



## (12)发明专利

(10)授权公告号 CN 105527927 B

(45)授权公告日 2018.06.12

(21)申请号 201610065066.8

(22)申请日 2016.01.29

(65)同一申请的已公布的文献号

申请公布号 CN 105527927 A

(43)申请公布日 2016.04.27

(73)专利权人 大连理工大学

地址 116024 辽宁省大连市高新区凌工路2号

(72)发明人 徐金亭 孙玉文

(74)专利代理机构 大连星海专利事务所有限公司 21208

代理人 花向阳

(51)Int.Cl.

G05B 19/41(2006.01)

(56)对比文件

CN 102707664 A, 2012.10.03,

CN 102393678 A, 2012.03.28,

CN 103984285 A, 2014.08.13,

CN 104678888 A, 2015.06.03,

US 4070608 A, 1978.01.24,

任斐.复杂曲面加工过程多约束自适应进给率控制策略.《大连理工大学学报》.2011,第51卷(第6期),

张小明.五轴加工刀具姿态球面NURBS曲线设计及优化.《机械工程学报》.2010,第46卷(第17期),

任斐.基于坐标映射的复杂曲面五轴加工关键技术研究.《中国博士学位论文全文数据库 工程科技I辑》.2012,(第6期),

审查员 陈硕

权利要求书2页 说明书7页 附图3页

(54)发明名称

一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法

(57)摘要

一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法，属于五轴数控加工技术领域。该方法是在已根据切削特性和刀具可行空间设定了关键刀位的情况下，解决一般刀位点处刀轴矢量的细化插值问题。首先将关键刀轴矢量变换到机床坐标系下，反解出机床各旋转轴的旋转角，再展开构造每一细化插值刀位点处各旋转轴角加速度的逼近计算公式；然后依据分治优化策略建立各旋转轴以角加速度变化最小为目标的最小二乘优化目标函数，给出求解方法，获得细化插值刀位点处各旋转轴的旋转角；最后正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量。该方法确保了机床各旋转轴角加速度变化最小且平稳光滑，改善了机床在加工复杂曲面零件时的运动学和动力学性能。

CN 105527927 B



CN

1. 一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法, 其特征在于: 首先, 将关键刀轴矢量变换到机床坐标系下, 反解出其所对应的机床各旋转轴的旋转角, 再利用二阶泰勒展开构造每一细化插值刀位点处各旋转轴角加速度的逼近计算公式; 然后, 依据分治优化策略建立各旋转轴以角加速度变化最小为目标的最小二乘优化目标函数, 并给出求解方法, 获得细化插值刀位点处机床各旋转轴的旋转角; 最后, 正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量; 采用的具体步骤为:

(1) 将刀轴矢量变换到机床坐标系下, 设刀触点局部坐标系为 $\xi^{(1)}$ , 工件坐标系为 $\xi^{(w)}$ , 机床坐标系为 $\xi^{(m)}$ , 则刀触点坐标系 $\xi^{(1)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 的逆向运动学变换表示为:

$$T(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(m)}) = T(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot T(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \quad (1)$$

式中,  $T$ 为由坐标系间平移矢量 $T_t$ 和旋转矩阵 $T_r$ 构成运动变换矩阵, 由于坐标系间的平移变换不改变矢量的方向, 故刀触点局部坐标系 $\xi^{(1)}$ 下的刀轴矢量 $a^{(1)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 的逆向运动学变换表示为:

$$a^{(m)} = T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot T_r(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \cdot a^{(1)} \quad (2)$$

(2) 反解关键刀轴矢量对应的机床各旋转轴的旋转角, 设根据切削特性和刀具可行空间设定的关键刀位为 $\{\mathbf{q}_j^K, \mathbf{a}_j^{(w)}\}_{j=1}^m$ , 其中 $\mathbf{q}_j^K$ 为刀心点,  $\mathbf{a}_j^{(w)}$ 为工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下的刀轴矢量, 即 $\mathbf{a}^{(w)} = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T = T_r(\xi^{(l)} \rightarrow \xi^{(w)}) \cdot \mathbf{a}^{(l)}$ , 这样, 工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(m)}$ 的逆向运动变换表示为:

$$a^{(m)} = T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot a^{(w)} \quad (3)$$

通常工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 与机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 具有相同的初始位相, 即式(3)中 $T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)})$ 为单位阵, 由此建立工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 与机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(m)}$ 间的变换关系:

$$a^{(m)} = T_r(A, \Phi^A) \cdot T_r(C, \Phi^C) \cdot [0 \ 0 \ 1]^T = a^{(w)} \quad (4)$$

$$\text{即}, [\sin \Phi^C \sin \Phi^A, -\cos \Phi^C \sin \Phi^A, \cos \Phi^A]^T = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T \quad (5)$$

式(4)和式(5)中,  $\Phi^A$ 、 $\Phi^C$ 为机床A、C轴的旋转角, 反解式(5), 得到关键刀轴矢量 $a^{(w)}$ 对应的机床A、C轴的旋转角, 计算公式为:

$$\begin{cases} \Phi^A = \arccos(a_z^{(w)}) \\ \Phi^C = \arctan2(a_x^{(w)}, a_y^{(w)}) \end{cases} \quad (6)$$

