

①9 RÉPUBLIQUE FRANÇAISE  
**INSTITUT NATIONAL  
 DE LA PROPRIÉTÉ INDUSTRIELLE**  
 COURBEVOIE

①1 N° de publication :  
 (à n'utiliser que pour les  
 commandes de reproduction)

**3 020 157**

②1 N° d'enregistrement national : **14 00935**

⑤1 Int Cl<sup>8</sup> : **G 06 F 17/14 (2013.01), G 01 S 3/46**

⑫

**DEMANDE DE BREVET D'INVENTION**

**A1**

②2 Date de dépôt : 18.04.14.

③0 Priorité :

④3 Date de mise à la disposition du public de la demande : 23.10.15 Bulletin 15/43.

⑤6 Liste des documents cités dans le rapport de recherche préliminaire : *Se reporter à la fin du présent fascicule*

⑥0 Références à d'autres documents nationaux apparentés :

○ Demande(s) d'extension :

⑦1 Demandeur(s) : *THALES Société anonyme* — FR.

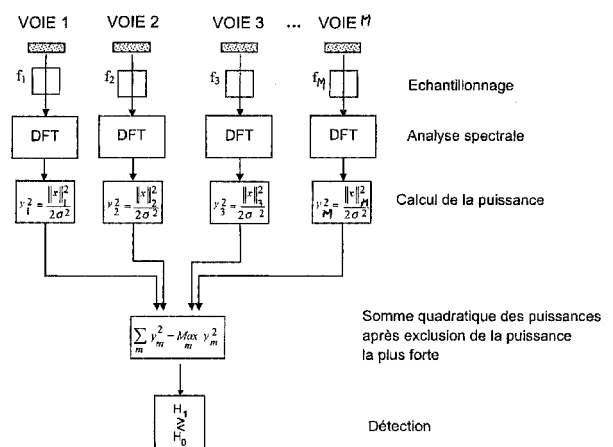
⑦2 Inventeur(s) : LE MEUR ANNE et DELABBAYE JEAN YVES.

⑦3 Titulaire(s) : THALES Société anonyme.

⑦4 Mandataire(s) : MARKS & CLERK FRANCE Société en nom collectif.

⑤4 **PROCEDE DE DETECTION NUMERIQUE.**

⑤7 La présente invention concerne un procédé de détection passive mis en oeuvre par un dispositif comprenant un ou plusieurs capteurs, ledit procédé comportant une étape d'échantillonnage des signaux reçus sur chaque capteur à l'aide de différentes valeurs de fréquence d'échantillonnage sub-Shannon, une étape de transformation des signaux échantillonnés dans le domaine fréquentiel par transformée de Fourier discrète, le pas fréquentiel  $\Delta f$  étant choisi constant, et pour chaque case temps/fréquence, une étape de calcul de la puissance normalisée dans chaque voie de réception, une étape de calcul de la somme quadratique des puissances calculées en tenant compte de la puissance d'un parasite éventuel, et une étape de seuillage de façon à assurer une probabilité de fausse alarme donnée.



FR 3 020 157 - A1



## PROCÉDÉ DE DÉTECTION NUMÉRIQUE

La présente invention concerne le domaine de la réception passive  
5 large bande (de l'ordre de la dizaine de GigaHertz par exemple) de signaux  
électromagnétiques comme par exemple des signaux de communication ou  
des signaux radar. La présente invention concerne plus particulièrement un  
procédé de détection numérique passive.

10 Pour des raisons technologiques, dans le cadre d'écoute large bande  
de signaux électromagnétiques, de l'ordre de la dizaine de GigaHertz par  
exemple, il n'est généralement pas possible de réaliser un échantillonnage à  
une fréquence respectant le critère de Shannon, ni de réaliser les traitements  
des données issues de cet échantillonnage. Cela oblige à effectuer des  
15 échantillonnages à des fréquences inférieures à la fréquence de Shannon,  
ce qui introduit des problèmes de recouvrement spectral ou repliement.

Si un seul signal utile est présent dans la totalité de la bande  
analysée, ce principe d'échantillonnage ne crée pas de problèmes, ni pour la  
détection, puisque le signal est isolé dans la bande repliée, ni pour l'analyse  
20 de signal.

En revanche, si plusieurs signaux sont présents simultanément dans  
la bande totale, ils peuvent se superposer dans la bande repliée, même s'ils  
ne sont pas à la même fréquence en réalité.

25 Pour les systèmes d'écoute de signaux électromagnétiques très large  
bande comme par exemple des signaux de communications ou des signaux  
radar, il n'est pas possible à l'heure actuelle d'avoir simultanément une  
probabilité d'interception maximale et de bonnes capacités d'analyse. Les  
systèmes qui réalisent ces interceptions peuvent être rangés en deux  
30 catégories :

Une première catégorie correspond aux récepteurs très large bande.  
Ces récepteurs couvrent en permanence toute la bande d'analyse et ont une  
probabilité d'interception (ou POI pour "*Probability Of Intercept*" selon la  
terminologie anglo saxonne) très grande pour des signaux forts, mais sont

caractérisés par une faible sensibilité et une capacité très réduite à discriminer ou analyser les signaux électromagnétiques.

Un deuxième groupe correspond aux récepteurs bande étroite dits « superhétérodynes ». Ces récepteurs, après échantillonnage multibit de cette  
5 bande par un procédé classique, permettent des analyses fines du signal (avec une haute sensibilité allant jusqu'à la recherche de la modulation après transformée de Fourier discrète), mais évidemment souffrent d'une POI dégradée puisque les signaux hors bande ne sont pas traités. Il existe des  
10 fonctions de séquençement qui consistent à déterminer le plan d'écoutes partielles en bandes et durée d'écoutes mais elles ne remédient que partiellement à ce défaut.

Dans ce contexte, il est intéressant de proposer une solution permettant de cumuler les avantages de ces deux familles de récepteur. Une telle solution permettrait d'effectuer une veille sur une large bande en  
15 permanence et d'échantillonner convenablement sur plusieurs bits afin de faire du traitement de signal performant.

Les détecteurs classiques que l'on rencontre dans la littérature ne prennent en compte que le bruit thermique. De ce fait, les parasites qui sont  
20 en fait eux-mêmes des signaux ne sont pas pris en compte par le procédé de détection.

Il est également connu dans l'art antérieur, notamment par le brevet américain US 7,482,967, un récepteur numérique large bande de type sub  
25 Shannon multibits. Cependant ce système ne traite pas les éventuels problèmes de repliements d'autres signaux.

Un but de l'invention est notamment de corriger un ou plusieurs des inconvénients de l'art antérieur en proposant une solution permettant de  
30 détecter un ou plusieurs signaux utiles tout en étant robuste aux signaux parasites.

A cet effet, l'invention a pour objet un procédé de détection passive de signaux électromagnétiques robuste aux repliements mis en œuvre par un

## 3

dispositif comprenant au moins une antenne, ladite antenne comprenant au moins un capteur et ledit procédé comprenant :

- 5 - Une étape d'échantillonnage des signaux reçus sur chaque capteur, pendant un temps d'acquisition commun  $\Delta T$ , à l'aide de M valeurs différentes de fréquence d'échantillonnage  $f_m$  ne répondant pas au critère de Shannon, les signaux échantillonnés à la même fréquence formant une voie d'échantillonnage, M représentant un entier supérieur ou égal à 2 et m, l'indice de la fréquence d'échantillonnage compris entre 1 et M, au moins deux échantillonnages étant réalisés avec des fréquences d'échantillonnage  $f_m$  et des nombres de points d'échantillonnage  $N_m$  différents, le couple  $(N_m, f_m)$  étant choisi tel que le rapport  $\Delta T = N_m / f_m$  reste constant quel que soit l'indice m ,
- 10 - Une étape de transformation des signaux échantillonnés dans le domaine fréquentiel par transformée de Fourier discrète sur les  $N_m$  points d'échantillonnage du signal reçu, échantillonnés à  $f_m$  sur l'intervalle de temps commun  $\Delta T$ , la résolution spectrale commune pour tous les échantillonnages étant  $\Delta F = 1/\Delta T$ ,
- 15 - Les signaux étant présentés dans une représentation discrète temps/fréquence, le procédé comprend en outre, pour chaque case temps/fréquence de ladite représentation discrète,
  - 20 - une étape de calcul de la puissance normalisée dans chaque voie d'échantillonnage,
  - 25 - une étape de calcul de la somme quadratique des puissances calculées en tenant compte de la puissance d'un parasite éventuel,
  - Une étape de seuillage de ladite somme quadratique à l'aide d'une valeur seuil prédéterminée.

Suivant une variante de mise en œuvre, le calcul de la somme quadratique S des puissances est effectué à l'aide de la formule :

$$S = \sum_{m=1}^M y_m^2 - \ln \left[ 1 + \frac{\xi}{M} \sum_{m=1}^M \exp y_m^2 \right]$$

## 4

Où  $y_m^2$  représente la puissance normalisée dans la voie d'échantillonnage de fréquence  $f_m$

$\xi$  traduit la présence éventuelle d'un parasite sur un des

échantillonnages avec  $\xi = \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R$

5  $2\sigma_1^2$  représente la puissance du parasite éventuel,

$2\sigma^2$  représente la puissance du bruit,

$\alpha$  représente la probabilité d'absence de parasite,

et R représente le nombre de voies échantillonnées à la fréquence  $f_m$ .

10 Suivant une variante de mise en œuvre, le procédé comprend en outre une étape de recherche de la valeur de puissance la plus élevée parmi les voies d'échantillonnage, la somme quadratique étant calculée en excluant ladite puissance de valeur la plus élevée et en sommant les (M-1) puissances restantes, ladite puissance de valeur la plus élevée étant  
15 considérée comme la puissance d'un signal parasite.

Suivant une variante de mise en œuvre, les signaux sont reçus sur N cases temps fréquence avec N entier strictement supérieur à 1, le procédé comprenant en outre l'application d'une fonction non linéaire dans chaque case temps/fréquence et une étape de sommation du résultat obtenu sur les  
20 N cases temps/fréquence.

Suivant une variante de mise en œuvre, la fonction non linéaire est une fonction monotone croissante dont la courbe représentative est définie par ses asymptotes, une première asymptote en  $l=0$  ayant pour équation  $y=q|l$  et une seconde asymptote pour  $l \rightarrow +\infty$  ayant pour équation  $y=l+\ln(q)$  où  
25 q représente un réel compris entre 0 et 1.

Suivant une variante de mise en œuvre, la valeur seuil est définie de façon à assurer une probabilité de fausse alarme prédéterminée.

L'invention a également pour objet un dispositif de détection passive  
30 comprenant un module de réception comprenant au moins une antenne et un module de calcul configuré pour mettre en œuvre le procédé selon une des

variantes précédentes, ledit module de réception étant configuré pour recevoir des signaux électromagnétiques environnants et les transmettre au module de calcul en vue de leur traitement.

