

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 426 865**

51 Int. Cl.:

G01S 19/44 (2010.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **08.10.2009 E 09172607 (5)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **24.04.2013 EP 2320246**

54 Título: **Resolución parcial de la ambigüedad para la estimación del retardo ionosférico multifrecuencia**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:
25.10.2013

73 Titular/es:

**DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND
RAUMFAHRT E.V. (100.0%)
Linder Höhe
51147 Köln, DE**

72 Inventor/es:

**HENKEL, PATRICK y
GOMEZ, VICTOR**

74 Agente/Representante:

TORNER LASALLE, Nuria

ES 2 426 865 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Resolución parcial de la ambigüedad para la estimación del retardo ionosférico multifrecuencia.

La presente invención versa acerca de un procedimiento para determinar los componentes de fase de una señal portadora emitida por satélites de un sistema de navegación por satélite que comprende las acciones:

- 5 – las señales portadoras son recibidas por un sistema usuario desde diversos satélites.
- las ambigüedades enteras de fase de las señales portadoras recibidas de los satélites se resuelven en una secuencia de resolución seleccionada según un criterio de optimización.

La invención versa, además, acerca de un sistema usuario de navegación.

10 Tal procedimiento y tal sistema usuario son conocidos por el documento EP 1 972 959 A1. Según el procedimiento conocido, las señales portadoras de un sistema de navegación global por satélite se procesan usando combinaciones lineales de las señales portadoras para estimar las ambigüedades de fase y el error ionosférico. Dado que el error ionosférico es conocido, la posición del sistema usuario puede determinarse de forma absoluta sin usar mediciones paralelas de una estación de referencia.

15 El procedimiento conocido se aplica a un sistema de navegación global por satélite con al menos tres portadoras, tal como mediciones GPS de triple frecuencia y Galileo multifrecuencia. El mayor número de frecuencias y la modulación optimizada de las nuevas señales Galileo y la señal L5 de GPS reducirán la varianza de ruido. Sin embargo, las desventajas inherentes para la resolución parcial de ambigüedades no están mitigadas. Una de ellas es la actual maximización de la fiabilidad de la primera resolución en vez de la maximización del número de
20 ambigüedades resolubles de manera fiable. Otra deficiencia es que no se han tenido en cuenta los errores sistemáticos para la búsqueda de un orden óptimo de resolución.

Se describe la resolución parcial de ambigüedades en Teunissen et al: "Geometry-Free Ambiguity Success Rates in Case of partial Fixing", 1999, que se usa para la delimitación bipartita de la reivindicación 1.

25 El comportamiento dispersivo de la ionosfera en la banda L también puede estimarse dentro del GPS. En la actualidad, el retardo ionosférico se estima a partir de las mediciones de código L1 y L2 de GPS, que se modulan con BPSK. Esta modulación centra la potencia en torno a la frecuencia portadora; es decir, la densidad espectral de la potencia es sustancialmente menor en los bordes de la banda que en el centro de la banda. Esto da como resultado una cota de Cramér-Rao mayor que otras modulaciones y, así, un mayor ruido del código. El mayor ruido del código, así como errores por trayectoria múltiple son amplificados adicionalmente por la combinación lineal para
30 la estimación del retardo ionosférico. Se obtiene una estimación aproximada mediante una simple combinación solo de códigos L1-L2. Los coeficientes de ponderación de la combinación dual de frecuencias se escogen de tal modo que se eliminan la auténtica distancia y los errores no dispersivos (desfases horarios y retardo troposférico) y solo se conserva el retardo ionosférico. Los coeficientes de ponderación de una combinación dual de frecuencias solo de código están dados unívocamente por las restricciones sin geometría y de conservación del efecto ionosférico. Por
35 lo tanto, no hay ningún grado de libertad para minimizar la varianza del ruido. Por lo tanto, una estimación del retardo ionosférico con mediciones de códigos L1 y L2 de GPS requiere un aplanamiento de la portadora sin efecto ionosférico con grandes constantes de tiempo y grandes periodos de inicialización de filtro para lograr una precisión de un centímetro.

40 Las mediciones de fase de las portadoras también pueden usarse para la estimación del posicionamiento y del retardo ionosférico además de las mediciones de código. Las mediciones de fase de las portadoras son aproximadamente tres órdenes de magnitud más precisas que las mediciones de código. Sin embargo, son ambiguas, ya que la fase fraccionaria de la medición inicial no proporciona información alguna del número entero de ciclos (denominado ambigüedad de enteros) entre el receptor y el satélite.

45 Un aplanamiento de la portadora sin efecto ionosférico es un procedimiento usado de forma generalizada por las mediciones de fase de las portadoras para reducir el ruido del código sin resolver sus ambigüedades. Puede lograrse una precisión de un centímetro para la estimación del retardo ionosférico con constantes de tiempo y periodos de inicialización de filtro de varios minutos.

50 Una precisión aún mayor de la estimación del retardo ionosférico requiere la resolución de las ambigüedades de enteros de fase de la portadora. La resolución fiable de todas las ambigüedades no puede lograrse en condiciones graves de trayectoria múltiples, que afectan especialmente a los satélites de baja elevación, de modo que la resolución está limitada a un subconjunto de ambigüedades (= resolución parcial). Existen diversos enfoques a la estimación de las ambigüedades de enteros; por ejemplo, el redondeo sincrónico de la solución de coma flotante, una resolución secuencial (= remuestreo), una búsqueda de mínimos cuadrados enteros o una estimación de aperturas de enteros.

55 El redondeo sincrónico de la solución de coma flotante es el procedimiento más simple. Sin embargo, no considera la correlación entre las estimaciones de ambigüedades de valor real, lo que da como resultado una tasa menor de éxito

y un menor número de resoluciones fiables que otros procedimientos. Además, no existe una expresión analítica para la tasa de éxito, que tiene que ser determinada por medio de exhaustivas simulaciones de Montecarlo.

La resolución secuencial de ambigüedades (remuestreo) es otro procedimiento muy eficiente que tiene en cuenta la correlación entre las ambigüedades de coma flotante y, por lo tanto, permite una probabilidad de resolución errónea sustancialmente inferior. Una ventaja es que la tasa de éxito puede calcularse analíticamente. Sin embargo, esta tasa de éxito y el número de ambigüedades resolubles de forma fiable dependen mucho del orden de resolución elegido. La optimización del orden de resolución llega a ser especialmente importante para geometrías con un gran número de satélites visibles. Un inconveniente de la resolución secuencial de ambigüedades (remuestreo) es que la tasa de éxito es ligeramente inferior que para la estimación de mínimos cuadrados enteros.

El tercer enfoque, la estimación de mínimos cuadrados enteros, maximiza la tasa de éxito para mediciones sin sesgo e incluye una descorrelación de enteros que permite una búsqueda muy eficiente. Una desventaja de la estimación de mínimos cuadrados enteros es la carencia de una expresión analítica para la tasa de éxito. Solo puede ser objeto de aproximación por medio de exhaustivas simulaciones de Montecarlo. Además, la estimación de mínimos cuadrados enteros solo es óptima en ausencia de sesgos.

La tasa de éxito de la resolución de ambigüedades depende sustancialmente de los sesgos residuales. Se sabe que estos sesgos degradan significativamente la tasa de éxito, aunque hasta ahora no se haya realizado un análisis cuantitativo. Además, la resolución general (remuestreo) de uso generalizado usa un orden de resolución que maximiza la fiabilidad de la primera resolución (es decir, la menor varianza en la solución de coma flotante). Después de esta primera resolución, se actualiza la solución de coma flotante y se selecciona la ambigüedad más fiable entre las restantes. Este procedimiento se repite hasta que se alcanza un umbral predefinido sobre la probabilidad de resolución errónea o se resuelven todas las ambigüedades. La desventaja de este procedimiento es que maximizar la fiabilidad de la primera resolución no maximiza el número de ambigüedades resolubles de manera fiable. Además, pueden implementarse otros procedimientos, por ejemplo el redondeo síncrono, la estimación de mínimos cuadrados enteros o la estimación de aperturas de enteros, pero adolecen de una gran carga de cálculo para la evaluación de la tasa de éxito. Se determina mediante un gran número de simulaciones de Montecarlo para lograr estimaciones fiables de la probabilidad de resolución errónea, que es del orden de 10^{-9} .

Partiendo de esta técnica relacionada, la presente invención busca proporcionar un procedimiento mejorado para los errores y proporcionar un sistema usuario que implementa el procedimiento.

Este objeto se logra por medio de un procedimiento que tiene las características de la reivindicación independiente. En las reivindicaciones dependientes de la misma se especifican realizaciones y refinamientos ventajosos.

En el procedimiento, el número de ambigüedades de fase resolubles es maximizado por la selección de la secuencia para un requisito predefinido sobre la probabilidad de resolución errónea de ambigüedades de fase y una cota superior predefinida sobre los sesgos de medición. Así, se maximiza el número de satélites cuyas ambigüedades pueden ser resueltas, de modo que puedan usarse las mediciones de fase de un gran número de satélites para determinar la posición del sistema usuario. En algunos casos el número de satélites cuya ambigüedad puede ser resuelta es incluso lo suficientemente grande como para llevar a cabo una comprobación de integridad. Debería hacerse notar que el procedimiento intenta maximizar el número de satélites resolubles, mientras que los procedimientos de la técnica anterior intentan encontrar los satélites cuyas ambigüedades pueden estimarse con máxima fiabilidad. Sin embargo, el enfoque de la técnica anterior da como resultado generalmente un número menor de satélites resolubles que el procedimiento en el que se maximiza el número de ambigüedades de fase resolubles.

En una realización, la resolución de las ambigüedades de fase depende de información sobre los sesgos instrumentales de código y fase que dan como resultado el retardo dentro de los satélites y, posiblemente, dentro del sistema usuario. Estos sesgos instrumentales han sido determinados previamente:

- midiendo la señal de fase y de código por medio de varias estaciones de referencia;
- llevando a cabo una estimación de mínimos cuadrados de distancias lineales independientes, errores ionosféricos, ambigüedades, sesgos de receptor y sesgos de satélites para al menos dos épocas;
- llevando a cabo una estimación de ambigüedades de valor real usando un filtro de Kalman inicializado por la estimación previa de las distancias, los errores ionosféricos, las ambigüedades, los sesgos de receptor y los sesgos de satélites e inicializado, además, por las velocidades de variación de la distancia, que se han calculado a partir de una diferencia de las distancias estimadas de diferentes épocas;
- determinando secuencialmente las ambigüedades de valor entero en función de las ambigüedades de valor real previamente estimadas una vez que la probabilidad de resolución errónea cae por debajo de un umbral predefinido;
- llevando a cabo una estimación de los sesgos de receptor y de los sesgos de satélites para mediciones tanto de código como de fase usando un filtro de Kalman inicializado por distancias lineales independientes estimadas previamente, velocidades de variación de la distancia, errores ionosféricos, sesgos de receptor y sesgos de satélites

y valores predefinidos para los sesgos dependientes lineales no resueltos de receptor y satélites. Los sesgos instrumentales se guardan habitualmente en una base de datos y pueden ser recuperados por el sistema usuario. Mediante tal realización, los sesgos instrumentales de las mediciones de código y fase pueden determinarse y usarse también para mejorar la estimación de ambigüedades y del error ionosférico.

5 Para determinar los sesgos de código y fase debe llevarse a cabo una estimación de mínimos cuadrados sobre varias variables lineales independientes, tales como distancias, errores ionosféricos, ambigüedades, sesgos de receptor y sesgos de satélites para al menos dos épocas. Si las mediciones de código y fase son de un número R de receptores, un número K de satélites y un número M de frecuencias, MR sesgos de receptor, M(K-1) sesgos de satélites y MKR - MR - M(K-1) ambigüedades son linealmente independientes.

10 Una vez que los sesgos instrumentales han sido recuperados de una base de datos, se determinan las ambigüedades de enteros del sistema usuario en función de los sesgos determinados previamente. Así, las ambigüedades pueden ser resueltas con mayor fiabilidad.

En una realización, la selección de la secuencia se lleva a cabo:

15 – usando un árbol de búsqueda para determinar la secuencia de resolución, comprendiendo el árbol de búsqueda una pluralidad de ramas que representan diversas secuencias de satélites que están dispuestas a lo largo de las ramas del árbol de búsqueda,

20 – determinando la longitud de la rama determinando la probabilidad de resolución errónea para cada nodo del árbol de búsqueda, finalizando la búsqueda a lo largo de la rama del árbol de búsqueda si la probabilidad de resolución errónea supera un límite preestablecido, y dependiendo la longitud de una rama particular del número de nodos por los que se ha pasado hasta que finalice la búsqueda a lo largo de una rama, y

– seleccionando la secuencia asociada con la rama que tenga la mayor longitud.

25 Usando un árbol de búsqueda para examinar la secuencia de resolución de los satélites, puede llevarse a cabo una búsqueda sistemática en todas las permutaciones posibles de los satélites. Finalizando las búsquedas a lo largo de las ramas si la probabilidad de resolución errónea supera límites preestablecidos, la búsqueda se reduce significativamente, resultando en menos tiempo necesario para llevar a cabo la búsqueda.

30 Generalmente, la búsqueda se lleva a cabo dando por sentada una acumulación unidireccional de sesgos ambientales de los satélites seleccionados. Los sesgos ambientales se deben a la troposfera y son debido a reflejos en las inmediaciones del dispositivo de navegación. Generalmente, se usa un perfil exponencial dependiente de la elevación de las magnitudes del sesgo ambiental. Acumulando los sesgos ambientales de los satélites seleccionados, se considera el escenario más desfavorable. Así, el procedimiento también puede llevarse a cabo en condiciones adversas. El uso de perfiles exponenciales dependientes de la elevación tiene en cuenta que el error asociado con satélites sin elevación son mayores que el error asociado con satélites a mayor elevación.

35 La búsqueda de una secuencia adecuada de satélites puede llevarse a cabo sin descorrelación, con descorrelación parcial o total de las ambigüedades de coma flotante, dependiendo de los requisitos de precisión.

Los satélites también pueden ser seleccionados requiriendo una separación acimutal entre los satélites de las resoluciones subsiguientes de las ambigüedades de fase. Este requisito refleja el hecho de que las ambigüedades pueden ser resueltas mejor si la separación acimutal es mayor.

40 Este requisito puede mitigarse dependiendo del número de nodos comprobados para que aún puedan encontrarse satélites adecuados aunque el número de satélites disminuya mientras la búsqueda sigue en marcha.

45 En una realización adicional, las señales recibidas de portadora y, además, las señales recibidas de código se combinan en una combinación multifrecuencia, conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora y una combinación multifrecuencia, conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico solo de códigos para la resolución secuencial de las ambigüedades de fase. Usando tal combinación, las ambigüedades pueden reducirse de manera efectiva.

50 La combinación multifrecuencia de código-portadora y la combinación solo de códigos son generalmente aplanadas por una combinación multifrecuencia solo de portadoras, lo que da como resultado una combinación multifrecuencia aplanada de código-portadora y una combinación solo de códigos para la resolución secuencial de las ambigüedades de fase. Usando la combinación aplanada de código-portadora pueden suprimirse de manera efectiva las trayectorias múltiples y el ruido del código.

55 Para maximizar la discriminación de ambigüedades, los coeficientes de ponderación de la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora se seleccionan maximizando la relación entre la longitud de onda y la desviación típica de la combinación aplanada de código-portadora para la resolución secuencial de las ambigüedades de fase.

Las ambigüedades resueltas también pueden ser validadas usando ambigüedades obtenidas de una combinación multifrecuencia, sin geometría, sin efecto ionosférico de portadora aplanada de código-portadora.

5 Para la determinación adicional del error ionosférico, las ambigüedades de fase son eliminadas de una combinación mixta sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora de señales multifrecuencia de código y portadora que comprende la misma combinación de ambigüedades que la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora.

10 La combinación multifrecuencia mixta sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora es aplanada por una combinación multifrecuencia solo de portadoras resultante en una combinación multifrecuencia aplanada de código-portadora. Así pueden reducirse el ruido del código y el ruido por trayectorias múltiples.

15 Los coeficientes de ponderación de la combinación sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora se seleccionan maximizando la relación entre la longitud de onda y la desviación típica de la combinación aplanada de código-portadora que comprende la misma combinación de ambigüedades que la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora. Mediante tal enfoque, pueden optimizarse en común la determinación del error ionosférico y de las ambigüedades.

En la siguiente descripción se dan a conocer ventajas y propiedades adicionales de la presente invención, en la cual se explican con detalle realizaciones ejemplares de la presente invención basadas en los dibujos:

la Figura 1 representa un dispositivo de navegación para un sistema de navegación global por satélite;

la Figura 2 muestra una vista general de un procedimiento para la estimación del retardo ionosférico;

la Figura 3 muestra un diagrama de flujo de una estimación de sesgo;

la Figura 4 muestra un diagrama de flujo de una resolución parcial de ambigüedades;

la Figura 5 muestra un diagrama de flujo de una estimación del retardo ionosférico;

la Figura 6 muestra la evolución temporal de la probabilidad de resolución errónea y las desviaciones típicas de las estimaciones de sesgo de los receptores y los satélites para $K=10$ y $R=20$;

la Figura 7 demuestra el beneficio de una gran red de estaciones de referencia para la estimación de sesgos;

la Figura 8 muestra un árbol de búsqueda en el que cada rama horizontal se refiere a un orden de resolución;

la Figura 9 muestra un diagrama funcional de una unidad para el aplanamiento de portadoras de una combinación lineal multifrecuencia de código-portadora;

la Figura 10 es una representación gráfica del cielo de una secuencia de resolución según el procedimiento descrito en el presente documento y una secuencia de resolución según un procedimiento de la técnica anterior;

- la Figura 11 es un diagrama que muestra la probabilidad de resolución errónea en función del número de ambigüedades resueltas para los procedimientos de resolución de la Figura 10;
- la Figura 12 es una representación gráfica del cielo de una secuencia de resolución según el procedimiento descrito en el presente documento y una secuencia de resolución según otro procedimiento de la técnica anterior;
- la Figura 13 es un diagrama que muestra la probabilidad de resolución errónea en función del número de ambigüedades resueltas para los procedimientos de resolución de la Figura 12;
- la Figura 14 es un diagrama que representa el número de ambigüedades resolubles con el tiempo para el procedimiento de las Figuras 12 y 13;
- la Figura 15 es un mapa en el que se muestran las diferencias en las ambigüedades resolubles para los procedimientos de las Figuras 12 y 13;
- la Figura 16 es una representación gráfica del cielo de dos secuencias de resolución según un procedimiento descrito en el presente documento y según un procedimiento de la técnica anterior;
- la Figura 17 es un diagrama que muestra la probabilidad de resolución errónea en función del número de ambigüedades resueltas para la representación gráfica del cielo de la Figura 16;
- la Figura 18 es un diagrama que representa el número de ambigüedades resolubles con el tiempo para el procedimiento de las Figuras 16 y 17;
- la Figura 19 es un mapa que muestra las diferencias de las ambigüedades resolubles para los procedimientos de las Figuras 16 y 17.

La Figura 1 muestra un sistema 1 de navegación global por satélite que comprende satélites 2 que orbitan alrededor de la Tierra y que emiten señales 3 de navegación moduladas por varias señales portadoras 4.

Un sistema usuario o dispositivo 5 de navegación comprende un receptor 6 que está conectado a un procesador 7 de señales. El procesador 7 de señales procesa la señal 3 de navegación recibida de los satélites 2 y muestra los resultados en un dispositivo 8 de visualización del dispositivo 5 de navegación.

Para determinar la posición del dispositivo 5 de navegación pueden usarse diversos procedimientos. En el procedimiento de doble diferencia se determina la longitud d de un vector 9 de línea base entre el dispositivo 5 de navegación y una estación 10 de referencia.