(3) 给出机床各旋转轴角加速度的逼近计算公式, 设细化插值刀位点为 $\{\mathbf{q}_i, \mathbf{a}_i^{(w)}\}_{i=1}^n$ ,  $n > m$ , 其中刀轴矢量 $a^{(w)}$ 所对应的A、C轴的旋转角为 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ , 当刀具以进给速度 $f$ 从 $q_{i-1}$ 经 $q_i$ 运动到 $q_{i+1}$ 时, A、C轴的角加速度 $\alpha_A$ 和 $\alpha_C$ 利用二阶泰勒展开推导为:

$$\alpha_A = 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right] \quad \alpha_C = 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^C - \Phi_i^C}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^C - \Phi_{i-1}^C}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right] \quad (7)$$

式中,  $f$ 为刀具进给率,  $Q_{i-1} = L_i + L_{i-1}$ , 其中 $L_{i-1}$ 为 $q_{i-1}$ 与 $q_i$ 之间的距离,  $L_i$ 为 $q_i$ 与 $q_{i+1}$ 之间的距离;

(4) 建立各旋转轴角加速度分治优化的目标函数, 分别以A、C轴角加速度变化最小为目标建立如下最小二乘优化目标函数:

$$\Omega_A = \sum_i \left\{ 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right] \right\}^2 \quad \Omega_C = \sum_i \left\{ 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^C - \Phi_i^C}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^C - \Phi_{i-1}^C}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right] \right\}^2 \quad (8)$$

(5) 给出求解上述优化目标函数的方法,以A轴为例,其优化目标函数 $\Omega_A$ 取得极值的条件为 $\partial\Omega_A/\partial\Phi_i^A=0$ ,将该式展开并进行推导,将其转化为如下的矩阵方程:

$$\mathbf{M}^{A,\alpha} \boldsymbol{\Phi}_f^{A,\alpha} = \mathbf{B}^{A,\alpha} \quad (9)$$

式中, $M^{A,a}$ 为 $(n-m) \times (n-m)$ 的系数矩阵, $B^{A,a}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_f^{A,\alpha}$ 分别为m个已知关键刀位点处A轴旋转角和 $n-m$ 个未知细化插值刀位点处A轴旋转角所构成的列向量,对于五轴机床的另一旋转轴C轴,获得如下的类似矩阵方程:

$$\mathbf{M}^{C,\alpha} \boldsymbol{\Phi}_f^{C,\alpha} = \mathbf{B}^{C,\alpha} \quad (10)$$

上述矩阵方程由公式 $\Phi_f = (M^T M)^{-1} (M^T B)$ 统一求解,其中M为 $M^{A,a}$ 或 $M^{C,a}$ ,B为 $B^{A,a}$ 或 $B^{C,a}$ ,上述矩阵方程的解 $\Phi_f$ 就是优化后细化插值刀位点处A、C轴的旋转角 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ ;

(6) 正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量,将优化后的A、C轴的旋转角 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ 带入下式:

$$\mathbf{a}^{(w)} = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T = [\sin \Phi^C \sin \Phi^A, -\cos \Phi^C \sin \Phi^A, \cos \Phi^A]^T \quad (11)$$

得到细化插值刀位点处保证各旋转轴角加速度变化最小且平稳光顺的刀轴矢量 $a^{(w)}$ 。

## 一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法

### 技术领域

[0001] 本发明涉及一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法，属于五轴数控加工技术领域。

### 技术背景

[0002] 目前，五轴数控加工在复杂曲面类零件加工中占据着主导地位。五轴数控机床两个旋转自由度的引入在提高了复杂曲面加工灵活性的同时，也增加了刀具姿态控制的难度。为了满足目前及未来对复杂曲面类零件进行高速高精数控加工的需求，对于刀具姿态即刀轴矢量的控制，不仅要求能够避免加工过程中可能出现的局部或全局加工干涉，以保证加工过程的几何可行性，还必须考虑刀具姿态变化对五轴数控机床旋转轴角加速度变化的影响，以避免实际加工过程由于刀具姿态剧烈变化导致机床旋转轴角加速度超出机床旋转轴本身角加速度限制的情形出现，从而保证加工过程的稳定和加工表面的完整性。朱志浩等人发明的专利“五轴联动刀轴矢量平面插补算法”（专利号：ZL201110027530.1）利用圆弧插补代替线性插补以光顺刀轴矢量的变化，减少由于线性插补所造成的非线性误差。任军学等人发明的专利“基于五轴无干涉刀轴控制线的叶轮加工刀轴矢量控制方法”（专利号：ZL CN201310379304.9）是在工件坐标系中，对离散的刀轴矢量进行曲线插值，实现了刀轴矢量形式上的光顺；文献“Wang N, et al. Automatic generation of gouge-free and angular-velocity-compliant five-axis tool path. Comput Aided Des 2007; 39 (10) : 841-852”和“复杂曲面五轴数控加工刀轴矢量优化方法研究，周波等，机械工程学报，2013；49 (7) :184-192”得到了既能满足加工干涉约束又将刀触点局部坐标系下刀具位姿角( $\alpha, \beta$ )变化控制在给定限制条件下的刀轴矢量。由于工件坐标系或刀触点局部坐标系到机床坐标系的非线性逆向运动学变换，上述工件坐标系或刀触点局部坐标系中形式上光顺变化且角度变化可控的刀轴矢量并不一定对应着机床坐标系下各旋转轴旋转角的光顺变化。文献“自由曲面五轴加工刀轴矢量的运动学优化方法，罗明等，机械工程学报，2009;45 (9) :158-163”以机床坐标系下刀具位姿角的变化必须满足机床角速度的物理约束为条件构造刀轴矢量的可达区域，在该区域中确定无局部加工干涉的刀轴矢量。文献“Castagnetti C, et al. The domain of admissible orientation concept:a new method for five-axis tool path optimization. Comput Aided Des 2008; 40 (9) : 938-950”将工件坐标系中无加工干涉的刀轴矢量可行域变换到机床坐标系下，并以此为约束条件优化相邻刀触点间机床各旋转轴旋转角的变化，利用Matlab中的非线性优化方法对目标函数进行求解。上述方法可以将机床各旋转轴旋转角的变化限制在规定范围内，但这些方法并未考虑机床坐标系下各旋转轴角加速度的平滑特性。最近，马建伟等人发明的专利“运动学约束的复杂曲面五轴数控加工刀矢光顺方法”（专利号：ZL201310451890.3）建立了优化机床旋转轴旋转角的约束优化数学模型，再根据优化后的旋转角度计算刀轴相对于法矢量的位姿角( $\alpha, \beta$ )，然后对位姿角( $\alpha, \beta$ )进行多项式拟合，实现刀轴矢量的光顺。该方法所建立约束优化模型需要利用