5 Suivant une variante de réalisation, le module de réception comprend un réseau d'antennes interférométriques.

D'autres particularités et avantages de la présente invention apparaîtront plus clairement à la lecture de la description ci-après, donnée à titre illustratif et non limitatif, et faite en référence aux dessins annexés, dans  
10 lesquels :

- Les figures 1a et 1b illustrent des exemples de mise en œuvre de l'étape d'échantillonnage respectivement dans une configuration mono signal et avec deux voies d'échantillonnage ;
- 15 - La figure 2 représente un exemple de courbe représentative de la non linéarité spécifique du détecteur multicases ;
- Les figures 3 à 6 illustrent des étapes possibles du procédé de détection selon l'invention dans différents cas de figure.

20 Il convient de noter que l'utilisation des termes "échantillonnage" ou "voie d'échantillonnage" désigne l'ensemble des signaux reçus par les voies de réception ou les voies de mesure qui sont échantillonnées avec la même fréquence.

25 Le principe de l'invention repose sur la prise en compte du phénomène de repliement de spectre dans la modélisation et le traitement du signal reçu c'est-à-dire dans la résolution mathématique de la problématique de la détection large bande, afin de garantir des performances de détection les plus proches possibles de celles que l'on obtiendrait sans repliement de  
30 spectre.

Le procédé de détection numérique passive selon l'invention peut comprendre principalement, une étape d'échantillonnage du signal reçu sur chaque capteur avec plusieurs valeurs de fréquence sub-Shannon, une

étape de filtrage du signal par un banc de filtres de type transformée de Fourier discrète et pour chaque case temps/fréquence, une étape de calcul de la puissance normalisée dans chaque échantillonnage, une étape de calcul de la somme quadratique des puissances calculée en tenant compte  
 5 de la puissance d'un parasite éventuel et une étape de seuillage à l'aide d'une valeur seuil prédéterminée. La valeur seuil peut être définie pour assurer une probabilité de fausse alarme prédéterminée (*cf* Testing Statistical Hypothesis, E. L. Lehmann, J.P. Romano, Springer 2005).

10 Le signal est reçu sur une antenne ou un réseau d'antennes interférométriques. On supposera par la suite que le dispositif de réception comporte  $P$  capteurs où  $P$  représente un entier non nul.

Au cours d'une étape d'échantillonnage, les signaux reçus sur les différents capteurs sont échantillonnés avec plusieurs valeurs de fréquence  
 15  $f_m$  différentes (avec  $m$  entier naturel variant de 1 à  $M$  où  $M$  est un entier supérieur ou égal à 2 représentant le nombre de fréquences utilisées) sub Shannon c'est-à-dire ne respectant pas le critère de Shannon-Nyquist.  $M$  doit être suffisant pour permettre la levée des ambiguïtés en fréquence et dépend de la largeur de la bande d'analyse.

20 Les signaux échantillonnés à la même fréquence d'échantillonnage  $f_m$  forment une voie d'échantillonnage d'indice  $m$ .

On suppose que pour chaque  $m$  de 1 à  $M$ ,  $R$  capteurs sont échantillonnés à la fréquence  $f_m$ .

25 Les différentes valeurs des fréquences d'échantillonnage  $f_m$  sont choisies pour satisfaire deux contraintes :

- chaque fréquence  $f_m$  est choisie de sorte que sa valeur soit très inférieure à la bande d'interception  $B$  des signaux mais supérieure à la bande des signaux à analyser.
- 30 - la fréquence  $F_0$  d'une sinusoïde pure dans la bande  $B$  peut être recouverte sans ambiguïté à partir des  $M$  signaux échantillonnés aux fréquences  $f_1, \dots, f_M$ .

Ainsi, chaque échantillonnage préserve le spectre du signal utile à analyser dans sa forme, mais le translate d'une éventuelle quantité qui dépend de la valeur de la fréquence  $f_m$ .

5 Ainsi, de façon avantageuse, plusieurs échantillonnages aux fréquences  $f_m$  technologiquement possibles remplacent un échantillonnage traditionnel à la fréquence  $2B$  que l'on ne sait pas faire, au prix d'un traitement plus élaboré.

10 A titre d'exemple, la figure 1a illustre le procédé d'échantillonnage dans une configuration mono signal et avec 2 voies d'échantillonnage. Il s'agit d'un schéma de principe simplificateur, où on suppose que l'on traite des signaux analytiques dont le spectre n'a pas de composante dans les fréquences négatives.

15 Ce type d'échantillonnage, qui permet de lever l'ambiguïté fréquentielle sans avoir à faire un échantillonnage classique à la fréquence  $2B$  pour respecter le critère de Shannon, bouleverse les modèles classiques de réception des signaux et oblige à proposer des traitements plus élaborés, notamment en détection. En effet, sur la totalité de la bande traitée  $B$ , il se peut qu'il y ait des signaux simultanés pendant la durée de la transformée de  
20 Fourier discrète (ou DFT pour "*Discrete Fourier Transform*" selon la terminologie anglo saxonne). Il est possible que dans un ou plusieurs échantillonnages, cette simultanité se traduise par un mélange. A titre d'illustration, ce cas est représenté figure 1b.

25 Si un signal utile se trouve à la fréquence  $f_0$ , et qu'un autre signal utile se trouve à la fréquence  $f'_0 = f_0 + k f_{m1}$ , avec  $k$  entier strictement positif ou strictement négatif (si  $k$  était nul cela signifierait qu'il y a un vrai mélange) et avec  $f_{m1}$  une des  $M$  valeurs différentes de fréquences d'échantillonnage, les fréquences des 2 signaux se replient au même endroit dans l'échantillonnage  
30  $f_{m1}$ .

Autrement dit les 2  $M$ -uplets représentant les fréquences  $f_0$  et  $f'_0$  dans les  $M$  voies d'échantillonnage ont une valeur commune. On mesure un mélange de signaux dans l'échantillonnage  $f_{m1}$ , alors qu'il n'y a pas de mélange en réalité. Le signal à la fréquence  $f'_0$ , bien qu'étant lui-même un signal utile, représente un parasite vis-à-vis du signal à la fréquence  $f_0$ .



Lorsqu'un signal parasite se replie dans un des  $M$  canaux correspondant à la fréquence  $f_0$ , alors qu'aucun signal n'est présent à la fréquence  $f_0$ , la présence du parasite peut générer une fausse alarme. Dans un environnement dense, la probabilité de présence d'un parasite devient non négligeable, de l'ordre de 10% voire plus, et incompatible des performances exigées de la plupart des systèmes de réception.

On applique ensuite une transformée de Fourier discrète sur les  $N_m$  points d'échantillonnage du signal reçu, échantillonnés à  $f_m$  sur une durée commune d'acquisition  $\Delta T$  pour chacun des capteurs.  $\Delta F = 1/\Delta T$  est alors la résolution spectrale commune pour tous les échantillonnages. Afin d'obtenir des informations synchrones et de même résolution spectrale, on impose, pour les différentes fréquences échantillonnages  $f_m$ , des nombres de points de DFT  $N_m$  vérifiant :

$$N_m \cdot T_m = \Delta T = 1/\Delta F$$

Où:  $N_m$  représente le nombre de points d'échantillonnage à la fréquence  $f_m$  ;

$T_m$  représente la période d'échantillonnage à la fréquence  $f_m$  ;

$\Delta F$  représente le pas fréquentiel des DFT (indépendant de  $m$ )

Cela implique que le nombre de points  $N_m$  est différent d'un échantillonnage à l'autre. Ce choix des fréquences d'échantillonnage  $1/T_m$  de sorte qu'elles soient des multiples de la bande  $\Delta F$  implique que d'un échantillonnage à l'autre, les spectres des signaux se décalent d'un nombre entier de filtres.

La phase suivante consiste à modéliser le signal reçu après DFT.

Dans un premier temps, on considère le cas monocase c'est-à-dire qu'on se place dans un cas où le signal n'est reçu que sur une case temps/fréquence.

On considère que l'on dispose de  $P$  capteurs et que pour chaque  $m$  de 1 à  $M$ ,  $R$  capteurs sont échantillonnés à la fréquence  $f_m$ .

Il est à noter que le nombre  $R$  est choisi indépendant de  $m$  pour ne pas compliquer les notations. Ce cas de figure n'est nullement limitatif et on

pourrait envisager une structure des capteurs avec  $R$  dépendant de  $m$  sans modifier les raisonnements qui suivent.

On pose :  $MR = Q \leq MP$ .

5 Chaque capteur est donc répertorié par 2 indices, un indice  $m$  pour le type d'échantillonnage avec  $m$  entier compris entre 1 et  $M$  et un indice  $r$  pour le numéro d'un capteur échantillonné à la fréquence  $f_m$  avec  $r$  entier compris entre 1 et  $R$ .

10 Après échantillonnage et transformée de Fourier, et après sélection de la case temps/fréquence correspondant à une même fréquence  $f_0$  de la bande d'analyse  $B$  pour les différents échantillonnages, le signal reçu en  $m, r$  peut s'écrire sous la forme :

$$x_{mr} = ae^{i\varphi_{mr}} + b_m e^{i\psi_{mr}} + w_{mr} \text{ avec } |a| \geq 0, |b_m| \geq 0 \quad (\text{équation 1})$$

15 où :  $a$ , complexe, représente la contribution du signal utile. S'il est présent,  $|a| > 0$ ,

20  $\varphi_{m,r}$  représente le déphasage interférométrique du capteur d'indices  $(m, r)$  par rapport à un capteur non précisé, pour une onde plane (c'est-à-dire le signal utile), provenant d'une direction  $(\theta, \varphi)$ ,

$b_m e^{i\psi_{mr}}$  représente la contribution éventuelle d'un parasite intervenant seulement en  $m=m_0$  par repliement spectral (avec ses déphasages interférométriques),

25  $w_{mr}$  représente le bruit thermique que l'on suppose blanc en  $m$  et en  $r$ , avec  $E(|w_{mr}|^2) = 2\sigma^2$  pour tout  $m$  et  $r$ .

30 Le modèle de l'équation 1 fait intervenir un grand nombre de paramètres. Cela rend compliquées l'optimisation de la détection du signal utile et la détermination de la situation de parasitage. Comme on ne peut pas prendre en compte tous les paramètres, on considère une modélisation de type statistique où les mesures du signal reçu sont des échantillons d'une variable aléatoire.

## 10

On choisit de ne pas construire un détecteur adapté pour chaque direction du signal utile ni pour chaque direction du parasite éventuel. On se limite à des traitements bons en moyenne en ce qui concerne les directions d'arrivée des ondes incidentes. Compte tenu des facteurs de réseau intervenant dans les déphasages interférométriques, on peut montrer que cela revient à plonger le modèle de l'équation 1 dans une famille de modèles où l'on considère les déphasages  $\varphi_{mr}$  et  $\psi_{mr}$  comme indépendants en  $m$ ,  $r$  et équirépartis sur l'intervalle  $[0, 2\pi[$ . Ceci permet de simplifier la densité de probabilité des mesures de l'équation 1.

