

# [12] 发明专利申请公开说明书

[21] 申请号 00800232.0

[43] 公开日 2001年7月4日

[11] 公开号 CN 1302386A

[22] 申请日 2000.2.8 [21] 申请号 00800232.0

[30] 优先权

[32] 1999.3.4 [33] US [31] 09/262,341

[86] 国际申请 PCT/IL00/00082 2000.2.8

[87] 国际公布 WO00/52517 英 2000.9.8

[85] 进入国家阶段日期 2000.10.27

[71] 申请人 沙默光学工业公司

地址 以色列上加利利

[72] 发明人 D·卡茨曼

J·鲁滨斯泰恩

[74] 专利代理机构 中国专利代理(香港)有限公司

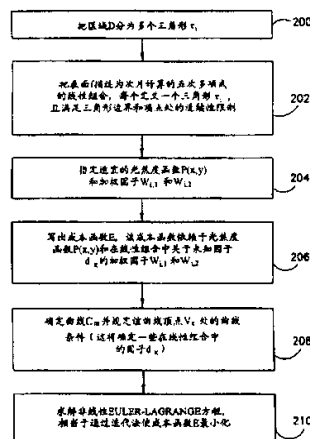
代理人 张志醒

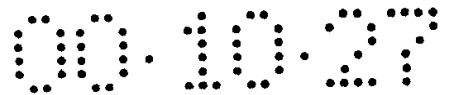
权利要求书 3 页 说明书 13 页 附图页数 4 页

[54] 发明名称 多焦光学元件的设计方法

[57] 摘要

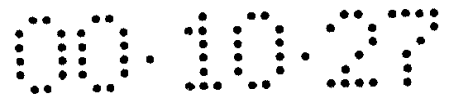
一种设计多焦光学元件表面的方法,包括把一个区域划分为多个三角形( $\tau_i$ );定义一组函数,每个函数表示一个所述三角形( $\tau_i$ )的表面( $l_i$ )一部分;和优化所述函数。另一实施例包括把一个区域划分为多个多边形(200);定义一组函数,每个函数表示一个多边形(202)的表面一部分。在多边形边界处为所述函数值和函数的一阶导数值设定连续性限制。对所述函数在多边形边界处的二阶导数值不需要连续性限制。在满足所设连续性限制的情况下对函数进行优化。



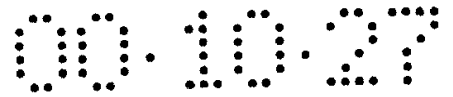


## 权 利 要 求 书

- 1、 一种设计多焦光学元件的表面的方法，该方法包括以下步骤：  
把一个区域划分为多个三角形；
- 5 定义一组函数，其中每个函数表示一个所述三角形上所述表面的一部分；  
和  
优化所述函数，由此生成所述表面。
- 2、 一种如权利要求 1 所述的方法，其中所述的光学元件是一个透镜。
- 3、 一种如权利要求 2 所述的方法，其中所述的透镜是渐变眼镜。
- 10 4、 一种如权利要求 1 所述的方法，其中所述的区域是一个二维区域，  
所述函数是所述二维的五次多项式。
- 5、 一种如权利要求 1 所述的方法，还包括以下步骤：  
模拟基于所生成的表面的所述光学元件的光学特性；和  
如果对所生成的表面不满意，调整所述函数的参数值，重复所述的优化和  
15 模拟步骤。
- 6、 一种如权利要求 1 所述的方法，其中所述的优化步骤还包括以下步  
骤：  
定义所述函数组的一个函数；和  
优化所述函数。
- 20 7、 一种如权利要求 6 所述的方法，其中所述函数是一个成本函数，所  
述的优化步骤是使所述函数最小化的步骤。
- 8、 一种如权利要求 6 所述的方法，还包括以下步骤：选取包含在所述  
函数中的加权因子。
- 9、 一种如权利要求 8 所述的方法，其中所述的加权因子根据所述表面  
25 上的至少一个位置、所述函数组和所述函数组的一阶导数而变化。
- 10、 一种设计多焦光学元件表面的方法，该方法包括以下步骤：  
把一个区域划分为多个多边形；  
定义一组函数，其中每个函数表示一个所述多边形上所述表面的一部分；  
为所述函数值和所述函数在所述多边形边界处的一阶导数值设定连续性限  
30 制；



- 对于所述函数在所述多边形边界处的二阶导数值不需要连续性限制；和优化受所设连续性限制的所述函数，由此生成所述表面。
- 11、一种如权利要求 10 所述的方法，其中所述的光学元件为透镜。
  - 12、一种如权利要求 11 所述的方法，其中所述的透镜为渐变眼镜。
  - 5 13、一种如权利要求 10 所述的方法，该方法还包括以下的步骤：  
为所述函数在所述多边形顶点处的二阶导数值设定连续性限制。
  - 14、一种如权利要求 10 所述的方法，其中所述的多边形是三角形。
  - 15、一种如权利要求 14 所述的方法，其中所述的区域是一个二维区域，  
所述函数是所述二维的五次多项式。
  - 10 16、一种如权利要求 10 所述的方法，还包括以下步骤：  
模拟基于所生成的表面的所述光学元件的光学特性；和  
如果对所生成的表面不满意，调整所述函数中的参数值，重复所述的优化和模拟步骤。
  - 15 17、一种如权利要求 10 所述的方法，其中所述的优化步骤还包括以下  
步骤：  
定义所述函数组的一个函数；和  
优化所述函数。
  - 18、一种如权利要求 17 所述的方法，其中所述函数是一个成本函数，  
所述优化步骤是使所述函数最小化的步骤。
  - 20 19、一种如权利要求 17 所述的方法，还包括以下步骤：选取包含在所  
述函数中的加权因子。
  - 20、一种如权利要求 19 所述的方法，其中所述的加权因子根据所述表  
面上的至少一个位置、所述函数组和所述函数组的一阶导数变化。
  - 25 21、一种设计多焦光学元件表面的方法，该方法包括以下步骤：  
把一个区域划分为多个多边形；  
定义一组函数，其中每个函数表示一个所述多边形上所述表面的一部分；  
确定一组沿所述多边形边界子集的曲线；  
在与所说曲线组相应的多边形的选定顶点处，指定至少一组含有所述函  
数、所述函数的一阶导数和所述函数的二阶导数或它们的任何组合的值；和  
30 优化所述函数以满足所指定的值，由此生成所述表面。