数值迭代的方法进行求解,而且也不涉及本发明所解决的刀轴矢量插值中的角加速度优化问题。贾振元等人发明的专利“复杂曲面五轴数控加工刀矢的运动学控制方法”(专利号:ZL201310451610.9)利用机床各旋转轴旋转角的一阶和二阶导数,计算角速度和角加速度,然后通过反复迭代校验对刀轴矢量进行光顺。与上述这两种方法相比,本发明给出了简单的角加速度逼近计算公式,取代了复杂的二阶导数计算;在机床坐标系下分别建立了机床各旋转轴角加速度的线性求解模型即各旋转轴分治优化,并直接给出最优解,在避免了复杂耗时的数值迭代优化过程的同时,也降低了各轴同时优化的复杂性。到目前为止,基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法还未在相关文献和专利中出现。

## 发明内容

[0003] 为克服现有五轴数控加工刀轴矢量插值方法在旋转轴角加速度控制方面的不足,本发明提供了一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法。

[0004] 本发明所采用的技术方案是:一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法:首先,将关键刀轴矢量变换到机床坐标系下,反解出其所对应的机床各旋转轴的旋转角,再利用二阶泰勒展开构造每一细化插值刀位点处各旋转轴角加速度的逼近计算公式;然后,依据分治优化策略建立各旋转轴以角加速度变化最小为目标的最小二乘优化目标函数,并给出求解方法,获得细化插值刀位点处机床各旋转轴的旋转角;最后,正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量;采用的具体步骤为:

[0005] (1) 将刀轴矢量变换到机床坐标系下,设刀触点局部坐标系为 $\xi^{(1)}$ ,工件坐标系为 $\xi^{(w)}$ ,机床坐标系为 $\xi^{(m)}$ ,则刀触点坐标系 $\xi^{(1)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 的逆向运动学变换表示为:

$$T(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(m)}) = T(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot T(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \quad (1)$$

[0007] 式中,T为由坐标系间平移矢量 $T_t$ 和旋转矩阵 $T_r$ 构成运动变换矩阵,由于坐标系间的平移变换不改变矢量的方向,故刀触点局部坐标系 $\xi^{(1)}$ 下的刀轴矢量 $a^{(1)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 的逆向运动学变换表示为:

$$a^{(m)} = T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot T_r(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \cdot a^{(1)} \quad (2)$$

[0009] (2) 反解关键刀轴矢量对应的机床各旋转轴的旋转角,设根据切削特性和刀具可行空间设定的关键刀位为 $\{\mathbf{q}_j^K, \mathbf{a}_j^{(w)}\}_{j=1}^m$ ,其中 $\mathbf{q}_j^K$ 为刀心点, $\mathbf{a}_j^{(w)}$ 为工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下的刀轴矢量,即 $\mathbf{a}^{(w)} = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T = T_r(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \cdot \mathbf{a}^{(1)}$ ,这样,工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(m)}$ 的逆向运动变换表示为:

$$a^{(m)} = T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot a^{(w)} \quad (3)$$

[0011] 通常工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 与机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 具有相同的初始位相,即式(3)中 $T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)})$ 为单位阵,由此建立工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 与机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(m)}$ 间的变换关系:

$$a^{(m)} = T_r(A, \Phi^A) \cdot T_r(C, \Phi^C) \cdot [0 \ 0 \ 1]^T = a^{(w)} \quad (4)$$

$$\text{即}, [\sin \Phi^C \sin \Phi^A, -\cos \Phi^C \sin \Phi^A, \cos \Phi^A]^T = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T \quad (5)$$

[0014] 式(4)和式(5)中, $\Phi^A$ 、 $\Phi^C$ 为机床A、C轴的旋转角,反解式(5),得到关键刀轴矢量 $a$

<sup>(w)</sup> 对应的机床A、C轴的旋转角,计算公式为:

$$[0015] \quad \begin{cases} \Phi^A = \arccos(a_z^{(w)}) \\ \Phi^C = \arctan2(a_x^{(w)}, a_y^{(w)}) \end{cases} \quad (6)$$

