, 중복되는 설명은 생략한다.

[0248]

**위치 측정방법**

[0249]

도 7은 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 위치 측정방법을 도시한 순서도이다.

[0250]

도 7을 참조하면, 본 발명의 예시적인 일 실시예에 의한 위치 측정방법에 의하면, 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신한다(단계 S210). 바람직하게는 사용자의 높이를 고려하여 4개 이상의 인공위성으로부터 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 것이 바람직하다. 즉, 사용자가 완벽한 구면 위에 존재한다고 가정하는 경우에는 3개의 인공위성이면 충분하지만, 지구 표면은 높낮이가 있기 때문에 정확한 위치를 측정하기 위해서는 적어도 4개 이상의 인공위성이 필요하게 된다.

[0251]

이후, 전자 기기가, 편광된 광이 중력에 의한 시공간의 휨에 의한 각각의 위성의 편광의 회전량을 측정하고(단계 S220), 전자 기기가, 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리를 계산한다(단계 S230).

[0252]

이때, 상기 각각의 인공위성의 편광의 회전량과 상기 각각의 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 이용하여 각각의 인공위성까지의 거리를 계산하는 단계에서, 상기 각각의 인공위성까지의 거리는 아래의 관계식에 의해 구해진다,

$$\sin \Theta(r) \cong -\frac{l_{obs}}{\sqrt{rr_s}} \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}$$

[0253]

[0254]

(여기서, r은 각각의 인공위성까지의 거리, 2θ는 편광의 회전량, l<sub>obs</sub>는 인공위성의 단위 질량 당 각 운동량, r<sub>s</sub>는 지구의 슈바르츠실트 반지름임).

[0255]

이후, 상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 전자기기가 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산한다(단계 S240). 이러한 과정은 도 9를 참조하여 보다 상세히 설명될 것이다.

[0256]

도 8은 본 발명의 예시적인 다른 실시예에 의한 위치 측정방법을 도시한 순서도이다. 앞선 도 7에 실시예에서는 각 위성들과 전자기기의 상대적인 위치만을 구할 수 있었으나, 본 실시예에서는 각 위성들의 절대 좌표값을 이용하여 전자기기의 절대 좌표값을 구할 수 있다.

[0257]

도 7 및 도 8을 참조하면, 상기 적어도 3개 이상의 인공위성으로부터, 각각의 인공위성의 선형 편광된 광자 및 인공위성의 단위 질량 당 각운동량을 수신하는 과정(단계 S210)에서, 상기 전자기기는, 상기 각각의 인공위성으로부터, 상기 각각의 인공위성의 위치를 나타내는 좌표를 더 수신한다(단계 S310).

[0258]

또한, 상기 각각의 인공위성과의 거리를 이용하여, 상기 전자기기가 상기 각각의 인공위성과의 상대적인 위치를 계산하는 과정(단계 S240)에서, 전자기기의 위치를 나타내는 절대적인 좌표를 계산한다(단계 S340).

[0259]

이하, 아래의 도 9를 참조하여 전자기기의 상대적인 위치 및 절대적인 위치를 측정하는 원리를 설명한다.

[0260]

도 9는 3개의 위성으로부터의 거리를 이용하여 위성들간의 상대적인 위치를 측정하는 방법을 보여주는 다이어그램이다.

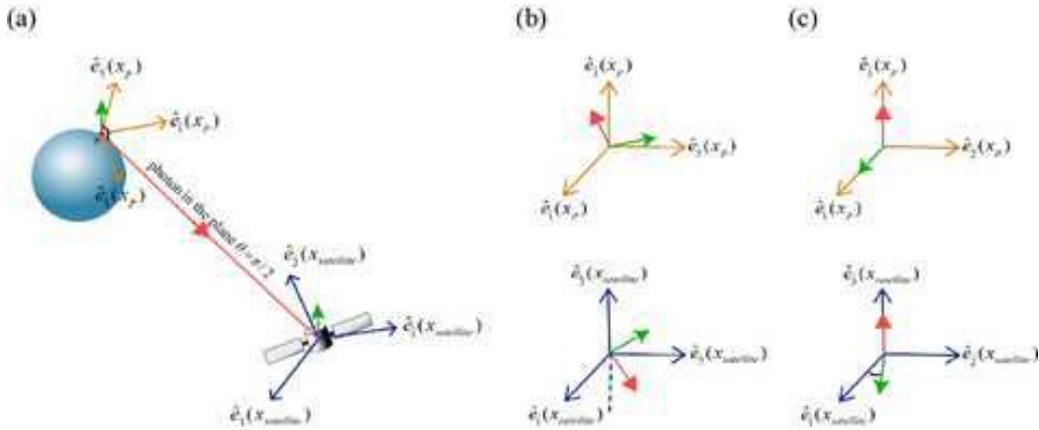
[0261]

