



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 109035342 B

(45) 授权公告日 2021.10.08

(21) 申请号 201810766832.2

CN 106780614 A, 2017.05.31

(22) 申请日 2018.07.13

Chen X 等. The projected circle centres and polar line for camera self-calibration. 《Optik - International Journal for Light and Electron Optics》. 2015,

(65) 同一申请的已公布的文献号
申请公布号 CN 109035342 A

(43) 申请公布日 2018.12.18

顾万家. 基于完全四点形利用空间球标定抛物折反射摄像机. 《中国优秀硕士学位论文全文数据库 信息科技辑》. 2017,

(73) 专利权人 云南大学
地址 650091 云南省昆明市翠湖北路2号云南大学

审查员 罗畅

(72) 发明人 赵越 杨丰澧 汪雪纯

(51) Int. Cl.
G06T 7/80 (2017.01)

(56) 对比文件
CN 102930551 A, 2013.02.13
CN 103106662 A, 2013.05.15
US 2016191905 A1, 2016.06.30

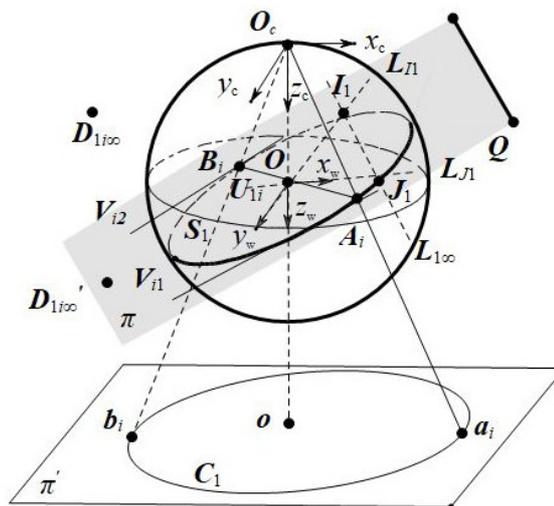
权利要求书2页 说明书9页 附图1页

(54) 发明名称

利用一条直线及圆环点极线标定抛物折反射摄像机的方法

(57) 摘要

本发明是利用一条直线及圆环点极线标定抛物折反射摄像机的方法。首先,分别从3幅图像中提取靶标图像边缘点,使用最小二乘法拟合获得线像方程。在获得线像方程的基础上,求解线像的渐近线。因为线像的渐近线就是圆环点的像关于线像的极线,根据配极原则,圆环点的像关于线像的极线相交于圆心的像,从而确定圆心的像。由圆心的像可以得到正交消失点,三幅图像提供六组正交消失点。最后,利用正交消失点对绝对二次曲线像的约束求解摄像机内参数。具体的步骤包括:拟合靶标投影方程,估计线像的渐近线,确定正交消失点,求解抛物折反射摄像机的内参数。



1. 一种利用一条直线及圆环点极线标定抛物折反射摄像机的方法, 是利用空间中一条直线作为靶标用于求解抛物折反射摄像机内参数的方法; 首先, 分别从3幅图像中提取靶标图像边缘点, 使用最小二乘法拟合获得线像方程; 在获得线像方程的基础上, 求解线像的渐近线; 因为线像的渐近线就是圆环点的像关于线像的极线, 根据配极原则, 圆环点的像关于线像的极线相交于圆心的像, 从而确定圆心的像; 由圆心的像以得到正交消失点, 三幅图像提供六组正交消失点; 最后, 利用正交消失点对绝对二次曲线像的约束求解摄像机内参数;

(1) 估计线像的渐近线

空间中的直线 Q , 在抛物折反射摄像机的单位球模型下的投影分为两步; 第一步, 空间直线 Q 以单位视球的球心 O 为投影中心投影到单位视球上的大圆 S_n , $n=1, 2, 3$ 表示拍摄的三幅图像; 第二步, 以单位视球表面上的一点 O_c 为投影中心, 这里 O_c 看作一个摄像机的光心, 将大圆 S_n 投影为抛物折反射图像平面上的二次曲线 C_n , 其中抛物折反射图像平面与直线 O_cO 垂

直; 令以 O_c 为光心的摄像机的内参数矩阵为 $K_c = \begin{bmatrix} r_c f_c & s & u_0 \\ 0 & f_c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 其中 r_c 是纵横比, f_c 是有效

焦距, s 是倾斜因子, $[u_0 \ v_0 \ 1]^T$ 是摄像机主点 o 的齐次坐标矩阵形式, 其中 r_c, f_c, s, u_0, v_0 为抛物折反射摄像机的5个内参数; 利用Matlab中的Edge函数提取3幅图像靶标图像边缘点的像素坐标, 通过最小二乘法拟合得到相应的二次曲线方程; 这里 $C_n, n=1, 2, 3$, 分别表示第 n 幅图像中的线像的系数矩阵; 为了简化表述, 用相同字母表示曲线和它的系数矩阵;