[0016] (3) 给出机床各旋转轴角加速度的逼近计算公式,设细化插值刀位点为 $\{q_i, a_i^{(w)}\}_{i=1}^n$ , 其中刀轴矢量 $a^{(w)}$ 所对应的A、C轴的旋转角为 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ , 当刀具以进给速度f从 $q_{i-1}$ 经 $q_i$ 运动到 $q_{i+1}$ 时,A、C轴的角加速度 $\alpha_A$ 和 $\alpha_C$ 利用二阶泰勒展开推导为:

[0017]

$$\alpha_A = 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right], \quad \alpha_C = 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^C - \Phi_i^C}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^C - \Phi_{i-1}^C}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right]. \quad (7)$$

[0018] 式中,f为刀具进给率, $Q_{i-1}=L_i+L_{i-1}$ ,其中 $L_{i-1}$ 为 $q_{i-1}$ 与 $q_i$ 间的距离, $L_i$ 为 $q_i$ 与 $q_{i+1}$ 间的距离;

[0019] (4) 建立各旋转轴角加速度分治优化的目标函数,分别以A、C轴角加速度变化最小为目标建立如下最小二乘优化目标函数:

[0020]

$$\Omega_A = \sum_i \left\{ 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right] \right\}^2, \quad \Omega_C = \sum_i \left\{ 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^C - \Phi_i^C}{Q_{i-1}L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^C - \Phi_{i-1}^C}{Q_{i-1}L_{i-1}} \right) \right] \right\}^2 \quad (8)$$

[0021] (5) 给出求解上述优化目标函数的方法,以A轴为例,其优化目标函数 $\Omega_A$ 取得极值的条件为 $\partial\Omega_A/\partial\Phi_i^A=0$ ,将该式展开并进行推导,将其转化为如下的矩阵方程:

$$[0022] \quad M^{A,\alpha} \Phi_f^{A,\alpha} = B^{A,\alpha} \quad (9)$$

[0023] 式中, $M^{A,\alpha}$ 为 $(n-m) \times (n-m)$ 的系数矩阵, $B^{A,\alpha}$ 和 $\Phi_f^{A,\alpha}$ 分别为m个已知关键刀位点处A轴旋转角和 $n-m$ 个未知细化插值刀位点处A轴旋转角所构成的列向量,对于五轴机床的另一旋转轴C轴,获得如下的类似矩阵方程:

$$[0024] \quad M^{C,\alpha} \Phi_f^{C,\alpha} = B^{C,\alpha} \quad (10)$$

[0025] 上述矩阵方程由公式 $\Phi_f = (M^T M)^{-1} (M^T B)$ 统一求解,其中M为 $M^{A,\alpha}$ 或 $M^{C,\alpha}$ ,B为 $B^{A,\alpha}$ 或 $B^{C,\alpha}$ ,上述矩阵方程的解 $\Phi_f$ 就是优化后细化插值刀位点处A、C轴的旋转角 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ ;

[0026] (6) 正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量,将优化后的A、C轴的旋转角 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ 带入下式:

$$[0027] \quad a^{(w)} = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T = [\sin \Phi^C \sin \Phi^A, -\cos \Phi^C \sin \Phi^A, \cos \Phi^A]^T \quad (11)$$

[0028] 得到细化插值刀位点处保证各旋转轴角加速度变化最小且平稳光顺的刀轴矢量 $a^{(w)}$ 。

[0029] 本发明的有益效果是:这种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法:首先,将关键刀轴矢量变换到机床坐标系下,反解出其所对应的机床各旋转轴的旋转角,再利用二阶泰勒展开构造每一细化插值刀位点处各旋转轴角加速度的逼近计算公式;然后,依据分治优化策略建立各旋转轴以角加速度变化最小为目标的最小二乘优

化目标函数，并给出求解方法，获得细化插值刀位点处机床各旋转轴的旋转角；最后，正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量。将五轴数控机床各旋转轴分治优化处理，避免了同时优化两旋转轴角加速度的复杂性；给出的优化目标函数最优解的求解方法，仅涉及稀疏线性矩阵方程的求解，优化过程快速而且鲁棒；所得优化结果在保证刀轴矢量单位化模长的同时，也能够保证各旋转轴角速度变化最小且变化平稳光滑，从而可有效地改善五轴数控机床在加工复杂曲面零件时的运动学和动力学性能。

## 附图说明

- [0030] 图1是一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法的流程图。
- [0031] 图2是A-C双摆头型五轴数控机床。
- [0032] 图3是刀触点局部坐标系、工件坐标系和机床坐标系。
- [0033] 图4是关键刀触点和刀轴矢量。
- [0034] 图5是传统方法确定的刀轴矢量。
- [0035] 图6是本发明方法优化后的刀轴矢量。

## 具体实施方式

[0036] 图1示出了一种基于机床各旋转轴角加速度分治优化的五轴加工刀轴矢量插值方法的流程图。下面以A-C双摆头型五轴数控机床（如图2所示）为例，参照附图和实施步骤对本发明的具体实施过程进行详细描述：

