



[12] 发明专利申请公布说明书

[21] 申请号 200710101309.X

[43] 公开日 2007年9月19日

[11] 公开号 CN 101038335A

[22] 申请日 2000.12.7

[21] 申请号 200710101309.X

分案原申请号 00818807.6

[30] 优先权

[32] 1999.12.10 [33] US [31] 09/460,180

[71] 申请人 高通股份有限公司

地址 美国加利福尼亚州

[72] 发明人 I·J·费南德兹-科巴顿

A·H·瓦雅诺斯 P·A·阿加西

S·S·索利曼

[74] 专利代理机构 上海专利商标事务所有限公司
代理人 陈斌

权利要求书2页 说明书20页 附图7页

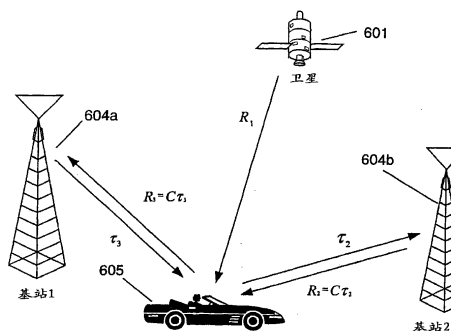
[54] 发明名称

用于确定 GPS 地面混合定位系统代数解的方法和装置

使用该代数方法来检测不确定解的存在并找出两个解。

[57] 摘要

用于混合定位系统的方法和装置。该方法和装置组合来自全球定位系统(GPS)和地面收发机站的测量来计算设备的位置。从该方法和装置中输出混合定位系统方程的代数解。与使用常规迭代的最小均方方法对照,该方法和装置使用非迭代方法来确定设备的位置。在希望非迭代解的情况中,能使用本发明的方法解出定位系统方程组。在某些场合下,定位系统方程有两个可能解。迭代方法会收敛于其中一个解而没有任何关于存在另一二义性解的指示。而且,迭代方法可能收敛于两个不确定解中的错误解。使用这里揭示的方法和装置产生两个不确定解。所揭示的方法将继之以迭代方法,对于迭代方法,使用代数方法的解作为设备位置的初始估计。一不同处理能够选择正确的解。这样,可以



1. 一种用于在处理单元中确定设备的位置的方法，包括：

a) 接收关于搜寻以待确定的特定位置的距离信息、伪距信息和到达差异信息，所述距离信息是所述设备的位置和第一传送点之间的距离，所述伪距信息是所述设备的位置和第二传送点之间的距离加上一时钟偏差，所述到达差异信息是从第三传送点传送的参考信号到达所述设备的位置的时间和从第四传送点传送的第二信号到达所述设备的位置的时间之间的差异；

b) 使用平面波近似来去除与伪距信息相关的未知二次项；

c) 用第一二次变量代替距离信息中的任何未知二次项；

d) 以与所述距离信息、伪距信息或到达差异信息相关的传送点中的一个为坐标架原点来构造坐标架；

e) 借助新构造的坐标架用一组方程来表示到达距离差异、距离和伪距信息；

f) 用第二二次变量代替未知位置的坐标，从而使得用于到达差异、距离和伪距信息的方程为相同形式；

g) 将用于距离、伪距和到达差异信息的方程连接成单独一组方程；

h) 按照所述二次变量的函数来表示所述设备的位置和时间偏差；

i) 求出所述第二二次变量，从而确定所搜寻的位置的两个解；

j) 输出所搜寻的位置。

2. 一种用于在处理单元中确定设备的位置的方法，包括：

a) 选择具有假设的精确性的初始位置估计；

b) 在所述初始估计周围将二次阶卫星和高度辅助测量线性化；

c) 使用线性化的卫星和高度辅助测量来求出所述设备的位置；

d) 忽略比所述初始位置估计的假设的精确性更不精确的所述设备的位置的任何解；

e) 接受比所述初始位置估计的假设的精确性更精确的所述设备的位置的任何解；

f) 输出所述设备的位置的可接受的解。

3. 如权利要求 2 所述的方法，其特征在于，所述设备的位置的可接受的解中的至少一个用作对所搜寻的位置的迭代确定定位的初始点。

4. 如权利要求 2 所述的方法，其特征在于，还包括：

a) 如果不只一个解的精确性比所述初始位置估计的假设的精确性更高，则使用下述标准中的至少一个来识别所述设备的位置的正确解：

i) 扇区角开口和方向；

ii) 相对于预期单元大小的到服务基站的距离；

iii) 在存在冗余的情况下的所述设备的位置的两个解的相对最小均方 LMS 代价；

iv) 接收的信号功率；以及

v) 可供网络规划的覆盖区域图。

5. 一种用于在处理单元中确定移动设备的坐标从而确定位置的方法，包括：

a) 接收高度辅助信息，所述高度辅助信息采用表示移动设备的位置的地球为中心的地球固定 ECEF 坐标的形式；

b) 旋转 ECEF 坐标架，使得 z 轴穿过选作所述移动设备的位置的初始估计的点；

c) 使用所述高度辅助信息提供新的坐标架中的 z 坐标的值；

d) 接收一个或多个距离、伪距、以及距离差异信息；

e) 使用所述一个或多个接收到的距离、伪距、以及距离差异信息来求解时间偏差、所述移动设备的 y 坐标、以及所述移动设备的 x 坐标；以及

f) 输出所述移动设备的 x 坐标、y 坐标和 z 坐标。

用于确定 GPS 地面混合定位系统代数解的方法和装置

本申请是申请日为 2000 年 12 月 7 日、国际申请号为 PCT/US00/33375、中国申请号为 00818807.6、题为“用于确定 GPS 地面混合定位系统代数解的方法和装置”的分案申请。

技术领域

本发明一般涉及到设备的定位，尤其涉及到基于从全球定位系统（GPS）卫星和相关的定位系统提供的信息来确定设备位置的方法和装置。

背景技术

全球定位系统（GPS）和地面移动通信中的最近发展使得有希望在功能上将 GPS 集成于诸如蜂窝网移动站的移动通信设备。通过使用网基方法或使用基于手机的方法能够解决蜂窝网地理定位问题。

地面定位

网基解决方案依靠发自移动站并在多个固定基站上接收的信号。通过在基站上测量移动站信号的到达时间（TOA）能够实现该方案。移动站将落在由不同基站上的相同信号的到达时间差定义的双曲线上。精确的位置估计取决于精确同步和信号结构（带宽等）。

基于 GPS 定位

基于 GPS 定位依靠每 12 小时环绕地球一圈的 24 个卫星的构象（加上一个或多个绕轨道的多余卫星）。这些卫星在 26,000km 的高度上。每个卫星发送两种信号：L1（1575.42MHz）和 L2（1227.60MHz）。L1 信号由两种伪随机噪声（PN）码调制—保护（P）码和原始/采集（C/A）码。L2 信号仅载有 P 码。每个卫星传送一种特殊的码，以允许接收机识别信号。民用导航接收机仅使用

L1 频率上的 C/A 码。

GPS 幕后的思想是使用空间的卫星作为参考点来定位。通过精确地测量与三个卫星的距离，接收机对在地球上的任何地方的位置“作三角测量”。接收机通过测量信号从卫星到接收机传播所需的时间来测量距离。然而，测量传播时间中的问题是要确切地知道信号何时离开卫星。为了实现该方法，所有的卫星和接收机以这样的方式即在确切相同的时间产生相同的码来同步。因此，通过知道信号离开卫星的时间以及基于其内部时钟观察接收信号的时间，接收机能够确定信号的传播时间。如果接收机具有与 GPS 卫星同步的精确时钟，那么对于在三维空间中定位来说就，来自三个卫星的三个测量值足够了。每个伪距（PR）测量给出了以相应卫星为中心的球面上的位置。根据 GPS 总体规划 GPS 卫星放置在非常精确的轨道上。GPS 接收机具有已存储的指示在给定时间上卫星在空中的位置的“天文年历”。地面站连续不断地监测 GPS 卫星来观察它们在轨道中的变化。一旦测量了卫星的位置，信息就被转播回该卫星并且该卫星连同它的定时信息广播这些误差“星历表”作为导航消息的一部分。

在 GPS 接收机中拥有精确时钟是非常昂贵的。实际上，GPS 接收机相对于其时钟测量来自四个卫星的到达时间差，然后同时解决用户位置和相对于 GPS 时间的时钟偏差。图 1 显示了 4 个卫星 101、102、103、104 以及 GPS 接收机 105。测量来自四个卫星的到达时间差涉及到求解如图 1 所示的带有四个未知数即给定的 PR 测量值和卫星位置（卫星数据）的四个方程的系统。换句话说，由于接收机时钟误差，四个球面不会相交于单个点。接收机随之调整自己的时钟使得四个球面就相交于一点。

混合定位系统

地面定位解决方案与 GPS 解决方案互相补充。例如，在乡村和郊外地区不是许多基站都能听到移动站，但是 GPS 接收机能够看见四个或更多的卫星。相反地，在密集的城区和建筑物中，GPS 接收机不能检测到足够的卫星。然而，移动站能够看见两个或更多基站。混合解决方案利用早已适用于移动站和网络的蜂窝网/PCS 信息。组合 GPS 与地面测量在定位有效性中提供了实质改进。混合定位系统可以将来自地面网络的往返延迟（RTD）和导频相位测量与 GPS 测