根据渐近线的定义, 若直线 Q 在单位球上的投影大圆 S_1 与该平面 π 上的无穷远直线 $L_{1\infty}$ 的交点是圆环点 I_1, J_1 , 其中投影大圆也简称为大圆; 若用 L_{I_1}, L_{J_1} 分别表示圆环点 I_1, J_1 关于大圆 S_1 的极线, 根据渐近线的定义, L_{I_1}, L_{J_1} 也是大圆 S_1 的渐近线, 由配极原则知, 渐近线 L_{I_1}, L_{J_1} 相交于大圆 S_1 的圆心 O ;

在像平面 π' 上, 用 C_1 表示空间直线 Q 的像, 因此, C_1 也是投影大圆 S_1 的像, 若用 m_{I_1}, m_{J_1} 分别表示 I_1, J_1 的像, 影消线 $l_{1\infty}$ 是平面 π 上的无穷远直线 $L_{1\infty}$ 的像; l_{I_1}, l_{J_1} 分别是 m_{I_1}, m_{J_1} 关于线像 C_1 的极线, 且相交于投影大圆 S_1 的圆心 O 的像 o , 则根据渐近线的定义知, l_{I_1}, l_{J_1} 也是线像 C_1 的渐近线; 因为渐近线 l_{I_1}, l_{J_1} 是两条自共轭直径, 则渐近线 l_{I_1}, l_{J_1} 的系数 k_1^+, k_1^- 由方程 $a_{11} + 2a_{12}k_1 + a_{22}k_1^2 = 0$ 的两个根确定, a_{11} 表示矩阵 C_1 的第1行第1列, a_{12} 表示矩阵 C_1 的第1行第2列, a_{22} 表示矩阵 C_1 的第2行第2列, a_{23} 表示矩阵 C_1 的第2行第3列; 从而以确定两条渐近线 l_{I_1}, l_{J_1} 的齐次线坐标分别为:

$$l_{I_1} = [a_{11} + k_1^+ a_{12} \quad a_{12} + k_1^+ a_{22} \quad a_{13} + k_1^+ a_{23}]^T, \quad l_{J_1} = [a_{11} + k_1^- a_{12} \quad a_{12} + k_1^- a_{22} \quad a_{13} + k_1^- a_{23}]^T;$$

(2) 确定正交消失点

在投影大圆 S_1 上任取点 A_i , 其中下标 $i=1, 2$, 连接 A_i 与圆心 O 构成大圆 S_1 上的直径 U_{i1} , 直径 U_{i1} 与大圆 S_1 相交于点 A_i 与点 B_i , 且直径 U_{i1} 的中点为圆心 O ; 记直径 U_{i1} 上的无穷远点为 $D_{i1\infty}$; 若用 V_{i1} 和 V_{i2} 分别表示 A_i 和 B_i 关于大圆 S_1 上的切线, 根据圆的性质, 有 $V_{i1} \perp U_{i1}$ 和 $V_{i2} \perp U_{i1}$, 则有 $V_{i1} // V_{i2}$, 于是 V_{i1} 和 V_{i2} 具有相同的无穷远点, 这里用 $D'_{i1\infty}$ 表示 V_{i1}, V_{i2} 上的无穷远点; 因此, $D_{i1\infty}$ 和 $D'_{i1\infty}$ 是平面 π 上的一组正交方向上的无穷远点;

在像平面 π' 上, 根据配极原则, 线像 C_1 上的渐近线 l_{I_1}, l_{J_1} 相交于圆心的像 o , 因此, 以估

计圆心的像 o ;若用 a_i 表示 A_i 的像,记过 a_i, o 两点的直线为 u_{1i} ,直线 u_{1i} 与线像 C_1 相交于 a_i 和 b_i 两点;根据射影变换的性质知,点 b_i 是 B_i 的像, u_{1i} 是直径 U_{1i} 的像,则根据调和比的性质,即关系式 $(a_i, b_i, o, d_{1i}) = -1$ 确定直线 u_{1i} 上的消失点 d_{1i} ,则 d_{1i} 为 $D_{1i\infty}$ 的像;若记 a_i 关于线像 C_1 的极线为 v_{i1} , b_i 关于线像 C_1 的极线为 v_{i2} ,则根据极线的性质知, v_{i1} 是 V_{i1} 的像, v_{i2} 是 V_{i2} 的像;若直线 v_{i1}, v_{i2} 的交点记为 d'_{1i} ,则根据射影变换性质, d'_{1i} 为 $D'_{1i\infty}$ 的像;则 d_{1i} 和 d'_{1i} 是平面 π 上的一组正交消失点。