[0037] (1) 将刀轴矢量变换到机床坐标系下。如图3所示，设刀触点局部坐标系为 $\xi^{(1)}$ ，工件坐标系为 $\xi^{(w)}$ ，机床坐标系为 $\xi^{(m)}$ ，则刀触点坐标系 $\xi^{(1)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 的逆向运动学变换可表示为：

$$T(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(m)}) = T(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot T(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \quad (1)$$

[0039] 式中， $T$ 为由坐标系间平移矢量 $T_t$ 和旋转矩阵 $T_r$ 构成运动变换矩阵。由于坐标系间的平移变换不改变矢量的方向，故刀触点局部坐标系 $\xi^{(1)}$ 下的刀轴矢量 $a^{(1)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 的逆向运动学变换可表示为：

$$a^{(m)} = T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot T_r(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \cdot a^{(1)} \quad (2)$$

[0041] (2) 反解关键刀轴矢量对应的机床各旋转轴的旋转角。一般情况下，关键刀位至少应包括五个( $m \geq 5$ )，即刀具轨迹的首末刀位、进入和离开干涉区域的刀位以及干涉区域中的一个刀位，如图4所示。设根据切削特性和刀具可行空间设定的关键刀位为 $\{q_j^K, a_j^{(w)}\}_{j=1}^m$ ，其中 $q_j^K$ 为刀心点， $a_j^{(w)}$ 为工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下的刀轴矢量，即

[0042]

$$a^{(w)} = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T = T_r(\xi^{(1)} \rightarrow \xi^{(w)}) \cdot a^{(1)} = F \sin \alpha \cos \beta + B \sin \alpha \sin \beta + N \cos \alpha \quad (3)$$

[0043] 式中， $\alpha, \beta$ 分别为刀具在局部坐标系 $\xi^{(1)}$ 中的后跟角和侧偏角， $F$ 为被加工曲面 $r(u, v)$ 上切削点处沿刀触轨迹 $c(o)$ 的单位切矢量， $N$ 为被加工曲面 $r(u, v)$ 上刀触点处的单位法矢量， $B$ 为刀触点处的加工行距方向，分别表示如下：

[0044]

$$\mathbf{F} = \mathbf{c}'(\sigma) / \| \mathbf{c}'(\sigma) \|, \quad \mathbf{N} = \frac{\partial \mathbf{r}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}(u, v)}{\partial v} / \left\| \frac{\partial \mathbf{r}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}(u, v)}{\partial v} \right\|, \quad \mathbf{B} = \mathbf{F} \times \mathbf{N} \quad (4)$$

[0045] 这样,工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 到机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 的逆向运动变换可表示为:

$$\mathbf{a}^{(m)} = T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)}) \cdot \mathbf{a}^{(w)} \quad (5)$$

[0047] 通常工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 与机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 具有相同的初始位相,即上式中 $T_r(\xi^{(w)} \rightarrow \xi^{(m)})$ 为单位阵,由此建立工件坐标系 $\xi^{(w)}$ 下刀轴矢量 $a^{(w)}$ 与机床坐标系 $\xi^{(m)}$ 下刀轴矢量 $a^{(m)}$ 间的变换关系:

$$\mathbf{a}^{(m)} = T_r(A, \Phi^A) \cdot T_r(C, \Phi^C) \cdot [0 \ 0 \ 1]^T = \mathbf{a}^{(w)} \quad (6)$$

[0049] 其中, $\Phi^A$ 、 $\Phi^C$ 为机床A、C轴的旋转角, $T_r(A, \Phi^A)$ , $T_r(C, \Phi^C)$ 分别为A、C旋转轴的旋转变换,如下所示:

[0050]

$$T_r(A, \Phi^A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi_A & -\sin \Phi_A \\ 0 & \sin \Phi_A & \cos \Phi_A \end{bmatrix}, \quad T_r(C, \Phi^C) = \begin{bmatrix} \cos \Phi_C & -\sin \Phi_C & 0 \\ \sin \Phi_C & \cos \Phi_C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

[0051] 将式(7)带入式(6),可得

$$[\sin \Phi^C \sin \Phi^A, -\cos \Phi^C \sin \Phi^A, \cos \Phi^A]^T = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T \quad (8)$$

[0053] 反解上式(8),就可得到关键刀轴矢量 $a^{(w)}$ 对应的机床A、C轴的旋转角,计算公式为:

$$\begin{cases} \Phi^A = \arccos(a_z^{(w)}) \\ \Phi^C = \arctan2(a_x^{(w)}, a_y^{(w)}) \end{cases} \quad (9)$$

[0055] (3)给出机床各旋转轴角加速度的逼近计算公式。为了简化角加速度优化过程,A、C旋转轴将被分别优化处理,即所发明的分治优化方法。下面,以A轴为例说明优化模型的构建过程。设细化插值刀位点为 $\{q_i, \mathbf{a}_i^{(w)}\}_{i=1}^n$ ,n>m,其中刀轴矢量 $a^{(w)}$ 所对应的A、C轴的旋转角为 $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ 。为了避免计算A轴角加速度时的复杂二阶导数计算过程,本发明利用旋转角 $\Phi^A$ 的二阶泰勒展开推导其角加速度的逼近表示。A轴旋转角 $\Phi^A$ 在 $\Phi_i^A$ 处的二阶泰勒展开为:

[0056]

$$\Phi_{i+1}^A = \Phi_i^A + \dot{\Phi}_A \Delta t_i + \frac{1}{2} \ddot{\Phi}_A \Delta t_i^2 + O(\Delta t_i^3) \quad (10)$$

[0057]

$$\Phi_{i-1}^A = \Phi_i^A - \dot{\Phi}_A \Delta t_{i-1} + \frac{1}{2} \ddot{\Phi}_A \Delta t_{i-1}^2 - O(\Delta t_{i-1}^3) \quad (11)$$

[0058] 略去三阶小量 $O(\Delta t_i^3)$ 和 $O(\Delta t_{i-1}^3)$ ,将式(10)和式(11)相加,经整理,就可得A轴的角加速度 $a_A$ :

[0059]

$$\ddot{\Phi}_A = 2 \frac{(\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A)}{\Delta t_i (\Delta t_i + \Delta t_{i-1})} - \frac{(\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A)}{\Delta t_{i-1} (\Delta t_i + \Delta t_{i-1})} = \alpha_A \quad (12)$$

[0060] 当刀具以进给速度f从q\_{i-1}经q\_i运动到q\_{i+1}时,上式(12)可改写为:

$$\alpha_A = 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A}{Q_{i-1} L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A}{Q_{i-1} L_{i-1}} \right) \right] \quad (13)$$

[0062] 式中,f为刀具进给率,Q\_{i-1}=L\_i+L\_{i-1},其中L\_{i-1}为q\_{i-1}与q\_i间的距离,L\_i为q\_i与q\_{i+1}间的距离。同理,C轴的角加速度\alpha\_C可逼近表示为:

$$\alpha_C = 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^C - \Phi_i^C}{Q_{i-1} L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^C - \Phi_{i-1}^C}{Q_{i-1} L_{i-1}} \right) \right] \quad (14)$$

[0064] (4)建立各旋转轴角加速度分治优化目标函数。分别以A、C轴角加速度变化最小为目标建立如下最小二乘优化目标函数:

[0065]

$$\Omega_A = \sum_i \left\{ 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^A - \Phi_i^A}{Q_{i-1} L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^A - \Phi_{i-1}^A}{Q_{i-1} L_{i-1}} \right) \right] \right\}^2, \quad \Omega_C = \sum_i \left\{ 2f^2 \left[ \left( \frac{\Phi_{i+1}^C - \Phi_i^C}{Q_{i-1} L_i} \right) - \left( \frac{\Phi_i^C - \Phi_{i-1}^C}{Q_{i-1} L_{i-1}} \right) \right] \right\}^2 \quad (15)$$

[0066] (5)给出求解上述优化目标函数的方法。以A轴为例,其优化目标函数\Omega\_A取得极值的条件为\partial\Omega\_A/\partial\Phi\_i^A=0,将该式展开可得:

$$[\text{0067}] \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \Phi_i^A} = K_{i-2}\Phi_{i-2}^A + K_{i-1}\Phi_{i-1}^A + K_i\Phi_i^A + K_{i+1}\Phi_{i+1}^A + K_{i+2}\Phi_{i+2}^A \quad (16)$$

[0068] 式中,系数K\_{i-2},K\_{i-1},K\_i,K\_{i+1},K\_{i+2}可表示为:

$$[\text{0069}] \quad \begin{cases} K_{i-2} = A \\ K_{i-1} = -A - B - C \\ K_i = B + C + D + E \\ K_{i+1} = -D - E - F \\ K_{i+2} = F \end{cases}, \quad \begin{cases} A = Q_{i-2}^2 Q_{i-1} L_{i-2} L_{i-1}^2 L_i \\ B = Q_{i-2}^2 Q_{i-1} L_{i-2} L_{i-1}^2 L_{i+1} \\ C = Q_{i-2}^2 Q_i^2 L_{i-2} L_{i-1} L_{i+1} \\ D = Q_{i-2}^2 Q_i^2 L_{i-2} L_i L_{i+1} \\ E = Q_{i-1} Q_i^2 L_{i-2} L_i^2 L_{i+1} \\ F = Q_{i-1} Q_i^2 L_{i-1} L_i^2 L_{i+1} \end{cases}$$

[0070] 将式(16)中已在第(2)步中获得的A轴旋转角\{\Phi\_j^A\}\_{j=1}^m的相关项移到方程式的右侧,

经整理可得到如下关于n-m个细化插值刀位点处未知A轴旋转角\Phi\_f^{A,\alpha}=\{\Phi\_k^A\}\_{k=1}^{n-m}的矩阵方程:

$$[\text{0071}] \quad \mathbf{M}^{A,\alpha} \Phi_f^{A,\alpha} = \mathbf{B}^{A,\alpha}$$

[0072] 式中,M^{A,\alpha}为(n-m)\times(n-m)的系数矩阵,B^{A,\alpha}和\Phi\_f^{A,\alpha}分别为m个已知关键刀位点处A轴旋转角和n-m个未知细化插值刀位点处A轴旋转角所构成的列向量。对于五轴机床的另一旋转轴C轴,也可以获得如下的类似矩阵方程:

$$[\text{0073}] \quad \mathbf{M}^{C,\alpha} \Phi_f^{C,\alpha} = \mathbf{B}^{C,\alpha}$$