量结合：

混合方法结合 GPS 和网络测量来计算移动站的位置。移动站收集来自 GPS 构象和蜂窝网/PCS 网络的测量。这些测量融合在一起来产生移动站位置的估计。

当可利用足够的 GPS 测量时，使用网络测量就没有必要了。然而，当少于四个卫星或在坏几何结构的情况下有四个或更多卫星测量，就必需用网络测量作为补充。用于获得解答的测量值的最少数量等于未知数的数量。由于系统有四个未知数（三个坐标和 GPS 接收机时间偏差），那么获得解答的测量值的最少数量为 4。对于任何不可利用的卫星测量，可以使用往返延迟（RTD）测量来确定离基站的距离。同样可以使用 RTD 测量来提供时间辅助信息。此外可以使用其它信息，诸如 PN 偏移伪距（如果时间偏差与卫星的相同），PN 偏移差异（如果时间偏差不同）以及高度辅助来提供辅助信息并且这样就增加包括正被搜索的未知数（即 x, y, z 和时间偏移）的方程的数量。只要方程的总数量大于四，那么找到解答将变得可能。

往返延迟（RTD）

基站中的每个扇区的前向链路上的导频定时与 GPS 系统时间同步。移动站时间参考是当在移动站的最早到达的将用于解调的可用多路径分量的天线连接器上测量时的发生时间。移动站时间参考作为反相信息量和接入信道的发送时间来使用。

图 2 显示了地面收发基站 201 和移动站 202。如图 2 所示，移动单元 202 使用从服务基站 201 接收到的时间参考作为自己的时间参考。考虑到自身的硬件和软件延迟，并假设前向和反向链路在实质上有相同的传播延迟，移动站发送其信号以至于该信号被服务基站 201 接收回总共延迟了 2τ 。通过在基站上将接收的来自移动站 202 的信号在时间 T_{sys} 与参考信号相关来测量总延迟。测量的 RTD 相当于移动站 202 与基站 201 间的两倍距离（在校准基站端的硬件延迟之后）。

注意到同样可以使用服务基站的 PN 的知识（由于以粗略终点角（AOA）测量分区）来帮助解决不确定性。

导频相位测量

移动站连续不断地搜索有效和邻近的导频。在此过程中，它测量其接收的每个导频的 PN 偏移。如果时间参考在 PN 偏移和卫星测量上都相同，那么这些测量上的偏差（在相应的天线连接器上测量）也将相同。这样就可把它们看做伪距。

如果时间参考不同，那么我们可以简单地使用每个导频和参考（最早到达）导频 PN 偏移间的差异。该导频 PN 相位差异与来自两个基站的两个导频的到达时间差（TDOA）相同。图 4 显示了这样的两个基站 401 和 402 和移动站 405。

注意到在大多数蜂窝网系统上，天线被划分成扇形区并且每个 PN 与一个扇区相关联而不是与基站相关联。因此，除了 TDOA 信息之外，每个测量能提供一些用于解决不确定性的到达信息角（AOA）的标准。

高度辅助测量

确定电话机在与哪个扇区通信总是可能的。这能够在 3 至 5 千米范围内给出电话机的位置的估计。网络规划常常基于所覆盖区域的数字地图。基于地面信息和扇区的知识，获得用户高度的较好估计总是可能的。

用三个卫星进行 3-D 定位

图 3 显示了三个卫星 301、302、303，地面收发基站 304 以及移动站 305。如图 3 所示，由于移动站 305 从至少一个基站 304 接收 CDMA 信号，移动站 305 将获取系统时间。相对于服务基站 304 上的真实系统时间，其系统时间的感知被移动站 305 与基站 304 之间的传播延迟 τ 所延迟。一旦移动站 305 试图接入系统或处于业务信道上时，传播延迟 τ 估计为 $\frac{RTD}{2}$ 。该估计可用于调整移动系统时间来符合“真实”GPS 时间。现在移动站 305 中的移动时钟同步于 GPS 时间；因此仅仅需要来自三个卫星 301、302、303 的三个测量。注意到多路径效应并不影响系统的性能，因为移动系统时间偏移 GPS 时间 τ 而不管信号是采取直接路径还是反射路径。移动站关于导频相位偏移的测量可以代替基站 30 上的 RTD 测量来用于将所需卫星的数量减少到 3 个。

用两个卫星进行 3-D 定位

如图 5 所示，除了使用到服务基站的 RTD 用于定时之外，服务基站也可以用于测距。图 5 显示了两个卫星 501、502，基站 504 以及移动站 505。到服务基站 504 的距离由 $R_3 = C\tau$ 给出，其中 C 是光速。多路径效应在这里将影响定位精确性。注意到在某个特定的几何情况下，我们可以得到两个不确定解。通过使用扇区化或前向链路信息能够解决不确定性。例如，邻近导频的导频 PN 相位差能够用于解决所引起的不确定性。同样，可以使用导频相位测量替代 RTD 测量，或除了 RTD 测量之外，可以使用导频相位测量。

用一个卫星进行 3-D 定位

在这种情况下，所提出的方法需要来自蜂窝网/PCS 网络的辅助测量。该辅助测量可以是前向链路上的第 2 RTD 测量或导频相位偏移。图 6 显示了卫星 601、两个地面收发机 604a 和 604b、以及移动站 605。为了降低所计算的位置上的多路径效应的影响，移动站 605 报告最早到达路径的导频相位。

当组合不同类型的测量时，可以使用迭代解（如著名的基于梯度方法的“牛顿算法”）来确定解答（即所搜寻的设备的位置）。然而，在使用迭代解的某些情况下，可能存在两个解。可能存在两个解是因为使用于迭代方程测量的二次性（即至少一个所需求解的未知数被提高到二次幂）。可能存在两个解造成了解答中的不确定性。这就是不清楚两个解答中的哪一个代表所搜寻的位置。这将适用于所有类型的定位系统（除了 AOA）包括全球定位系统（GPS）。

不确定性的存在取决于测量冗余的存在以及提供位置信息的卫星和地面接收机站的相对位置。当测量中无冗余时，总是存在不确定性。然而，当存在冗余时，不确定性也总是存在，但是即使考虑到辅助测量，几何形状是这样的以至于提供的信息量也是不够的。然而，这些罕有发生。

一种迭代方法将收敛于其中一个解而不带有任何另一个解的存在或位置的指示。该收敛的特殊解将仅仅取决于使用的初始条件。

在 GPS 的情况下，由于卫星的距离，不确定解非常远离地球表面。因此如果给出接近地球表面的初始条件，迭代方法将收敛于一错误的解是不可能的。

然而，当将卫星测量与基站测量结合时，两个不确定解将会互相接近是非常可能的。这样迭代方法将任意收敛到两解之一，而不清楚地确定所收敛到的解是否是正确解或是否完全存在两个解。

如果存在两个解，可以进行彻底搜索来识别两个解。然而，如果仅存在一个解，就必需在确定仅存在一个解之前运行几次最小均方（LMS）迭代处理。

由 Bancroft（“An Algebraic Solution of the GPS equations” IEEE 1984 年 1 月 8 日发表）和 Schipper（“Utilization of Exact Solution of the Pseudo-range Equations” 美国专利号 5,914,686, 1997 年 8 月 5 号申请）提出的代数方法都要求所有的测量有相同的时间偏差。这是在能与代数方法一起使用的测量类型的限制要求。因此，当来自 CDMA 通信系统基站的测量作为信息源之一使用时，就使用 PN 相位测量来确定到基站的伪距。PN 相位测量的使用要求 GPS 接收机不仅相对于时钟频率而且要相对于时钟相位来与蜂窝网收发机同步。

如上所注意到，便于使用的另一测量是其位置正被搜索的设备与诸如蜂窝网通信基站的地面收发机站间的 RTD 的测量。然而，由于由 RTD 测量引起的距离测量中的时间偏差（为 0）不同于与 GPS 测量相关的时间偏差，那么从 RTD 导出的距离测量就完全不能用于代数解答。为了使代数方法成为识别不确定解的最有用的方法，该方法应该能够利用可利用的所有测量。

因此描述一种更通用的方法和装置用于和混合定位方程组一起使用的方法。

发明内容

所揭示的方法和装置用于混合定位系统。所揭示的方法和装置组合来自全球定位系统（GPS）和地面收发机站的测量来计算设备的位置。从所揭示的装置中输出混合定位方程组的代数解。该方法和装置使用非迭代方法确定设备的位置，而与使用传统的最小均方方法相反。本发明的方法能够用于在需要非迭代解答的情况下解答定位方程组。在某些情况下，定位方程组有两个可能解。迭代方法将在其中一个解上收敛而没有存在另一个不确定解的指示。而且，迭代方法可能在两个不确定解中的错误解上收敛。使用当前揭示的方法和装置产

生两个不确定解。然后迭代方法跟随代数方法之后，使用代数方法的解作为设备位置的初始估计。然后，一种不同的处理将选择正确的解答。这样，代数方法能够用于检测有二义性解的存在以及用于找到两个解。