利用一条直线及圆环点极线标定抛物折反射摄像机的方法

技术领域

[0001] 本发明属于计算机视觉领域,涉及一种利用空间中一条直线及圆环点极线的性质求解抛物折反射摄像机内参数的方法。

背景技术

[0002] 计算机视觉的中心任务就是对图像进行理解,而它的最终目标是使计算机具有通过二维图像认知三维环境信息的能力。这种能力将不仅使机器能感知包括形状、姿态、运动等在内的三维环境中物体的几何信息,而且能对它们进行描述、存储、识别与理解。摄像机标定就是确定从三维空间点到它的二维图像点之间的映射关系,它是许多计算机视觉应用必不可少的步骤。为了确定这一映射过程,需要建立摄像机的几何成像模型,几何模型的参数称为摄像机参数,摄像机参数可分为内参数和外参数两类。内参数描述成像系统的成像几何特性,外参数描述成像系统关于世界坐标系的方向和位置。摄像机标定可分为传统标定、自标定和基于几何实体的标定。无论哪种标定方法,都旨在建立二维图像与摄像机内参数之间的约束关系,特别是线性约束关系,这是目前摄像机标定所追求的目标,也是目前计算机视觉领域研究的热点之一。

[0003] 抛物折反射摄像机由一个抛物镜面和一个正交摄像机组成,它的成像视野大,是全景视觉领域研究的热点之一。文献“Catadioptric self-calibration”,(Kang S.B., Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, vol.1, pp.201-207, 2000)提出了一种折反射摄像机自标定方法,这类方法的优点是不需要使用标定块,缺点是必须获得图像之间的对应点。而在计算机视觉中,实现一个十分有效的寻找对应点的方法是很困难的。文献“Geometric properties of central catadioptric line images and their application in calibration”,(Barreto J.P., Araujo H., IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.27, no.8, pp.1327-1333, 2005)研究了中心折反射摄像机下直线的像的几何性质,并将这些性质应用于中心折反射摄像机的标定。文献“A new linear algorithm for calibrating central catadioptric cameras”,(Wu F., Duan F., Hu Z. et al., Pattern Recognition, vol.41, no.10, pp.3166-3172, 2008)介绍了对拓点和对拓像点,导出了空间中的一个点在视球上的投影和它的折反射图像点之间的关系,使用这个关系建立了中心折反射摄像机内参数的线性约束,通过此线性约束即可获得中心折反射摄像机内参数。文献“Calibration of central catadioptric cameras using a DLT-like approach”,(Puig L., Bastanlar Y., Sturm P., et al. International Journal of Computer Vision, vol.93, no.1, pp.101-114, 2011)提出了一种基于三维控制点的标定方法,通过使用Veronese映射对三维点和其图像点的坐标进行了扩展,在扩展坐标的基础上基于DLT(直接线性变换)——相似方法实现了中心折反射摄像机的标定,但是这类方法需要已知三维点的位置,并且容易从图像中提取其图像点。

[0004] 直线在空间中是很常见的,无需知道标定的直线和摄像机的位置关系,只利用线

像标定摄像机。文献“Catadioptric camera calibration using geometric invariants”, (Ying X., Hu Z., IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.26, no.10, pp.1260-1271, 2004) 首次提出了利用球或者直线标定中心折反射摄像机。在非退化情况下一条直线的投影二次曲线提供三个不变量,但是该文献提出的标定方法是非线性的,计算的复杂度较高。文献“Geometric properties of central catadioptric line images and their application in calibration”, (Barreto J., Araujo H., IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.27, no.8, pp.1327-1333, 2005) 研究了直线在中心折反射摄像机下的几何性质,根据射影不变性应用这些性质标定摄像机内参数,三条及其以上的直线就可完成摄像机内参数的标定。文献“Identical projective geometric properties of central catadioptric line images and sphere images with applications to calibration”, (Ying X., Zha H., International Journal of Computer Vision, vol.78, no.1, pp.89-105, 2008) 介绍了修正绝对二次曲线的像(MIAC)在中心折反射摄像机标定中的作用。他们通过研究球或直线在中心折反射摄像机下的像与MIAC的几何与代数关系提出了两种线性标定算法,得出的结论对于对偶形式也是成立的,但是这篇文献中的理论和标定方法对于抛物折反射摄像机的情况是退化的。