- 22、 一种如权利要求 21 所述的方法，其中所述的光学元件为透镜。
- 23、 一种如权利要求 22 所述的方法，其中所述的透镜为渐变眼镜。
- 24、 一种如权利要求 21 所述的方法，其中所述的多边形是三角形。
- 25、 一种如权利要求 21 所述的方法，其中所述的多边形是矩形。
- 5        26、 一种如权利要求 24 所述的方法，其中所说的区域是一个二维区域，  
所述函数是所述二维的五次多项式。
- 27、 一种如权利要求 21 所述的方法，还包括以下步骤：  
模拟基于所生成表面的所述光学元件的光学特性；和  
如果对所生成的表面不满意，调整所述函数中的参数值，重复所述的优化  
10 和模拟步骤。
- 28、 一种如权利要求 21 所述的方法，其中所述优化步骤还包括以下步  
骤：  
定义所述函数组的一个函数；和  
优化所述函数。
- 15        29、 一种如权利要求 28 所述的方法，其中所述函数是一个成本函数，  
所述的优化步骤是使所述函数最小化的步骤。
- 30、 一种如权利要求 28 所述的方法，还包括以下步骤：选取包含在所  
述函数中的加权因子。
- 31、 一种如权利要求 30 所述的方法，其中所述的加权因子根据所述表  
20 面上的至少一个位置、所述函数组和所述函数组的一阶导数变化。
- 32、 一种具有多个表面的多焦光学元件，其中，所说表面中至少一个是  
根据权利要求 1 的方法设计的。
- 33、 一种具有多个表面的多焦光学元件，其中，所说表面中至少一个是  
根据权利要求 10 的方法设计的。
- 25        34、 一种具有多个表面的多焦光学元件，其中，所说表面中至少一个是  
根据权利要求 21 的方法设计的。

## 多焦光学元件的设计方法

## 5 发明的技术领域

本发明涉及一种多焦光学元件的设计方法。

## 发明的背景技术

光学元件是那些具有光的反射或折射表面、基本上透明的材料部件，例如：反射镜、透射镜、分束器和准直器。光学元件用于各个方面，包括：望远镜、  
10 显微镜、照相机和眼镜。

光学元件以其光学性能和表面光学特性为特征。当入射光通过该光学元件时，它的光学性能例如像散、光焦度和光谱表明入射光波前在通过光学元件时是如何变形的。表面光学特性例如表面像散、表面光焦度以及表面像散和表面光焦度的梯度表示出该光学元件的表面几何特性。光学性能和表面光学特性是  
15 密切相关的，但不是相同的。

多焦光学元件具有多于一个光焦度。例如：双焦透镜具有两个子区，每个子区具有不同的光焦度。双焦眼镜可以用于例如：在一个子区矫正近视（近视），而在另一个子区矫正远视（眼睛改变其晶状体形状的能力丧失）。但遗憾的是，由于从一个子区向另一个子区转换时，这种光焦度的突变使得许多人发现配戴  
20 双焦眼镜不舒适。这促使了渐变眼镜的发展，这种渐变眼镜是一种多焦眼镜，其中在该透镜上，从一个点到另一个点的光焦度的变化是平滑的。

光学元件表面上的任意一点的表面光焦度由该表面的平均曲率来定义。一个渐变透镜具有变化的光焦度，所以，它具有可变的曲率，因而被定义为非球面。然而，由于这种渐变透镜的表面，或至少它的一关键部分被定义为非球面，  
25 所以，它在许多点都具有两个不同的主曲率  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$ 。该光学元件表面的任意一点的表面像散由这两个主曲率  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$  之差的绝对值定义。

表面  $f$  上的点  $(x,y)$  处的主曲率  $H$ 、高斯曲率  $G$  和主曲率  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$  的定义由方程式 1A-1D 给出：

$$H = \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) - 2 \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right) + \left(1 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)}{\left(1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right)^{3/2}}, \quad (1A)$$

$$G = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right)^2}, \quad (1B)$$

$$\kappa_1 = H + \sqrt{H^2 - G}, \quad (1C)$$

$$\kappa_2 = H - \sqrt{H^2 - G}. \quad (1D)$$

由于早期在设计渐变透镜时，主要设计目的在于实现：

- a) 光焦度缓慢变化；
- b) 使像散最小；
- c) 降低各种光学象差例如螺纹畸变、双目不均衡、等等。

已经提出了许多不同的方法以实现这些目的。Maitenaz 的美国专利 US3687528 描述了这样一种技术，其中本底曲线（子午线）从该透镜的上部延伸到它的下部。该透镜的表面由该子午线确定，使得曲率逐渐变化（光焦度也因此而变化）。沿着该子午线本身，主曲率  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$  满足  $\kappa_1 = \kappa_2$ 。透镜表面以不同的方法在水平方向上从子午线延伸。对于从该子午线的这种延伸给出了明确的公式。Maitenaz 得到了具有相当稳定的光焦度的在上部的一个区域和在下部的另一个区域。而且，在该子午线附近的像散相对很小。

许多渐变透镜的设计把该渐变透镜明确地分为三个区：用于远视的上部区、用于近视的下部区和连接以上两个区的过渡区。上部区和下部区提供所必要的清晰视觉。对于上部区和下部区许多设计都采用球形表面。设计过程中的主要工作是确定一个好的过渡区。

Guilino 的美国专利 US4315673 和 Winthrop 的美国专利 US4861153 描述了一种通过应用明确的过渡区公式而得到一个平滑转换区域的方法。1986 年出版的“蔡司信息 97” (Zeiss information 97), 第 55—59 页, Furter 和 G.Furter 的美国专利 US4606622 “Zeiss Gradal HS — 具有最大配戴舒适度的渐变附加透镜” 描述了一种方法，其中该透镜设计者在多个特殊点确定了过渡区中透镜表

面的值。然后，整个表面就由这种仿样函数的方法生成。为了提高所生成的表面的性能，设计者对某些特定点的透镜表面值作了修正。

然而，Barkan 等人的美国专利 US4838675 描述了另一种方法。用一个基准表面函数来描述一个具有用于远视的上部区、用于近视的下部区以及过渡区的渐变透镜。利用定义该透镜中的一个子区的优化函数来计算一种改进型的渐变透镜，在该子区中这个优化函数被加入到这个基准表面函数中。

在 1998 年的“计算机辅助设计 30” (Computer Aided Design 30)，第 595—602 页由 J.Loos、G.Greiner 和 H.P.Seidel 发表的题为“渐变透镜设计的一种变化方法 (A variational approach to progressive lens design)”和在 1994 年的出版的由 P.J.Laurent 等人编著的“几何设计中的曲线和表面” (Curves and Surfaces in Geometric Design) 一书的第 467—474 页中由 M.Tazeroualti 所写的题为“渐变透镜的设计”一文中描述了一种不同的技术。该透镜表面由多个仿样函数方程的组合所确定，因而，该表面必须被认为是一个矩形，而它被分为更小的矩形。这种方法对于要确定那些形状不是矩形的透镜时不能直接适用。确定一个成本函数并考虑到仿样函数因子以使该表面的成本函数降到最小。这种方法不会利用到该表面的边界条件，因而，不能用该方法设计那些在边界需要特定形状的透镜。这种方法采用三次仿样函数提供一个  $h^4$  的一个准确值，其中  $h$  是小矩形对角线与大矩形对角线之比。

Kaga 等人的欧洲专利申请 EP744646 描述了这样一种方法，其中该渐变透镜的表面被划分为多个矩形。在这些矩形的边界，该表面必须是连续的，一阶导数连续而且二阶导数也连续。由于光焦度与曲率相关，而曲率是由该表面的二阶导数所确定的，所以，对于二阶导数连续性的限制看上去是很自然的。实际上，许多设计渐变透镜的方法都包括了该透镜表面的二阶导数的连续性限制。

## 25 发明简介

本发明的目的在于提供一种新的设计多焦光学元件的方法。

因而根据本发明的优选实施例提供了一种设计多焦光学元件表面的方法。该方法包括这样的步骤，即把一个区域划分为多个三角形，定义一组函数，其中每个函数表示一个三角形表面的一部分，优化这些函数，从而得到该表面。