本领域的普通技术人员应该认识到所揭示的方法和装置在混合 GPS 和蜂窝网定位系统中描述。然而，所揭示的方法和装置同样地适用于任何组合卫星和地面测量的定位系统，如集成的 GPS 和长距离导航（LORAN）或其它这样的地面系统。

通过连同附图的较佳实施例的下述详尽描述将更充分地理解本发明。

附图说明

图 1 显示了 4 个卫星和 1 个 GPS 接收机；

图 2 显示了地面收发基站和移动站；

图 3 显示了 3 个卫星、1 个地面收发基站以及 1 个移动站；

图 4 显示了 2 个这样的基站和 1 个移动站；

图 5 显示了 2 个卫星 501、502，基站 504 以及移动站 505；

图 6 说明了卫星 601、两个地面收发机 604 以及移动站；以及

图 7 显示了用于实现所揭示的方法和装置的一示例设备的结构。

具体实施方式

概述

所揭示的方法和装置是一种使用地面收发基站和卫星（即混合定位系统）在定位系统中给设备定位的系统。当前揭示的方法和装置在混合定位系统中是十分有用的，该系统没有足够的卫星测量来确定接收机的位置或者通过使用卫星和诸如蜂窝网通信系统的基站的地面收发基站的组合能确定更精确的位置。

根据所揭示的方法和装置，使用“代数的”方法而不用迭代来确定是否存在两个解以及两个解的值。因此，使用代数的方法最好用于获得两个不确定解。所揭示的方法和装置对导航方程组提供了代数（即非迭代的，近似的）解。导航方程组对以下每一点包括一个方程：（1）有高度辅助信息确定的设备的高

度；（2）卫星测量；（3）定时辅助信息（即接收机时钟偏差的估计）；以及（4）地面测量。所揭示的方法和装置能够用于在需要非迭代解答的场合求解导航方程组。

这里提出的近似方法依靠使用户位置的初始估计周围的卫星和高度辅助测量线性化。使卫星和高度辅助测量线性化意味着移出平方项（也就是被提升到两次幂）。在所揭示的方法和装置的一个实施例中，通过使用指示用户正与已分区的地面收发机站的哪个扇区进行通信的信息（相当于用于 E911 相位 1 的信息），来获得用户位置的初始估计。作为备择，通过任何其它用于估计所讨论的位置（如先前位置确定、通过其它定位技术获得的信息等）的方法能够确定初始位置。在所揭示的方法和装置的另一个实施例中，初始估计或者是服务扇区的中心或者是服务基站本身。因此，应该理解到通过使用关于服务扇区和/或服务基站的位置的信息或任何其它可以提供所搜寻的位置的合理估计的信息，能够做出此估计。

基于服务基站的位置的初始估计精确到 10-15km 的范围内。需要通过使卫星和高度辅助测量线性化做出的近似方法，因为如果被提升到二次幂的未知数（即二次阶的未知数）能够组合在一起以形成单变量，只能应用代数位置确定方法。该变量在每个导航方程中必需以相同的方式定义。由于这四方程的每个方程的形式的差异，在提出上述四种类型的导航方程的情况下，这是不可能的。使卫星和高度辅助测量线性化减少了二次阶未知数的数量并且这样允许将二次阶未知数组合在一起并定义为一个具有在每个导航方程中一致定义的二次变量。

如果解答之一离开参考点大于 15km，那么此解就不精确。然而，由于我们已经预了解应该在离参考点 15km 范围之内，这样的非精确解不是所要的解。在不能预定参考点位于用户的 15km 范围之内（即在各单元分布半径大于 15km 的系统中，如在澳大利亚），如果高度信息没有被平面波近似法近似，那么就能提高近似的精确性。

因此，如果线性化高度信息，那么只要二义性解的一个解在参考点中心的 10-15km 范围内，就能够解决不确定性。如果两个解都在参考点的 15km 范围内，那么对于两个解来说，近似都是有效的。因此，两个解的估计是精确的并且一

个解的选择不会优先于另一个解。因此，必需使用其它条件来从错误的解答中区分所需要的解。

一旦确定了近似解，可以使用近似解作为初始条件来确定更精确的迭代解。使用来自该近似解作为移动站位置的初始估计的解，使能迅速收敛到一个没有因为近似而引入的误差的解。

能够使用一些标准来识别正确的解答，其包括但不限于：（1）扇区角开口（即扇区的角度大小）和方向，（2）相对于预期单元大小的到服务基站的距离，（3）在存在冗余的情况下的两个解的相对 LMS 代价，（4）接收的信号功率以及（5）可供网络规划的覆盖区域图。覆盖区域图将构成最佳准则。

虽然此文档中的方法的描述使用混合 GPS 和蜂窝网定位系统作为例子，但它能够容易地适用到任何组合卫星和地面测量的定位系统，如集成 GPS 和 LORAN。

存在不同类型的地面测量。这些类型可以被处理成属于三种类别之一：距离、伪距或距离差异。此外，时钟偏差和/或高度的估计是可利用的。下述的代数方法和装置可以处理任何下述卫星和基站测量的组合。

1. 作为具有相同偏差的伪距的地面测量和卫星测量（有或没有平面波近似）。
 2. 作为距离差异的地面测量以及作为伪距的卫星测量（使用平面波近似）。
 3. 作为距离的地面测量以及作为伪距的卫星测量（使用平面波近似）。
- 这对应于伪随机噪声（PN）偏移差异（与卫星相比的不同偏差）与 RTD 都可利用的情况。然后使用距离测量将所有的距离差异折合到距离中。

对于这些测量组合的任何一个来说，都可以加入：

- 时钟偏差估计
- 高度辅助（将地面近似成平面）

本文档中描述的技术可以扩展到其它类型的测量。

定义

在此部分中，定义了贯穿本文档剩余部分所使用的符号。下标“s”用于

表示卫星测量和卫星位置。下标“b”用于表示基站测量和基站位置。符号 r 、 ρ 、 δ 用于分别代表距离、伪距和距离差异。实体的坐标被表示成 $\bar{x}_{ent} = [x_{ent} \ y_{ent} \ z_{ent}]$ 。系统未知数表示成 $\bar{u} = [\bar{x} \ b]^T = [x \ y \ z \ b]^T$ 。变量 b 代表卫星测量时间偏差。在可以假设偏差对于各卫星测量是相同的情况下，字母“b”同样用于基站测量。传统的符号和传统的定义用于矢量的模： $|\bar{x}_i| = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$ 以及两个矢量的点积： $\langle \bar{x}_i, \bar{x}_j \rangle = x_i x_j + y_i y_j + z_i z_j$ 。

在导航方程的处理中所作的近似认为接收机位置的估计是可利用的，其可精确到 10-15km 的范围内。一般来说，有最早到达电话机的时间的扇区将被称为服务扇区。参考点是服务扇区覆盖区域的中心。注意到如果扇区的大小大于 10-15km，那么就必需执行所揭示方法的迭代，其中根据结果来更新参考点。然而，一般而言这不是必需的。

高度辅助

移动站的高度估计可以从地面信息、先前位置解答或其它来源或测量中得到。如果移动站位置 $\bar{x}_m = [x_m \ y_m \ z_m]$ 在以地球为中心的地球固定 (ECEF) 坐标中定义，高度的估计就是 $|\bar{x}_m|$ 的估计。为了在代数解中包括高度辅助，我们必须以线性方程表示高度辅助方程，使得不会制约选择代数方法二次项。这可以通过旋转坐标架来实现，这样高度估计就变成了方程组中的未知数的线性组合（在旋转参考点的确定半径范围内）。

我们旋转 ECEF 坐标架以至 Z 轴穿过选作移动站的位置的初始估计的点。在使用诸如蜂窝网基站和 GPS 卫星的地面收发机站的混合定位系统的情况下，该初始估计可能是所选基站的覆盖区域中的一点。如果基站测量是伪距或距离，那么服务扇区的中心就能作为初始估计使用。如果基站测量是距离差异，那么服务基站（距离差异参考）将必须用作初始估计。这是由于在距离差异测量的情况中的方法所强加的约束。

如果移动站位置的初始估计接近移动站的真实位置，那么移动站高度的估计就是新的已旋转的坐标架中的移动站的 Z 坐标的估计。显然，通过将高度估计转换成移动站的 X 坐标或 Y 坐标（而不是 Z 坐标，如上所述），可以实现线性化。旋转矩阵 T 如下计算：

如果 $\bar{r}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]$ 代表对于移动站位置的初始估计的 ECEF 坐标, 那么这些坐标就可以如下地转换成球面坐标系。如果 θ , ϕ 和 r 是球面坐标架中的坐标, 那么:

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \quad (3)$$

旋转矩阵可以表示成球面坐标的函数:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\phi) & \cos(\theta) \sin(\phi) & -\sin(\theta) \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ \sin(\theta) \cos(\phi) & \sin(\theta) \sin(\phi) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