Para determinar la posición del sistema 5 de navegación pueden determinarse las fases de las señales portadoras 4. Sin embargo, estas señales de fase se ven afectadas por ambigüedades que deben ser resueltas. Generalmente, estas ambigüedades se resuelven mediante combinación lineal de las señales portadoras 4. Esta combinación simplifica considerablemente la resolución de ambigüedades de enteros de fase debido a la gran longitud de onda combinada. Sin embargo, las señales portadoras 4 también pueden verse afectadas por el retardo ionosférico, que es causado por la dispersión ionosférica.

La Figura 2 da una vista general de un procedimiento para la estimación del retardo ionosférico. El procedimiento se inicia con una medición 11 de señales de código y fase. A continuación, el dispositivo 5 de navegación recupera sesgos instrumentales de los satélites 2 y posiblemente también sesgos d_1 del dispositivo 5 de navegación de una base de datos que es accesible al dispositivo 5 de navegación. Estos sesgos han sido determinados previamente por medio de una estimación 12 usando una red de estaciones 10 de referencia. Los sesgos instrumentales proporcionados por la estimación previa 12 se usan para una corrección 13 de las señales medidas de código y fase. Después de la corrección 13 de la medición, se lleva a cabo una resolución parcial 14 de ambigüedades, seguida por una estimación 15 del retardo ionosférico. Una vez que se ha estimado el error ionosférico, tiene lugar

un posicionamiento 16. Para el posicionamiento 16 puede usarse información sobre el error ionosférico y sobre las ambigüedades determinadas previamente.

La Figura 3 muestra un diagrama de flujo de la estimación 12 de sesgos que se ha realizado usando una red de estaciones 10 de referencia. La estimación 12 de sesgos se inicia con mediciones 17 de código y fase de las estaciones 10 de referencia. En una etapa siguiente, se lleva a cabo una estimación 18 de mínimos cuadrados de variables lineales independientes, tales como distancias, errores ionosféricos, sesgos de receptores y sesgos de satélites para al menos dos épocas. Los resultados de la estimación 18 de mínimos cuadrados se usan para una estimación 19 de valor real de las ambigüedades que usa un filtro de Kalman para una estimación real de las ambigüedades de valor real.

Debería hacerse notar que la estimación 12 de ambigüedades implica una correlación implícita de sesgos de fase y de código de los satélites y de sesgos de fase y de código de los receptores, dado que solo pueden determinarse las variables lineales independientes.

Una vez que la probabilidad de resolución errónea cae por debajo de un umbral predefinido, se ejecuta una resolución 20 de ambigüedades. Usando las ambigüedades resueltas, tiene lugar una estimación 21 de los sesgos instrumentales. Después, estos sesgos pueden ser almacenados en una base de datos que sea accesible al dispositivo 5 de navegación.

Una vez que los sesgos instrumentales son conocidos con suficiente precisión, los sesgos instrumentales pueden ser usados para la corrección 13 de las señales medidas de código y fase.

Durante la estimación 21 de los sesgos instrumentales, se lleva a cabo la separación de los sesgos de satélites y de receptor de las mediciones tanto de fase como de código por cada frecuencia con un filtro de Kalman para superar la deficiencia de rango que es inherente a la estimación de todos los sesgos.

La resolución parcial 14 de ambigüedades puede llevarse a cabo, entonces, en una etapa subsiguiente. La resolución parcial 14 de ambigüedades es mostrada con detalle en la Figura 4. La resolución parcial 14 de ambigüedades se lleva a cabo secuencialmente en un orden optimizado que se determina por medio de un procedimiento que maximiza el número de ambigüedades resolubles de manera fiable, a diferencia de las técnicas actuales, que maximizan la fiabilidad de la primera resolución. La maximización del número de ambigüedades resolubles se lleva a cabo para el escenario más desfavorable, es decir, la acumulación positiva de todos los sesgos de medición en las estimaciones de ambigüedades condicionales. Se determina el orden óptimo por medio de un procedimiento de búsqueda recursiva en árbol que tiene en cuenta una cota en los sesgos de las mediciones residuales no corregidas (por ejemplo, exponenciales dependientes de la elevación). En la Figura 4 se determina el orden óptimo mediante un cálculo 22 del orden óptimo de resolución secuencial. La resolución parcial 14 de ambigüedades comprende, además, un cálculo 23 de combinaciones lineales conservadoras de la geometría (GP), sin efecto ionosférico (IF) y conservadoras de enteros (NP), en particular una combinación de código-portadora y una combinación solo de códigos. Una vez que las combinaciones han sido calculadas, se lleva a cabo un aplanamiento 24 de portadoras. Se usan las combinaciones lineales aplanadas y el orden de resolución para un cálculo 24 de ambigüedades según el orden de resolución. Así, la resolución 14 de ambigüedades usa dos combinaciones lineales aplanadas de portadoras que son conservadoras de la geometría, sin efecto ionosférico y conservadoras de enteros. La primera combinación podría ser una combinación aplanada de código-portadora de discriminación máxima y la segunda combinación podría ser una combinación aplanada solo de códigos. La optimización de los coeficientes de ponderación también incluye el periodo de aplanamiento.

La Figura 5 muestra detalles de la estimación 15 del retardo ionosférico representada en la Figura 2. Para la estimación del retardo ionosférico se usan dos nuevas combinaciones lineales.

Estas combinaciones deben ser sin geometría (GF), conservadoras del efecto ionosférico (IP) y conservadoras de enteros (NP). Una de ellas es, nuevamente, una combinación de código-portadora que muestre la misma combinación de enteros que la conservadora de la geometría sin efecto ionosférico de la resolución parcial 14 de ambigüedades. La otra combinación es una combinación solo de códigos. Las combinaciones lineales se determinan por medio de un cálculo 26. El cálculo 26 es seguido por una eliminación 27 de las ambigüedades resueltas de la combinación de código-portadora para que el único error restante sea el error y el ruido ionosféricos. El ruido puede reducirse adicionalmente mediante un aplanamiento 28 de portadoras.

Los coeficientes de ponderación para el cálculo 26 que determina las combinaciones lineales se determinan junto con los coeficientes de la combinación de aplanamiento. Así, los coeficientes de ponderación óptima también dependen del periodo de aplanamiento.

A. Estimación de los sesgos de fase y de código

La resolución de ambigüedades para la estimación precisa del retardo ionosférico requiere la estimación de sesgos de fase y código por parte de una red de estaciones 10 de referencia. Se usa el siguiente modelo para mediciones no diferenciadas de fase y código del satélite k , el receptor r y la época t_n :

$$\begin{aligned}
 \phi_{1,r}^k(t_n) &= g_r^k(t_n) - I_{1,r}^k(t_n) + \lambda_1 N_{1,r}^k + \beta_{1,r} + \beta_1^k + \varepsilon_{1,r}(t_n) \\
 \phi_{2,r}^k(t_n) &= g_r^k(t_n) - q_{12}^2 I_{1,r}^k(t_n) + \lambda_2 N_{2,r}^k + \beta_{2,r} + \beta_2^k + \varepsilon_{2,r}(t_n) \\
 \rho_{1,r}^k(t_n) &= g_r^k(t_n) + I_{1,r}^k(t_n) + b_{1,r} + b_1^k + \eta_{1,r}(t_n) \\
 \rho_{2,r}^k(t_n) &= g_r^k(t_n) + q_{12}^2 I_{1,r}^k(t_n) + b_{2,r} + b_2^k + \eta_{2,r}(t_n), \tag{1}
 \end{aligned}$$

en el que g_r denota la distancia, incluyendo los errores horarios y el retardo troposférico, $\beta_{m,r}$ es el sesgo de fase del receptor, β_m^k es el sesgo de fase del satélite, $b_{m,r}$ es el sesgo de código del receptor y b_m^k es el sesgo de código del satélite en la frecuencia $m = \{1, 2\}$.

Una estimación de mínimos cuadrados de $g_r^k(t_n), I_{1,r}^k(t_n), N_{1,r}^k, N_{2,r}^k, \beta_{m,r}, \beta_m^k, b_{m,r}$ y b_m^k resulta inviable incluso para un gran número arbitrario de épocas, ya que la matriz de coeficientes se vuelve deficiente en rango. Considérese el caso en que R sea el número de receptores, K sea el número de satélites, M el número de frecuencias y T el número de épocas. Si hay 2 frecuencias, 10 satélites y 20 receptores, así como 50 épocas, esto resultaría en 10.000 variables. Una estimación de mínimos cuadrados con 10.000 variables apenas puede ser calculada ni siquiera aunque se usen ordenadores actuales. Por lo tanto, solo se determinan variables lineales independientes por medio de la estación 18 de mínimos cuadrados. Puede obtenerse un conjunto de variables lineales independientes por medio de una correlación de todas las variables con un conjunto de variables lineales independientes.

Así se elimina la deficiencia de rango de la Ecuación (1) por medio de un conjunto de transformaciones. En estas transformaciones se establece una correlación entre variables dependientes del receptor y variables dependientes del receptor y se establece una correlación entre variables dependientes del satélite y variables dependientes del satélite. En primer lugar se establece una correlación entre $b_{1,r}$ y el desfase g_r^k de distancia/horario:

$$\begin{aligned}
 g_r^{k,I} &= g_r^k + b_{1,r} \\
 I_r^{k,I} &= I_r^k \\
 \beta_{1,r}^I &= \beta_{1,r} - b_{1,r} \\
 \beta_{2,r}^I &= \beta_{2,r} - b_{1,r} \\
 b_{2,r}^I &= b_{2,r} - b_{1,r} \\
 \beta_1^{k,I} &= \beta_1^k \\
 \beta_2^{k,I} &= \beta_2^k \\
 b_1^{k,I} &= b_1^k \\
 b_2^{k,I} &= b_2^k. \tag{2}
 \end{aligned}$$

En segundo lugar, se observan los sesgos $b_{2,r}$ del código de receptor en la distancia, el retardo ionosférico y los sesgos de fase, es decir,

$$\begin{aligned}
 g_r^{k,II} &= g_r^{k,I} + 1/(1 - q_{12}^2) \cdot b_{2,r}^I \\
 I_r^{k,II} &= I_r^{k,I} - 1/(1 - q_{12}^2) \cdot b_{2,r}^I
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta_{1,r}^{II} &= \beta_{1,r}^I - 2/(1-q_{12}^2) \cdot b_{2,r}^I \\
 \beta_{2,r}^{II} &= \beta_{2,r}^I - (1+q_{12}^2)/(1-q_{12}^2) \cdot b_{2,r}^I \\
 \beta_1^{k,II} &= \beta_1^{k,I} \\
 \beta_2^{k,II} &= \beta_2^{k,I} \\
 b_1^{k,II} &= b_1^{k,I} \\
 b_2^{k,II} &= b_2^{k,I} .
 \end{aligned} \tag{3}$$

La tercera transformación es similar a (2) y correlaciona el sesgo transformado de código del satélite $b_1^{k,II}$ con la distancia, es decir,

$$\begin{aligned}
 g_r^{k,III} &= g_r^{k,II} + b_1^{k,II} \\
 I_r^{k,III} &= I_r^{k,II} \\
 \beta_{1,r}^{III} &= \beta_{1,r}^{II} \\
 \beta_{2,r}^{III} &= \beta_{2,r}^{II} \\
 \beta_1^{k,III} &= \beta_1^{k,II} - b_1^{k,II} \\
 \beta_2^{k,III} &= \beta_2^{k,II} - b_1^{k,II} \\
 b_2^{k,III} &= b_2^{k,II} - b_1^{k,II} .
 \end{aligned} \tag{4}$$

Los sesgos de código del satélite por la segunda frecuencia no pueden ser separados de los restantes parámetros, lo que lleva a la transformación

$$\begin{aligned}
 g_r^{k,IV} &= g_r^{k,III} + 1/(1-q_{12}^2) \cdot b_2^{k,III} \\
 I_r^{k,IV} &= I_r^{k,III} + 1/(1-q_{12}^2) \cdot b_2^{k,III} \\
 \beta_{1,r}^{IV} &= \beta_{1,r}^{III} \\
 \beta_{2,r}^{IV} &= \beta_{2,r}^{III} \\
 \beta_1^{k,IV} &= \beta_1^{k,III} - 2/(1-q_{12}^2) \cdot b_2^{k,III} \\
 \beta_2^{k,IV} &= \beta_2^{k,III} - (1+q_{12}^2)/(1-q_{12}^2) \cdot b_2^{k,III} .
 \end{aligned} \tag{5}$$

5 Por último, los sesgos de fase del primer satélite 2 se absorben en los sesgos transformados de receptor y satélite; es decir,

$$g_r^{k,V} = g_r^{k,IV}$$

$$\begin{aligned}
 I_r^{k,V} &= I_r^{k,IV} \\
 \beta_{1,r}^V &= \beta_{1,r}^{IV} + \beta_1^{1,IV} \\
 \beta_{2,r}^V &= \beta_{2,r}^{IV} + \beta_2^{1,IV} \\
 \beta_1^{k,V} &= \beta_1^{k,IV} - \beta_1^{1,IV} \\
 \beta_2^{k,V} &= \beta_2^{k,IV} - \beta_2^{1,IV}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Así, (1) puede volver a escribirse como

$$\begin{aligned}
 \phi_{1,r}^k(t_n) &= g_r^{k,V}(t_n) - I_{1,r}^{k,V}(t_n) + \lambda_1 N_{1,r}^k + \beta_{1,r}^V + \beta_1^{k,V} + \varepsilon_{1,r}(t_n) \\
 \phi_{2,r}^k(t_n) &= g_r^{k,V}(t_n) - q_{12}^2 I_{1,r}^{k,V}(t_n) + \lambda_2 N_{2,r}^k + \beta_{2,r}^V + \beta_2^{k,V} + \varepsilon_{1,r}(t_n) \\
 \rho_{1,r}^k(t_n) &= g_r^{k,V}(t_n) + I_{1,r}^{k,V}(t_n) + \eta_{1,r}(t_n) \\
 \rho_{2,r}^k(t_n) &= g_r^{k,V}(t_n) + q_{12}^2 I_{1,r}^{k,V}(t_n) + \eta_{2,r}(t_n),
 \end{aligned} \tag{7}$$

con

$$\begin{aligned}
 g_r^{k,V}(t_n) &= g_r^k(t_n) + b_{1,r} + \frac{1}{1-q_{12}^2} \cdot (b_{2,r} - b_{1,r}) + b_1^k + \frac{1}{1-q_{12}^2} \cdot (b_2^k - b_1^k) \\
 I_{1,r}^{k,V}(t_n) &= I_{1,r}^k(t_n) - \frac{1}{1-q_{12}^2} \cdot (b_{2,r} - b_{1,r}) - \frac{1}{1-q_{12}^2} \cdot (b_2^k - b_1^k) \\
 \beta_{1,r}^V &= \beta_{1,r} - b_{1,r} - \frac{2}{1-q_{12}^2} \cdot (b_{2,r} - b_{1,r}) - \left(\beta_1^1 - b_1^1 - \frac{2}{1-q_{12}^2} \cdot (b_2^1 - b_1^2) \right) \\
 \beta_{2,r}^V &= \beta_{2,r} - b_{1,r} - \frac{1+q_{12}^2}{1-q_{12}^2} \cdot (b_{2,r} - b_{1,r}) - \left(\beta_2^1 - b_1^1 - \frac{1+q_{12}^2}{1-q_{12}^2} \cdot (b_2^1 - b_1^2) \right) \\
 \beta_1^{k,V} &= \begin{cases} 0 & \text{si } k = 1 \\ \beta_1^k - b_1^k - \frac{2}{1-q_{12}^2} \cdot (b_2^k - b_1^k) & \text{en los demás casos} \end{cases} \\
 \beta_2^{k,V} &= \begin{cases} 0 & \text{si } k = 1 \\ \beta_2^k - b_1^k - \frac{1+q_{12}^2}{1-q_{12}^2} \cdot (b_2^k - b_1^k) & \text{en los demás casos.} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{8}$$

El sistema de ecuaciones en (7) sigue siendo deficiente en rango, ya que los sesgos y las ambigüedades no pueden ser separados. Existen tres enfoques para superar la deficiencia restante de rango de grado $2R + 2(K-1)$: El primero es correlacionar todos los sesgos con ambigüedades, lo que da como resultado un rendimiento deficiente, ya que se pierde la propiedad entera de las ambigüedades. El segundo enfoque es una correlación inversa; es decir, se correlacionan $2R + 2(K-1)$ ambigüedades con sesgos y se mantienen las ambigüedades restantes. El tercer enfoque usa una búsqueda para separar las ambigüedades de los sesgos.

La correlación inversa absorbe las ambigüedades $N_{1,1}^1$ y $N_{2,1}^1$ en los sesgos $\beta_{1,1}^V$ y $\beta_{2,1}^V$ de fase del receptor, es decir,

$$\begin{aligned}\beta_{1,1}^{(1)} &= \beta_{1,1}^V + \lambda_1 N_{1,1}^1 \\ \beta_{2,1}^{(1)} &= \beta_{2,1}^V + \lambda_2 N_{2,1}^1 \\ N_{1,1}^{k,(1)} &= N_{1,1}^k - N_{1,1}^1 \\ N_{2,1}^{k,(1)} &= N_{2,1}^k - N_{2,1}^1.\end{aligned}\quad (9)$$

Además, las $2(K-1)$ ambigüedades restantes del primer receptor son correlacionadas con los sesgos de fase del satélite; es decir,

$$\begin{aligned}\beta_1^{k,(2)} &= \beta_1^{k,V} + \lambda_1 N_{1,1}^{k,(1)} \\ \beta_2^{k,(2)} &= \beta_2^{k,V} + \lambda_2 N_{2,1}^{k,(1)} \\ N_{1,r}^{k,(2)} &= N_{1,r}^k - N_{1,1}^{k,(1)} \quad \forall r \in \{2, \dots, R\} \\ N_{2,r}^{k,(2)} &= N_{2,r}^k - N_{2,1}^{k,(1)} \quad \forall r \in \{2, \dots, R\}.\end{aligned}\quad (10)$$

- 5 Para todos los demás receptores, las ambigüedades $N_{1,r}^1$ y $N_{2,r}^1$ del primer satélite pueden incluirse en los sesgos de receptor; es decir,

$$\begin{aligned}\beta_{1,r}^{(3)} &= \beta_{1,r}^V + \lambda_1 N_{1,r}^1 \\ \beta_{2,r}^{(3)} &= \beta_{2,r}^V + \lambda_2 N_{2,r}^1 \\ N_{1,r}^{k,(3)} &= N_{1,r}^k - N_{1,1}^1 \quad \forall k \in \{2, \dots, R\} \\ N_{2,r}^{k,(3)} &= N_{2,r}^k - N_{2,1}^1 \quad \forall k \in \{2, \dots, R\}.\end{aligned}\quad (11)$$

Las correlaciones entre ambigüedades y sesgos en (9)-(11) pueden combinarse en

$$\begin{aligned}\beta_{1,r}^{(3)} &= \beta_{1,r}^V + \lambda_1 N_{1,r}^1 \quad \forall r \\ \beta_1^{k,(3)} &= \begin{cases} 0 & \text{si } k = 1 \\ \beta_1^{k,V} + \lambda_1 N_{1,1}^k - \lambda_1 N_{1,1}^1 & \forall k > 1 \end{cases} \\ N_{1,r}^{k,(3)} &= \begin{cases} 0 & \text{si } r = 1 \vee k = 1 \\ N_{1,r}^k - N_{1,1}^k + N_{1,1}^1 - N_{1,r}^1 & \forall r > 1 \wedge k > 1. \end{cases}\end{aligned}\quad (12)$$