发明内容

[0005] 本发明提供了一种制作简单,适用广泛,稳定性好的利用靶标求解抛物折反射摄像机内参数的方法,该靶标由空间中一条直线构成。在求解抛物折反射摄像机内参数的过程中,需使用抛物折反射摄像机拍摄靶标的3幅图像线性求解出抛物折反射摄像机的5个内参数。

[0006] 本发明采用如下技术方案:

[0007] 用抛物折反射摄像机从不同的位置拍摄3幅含有一条直线的图像。本发明是利用空间中一条直线作为靶标用于求解抛物折反射摄像机内参数的方法。首先,分别从3幅图像中提取靶标图像边缘点,使用最小二乘法拟合获得线像方程。在获得线像方程的基础上,求解线像的渐近线。因为线像的渐近线就是圆环点的像关于线像的极线,根据配极原则,圆环点的像关于线像的极线相交于圆心的像,从而确定圆心的像。由圆心的像可以得到正交消失点,三幅图像提供六组正交消失点。最后,利用正交消失点对绝对二次曲线像的约束求解摄像机内参数。具体的步骤包括:拟合靶标投影方程,估计线像的渐近线,确定正交消失点,求解抛物折反射摄像机的内参数。

[0008] 1. 拟合靶标投影方程

[0009] 利用Matlab程序中的Edge函数提取靶标图像边缘点的像素坐标,并用最小二乘法拟合获得线像的方程。

[0010] 2. 估计线像的渐近线

[0011] 空间中的直线 Q ,在抛物折反射摄像机的单位球模型下的投影分为两步。第一步,空间直线 Q 以单位视球的球心 O 为投影中心投影到单位视球上的大圆 S_n ($n=1, 2, 3$ 表示拍摄的三幅图像)。第二步,以单位视球表面上的一点 O_c 为投影中心,这里 O_c 可看作一个摄像机的光心,将大圆 S_n 投影为抛物折反射图像平面上的二次曲线 C_n ,其中抛物折反射图像平面与直

线 $0_c 0$ 垂直。令以 0_c 为光心的摄像机的内参数矩阵为 $\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} r_c f_c & s & u_0 \\ 0 & f_c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,其中 r_c 是纵横比,

f_c 是有效焦距, s 是倾斜因子, $[u_0 \ v_0 \ 1]^T$ 是摄像机主点 o 的齐次坐标矩阵形式,其中 r_c, f_c, s, u_0, v_0 为抛物折反射摄像机的5个内参数。利用Matlab中的Edge函数提取3幅图像靶标图像边缘点的像素坐标,通过最小二乘法拟合得到相应的二次曲线方程。这里 C_n ($n=1, 2, 3$)分别表示第 n 幅图像中的线像的系数矩阵。本文为了简化表述,用相同字母表示曲线和它的系数矩阵。

[0012] 根据渐近线的定义,若直线 Q 在单位球上的投影大圆 S_1 与该平面 π 上的无穷远直线 $L_{1\infty}$ 的交点是圆环点 I_1, J_1 ,其中投影大圆也简称为大圆。若用 L_{11}, L_{1j1} 分别表示圆环点 I_1, J_1 关于大圆 S_1 的极线,根据渐近线的定义, L_{11}, L_{1j1} 也是大圆 S_1 的渐近线,由配极原则可知,渐近线 L_{11}, L_{1j1} 相交于大圆 S_1 的圆心 0 。

[0013] 在像平面 π' 上,用 C_1 表示空间直线 Q 的像,因此, C_1 也是投影大圆 S_1 的像,若用 m_{11}, m_{1j1} 分别表示 I_1, J_1 的像,影消线 $l_{1\infty}$ 是平面 π 上的无穷远直线 $L_{1\infty}$ 的像。 l_{11}, l_{1j1} 分别是 m_{11}, m_{1j1} 关于线像 C_1 的极线,且相交于投影大圆 S_1 的圆心 0 的像 o ,则根据渐近线的定义可知, l_{11}, l_{1j1} 也是线像 C_1 的渐近线。因为渐近线 l_{11}, l_{1j1} 是两条自共轭直径,则渐近线 l_{11}, l_{1j1} 的系数 k_1^+, k_1^- 可由方程 $a_{11} + 2a_{12}k_1 + a_{22}k_1^2 = 0$ 的两个根确定, a_{11} 表示矩阵 C_1 的第1行第1列, a_{12} 表示矩阵 C_1 的第1行第2列, a_{22} 表示矩阵 C_1 的第2行第2列。从而可以确定两条渐近线 l_{11}, l_{1j1} 分别为: $(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{12}x_3) + k_1^+(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3) = 0, (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{12}x_3) + k_1^-(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3) = 0$ 。