使用旋转矩阵 T 在旋转后的坐标系中计算所有卫星和基站的新的坐标。

$$\bar{s}_{iT} = T \cdot (\bar{s}_i - \bar{r}_0) \quad (5)$$

\bar{s}_i 代表 ECEF 坐标中的卫星 i 的坐标, \bar{s}_{iT} 代表在旋转的坐标系中的卫星 i 的坐标。因此, 方程 (5) 代表由卫星在 ECEF 中的坐标计算出来的旋转坐标系中的卫星 i 的坐标。这样就对旋转坐标系中的移动站的 Z 坐标提供了估计。就可以通过在方程组中加入一新的线性方程, $\hat{z} = z$, 来简单地考虑 Z 坐标的估计。本方法的一个目标是借助于 λ 来定义方程组。方程 6a 提供了一种用线性变量 λ 表示所搜寻的位置的方法。选择变量 A_a , l_a 以及 c_a 调整等式。

$$A_a \bar{u} = l_a \lambda + c_a \quad (6a)$$

在方程 6b 中, A_a 等于一维矩阵 $[0 \ 0 \ 1 \ 0]$, λ 等于包括四个未知数 x, y, z 和 b 的一维矩阵, l_a 等于 0 以及 c_a 等于 \hat{z} 。

$$A_a \bar{u} = l_a \lambda + c_a \Leftrightarrow [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{bmatrix} = 0 \cdot \lambda + \hat{z} \quad (6b)$$

可以从下文看出, 方程 6b 的形式使得将高度信息与已知其它信息 (如卫星测量和基站测量) 组合在一起更容易了。

卫星测量

假设 $[x_m \ y_m \ z_m]$ 是其位置正被搜寻的移动站的位置, 并假设 $[x_{s_i} \ y_{s_i} \ z_{s_i}]$ 是卫星 S_i 的位置。假设 b 是接收机时钟偏差。因此, 对于每个卫星的伪距测量 ρ_i , 其中 $i=1, \dots, n$, 可以表示成:

$$\rho_{si} = \sqrt{(x_{si} - x_m)^2 + (y_{si} - y_m)^2 + (z_{si} - z_m)^2} + b, \quad i=1, \dots, n \quad (7)$$

因为卫星远离地球，使用平面波近似是合理的。平面波近似假定在卫星的一定距离内卫星测量表面是平面而不是球面。

定义从卫星到参考点的视线矢量 $\bar{v}_{si} = \frac{\bar{x}_r - \bar{x}_{si}}{|\bar{x}_r - \bar{x}_{si}|}$ 。卫星测量方程就可以写成：

$$\langle \bar{x} - \bar{x}_{si}, \bar{v}_{si} \rangle + b = \rho_{si} \quad (8a)$$

可以认识到从方程 8a 中得到方程 8b。

$$\langle \bar{x}, \bar{v}_{si} \rangle + b = \rho_{si} + \langle \bar{x}_{si}, \bar{v}_{si} \rangle \quad (8b)$$

方程组能写成下述形式，表示每组卫星测量与搜寻的位置的关系：

$$A_s \bar{u} = \bar{c}_s \quad (9a)$$

对多个卫星 s_1 到 s_n 每一个，将方程 8b 写成方程 9a 的形式，结果产生：

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_{s1}(1) & \bar{v}_{s1}(2) & \bar{v}_{s1}(3) & 1 \\ \bar{v}_{s2}(1) & \bar{v}_{s2}(2) & \bar{v}_{s2}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{v}_{sn}(1) & \bar{v}_{sn}(2) & \bar{v}_{sn}(3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{s1} + \langle \bar{x}_{s1}, \bar{v}_{s1} \rangle \\ \rho_{s2} + \langle \bar{x}_{s2}, \bar{v}_{s2} \rangle \\ \vdots \\ \rho_{sn} + \langle \bar{x}_{sn}, \bar{v}_{sn} \rangle \end{bmatrix} \quad (9b)$$

定时辅助

在参考基站上做出的 RTD 测量能够用于估计移动站时钟中的偏差。通过测量信号从基站传送到到达移动站然后由移动站转发并由基站接收所需的时间量（假设移动站进行同步转发（即发送的和接收的信号是同步的））来做出 RTD 测量。如果假设传播时间在两个方向上都相等，那么信号从基站传送到移动站所需时间量就可从 RTD 测量的一半确定。因此，由于移动站时钟以信号经过基站和移动站间的距离所需的时间量偏移基站时钟，就能确定移动站相对于基站的时钟偏差。值得注意的是移动站时钟用作测量 GPS 伪距的参考。因此：

$$\hat{b} = \frac{RTD}{2} \quad (10)$$

其中 \hat{b} 是用于进行 GPS 伪距测量的时间参考中的偏差 b 的估计值。从诸如先前导航解的其它资源或测量中同样可以获得时钟偏差的估计。可以简单地通过在方程组所使用的形式表示一新的线性方程， $\hat{b} = b$ 来考虑该估计值。这里，

$$A_T \bar{u} = l_i \lambda + c_i \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{bmatrix} = 0 \times \lambda + \hat{b} \quad (11)$$

地面测量和系统分辨率

可以以三种方式处理地面测量：

1. 地面伪距
2. 地面距离
3. 地面到达时间差

地面测量作为伪距

由移动站做出的导频相位测量可以作为伪距。在同时使用 GPS 和 LORAN 的系统中，LORAN 测量可以作为伪距。如果地面测量被作为伪距，它们就可以表示成：

$$\rho_{bi} = |\bar{x} - \bar{x}_{bi}| + b_i \quad (12)$$

其中 b_i 是每个测量上的偏差。

对每一个测量，我们进行如下处理。首先从两边同时减去 b_i 。然后方程的两边同时平方，结果形成：

$$(\rho_{bi} - b_i)^2 = |\bar{x} - \bar{x}_{bi}|^2 \quad (13a)$$

接着两边展开，结果形成：

$$\rho_{bi}^2 - 2\rho_{bi}b_i + b_i^2 = |\bar{x}|^2 - 2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle + |\bar{x}_{bi}|^2 \quad (13b)$$

接着，所有二次项集中到方程的右端：

$$2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle - 2\rho_{bi}b_i = |\bar{x}|^2 - b_i^2 + |\bar{x}_{bi}|^2 - \rho_{bi}^2 \quad (13c)$$

定义二次变量 $\lambda = |\bar{x}|^2 - b_i^2$ ，方程 (13c) 就可以写成：

$$2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle - 2\rho_{bi}b_i = \lambda + |\bar{x}_{bi}|^2 - \rho_{bi}^2 \quad (14)$$

我们可以为每个基站进行方程 (13) 和 (14) 中的伪距测量运算。因此，对于多种基站的方程组，可以以所需的形式表示 b_1 到 b_n ：

$$A_B \bar{u} = \bar{l}_b \lambda + \bar{c}_b \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x_{b1} & 2y_{b1} & 2z_{b1} & -2\rho_{b1} \\ 2x_{b2} & 2y_{b2} & 2z_{b2} & -2\rho_{b2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_{bn} & 2y_{bn} & 2z_{bn} & -2\rho_{bn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} |\bar{x}_{b1}|^2 - \rho_{b1}^2 \\ |\bar{x}_{b2}|^2 - \rho_{b2}^2 \\ \vdots \\ |\bar{x}_{bn}|^2 - \rho_{bn}^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

如方程 (6) (9) 和 (11) 定义的高度辅助、卫星和时间偏差测量方程可以此时加入方程组。注意到在这种情况下，没有必要使用平面波近似用于卫星测量，因为不管怎样二次项都相同。因此，这里应用于基站测量的相同操作同样能够对卫星测量进行。

这些方程组可以连接起来以获得单独的方程组：

$$A \bar{u} = \bar{l} \lambda + \bar{c} = \begin{bmatrix} A_S \\ A_B \\ A_T \\ A_A \end{bmatrix} \bar{u} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{l}_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} \bar{c}_s \\ \bar{c}_b \\ c_t \\ c_a \end{bmatrix} \quad (16)$$

假设 B 是 A 的广义逆矩阵（注意到在这种情况下的协方差矩阵不同于测量的协方差矩阵），那么：

$$\bar{u} = B \times (\bar{l} \lambda + \bar{c}) = B \times \bar{l} \lambda + B \times \bar{c} = \bar{p} \lambda + \bar{q} \quad (17)$$

我们定义一对矢量 d 和 e，代表矢量 p 和 q 的 x, y 和 z 分量，如下所示：

$$\begin{cases} \bar{d} = [\bar{p}(1) & \bar{p}(2) & \bar{p}(3)]^T \\ \bar{e} = [\bar{q}(1) & \bar{q}(2) & \bar{q}(3)]^T \end{cases} \quad (18a)$$

并且定义一对标量 f 和 g，代表矢量 p 和 q 的偏移 b，如下：

$$\begin{cases} f = \bar{p}(4) \\ g = \bar{q}(4) \end{cases} \quad (18b)$$

因此，我们可以看出：

$$\bar{x} = \bar{d} \lambda + \bar{e} \quad (18c)$$

$$|\bar{x}|^2 = |\bar{d} \lambda + \bar{e}|^2 \quad (18d)$$

因此，将方程 28b 代入 λ 的定义中，结果形成：

$$\begin{aligned} \lambda = |\bar{x}|^2 - b_i^2 &= |\bar{d} \lambda + \bar{e}|^2 - (f \lambda + g)^2 = \\ &|\bar{d}|^2 \lambda^2 + 2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle \lambda + |\bar{e}|^2 - (f^2 \lambda^2 + 2fg \lambda + g^2) \end{aligned} \quad (19a)$$