Las 8 transformaciones en (2)-(6) y (9)-(11) dan como resultado un sistema de ecuaciones de rango completo que puede ser escrito en notación matricial vectorial como

$$\mathbf{z} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\beta}_R \\ \boldsymbol{\beta}_S \end{bmatrix} + \mathbf{A}\mathbf{N} + \boldsymbol{\eta}, \quad (13)$$

estando dada la ordenación de mediciones por

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= [\phi_{1,1}^1(t_1), \dots, \phi_{1,1}^K(t_1), \dots, \phi_{1,R}^K(t_1), \dots, \phi_{2,R}^K(t_N), \rho_{1,1}^1(t_1), \dots, \rho_{2,R}^K(t_T)]^T, \\ \mathbf{g} &= [g_1^1(t_1), \dots, g_1^K(t_1), \dots, g_R^K(t_1), \dots, g_R^K(t_T)]^T, \\ \mathbf{I} &= [I_1^1(t_1), \dots, I_1^K(t_1), \dots, I_R^K(t_1), \dots, I_R^K(t_T)]^T, \\ \boldsymbol{\beta}_R &= [\beta_{1,1}, \dots, \beta_{1,R}, \beta_{2,1}, \dots, \beta_{2,R}]^T, \\ \boldsymbol{\beta}_S &= [\beta_1^2, \dots, \beta_1^K, \beta_2^2, \dots, \beta_2^K]^T, \\ \mathbf{N} &= [N_{1,2}^2, \dots, N_{1,2}^K, \dots, N_{1,R}^K, N_{2,2}^2, \dots, N_{2,2}^K, \dots, N_{2,R}^K]^T, \end{aligned} \quad (14)$$

y la matriz de coeficientes

$$\mathbf{H} = [\mathbf{1}^{T \times T} \otimes \mathbf{H}_g, \mathbf{1}^{T \times T} \otimes \mathbf{H}_I, \mathbf{1}^{T \times 1} \otimes \mathbf{H}_{bR}, \mathbf{1}^{T \times 1} \otimes \mathbf{H}_{bS}], \quad (15)$$

correlacionándose la distancia de una sola época con la matriz

$$\mathbf{H}_g = [\mathbf{1}^{4 \times 1} \otimes \mathbf{1}^{KR \times KR}], \quad (16)$$

correlacionándose el retardo ionosférico de una sola época con la matriz

$$\mathbf{H}_I = [q_{11}^2, q_{12}^2, -q_{11}^2, -q_{12}^2]^T \otimes \mathbf{1}^{KR \times KR}, \quad (17)$$

5 correlacionándose el sesgo de receptor de una sola época con la matriz

$$\mathbf{H}_{bR} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{1}^{2R \times 2R} \otimes \mathbf{1}^{K \times 1}], \quad (18)$$

correlacionándose el sesgo de satélite de una sola época con la matriz

$$\mathbf{H}_{bS} = \mathbf{1}^{2 \times 1} \otimes \left(\mathbf{1}^{2 \times 2} \otimes \left(\mathbf{1}^{R \times 1} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{1 \times K-1} \\ \mathbf{1}^{(K-1) \times (K-1)} \end{bmatrix} \right) \right), \quad (19)$$

y correlacionándose la ambigüedad de enteros de una sola época con la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \left(\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{K \times (K-1)(R-1)} \\ \mathbf{1}^{(R-1) \times (R-1)} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{1 \times (K-1)} \\ \mathbf{1}^{(K-1) \times (K-1)} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \right). \quad (20)$$

Una estimación de sesgo con precisión milimétrica requiere mediciones de algunos cientos de épocas. Dado que la dimensión de \mathbf{z} es $4KR$ y una estimación de mínimos cuadrados se vuelve de cálculo inviable ya para una red pequeña y un número moderado de épocas, el problema se resuelve en dos etapas: En primer lugar, se lleva a cabo una estimación 18 de mínimos cuadrados usando un número pequeño de épocas. A continuación, se usan las estimaciones obtenidas y su matriz de covarianzas para inicializar un filtro de Kalman que incluya la distancia, la velocidad de variación de la distancia, los retardos ionosféricos, los sesgos de receptor y satélites y las ambigüedades de enteros como estados, es decir,

$$\mathbf{x}_n = \left[\mathbf{g}^T(t_n), \dot{\mathbf{g}}^T(t_n), \mathbf{I}^T(t_n), \boldsymbol{\beta}_R^T, \boldsymbol{\beta}_S^T, \mathbf{N}^T \right]^T. \quad (21)$$

Puede usarse el filtro de Kalman para llevar a cabo la estimación 19 de valor real de las ambigüedades. Una vez que las ambigüedades han alcanzado una precisión suficiente, son resueltas mediante una resolución 20 de ambigüedades y eliminados del vector de estados. Mediante una estimación adicional 21, a continuación pueden estimarse los sesgos con mayor precisión.

Las mediciones en la época t_n se obtienen a partir de \mathbf{x}_n como

$$\mathbf{z}_n = \mathbf{H}_n \mathbf{x}_n + \mathbf{v}_n, \quad (22)$$

con

$$\mathbf{H}_n = \left[\mathbf{H}_g, \mathbf{H}_g, \mathbf{H}_l, \mathbf{H}_{bR}, \mathbf{H}_{bS}, \mathbf{A} \right], \quad (23)$$

siendo $\mathbf{H}_g = \mathbf{0}^{4KR \times KR}$. Se supone que el vector \mathbf{v}_n del ruido de la medición tiene una distribución gaussiana, con una media de cero y una covarianza Σ_R que está dada por

$$\Sigma_R = \begin{bmatrix} \sigma_{\phi_1}^2 & & & \\ & \sigma_{\phi_2}^2 & & \\ & & \sigma_{\rho_1}^2 & \\ & & & \sigma_{\rho_2}^2 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}^{KR \times KR}. \quad (24)$$

El modelo espacial de estados incluye información adicional poniendo en relación los estados actual y anteriores, es decir,

$$\mathbf{x}_n = \Phi \mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{w}_n, \quad (25)$$

con la matriz de transición de estado

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{1}^{KR \times KR} & \Delta t \cdot \mathbf{1}^{KR \times KR} & & \\ & \mathbf{1}^{KR \times KR} & & \\ & & & \mathbf{1}^{3KR \times 3KR} \end{bmatrix} \quad (26)$$

y el ruido \mathbf{w}_n de proceso de media cero. Su matriz de covarianzas es dada por Schlötzer en [5] como

$$\Sigma_Q = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cc} S_p \cdot \Delta t^3 / 3 & S_p \cdot \Delta t^2 / 2 \\ S_p \cdot \Delta t^2 / 2 & S_p \cdot \Delta t \end{array} \right] \otimes \mathbf{1}^{KR \times KR} & & \\ & \sigma_l^2 \cdot \mathbf{1}^{KR \times KR} & \\ & & \mathbf{0}^{2KR \times 2KR} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

denotando S_p la amplitud espectral del proceso de recorrido aleatorio. En [6], Brown y Hwang dan una derivación de las varianzas y covarianzas del proceso de recorrido aleatorio, concretamente

$$\begin{aligned}
 E\{x(\Delta t)x(\Delta t)\} &= \int_0^{\Delta t} u \cdot v \cdot S_p \cdot \delta(u-v) dudv = S_p \cdot \frac{\Delta t^3}{3} \\
 E\{\dot{x}(\Delta t)\dot{x}(\Delta t)\} &= \int_0^{\Delta t} 1 \cdot 1 \cdot S_p \cdot \delta(u-v) dudv = S_p \cdot \Delta t \\
 E\{x(\Delta t)\dot{x}(\Delta t)\} &= \int_0^{\Delta t} 1 \cdot v \cdot S_p \cdot \delta(u-v) dudv = S_p \cdot \frac{\Delta t^2}{2}.
 \end{aligned} \tag{28}$$

La estimación de \mathbf{x}_n basada en el filtro de Kalman incluye una etapa de predicción y una de actualización. Se extrapola la estimación $\hat{\mathbf{x}}_n^+$ del estado actual con el modelo espacial de estados; es decir,

$$\mathbf{x}_{n+1}^- = \Phi \mathbf{x}_n^+. \tag{29}$$

La matriz de covarianzas de un estado predicho (a priori) se sigue como

$$\mathbf{P}_{n+1}^- = \Phi \mathbf{P}_n^+ \Phi^T + \Sigma_Q. \tag{30}$$

5 El estado predicho es actualizado una vez que están disponibles las mediciones de la época siguiente; es decir, la estimación del estado a posteriori está dada por

$$\hat{\mathbf{x}}_n^+ = \hat{\mathbf{x}}_n^- + \mathbf{K}_n (\mathbf{z}_n - \mathbf{H}_n \hat{\mathbf{x}}_n^-), \tag{31}$$

denotando $\mathbf{z}_n - \mathbf{H}_n \hat{\mathbf{x}}_n^-$ la innovación o la medición residual y siendo \mathbf{K}_n la ganancia de Kalman. Se escoge de tal manera que

$$\min_{\mathbf{K}_n} E\{\mathbf{P} \hat{\mathbf{x}}_n^+ - \mathbf{x}_n \mathbf{P}^2\} = \min_{\mathbf{K}_n} tr(\mathbf{P}_n^+), \tag{32}$$

denotando \mathbf{P}_n^+ la matriz de covarianzas de estado a posteriori, que se obtiene a partir de (31):

$$\mathbf{P}_n^+ = \mathbf{P}_n^- - \mathbf{P}_n^- \mathbf{H}_n^T \mathbf{K}_n^T - \mathbf{K}_n \mathbf{H}_n \mathbf{P}_n^- + \mathbf{K}_n (\mathbf{H}_n \mathbf{P}_n^- \mathbf{H}_n^T + \Sigma_R) \mathbf{K}_n^T. \tag{33}$$

Hacer la derivación matricial $\partial tr(\mathbf{P}_n^+) / \partial \mathbf{K}_n = 0$ y despejar \mathbf{K}_n da la ganancia óptima de Kalman

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{P}_n^- \mathbf{H}_n^T (\mathbf{H}_n \mathbf{P}_n^- \mathbf{H}_n^T + \Sigma_R)^{-1}, \tag{34}$$

10 que se usa en (31) para obtener un estimador de error cuadrático medio mínimo (= MMSE) a posteriori. Puede simplificarse la Ecuación (33) sustituyendo la ganancia de Kalman por (34), es decir,

$$\mathbf{P}_n^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n \mathbf{H}_n) \mathbf{P}_n^-. \tag{35}$$

El orden real de los estados de predicción y actualización es el contrario; es decir, las estimaciones iniciales de mínimos cuadrados $\hat{\mathbf{x}}_1^-$ y \mathbf{P}_1^- se corrigen en primer lugar por la etapa (31) de actualización, lo que es entonces seguido por la etapa de predicción (29). Obsérvese que la matriz inicial \mathbf{P}_1^- de covarianzas incluye entradas distintas de cero para los estados de sesgo y ambigüedad y, así, difiere de la covarianza Σ_Q de ruido del proceso, que tiene entradas iguales a cero tanto para los sesgos como para las ambigüedades, al ser constantes en el tiempo.

15 La Figura 6 muestra la evolución temporal de la probabilidad de resolución errónea para diversos sesgos $\beta_{m,r}$ de receptores y sesgos β_m^k de satélites y las desviaciones típicas de las estimaciones de sesgo de los receptores y los satélites para $K=10$ y $R=20$. La estimación del sesgo se llevó a cabo en dos etapas. En una primera etapa se llevó a cabo una estimación de mínimos cuadrados de un vector de estados iniciales basada en dos épocas, y en una segunda etapa se usó un filtro de Kalman para mejorar la precisión de manera eficiente. Las estimaciones de

ambigüedades de coma flotante del filtro de Kalman convergieron suficientemente en menos de 200 épocas para permitir una probabilidad de resolución errónea de 10^{-9} . La resolución se llevó a cabo secuencialmente con descorrelación de enteros y redujo la incertidumbre del sesgo en un factor entre 2 y 4, dependiendo del satélite, el receptor y la frecuencia. La resolución da como resultado una inmediata mejora de las estimaciones de sesgo, según puede reconocerse por el salto de la probabilidad de resolución errónea a las 200 épocas. El ruido del proceso se caracterizó por $S_p = 1 \text{ m}$ y $\sigma_l = 1 \text{ cm}$; es decir, no hay ningún ruido de proceso para los sesgos. Se logró una desviación típica de 5 mm después de 1000 épocas, es decir, menos de 2 minutos para un receptor de 10 Hz.

La Figura 7 demuestra el beneficio de una gran red de estaciones 10 de referencia para la estimación de sesgos: La resolución de ambigüedades ($K = 10$) mejora la precisión del sesgo de los satélites en un factor de 4 para $R = 20$. Como en la Figura 6, la estimación del sesgo se llevó a cabo en dos etapas: Una estimación de mínimos cuadrados de dos épocas y un filtro de Kalman para mejorar la precisión de manera eficiente. Las estimaciones de las ambigüedades de coma flotante se resolvieron secuencialmente después de la descorrelación de enteros. El ruido del proceso se caracteriza por $S_p = 1 \text{ m}$ y $\sigma_l = 1 \text{ cm}$.

Según puede reconocerse a partir de la Figura 7, el tamaño R de la red afecta considerablemente a las precisiones de sesgo logrables. Mientras no se resuelva ninguna ambigüedad, la estimación de sesgo no se beneficia de un gran R , ya que el número de ambigüedades más sesgos aumenta con KR . Sin embargo, la ganancia en la estimación de sesgo debida a la resolución depende de R y aumenta para redes mayores debido a la redundancia adicional. La estimación de sesgos de satélite E5 con $\sigma_{\beta_2^k} = 1 \text{ cm}$ requiere 325 épocas para $R = 20$, 8 épocas para $R = 750$ y varios miles de épocas para $R = 2$.

Obsérvese que la estimación de ambigüedades de enteros puede separarse de la estimación de distancias de valor real, velocidades de variación de la distancia, retardos ionosféricos y sesgos mediante una proyección ortogonal; es decir,

$$\tilde{\mathbf{z}}_n = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}}^\perp \mathbf{z}_n = \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}}^\perp (\mathbf{A}\mathbf{N} + \mathbf{v}_n) \quad (36)$$

con

$$\mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{H}}}^\perp = \mathbf{1} - \tilde{\mathbf{H}} (\tilde{\mathbf{H}}^T \Sigma_R^{-1} \tilde{\mathbf{H}})^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \Sigma_R^{-1}, \quad (37)$$

excluyendo la matriz \mathbf{H} de la sensibilidad de la medición la parte de la ambigüedad; es decir,

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}_g, \mathbf{H}_g, \mathbf{H}_l, \mathbf{H}_{bR}, \mathbf{H}_{bS}]. \quad (38)$$

Entonces se aplica a las mediciones proyectadas la estimación de estados basada en el filtro de Kalman de (29)-(35).

B. Resolución parcial de ambigüedades

Para la resolución parcial 14 de ambigüedades debe llevarse a cabo el cálculo 22 de un orden óptimo de resolución secuencial. El orden óptimo de resolución secuencial se determina usando un árbol 29 de búsqueda, representado en la Figura 8. El árbol 29 de búsqueda comprende una raíz 30 y varias ramas horizontales 31. A lo largo de las ramas 31, los nodos 32 representan los satélites 2. Así, las secuencias de nodos 32 a lo largo de una rama 31 representan un posible orden de resolución de los satélites 2. Debería hacerse notar que la búsqueda se lleva a cabo en varios de tales árboles 29 de búsqueda, comprendiendo cada uno otro satélite como raíz 30. El conjunto de los árboles 29 de búsqueda representa todas las permutaciones posibles de los satélites 2.

Cada nodo 32 está asociado, además, con una ambigüedad y una probabilidad de resolución errónea. Esta probabilidad aumenta con la longitud de cada rama 31, ya que hay que resolver más ambigüedades. El objetivo de la búsqueda es encontrar la mayor rama 31 para un umbral predefinido sobre la probabilidad de resolución errónea. La búsqueda se lleva a cabo de izquierda a derecha y de arriba abajo. Por ejemplo, la Figura 8 muestra un trayecto 33 de búsqueda. Se busca el orden óptimo que maximice el número de ambigüedades resolubles con las restricciones de separación acimutal y la probabilidad máxima de resolución errónea. Si más de un orden maximiza el número de ambigüedades resolubles, se selecciona el orden que logre la menor probabilidad de resolución errónea.

El esquema propuesto de resolución parcial de las ambigüedades de enteros maximiza el número de ambigüedades resolubles de manera fiable con un umbral predefinido sobre la probabilidad total de resolución errónea. Esta es una diferencia sustancial con respecto a los esquemas conocidos de resolución secuencial, que maximizan la fiabilidad mediante una búsqueda en línea; es decir, se escoge la primera ambigüedad que ha de resolverse como aquella con la menor incertidumbre entre las ambigüedades de valor real. Una vez que se resuelve esta ambigüedad, las restantes son corregidas con respecto a la ambigüedad resuelta. A continuación, se resuelve la ambigüedad con

incertidumbre mínima entre las ambigüedades restantes. Se repite este procedimiento hasta que todas las ambigüedades estén resueltas o se supere un umbral predefinido en la probabilidad total de resolución errónea. Así, las ambigüedades resolubles se determinan por medio de una búsqueda unidimensional en línea. Por otro lado, el procedimiento propuesto permite una tasa mayor de error para las primeras ambigüedades para aumentar el número de ambigüedades resolubles con un requisito predefinido en la probabilidad total de resolución errónea.

5

Una búsqueda exhaustiva implicaría una gran carga de cálculo que puede reducirse considerablemente por medio de dos restricciones: La primera requiere que una rama 31 del árbol 29 se desarrolle adicionalmente solo si la probabilidad de resolución errónea no supera un umbral predefinido. La comprobación de este criterio está representada por cruces 34 en los nodos 32. La probabilidad de resolución errónea se calcula a partir de

$$P_w = 1 - \prod_{k=1}^n P_s^{(k)} = \prod_{k=1}^n \Phi \left(\frac{1 - 2b_{\hat{N}_{cond}^{(k)}}}{2\sigma_{\hat{N}_{cond}^{(k)}}} \right) + \Phi \left(\frac{1 + 2b_{\hat{N}_{cond}^{(k)}}}{2\sigma_{\hat{N}_{cond}^{(k)}}} \right) - 1, \quad (39)$$

10 con la distribución acumulativa $\Phi(z)$ de la distribución normal de media cero normalizada, es decir,

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (40)$$

El sesgo $b_{\hat{N}_{cond}^{(k)}}$ de la estimación de la ambigüedad condicional k -ésima es dado por Teunissen [7] como

$$b_{\hat{N}_{k|k}} = \sum_{j=1}^{K-1} \mathbf{S}_{kj} \alpha_1 \lambda_1 \cdot b_{\varphi_{E1}^j} + \sum_{j=1}^{K-1} \mathbf{S}_{kj} \alpha_2 \lambda_2 \cdot b_{\varphi_{E5}^j} + \sum_{j=1}^{K-1} (\mathbf{S}_{kj} \beta_1 + \mathbf{S}_{k,j+(K-1)} b_1) \cdot b_{\rho_{E1}^j} + \sum_{j=1}^{K-1} (\mathbf{S}_{kj} \beta_2 + \mathbf{S}_{k,j+(K-1)} b_2) \cdot b_{\rho_{E5}^j}, \quad (41)$$

denotando \mathbf{S} la correlación de los sesgos de las mediciones en los sesgos de ambigüedades condicionales. Esta matriz de correlaciones está dada por

$$\mathbf{S} = (\mathbf{L}^T)^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{P} (\mathbf{X}^T \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{\Sigma}^{-1}, \quad (42)$$

15 con la matriz \mathbf{X} generalizada de geometría, la matriz \mathbf{Z} de descorrelación parcial de enteros, la matriz triangular inferior \mathbf{L} que se obtiene de la descomposición de \mathbf{LDL}^T de la matriz de covarianzas descorrelacionadas y la matriz $\mathbf{\Sigma}$ de covarianzas de las mediciones combinadas.