[0014] 3. 确定正交消失点

[0015] 在投影大圆 S_1 上任取点 A_i ,其中下标 $i=1, 2$,连接 A_i 与圆心 0 构成大圆 S_1 上的直径 U_{1i} ,直径 U_{1i} 与大圆 S_1 相交于点 A_i 与点 B_i ,且直径 U_{1i} 的中点为圆心 0 。记直径 U_{1i} 上的无穷远点为 $D_{1i\infty}$ 。若用 V_{i1} 和 V_{i2} 分别表示 A_i 和 B_i 关于大圆 S_1 上的切线,根据圆的性质,有 $V_{i1} \perp U_{1i}$ 和 $V_{i2} \perp U_{1i}$,则有 $V_{i1} // V_{i2}$,于是 V_{i1} 和 V_{i2} 具有相同的无穷远点,这里用 $D'_{1i\infty}$ 表示 V_{i1}, V_{i2} 上的无穷远点。因此, $D_{1i\infty}$ 和 $D'_{1i\infty}$ 是平面 π 上的一组正交方向上的无穷远点。

[0016] 在像平面 π' 上,根据配极原则,线像 C_1 上的渐近线 l_{11}, l_{1j1} 相交于圆心的像 o ,因此,可以估计圆心的像 o 。若用 a_i 表示 A_i 的像,记过 a_i, o 两点的直线为 u_{1i} ,直线 u_{1i} 与线像 C_1 相交于 a_i 和 b_i 两点。根据射影变换的性质可知,点 b_i 是 B_i 的像, u_{1i} 是直径 U_{1i} 的像,则根据调和比的性质,即关系式 $(a_i b_i, o d_{1i}) = -1$ 可确定直线 u_{1i} 上的消失点 d_{1i} ,则 d_{1i} 为 $D_{1i\infty}$ 的像。若记 a_i 关于线像 C_1 的极线为 v_{i1}, b_i 关于线像 C_1 的极线为 v_{i2} ,则根据极线的性质可知, v_{i1} 是 V_{i1} 的像, v_{i2} 是 V_{i2} 的像。若直线 v_{i1}, v_{i2} 的交点记为 d'_{1i} ,则根据射影变换性质, d'_{1i} 为 $D'_{1i\infty}$ 的像。则 d_{1i} 和 d'_{1i} 是平面 π 上的一组正交消失点。

[0017] 4. 求解抛物折反射摄像机内参数

[0018] 由正交消失点 d_{ni}, d'_{ni} ($i=1, 2, n=1, 2, 3$)对绝对二次曲线的像 ω 的线性约束获得 ω ,即: $d_{ni}^T \omega d'_{ni} = 0$ 。最后,根据 $\omega = \mathbf{K}_c^{-T} \mathbf{K}_c^{-1}$,对 ω 进行Cholesky分解再求逆便得到内参数矩阵 \mathbf{K}_c ,即获得摄像机5个内参数。

[0019] 本发明优点:

[0020] (1) 该靶标制作简单,只需空间中任意一条直线。

[0021] (2) 对该靶标的物理尺度没有要求, 无需知道直线在世界坐标系中的位置。

附图说明

[0022] 图1是用于求解抛物折反射摄像机内参数的靶标在单位视球上的示意图。

[0023] 图2是靶标在抛物折反射图像平面上的投影。

具体实施方式

[0024] 本发明提供了一种利用靶标求解抛物折反射摄像机内参数的方法, 靶标是由空间中的一条直线构成, 如图1。用此靶标完成抛物折反射摄像机内参数的求解需要经过以下步骤: 从折反射图像中提取靶标图像边缘点, 使用最小二乘法拟合获得线像投影方程。在获得线像方程的基础上, 求解线像的渐近线。因为线像的渐近线就是圆环点的像关于线像的极线, 根据配极原则, 确定圆心的像。由圆心的像可以确定正交消失点, 三幅图像提供六组正交消失点。最后, 利用正交消失点对摄像机内参数的约束求解摄像机内参数。利用本发明中的方法对实验的抛物折反射摄像机进行标定, 具体步骤如下:

[0025] 1. 拟合靶标投影方程

[0026] 利用Matlab程序中的Edge函数提取靶标图像边缘点的像素坐标, 并用最小二乘法拟合获得线像的方程。

[0027] 2. 估计线像的渐近线

[0028] 空间中的直线Q (如图1), 在抛物折反射摄像机的单位球模型下的投影分为两步。第一步, 在世界坐标系 $0-x_w y_w z_w$ 中, 原点为单位视球的球心 O , z_w 轴与光轴 OO_c 重合。以单位视球的球心 O 为投影中心, 将直线Q投影成单位视球上的大圆 S_n ($n=1, 2, 3$), 如图1所示 (以 $n=1$ 为例)。第二步, 在摄像机坐标系中 $0_c-x_c y_c z_c$, 原点 O_c 为单位视球表面的一点, x_c, y_c 轴分别与 x_w, y_w 轴平行。以单位视球表面的一点 O_c 为投影中心, 将大圆 S_n 投影为抛物折反射图像平面上的二次曲线 C_n , 其中像平面 π' 与光轴 OO_c 垂直, 像平面的坐标分别与 x_c, y_c 轴平行。利用Matlab中的Edge函数分别提取3幅图像中的靶标图像边缘点的像素坐标, 通过最小二乘法拟合得到相应的二次曲线方程, 这里用 C_n 表示第 n 幅图像中的线像的系数矩阵。