30 而且，根据本发明的一个优选实施例，该光学元件为透镜。

另外，根据本发明的一个优选实施例，该透镜为渐变眼镜。

另外，根据本发明的一个优选实施例，所说的区域是二维区域，而且这些函数是二维的五次多项式。

另外，根据本发明的一个优选实施例，该方法还包括基于所生成的表面而  
5 进行的模拟该光学元件光学特性的步骤，如果所生成的表面不满意，将调整这些函数的参数值而重新进行优化和模拟的步骤。

此外，根据本发明的一个优选实施例，该优化步骤还包括确定这组函数的一个函数并优化该函数的步骤。

此外，根据本发明的一个优选实施例，该函数是一个成本函数，优化该函  
10 数的步骤是使该函数值最小的步骤。

而且，根据本发明的一个优选实施例，该方法还包括在该函数中所含的加权因子进行选择步骤。

另外，根据本发明的一个优选实施例，这些加权因子是根据该表面上至少一个位置、该组函数和这组函数的一阶导数而变化的。

15 根据本发明另一个优选实施例还提供了一种设计多焦光学元件表面的方法。该方法包括的步骤有：把一个区域划分为多个多边形，定义一组函数，其中每个函数表示一个多边形表面的一部分。在这些多边形的边界上决定这些函数值和这些函数的一阶导数值的连续性限制。在 polygon 边界上，这些函数的二阶导数值的连续性限制不需要。优化这些函数，以满足所规定的连续性限制，  
20 由此得到该表面。

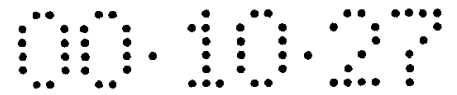
而且，根据本发明的一个优选实施例，该方法还包括决定多边形顶点处该函数的二阶导数值的连续性限制的步骤。

另外，根据本发明的一个优选实施例，所说的多边形为三角形。

25 根据本发明又一个优选实施例还提供了一种设计多焦光学元件表面的方法。该方法包括的步骤有：把一个区域划分为多个多边形，定义一组函数，其中每个函数表示一个多边形表面的一部分。由多边形的边界所组成的子集确定一组曲线。至少一组含有该函数、该函数的一阶导数和该函数的二阶导数、或其任何组合的值是由选定的、与该组曲线相应的多边形的顶点所规定的。优化这些函数，以满足所规定的值，由此得到该表面。

30 而且，根据本发明的一个优选实施例，所说的多边形为三角形。





另外，根据本发明的一个优选实施例，所说的多边形为矩形。

根据本发明的另一个优选实施例还提供了一种具有复表面的多焦光学元件，其中至少一个表面是由以上所述方法设计的。

#### 附图简介

5 通过下面结合附图进行详细的描述，可以对本发明有全面地理解。其中：  
图 1 是根据本发明优选实施例的一个光学元件表面的设计过程的示意流程图框图；

图 2 是根据本发明优选实施例而得的如图 1 所示的设计过程中的一部分的示意流程图；

10 图 3 是根据本发明优选实施例而得的一个透镜表面的示意图；

图 4 是为帮助理解本发明所作的划分为多个三角形的一个区域的示意图。

#### 发明的详细描述

本发明是一种设计多焦光学元件的新方法。该方法可使得设计者把重点放在该光学元件表面的特殊区域，其中得到满意的光学特性是更重要的。该方法  
15 也使得设计者可以控制沿着表面曲线和该曲线的邻域内的光学性能。

在设计一种渐变透镜的特定情况下，本发明不需要把该透镜分为三个区：用于远视的上部区、用于近视的下部区和连接以上所说的两个区的过渡区。相反，从整体上看整个透镜表面最佳。

本发明的方法涉及一种带有反馈的设计过程。这种方法如图 1 中所示，  
20 现在参考该图进行描述。设计者拟定在该设计过程中所需的变量值（步骤 100），然后，这些参数用于计算该表面（步骤 102）。在步骤 104 中，设计者根据步骤 102 的计算结果来评价该表面。设计者检查该表面的光学特性是否满意。表面光学特性包括表面光焦度、表面像散性以及该表面光焦度和表面像散性的梯度，其中表面光焦度由该表面的主曲线确定，表面像散性由两个主曲率之差的  
25 绝对值确定。而且，设计者可以用一个模拟器来模拟至少一个通过该光学元件的波前，得出该光学元件的光学特性结果。如果，所计算的表面不满意（步骤 106），设计者可以修正这些变量值（步骤 108），然后，重新计算该表面（步骤 102）。重复该程序直到设计者对所计算的表面满意为止。

图 2 是该设计过程的一部分的流程示意图，在图 2 中对参数值的指定（步  
30 骤 100）和表面的计算（步骤 102）的表示更为详细，现在，将参考它进行解

释。

图 3 是透镜的示意图，在以下的描述中还将参考图 3。该透镜具有一个已知的表面  $g$  和一个未知的表面  $f$ 。该透镜表面  $f$  被认为是在  $(x,y)$  平面内的一个区域  $D$ 。该区域  $D$  被划分为多边形的集合（步骤 200）。在本发明的一个优选实施例中，该多边形是三角形  $\tau_i$ ,  $i=1,\dots,N$ ，其中  $N$  是三角形的总数。三角形的数目不受限制，而且这些三角形也不需要相同，这样为任意形状的区域  $D$  的划分提供了灵活性。

表面  $f$  是由一组“微透镜”  $l_i$  的拼合而成，其中的每个微透镜  $l_i$  均由一个三角形  $\tau_i$  确定。在该三角形  $\tau_i$  中点  $(x,y)$  上方的表面  $f$  的高度由方程 2 中所表示的  $l_i(x,y)$  给出：

$$f(x,y)=l_i(x,y), \quad (x,y) \in \tau_i \quad (2)$$

由于三角形不必互相相同，所以小的微透镜可以用于那些需要更为细微的细部设计的透镜表面区域，而且，大的微透镜可以用于那些粗略的细部设计就足够的透镜表面区域。

每个微透镜  $l_i$  表面由一个五次多项式表示（步骤 202），这样遍及它所处的三角形，这就是说，它是一个含有  $x$ 、 $y$  的多项式，其中所包括的  $x^j y^m$  形式的组合以  $j+m$  来算小于或等于 5。在该三角形  $\tau_i$  中点  $(x,y)$  上方的表面高度由方程 3 中的  $l_i(x,y)$  给出：

$$\begin{aligned} l_i(x,y) = & a_i^{00} + a_i^{10}x + a_i^{01}y + a_i^{20}x^2 + a_i^{11}xy + a_i^{02}y^2 \\ & + a_i^{30}x^3 + a_i^{21}x^2y + a_i^{12}xy^2 + a_i^{03}y^3 + a_i^{40}x^4 \\ & + a_i^{31}x^3y + a_i^{22}x^2y^2 + a_i^{13}xy^3 + a_i^{04}y^4 + a_i^{50}x^5 \\ & + a_i^{41}x^4y + a_i^{32}x^3y^2 + a_i^{23}x^2y^3 + a_i^{14}xy^4 + a_i^{05}y^5 \end{aligned} \quad (3)$$