Puede derivarse una cota superior del sesgo (41) de las ambigüedades condicionales a partir de las cotas superiores de los sesgos ambientales de las mediciones; es decir,

$$b_{\varphi_{E1}^j} = \text{signo}(\mathbf{S}_{kj} \alpha_1 \lambda_1) \cdot b_{\varphi_{E1,\max}^j} \quad \text{con} \quad b_{\varphi_{E1,\max}^j} = b_{\varphi_{E1,\max}} (\theta = 0^\circ) \cdot e^{\frac{\theta^{(j)}}{\zeta}}, \quad (43)$$

20 lo que da por sentado un perfil exponencial dependiente de la elevación para los sesgos de las mediciones. Puede calcularse una cota similar para los sesgos de fase E5; es decir,

$$b_{\varphi_{E5}^j} = \text{signo}(\mathbf{S}_{kj} \alpha_2 \lambda_2) \cdot b_{\varphi_{E5,\max}^j} \quad \text{con} \quad b_{\varphi_{E5,\max}^j} = b_{\varphi_{E5,\max}} (\theta = 0^\circ) \cdot e^{\frac{\theta^{(j)}}{\zeta}}, \quad (44)$$

y para las mediciones de código

$$b_{\rho_{E1}^j} = \text{signo}(\mathbf{S}_{kj} \beta_1 + \mathbf{S}_{k,j+(K-1)} b_1) \cdot b_{\rho_{E1,\max}^j} \quad \text{con} \quad b_{\rho_{E1,\max}^j} = b_{\rho_{E1,\max}} (\theta = 0^\circ) \cdot e^{\frac{\theta^{(j)}}{\zeta}}, \quad (45)$$

$$b_{\rho_{E5}^j} = \text{signo}\left(\mathbf{S}_{kj}\beta_2 + \mathbf{S}_{k,j+(K-1)}b_2\right) \cdot b_{\rho_{E5,\max}^j} \quad \text{con } b_{\rho_{E5,\max}^j} = b_{\rho_{E5,\max}}(\theta = 0^\circ) \cdot e^{\frac{\theta^{(j)}}{\tau}}. \quad (46)$$

La primera restricción de la búsqueda se refiere a la probabilidad de resolución errónea y reduce el número de órdenes posibles en varios órdenes de magnitud.

La segunda restricción demanda una separación acimutal mínima entre dos resoluciones consecutivas. Esta restricción está representada en la Figura 8 por cruces 35 a lo largo de las ramas 31 entre los nodos 32. El umbral para la separación acimutal mínima es una función lineal del número de ambigüedades resueltas, mientras que el requisito es sumamente estricto para la segunda resolución y se debilita para resoluciones posteriores; es decir,

$$\Delta aci = \left| aci^{(k)} - aci^{(k+1)} \right| \geq \Delta aci_{th}^{(k)} = \frac{K-1-k}{K-2} \cdot \Delta aci_{th}^{(0)}, \quad (47)$$

habiéndose fijado el parámetro umbral en $aci_{th}^{(0)} = 90^\circ$. Esta segunda restricción se ha derivado de la observación de que una tasa pequeña de errores de resolución requiere una buena geometría. Esta restricción no es equivalente a la maximización del número de ambigüedades resolubles, de modo que el número de ambigüedades resolubles se reduzca en 1 para una geometría particular. Sin embargo, el espacio de búsqueda se reduce sustancialmente.

Se obtiene una resolución parcial fiable de las ambigüedades combinando las mediciones de fase y código en combinaciones multifrecuencia conservadoras de la geometría, sin efecto ionosférico de código-portadora de discriminación máxima de las ambigüedades (definida como la relación entre la longitud de onda y la desviación típica del ruido combinado). El ruido del código y la trayectoria múltiple del código pueden reducirse eficientemente mediante el aplanamiento de portadoras, lo que ha sido presentado por Hatch en [1].

La Figura 9 muestra el aplanamiento de una combinación mixta multifrecuencia de código-portadora con una combinación de bajo ruido de solo fase. La diferencia entre ambas combinaciones se forma en un sustractor 36. La diferencia entre ambas combinaciones es sin geometría, es decir, elimina la verdadera distancia, los desfases horarios y el retardo troposférico. El ruido restante y la trayectoria múltiple son suprimidos por un filtro 37 de paso bajo. Las ambigüedades de enteros no se ven afectadas por el filtrado, de modo que las ambigüedades de enteros de la combinación aplanada son iguales que las ambigüedades de enteros de la combinación no aplanada de código-portadora. Tras el filtrado, se añade la combinación solo de fase en un sumador 38 para recuperar la información de distancia. Obsérvese que la combinación solo de fase es considerada dos veces con signos diferentes, de modo que sus ambigüedades no aparezcan en la salida aplanada.

Hatch no ha usado ninguna combinación lineal para eliminar el retardo ionosférico; es decir, escogió la medición de código C/A L1 para la entrada superior y la medición de fase L1 para la entrada inferior. Dado que la ionosfera afecta al código y a la fase con signos opuestos, el retardo ionosférico doblado entra en el filtro de paso bajo. Así, la salida aplanada se ve afectada por el retardo ionosférico de los instantes temporales actual y anteriores. Hwang y otros [2] y Mc Graw y otros [3] han sugerido un aplanamiento de portadoras de doble frecuencia y sin divergencias y uno de doble frecuencia sin efecto ionosférico. El aplanamiento sin divergencias elimina el retardo ionosférico de las épocas previas y deja únicamente el retardo ionosférico de la época actual. El aplanamiento de doble frecuencia sin efecto ionosférico elimina el retardo ionosférico completamente, pero requiere cierto periodo de aplanamiento para superar la amplificación del ruido de la combinación de doble frecuencia. por lo tanto, en [4], Günther y Henkel han sugerido un aplanamiento de triple frecuencia sin efecto ionosférico de portadoras para lograr mediciones de código aplanadas de portadoras de ruido reducido sin efecto ionosférico. Normalmente, para el aplanamiento se usa un filtro de paso bajo de primer orden y se implementa como

$$\mathcal{X}(t_k) = \left(1 - \frac{1}{\tau}\right) \cdot \mathcal{X}(t_{k-1}) + \frac{1}{\tau} \cdot \mathcal{X}(t_k) \quad (48)$$

con la constante de aplanamiento τ . Para señales continuas en el tiempo, la función de transferencia puede expresarse en el dominio de Laplace como

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}, \quad (49)$$

y para señales diferenciadas en el tiempo, se usa la transformada en Z para obtener

$$H(z) = \frac{1}{\tau - (\tau - 1)z^{-1}}. \quad (50)$$

En la forma recursiva de (48) puede despejarse $\chi(t_k)$ mediante el desarrollo de serie:

$$\chi(t_k) = \frac{1}{\tau} \sum_{n=0}^{k-2} \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^n \cdot \chi(t_{k-n}) + \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^{k-1} \cdot \chi(t_1). \quad (51)$$

Suponiendo mediciones $\chi(t_k)$ independientes, la varianza de $\chi(t_k)$ está dada por

$$\begin{aligned} \sigma_{\chi}^2 &= \frac{1}{\tau^2} \cdot \frac{1 - \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^{2(k-1)}}{1 - \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^2} \cdot \sigma_{\chi}^2 + \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^{2(k-1)} \cdot \sigma_{\chi}^2 \\ &= \frac{1}{2\tau} \cdot \sigma_{\chi}^2 + \frac{2\tau - 2}{2\tau - 1} \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^{2(k-1)} \cdot \sigma_{\chi}^2, \end{aligned} \quad (52)$$

que converge para una k grande en

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_{\chi}^2 = \frac{1}{2\tau - 1} \cdot \sigma_{\chi}^2. \quad (53)$$

En el caso de ruido blanco gaussiano de media igual a cero, el cálculo de promedio ideal sería

$$\chi(t_k) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{n=0}^{k-1} \chi(t_{k-n}), \quad (54)$$

- 5 con la varianza $\sigma_{\chi}^2 = \frac{1}{k} \cdot \sigma_{\chi}^2$, que converge a 0 para una k grande. Sin embargo, se ha preferido el filtro de paso bajo de (48), por cuanto puede adaptarse mejor a condiciones cambiantes; por ejemplo, a la múltiple trayectoria del código, que no es perfectamente estacionaria.

La combinación Φ_A mixta multifrecuencia GP-IF de código-portadora y la combinación Φ_B GP-IF solo de fase pueden ser optimizadas conjuntamente para maximizar la discriminación de ambigüedades de la combinación aplanada

- 10 Φ_A ; es decir,

$$\max_{\substack{\alpha_1, \dots, \alpha_M \\ \beta_1, \dots, \beta_M \\ \alpha_1, \dots, \alpha_M}} D = \frac{\lambda}{2\sigma_{\Phi_A}}, \quad (55)$$

con la varianza aplanada

$$\begin{aligned} \sigma_{\Phi_A}^2 &= E\left\{\left(\chi(t_k) + \Phi_B(t_k)\right)^2\right\} - \left(E\left\{\Phi_A(t_k)\right\}\right)^2 \\ &= E\left\{\chi^2(t_k) + 2\chi(t_k)\Phi_B(t_k) + \Phi_B^2(t_k)\right\} - \left(E\left\{\Phi_A(t_k)\right\}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2\tau - 1} \cdot (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}) + \frac{2}{\tau} \cdot \sigma_{AB} - \frac{2}{\tau} \cdot \sigma_B^2 + \sigma_B^2 \\ &= \kappa_1 \cdot \sigma_A^2 + \kappa_2 \cdot \sigma_B^2 + \kappa_3 \cdot \sigma_{AB}, \end{aligned} \quad (56)$$

con

$$\kappa_1 = \frac{1}{2\tau - 1}, \quad \kappa_2 = 1 + \frac{1}{2\tau - 1} - \frac{2}{\tau}, \quad \kappa_3 = \frac{2}{\tau} - \frac{2}{2\tau - 1}, \quad (57)$$

y la covarianza σ_{AB} entre las combinaciones lineales Φ_A y Φ_B . La elección de los coeficientes α_m de ponderación de fase y de los coeficientes β_m de ponderación de código de la combinación multifrecuencia de código-portadora está restringida por algunas condiciones: La combinación lineal debería conservar la geometría, es decir,

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1, \quad (58)$$

y eliminar el retardo ionosférico de primer orden, es decir,

$$\sum_{m=1}^M (\alpha_m - \beta_m) q_{1m}^2 = 0 \text{ con } q_{1m} = \frac{f_1}{f_m}. \quad (59)$$

5 Además, la combinación lineal conservará la naturaleza entera de las ambigüedades, es decir,

$$\alpha_m = \frac{j_m \lambda}{\lambda_m}, \quad (60)$$

con los coeficientes enteros j_m y la longitud de onda λ de la combinación, que se escribe como

$$\lambda = \tilde{\lambda}_0 \cdot w_\phi \text{ con } \tilde{\lambda}_0 = \frac{1}{\sum_{m=1}^M \frac{j_m}{\lambda_m}} \text{ y } w_\phi = 1 - \sum_{m=1}^M \beta_m. \quad (61)$$

El coeficiente de ponderación β_2 de código se obtiene a partir de la restricción conservadora de la geometría, es decir,

$$\beta_2 = 1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \beta_1 - \sum_{m=3}^M \beta_m, \quad (62)$$

10 y el coeficiente de ponderación β_1 de código se calcula a partir de la restricción de carencia de efecto ionosférico, es decir,

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \sum_{m=2}^M \beta_m q_{1m}^2 \\ &= \sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \left(1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \beta - \sum_{m=3}^M \beta_m \right) q_{12}^2 - \sum_{m=3}^M \beta_m q_{1m}^2. \end{aligned} \quad (63)$$

Sustituir α_m por (60), usar (61), y despejar β_1 produce

$$\beta_1 = s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m, \quad (64)$$

con

$$s_1 = -\frac{q_{12}^2}{1 - q_{12}^2} \quad (65)$$

$$s_2 = \frac{\tilde{\lambda}}{1 - q_{12}^2} \cdot \sum_{m=1}^M \frac{j_m}{\lambda_m} \cdot (q_{12}^2 + q_{1m}^2) \quad (66)$$

$$s_m = \frac{q_{12}^2 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \quad (67)$$

Se usa la Ec. (64) para reescribir (62) como

$$\beta_2 = 1 - s_1 + (1 - s_2) w_\phi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m, \quad (68)$$

que nos permite escribir la varianza de la combinación de código-portadora como una función de w_ϕ y β_m , $m \geq 3$:

$$\sigma_A^2 = \tilde{\eta}^2 w_\phi^2 + \left(s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right)^2 \sigma_{\rho_1}^2 + \left(1 - s_1 + (-1 - s_2) w_\phi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right)^2 \sigma_{\rho_2}^2 + \sum_{m=3}^M \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2 \quad (69)$$

con $\tilde{\eta}^2 = \tilde{\lambda}^2 \cdot \sum_{m=1}^M \frac{j_m^2}{\lambda_m^2} \sigma_{\phi_m}^2$. La combinación de código-portadora (marcada A) es aplanada por medio de una

combinación solo de fase (marcada A), que también es conservadora de la geometría y sin efecto ionosférico. Combinar estas dos restricciones da el coeficiente α' de ponderación de fase de la combinación solo de fase, es decir,

$$\alpha'_1 = -\frac{q_{12}^2}{1 - q_{12}^2} + \sum_{m=3}^M \frac{q_{12}^2 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \cdot \alpha'_m = c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}', \quad (70)$$

con $\boldsymbol{\alpha}' = [\alpha'_3, \dots, \alpha'_M]^T$. El segundo coeficiente α'_2 de ponderación de fase se obtiene de forma similar como

$$\alpha'_2 = \frac{1}{1 - q_{12}^2} - \sum_{m=3}^M \frac{1 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \cdot \alpha'_m = d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}', \quad (71)$$

lo que nos permite expresar σ_B^2 en función de $\boldsymbol{\alpha}'$:

$$\sigma_B^2 = (c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 \cdot \sigma_\phi^2 + (d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 \cdot \sigma_\phi^2 + \boldsymbol{\alpha}'^T \cdot \sigma_\phi^2. \quad (72)$$

La covarianza σ_{AB} se obtiene usando (60), (61), (70) y (71), es decir,

$$\begin{aligned} \sigma_{AB} &= \sum_{m=1}^M \alpha_m \alpha'_m \cdot \sigma_\phi^2 = \sum_{m=1}^M \frac{j_m \tilde{\lambda}}{\lambda_m} \cdot w_\phi \cdot \alpha'_m \cdot \sigma_\phi^2 \\ &= \frac{j_1 \tilde{\lambda}}{\lambda_1} \sigma_\phi^2 \cdot (c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi + \frac{j_2 \tilde{\lambda}}{\lambda_2} \sigma_\phi^2 \cdot (d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi + \sum_{m=3}^M \frac{j_m \tilde{\lambda}}{\lambda_m} \sigma_\phi^2 \cdot \alpha'_m \cdot w_\phi \\ &= (v_0 + \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi \cdot \sigma_\phi^2. \end{aligned} \quad (73)$$

10 Por lo tanto, la maximización de la discriminación de ambigüedades tiene que llevarse a cabo solo sobre w_ϕ , β_3, \dots, β_M y $\alpha'_3, \dots, \alpha'_M$. Esto es equivalente a

$$\frac{\partial D}{\partial w_\phi} \stackrel{!}{=} 0, \quad (74)$$

y

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_m} \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}, \quad (75)$$

y

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha'_m} = 0 \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \quad (76)$$

La primera restricción se reescribe, usando (56), (61), (69), (72) y (73), como

$$\begin{aligned} & \kappa_1 \cdot \left[\left(s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right) \left(s_1 + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right) \sigma_{\rho_1}^2 \right. \\ & \left. + \left(1 - s_1 - (1 + s_2) w_\phi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right) \left(1 - s_1 - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right) \sigma_{\rho_2}^2 + \sum_{m=3}^M \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2 \right] \\ & + \kappa_2 \cdot \sigma_\phi^2 \cdot \left[(c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 + (d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 + \boldsymbol{\alpha}'^T \boldsymbol{\alpha}' \right] + \kappa_3 \cdot (v_0 + \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi \cdot \sigma_\phi^2 = 0. \end{aligned} \quad (77)$$

La segunda restricción es equivalente a

$$s_m \sigma_{\rho_1}^2 \left(s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{l=3}^M s_l \beta_l \right) - (1 + s_m) \sigma_{\rho_2}^2 \left(-s_1 - (1 + s_2) w_\phi - \sum_{l=3}^M (1 + s_l) \beta_l \right) + \beta_m \sigma_{\rho_m}^2 = 0, \quad (78)$$

y puede ser escrita en notación matricial vectorial como

$$\mathbf{A} \cdot [\beta_3, \dots, \beta_M]^T + \mathbf{b} \cdot w_\phi + \mathbf{c} = \mathbf{0}, \quad (79)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{m,l} &= s_1 s_m \sigma_{\rho_1}^2 + (1 + s_1)(1 + s_m) \sigma_{\rho_2}^2 + \sigma_{\rho_m}^2 \delta(m-l) \\ \mathbf{b}_m &= s_2 s_m \sigma_{\rho_1}^2 + (1 + s_m)(1 + s_2) \sigma_{\rho_2}^2 \\ \mathbf{c}_m &= s_1 s_m \sigma_{\rho_1}^2 - (1 + s_m)(-s_1) \sigma_{\rho_2}^2, \end{aligned} \quad (80)$$

5 siendo $\delta(m-l)$ 1 para $m = l$ y 0 si no. Despejar β_m en (79) da

$$[\beta_3, \dots, \beta_M]^T = -\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot w_\phi). \quad (81)$$

La tercera restricción se desarrolla en

$$2\kappa_2 \cdot (c_0 c_{1,m} + d_0 d_{1,m}) \sigma_\phi^2 + 2\kappa_2 (\mathbf{c}_1^T c_{1,m} + \mathbf{d}_1^T d_{1,m}) \sigma_\phi^2 \cdot \boldsymbol{\alpha}' + 2\kappa_2 \sigma_\phi^2 \cdot \boldsymbol{\alpha}'_m + \kappa_3 v_{1,m} \sigma_\phi^2 \cdot w_\phi = 0, \quad (82)$$

denotando $c_{1,m}$ y $d_{1,m}$ los elementos $(m-2)$ -ésimos de \mathbf{c}_1 y \mathbf{d}_1 . La Ec. (82) puede simplificarse en

$$\zeta_m^T \boldsymbol{\alpha}' + \delta_m w_\phi + \varepsilon_m \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \quad (83)$$

Estas $M-2$ restricciones pueden escribirse en notación matricial vectorial como

$$\mathbf{X} \boldsymbol{\alpha}' + \boldsymbol{\delta} \cdot w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}, \quad (84)$$

con

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \zeta_3^T \\ \vdots \\ \zeta_M^T \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_3 \\ \vdots \\ \delta_M \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix}. \quad (85)$$

10 Despejar $\boldsymbol{\alpha}'$ da

$$\boldsymbol{\alpha}' = -\mathbf{X}^{-1}(\boldsymbol{\delta} \cdot w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (86)$$

Los coeficientes β_m de ponderación de código de (81) y los coeficientes α_m' de ponderación de fase de (86) se insertan en (77) para obtener una restricción que depende solo de w_ϕ , es decir,

$$\begin{aligned} & \kappa_1 \cdot \left[(s_1 + s_2 w_\phi - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi))(s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)) \cdot \sigma_{\rho_1}^2 \right. \\ & + (1 - s_1 - (1 + s_2) w_\phi + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi))(1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)) \cdot \sigma_{\rho_2}^2 \\ & \left. (\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)^T \mathbf{A}^{-T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi) \right] + \kappa_2 \cdot \sigma_\phi^2 \cdot \left[(c_0 - \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1}(\boldsymbol{\delta} w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon}))^2 \right. \\ & \left. (d_0 - \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1}(\boldsymbol{\delta} w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon}))^2 + (\boldsymbol{\delta} w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon})^T \mathbf{X}^{-T} \mathbf{X}^{-1}(\boldsymbol{\delta} w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon}) \right] \\ & + \kappa_3 \cdot \left[(v_0 + \mathbf{v}_1^T \mathbf{X}^{-1}(\boldsymbol{\delta} w_\phi + \boldsymbol{\varepsilon})) w_\phi \sigma_\phi^2 \right] / 2 = 0, \end{aligned} \quad (87)$$

que es una ecuación de segundo grado de w_ϕ . Puede demostrarse que los términos cuadrados se anulan, lo que deja una ecuación lineal, concretamente

$$r_1 + r_2 \cdot w_\phi = 0 \quad (88)$$

5 con

$$\begin{aligned} r_1 = & \kappa_1 \cdot \left[(s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})^2 \cdot \sigma_{\rho_1}^2 + (1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})^2 \cdot \sigma_{\rho_2}^2 + \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c} \right] + \kappa_2 \sigma_\phi^2 \cdot \\ & \cdot \left[c_0^2 - 2c_0 \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} + (\mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon})^2 + d_0^2 - 2d_0 \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} + (\mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon})^2 + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{X}^{-T} \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \right] \end{aligned} \quad (89)$$

y

$$\begin{aligned} r_2 = & \kappa_1 \cdot \left[(s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})(-\mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) + (s_2 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b})(s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \cdot \sigma_{\rho_1}^2 \right. \\ & + (1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})(\mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) - (1 + s_2 - \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b})(1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \cdot \sigma_{\rho_2}^2 \\ & \left. + (\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{A}^{-T} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \right] + \kappa_2 \sigma_\phi^2 \cdot \left[-2c_0 \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} + 2\mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} \right. \\ & \left. - 2d_0 \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} + 2\mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} + 2\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{X}^{-T} \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} \right] + \kappa_3 \cdot \left[(v_0 - \mathbf{v}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}) \sigma_\phi^2 \right] / 2. \end{aligned} \quad (90)$$

Despejar w_ϕ en (88) produce la ponderación óptima de fase:

$$w_{\phi_{opt}} = -\frac{r_1}{r_2}, \quad (91)$$

10 que se usa entonces en (81) y (86) para calcular β_m , $m \in \{3, \dots, M\}$, y α' . Sustituir α' en (70) y (71) produce los coeficientes restantes de la combinación solo de fase. Los coeficientes β_1 y β_2 de ponderación de código se determinan a partir de (64), (62) y la longitud de onda a partir de (61), lo que permite el cálculo de α_m a partir de (60). La combinación optimizada de código-portadora de portadora aplanada y la combinación solo de fase de portadora aplanada mejoran la fiabilidad de la solución de coma flotante y así, el número de ambigüedades resolubles de forma fiable.