[0029] 如图1, 根据圆环点的定义, 投影圆 S_1 与该平面 π 上的无穷远直线 $L_{1\infty}$ 的交点是圆环点 I_1, J_1 , 用 L_{I_1}, L_{J_1} 分别表示圆环点 I_1, J_1 关于投影圆 S_1 的极线, 由配极原则可知, L_{I_1}, L_{J_1} 相交于大圆 S_1 的圆心 O 。根据渐近线的定义, L_{I_1}, L_{J_1} 也是投影圆 S_1 的渐近线。

[0030] 如图2所示, 在成像平面 π' 上, 若用 C_1 表示大圆 S_1 的像, m_{I_1}, m_{J_1} 分别表示 I_1, J_1 的像, 而影消线 $l_{1\infty}$ 是平面 π 上的无穷远直线 $L_{1\infty}$ 的像, l_{I_1}, l_{J_1} 分别是 m_{I_1}, m_{J_1} 关于线像 C_1 的极线, 且相交于圆心 O 的像 o 。根据渐近线的定义, l_{I_1}, l_{J_1} 也是线像 C_1 的渐近线。设线像的系数矩阵为

$$C_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}, m_{I_1}, m_{J_1} \text{ 的齐次坐标矩阵分别为 } [a+bi \ c+di \ 0]^T, [a-bi \ c-di \ 0]^T, \text{ 其中}$$

a, b, c, d 是系数, i 表示复数, 则 l_{I_1}, l_{J_1} 的齐次线坐标分别为:

$$[0031] \quad l_{I_1} = [a_{11}(a+bi) + a_{12}(c+di) \ a_{12}(a+bi) + a_{22}(c+di) \ a_{13}(a+bi) + a_{23}(c+di)]^T, \quad (1)$$

$$[0032] \quad l_{J_1} = [a_{11}(a-bi) + a_{12}(c-di) \ a_{12}(a-bi) + a_{22}(c-di) \ a_{13}(a-bi) + a_{23}(c-di)]^T. \quad (2)$$

[0033] 因为 $a+bi \neq 0, a-bi \neq 0$, 则 l_{I_1}, l_{J_1} 的齐次线坐标可以简化为:

$$[0034] \quad l_{J1} = [a_{11} + k_1^+ a_{12} \quad a_{12} + k_1^+ a_{22} \quad a_{13} + k_1^+ a_{23}]^T, \quad (3)$$

$$[0035] \quad l_{J1} = [a_{11} + k_1^- a_{12} \quad a_{12} + k_1^- a_{22} \quad a_{13} + k_1^- a_{23}]^T, \quad (4)$$

[0036] 其中 $k_1^+ = \frac{c+di}{a+bi}$, $k_1^- = \frac{c-di}{a-bi}$ 。由 (3), (4) 可知 l_{I1}, l_{J1} 与影消线 $l_{1\infty}$ 的交点分别为

$$n_{I1} = [a_{12} + a_{22}k_1^+ \quad -(a_{11} + a_{12}k_1^+) \quad 0]^T, \quad n_{J1} = [a_{12} + a_{22}k_1^- \quad -(a_{11} + a_{12}k_1^-) \quad 0]^T。$$

因为 l_{I1}, l_{J1} 是两条直径, 则根据共轭直径的定义可知, n_{I1}, n_{J1} 关于线像 C_1 的极线 $\bar{l}_{I1}, \bar{l}_{J1}$ 分别是 l_{I1}, l_{J1} 的共轭直径, 则 $\bar{l}_{I1}, \bar{l}_{J1}$ 的齐次线坐标分别表示为:

$$[0037] \quad \bar{l}_{I1} = [a_{11}(a_{12} + a_{22}k_1^+) - a_{12}(a_{11} + a_{12}k_1^+) \quad a_{12}(a_{12} + a_{22}k_1^+) - a_{22}(a_{11} + a_{12}k_1^+) \quad a_{13}(a_{12} + a_{22}k_1^+) - a_{23}(a_{11} + a_{12}k_1^+)]^T, \quad (5)$$

$$[0038] \quad \bar{l}_{J1} = [a_{11}(a_{12} + a_{22}k_1^-) - a_{12}(a_{11} + a_{12}k_1^-) \quad a_{12}(a_{12} + a_{22}k_1^-) - a_{22}(a_{11} + a_{12}k_1^-) \quad a_{13}(a_{12} + a_{22}k_1^-) - a_{23}(a_{11} + a_{12}k_1^-)]^T。 \quad (6)$$