Malgré cette généralisation, il reste encore de nombreux paramètres, notamment en ce qui concerne la densité des capteurs parasités. Pour cette raison, on limite le traitement au comportement du 2<sup>ème</sup> ordre du modèle. Cela revient à considérer  $x_{mr}$  comme gaussien. On a donc dans les conditions précitées pour l'équation 1 :

$$\begin{aligned}
 E(x_{mr}) &= 0 \text{ pour tout } m, r ; \\
 E(x_{mr} \bar{x}_{m'r'}) &= (|a|^2 + 2\sigma^2) \delta_{mrm'r'} \text{ si } m \neq m_0 \\
 E(x_{mr} \bar{x}_{m'r'}) &= (|a|^2 + 2\sigma^2) \delta_{m_0rm'r'} + |b|^2 \delta_{m_0rm'r'} \text{ si } m = m_0
 \end{aligned}$$

$$\text{où } \delta_{mrm'r'} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = m' \text{ et } r = r' \\ 0 & \text{si } m \neq m' \text{ ou } r \neq r' \end{cases}$$

Par la suite on posera les notations suivantes :

$$\begin{aligned}
 |a|^2 &= 2\sigma^2 = \text{puissance du signal utile} \\
 |b|^2 &= 2\sigma_1^2 = \text{puissance du parasite éventuel}
 \end{aligned}$$

On s'intéresse à la densité de probabilité des mesures  $x_{mr}$  pour  $m=1, 2, \dots, M$  et  $r=1, 2, \dots, R$  dans le cas où le signal utile est présent et le parasite présent en  $m_0$ .

On pose  $X_m = (x_{m,r})^T$  vecteur de dimension  $R$ .

Pour  $m \neq m_0$ , les  $X_m$  sont gaussiens, centrés, complexes, indépendants et de covariance  $2(\sigma^2 + \sigma_1^2)I$  où  $I$  est la matrice unité de dimension  $R$ .

Pour  $m=m_0$ ,  $X_{m_0}$  est gaussien, centré, complexe, indépendant de  $X_{m, m \neq m_0}$  et de covariance  $2(\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)I$ .

Finalement on a :

$$p(x_1, x_2, \dots, x_M) = \frac{1}{(2\pi)^{MR} (\sigma'^2 + \sigma^2)^{(M-1)R} (\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)^R} \cdot \exp\left(-\frac{\|X_{m_0}\|^2}{2(\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)}\right) \exp\left(-\sum_{m \neq m_0} \frac{\|X_m\|^2}{2(\sigma'^2 + \sigma^2)}\right) \quad (\text{équation 2})$$

5

On obtient les densités des mesures lorsque le signal est absent en prenant  $\sigma'^2 = 0$  dans l'équation 2 ou lorsque le parasite est absent en prenant  $\sigma_1^2 = 0$ .

Par la suite, la densité  $p(\cdot)$  recevra les noms suivants :

$$\begin{aligned} 10 \quad & \text{Signal présent, parasite absent : } p_{10}(\cdot) \\ & \text{Signal présent, parasite en } m_0 : p_{11m_0}(\cdot) \\ & \text{Signal absent, parasite absent : } p_{00}(\cdot) \\ & \text{Signal absent, parasite en } m_0 : p_{01m_0}(\cdot) \end{aligned} \quad (\text{équation 3})$$

15 Pour compléter le modèle, on considère que la probabilité d'occurrence d'un parasite est  $1 - \alpha$ . Ce paramètre peut être estimé à partir de la densité moyenne de signaux.

Afin de simplifier les notations, on adoptera les écritures suivantes :

$$Q = M \cdot R \quad \text{et} \quad y_m^2 = \|X_m\|^2 / 2\sigma^2.$$

20

On peut aussi remarquer que :

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{1}{2(\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)} + \frac{1}{2(\sigma'^2 + \sigma^2)} &= \frac{\sigma_1^2}{2(\sigma'^2 + \sigma^2)(\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)} \\ -\frac{1}{2(\sigma'^2 + \sigma^2)} + \frac{1}{2(\sigma^2)} &= \frac{\sigma'^2}{2(\sigma^2)(\sigma'^2 + \sigma^2)} \\ -\frac{1}{2(\sigma_1^2 + \sigma^2)} + \frac{1}{2(\sigma^2)} &= \frac{\sigma_1^2}{2(\sigma^2)(\sigma_1^2 + \sigma^2)} \end{aligned} \right.$$

(équation 4)

On cherche à définir un test de détection, c'est-à-dire à décider de la présence ou de l'absence de signal utile, pour chaque fréquence  $f_0$  de la bande B, au pas  $\Delta F$  de l'analyse en DFT. Le test de détection est établi à partir des densités de probabilité des mesures dans les deux hypothèses  $H_1$  (présence de signal+parasite éventuel+bruit) et  $H_0$  (absence de signal utile mais présence de bruit+parasite éventuel). Ces densités sont des mélanges de densités correspondant aux situations plus simples : signal+bruit, signal +parasite pour l'échantillonnage  $m_0$  +bruit ; bruit seul, bruit +parasite pour l'échantillonnage  $m_0$ .

Afin de simplifier l'écriture des densités de probabilité, par la suite on utilisera les densités par rapport à la mesure induite par le bruit seul. Cela revient à considérer les densités de probabilité divisées par  $p_{00}(\cdot)$ . Cela ne change rien aux traitements qui vont suivre. De plus, pour ne pas compliquer inutilement les notations, on conservera l'ancienne dénomination des densités présentée dans l'équation 3.

Après calcul, on obtient les quatre nouvelles expressions suivantes, avec la notation  $y_m^2$  :

$$p_{10}(y_1^2, \dots, y_M^2) = \left( \frac{\sigma^2}{\sigma'^2 + \sigma^2} \right)^Q \exp\left( \frac{\sigma'^2}{\sigma'^2 + \sigma^2} \sum_m y_m^2 \right) \quad (\text{équation 5})$$

$$p_{11m_0}(y_1^2, \dots, y_M^2) = \frac{\sigma^{2Q}}{(\sigma'^2 + \sigma^2)^{Q-R}} \exp\left\{ \frac{\sigma'^2}{\sigma'^2 + \sigma^2} \sum_m y_m^2 + \frac{\sigma_1^2 \sigma^2}{(\sigma'^2 + \sigma^2)(\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)} y_{m_0}^2 \right\}$$

(équation 6)

$$p_{00}(y_1^2, \dots, y_M^2) = 1 \quad (\text{équation 7})$$

$$p_{01m_0}(y_1^2, \dots, y_M^2) = \frac{\sigma^{2R}}{(\sigma_1^2 + \sigma^2)^R} \exp\left( \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} y_{m_0}^2 \right) \quad (\text{équation 8})$$

Dans l'hypothèse  $H_1$ , comme dans l'hypothèse  $H_0$ , la densité de probabilité est un mélange des densités élémentaires ; pour  $H_1$  :  $p_{10}(\cdot)$  et

## 13

$p_{11m_0}(\cdot)$  ; pour  $H_0 : p_{00}(\cdot)$  et  $p_{01m_0}(\cdot)$ . Les coefficients du mélange sont  $\alpha$  (absence de parasite) et  $\frac{1-\alpha}{M}$  (présence de parasite en  $m_0$ ).

Le rapport de vraisemblance qui est le quotient de la densité de probabilité dans  $H_1$  par la densité de probabilité dans  $H_0$ , peut s'écrire sous la forme :

$$L(y_1^2, \dots, y_M^2) = \frac{\alpha p_{10}(y_1^2, \dots, y_M^2) + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{11m_0}(y_1^2, \dots, y_M^2)}{\alpha + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{01m_0}(y_1^2, \dots, y_M^2)} \quad (\text{équation 9})$$

Si tous les paramètres du modèle :  $\alpha, \sigma^2, \sigma_1^2$  ( $\sigma^2$  sera supposée connue) étaient connus, le test optimal pour distinguer l'hypothèse  $H_1$  de l'hypothèse  $H_0$  consisterait à comparer  $L(y_1^2, \dots, y_M^2)$  à une valeur seuil prédéterminée ( $L(y_1^2, \dots, y_M^2) >$  ou  $<$  seuil).

On pose les notations suivantes :

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma^2}, \quad \gamma = \frac{\sigma_1^2 \sigma^2}{(\sigma^2 + \sigma^2)(\sigma^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)} ; \quad \delta = \frac{\sigma_1^2}{(\sigma_1^2 + \sigma^2)} \quad (\text{équation 10})$$

Compte tenu des équations 5, 6, 8 et 10, le rapport de vraisemblance de l'équation 9 peut s'écrire :

$$L(\cdot) = \left( \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \sigma^2} \right)^Q \exp\left( \beta \sum_m y_m^2 \right) \left[ \frac{1 + \frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma^2 + \sigma^2}{\sigma^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\gamma y_m^2)}{1 + \frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\delta y_m^2)} \right] \quad (\text{équation 11})$$

Les différents termes entre crochets, dans l'équation 11, ne sont pas du même ordre de grandeur, ce qui permet des simplifications.

## 14

Pour fixer les idées, on considère :  $\alpha = 0.9$ ,  $M = 4$ ,  $\sigma'^2 / \sigma^2 = 10$ ,  $\sigma'^2 = \sigma_1^2$  et  $R = 2$ .

On a donc :  $\gamma \approx 1/20$  ;  $\delta \approx 1$  et  $\beta \approx 1$

Pour  $y_m^2 = 0$  quel que soit  $m$  on a :

$$5 \quad \frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma'^2 + \sigma^2}{\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\gamma y_m^2) = \frac{0,1}{0,9 \times 4} \left( \frac{1}{2} \right)^R \ll 1$$

$$\frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\delta y_m^2) = \frac{0,1}{0,9 \times 4} \left( \frac{1}{10} \right)^R \ll 1$$

Soit  $y^2 = \text{Max}_m y_m^2$

$$1) \frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma'^2 + \sigma^2}{\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\gamma y_m^2) \leq \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma'^2 + \sigma^2}{\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \exp(\gamma y^2)$$

10 Ce majorant atteint la valeur 1 pour

$$y^2 = \frac{1}{\gamma} \ln \frac{\alpha}{1-\alpha} + \frac{R}{\gamma} \ln \left( \frac{\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2}{\sigma'^2 + \sigma^2} \right) = 20 \ln 9 + 20R \ln 2 = 44 + 14R$$

$$2) \frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\delta y_m^2) < \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \exp(\delta y^2)$$

Ce majorant atteint la valeur 1 pour

$$15 \quad y^2 = \frac{1}{\delta} \ln \frac{\alpha}{1-\alpha} + \frac{R}{\delta} \ln \left( \frac{\sigma_1^2 + \sigma^2}{\sigma^2} \right) = \ln 9 + R \ln 10 = 2,2 + 2,3R$$

On déduit de ces deux calculs que la probabilité que le terme en  $\frac{1-\alpha}{M}$ ... au numérateur de l'équation 11 atteigne 1 est quasiment nulle. En revanche ce n'est pas le cas pour le dénominateur.