15 La Figura 10 muestra una representación gráfica del cielo para dos órdenes de resolución secuencial: El procedimiento SOFOS (Sequential Optimum Fixing Order Search, búsqueda del orden óptimo de resolución secuencial), que ha sido descrito en el presente documento, y el algoritmo SAVO (Sequential fixing based on Ascending Variance Order, resolución secuencial basada en el orden ascendente de la varianza). El procedimiento SOFOS toma en consideración los sesgos y ejecuta una búsqueda combinada hacia delante y hacia atrás según se representa en la Figura 8.

La Figura 11 muestra un diagrama en el que se representa la probabilidad de resolución errónea para el orden de resolución secuencial de la Figura 10. Según puede reconocerse por las Figuras 10 y 11, el procedimiento SOFOS permite la resolución de cuatro ambigüedades, en comparación con tres ambigüedades para el algoritmo SAVO (resolución secuencial basada en el orden ascendente de la varianza).

5 La Figura 12 y la Figura 13 muestra una representación gráfica similar del cielo y un diagrama similar para una comparación adicional del procedimiento SOFOS (búsqueda del orden óptimo de resolución secuencial) y el algoritmo SEBLO (SEquential BLEwitt's fixing Order, orden de resolución secuencial de Blewitt), que incluye los sesgos, pero ejecuta una búsqueda únicamente hacia delante. Según puede reconocerse por las Figuras 12 y 13, el procedimiento SOFOS permite la resolución de seis ambigüedades, en comparación con tres ambigüedades para el algoritmo SEBLO.

10 La Figura 14 muestra un diagrama que contiene una comparación entre el procedimiento SOFOS y el algoritmo SEBLO en el tiempo y que demuestra el beneficio de SOFOS con respecto a SEBLO para una geometría Galileo simulada vista desde el Instituto de Comunicaciones y Navegación de Múnich, Alemania. Puede reconocerse a partir de la Figura 14 que el procedimiento SOFOS generalmente permite que se resuelvan más ambigüedades que el algoritmo SEBLO.

15 Pasa igual si se considera la distribución geográfica. La Figura 15 muestra un mapa que ilustra los resultados de una comparación de dos estrategias de resolución parcial secuencial que incluyen un perfil de sesgo exponencial: La diferencia del número más desfavorable de ambigüedades resolubles entre SOFOS y SEBLO indica el beneficio de la búsqueda hacia delante y hacia atrás según SOFOS con respecto a una búsqueda pura hacia delante según ejecuta el algoritmo SEBLO.

20 Las Figuras 16 y 17 ilustran una comparación entre el procedimiento SOFOS y un procedimiento con redondeo instantáneo simple: La consideración de la correlación, el perfil de sesgo exponencial y la búsqueda hacia delante y hacia atrás permiten la resolución de 5 ambigüedades en vez de 2.

25 La Figura 18 ilustra una comparación entre el procedimiento SOFOS y el redondeo instantáneo simple en el tiempo y demuestra el beneficio del uso de SOFOS con respecto al redondeo instantáneo para una geometría Galileo simulada vista desde el Instituto de Comunicaciones y Navegación de Múnich, Alemania.

Por último, la Figura 19 muestra un mapa que ilustra una comparación entre SOFOS y el redondeo instantáneo: La diferencia del número más desfavorable de ambigüedades resolubles entre SOFOS y el redondeo instantáneo indica el beneficio de la resolución secuencial en un orden optimizado.

30 Una vez que se encuentra el orden óptimo de resolución, se usa para la resolución parcial de las ambigüedades. Esto permite una estimación precisa del retardo ionosférico con el medio de una combinación aplanada sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora.

C. Estimación multifrecuencia del retardo ionosférico

35 Para la estimación del retardo ionosférico se usarán una combinación lineal Φ_A sin geometría, conservadora del efecto ionosférico (GF, IP) multifrecuencia de código-portadora y una combinación lineal Φ_B sin geometría, conservadora del efecto ionosférico solo de fase. La combinación multifrecuencia de código-portadora tiene que incluir la misma combinación de ambigüedades de enteros que la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico de código-portadora que se ha usado en la etapa anterior para la resolución parcial de ambigüedades. Se lleva a cabo una optimización conjunta de ambas combinaciones para maximizar la

40 discriminación de ambigüedades de la combinación aplanada Φ_A , es decir,

$$\max_{\substack{\alpha_1, \dots, \alpha_M \\ \beta_1, \dots, \beta_M \\ \alpha_1, \dots, \alpha_M}} D = \frac{\lambda}{2\sigma_{\Phi_A}}, \quad (92)$$

estando dada la varianza de la solución aplanada por

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\Phi_{\bar{A}}}^2 &= E\left\{\left(\bar{\chi}(t_k) + \Phi_B(t_k)\right)^2\right\} - \left(E\left\{\Phi_{\bar{A}}(t_k)\right\}\right)^2 \\
 &= E\left\{\bar{\chi}^2(t_k) + 2\bar{\chi}(t_k)\Phi_B(t_k) + \Phi_B^2(t_k)\right\} - \left(E\left\{\Phi_{\bar{A}}(t_k)\right\}\right)^2 \\
 &= \frac{1}{2\tau-1} \cdot (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}) + \frac{2}{\tau} \cdot \sigma_{AB} - \frac{2}{\tau} \cdot \sigma_B^2 + \sigma_B^2 \\
 &= \kappa_1 \cdot \sigma_A^2 + \kappa_2 \cdot \sigma_B^2 + \kappa_3 \cdot \sigma_{AB},
 \end{aligned} \tag{93}$$

con

$$\kappa_1 = \frac{1}{2\tau-1}, \quad \kappa_2 = 1 + \frac{1}{2\tau-1} - \frac{2}{\tau}, \quad \kappa_3 = \frac{2}{\tau} - \frac{2}{2\tau-1}, \tag{94}$$

y la covarianza σ_{AB} entre las combinaciones lineales Φ_A y Φ_B . La elección de los coeficientes α_m y β_m de ponderación de las mediciones de fase y de código de la primera combinación lineal está restringida por algunas condiciones. En primer lugar, la combinación lineal debería carecer de geometría, es decir,

$$\sum_{m=1}^M (\alpha_m - \beta_m) = 0, \tag{95}$$

5 y conservar el efecto ionosférico (IP), es decir,

$$\sum_{m=1}^M (\alpha_m - \beta_m) q_{1m}^2 = 1 \text{ con } q_{1m} = \frac{f_1}{f_m}. \tag{96}$$

Además, la combinación lineal mantendrá la naturaleza entera de las ambigüedades, es decir,

$$\alpha_m = \frac{j_m \tilde{\lambda}}{\lambda_m} \cdot w_\phi \text{ con } \tilde{\lambda} = \frac{1}{\sum_{m=1}^M \frac{j_m}{\lambda_m}} \tag{97}$$

con el coeficiente total de fase $w_\phi = \sum_{m=1}^M \alpha_m$ y el mismo conjunto j_m de enteros que en la sección anterior. El coeficiente de ponderación β_2 de código se obtiene a partir de la restricción GF, es decir,

$$\beta_2 = -\sum_{m=1}^M \alpha_m - \beta_1 - \sum_{m=3}^M \beta_m, \tag{98}$$

y el coeficiente de ponderación β_1 de código se deriva de la restricción IP, es decir,

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= \sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \sum_{m=2}^M \beta_m q_{1m}^2 - 1 \\
 &= \sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \left(-\sum_{m=1}^M \alpha_m - \beta - \sum_{m=3}^M \beta_m \right) q_{12}^2 - \sum_{m=3}^M \beta_m q_{1m}^2 - 1.
 \end{aligned} \tag{99}$$

10 Sustituir α_m por (97) y despejar β_1 produce

$$\beta_1 = s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m, \tag{100}$$

con

$$s_1 = -\frac{q_{12}^2}{1 - q_{12}^2} \quad (101)$$

$$s_2 = \frac{\tilde{\lambda}}{1 - q_{12}^2} \cdot \sum_{m=1}^M \frac{j_m}{\lambda_m} \cdot (q_{12}^2 + q_{1m}^2) \quad (102)$$

$$s_m = \frac{q_{12}^2 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \quad (103)$$

Con (100), el coeficiente de ponderación β_2 de código puede reescribirse como

$$\beta_2 = -s_1 - (1 + s_2) w_\phi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m, \quad (104)$$

de modo que la varianza de la primera combinación lineal esté dada por

$$\sigma_A^2 = \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 \sigma_\phi^2 + \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2. \quad (105)$$

La combinación pura de fase usada para el aplanamiento está caracterizada por su propiedad GF, es decir,

$$\sum_{m=1}^M \alpha'_m = 0, \quad (106)$$

y la restricción conservadora del efecto ionosférico, es decir,

$$\sum_{m=1}^M \alpha'_m q_{1m}^2 = 1. \quad (107)$$

5 Las restricciones GF e IP son la base de la derivación del coeficiente α'_1 de ponderación de fase, que está dado por

$$\alpha'_1 = \frac{1}{1 - q_{12}^2} + \sum_{m=3}^M \frac{q_{12}^2 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \cdot \alpha'_m = c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}', \quad (108)$$

con $\boldsymbol{\alpha}' = [\alpha'_3, \dots, \alpha'_M]^T$. El segundo coeficiente α'_2 de ponderación de fase se obtiene de forma similar como

$$\alpha'_2 = -\frac{1}{1 - q_{12}^2} - \sum_{m=3}^M \frac{1 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \cdot \alpha'_m = d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}', \quad (109)$$

de modo que σ_B^2 pueda escribirse en función de $\boldsymbol{\alpha}'$:

$$\sigma_B^2 = (c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 \cdot \sigma_\phi^2 + (d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 \cdot \sigma_\phi^2 + \boldsymbol{\alpha}'^T \cdot \boldsymbol{\sigma}_\phi^2. \quad (110)$$

La covarianza σ_{AB} se obtiene usando (97), (108) y (109), es decir,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{AB} &= \sum_{m=1}^M \alpha_m \alpha'_m \cdot \sigma_\phi^2 = \sum_{m=1}^M \frac{j_m \tilde{\lambda}}{\lambda_m} \cdot w_\phi \cdot \alpha'_m \cdot \sigma_\phi^2 \\
 &= \frac{j_1 \tilde{\lambda}}{\lambda_1} \sigma_\phi^2 \cdot (c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi + \frac{j_2 \tilde{\lambda}}{\lambda_2} \sigma_\phi^2 \cdot (d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi + \sum_{m=3}^M \frac{j_m \tilde{\lambda}}{\lambda_m} \sigma_\phi^2 \cdot \alpha'_m \cdot w_\phi \\
 &= (v_0 + \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi \cdot \sigma_\phi^2.
 \end{aligned} \tag{111}$$

Por lo tanto, la maximización de la discriminación de ambigüedades tiene que llevarse a cabo solo sobre los parámetros $w_\phi, \beta_3, \dots, \beta_M$ y $\alpha'_3, \dots, \alpha'_M$. Esta optimización puede formularse por medio de tres restricciones adicionales:

$$\frac{\partial D}{\partial w_\phi} \stackrel{!}{=} 0, \tag{112}$$

y

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_m} \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}, \tag{113}$$

y

$$\frac{\partial D}{\partial \alpha'_m} \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \tag{114}$$

5 La primera restricción se reescribe, usando (93), (100)-(104), (110) y (11), como

$$\begin{aligned}
 &\kappa_1 \cdot \left[\left(s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right) \left(s_1 + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right) \sigma_{\rho_1}^2 \right. \\
 &+ \left. \left(-s_1 - (1 + s_2) w_\phi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right) \left(-s_1 - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right) \sigma_{\rho_2}^2 + \sum_{m=3}^M \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2 \right] \\
 &+ \kappa_2 \cdot \sigma_\phi^2 \cdot \left[(c_0 + \mathbf{c}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 + (d_0 + \mathbf{d}_1^T \boldsymbol{\alpha}')^2 + \boldsymbol{\alpha}'^T \boldsymbol{\alpha}' \right] + \kappa_3 \cdot (v_0 + \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\alpha}') \cdot w_\phi \cdot \sigma_\phi^2 = 0.
 \end{aligned} \tag{115}$$

La segunda restricción es equivalente a

$$s_m \sigma_{\rho_1}^2 \left(s_1 + s_2 w_\phi + \sum_{l=3}^M s_l \beta_l \right) - (1 + s_m) \sigma_{\rho_2}^2 \left(-s_1 - (1 + s_2) w_\phi - \sum_{l=3}^M (1 + s_l) \beta_l \right) + \beta_m \sigma_{\rho_m}^2 = 0, \tag{116}$$

y puede ser escrita en notación matricial vectorial como

$$\mathbf{A} \cdot [\beta_3, \dots, \beta_M]^T + \mathbf{b} \cdot w_\phi + \mathbf{c} = \mathbf{0}, \tag{117}$$

con

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{m,l} &= s_1 s_m \sigma_{\rho_1}^2 + (1 + s_1)(1 + s_m) \sigma_{\rho_2}^2 + \sigma_{\rho_m}^2 \delta(m-l) \\
 \mathbf{b}_m &= s_2 s_m \sigma_{\rho_1}^2 + (1 + s_m)(1 + s_2) \sigma_{\rho_2}^2 \\
 \mathbf{c}_m &= s_1 s_m \sigma_{\rho_1}^2 - (1 + s_m)(-s_1) \sigma_{\rho_2}^2,
 \end{aligned} \tag{118}$$

siendo $\delta(m-l)$ 1 para $m = l$ y 0 si no. Despejar β_m en (117) da

$$[\beta_3, \dots, \beta_M]^T = -\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot w_\phi). \quad (119)$$

La derivada en la tercera restricción puede desarrollarse en

$$2\kappa_2 \cdot (c_0 c_{1,m} + d_0 d_{1,m}) \sigma_\phi^2 + 2\kappa_2 (\mathbf{c}_1^T c_{1,m} + \mathbf{d}_1^T d_{1,m}) \sigma_\phi^2 \cdot \alpha'_m + 2\kappa_2 \sigma_\phi^2 \cdot \alpha'_m + \kappa_3 v_{1,m} \sigma_\phi^2 \cdot w_\phi = 0, \quad (120)$$

representando $c_{1,m}$ and $d_{1,m}$ los elementos $(m - 2)$ -ésimos de \mathbf{c}_1 y \mathbf{d}_1 . La Ecuación (120) puede simplificarse en

$$\zeta_m^T \alpha'_m + \delta_m w_\phi + \varepsilon_m \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \quad (121)$$

Estas $M - 2$ restricciones pueden escribirse en notación matricial vectorial como

$$\mathbf{X} \alpha' + \delta \cdot w_\phi + \varepsilon = \mathbf{0}, \quad (122)$$

con

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \zeta_3^T \\ \vdots \\ \zeta_M^T \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_3 \\ \vdots \\ \delta_M \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_M \end{bmatrix}. \quad (123)$$

5 Despejar α' da

$$\alpha' = -\mathbf{X}^{-1}(\delta \cdot w_\phi + \varepsilon). \quad (124)$$

Los coeficientes β_m de ponderación de código de (119) y los coeficientes α'_m de ponderación de fase de (124) se insertan en (115) para obtener una restricción que incluye solo de w_ϕ como incógnita, es decir,

$$\begin{aligned} & \kappa_1 \cdot \left[(s_1 + s_2 w_\phi - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)) (s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)) \cdot \sigma_{\rho_1}^2 \right. \\ & + (-s_1 - (1 + s_2) w_\phi + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)) (-s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)) \cdot \sigma_{\rho_2}^2 \\ & \left. (\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi)^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\phi) \right] + \kappa_2 \cdot \sigma_\phi^2 \cdot \left[(c_0 - \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1}(\delta w_\phi + \varepsilon))^2 \right. \\ & \left. (d_0 - \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1}(\delta w_\phi + \varepsilon))^2 + (\delta w_\phi + \varepsilon)^T \mathbf{X}^{-T} \mathbf{X}^{-1} (\delta w_\phi + \varepsilon) \right] \\ & + \kappa_3 \cdot \left[(v_0 + \mathbf{v}_1^T \mathbf{X}^{-1}(\delta w_\phi + \varepsilon)) w_\phi \sigma_\phi^2 \right] / 2 = 0, \end{aligned} \quad (125)$$

que representa una ecuación de segundo grado de w_ϕ . Puede demostrarse que los términos cuadrados se anulan, lo que deja una ecuación lineal, concretamente

$$r_1 + r_2 \cdot w_\phi = 0 \quad (126)$$

10 con

$$\begin{aligned} r_1 &= \kappa_1 \cdot \left[(s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})^2 \cdot \sigma_{\rho_1}^2 + (-s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})^2 \cdot \sigma_{\rho_2}^2 + \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c} \right] + \kappa_2 \sigma_\phi^2 \cdot \\ & \cdot \left[c_0^2 - 2c_0 \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \varepsilon + (\mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \varepsilon)^2 + d_0^2 - 2d_0 \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \varepsilon + (\mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \varepsilon)^2 + \varepsilon^T \mathbf{X}^{-T} \mathbf{X}^{-1} \varepsilon \right] \end{aligned} \quad (127)$$

y

$$\begin{aligned}
 r_2 = & \kappa_1 \cdot \left[(s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) (-\mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) + (s_2 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) (s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \cdot \sigma_{\rho_1}^2 \right. \\
 & + (-s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) (\mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) - (1 + s_2 - \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) (-s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \cdot \sigma_{\rho_2}^2 \\
 & \left. + (\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \right] + \kappa_2 \sigma_{\phi}^2 \cdot \left[-2c_0 \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} + 2\mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{c}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} \right. \\
 & \left. - 2d_0 \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} + 2\mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{d}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} + 2\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{X}^{-T} \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\delta} \right] + \kappa_3 \cdot \left[(v_0 - \mathbf{v}_1^T \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}) \sigma_{\phi}^2 \right] / 2. \tag{128}
 \end{aligned}$$

Despejar w_{ϕ} en (126) da el coeficiente de ponderación óptimo total de fase:

$$w_{\phi_{opt}} = -\frac{r_1}{r_2}, \tag{129}$$

que se usa entonces en (119) y (124) para calcular β_m , $m \in \{3, \dots, M\}$, and α' . La sustitución de α' en (108) y (109) produce los coeficientes restantes de la combinación pura de fase. Los coeficientes β_1 y β_2 de ponderación de código se determinan con (100), (104) y la longitud de onda $\lambda = w_{\phi} \cdot \tilde{\lambda}$. A continuación, los coeficientes α_m de ponderación de fase de la combinación mixta de código-portadora se obtienen a partir de (97).