然后，我们把所有与 λ² 有关的项集中在一起，把所有与 λ 有关的项集中在

一起以及把所有与 λ 无关的项集中在一起，放到方程左端。

$$(|\bar{d}|^2 - f^2)\lambda^2 + (2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 2fg - 1)\lambda + |\bar{e}|^2 - g^2 = 0 \quad (19b)$$

方程 19b 是 λ 的一个二次方程，有以下解：

$$\lambda_1 = \frac{-(2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 2fg - 1) + \sqrt{(2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 2fg - 1)^2 - 4(|\bar{d}|^2 - f^2)(|\bar{e}|^2 - g^2)}}{2(|\bar{d}|^2 - f^2)} \quad (20)$$

$$\lambda_2 = \frac{-(2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 2fg - 1) - \sqrt{(2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 2fg - 1)^2 - 4(|\bar{d}|^2 - f^2)(|\bar{e}|^2 - g^2)}}{2(|\bar{d}|^2 - f^2)}$$

通过将这两个值作为 λ 的函数代入系统变量的定义中，我们可以找到对应于这两个 λ 值的解：

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{p}\lambda_1 + \bar{q} \\ \bar{u}_2 &= \bar{p}\lambda_2 + \bar{q} \end{aligned} \quad (21)$$

为了判别正确的解，我们将这两个解代入方程组来寻找产生很小偏差的解。如果两个解都产生很小偏差，那么系统就有两个不确定解。

地面测量作为距离

基站进行的 RTD 测量可以用于估计移动站和基站间的距离。参考基站上作出的 RTD 测量可以作为距离测量。参考基站上作出的 RTD 测量可以与移动站的来自参考基站和其它基站的导频信号的到达时间差的测量结合，以获得其它基站的距离。

注意到在这种情况下，我们不需要使用上述对高度辅助的近似方法。

如果地面测量作为距离，那么它们可以以下述形式表示：

$$r_{bi} = |\bar{x} - \bar{x}_{bi}| \quad (22)$$

对于每个测量，我们可以进行下面的操作：

$$r_{bi}^2 = |\bar{x} - \bar{x}_{bi}|^2 \quad (23a)$$

方程右端的项就可以展开为：

$$r_{bi}^2 = |\bar{x}|^2 - 2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle + |\bar{x}_{bi}|^2 \quad (23b)$$

然后二次项就单独集中于方程的右端：

$$2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle = |\bar{x}|^2 + |\bar{x}_{bi}|^2 - r_{bi}^2 \quad (23c)$$

定义二次变量 $\lambda = |\bar{x}|^2$ 。方程 (23c) 就可以表示成：

$$2 \langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle = \lambda + |\bar{x}_{bi}|^2 - r_{bi}^2 \quad (24)$$

我们可以为所有的距离测量进行方程 (23) 和 (24) 的操作。方程组就可以随即写成：

$$A_B \bar{u} = \bar{l}_b \lambda + \bar{c}_b \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x_{b1} & 2y_{b1} & 2z_{b1} & 0 \\ 2x_{b2} & 2y_{b2} & 2z_{b2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_{bn} & 2y_{bn} & 2z_{bn} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} |\bar{x}_{b1}|^2 - r_{b1}^2 \\ |\bar{x}_{b2}|^2 - r_{b2}^2 \\ \vdots \\ |\bar{x}_{bn}|^2 - r_{bn}^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

如方程 (6) (9) 和 (11) 分别定义的高度辅助、卫星和时间偏差测量方程可以此时加入方程组。这些方程组可以连接起来以获得单独的一组方程：

$$\bar{u} = \bar{l} \lambda + \bar{c} = \begin{bmatrix} A_S \\ A_B \\ A_T \\ A_A \end{bmatrix} \bar{u} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{l}_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} \bar{c}_s \\ \bar{c}_b \\ c_t \\ c_a \end{bmatrix} \quad (26)$$

假设 B 是 A 的广义逆矩阵（注意到在这种情况下的协方差矩阵不同于测量的协方差矩阵），那么：

$$\bar{u} = B \times (\bar{l} \lambda + \bar{c}) = B \times \bar{l} \lambda + B \times \bar{c} = \bar{p} \lambda + \bar{q} \quad (27)$$

我们定义一对矢量 d 和 e，代表矢量 p 和 q 的 x, y 和 z 分量，如下所示：

$$\begin{cases} \bar{d} = [\bar{p}(1) & \bar{p}(2) & \bar{p}(3)]^T \\ \bar{e} = [\bar{q}(1) & \bar{q}(2) & \bar{q}(3)]^T \end{cases} \quad (28a)$$

并且定义一对标量 f 和 g，代表矢量 p 和 q 的偏移 b 分量，如下：

$$\begin{cases} f = \bar{p}(4) \\ g = \bar{q}(4) \end{cases} \quad (28b)$$

因此，我们可以看出：

$$\bar{x} = \bar{d} \lambda + \bar{e} \quad (28c)$$

$$|\bar{x}|^2 = |\bar{d} \lambda + \bar{e}|^2 \quad (28d)$$

因此：

$$\lambda = |\bar{x}|^2 = |\bar{d} \lambda + \bar{e}|^2 = |\bar{d}|^2 \lambda^2 + 2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle \lambda + |\bar{e}|^2 \quad (29a)$$

方程 29a 的两端同时减去 λ ，等式就设置成 0：

$$|\bar{d}|^2 \lambda^2 + (2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 1) \lambda + |\bar{e}|^2 = 0 \quad (29b)$$

方程 29b 是一个二次方程，有以下解：

$$\lambda_1 = \frac{-(2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 1) + \sqrt{(2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 1)^2 - 4|\bar{d}|^2|\bar{e}|^2}}{2|\bar{d}|^2}$$

$$\lambda_2 = \frac{-(2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 1) - \sqrt{(2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - 1)^2 - 4|\bar{d}|^2|\bar{e}|^2}}{2|\bar{d}|^2}$$
(30)

通过将这两个值作为 λ 的函数代入系统变量，我们可以找到对应于这两个 λ 值的解：

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{p}\lambda_1 + \bar{q} \\ \bar{u}_2 &= \bar{p}\lambda_2 + \bar{q} \end{aligned}$$
(31)

为了判别正确的解，我们将这两个解代入方程组来寻找产生很小偏差的解。如果两个解都产生很小偏差，那么系统就有两个不确定解。

基站测量作为距离差异

移动站测量来自不同基站的导频信号的到达时间差。这些测量可以作为距离差异。在同时使用 GPS 和 LORAN 的系统中，LORAN 测量可以作为距离差异。我们假设，不失一般性，其中一个基站（称为 b_0 ）是对所有距离差测量的参考并且该基站是坐标架的原点。因此，距离差异测量可以如下表示：

$$\delta_{bi} = |\bar{x} - \bar{x}_{bi}| - |\bar{x}|$$
(32)

对于每一个测量，我们进行下述操作：

$$(\delta_{bi} + |\bar{x}|)^2 = |\bar{x} - \bar{x}_{bi}|^2$$
(33a)

方程两端分别展开：

$$\delta_{bi}^2 + 2\delta_{bi}|\bar{x}| + |\bar{x}|^2 = |\bar{x}|^2 - 2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle + |\bar{x}_{bi}|^2$$
(33b)

然后二次项集中于方程的右端：

$$2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle = -2\delta_{bi}|\bar{x}| + |\bar{x}_{bi}|^2 - \delta_{bi}^2$$
(33c)

定义变量 $\lambda = |\bar{x}|$ 。方程 (33c) 就可以写成：

$$2\langle \bar{x}, \bar{x}_{bi} \rangle = -2\delta_{bi}\lambda + |\bar{x}_{bi}|^2 - \delta_{bi}^2$$
(34)

我们可以在所有的距离差异测量上进行方程 (33) 和 (34) 的操作。方程组就可以随即写成：

$$A_B \bar{u} = \bar{l}_b \lambda + \bar{c}_b \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x_{b1} & 2y_{b1} & 2z_{b1} & 0 \\ 2x_{b2} & 2y_{b2} & 2z_{b2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_{bn} & 2y_{bn} & 2z_{bn} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\delta_{b1} \\ -2\delta_{b2} \\ \vdots \\ -2\delta_{bn} \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} |\bar{x}_{b1}|^2 - \delta_{b1}^2 \\ |\bar{x}_{b2}|^2 - \delta_{b2}^2 \\ \vdots \\ |\bar{x}_{bn}|^2 - \delta_{bn}^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

如方程 (6) (9) 和 (11) 定义的高度辅助、卫星和时间偏差测量方程可以此时加入方程组。这些方程组可以连接起来以获得单独的一组方程：

$$\bar{A} \bar{u} = \bar{l} \lambda + \bar{c} = \begin{bmatrix} A_S \\ A_B \\ A_T \\ A_A \end{bmatrix} \bar{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{l}_b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \lambda + \begin{bmatrix} c_s \\ \bar{c}_b \\ c_t \\ c_a \end{bmatrix} \quad (36)$$

假设 B 是 A 的广义逆矩阵（注意到在这种情况下的协方差矩阵不同于测量的协方差矩阵），那么：

$$\bar{u} = B \times (\bar{l} \lambda + \bar{c}) = B \times \bar{l} \lambda + B \times \bar{c} = \bar{p} \lambda + \bar{q} \quad (37)$$