20 On peut donc écrire l'équation 11 sous la forme simplifiée :

$$L(.) = \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^Q \exp\left( \beta \sum_m y_m^2 \right) \left[ \frac{1}{1 + \frac{1-\alpha}{\alpha M} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R \sum_m \exp(\delta y_m^2)} \right] \quad (\text{équation 12})$$

On peut faire deux remarques :

- 5            1) Comme  $L(.)$  devra être comparé à une valeur seuil pour former le test de détection, le facteur constant (mais inconnu)  $\left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^Q$  n'affectera ni la probabilité de fausse alarme ni la probabilité de détection ; on peut donc le supprimer sans inconvénient (on gardera la notation  $L(.)$ ).
- 10           2) Le rapport signal à bruit  $\sigma_1^2 / \sigma^2$  est typiquement supérieur à 10 dB (de même pour  $\sigma_1^2 / \sigma^2$ ), de sorte que  $\beta \approx 1$  et  $\delta \approx 1$ .

Après ces simplifications, si on pose  $\xi = \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R$ , le test que

l'on considère à présent comme « optimal » devient :

$$L(.) = \exp\left( \sum_m y_m^2 \right) \left[ \frac{1}{1 + \frac{\xi}{M} \sum_m \exp(\delta y_m^2)} \right] \quad (\text{équation 13})$$

Après prise du logarithme de l'équation 13 on obtient comme test :

$$l(y_1^2, \dots, y_M^2) = \ln L(y_1^2, \dots, y_M^2)$$

$$l(y_1^2, \dots, y_M^2) = \sum_m y_m^2 - \ln \left[ 1 + \frac{\xi}{M} \sum_m \exp y_m^2 \right] > \text{ou} < \text{seuil} \quad (\text{équation 14})$$

20

Le test de l'équation 14 ne dépend que du paramètre  $\xi$ , et peut être optimisé en  $P_d/P_{fa}$  (avec  $P_d$  la probabilité de détection et  $P_{fa}$  la probabilité de fausse alerte) au voisinage d'une situation de parasitage définie pour  $\alpha$  et  $\sigma_1^2 / \sigma^2$  : il suffit de remplacer  $\xi$  par son expression en  $\alpha$  et  $\sigma_1^2 / \sigma^2$ .



Le test est une fonction symétrique des  $y_m^2$  (symétrie des situations de parasitage).

On peut remarquer que dans le cas où le parasitage est absent, c'est-à-dire  $\alpha=1$  qui entraîne  $\xi=0$ , on retrouve le détecteur quadratique.

5

Le détecteur de l'équation 14 n'est pas très compliqué ; néanmoins pour les vitesses de calcul, la présence des fonctions  $\ln(\cdot)$  et  $\exp(\cdot)$  est pénalisante. On va donc approcher le test de l'équation 14 par une fonction plus simple et indépendante de  $\xi$ .

10

(\*) Si  $y_m^2$  petit, c'est-à-dire  $y_m^2$  très inférieur à 1 quel que soit  $m$ .

Dans ce cas, comme  $0 \leq \xi \leq 1$  et  $y_m^2 \leq 1$ , l'équation 14 peut s'écrire, après développement limité de la fonction exponentielle et de la fonction logarithme, sous la forme :

$$l(y_1^2, \dots, y_M^2) \approx \sum_m y_m^2 - \frac{\xi}{M} \sum (1 + y_m^2) \quad (\text{équation 15})$$

$$\approx \sum_m y_m^2 - \xi$$

15

(\*) Si  $y_m^2$  est grand (c'est-à-dire  $y_m^2 > 1$ ) quel que soit  $m$  avec tous les  $y_m^2$  à peu près égaux.

Dans ce cas,  $\frac{\xi}{M} \sum \exp y_m^2$  est prépondérant devant 1 dans l'équation 14.

20 Notons cette fois  $y^2 = \frac{1}{M} \sum \exp y_m^2$  et  $y_m^2 = y^2 + \Delta y_m^2$  ; ( $|\Delta y_m^2| \ll 1$ ), de sorte que  $\sum_m \Delta y_m^2 = 0$ .

Avec cette approximation et cette notation, l'équation 14 s'écrit :

$$\sum_m y_m^2 - \ln \left[ \frac{\xi}{M} \exp y^2 \cdot \sum_m \exp(\Delta y_m^2) \right] = \sum_m y_m^2 - \ln \xi - y^2 - \ln \left[ \frac{1}{M} \sum_m \exp(\Delta y_m^2) \right]$$

On a, après développement limité de l'exponentielle :

$$25 \quad \frac{1}{M} \sum_m \exp(\Delta y_m^2) \approx \frac{1}{M} \left[ M + \sum y_m^2 \right] \approx 1.$$

Par suite, dans la zone considérée ici, on a :

$$l(y_1^2, \dots, y_M^2) \approx \left(1 - \frac{1}{M}\right) \cdot \sum_m y_m^2 - \ln \xi \quad (\text{équation 16})$$

(\*) Si  $y_{m_0}^2 \gg y_m^2$  pour  $m \neq m_0$  (présence d'un parasite pour les capteurs d'indice  $m_0$  échantillonnés à  $f_{m_0}$ ), le terme  $\frac{\xi}{M} \sum_m \exp y_m^2$  à lui seul est prépondérant par rapport à 1 dans l'équation 14, on peut donc approximer cette équation par :

$$l(y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2) \approx \sum_m y_m^2 - \ln \left[ \frac{\xi}{M} \cdot \exp y_{m_0}^2 \cdot \left(1 + \sum_{m \neq m_0} \exp(y_m^2 - y_{m_0}^2)\right) \right]$$

Comme  $y_m^2 - y_{m_0}^2 \ll 0$  :  $l(y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2) \approx \sum_m y_m^2 - y_{m_0}^2 - \ln \left( \frac{\xi}{M} \right)$

$$l(y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2) \approx \sum_m y_m^2 - \text{Max}_m y_m^2 - \ln \left( \frac{\xi}{M} \right) \quad (\text{équation 17})$$

Les formules des équations 15, 16 et 17 constituent les approximations de  $l(y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2)$  sur les zones principales du domaine des  $\{y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2\} = (\mathfrak{R}^+)^M$  correspondant aux situations physiques suivantes :

- 1) absence de signal utile et de parasite ;
- 2) présence de signal utile sans parasite ;
- 3) présence d'un parasite.

Grâce à ces approximations, on va pouvoir simplifier le test de l'équation 14.

Soit  $D = \left\{ (y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2) \in (\mathfrak{R}^+)^M \text{ tels que } l(y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2) > s \right\}$  et  $D^c$  son complémentaire dans  $(\mathfrak{R}^+)^M$ .  $D$  contient la ou les zone(s) où au moins un  $y_{m_0}^2$  est grand ( $y_{m_0}^2 > 1$ ) c'est-à-dire qu'on a l'approximation du test par l'équation 16 pour  $y_m^2$  grands tous à peu près égaux et par l'équation 17 pour  $y_{m_0}^2$  grand parmi  $y_m^2, m \neq m_0$ .

En observant que  $\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_m^2 \approx \max y_m^2$  lorsque tous les  $y_m^2$  sont proches, on voit que l'on peut proposer :  $l'(y_1^2, y_2^2, \dots, y_M^2) = \sum_{m=1}^M y_m^2 - \max_m y_m^2$

comme fonction test qui approche  $l(\cdot)$  sur les deux zones les plus importantes de D. Les autres sous-domaines de D sont très peu chargés par les densités de probabilité.

On remarque que le terme  $\ln M$  n'est pas pris en compte, mais il est négligeable. De plus, l'ajout du terme  $\ln \xi$  aux détecteurs des équations 16 et 17 est sans importance car les performances d'un test ne dépendent pas d'un terme additif.

On propose donc d'utiliser comme test simplifié:

$$\sum_{m=1}^M y_m^2 - \max_m y_m^2 < \text{ou} > \text{seuil} \quad (\text{équation 18})$$

En rapprochant l'équation 15 de l'équation 18, on constate que l'approximation n'est pas parfaite sur le domaine où tous les  $y_m^2$  sont petits.

Cette approximation revient à rajouter le terme  $\xi - \ln \xi - \max_M y_m^2$  au détecteur de l'équation 15.

$\xi$ , qui est petit, et  $-\max_M y_m^2$ , qui est négatif, ne posent pas de problème. En revanche le terme  $\ln \xi$  est positif et n'est pas toujours négligeable par rapport à  $\sum_{m=1}^M y_m^2$ . L'approximation n'est donc pas parfaite.

C'est le prix à payer pour avoir une expression simple et universelle pour le test. Des simulations ont pu montrer que l'écart de sensibilité entre les deux procédés de détection est inférieur à 2dB.

On s'intéresse à présent au cas multicases où les signaux reçus s'étendent sur une fenêtre composée de N cases temps/fréquence indexées par n (avec n entier compris entre 1 et N) pour les MR voies de réception correspondant aux échantillonnages de fréquence  $f_m$  (avec m entier variant de 1 à M) et aux capteurs r (avec r entier variant de 1 à R) associés à chaque échantillonnage de fréquence  $f_m$  (comme pour le cas monocase).

La même exigence générale de trouver un test de détection bon en moyenne quelle que soit la direction du signal utile et du parasite, est reconduite. La nouveauté à traiter par rapport au cas monocase est la prise en compte du caractère fluctuant du signal utile d'une case temps/fréquence à l'autre, voire de l'absence du signal utile.

Si on reprend le modèle du signal reçu exprimé dans l'équation 1, en ajoutant l'indice de case temps/fréquence  $n$ , on a :

$$x_{mrn} = a_n e^{i\varphi_{mr}} + b_{mn} e^{i\psi_{mrn}} + w_{mrn}$$

Dans cette écriture :

- $a_n$  est complexe et représente le signal utile reçu en un capteur de référence.
- Les  $\varphi_{mr}$  sont l'expression des déphasages interférométriques.
- $b_{mn}$  est complexe et pour chaque indice  $n$ , au plus un seul  $b_{mn}$  est différent de 0. Cela modélise le fait qu'on ne peut être parasité que pour un seul échantillonnage, qui peut changer aléatoirement en fonction de  $n$ .
- $\psi_{mrn}$  est le déphasage interférométrique du parasite.
- $w_{mrn}$  est le bruit sur le capteur  $mr$  pour la case  $n$ .  $\{w_{mrn}\}$  forme une suite de variables aléatoires gaussiennes indépendantes, centrées et de même variance  $2\sigma^2$ .

Le signal utile  $a_n$  est modélisé comme suit :  $a_n=0$  avec la probabilité  $(1-q)$ , et  $a_n$  est un échantillon d'une variable aléatoire gaussienne centrée de variance  $2\sigma^2$  avec la probabilité  $q$ . Les échantillons  $a_n$  sont indépendants en  $n$ .

Pour obtenir un test de détection bon en moyenne pour toutes les directions d'arrivée du signal et du parasite, on propose de se limiter aux statistiques au second ordre lorsque le signal et/ou le parasite sont présents. On appelle  $1-\alpha$  la probabilité pour que la case  $n$  soit parasitée pour un certain échantillonnage  $m_0$  par un parasite dont la puissance sera notée  $2\sigma_1^2$ .