方程 3 可以重新写为方程 4 那样的更简洁的形式：

$$l_i(x,y) = \sum_{\substack{j,m \\ j+m \leq 5}} a_i^{jm} x^j y^m, \quad (x,y) \in \tau_i, \quad (4)$$

其中， $a_i^{jm}$  是第  $i$  个微透镜  $l_i$  的因子。表面  $f$  因此而由这套局域多项式中的因子  $a_i^{jm}$  全部确定。

我们将会理解，如果把该区域  $D$  划分为例如 1000 个三角形，那么，确定该表面  $f$  时将涉及到确定 21000 个因子的值。不加上别的限制，将会出现表面  $f$  的许多种可能的解。

正如以上所述,最自然的限定就是这些微透镜表面  $l_i$  被拼接起来后使得所得到的表面  $f$  沿着该三角形  $\tau_i$  的边界是连续的、微分可连续、而且二次微分可连续。由于  $f$  的二阶导数是曲率,而该曲率与光焦度相关,而且光焦度又应该是平滑变化的,所以,自然需要该表面  $f$  沿各边界二阶导数连续。

- 5 本发明的一个重要的特征在于只要微透镜表面  $l_i$  被拼接起来后使得所得到的表面  $f$  沿着该三角形  $\tau_i$  的边界是连续的且是微分可连续的就足以。这在方程 5A—5C 中表示:

$$l_i(x, y) = l_j(x, y), \quad (x, y) \in \tau_i \cap \tau_j, \quad (5A)$$

10 
$$\frac{\partial l_i(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial l_j(x, y)}{\partial x}, \quad (x, y) \in \tau_i \cap \tau_j, \quad (5B)$$

$$\frac{\partial l_i(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial l_j(x, y)}{\partial y}, \quad (x, y) \in \tau_i \cap \tau_j, \quad (5C)$$

其中,三角形  $\tau_i$  和  $\tau_j$  的相交处即为这两个三角形的公共边界。

- 15 根据本发明的另一个优选实施例,微透镜表面  $l_i$  被拼接起来后使得所得到的表面  $f$  在该三角形  $\tau_i$  的顶点是二次微分可连续的条件加入到方程 5A—5C 的连续性限制中,这由方程 5D—5F 表示:

$$\frac{\partial^2 l_i(x, y)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 l_j(x, y)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 l_k(x, y)}{\partial x^2}, \quad (x, y) \in \tau_i \cap \tau_j \cap \tau_k, \quad (5D)$$

20 
$$\frac{\partial^2 l_i(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 l_j(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 l_k(x, y)}{\partial x \partial y}, \quad (x, y) \in \tau_i \cap \tau_j \cap \tau_k, \quad (5E)$$

$$\frac{\partial^2 l_i(x, y)}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 l_j(x, y)}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 l_k(x, y)}{\partial y^2}, \quad (x, y) \in \tau_i \cap \tau_j \cap \tau_k, \quad (5F)$$

- 其中,三角形  $\tau_i$  和  $\tau_j$  和  $\tau_k$  的相交处即为这三个三角形的公共顶点。将会发现,在一定的极端情况下,其中的一个顶点仅为两个三角形的顶点时,方程 25 5D—5F 的连续性限定同样适用于这些顶点。将会发现,方程 5D—5F 的连续性限定与已有技术中的由沿整个边界所给出的二阶导数的连续性限定相比,其约束性要小很多。

- 由于目的是得到一个光焦度变化的渐变透镜,所以,限定该表面  $f$  使它的主曲率尽可能与预先所确定的函数  $P(x, y)$  相匹配是合理的,该函数  $P(x, y)$  用于 30 确定在每个点  $(x, y)$  的适宜的光焦度(步骤 204)。另外,由于另一个目的是把该

渐变透镜的像散降到最小，所以，限定该表面  $f$  以使它的主曲率之差为最小也是合理的。而且，如前所述，设计者可能希望关注该透镜表面的某些特定区域。这由加权因子  $w_{i,1}$  和  $w_{i,2}$  的选择（步骤 204）来实现，加权因子表征每个微透镜  $l_i$  的相对“强度”以及每个微透镜  $l_i$  的光焦度和像散性的相对重要性。所关注的微透镜的加权因子将大于次要的微透镜的加权因子。对于一个特定的微透镜  $l_i$ ，其中光焦度比像散性更重要，加权因子  $w_{i,2}$  将大于加权因子  $w_{i,1}$ 。与之类似地，对于一个特定的微透镜  $l_i$ ，其中像散性比光焦度更重要时，加权因子  $w_{i,1}$  将大于加权因子  $w_{i,2}$ 。

因此，以方程 5A—5F 为条件，用于表示该表面  $f$  的因子  $a_j^{im}$  必须使由方程 10 式 6 所给出的成本函数  $E$  最小：

$$E = \sum_{i=1}^N \int w_{i,1} (\kappa_1(x,y) - \kappa_2(x,y))^2 + w_{i,2} \left( \frac{\kappa_1(x,y) + \kappa_2(x,y)}{2} - P(x,y) \right)^2 dx dy, \quad (6)$$

其中， $\kappa_1(x,y)$  和  $\kappa_2(x,y)$  是在点  $(x,y)$  处的表面  $f$  的主曲率， $dx dy$  是三角形  $\tau_i$  表面区域单元。预先确定的加权因子  $w_{i,1}$  和  $w_{i,2}$  依赖于  $x,y$ ，可能还依赖于  $f$  和  $f$  的一阶导数。这种对  $f$  和  $f$  的一阶导数的依赖可能来自于多种情形。例如：如果积分是在微透镜  $l_i$  表面进行的，而不是在整个三角形  $\tau_i$  中进行的，那么，表面区域单元  $dx dy$  将由  $\sqrt{1 + (\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2} dx dy$  代替。因子  $\sqrt{1 + (\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2}$  可以包括在加权因子中，使该表面区域单元为  $dx dy$ 。对于表面面积大于别的表面面积的微透镜，该因子  $\sqrt{1 + (\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2}$  将有效地增加微透镜的权重。依赖于  $f$  和  $f$  的一阶导数的加权因子的另一个例子是对于当设计者想在该表面  $f$  上作突变时的情况。

使成本函数  $E$  最小的表面  $f$  不必在点  $(x,y)$  处具有光焦度  $P(x,y)$ 。如果设计者想使该透镜具有特殊的形状和/或在某些点具有特定的光学性能，那么，设计者将确定（步骤 208）一沿三角形  $\tau_i$  边界子集的有限曲线组  $C_m$ ， $m=1, \dots, N_c$ ，其中， $N_c$  是这些曲线的总数。设计者指定（步骤 208）曲线条件，它们将决定该表面  $f$  的任何或一些值以及在曲线  $C_m$  顶点  $V_0$  处的一阶和二阶导数。这样有效地限定了透镜的形状以及顶点  $V_0$  处和曲线  $C_m$  邻域的光学性能。将会看到，曲线  $C_m$  不必在该表面上划定子区。

根据平板加工技术领域中的公知技术，表面  $f$  可以被表示为由整个三角形  $\tau_i$  定义的多个五次多项式的拼接，这样表面  $f$  将满足方程式 5A—5F 的连续性