도 9를 참조하면, 사용자 단말기가, 제1 인공위성(Sat1)으로부터 R1 만큼 이격되고, 제2 인공위성(Sat2)으로부터 R2 만큼 이격되고, 제3 인공위성(Sat3)으로부터 R1 만큼 이격된 경우, 사용자 단말기의 위치는 P로 고정되게 된다.

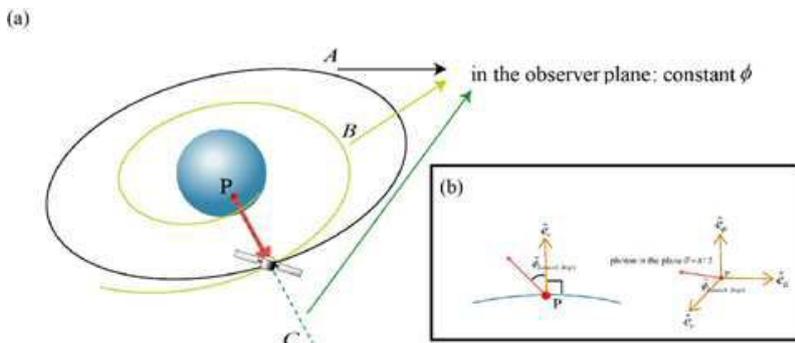


도면

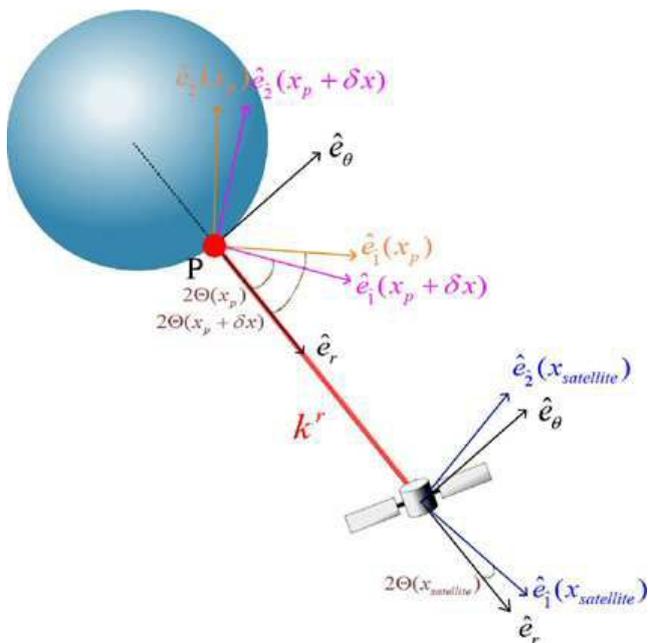
도면1



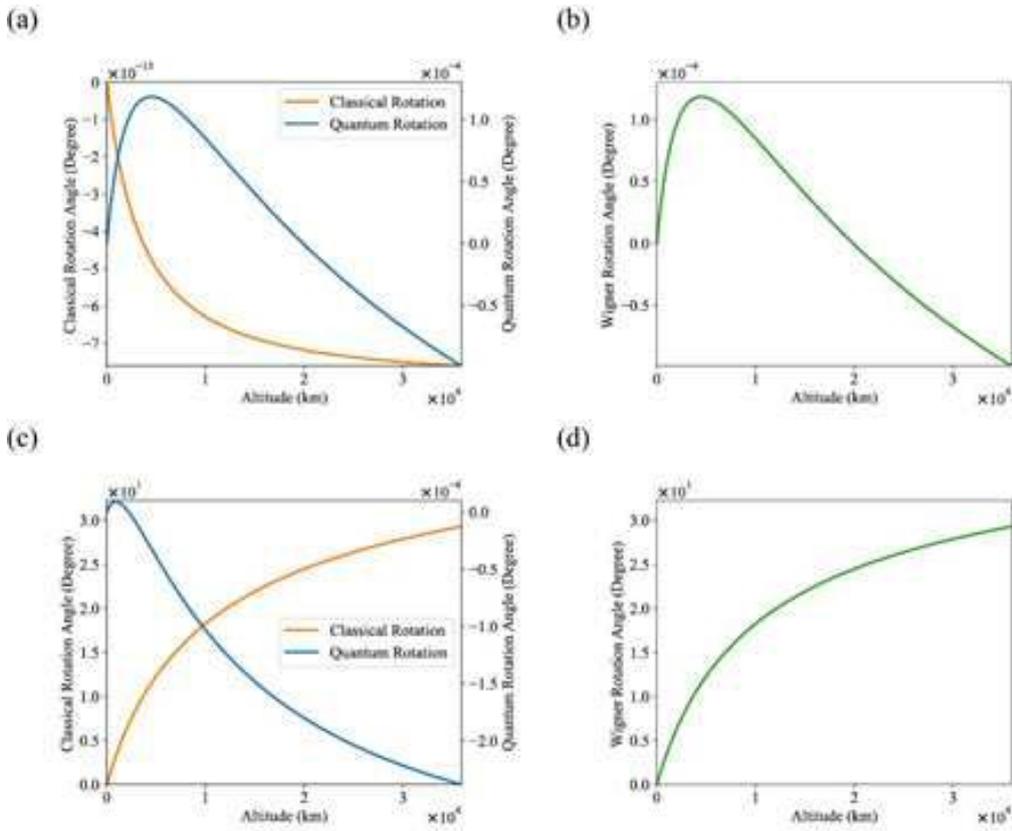