La Tabla 1 muestra los coeficientes de ponderación y las propiedades de la combinación mixta de multifrecuencia aplanada de GF-IP de código-portadora de discriminación máxima para diversos periodos τ de aplanamiento. Los coeficientes de ponderación de la combinación de código-portadora varían solo ligeramente con τ , mientras que los coeficientes de la combinación pura de fase muestran una fuerte dependencia de τ . Una desviación típica de menos de 5 cm para la estimación del retardo ionosférico ($\tau = 20$ s) hace la resolución de ambigüedades ($\lambda = 2,253$ m) sumamente fiable.

La estimación de ambigüedades de enteros tiene que ser validada. La validación se lleva a cabo comparando las estimaciones previamente obtenidas de ambigüedades con las estimaciones de ambigüedades procedentes de un enfoque alternativo sin geometría. Una combinación lineal sin geometría sin efecto ionosférico elimina las distancias, los desfases horarios, los retardos troposférico y ionosférico y, así, proporciona una estimación directa de las ambigüedades de la combinación, es decir,

$$\hat{N} = \sum_{m=1}^M \alpha_m \lambda_m \phi_m + \beta_m \rho_m = \sum_{m=1}^M \alpha_m \lambda_m N_m + \sum_{m=1}^M (\alpha_m \varepsilon_m + \beta_m \eta_m) = \lambda N + \sum_{m=1}^M (\alpha_m \varepsilon_m + \beta_m \eta_m), \tag{130}$$

estando restringidos los coeficientes α_m y β_m de ponderación por la condición carente de geometría

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m + \beta_m = 0, \tag{131}$$

el requisito de carencia del efecto ionosférico, es decir,

$$\sum_{m=1}^M (\alpha_m - \beta_m) q_{1m}^2 = 0, \tag{132}$$

y la condición de conservación de enteros, es decir,

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m \lambda_m N_m = \lambda N. \tag{133}$$

Esta condición es de cumplimiento automático, ya que las restricciones GF e IF se cumplen para una longitud de onda λ arbitraria. Es un factor de cambio de escala, que afecta tanto a la longitud de onda como a la desviación típica del ruido combinado. Así, se usan todos los grados de libertad para minimizar la varianza de ruido

$\sigma = \sqrt{\sum_{m=1}^M \alpha_m^2 \sigma_{\phi_m}^2 + \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2}$. El enfoque sin geometría resuelve las ambigüedades para cada satélite individualmente, es decir, no se deriva ningún beneficio de la redundancia de satélites. Sin embargo, hay dos ventajas sustanciales en el enfoque sin geometría: En primer lugar, la eliminación del retardo troposférico lo hace robusto con respecto a cualquier error de modelado. En segundo lugar, se evita el caso más desfavorable de acumulación de sesgos en todos los satélites debido a una resolución de ambigüedades independiente para cada

satélite. La varianza de la combinación lineal GF-IF puede mejorar más mediante un aplanamiento de portadoras. Los coeficientes de ponderación tanto de la combinación GF-IF de código-portadora como de la GF-IF solo de fase se optimizan conjuntamente para minimizar la varianza del ruido de la combinación para un periodo τ de aplanamiento predefinido. La optimización sigue el mismo enfoque que en la sección anterior, salvo en que la restricción de conservación del efecto ionosférico es sustituida por la restricción de carencia de efecto ionosférico. La Tabla 2 muestra los coeficientes optimizados de ponderación de combinaciones de triple frecuencia E1-E5b-E5a. La longitud de onda de la combinación de código-portadora se ha fijado en 1 m, lo que da como resultado una desviación típica de solo 4 cm para un aplanamiento de 20 s. Los j_m , α_m y β_m se refieren a los coeficientes de ponderación de la combinación de código-portadora y los α_m' denotan los coeficientes de ponderación de la combinación solo de fase usada para el aplanamiento.

En toda la descripción y las reivindicaciones de la presente memoria, el singular abarca el plural, a no ser que el contexto requiera algo distinto. En particular, cuando se usa un artículo indefinido, debe entenderse que la memoria contempla la pluralidad, así como la singularidad, a no ser que el contexto requiera algo distinto.

Ha de entenderse que los rasgos, los enteros, las características, los compuestos o los grupos descritos en conjunción con un aspecto, una realización o un ejemplo particulares de la invención son aplicables a cualquier otro aspecto, realización o ejemplo descritos en el presente documento a no ser que sean incompatibles con los mismos.

Tabla 1: Combinaciones de banda ancha de código-portadora de portadora aplanada GF-IP-NP de triple frecuencia (E1-E5b-E5a) para la estimación del retardo ionosférico con $\sigma_\phi = 2 \text{ mm}$ y $\sigma_{\rho m} = 3 \cdot \Gamma_m$.

τ	j_1, α_1, α_1'	j_2, α_2, α_2'	j_3, α_3, α_3'	β_1	β_2	β_3	$\lambda[\text{m}]$	$\sigma_A [\text{cm}]$	D
20	1 14,210 -1,376	2 -21,776 1,021	1 10,611 0,355	-0,630	-1,211	-1,203	2,704	7,3	18,49
20	1 13,663 -1,406	-3 -31,408 1,288	2 20,406 0,118	-0,554	-1,057	-1,049	2,704	6,4	20,09
20	1 13,157 -1,434	-4 -40,327 1,535	3 29,476 -0,101	-0,484	-0,915	-0,907	2,503	5,7	21,80
20	1 12,687 -1,461	-5 -48,609 1,765	4 37,899 -0,304	0,419	-0,783	-0,775	2,414	5,1	23,56
20	1 12,250 -1,485	-6 -56,320 1,979	5 45,740 -0,494	-0,358	-0,660	-0,652	2,331	4,6	25,22
20	1 11,842 -1,507	-7 -63,517 2,178	6 53,059 -0,670	-0,301	-0,545	-0,537	2,253	4,2	26,58
60	1 11,882 -1,382	-7 -63,732 1,070	6 53,239 0,311	-0,307	-0,545	-0,536	2,261	2,4	45,99

Tabla 2: Combinaciones de banda ancha de código-portadora de portadora aplanada GF-IF-NP de triple frecuencia (E1-E5b-E5a) para la estimación de la ambigüedad de enteros. Se ha fijado la longitud de onda en $\lambda = 1\text{ m}$; las premisas de ruido son $\sigma_\phi = 2\text{ mm}$ y $\sigma_{\rho m} = 3 \cdot \Gamma_m$.

τ	j_1, α_1, α_1'	j_2, α_2, α_2'	j_3, α_3, α_3'	β_1	β_2	β_3	σ_A [cm]	D
20	1 5,255 -0,045	-4 -16,106 0,397	3 11,773 -0,352	-0,718	-0,183	-0,045	4,0	12,64
20	1 5,255 -0,058	-5 -20,133 0,507	4 15,697 -0,449	-0,717	-0,135	0,033	4,0	12,63
20	1 5,255 -0,070	-6 -24,160 0,617	5 19,621 -0,547	-0,717	-0,087	0,087	4,0	12,53
20	1 5,255 -0,082	-7 -28,186 0,726	6 23,545 -0,644	-0,716	-0,039	0,141	4,1	12,53
60	1 5,255 -0,015	-4 -16,106 0,128	3 11,773 -0,113	-0,718	-0,183	-0,045	2,3	22,07

5 Referencias

[1] R. Hatch, The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements, Proc. Third Intern. Geodetic Symp. on Satellite Doppler Positioning, Nuevo México, II, pp. 1213-1232, 1982.

[2] P. Hwang, G. Graw and J. Bader, Enhanced Differential GPS Carrier-Smoothed Code Processing Using Dual-Frequency Measurements, J. of Navigation, vol. 46, No. 2, pp. 127-137, verano de 1999.

10 [3] G. Mc Graw and P. Young, Dual Frequency Smoothing DGPS Performance Evaluation Studies, Proc. of ION National Technical Meeting, San Diego (CA), EE. UU., pp. 16-24, enero de 2005.

[4] C. Günther and P. Henkel, Reduced noise, ionosphere-free carrier smoothed code, accepted for IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008.

15 [5] S. Schlötzer, High integrity carrier phase based relative positioning for precise landing using a robust nonlinear filter, Master Thesis, Technische Universität München, 174 pp, febrero de 2009.

[6] R. Brown and P. Hwang, Introduction to random signals and applied Kalman filtering, 3ª edición, John Wiley and Sons, Nueva York, 1997.

[7] P. Teunissen, Integer estimation in the presence of biases, Journal of Geodesy, vol. 75, pp. 399-407, 2001.

20

REIVINDICACIONES

1. Un procedimiento para determinar componentes de fase de señales portadoras (3) emitidas por satélites (2) de un sistema (1) de navegación por satélite, que comprende las acciones:
- un sistema usuario (5) recibe las señales portadoras (3) procedentes de diversos satélites
 - las ambigüedades enteras de fase de las señales portadoras (3) recibidas de los satélites (2) son resueltas por medio de una resolución parcial de ambigüedades usando un orden secuencial seleccionado según un criterio de optimización
- caracterizado porque
- el criterio de optimización es el número máximo de ambigüedades de fase que puede ser resuelto por la resolución parcial de ambigüedades, porque
 - el número de ambigüedades de fase resolubles se maximiza seleccionando el orden secuencial usando un requisito predefinido sobre la probabilidad de resolución errónea de ambigüedades de fase, y porque
 - la probabilidad de resolución errónea se calcula usando una cota superior predefinida de los sesgos ambientales de medición.
2. El procedimiento según la Reivindicación 1 en el que la resolución de las ambigüedades de fase depende de información sobre los sesgos instrumentales de código y fase, que han sido determinados previamente:
- midiendo (17) la señal de fase y código mediante una pluralidad de estaciones (10) de referencia;
 - llevando a cabo una estimación (18) de mínimos cuadrados de distancias lineales independientes, errores ionosféricos, sesgos del receptor y sesgos de los satélites para al menos dos épocas;
 - llevando a cabo una estimación (19) de valor real de la ambigüedad usando un filtro de Kalman inicializado por la estimación previa de mínimos cuadrados de distancias, errores ionosféricos, sesgos del receptor y sesgos de los satélites e inicializado además por las velocidades de variación de la distancia, que se han calculado a partir de una diferencia de la distancia estimada de épocas diferentes;
 - determinando (20) secuencialmente las ambigüedades de valor entero en función de las ambigüedades de valor real estimadas previamente una vez que la probabilidad de resolución errónea cae por debajo de un umbral predefinido;
 - llevando a cabo una estimación (21) de sesgos de receptor y sesgos de satélite para las mediciones tanto de código como de fase usando un filtro de Kalman inicializado por la estimación previa de distancias, velocidades de variación de la distancia, errores ionosféricos, sesgos del receptor y sesgos de los satélites y valores predefinidos para los sesgos no resueltos linealmente dependientes de receptor y satélites.
3. El procedimiento según la Reivindicación 2 en el que MR sesgos de receptor, M(K-1) sesgos de satélite y MKR - MR - M(K-1) ambigüedades son linealmente independientes para un número M de frecuencias, un número K de satélites y un número R de receptores.
4. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 1 a 3 en el que las ambigüedades enteras de las señales portadoras recibidas por el sistema usuario (5) se determinan en función de sesgos determinados previamente.
5. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 1 a 4 en el que la selección del orden secuencial se efectúa:
- usando un árbol (29) de búsqueda para determinar el orden secuencial, comprendiendo el árbol (29) de búsqueda una pluralidad de ramas (31) que representan diversos órdenes secuenciales de los satélites (2) que están dispuestos a lo largo de las ramas (31) del árbol (29) de búsqueda;
 - determinando la longitud de la rama (31) determinando la probabilidad de resolución errónea para cada nodo del árbol (29) de búsqueda, finalizando la búsqueda a lo largo de la rama (31) del árbol (29) de búsqueda si la probabilidad de resolución errónea supera un límite preestablecido, y dependiendo la longitud de una rama

particular (31) del número de nodos (32) por los que se ha pasado hasta que finalice la búsqueda a lo largo de una rama (31); y

- seleccionando el orden secuencial asociado con la rama (31) que tenga la mayor longitud.

5 6. El procedimiento según la Reivindicación 5

en el que la selección del orden secuencial se lleva a cabo suponiendo una acumulación unidireccional de sesgos ambientales desde los satélites seleccionados (2) y un perfil exponencial, dependiente de la elevación, de las magnitudes de los sesgos.

10 7. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 1 a 6

en el que la selección (22) del orden secuencial se lleva a cabo sin descorrelación, con descorrelación parcial o total de las ambigüedades de coma flotante.

15 8. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 1 a 7

en el que la selección (22) del orden secuencial se lleva a cabo con la restricción de que la separación acimutal entre los satélites (2) de resoluciones subsiguientes de las ambigüedades de fase supere un límite inferior preestablecido y/o en la que el límite inferior se reduzca con el número de nodos (32) verificados a lo largo de una rama (31) del árbol (29) de búsqueda.

20 9. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 1 a 8

en el que las señales portadoras recibidas y señales adicionales de código recibidas se combinan (23) en una combinación multifrecuencia, conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora y una combinación multifrecuencia, conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico solo de códigos para la resolución secuencial (25) de las ambigüedades de fase.

25 10. El procedimiento según la Reivindicación 9

en el que la combinación multifrecuencia de código-portadora y la combinación solo de códigos son aplanadas (24) por una combinación multifrecuencia solo de portadoras, resultando en una combinación multifrecuencia aplanada de código-portadora y una combinación solo de códigos para la resolución secuencial (25) de las ambigüedades de fase.

30 11. El procedimiento según la Reivindicación 10

en el que los coeficientes de ponderación de la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora se seleccionan maximizando la relación entre la longitud de onda y la desviación típica de la combinación aplanada de código-portadora para la resolución secuencial (25) de las ambigüedades de fase.

35 12. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 9 a 11

en el que las ambigüedades resueltas se validan usando ambigüedades obtenidas a partir de una combinación multifrecuencia, sin geometría, sin efecto ionosférico de portadora aplanada de código-portadora.

40 13. El procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 9 a 12

en el que las ambigüedades de fase resueltas son eliminadas (27) de una combinación mixta sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora de señales multifrecuencia de código y portadora que comprende la misma combinación de ambigüedades que la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora.

45 14. El procedimiento según la Reivindicación 13

en el que la combinación multifrecuencia mixta sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora es aplanada (28) por una combinación multifrecuencia solo de portadoras resultante en una combinación multifrecuencia aplanada de código-portadora.

50 15. El procedimiento según la Reivindicación 14

55 en el que los coeficientes de ponderación de la combinación sin geometría, conservadora del efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora se seleccionan maximizando la relación entre la longitud de onda y la desviación típica de la combinación aplanada de código-portadora que comprende la

misma combinación de ambigüedades que la combinación conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico, conservadora de enteros de código-portadora.

16. Un sistema usuario de navegación

5 caracterizado porque

el sistema usuario está dispuesto para realizar el procedimiento según una cualquiera de las Reivindicaciones 1 a 15.