限定。在 J.H.Argyris, I.Fried 和 D.W.Scharpf 发表在 1968 年的“航空杂志”(The Aeronautical Journal)第 72 卷第 701—709 页的“The TUBA Family of Plate Elements for the Matrix Displacement Method”一文中描述该技术,在此作为参考。建立满足方程式 5A—5F 连续性的  $N_s$  个五次形状多项式  $S_x(x,y)$ 。根据本发明的一个  
5 优选实施例,表面  $f$  由方程式 7 所给出的这些形状多项式的线性组合来表示:

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{N_s} d_i S_i(x,y), \quad (7)$$

其中  $d_x$  是该线性组合中的未知因子。然后,通过设计,方程式 7 的表面  $f$  满足方程式 5A—5F 的连续性限制。如以下所述,由设计者所规定的曲线参数  
10 变动范围有效地确定了一些未知因子  $d_x$  的值。当方程式 7 的表面  $f$  被替代为方程式 6 的成本函数  $E$  时,结果是关于因子  $d_x$  的成本函数  $E$  的表达式(步骤 206),其中的一些  $d_x$  是未知的。现在,为了确定余下的那些未知因子  $d_x$ ,成本函数  $E$  的最小化可以不必关心方程式 5A—5F 的连续性限定和曲线的限制就可进行。

正如 Argyris 等人的文章中所提到的那样,方程式 5A—5F 的连续性限制  
15 相当于满足  $f$  和在三角形  $\tau_i$  顶点处它本身它的一阶导数和二阶导数的连续性以及在三角形  $\tau_i$  各边中点处相对于其法线  $f$  的导数的连续性。所以,对于全套的三角形  $\tau_i$ ,方程式 5A—5F 的连续性限定相当于对于每个顶点有 6 个连续性限定和对每个中点有 1 个连续性限定。 $F$  的 6 个精确值、它的每个顶点处的一阶和二阶导数以及与每个中点法线相关的  $f$  的导数的精确值是自变量,被认为是  
20 自由度。

将会发现,由于许多顶点是至少一个三角形的共用顶点,所以,三角形  $\tau_i$   
组中的顶点数  $N_v$  小于三角形数  $N$  的 3 倍。我们还会看到,三角形  $\tau_i$  组中的中点数  $N_m$  也小于三角形数  $N$  的 3 倍。全套三角形  $\tau_i$  的总的自由度数由方程 8 给出:

$$N_f = 6N_v + N_m. \quad (8)$$

图 4 是一个被划分为多个三角形的区域的示意图,在此以它作进一步的参  
考,正如图 4 所示,为每一个自由度建立一个形状多项式  $S_x(x,y)$ 。三角形  $\tau_1$   
具有三个顶点  $V1$ 、 $V2$  和  $V3$  以及三个中点  $M1$ 、 $M2$  和  $M3$ 。三角形  $\tau_2$  具有三  
30 个顶点  $V1$ 、 $V2$  和  $V4$  以及三个中点  $M1$ 、 $M4$  和  $M5$ 。顶点  $V1$  为 6 个三角形

$\tau_1 - \tau_6$  的共用顶点, 中点 M1 是三角形  $\tau_1$  和  $\tau_2$  的公共中点, 中点 M2 是三角形  $\tau_1$  和  $\tau_7$  的公共中点, 中点 M3 是三角形  $\tau_1$  和  $\tau_6$  的公共中点。

其中的一个自由度  $N_s$  与顶点 V1 处的表面  $f$  值有关。建立一个形状多项式  $S_1(x,y)$  以使它的值在顶点 V1 处为 1 而在该套三角形中的其它任何一个顶点处为 0, 在每一个顶点它的一阶和二阶导数为 0, 而且, 与每个中点处的法线相关的导数为 0。这将通过确定每个三角形中的一个五次多项式和为这些五次多项式的以片计算的组合设定值  $S_1(x,y)$  来完成。三角形  $\tau_1$  相对于它具有 21 个自由度, 它包括  $f$  值, 它在每个顶点 V1、V2 和 V3 的一阶和二阶导数以及  
 5 与每个中点 M1、M2 和 M3 处的法线相关的  $f$  的导数值。所以, 对于三角形  $\tau_1$ , 通过设定在顶点 V1 处的值为 1, 在顶点 V2 和 V3 处的值为 0, 在顶点 V1、  
 10 V2 和 V3 处的一阶和二阶导数为 0 以及在中点 M1、M2 和 M3 处与法线相关的导数为 0 而可以完全确定一个具有 21 个因子的关于  $x$  和  $y$  的五次多项式。与此类似, 对于三角形  $\tau_2$ , 通过设定在顶点 V1 处的值为 1, 在顶点 V2 和 V4 处的值为 0, 在顶点 V1、V2 和 V4 处的一阶和二阶导数为 0 以及在中点 M1、  
 15 M4 和 M5 处与法线相关的导数为 0 而可以完全确定一个关于  $x$  和  $y$  的五次多项式。将会看到, 关于三角形  $\tau_1$  的五次多项式和关于三角形  $\tau_2$  的五次多项式满足方程 5A-5F 的连续性限定。对于该组中的其余的三角形可以完全确定出类似的关于  $x$  和  $y$  的五次多项式, 形状多项式  $S_1(x,y)$  被定义为这些五次多项式的计件方式的组合。

20 相似地, 建立第二形状多项式  $S_2(x,y)$  以使在每个顶点处的值为 0, 在顶点 V1 处的一阶导数为 1 而在别的顶点处为 0, 它的二阶导数在每个顶点处为 0, 在每个中点处与法线相关的导数为 0。

将会看到, 通过设定, 每个形状多项式  $S_x(x,y)$  都满足方程 5A-5F 的连续性限制, 因此, 由方程 7 所给出的线性组合也满足这些条件。

25 还将看到, 只有在那些在该三角形的顶点或中点处自由度为 1 的三角形中, 每个五次形状多项式  $S_x(x,y)$  才是非零的。

设计者所确定的曲线的限制对于  $f$  值和在该曲线  $C_m$  的顶点  $V_c$  处它的一阶和二阶导数的一些可能值是指定的值。每个曲线限制确定  $f$  或在该套三角形中某个特定顶点的一阶或二阶导数, 因而, 将完全确定 (步骤 208) 在方程 7 的  
 30 线性组合中所出现的某个特定因子  $d_x$  的值。其余未知的因子  $d_x$  的数量由曲线

限制的数目  $N_s$  来表示。

在平板加工技术领域中公开了建立满足方程 5A—5F 的连续性限制的五次形状多项式的其它技术。例如：在 G.R.Cowper、E.Kosko、G.M.Lindberg 和 M.D.Olson 发表在 1969 年的 “AIAA Journal” 的第 7 卷第 10 篇第 1957—1965 页中题为 “Static and Dynamic Applications of a High -Precision Triangular Plate Bending Element” 一文中描述了这样的技术，在此作为参考。

由 Argyris 的形状多项式提供一个  $h^6$  的精确值，而由 Cowper 的形状多项式提供一个  $h^5$  的精确值，其中， $h$  是一个三角形的边界与区域  $D$  的一个尺寸的比值。