[0039] 因为 $a_{12} + a_{22}k_1^+ \neq 0$, $a_{12} + a_{22}k_1^- \neq 0$, 则 $\bar{l}_{I1}, \bar{l}_{J1}$ 的齐次线坐标可以简化为:

$$[0040] \quad \bar{l}_{I1} = [a_{11} + \bar{k}_1^+ a_{12} \quad a_{12} + \bar{k}_1^+ a_{22} \quad a_{13} + \bar{k}_1^+ a_{23}]^T, \quad (7)$$

$$[0041] \quad \bar{l}_{J1} = [a_{11} + \bar{k}_1^- a_{12} \quad a_{12} + \bar{k}_1^- a_{22} \quad a_{13} + \bar{k}_1^- a_{23}]^T, \quad (8)$$

[0042] 其中 $\bar{k}_1^+ = -\frac{a_{11} + a_{12}k_1^+}{a_{12} + a_{22}k_1^+}$, $\bar{k}_1^- = -\frac{a_{11} + a_{12}k_1^-}{a_{12} + a_{22}k_1^-}$ 。即有:

$$[0043] \quad a_{11} + a_{12}(\bar{k}_1^+ + k_1^+) + a_{22}\bar{k}_1^+k_1^+ = 0, \quad (9)$$

$$[0044] \quad a_{11} + a_{12}(\bar{k}_1^- + k_1^-) + a_{22}\bar{k}_1^-k_1^- = 0。 \quad (10)$$

[0045] 因为渐近线 l_I, l_J 是两条自共轭直径, 则由式 (9), (10) 可知 $\bar{k}_1^+ = k_1^+, \bar{k}_1^- = k_1^-$, 即有:

$$[0046] \quad a_{11} + 2a_{12}k_1^+ + a_{22}k_1^{+2} = 0, \quad (11)$$

$$[0047] \quad a_{11} + 2a_{12}k_1^- + a_{22}k_1^{-2} = 0。 \quad (12)$$

[0048] 联立 (11), (12) 可得方程:

$$[0049] \quad a_{11} + 2a_{12}k_1 + a_{22}k_1^2 = 0。 \quad (13)$$

[0050] 通过求解方程 (13) 可以得到未知数 k_1 的 2 个解, 分别是 k_1^+, k_1^- , 再分别带入 (3), (4) 即可估计线像的渐近线 l_{I1}, l_{J1} 。对于其他两幅线像 C_2, C_3 的渐近线 $l_{I2}, l_{J2}, l_{I3}, l_{J3}$ 可用类似的方法获得。

[0051] 3. 确定正交消失点

[0052] 如图 1, 在大圆 S_1 上任取点 A_i , 其中下标 $i=1, 2$, 则连接 A_i 与圆心 O 构成大圆 S_1 上的直径 U_{i1} , 直径 U_{i1} 与大圆 S_1 相交于点 A_i 与点 B_i , 且直径 U_{i1} 的中点为圆心 O 。记直径 U_{i1} 上的无穷远点为 $D_{i\infty}$ 。若用 V_{i1} 和 V_{i2} 分别表示 A_i 和 B_i 关于大圆 S_1 上的切线, 根据圆的性质, 有 $V_{i1} \perp U_{i1}$ 和 $V_{i2} \perp U_{i1}$, 则有 $V_{i1} // V_{i2}$, 于是 V_{i1} 和 V_{i2} 具有相同的无穷远点, 这里用 $D'_{i\infty}$ 表示 V_{i1}, V_{i2} 上的无穷远点。则 $D_{i\infty}$ 和 $D'_{i\infty}$ 是平面 π 上的一组正交方向上的无穷远点。

[0053] 在像平面 π' 上, 如图 2 所示, 若用 C_1 表示大圆 S_1 的像, 用 l_{I1}, l_{J1} 表示线像 C_1 的渐近

线。设圆心的像 o 的齐次坐标矩阵为 $[u_o \ v_o \ 1]^T$,渐近线 l_{11}, l_{J1} 的齐次坐标矩阵分别为 $[u_{11} \ v_{11} \ 1]^T, [u_{J1} \ v_{J1} \ 1]^T$,根据配极原则,则有:

$$[0054] \quad \lambda_o [u_o \ v_o \ 1]^T = [u_{11} \ v_{11} \ 1]^T \times [u_{J1} \ v_{J1} \ 1]^T, \quad (14)$$