在这一点上，我们定义两个新的矢量 d 和 e 以及两个新的标量 f 和 g：

$$\begin{cases} \bar{d} = [\bar{p}(1) \ \bar{p}(2) \ \bar{p}(3)]^T \\ \bar{e} = [\bar{q}(1) \ \bar{q}(2) \ \bar{q}(3)]^T \end{cases} \quad \text{以及} \quad \begin{cases} f = \bar{p}(4) \\ g = \bar{q}(4) \end{cases} \quad (38)$$

$\bar{p}(1) \ \bar{p}(2) \ \bar{p}(3)$ 是矢量 p 的 x, y 和 z 分量。

$\bar{q}(1) \ \bar{q}(2) \ \bar{q}(3)$ 是矢量 q 的 x, y 和 z 分量。

$\bar{p}(4)$ 是矢量 p 的 b 分量。

$\bar{q}(4)$ 是矢量 q 的 b 分量。

这就允许将 x, y 和 z 分量与 b 分量分开处理。

如果我们将方程 38 代入方程 37，我们得到：

$$\bar{u} = \bar{p} \lambda + \bar{q} = \bar{d} \lambda + \bar{e} + f \lambda + g$$

应该看到：

$$\bar{x} = \bar{d} \lambda + \bar{e}$$

因此，方程组变量 x, y 和 z 可以作为 λ 的函数表示如下：

$$\lambda = |\bar{x}| \Leftrightarrow \lambda^2 = |\bar{x}|^2 = |\bar{d} \lambda + \bar{e}|^2 = |\bar{d}|^2 \lambda^2 + 2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle \lambda + |\bar{e}|^2 \quad (39a)$$

两端同时减去 λ^2 ，方程 39a 就设置成等于 0：

$$(|\bar{d}|^2 - 1) \lambda^2 + 2 \langle \bar{d}, \bar{e} \rangle \lambda + |\bar{e}|^2 = 0 \quad (39b)$$

方程 39b 是一个 λ 的二次方程，有以下解：

$$\lambda_1 = \frac{-2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle + \sqrt{(2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle)^2 - 4(|\bar{d}|^2 - 1)|\bar{e}|^2}}{2(|\bar{d}|^2 - 1)} \quad (40)$$

$$\lambda_2 = \frac{-2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle - \sqrt{(2\langle \bar{d}, \bar{e} \rangle)^2 - 4(|\bar{d}|^2 - 1)|\bar{e}|^2}}{2(|\bar{d}|^2 - 1)}$$

通过将这两个值作为 λ 的函数代入系统变量，我们可以找到对应于这两个 λ 值的解：

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= \bar{p}\lambda_1 + \bar{q} \\ \bar{u}_2 &= \bar{p}\lambda_2 + \bar{q} \end{aligned} \quad (41)$$

不确定性分辨力

即使在冗余的情况下，二次系统的代数解常产生两个解答。根据已揭示的方法和装置的实施例，为了分辨正确的解，我们将这两个解代回方程组来寻找产生小偏差的解。如果两解都产生小偏差，系统就有两个不确定解。正确的解就是符合与基站测量相关的扇区信息的解。作为备择，本领域的普通技术人员将认识到任何用于确定所搜寻位置的初始估计的方法同样可以用于帮助解决不确定性（即选择两解之一）。例如，与其位置正被搜寻的设备通信的扇区可以除去其中一解，作为备择，也可以使用服务基站的位置、由设备中的高度传感器确定的设备的高度或任何其它可用于限定其中一解更可能是正确解的可能性的信息。如上面所阐述的，能够使用一些准则来解决不确定性，其包括但不限于：（1）扇区角开口（即扇区的角度大小）和方向，（2）相对于预期单元大小的到服务基站的距离，（3）在存在冗余的情况下的两个解的相对 LMS 代价，（4）接收的信号功率以及（5）可供网络规划的覆盖区域图。

图 7 显示了用于实现所揭示的方法和装置的设备的结构。如图 7 所示，设备包括天线 702、收发机 704 以及处理器 706。天线从每个信号源接收信号，如卫星和地面收发机站。信号从天线 702 耦合至收发机 704。然后收发机以本领域的普通技术人员众所周知的方式处理信号。收发机可以是模拟通信收发机、数字通信收发机、GPS 定位收发机、Loran 收发机或这些或其它类型的收发机的任何组合。处理后的信号然后耦合至处理器 706。处理器 706 可以是任何类型的能够完成上述功能的计算设备，包括带有存储器的通用微处理器、带

有存储器的专用微处理器、专用集成电路（ASIC）（或 ASIC 的一部分）、包括分立元件的专用电路、状态机或任何通用计算机，包括微型计算机、台式计算机、膝上型计算机或大型计算机。处理器 706 输出设备的位置信息。应该认识到处理器完成的处理功能可以分布到几个部件，它们可以或可以不位于相同的物理位置。例如，对于信息来说由设备收集并发送到外部设备是很通常的，外部设备如进行一些所需的计算和处理的位置确定装置（PDE）。

应该注意的是，上述的较佳实施例以例子的形式例举，并且本发明的全部范围仅由权利要求所限定。例如，当某应用注意到使用上述几个例子中的通信基站时，地面收发机站可以是任何能够提供适应当前方法和装置的用于定位的信号站。同样地，上述许多例子中提到的卫星是 GPS 卫星。尽管如此，我们将认识到这些卫星可以是任何提供上述能够给出用于定位的定位信息的辅助信号的系统。