10 将会看到，任一个满足方程 5A—5F 连续性限制的五次多项式都可以用作对于  $f$  的一个线性组合的基本成分，而代替以上所述的形状函数。

将会看到，除三角形以外的多边形用于划分区域  $D$ ，与带多边形相关的自由度的数量大于 21，所以，考虑到所有自由度，多项式将不得不高于五次。

如前所述，方程 7 的线性组合被替代为方程 6 的成本函数  $E$ ，其结果是关于因子  $d_x$  的成本函数  $E$  的表达式，其中的一些  $d_x$  是未知的。现在，为了确定余下的那些未知因子  $d_x$ ，成本函数  $E$  的最小化可以不必关心方程式 5A—5F 的连续性限定和曲线的限制就可进行。从变量的微分计算中我们可以知道：相当于解一个特定的方程，即对于未知的表面  $f$  的一个已知的 Euler-Lagrange 方程。在 I.M.Gelfand 和 S.V.Fomin 在 Prentice Hall 于 1963 年发表的 “变量微分学” (Calculus of Variations) 一书中对此进行了解释。

20 对于方程 6 所给出的成本函数，Euler-Lagrange 方程是非线性的。而且，整个三角形  $\tau_i$  的积分包括一个关于未知因子  $d_x$  的非线性表达式，由此要清楚地计算出来是很困难的。所以，应用一种迭代法来求解（步骤 210）这个关于未知因子  $d_x$  的 Euler-Lagrange 方程。在本发明的一个优选实施例中，采用的是 Newton 法，但是，也可以采用其它适宜的迭代方法。

25 迭代法包括生成表面序列  $f_1, f_2, \dots$ ，使得该序列汇聚成所要的方案  $f$ 。对于该迭代法，选择初始表面  $f_1$  的方法有很多，例如：可以选一个在  $x$  和  $y$  平面上的面作为该初始表面  $f_1$ 。该序列中的每个表面都是线性代数方程组，该方程组以一个矩阵为特征。对于这种出现在迭代法中的矩阵的建立有限元文献中进行了描述，例如：T.J.R.Hughes 在 Prentice Hall 发表的于 1987 年所写的 “有

限元法” (The finite elements Method) 一书和由 W.G.Strang 和 G.Fix 合著的在 Wellesley Cambridge 发表的于 1973 年所写的“有限元法的分析” (An analysis to the finite elements Method) 一书, 在此引用作为参考。

利用有限元法的一个好处是用于迭代过程中的矩阵具有一个特定的结构, 其中, 除了靠近对角线的窄带外其余所有的矩阵元素都为零。这种矩阵被认为是“带矩阵” (band matrices)。这种特征大大地降低了求解方程组的复杂性, 而且因此, 当要表示透镜表面时, 可以用很多的自由度。

原则上说, 迭代过程包括无限多步, 因而, 需要确定一个标准以使在某个特定点的迭代过程中止, 而且以所得到的表面作为结果。这种标准的一个例子是把一个表面  $f_M$  与前一个表面  $f_{M-1}$  进行比较。这种比较的一种方式找出表面  $f_M$  和表面  $f_{M-1}$  的线性组合因子  $d_k$  之差。如果, 该差的平方和小于所规定的极限值, 那么, 该序列被认为是收敛于该表面  $f_M$ 。

设计者可能会发现: 对于一个解的收敛速度太慢, 例如: 表面  $f_M$  和前表面  $f_{M-1}$  之间的差太大。根据本发明的一个优选实施例, 在转入最初的问题之前对于迭代过程中的一步或多步, 表面序列的收敛性可以通过把由方程 6 所给出的成本函数  $E$  用变化成本函数  $E'$  来代替而增加。该变化成本函数  $E'$  是含有分别为方程 1C 和 1D 的主曲率  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$  的方程 6 的成本函数, 只是其中的  $\kappa_1$  和  $\kappa_2$  被方程 9C 和 9D 中所给出的  $\kappa_1'$  和  $\kappa_2'$  所代替:

$$H'(\beta) = \frac{1}{2} \frac{\left(1 + \beta \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) - 2\beta \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right) + \left(1 + \beta \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)}{\left(1 + \beta \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \beta \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right)^{3/2}}, \quad (9A)$$

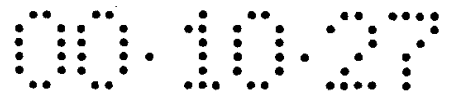
$$G'(\beta) = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2}{\left(1 + \beta \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \beta \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right)^2}, \quad (9B)$$

$$\kappa_1'(\beta) = H'(\beta) + \sqrt{H'(\beta)^2 - G'(\beta)}, \quad (9C)$$

$$\kappa_2'(\beta) = H'(\beta) - \sqrt{H'(\beta)^2 - G'(\beta)}. \quad (9D)$$

将会看到, 当  $\beta$  的值为 1 时, 方程 9A—9D 与方程 1A—1D 相同, 因而, 该变化的成本函数  $E'$  与方程 6 所给出的成本函数相同。当  $\beta$  的值为 0 时, 该





变化的成本函数  $E'$  为方程 6 所给出的成本函数的线性化。如前所述，在转入初始问题之前，对于迭代过程中的一步或几步，该表面序列的收敛性可以通过利用  $\beta$  的值处于 0 和 1 之间，包括 0 而除去 1 的变化成本函数  $E'$  而增加。也可以看到，当  $\beta$  的值大于 1 时， $\kappa_1'$  和  $\kappa_2'$  将失去它们的几何意义。

5 可以看到，以上所述的表面计算可以用于计算任何一种光学元件的单个未知表面，其中该光学元件可能包含多个折射面。

根据本发明的一个优选实施例，在图 1 的步骤 100 中指定的参数、步骤 108 中修正的参数和用于步骤 102 计算中的参数是把区域  $D$  划分为三角形  $\tau_i$ 、适宜的光焦度函数  $P(x,y)$ 、加权因子  $w_{i1}$  和  $w_{i2}$ 、曲线  $C_m$  和曲线限制。

10 另外，如上所述的有关图 1 中的步骤 104，一旦透镜表面  $f$  计算得出，设计者就可以检查所计算得到的该表面的表面特性和模拟整个透镜的光学特性。检查的表面特性包括表面光焦度和表面像散性。例如：所计算得到的表面的表面像散性可能变化太快，会使得基于所计算得到的透镜的配戴者感到不适。

根据本发明的一个优选实施例，这种模拟是模拟当从人眼观看时该透镜的  
15 光学特性。一个或多个波前通过该透镜。在本发明的一个优选实施例中，用一组球面波通过该透镜。通常，当波前通过该透镜时它们发生变形。在该透镜的另一边所得到的变形波前可以由包括像散性、光焦度、光谱等多种特性来反映。变形波前的计算可以由公知的光线跟踪技术完成。在 D.Malacara 和 Z.Malacara 发表在 1992 年的“光学工程”（Optical Engineering）的第 31 卷第 7 章第 1551  
20 -1555 页，题为“Testing and centering of lenses by means of a Hartmann test with four holes”一文中描述了一种确定变形波前特性的技术。