Dans le cas où le signal est présent ainsi que le parasite pour l'échantillonnage  $m_0$ , la densité de probabilité des  $M$  vecteurs de dimension  $R$  représentant l'ensemble des mesures de la case  $n$  s'écrit comme dans l'équation 2 du cas monosource (on omet ici l'indice  $n$  pour ne pas compliquer) :

$$p(x_1, x_2, \dots, x_M) = \frac{1}{(2\pi)^{MR} (\sigma'^2 + \sigma^2)^{(M-1)R} (\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)^R} \cdot \exp\left(-\frac{\|X_{m_0}\|^2}{2(\sigma'^2 + \sigma_1^2 + \sigma^2)}\right) \exp\left(-\sum_{m \neq m_0} \frac{\|X_m\|^2}{2(\sigma'^2 + \sigma^2)}\right) \quad (\text{équation 19})$$

En raisonnant comme dans le cas monocase, on fait apparaître les densités de probabilité  $p_{10}, p_{11m_0}, p_{00}, p_{01m_0}$  et on divise toutes ces densités par  $p_{00}$  (signal absent, parasite absent) de façon à avoir des expressions plus simples. Cela revient à prendre les densités de probabilité par rapport à la mesure induite par le modèle de bruit pur. Par la suite, on parlera de  $p_{10}, p_{11m_0}, p_{01m_0}$  après division par  $p_{00}$ .

Dans le cas où un signal utile est présent, la densité de probabilité est :

$$\alpha \cdot p_{10} + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{11m_0}$$

Lorsque le signal n'est pas présent la densité de probabilité devient :

$$\alpha + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{01m_0}$$

On peut en déduire la densité de  $(X_1, X_2, \dots, X_M)$  pour une case dans l'hypothèse  $H_1$  :

$$p_1(X_1, X_2, \dots, X_M) = q \left( \alpha \cdot p_{10} + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{11m_0} \right) + (1-q) \left( \alpha + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{01m_0} \right)$$

(équation 20)

## 21

On en déduit  $p_0(X_1, X_2, \dots, X_M)$ , la densité des mesures de la case  $n$ , en prenant  $q=0$  dans l'équation 20:

$$p_0(X_1, X_2, \dots, X_M) = \alpha + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{01m_0} \quad (\text{équation 21})$$

5 L'indépendance des signaux en  $n$ , ainsi que l'indépendance des situations de parasitage, donnent pour les densités de probabilité des mesures pour toutes les cases, dans l'hypothèse  $H_1$  ou l'hypothèse  $H_0$  :

$$p_1'(X_{11}, \dots, X_{M1}, X_{12}, \dots, X_{M2}, \dots, X_{1N}, \dots, X_{MN}) = \prod_{n=1}^N p_1(X_{1n}, X_{2n}, \dots, X_{Mn})$$

(équation 22)

10 
$$p_0'(X_{11}, \dots, X_{M1}, X_{12}, \dots, X_{M2}, X_{1N}, \dots, X_{MN}) = \prod_{n=1}^N p_0(X_{1n}, X_{2n}, \dots, X_{Mn})$$

(équation 23)

Comme on peut le voir grâce à l'équation 19, les densités des équations 22 et 23 s'expriment en fonction de  $\|X_{mn}\|^2 / 2\sigma^2$  que nous  
15 noterons  $y_{mn}^2$  par la suite.

Le rapport de vraisemblance s'exprime par le quotient des densités  $p_1' / p_0'$ .

Si tous les paramètres  $\sigma^2, q, \alpha, \sigma_1^2$  du modèle étaient connus, le test  
20 optimal au sens de Neyman-Pearson pour décider de la présence du signal utile serait de comparer ce rapport de vraisemblance à une valeur seuil.

En l'absence de cette connaissance, on évalue les termes du rapport de vraisemblance pour en déduire un test pratiquement optimisé au voisinage du point de fonctionnement qui nous intéresse.

25

Avec des notations simplifiées on obtient :

$$\ln \frac{p_1'}{p_0'} = \sum_{n=1}^N \ln \frac{p_1}{p_0}$$

Par ailleurs, grâce aux équations 20 et 21 on a :

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 - q + q \frac{\alpha p_{10} + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{11m_0}}{\alpha + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{m_0=1}^M p_{01m_0}} \quad (\text{équation 24})$$

On reconnaît le rapport de vraisemblance du problème monocase, noté  $L(y_{1n}^2, y_{2n}^2, \dots, y_{Mn}^2)$  ou  $L_n$  pour abrégé :

$$\frac{p_1}{p_0} = 1 - q + qL_n$$

Le test du rapport de vraisemblance est donc :

$$\sum_{n=1}^N \ln(1 - q + qL_n) > \text{ou} < \text{seuil} \quad (\text{équation 25})$$

En reconduisant les mêmes approximations que dans le cas monocase :  $\sigma^2 / \sigma_1^2 \gg 1, \sigma_1^2 \gg 1$ , on retrouve la même expression que dans le cas monocase (cf. équation 14) :  $L_n = \exp \left[ \sum_m y_{mn}^2 - \ln \left( 1 + \frac{\xi}{M} \sum_m \exp y_{mn}^2 \right) \right]$ , qui, introduite dans l'équation 25, fournit ce qu'on peut appeler le "test optimal" dépendant des paramètres  $\xi = \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R$  et  $q$ .

15

Pour aller plus loin dans la simplification, on pose  $L_n = \exp[l_n(y_{1n}^2, \dots, y_{Mn}^2)]$ . On étudie donc maintenant le comportement de (cf. équation 25) :

$$\ln(1 - q + q \exp l_n) \quad (\text{équation 26})$$

20

$$\begin{aligned} \text{On a : } \quad \ln(1 - q + q \exp l) &\approx \ln q + l && \text{si } l \rightarrow +\infty \\ \ln(1 - q + q \exp l) &\approx ql && \text{si } l \rightarrow 0. \end{aligned}$$

A titre d'illustration, la figure 2 représente une courbe représentative du détecteur ainsi que ses asymptotes en  $l=0$  et en  $+\infty$ .

25

$l_0$  est définie par :  $q.l_0 = l_0 + \ln q$  ou  $l_0 = -\frac{\ln q}{1-q}$

Si l'on a une idée de  $q$ , on peut proposer une simplification du test de l'équation 25 par :  $\sum_{n=1}^N \Lambda(l_n) >$  ou  $<$  seuil, en réduisant l'équation 26 à ses comportements asymptotiques.

5

La fonction non linéaire  $\Lambda(l)$  peut alors être définie par :

$$\begin{cases} 0 \leq l < l_0 : & \Lambda(l) = ql \\ l_0 \leq l : & \Lambda(l) = l + \ln q \end{cases}$$

La fonction non linéaire  $\Lambda(l)$  peut être représentée par une fonction monotone croissante dont la courbe représentative peut être définie par ses asymptotes, une première asymptote en  $l=0$  ayant pour équation  $y=ql$  et une seconde asymptote pour  $l \rightarrow +\infty$  ayant pour équation  $y=l+\ln(q)$  où  $q$  représente un réel compris entre 0 et 1 :  $0 < q \leq 1$ .

10

Ces dernières expressions peuvent être encore simplifiées si on utilise la formulation de  $l$  trouvée dans le cas monocase :  $l_n = \sum_{m=1}^M y_{mn}^2 - \max_m y_{mn}^2$ .

15

A titre d'exemple, les figures 3 à 6 illustrent les étapes possibles du procédé de détection dans le cas où le signal reçu est échantillonné avec autant de valeurs de fréquence différentes que de capteurs ( $M=P$ ), soit une fréquence d'échantillonnage par capteur ( $R=1$ ).

20

Les figures 3 et 4 représentent le cas d'une détection monocase et les figure 5 et 6 le cas d'une détection multicases.

Dans un premier temps, on applique aux signaux reçus sur chaque capteur du récepteur un échantillonnage, sur un temps d'acquisition  $\Delta T$ , avec des fréquences  $f_m$  de valeur différente suivant les voies de réception et ne répondant pas au critère de Shannon.

25

Suivant un mode de mise en œuvre, l'échantillonnage des signaux reçus sur chaque capteur est réalisé pendant chaque intervalle de temps



$\left[ k \frac{\Delta T}{2}, \left( \frac{k}{2} + 1 \right) \Delta T \right]$  avec  $k$  entier. Bien entendu, ce mode de mise en œuvre n'est nullement limitatif et d'autres intervalles de temps de durée  $\Delta T$  peuvent être choisis comme par exemple,  $[k.\Delta T, (k+1)\Delta T]$ .

Une transformée de Fourier discrète est ensuite effectuée sur les signaux échantillonnés. Comme vu précédemment, les couples  $(N_m, f_m)$  où  $f_m$  est la fréquence d'échantillonnage, et  $N_m$  le nombre de points d'échantillonnage, sont choisis tels que  $N_m.T_m = \Delta T$ .  $\Delta F = 1/\Delta T$  est alors la résolution spectrale commune pour tous les échantillonnages. Les voies de réception sont donc synchrones à la période  $1/\Delta F$  et ont la même largeur de canal. On obtient ainsi une représentation temps/fréquence des signaux.

L'étape suivante consiste à calculer, dans chaque case temps/fréquence de ladite représentation discrète correspondant à une fréquence testée  $f_0$ , la puissance normalisée dans chaque échantillonnage par sommation quadratique des puissances de toutes les voies de réception partageant la même fréquence d'échantillonnage  $f_m$ . Cette puissance peut

être calculée à l'aide de la formule  $y_m^2 = \frac{\|X_m\|^2}{2\sigma^2} = \frac{\sum_{r=1}^R |X_{mr}|^2}{2\sigma^2}$  vue

précédemment dans laquelle  $R$  est un entier représentant le nombre de voies échantillonnées à la fréquence  $f_m$ . Dans notre exemple  $R=1$ .

On effectue ensuite le calcul de la somme quadratique des puissances calculées sur tous les échantillonnages dans chaque case temps fréquence en tenant compte de la puissance d'un parasite éventuel.

La puissance du parasite éventuel peut être prise en compte de différentes manières.

La figure 3 illustre le test optimal du procédé de détection dans le cas où les signaux ne sont reçus que sur une case temps/fréquence. Dans ce cas, l'influence du signal parasite est prise en charge en soustrayant le terme  $\ln \left[ 1 + \frac{\xi}{M} \sum_m \exp y_m^2 \right]$  comme vu précédemment notamment avec l'équation 14.

Dans cette expression,  $\xi$  traduit la présence éventuelle d'un parasite sur un des échantillonnages et vaut  $\xi = \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R$ . Le paramètre  $\sigma^2$  est

supposé connu (il peut être obtenu par calibrage), le paramètre  $\alpha$  est calculable à partir de la densité des signaux à intercepter, et le paramètre  $\sigma_1^2$  est réglé sur la puissance minimum des parasites dont on veut se protéger, supposée être du même ordre de grandeur que la puissance minimum des signaux d'intérêt.

Une étape de seuillage est ensuite appliquée dans chaque case temps/fréquence à l'aide d'une valeur seuil prédéterminée. Cette valeur seuil est déterminée de façon à respecter une probabilité de fausse alarme donnée.