도면2



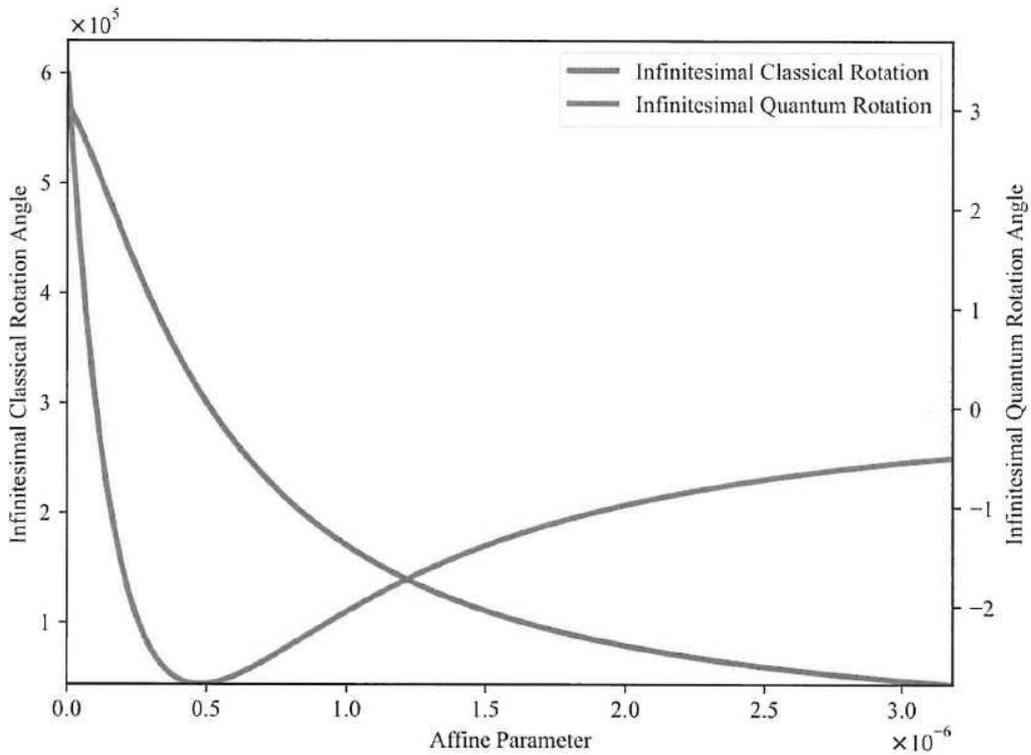
도면3



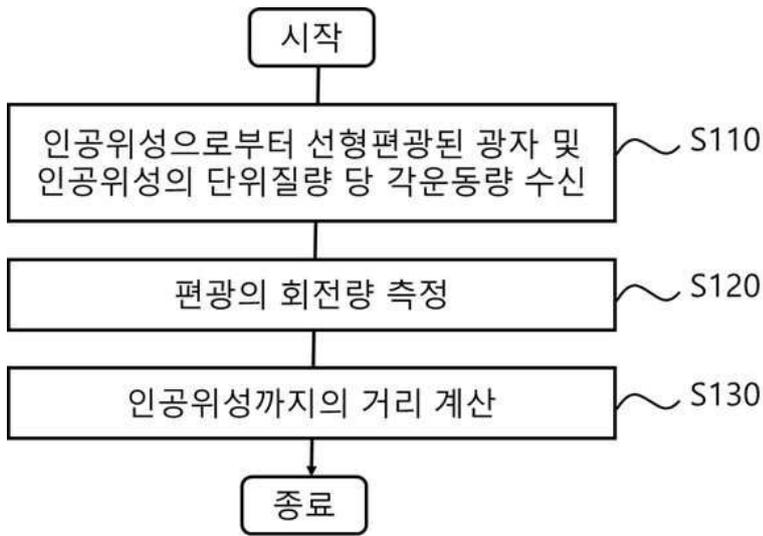
도면4



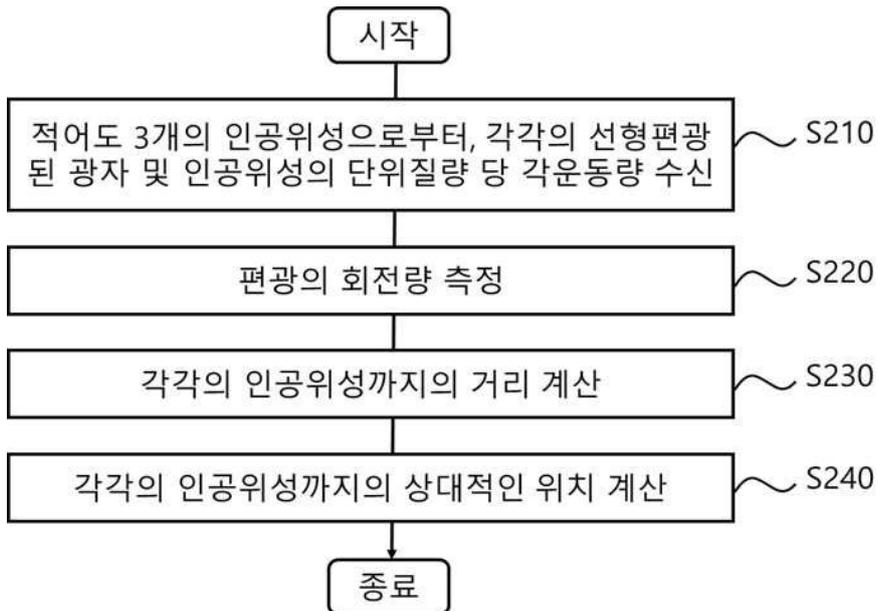