FIG 1

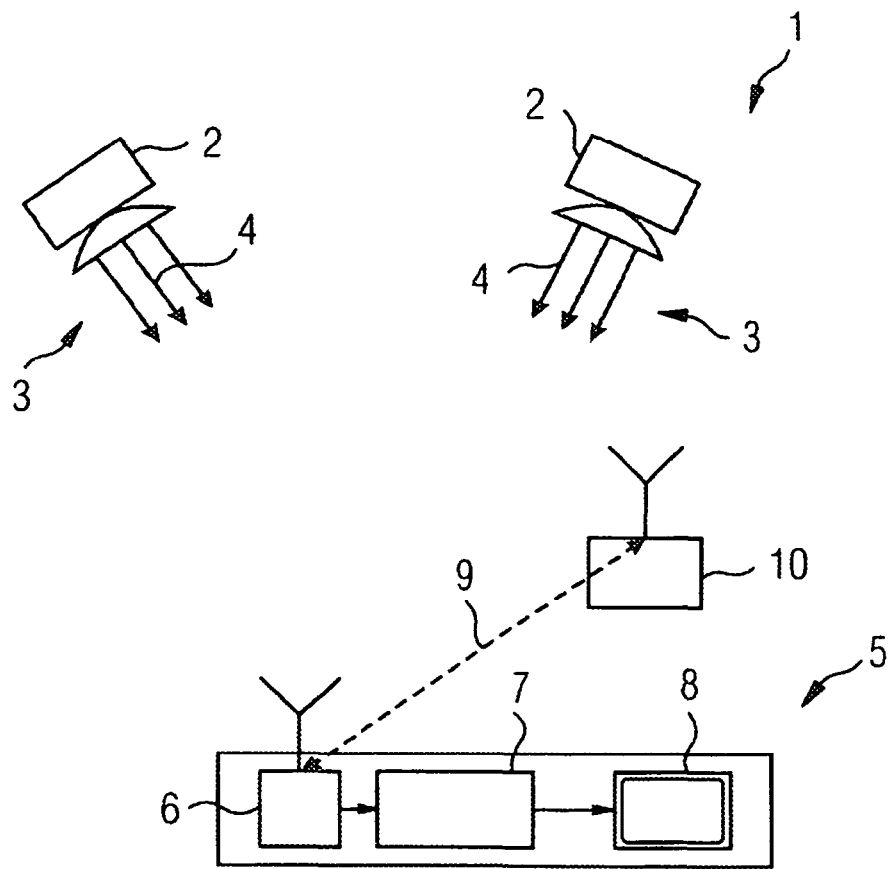


FIG 2

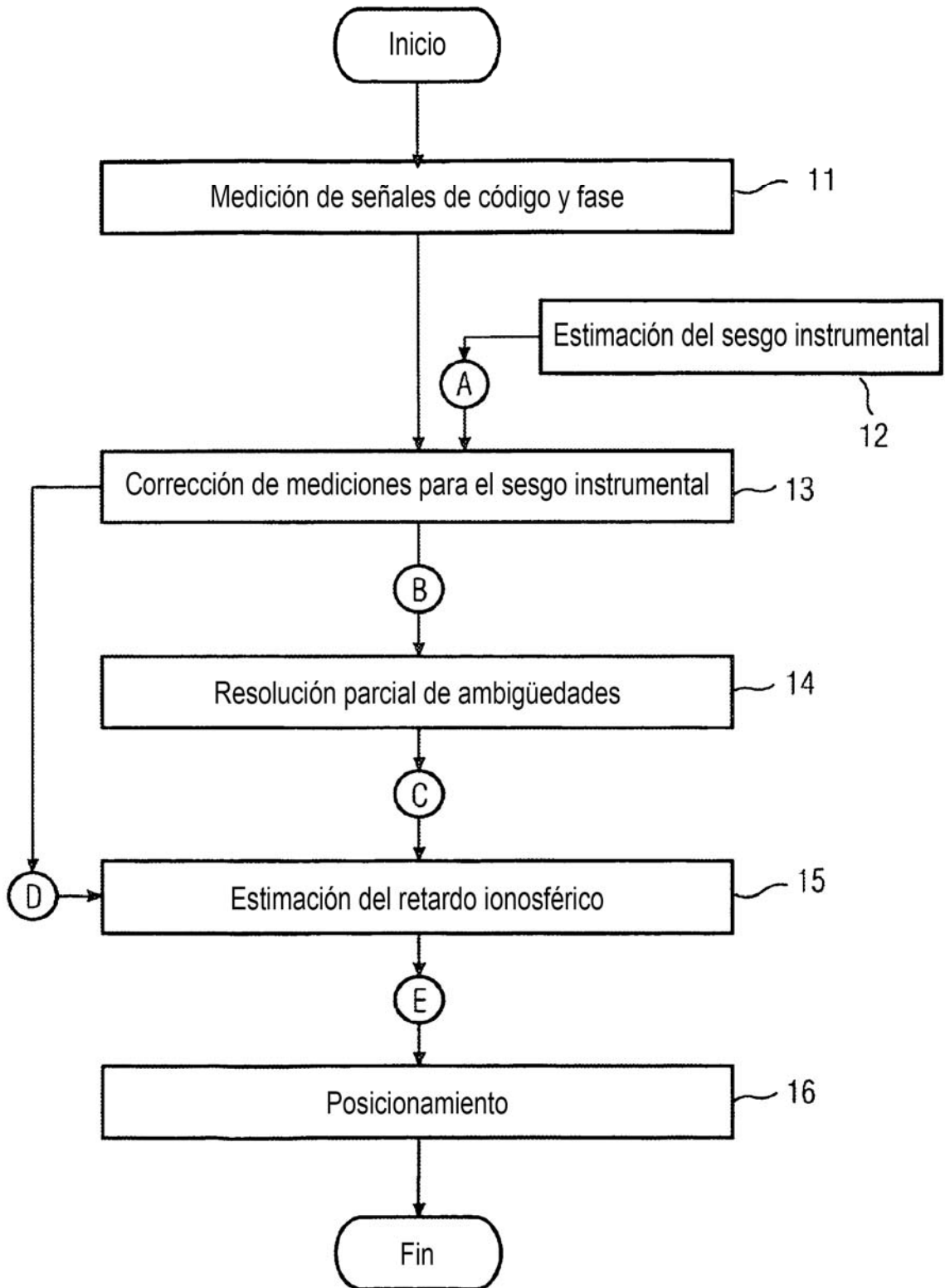


FIG 3

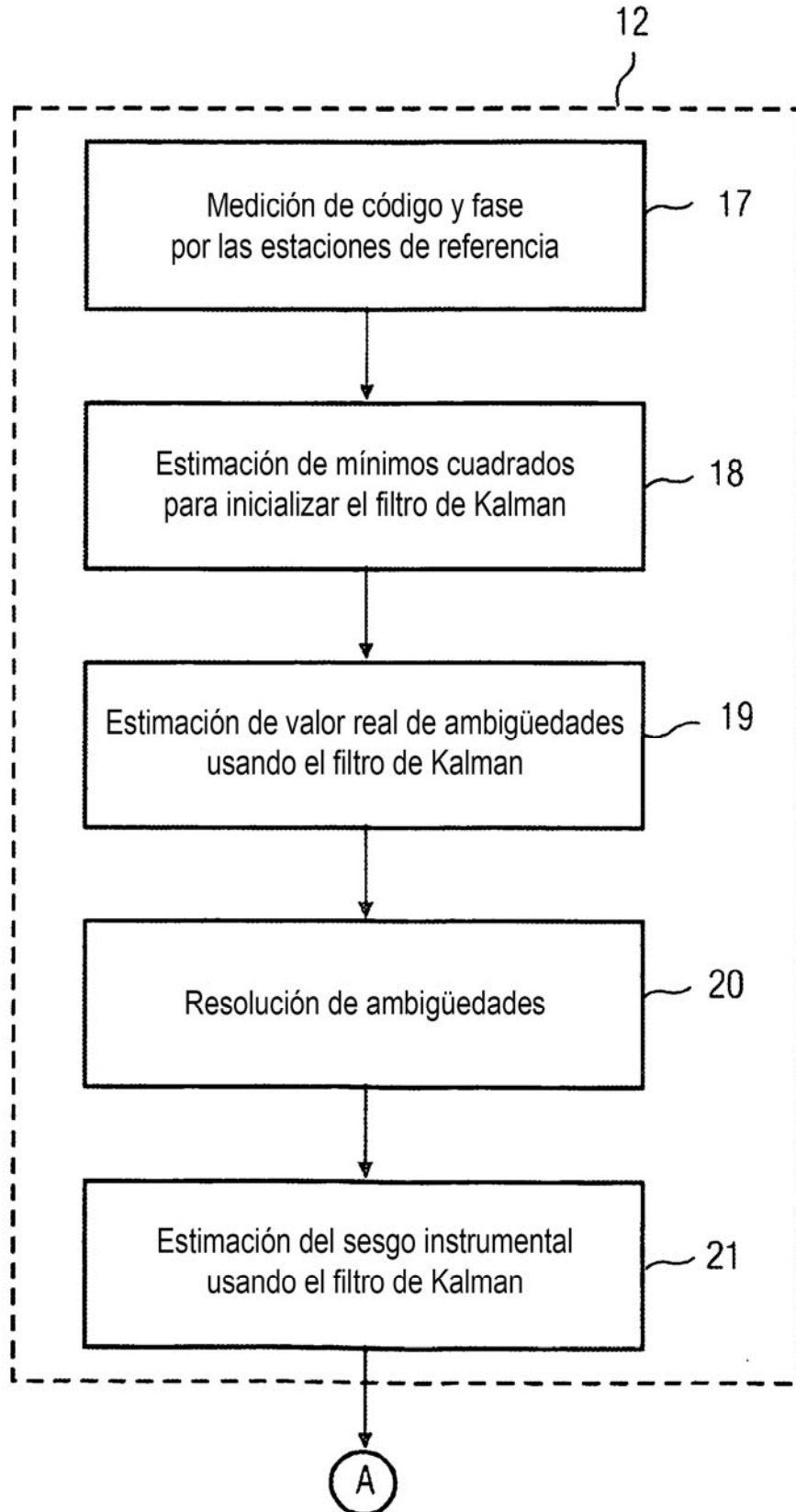


FIG 4

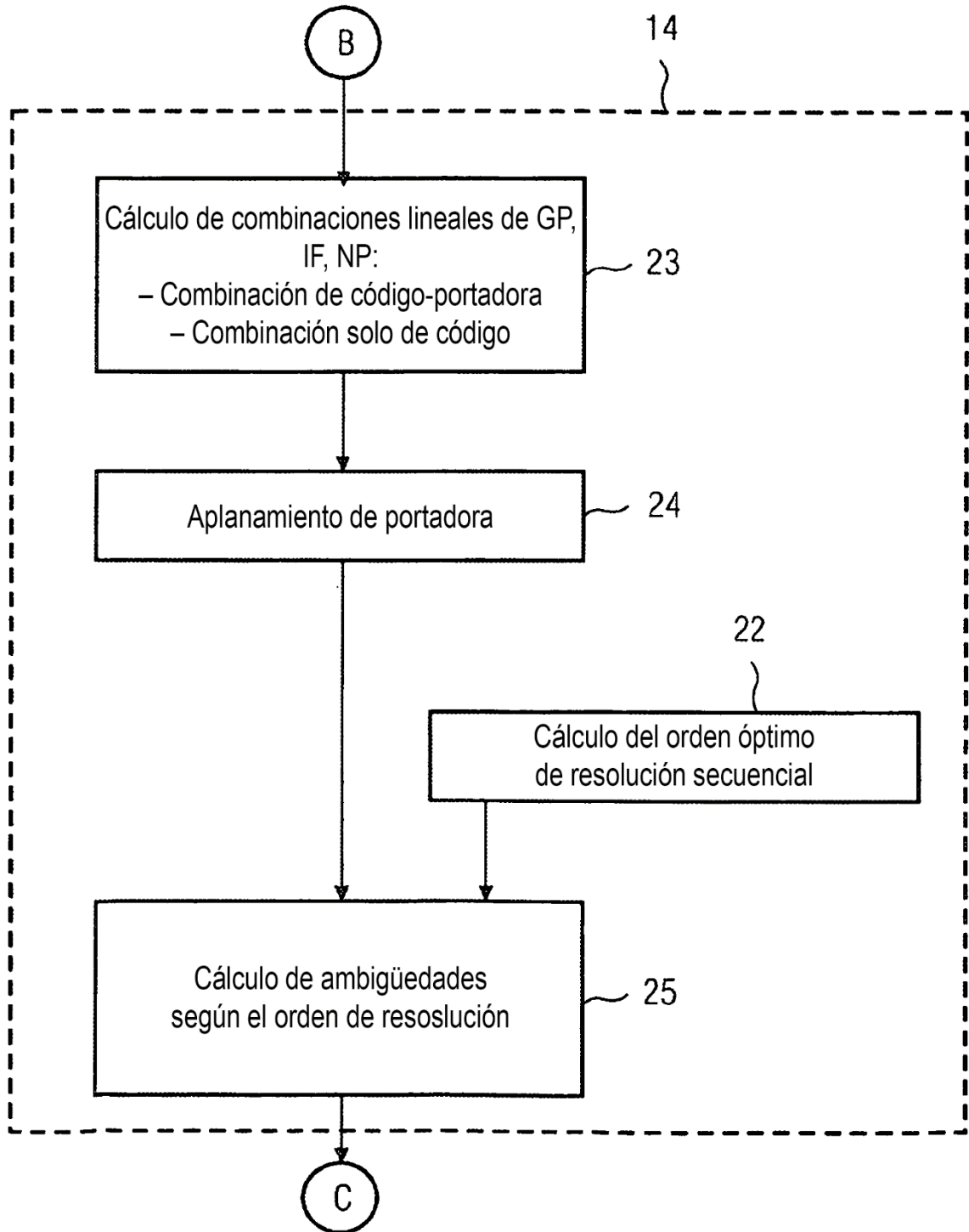


FIG 5

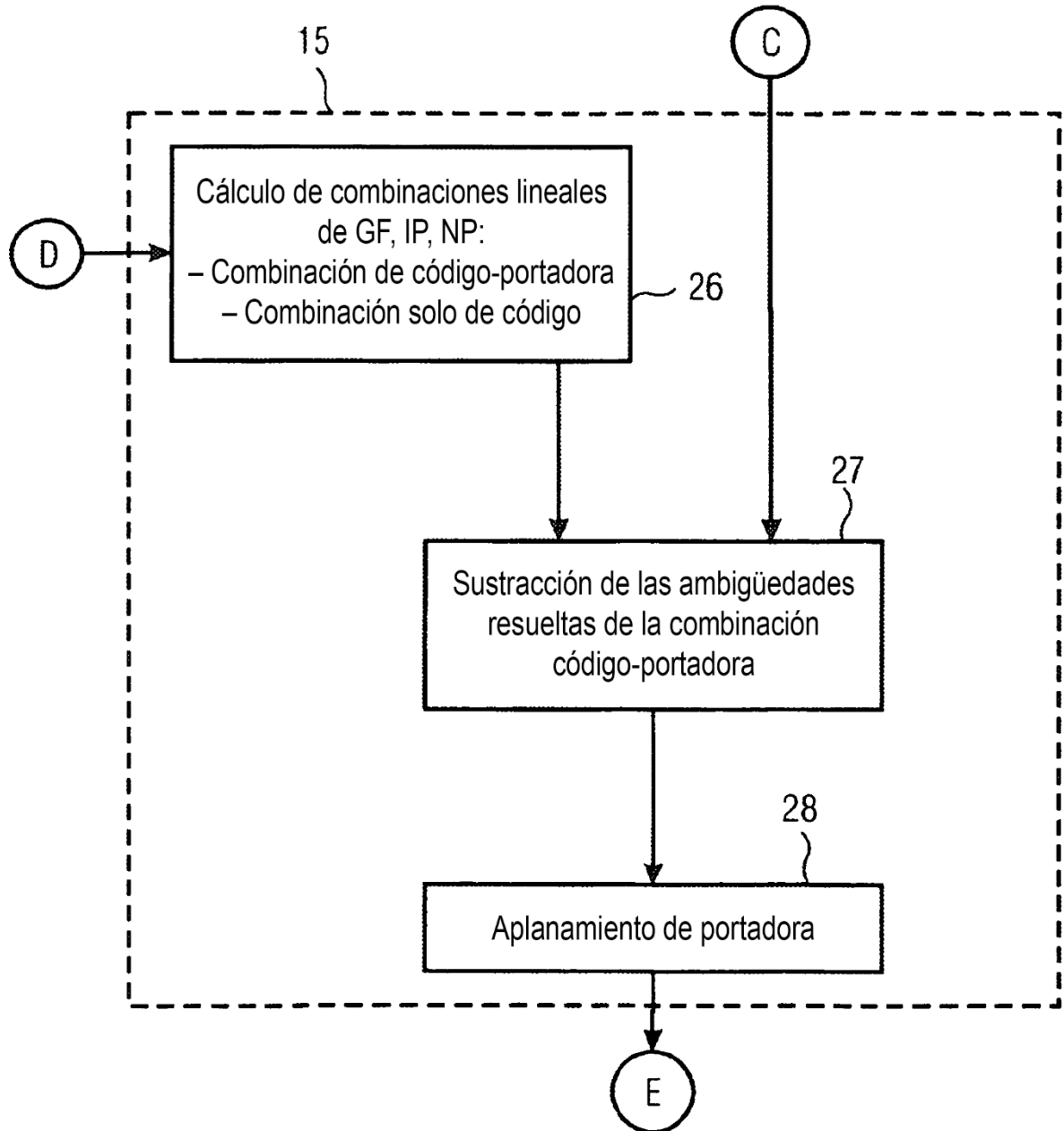


FIG 6

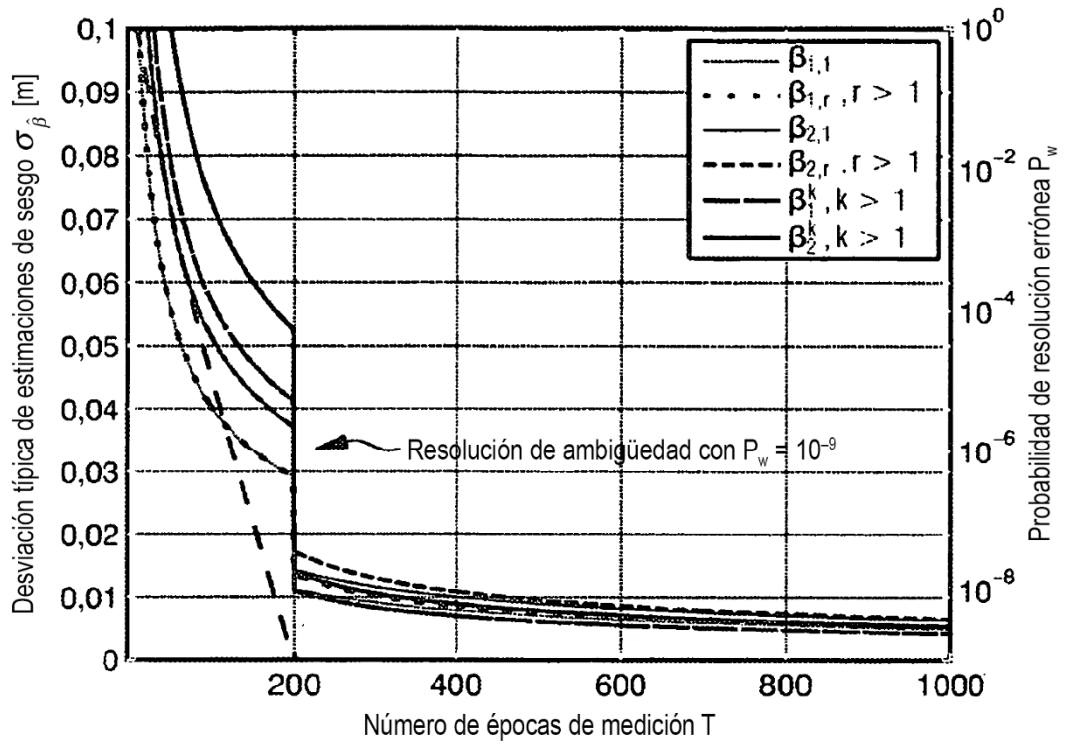


FIG 7

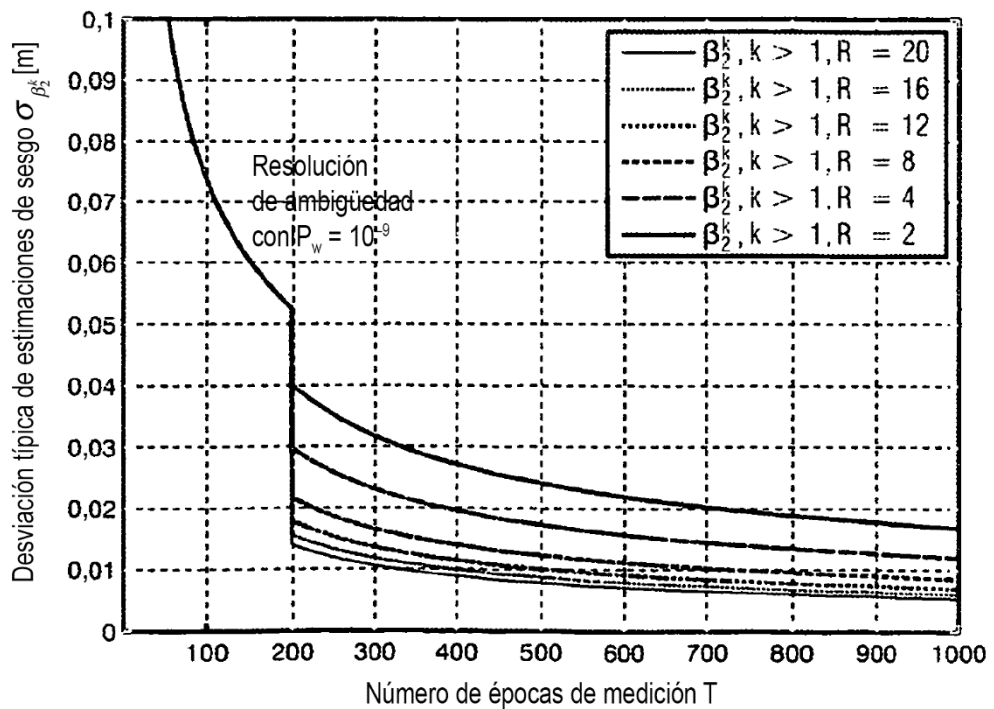


FIG 8

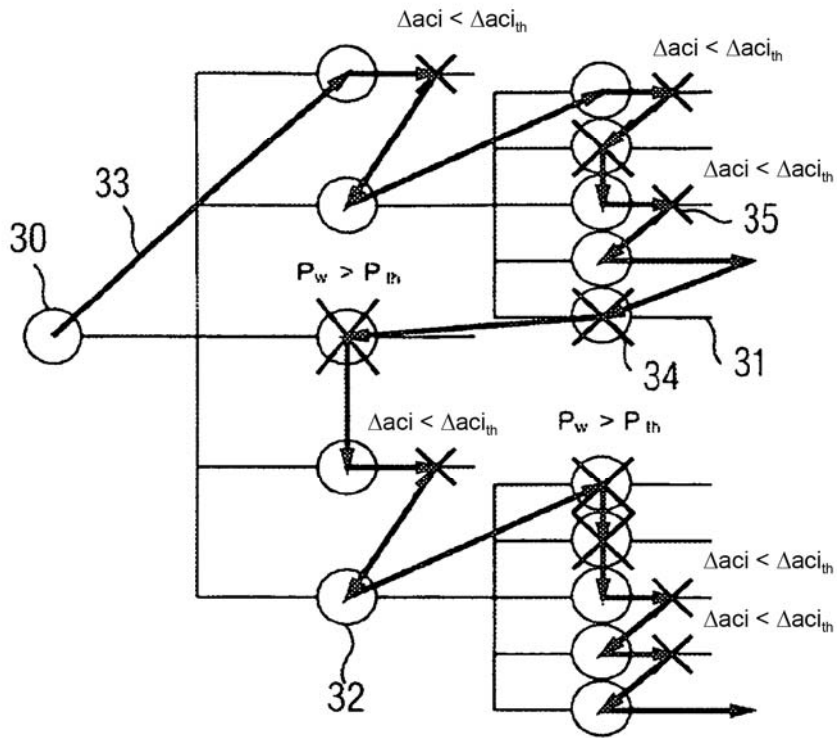


FIG 9

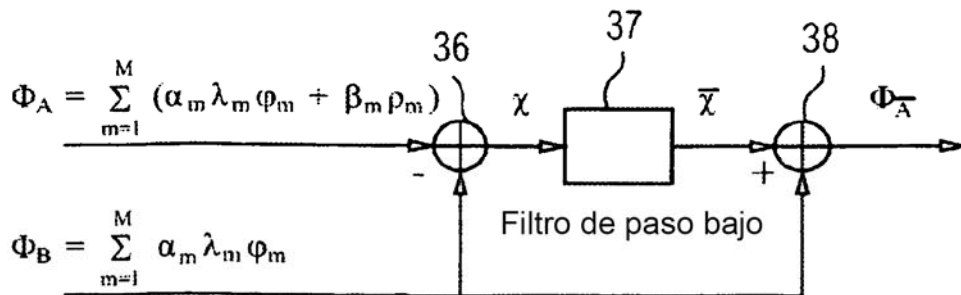


FIG 10

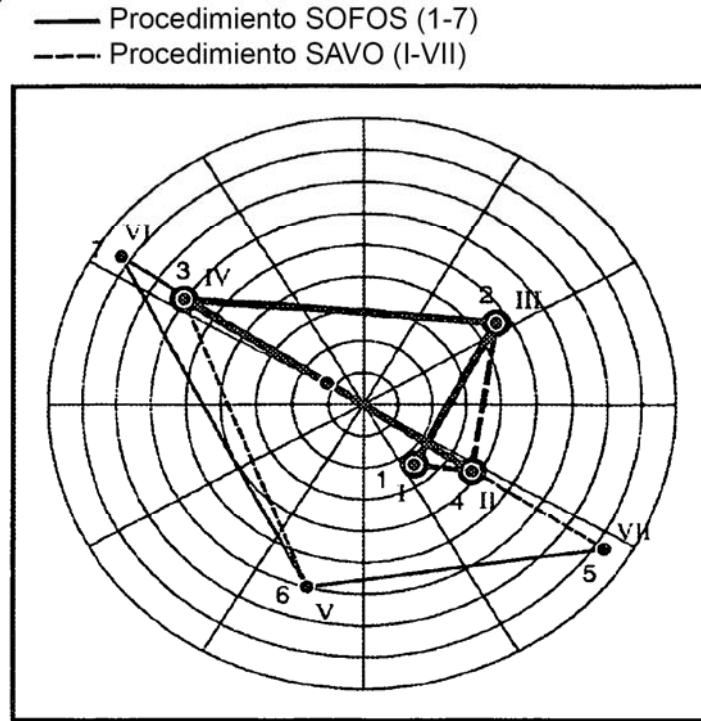