10

La figure 4 représente une version simplifiée du test. Dans cette version, l'algorithme de détection part de l'hypothèse que la puissance de valeur la plus élevée correspond à la puissance d'un signal parasite. Parmi les valeurs de puissance calculées on recherche la plus élevée pour l'exclure. La somme quadratique des puissances est ainsi effectuée avec les M-1 valeurs restantes.

Ce procédé de détection simplifié supprime systématiquement une voie d'échantillonnage, même si la puissance du signal est faible sur toutes les voies.

De façon différente, le procédé optimal illustré figure 3 a un comportement qui s'adapte à la puissance du signal reçu, allant de la suppression de la voie d'échantillonnage ayant la puissance la plus forte, si celle-ci est très largement prépondérante par rapport aux autres, à un comportement proche du détecteur quadratique sur l'ensemble des voies, si la puissance reçue sur toutes les voies est sensiblement similaire.

Le procédé de détection simplifié présente l'avantage d'offrir une plus grande facilité d'implantation et d'être indépendant vis-à-vis des paramètres inconnus, au prix d'une dégradation modérée des performances.

La figure 5 représente des étapes possibles du procédé de détection optimal dans le cas où le signal est reçu sur plusieurs cases temps/fréquence. On considère que le signal est reçu sur une fenêtre de N cases temps/fréquence.

Comme pour le cas du procédé optimal monocase, le procédé optimal multicases calcule la puissance normalisée dans chaque voie

35

d'échantillonnage et dans chaque case temps/fréquence, puis la somme quadratique des puissances sur tous les échantillonnages dans chaque case temps/fréquence et soustrait un terme traduisant la puissance du parasite.

Il applique ensuite une fonction non linéaire  $\Lambda$  dans chaque case  
5 temps/fréquence puis somme les résultats sur les N cases temps/fréquence de la fenêtre.

Le procédé se termine par une étape de seuillage à l'aide d'une valeur seuil prédéterminée. Cette valeur seuil peut être déterminée de façon à respecter une probabilité de fausse alarme donnée.

10

La figure 6 illustre la version simplifiée du test du procédé de détection dans le cas multicases. Dans cette configuration, la somme quadratique est calculée en excluant la valeur de puissance la plus élevée parmi les voies d'échantillonnage.

15

Comme précédemment, une fonction non linéaire  $\Lambda$  est ensuite appliquée dans chaque case temps/fréquence puis le résultat est sommé sur les N cases temps/fréquence de la fenêtre sur laquelle les signaux sont analysés.

Le procédé se termine par une étape de seuillage à l'aide d'une valeur  
20 seuil prédéterminée.

De façon avantageuse, le procédé d'échantillonnage sub Shannon selon l'invention permet d'avoir une vision complète et instantanée de toute  
25 la bande des signaux. Le test de détection est robuste à la présence de parasites, c'est-à-dire que l'on peut, pour une probabilité de fausse alarme fixée, trouver pour ce test une valeur de seuil indépendante de la puissance du parasite.

Par rapport au détecteur optimal en l'absence de repliement qui est le  
30 détecteur quadratique classique, l'équation du détecteur selon l'invention contient un terme supplémentaire. En présence d'un parasite de forte puissance, le détecteur se comporte comme un détecteur quadratique sur tous les échantillonnages, l'échantillonnage parasité étant exclu.

35

La présente invention a également pour objet un dispositif de détection passive ou récepteur. Ce dispositif comprend au moins un module de réception et un module de calcul configuré pour mettre en œuvre le procédé décrit précédemment. Le module de réception est configuré pour  
5 recevoir des signaux électromagnétiques environnants et les transmettre au module de calcul en vue de leur traitement.

Le module de réception peut comprendre au moins une antenne, ou un réseau d'antennes interférométriques. L'antenne comprend au moins un capteur. Le module de réception est configuré pour réceptionner en  
10 permanence des signaux électromagnétiques sur toute la bande de fréquence d'analyse.

Le module de calcul est configuré pour au moins pouvoir réaliser un échantillonnage sub Shannon sur plusieurs bits.

Le module de calcul peut être un ou plusieurs microprocesseurs,  
15 processeurs, ordinateurs ou tous autres moyens équivalents programmés de façon opportune.

## REVENDEICATIONS

- 5 1. Procédé de détection passive de signaux électromagnétiques mis en œuvre par un dispositif comprenant au moins une antenne, ladite antenne comprenant au moins un capteur et ledit procédé étant caractérisé en ce qu'il comprend :
- 10 - Une étape d'échantillonnage des signaux reçus sur chaque capteur, pendant un temps d'acquisition commun  $\Delta T$ , à l'aide de M valeurs différentes de fréquence d'échantillonnage  $f_m$  ne répondant pas au critère de Shannon, les signaux échantillonnés à la même fréquence formant une voie d'échantillonnage, M représentant un entier supérieur ou égal à
- 15 2 et m l'indice de la fréquence d'échantillonnage compris entre 1 et M, au moins deux échantillonnages étant réalisés avec des fréquences d'échantillonnage  $f_m$  et des nombres de points d'échantillonnage  $N_m$  différents, le couple  $(N_m, f_m)$  étant choisi tel que le rapport  $\Delta T = N_m / f_m$  reste constant quel que soit l'indice
- 20 m,
- Une étape de transformation des signaux échantillonnés dans le domaine fréquentiel par transformée de Fourier discrète sur les  $N_m$  points d'échantillonnage du signal reçu, échantillonnés à  $f_m$  sur l'intervalle de temps commun  $\Delta T$ , la résolution spectrale commune pour tous les échantillonnages étant  $\Delta F = 1/\Delta T$ ,
- 25 - Les signaux étant présentés dans une représentation discrète temps/fréquence, le procédé comprend en outre, pour chaque case temps/fréquence de ladite représentation discrète,
- 30 - une étape de calcul de la puissance normalisée dans chaque voie d'échantillonnage,
- une étape de calcul de la somme quadratique des puissances calculées en tenant compte de la puissance d'un parasite éventuel,

- Une étape de seuillage de ladite somme quadratique à l'aide d'une valeur seuil prédéterminée.

2. Procédé suivant la revendication précédente selon lequel le calcul de la somme quadratique S des puissances est effectué à l'aide de la formule :

$$S = \sum_{m=1}^M y_m^2 - \ln \left[ 1 + \frac{\xi}{M} \sum_{m=1}^M \exp y_m^2 \right]$$

Où  $y_m^2$  représente la puissance normalisée dans la voie d'échantillonnage de fréquence  $f_m$

$\xi$  traduit la présence éventuelle d'un parasite sur un des

échantillonnages avec  $\xi = \frac{1-\alpha}{\alpha} \left( \frac{\sigma^2}{\sigma_1^2 + \sigma^2} \right)^R$

$2\sigma_1^2$  représente la puissance du parasite éventuel,

$2\sigma^2$  représente la puissance du bruit,

$\alpha$  représente la probabilité d'absence de parasite,

et R représente le nombre de voies échantillonnées à la fréquence  $f_m$

15

3. Procédé suivant la revendication 1 selon lequel le procédé comprend en outre une étape de recherche de la valeur de puissance la plus élevée parmi les voies d'échantillonnage, la somme quadratique étant calculée en excluant ladite puissance de valeur la plus élevée et en sommant les (M-1) puissances restantes, ladite puissance de valeur la plus élevée étant considérée comme la puissance d'un signal parasite.

20

4. Procédé suivant une des revendications précédentes selon lequel les signaux sont reçus sur N cases temps fréquence avec N entier strictement supérieur à 1, le procédé comprenant en outre l'application d'une fonction non linéaire dans chaque case temps/fréquence et une étape de sommation du résultat obtenu sur les N cases temps/fréquence.

25

5. Procédé selon la revendication précédente selon lequel la fonction non linéaire est une fonction monotone croissante dont la courbe représentative est définie par ses asymptotes, une première asymptote en  $l=0$  ayant pour équation  $y=q$  et une seconde asymptote pour  $l \rightarrow +\infty$  ayant pour équation  $y=l+\ln(q)$  où  $q$  représente un réel compris entre 0 et 1.  
5
6. Procédé selon une des revendications précédentes selon lequel la valeur seuil est définie de façon à assurer une probabilité de fausse alarme prédéterminée.
- 10 7. Dispositif de détection passive caractérisé en ce qu'il comprend un module de réception comprenant au moins une antenne et un module de calcul configuré pour mettre en œuvre le procédé selon une des revendications précédentes, ledit module de réception étant configuré pour recevoir des signaux électromagnétiques environnants et les transmettre au module de calcul en vue de leur traitement.  
15
8. Dispositif selon la revendication précédente selon lequel le module de réception comprend un réseau d'antennes interférométriques.