도면5



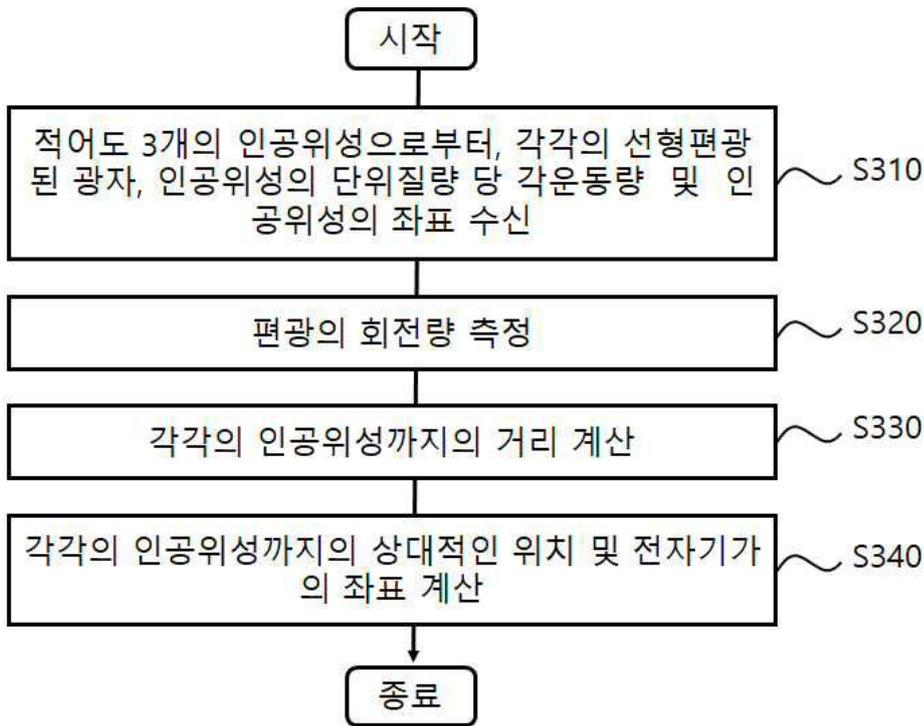
도면6



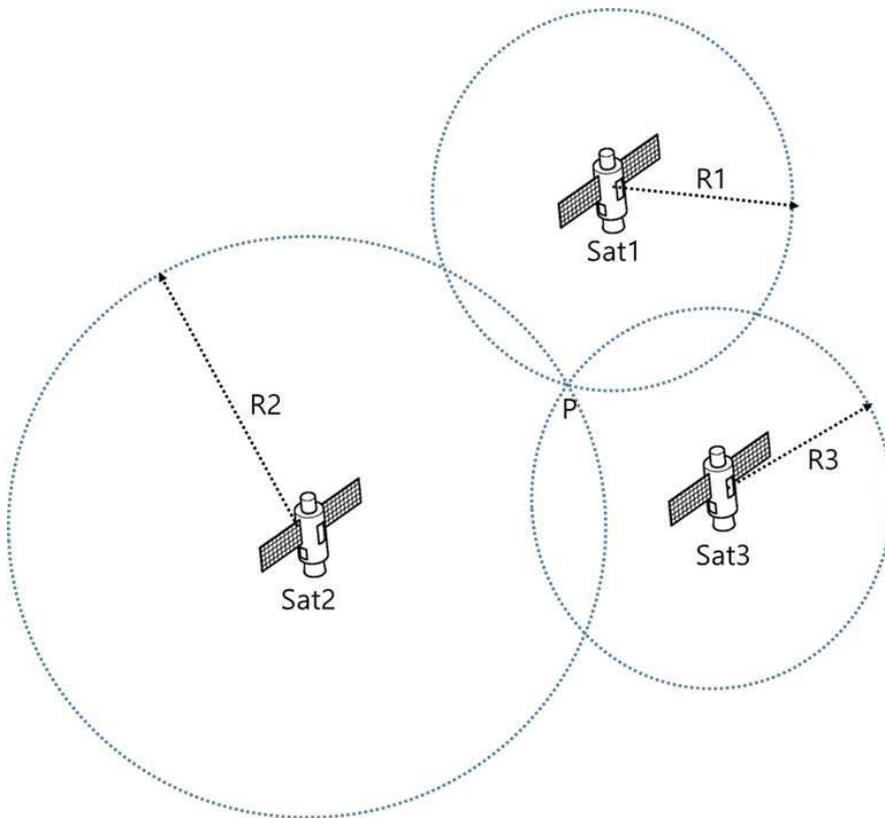
도면7



도면8



도면9



도면10