[0074] 上述矩阵方程可由公式  $\Phi_f = (M^T M)^{-1} (M^T B)$  统一求解, 其中  $M$  为  $M^{A,a}$  或  $M^{C,a}$ ,  $B$  为  $B^{A,a}$  或  $B^{C,a}$ 。上述矩阵方程的解  $\Phi_f$  就是优化后细化插值刀位点处 A、C 轴的旋转角  $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$ 。

[0075] (6) 正向合成细化插值刀位点处的刀轴矢量。将优化后 A、C 轴的旋转角  $\{\Phi_i^A, \Phi_i^C\}_{i=1}^n$  带入下式:

$$[0076] \quad \mathbf{a}^{(w)} = [a_x^{(w)}, a_y^{(w)}, a_z^{(w)}]^T = [\sin \Phi^C \sin \Phi^A, -\cos \Phi^C \sin \Phi^A, \cos \Phi^A]^T$$

[0077] 就可得到细化插值刀位点处保证各旋转轴角加速度变化最小且平稳光顺的刀轴矢量  $a^{(w)}$ , 从而可有效地改善五轴数控机床在加工复杂曲面零件时的运动学和动力学性能。图5为传统方法确定的刀轴矢量, 图6为采用本发明方法插值的刀轴矢量。通过对比可以看到, 采用本发明方法后, 刀轴矢量变化更为光顺。