FIG 11

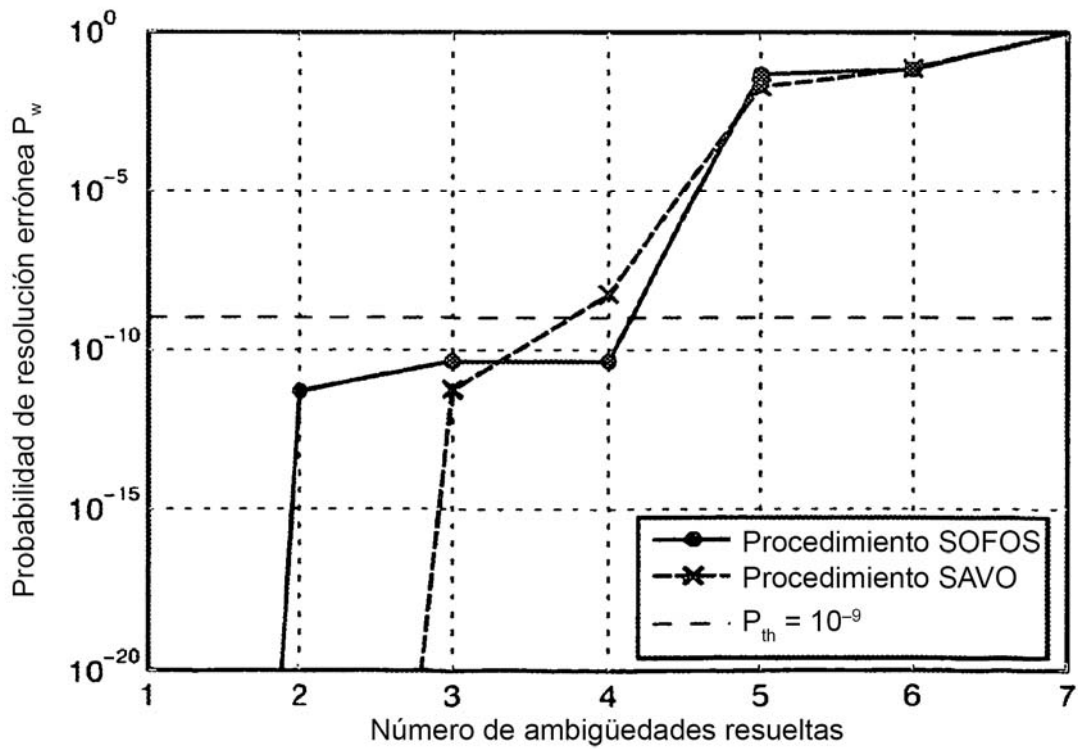


FIG 12

— Procedimiento SOFOS (1-9)
 - - - Procedimiento SEBLO (I-IX)

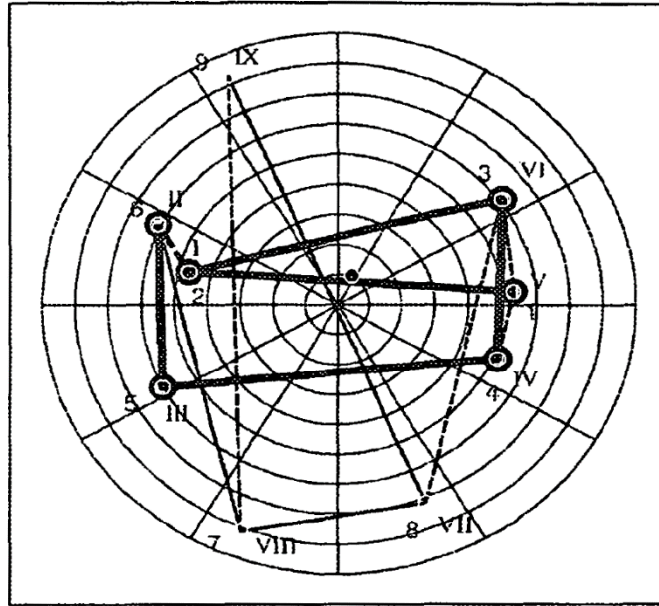


FIG 13

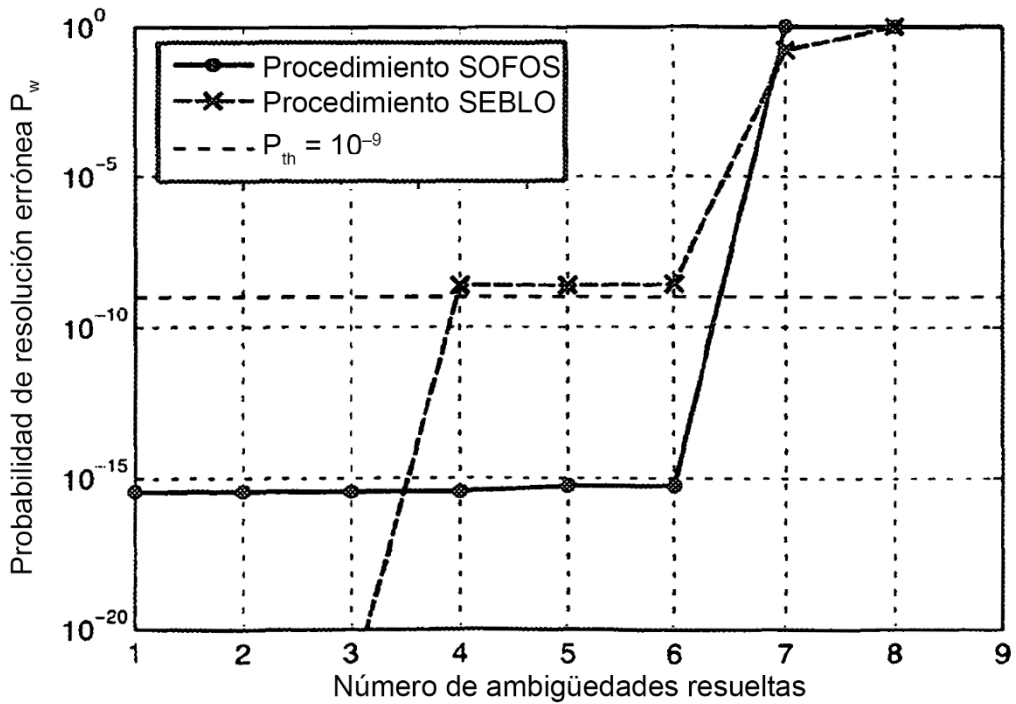


FIG 14

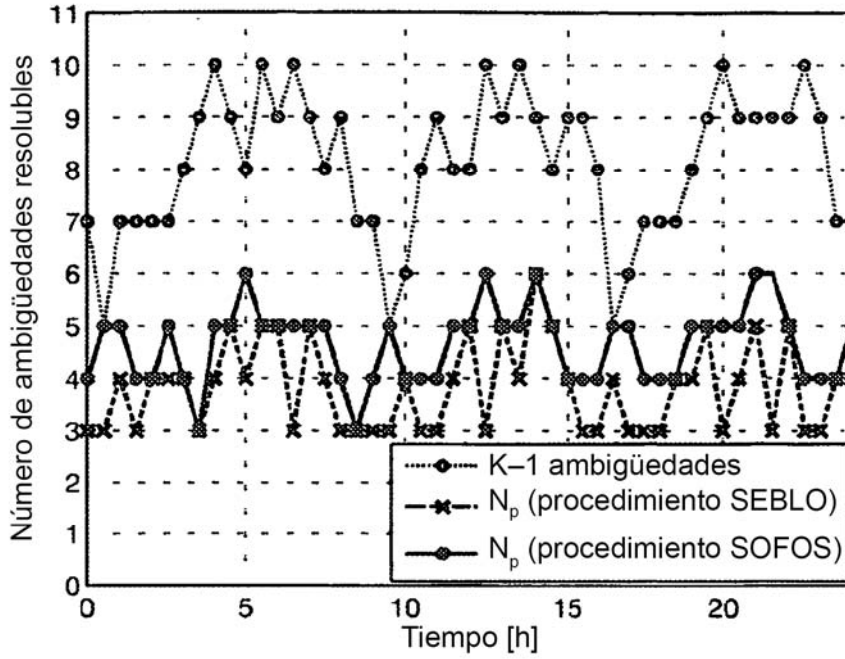


FIG 15

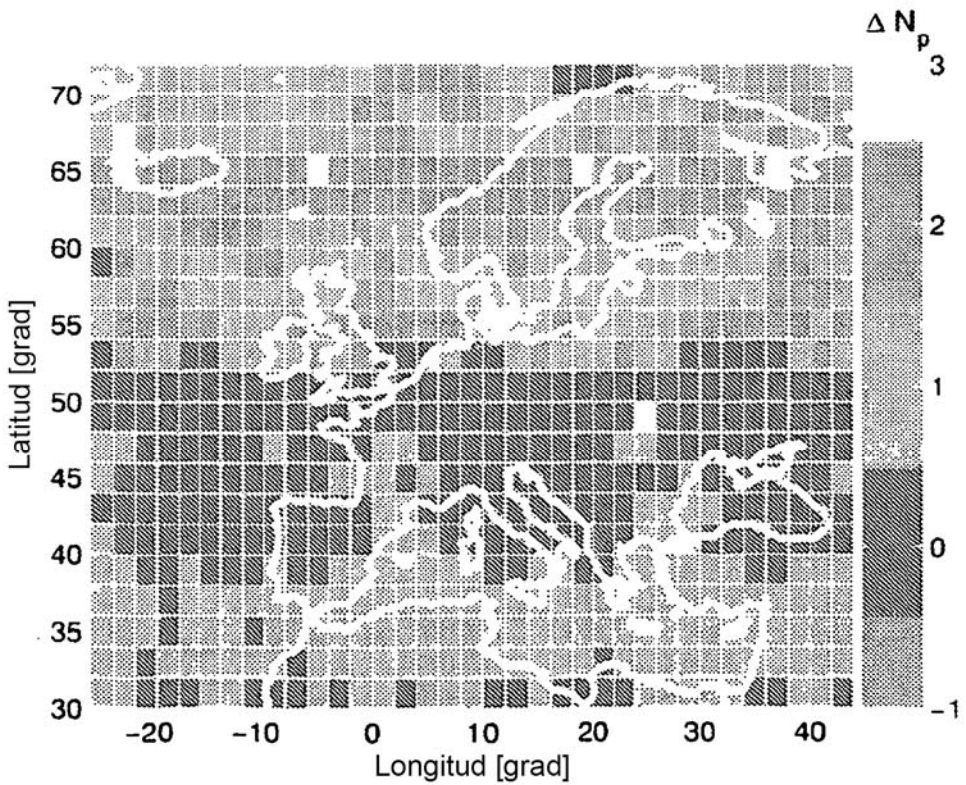


FIG 16

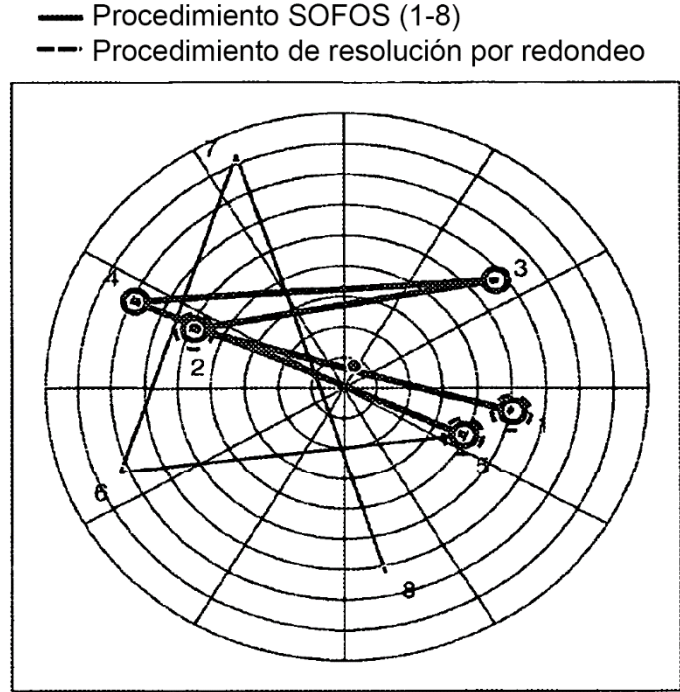


FIG 17

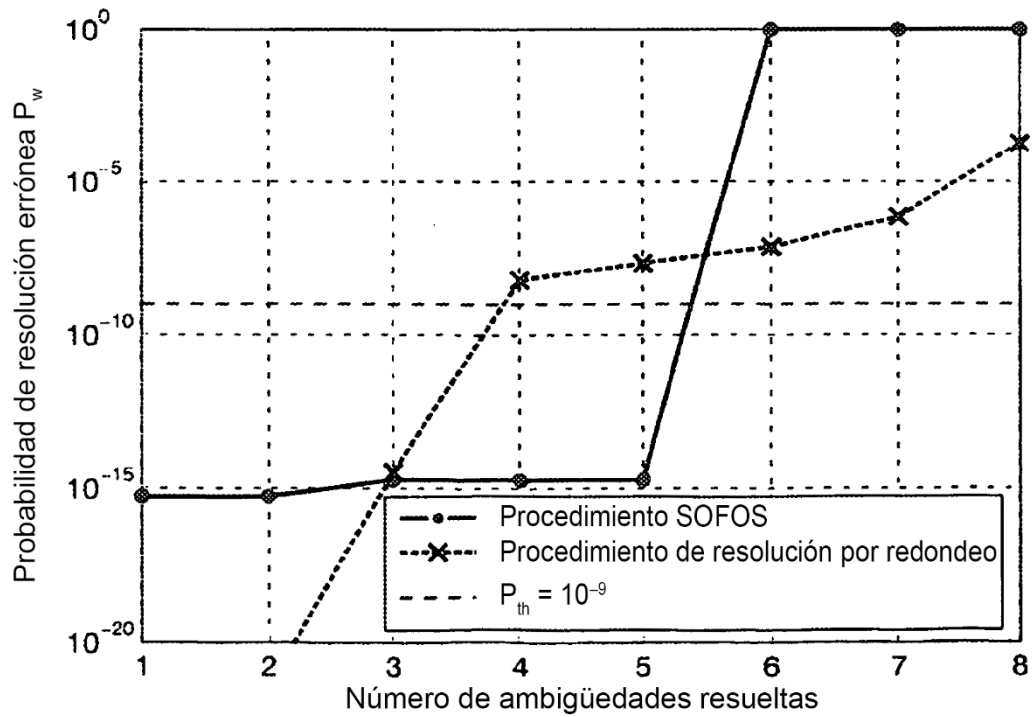


FIG 18

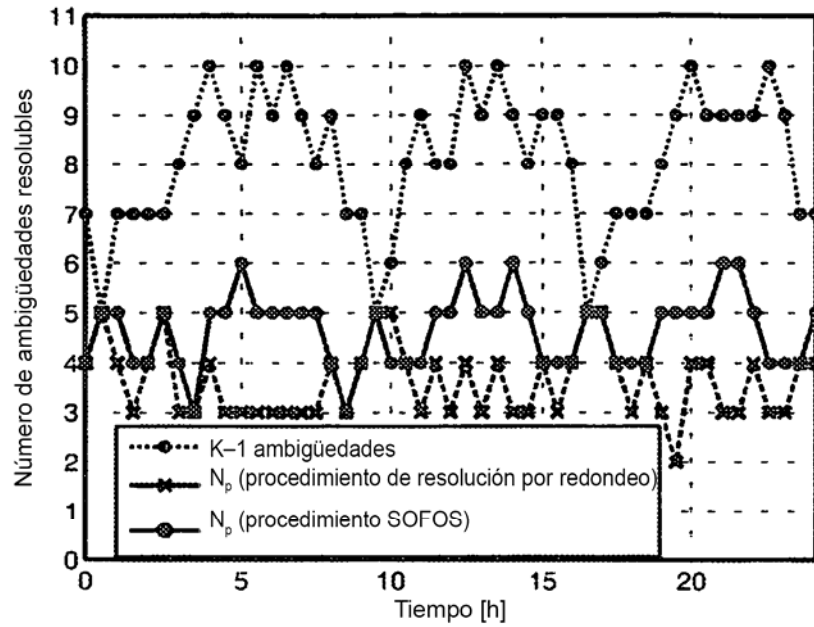


FIG 19