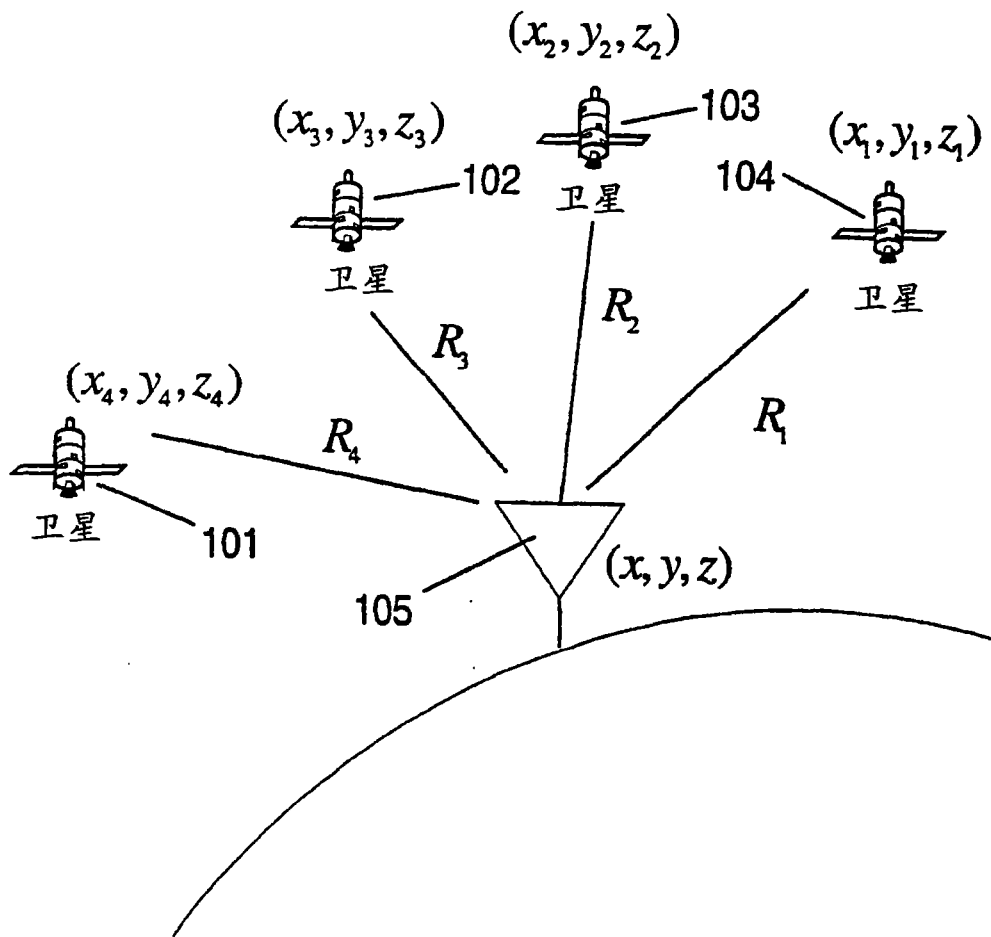


图 1

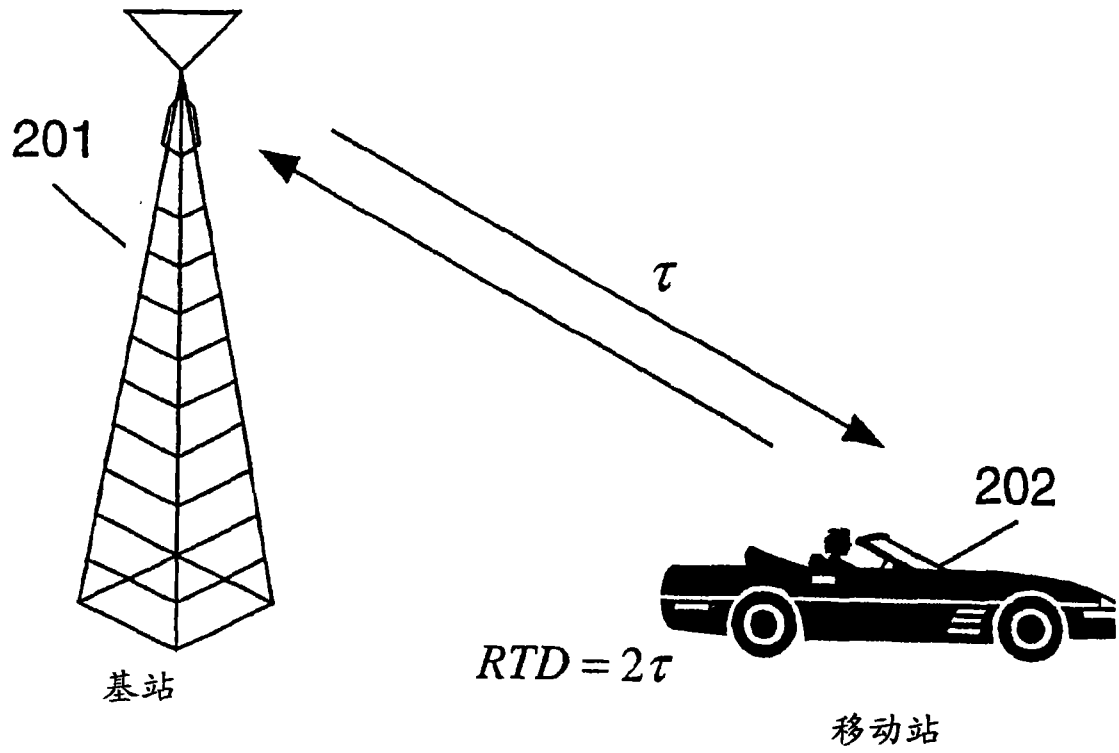


图 2

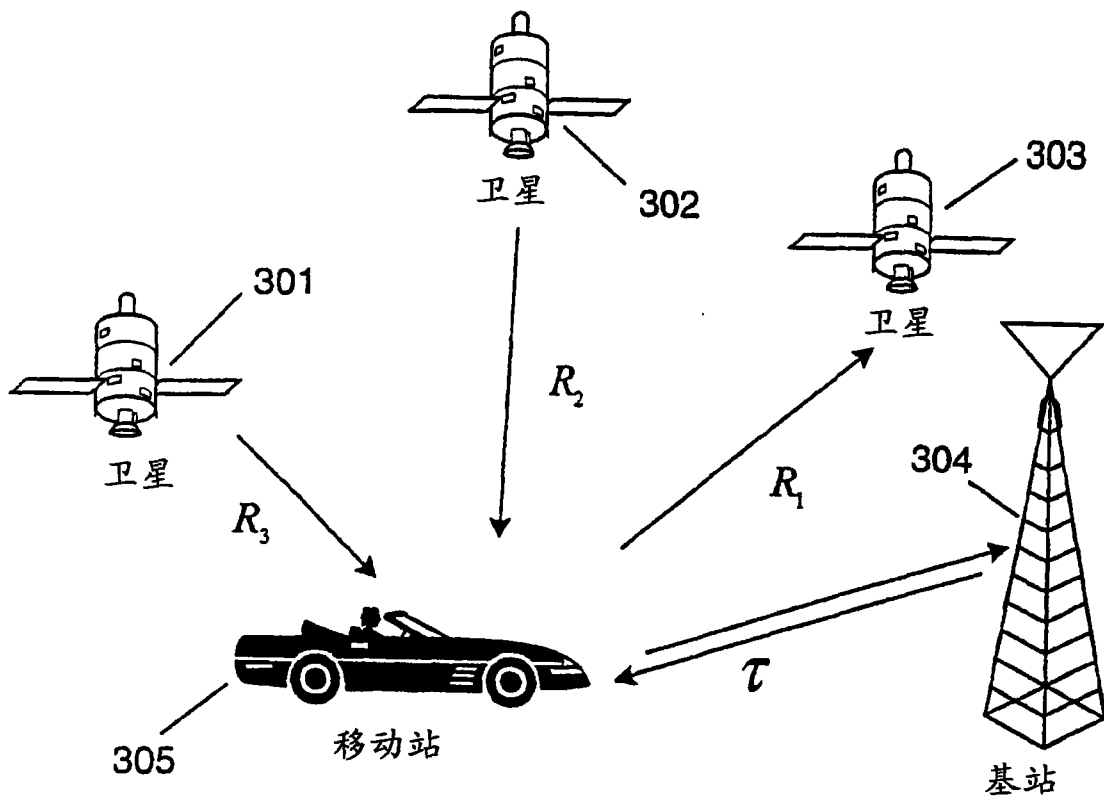


图 3

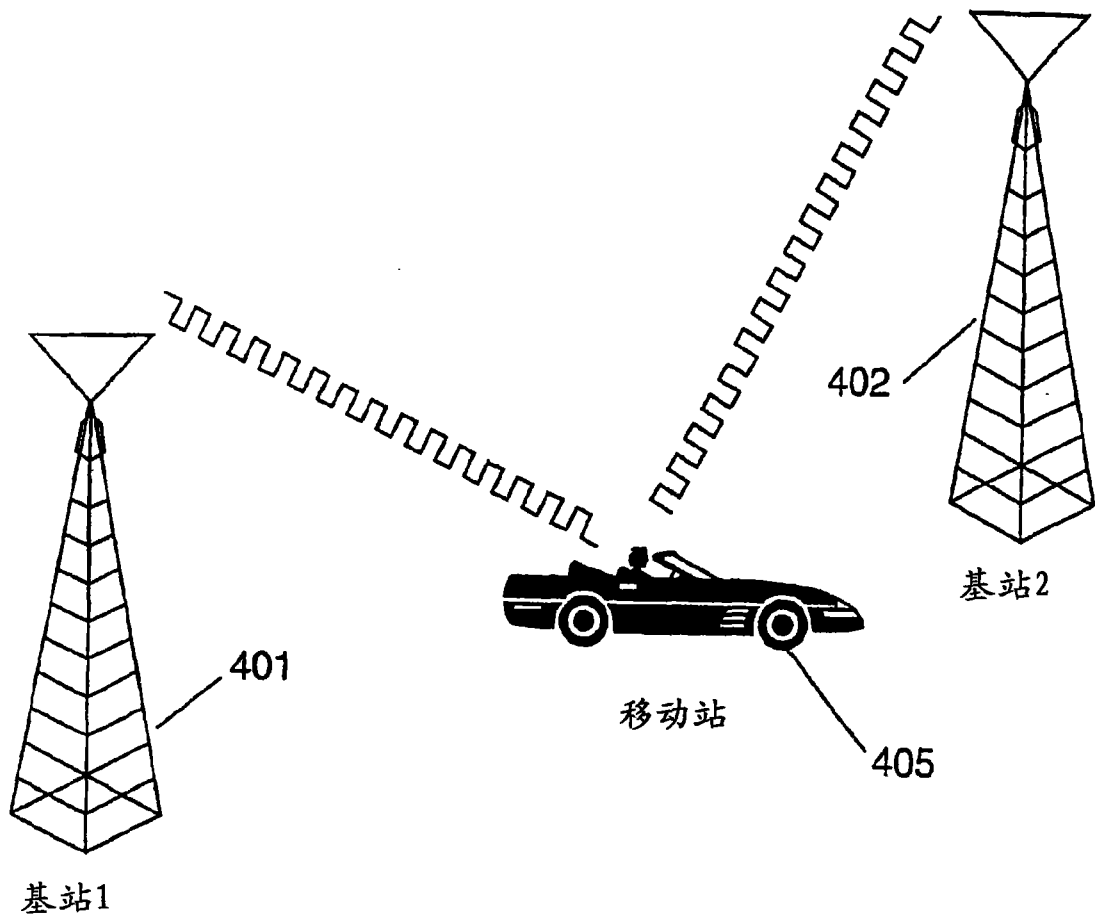