本领域的技术人员将看到，本发明并不限制在以上所示的特例和描述中。本发明的范围而是由权利要求书来限定。

说明书附图

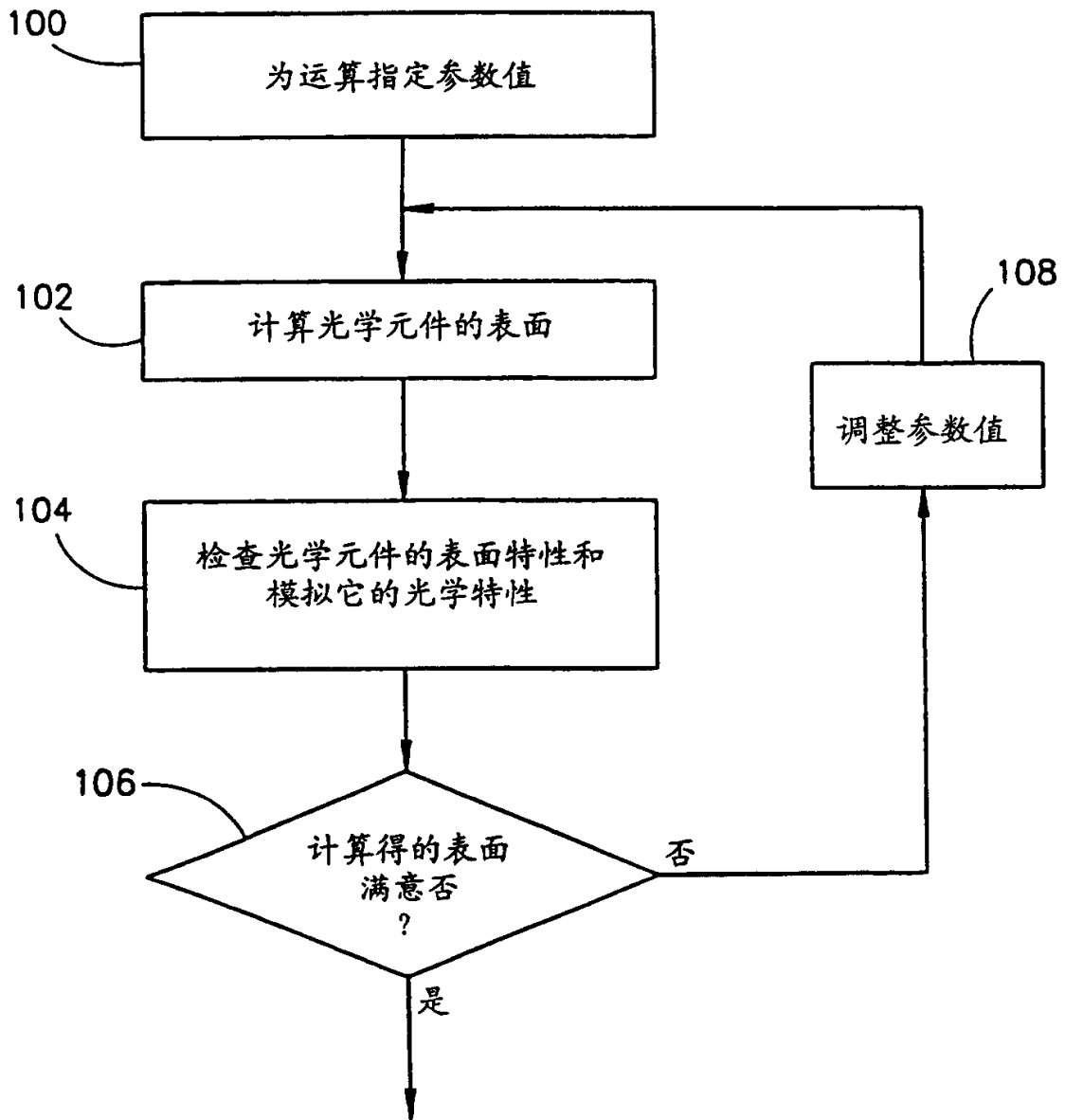


图 1