1/5

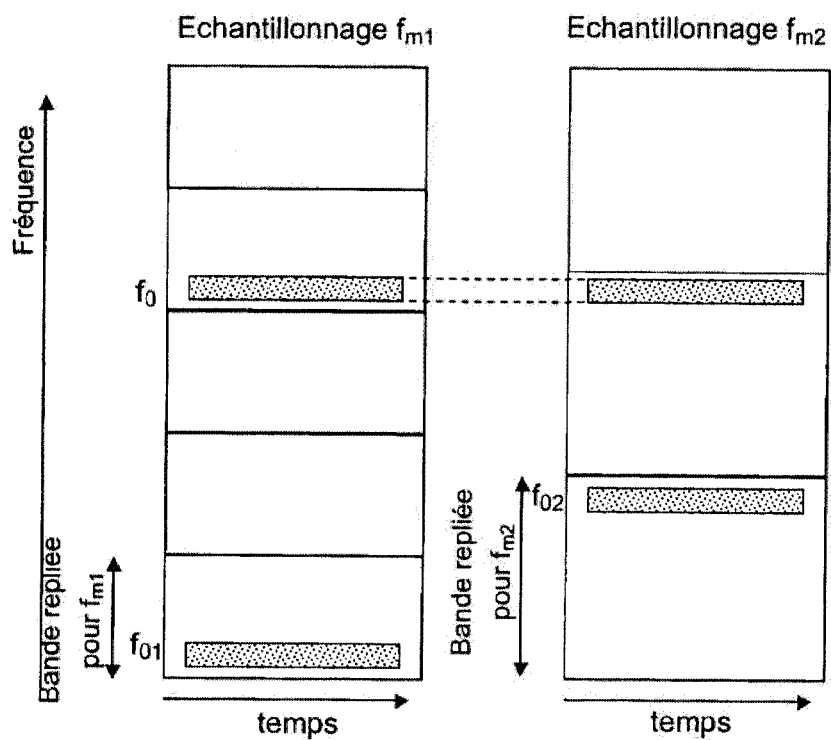


FIG. 1a

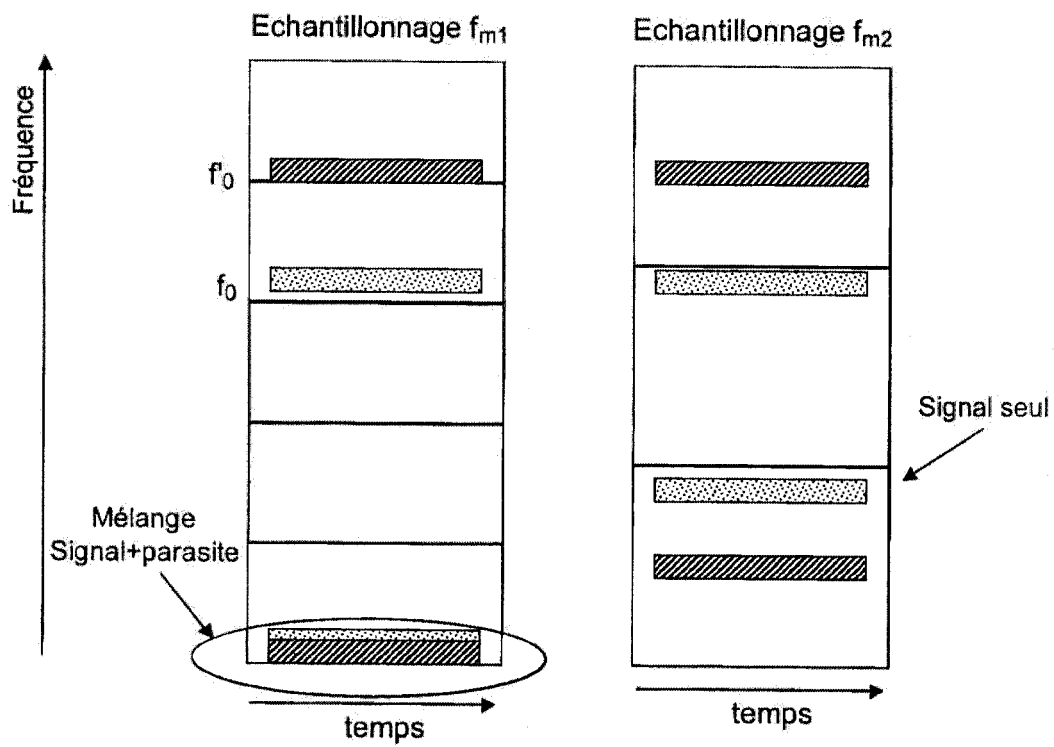


FIG. 1b



2/5

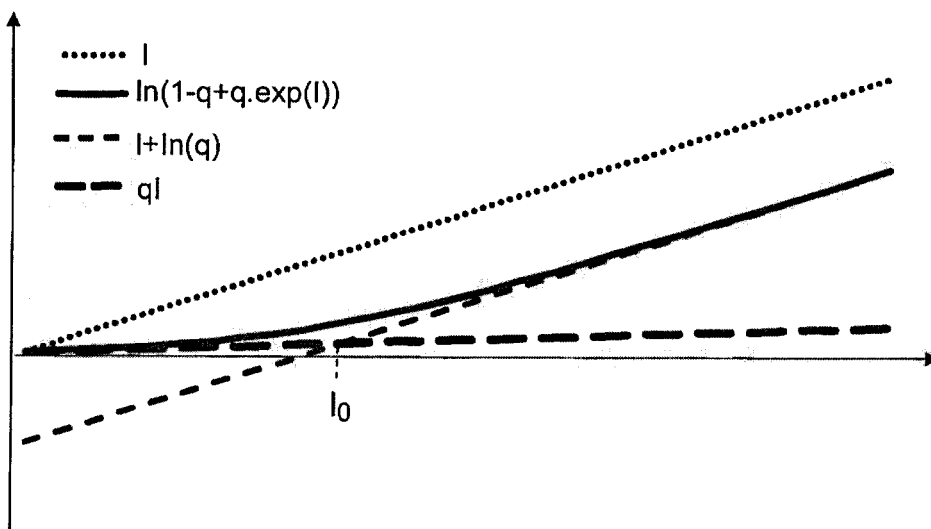


FIG.2

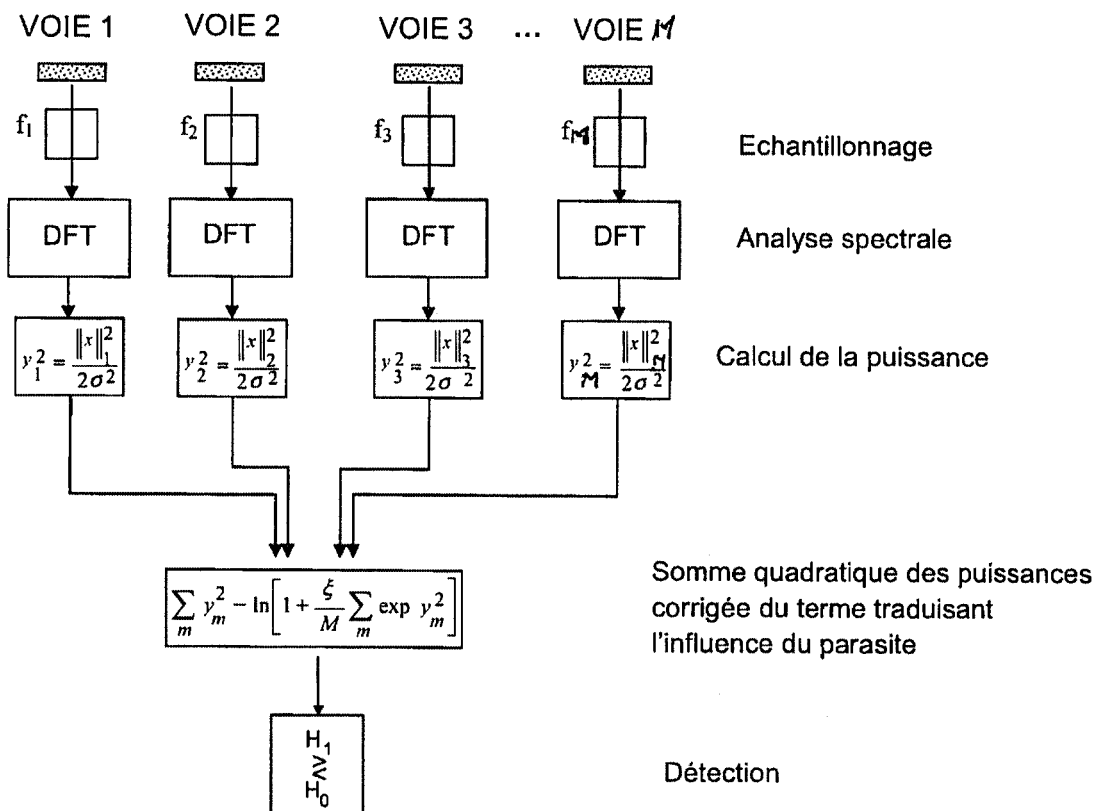


FIG.3

3/5

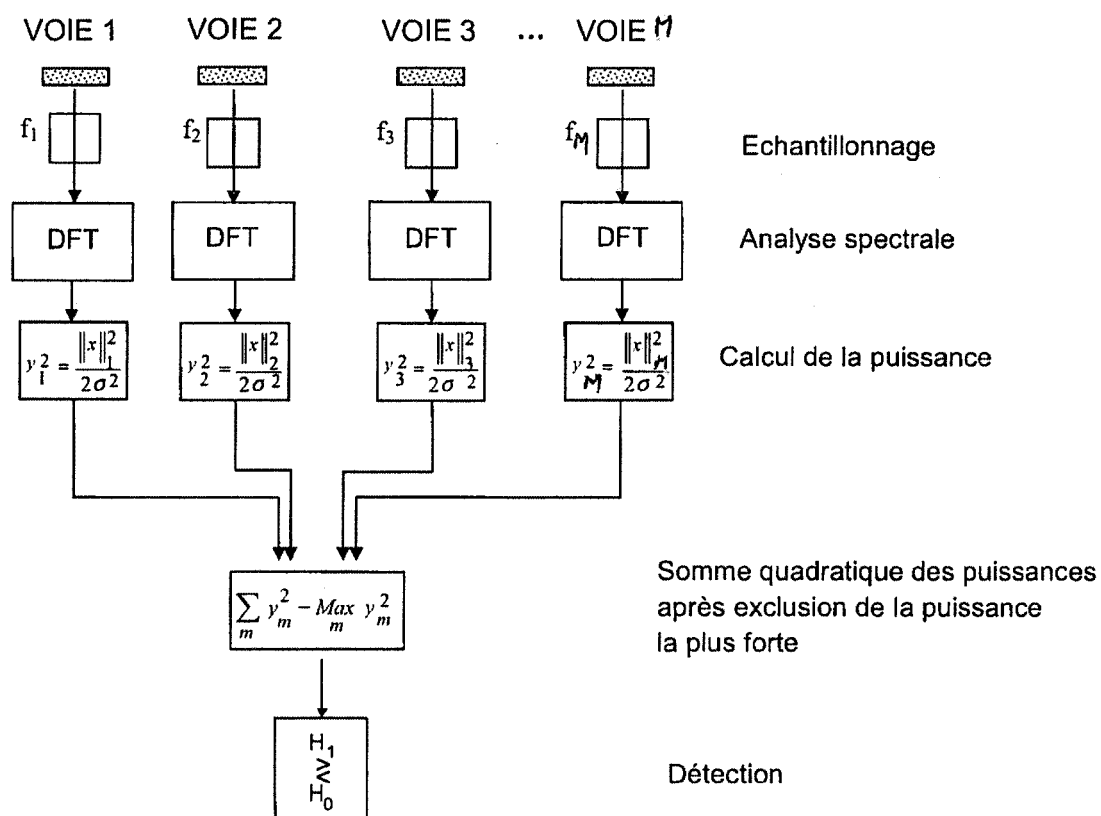


FIG.4

4/5

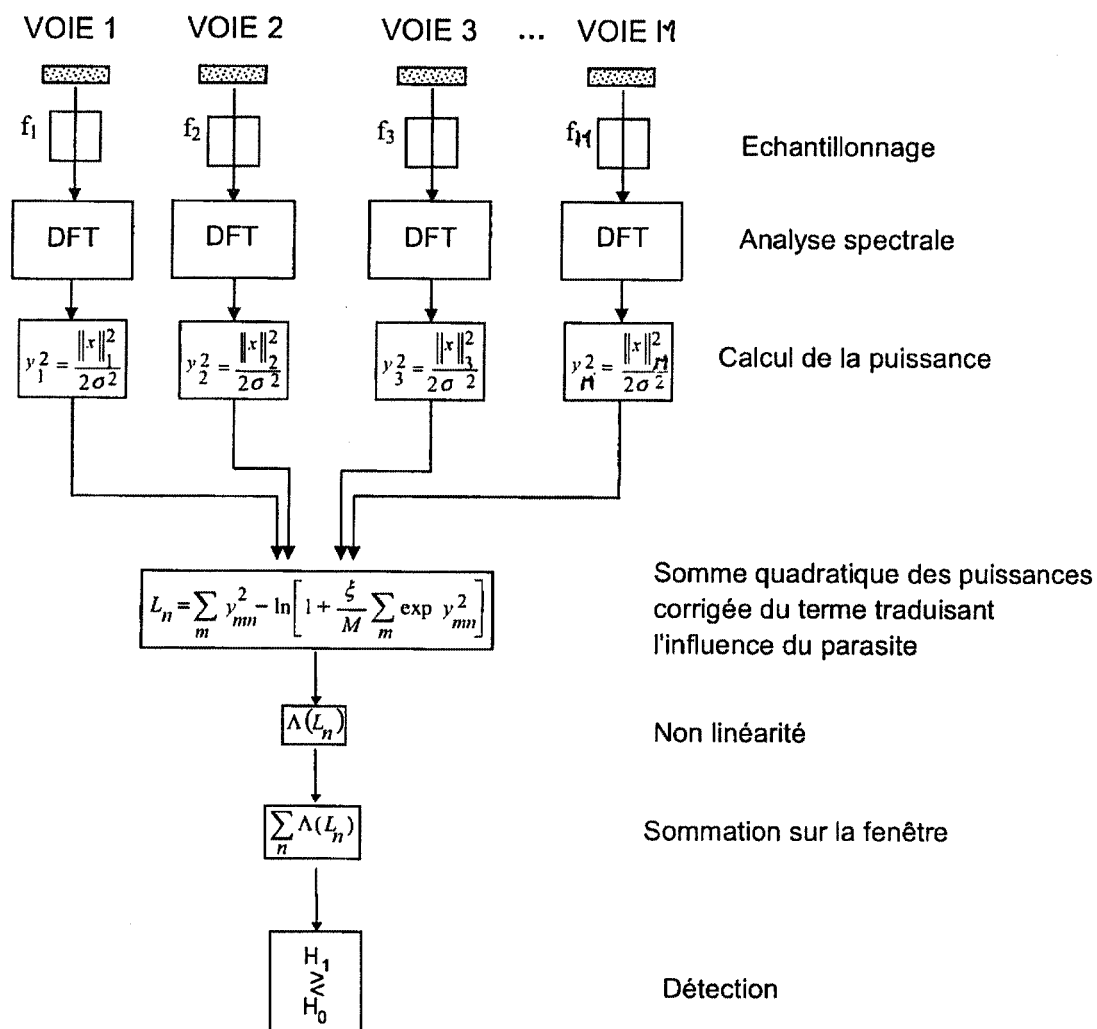


FIG.5

5/5

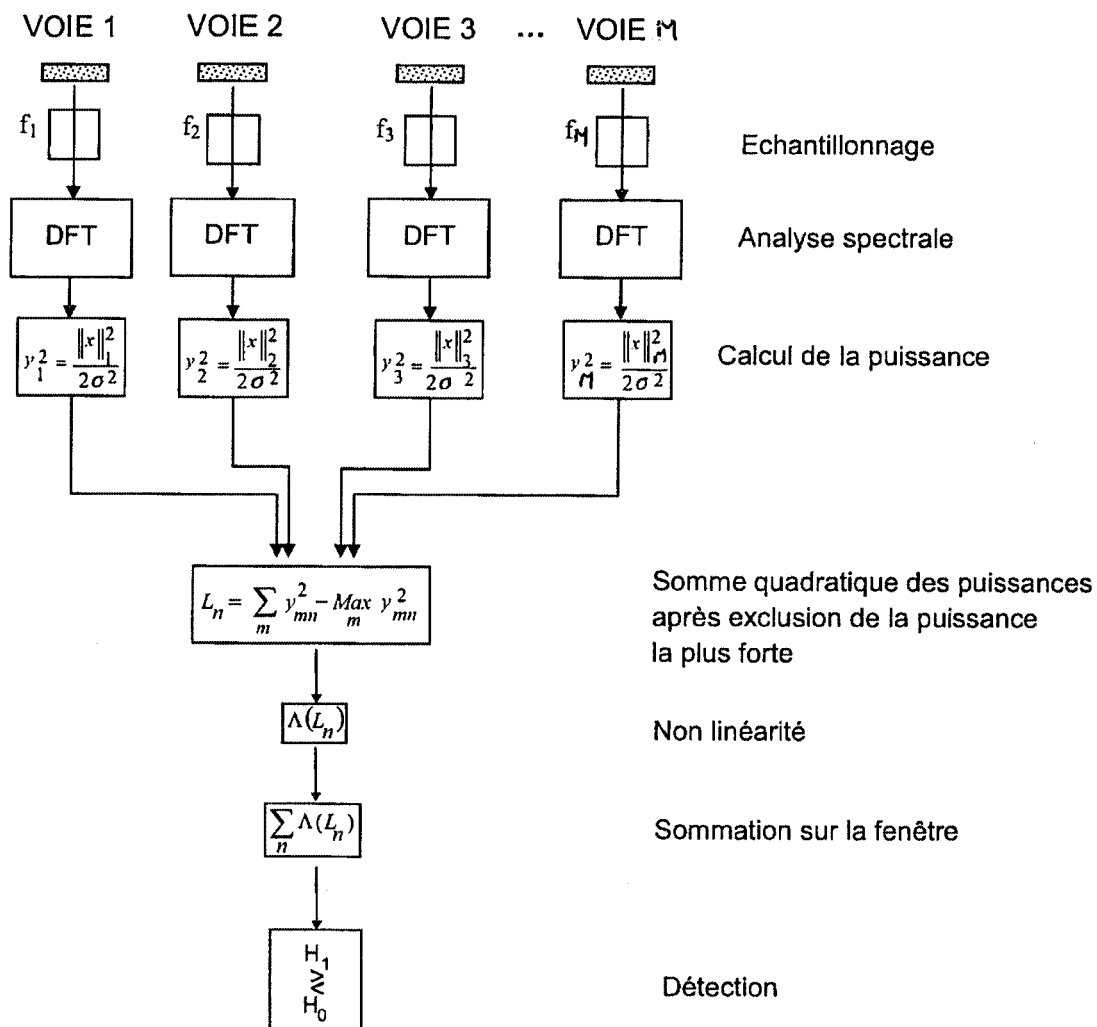


FIG.6



**RAPPORT DE RECHERCHE  
PRÉLIMINAIRE**

N° d'enregistrement  
national

établi sur la base des dernières revendications  
déposées avant le commencement de la recherche

FA 796658  
FR 1400935

DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS		Revendication(s) concernée(s)	Classement attribué à l'invention par l'INPI
Catégorie	Citation du document avec indication, en cas de besoin, des parties pertinentes		
X	SUNDEEP PRABHAKAR CHEPURI ET AL: "Multiple hypothesis testing for compressive wideband sensing", SIGNAL PROCESSING ADVANCES IN WIRELESS COMMUNICATIONS (SPAWC), 2012 IEEE 13TH INTERNATIONAL WORKSHOP ON, IEEE, 17 juin 2012 (2012-06-17), pages 590-594, XP032231277, DOI: 10.1109/SPAWC.2012.6292978 ISBN: 978-1-4673-0970-7 * page 590 - page 593 *	1-8	G06F17/14 G01S7/00
X	RAMAN VENKATARAMANI ET AL: "Optimal Sub-Nyquist Nonuniform Sampling and Reconstruction for Multiband Signals", IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, IEEE SERVICE CENTER, NEW YORK, NY, US, vol. 49, no. 10, octobre 2001 (2001-10), XP011059439, ISSN: 1053-587X * page 2301 - page 2309 *	1-8	
X	DOMINIQUE NOGUET (CEA-LETI ET AL: "Sensing techniques for Cognitive Radio - State of the art and trends - A White Paper - April 15 ; P1900.6_WhitePaper_Sensing_final", IEEE DRAFT; P1900.6_WHITEPAPER_SENSING_FINAL, IEEE-SA, PISCATAWAY, NJ USA, vol. 1900.6, 17 juillet 2009 (2009-07-17), pages 1-117, XP068028971, [extrait le 2009-07-17] * alinéa 3.3, 3.5 et 5.7 *	1-8	
			DOMAINES TECHNIQUES RECHERCHÉS (IPC)
			G06F G01S H04B
			-/--
		Date d'achèvement de la recherche	Examineur
		17 octobre 2014	Huguet Serra, G
CATÉGORIE DES DOCUMENTS CITÉS		T : théorie ou principe à la base de l'invention E : document de brevet bénéficiant d'une date antérieure à la date de dépôt et qui n'a été publié qu'à cette date de dépôt ou qu'à une date postérieure. D : cité dans la demande L : cité pour d'autres raisons & : membre de la même famille, document correspondant	