图 4

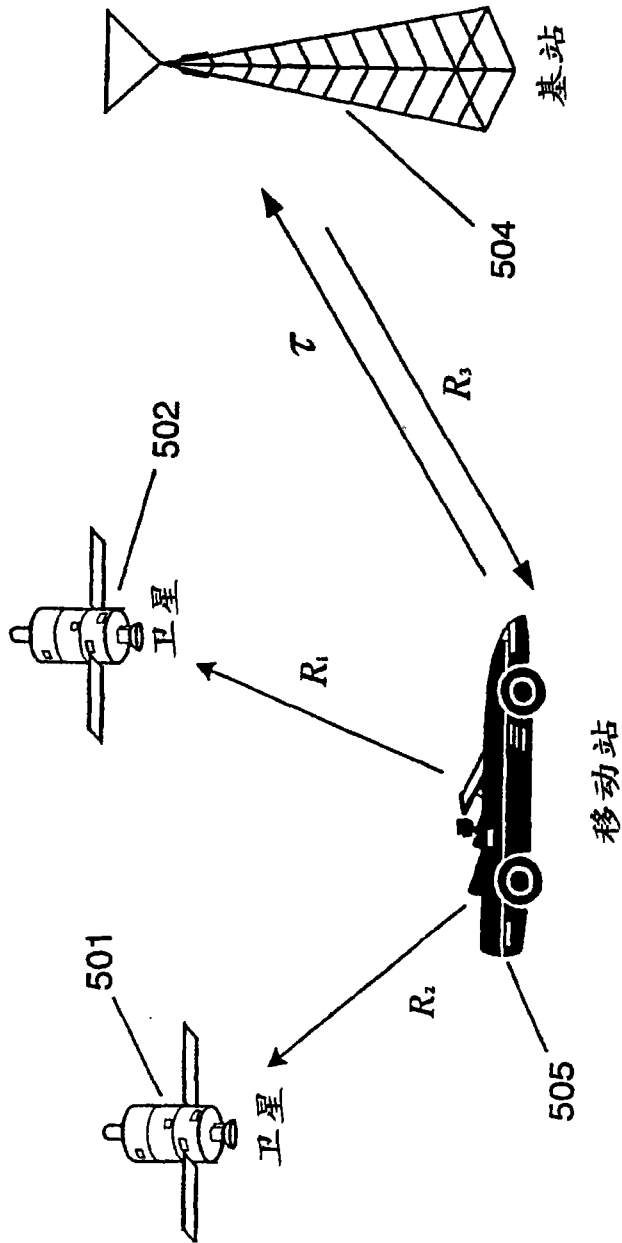


图 5

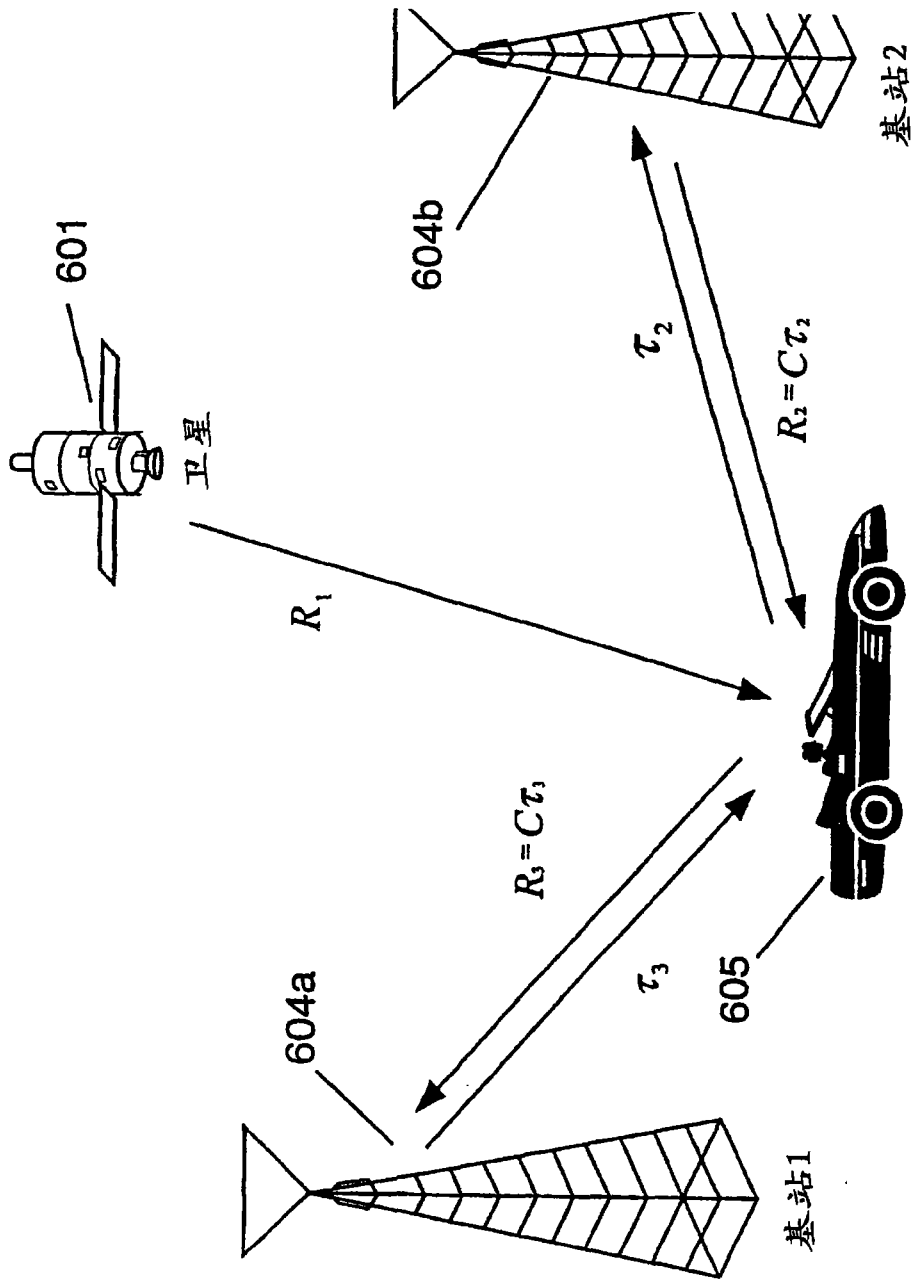


图 6

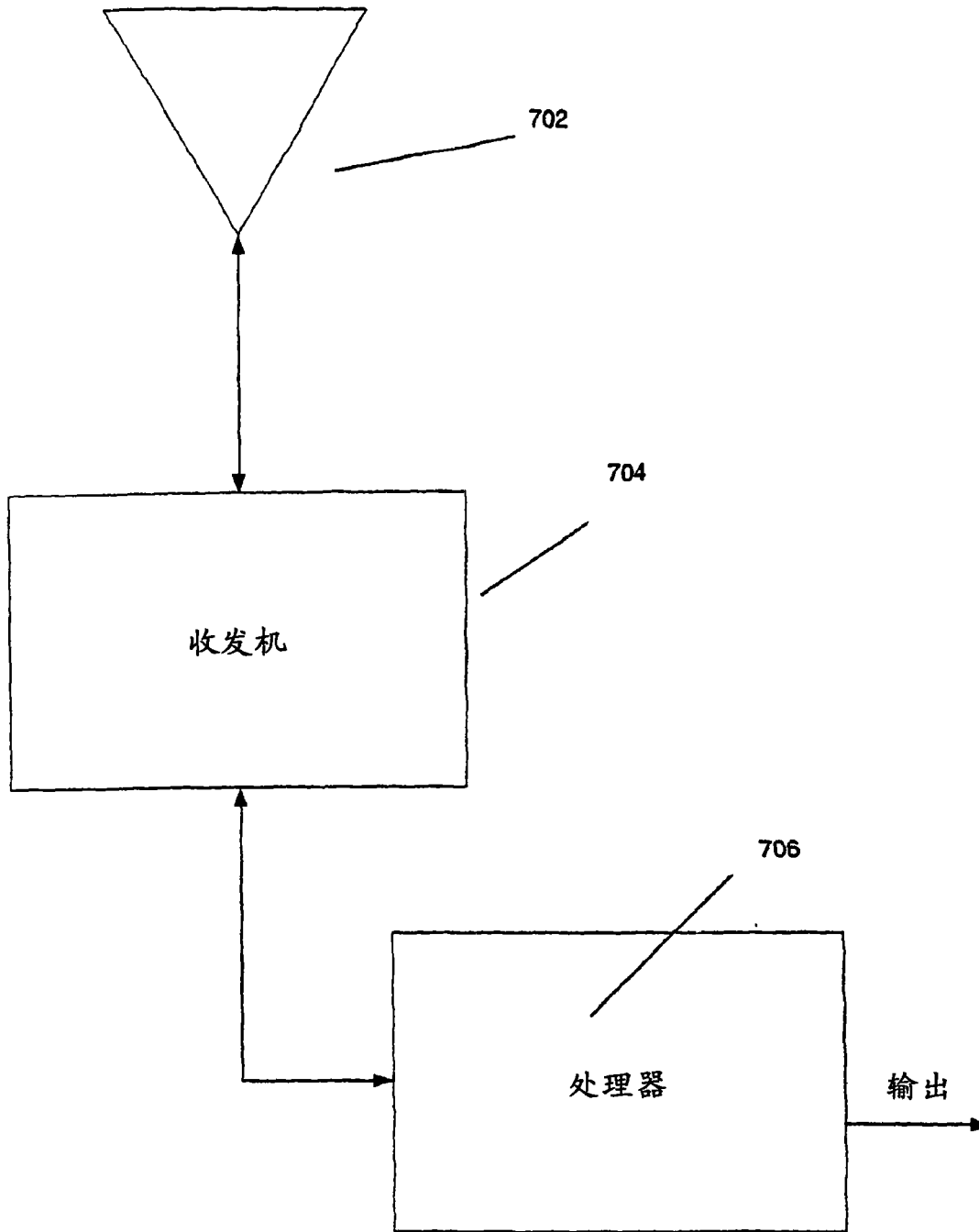


图 7