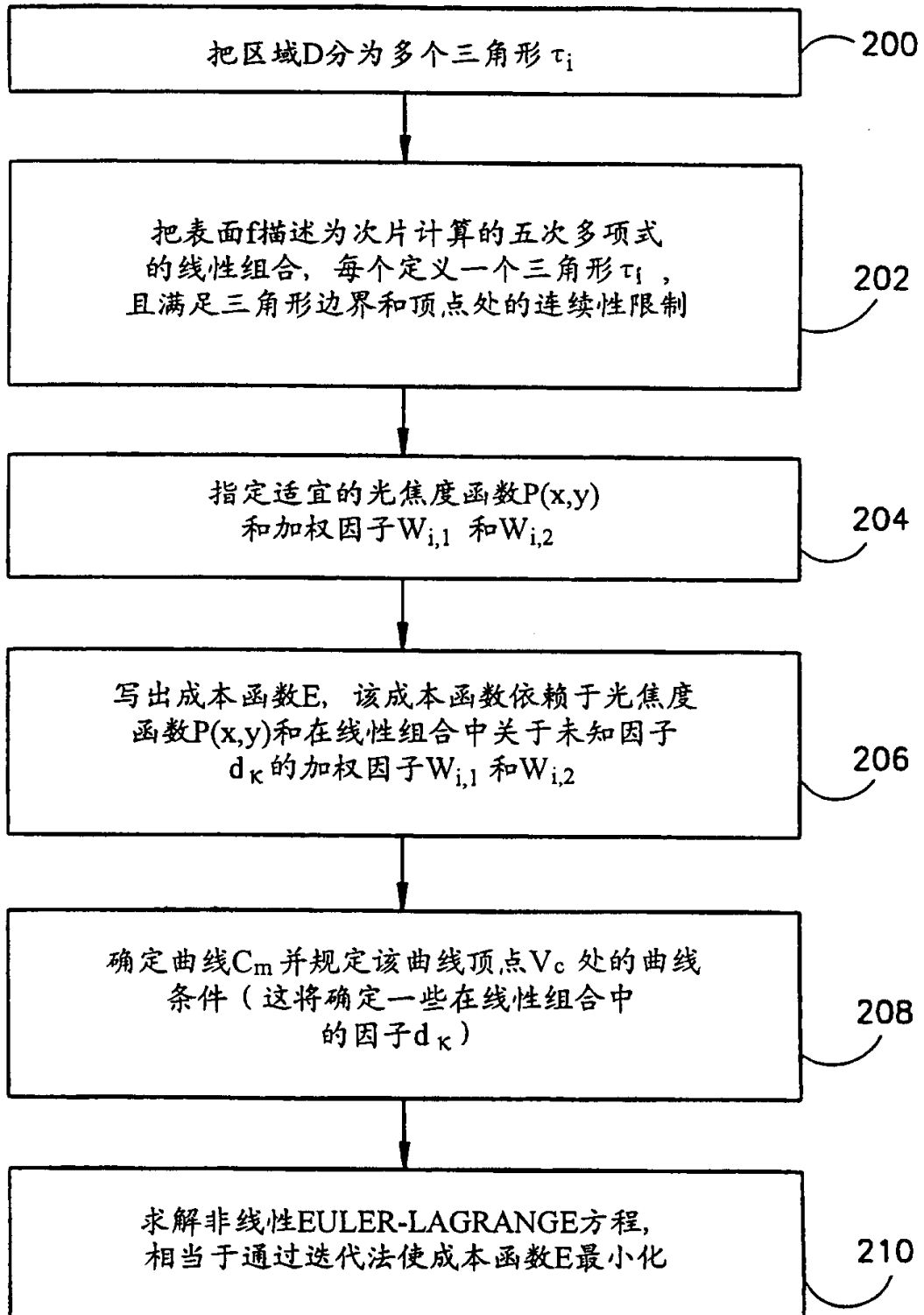


图 2

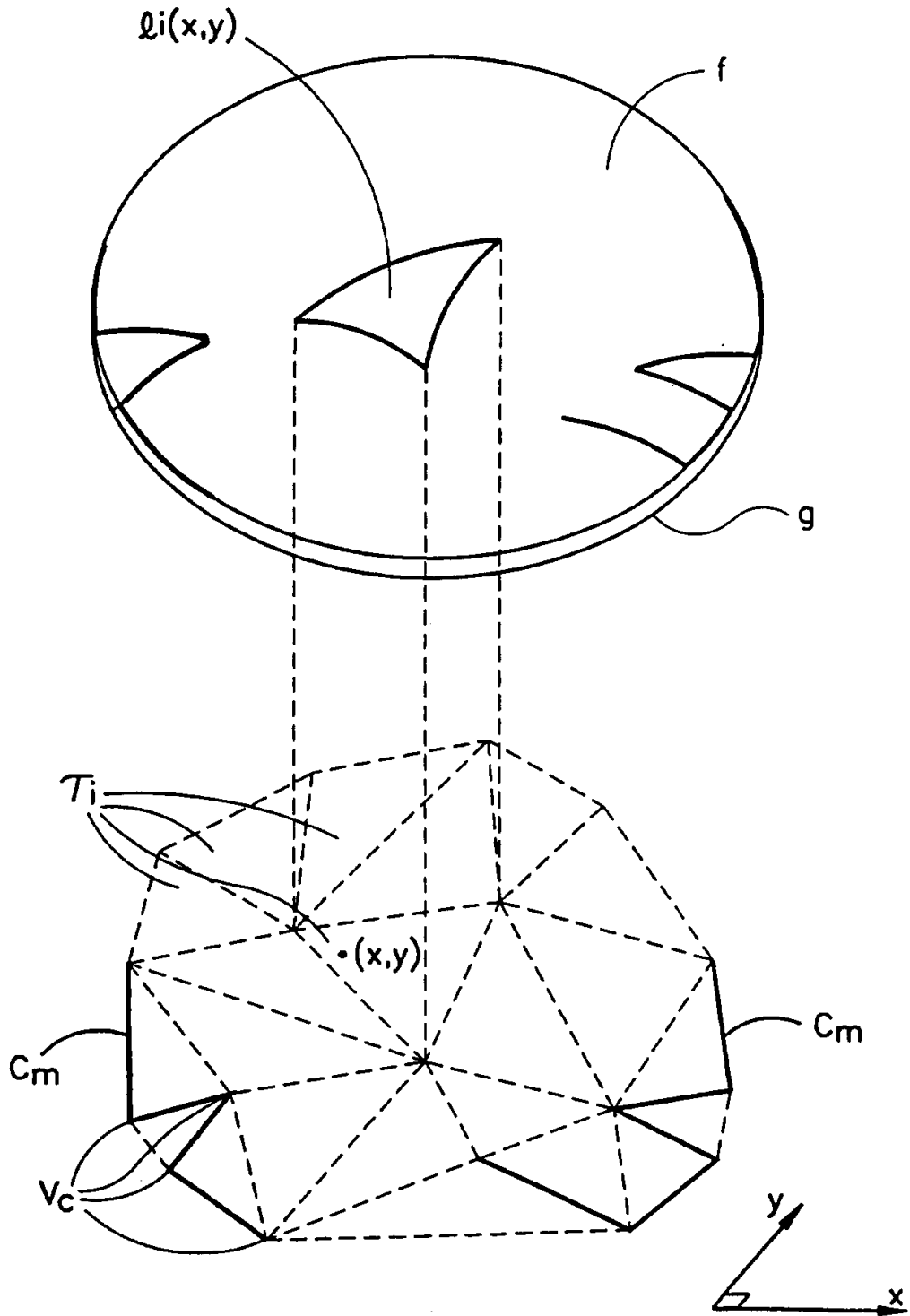


图 3

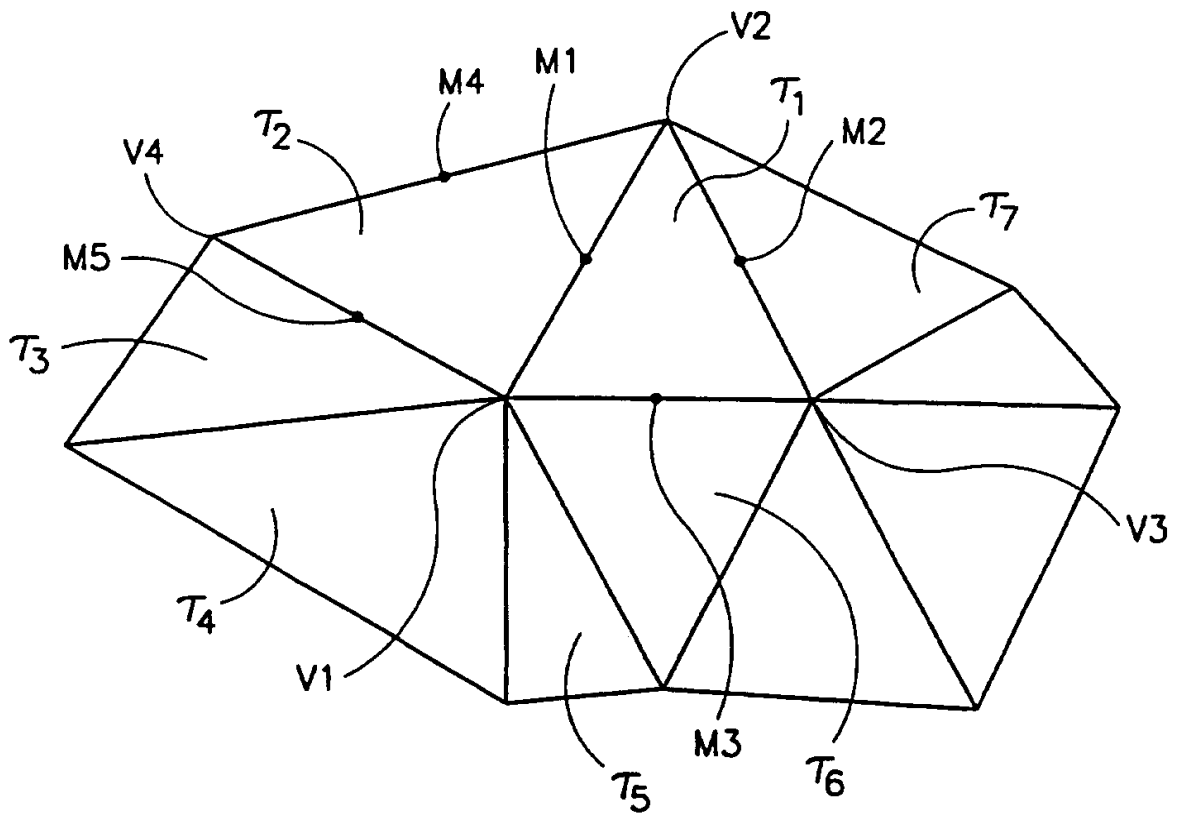


图 4