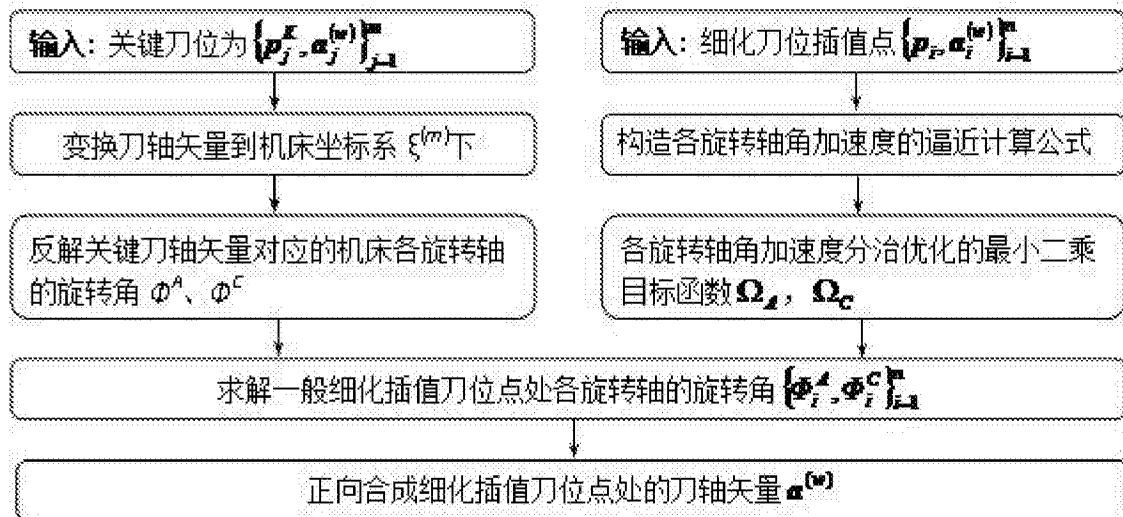


图1

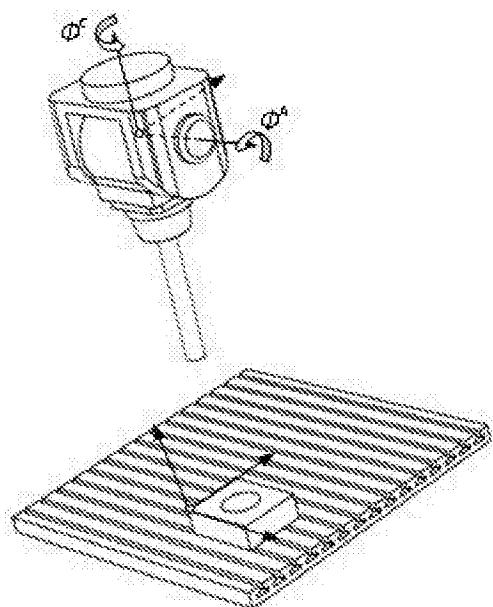


图2

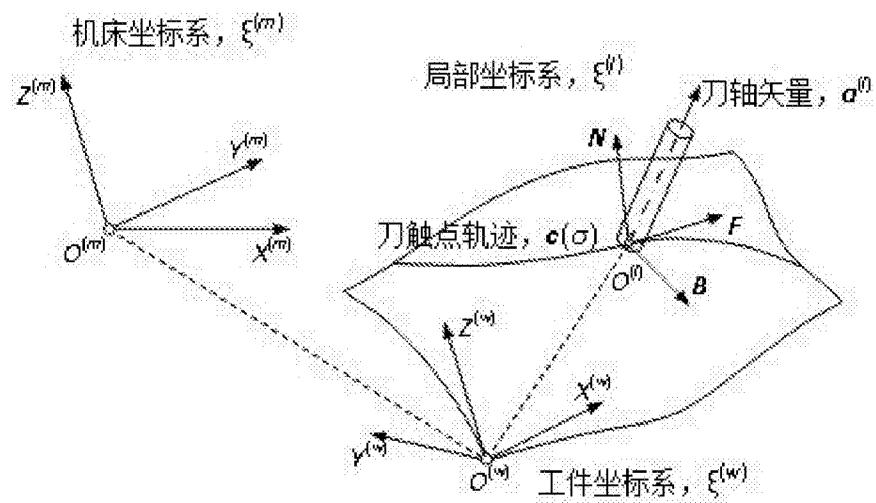


图3

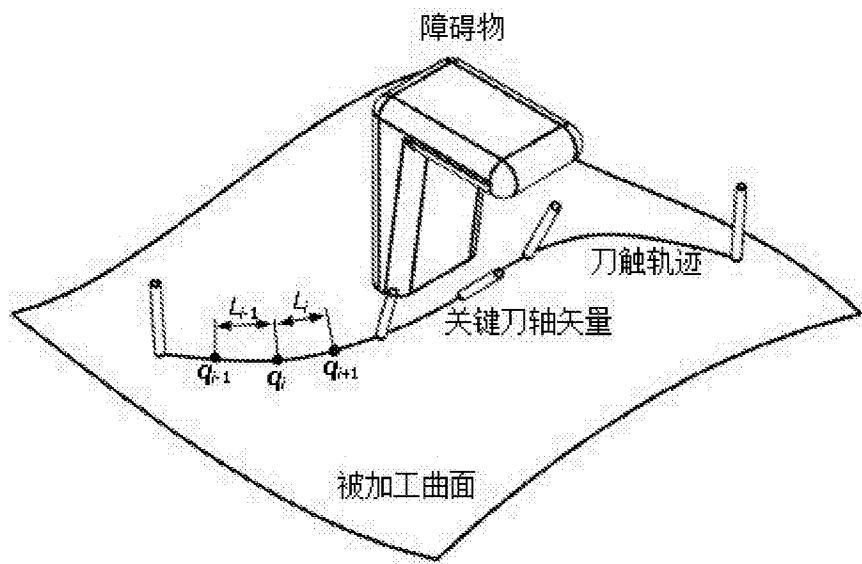


图4

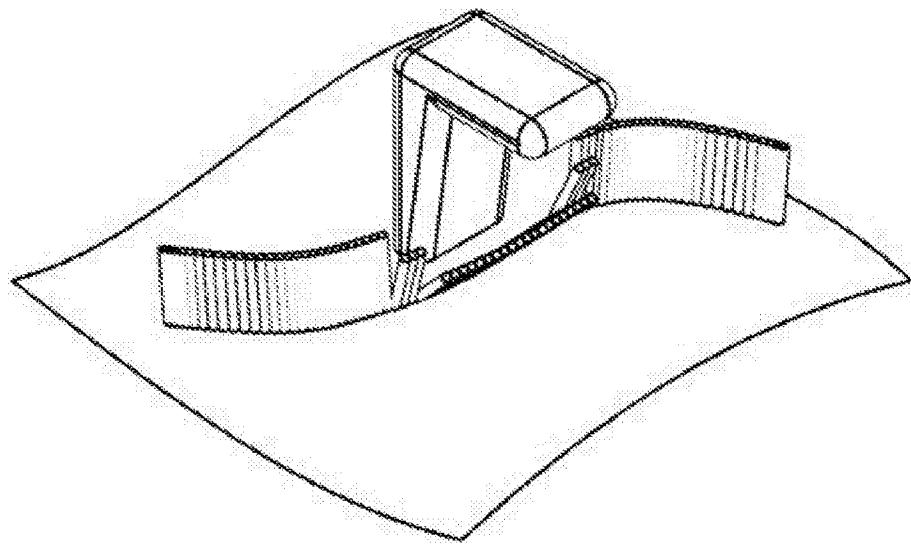


图5

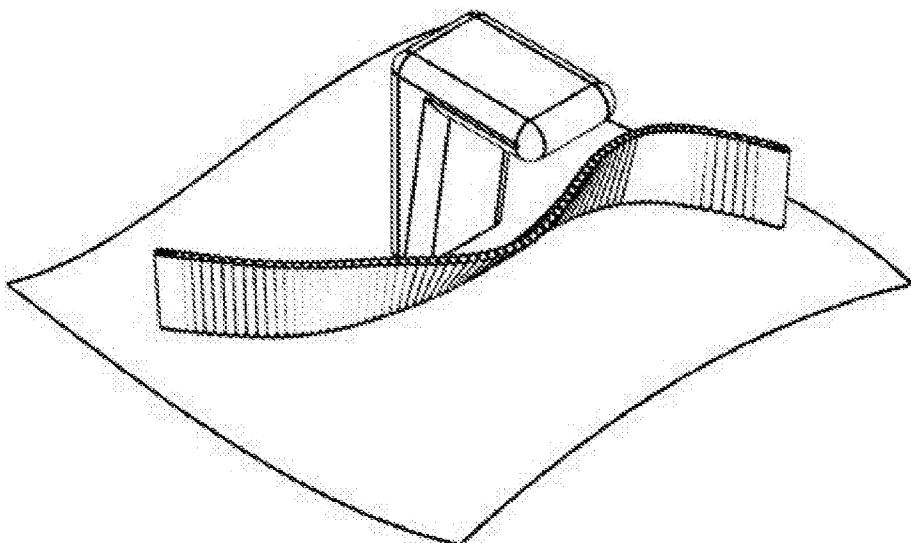


图6