X : particulièrement pertinent à lui seul Y : particulièrement pertinent en combinaison avec un autre document de la même catégorie A : arrière-plan technologique O : divulgation non-écrite P : document intercalaire			

EPO FORM 1503 12.99 (P04C14) 2



**RAPPORT DE RECHERCHE  
PRÉLIMINAIRE**

N° d'enregistrement national

établi sur la base des dernières revendications déposées avant le commencement de la recherche

FA 796658  
FR 1400935

DOCUMENTS CONSIDÉRÉS COMME PERTINENTS		Revendication(s) concernée(s)	Classement attribué à l'invention par l'INPI
Catégorie	Citation du document avec indication, en cas de besoin, des parties pertinentes		
A	MISHALI M ET AL: "From Theory to Practice: Sub-Nyquist Sampling of Sparse Wideband Analog Signals", IEEE JOURNAL OF SELECTED TOPICS IN SIGNAL PROCESSING, IEEE, US, vol. 4, no. 2, avril 2010 (2010-04), pages 375-391, XP011327603, ISSN: 1932-4553, DOI: 10.1109/JSTSP.2010.2042414 * le document en entier *	1-8	DOMAINES TECHNIQUES RECHERCHÉS (IPC)
A	ZHENGHAO ZHANG ET AL: "Space-Time Bayesian Compressed Spectrum Sensing for Wideband Cognitive Radio Networks", NEW FRONTIERS IN DYNAMIC SPECTRUM, 2010 IEEE SYMPOSIUM ON, IEEE, PISCATAWAY, NJ, USA, 6 avril 2010 (2010-04-06), pages 1-11, XP031664835, ISBN: 978-1-4244-5189-0 * le document en entier *	1-8	
A	DOMINGUEZ-JITNEZ M E ET AL: "Analysis and design of multirate synchronous sampling schemes for sparse multiband signals", SIGNAL PROCESSING CONFERENCE (EUSIPCO), 2012 PROCEEDINGS OF THE 20TH EUROPEAN, IEEE, 27 août 2012 (2012-08-27), pages 1184-1188, XP032254474, ISBN: 978-1-4673-1068-0 * le document en entier *	1-8	
Date d'achèvement de la recherche		Examineur	
17 octobre 2014		Huguet Serra, G	
CATÉGORIE DES DOCUMENTS CITÉS		T : théorie ou principe à la base de l'invention	
X : particulièrement pertinent à lui seul		E : document de brevet bénéficiant d'une date antérieure à la date de dépôt et qui n'a été publié qu'à cette date de dépôt ou qu'à une date postérieure.	
Y : particulièrement pertinent en combinaison avec un autre document de la même catégorie		D : cité dans la demande	
A : arrière-plan technologique		L : cité pour d'autres raisons	
O : divulgation non-écrite		.....	
P : document intercalaire		& : membre de la même famille, document correspondant	

2  
EPO FORM 1503 12.99 (P04C14)