[0055] 其中 λ_o 是非零常数因子, \times 表示向量积。若用 a_i 表示 A_i 的像,通过两点 o, a_i 可以确定直线 u_{1i} ,根据射影变换的性质, u_{1i} 是直径 U_{1i} 的像。若设 a_i 的齐次坐标矩阵为 $[u_{ai} \ v_{ai} \ 1]^T$, u_{1i} 的齐次坐标矩阵为 $[u_{ui} \ v_{ui} \ 1]^T$,则有:

$$[0056] \quad \lambda_{ui} [u_{ui} \ v_{ui} \ 1]^T = [u_{ai} \ v_{ai} \ 1]^T \times [u_o \ v_o \ 1]^T, \quad (15)$$

[0057] 其中 λ_{ui} 是非零常数因子。直线 u_{1i} 与线像 C_1 相交于点 a_i, b_i ,若设 b_i 的齐次坐标矩阵为 $[u_{bi} \ v_{bi} \ 1]^T$,则有方程组:

$$[0058] \quad \begin{cases} [u_{ui} \ v_{ui} \ 1] \cdot [u_{bi} \ v_{bi} \ 1]^T = 0 \\ [u_{bi} \ v_{bi} \ 1] \cdot C_1 \cdot [u_{bi} \ v_{bi} \ 1]^T = 0 \end{cases}, \quad (16)$$

[0059] 其中 \cdot 表示向量点积。则 $b_i = [u_{bi} \ v_{bi} \ 1]^T$ 是方程组(16)的解,且 b_i 是 B_i 的像。又由调和比的性质,可以确定 u_{1i} 上的消失点 d_{1i} ,则有:

$$[0060] \quad (a_i b_i, od_{1i}) = -1. \quad (17)$$

[0061] 若设 d_{1i} 的齐次坐标矩阵为 $[u_{di} \ v_{di} \ 1]^T$,联立(17)式有:

$$[0062] \quad (u_o - u_{ai})(u_{di} - u_{bi}) + (u_o - u_{bi})(u_{di} - u_{ai}) = 0, \quad (18)$$

$$[0063] \quad (v_o - v_{ai})(v_{di} - v_{bi}) + (v_o - v_{bi})(v_{di} - v_{ai}) = 0. \quad (19)$$

[0064] 则 $d_{1i} = [u_{di} \ v_{di} \ 1]^T$ 可由(18)(19)式确定。若记 a_i 关于线像 C_1 的极线为 v_{i1} , b_i 关于线像 C_1 的极线为 v_{i2} ,根据极线的性质可知, v_{i1} 是 V_{i1} 的像, v_{i2} 是 V_{i2} 的像。设 v_{i1} 的齐次坐标矩阵为 $[u_{v1} \ v_{v1} \ 1]^T$, v_{i2} 的齐次坐标矩阵为 $[u_{v2} \ v_{v2} \ 1]^T$,则有:

$$[0065] \quad \lambda_{v1} [u_{v1} \ v_{v1} \ 1]^T = C_1 \cdot [u_{ai} \ v_{ai} \ 1]^T, \quad (20)$$

$$[0066] \quad \lambda_{v2} [u_{v2} \ v_{v2} \ 1]^T = C_1 \cdot [u_{bi} \ v_{bi} \ 1]^T, \quad (21)$$

[0067] 其中 $\lambda_{v1}, \lambda_{v2}$ 是非零常数因子。若直线 v_{i1}, v_{i2} 的交点记为 d'_{1i} ,则根据射影变换性质, d'_{1i} 为 $D'_{1i\infty}$ 的像。设 d'_{1i} 的齐次坐标矩阵为 $[u'_{di} \ v'_{di} \ 1]^T$,通过联立 v_{i1} 和 v_{i2} 的方程可得方程组:

$$[0068] \quad \begin{cases} v_{i1}^T \cdot [u'_{di} \ v'_{di} \ 1]^T = 0 \\ v_{i2}^T \cdot [u'_{di} \ v'_{di} \ 1]^T = 0 \end{cases}, \quad (22)$$

[0069] 因此,点 $d'_{1i} = [u'_{di} \ v'_{di} \ 1]^T$ 是方程组(22)的解。则可以确定平面 π 上的一组正交消失点 d_{1i} 和 d'_{1i} ,对于大圆 S_2, S_3 所在平面上的正交消失点 $\{d_{21}, d'_{21}\}, \{d_{22}, d'_{22}\}$ 和 $\{d_{31}, d'_{31}\}, \{d_{32}, d'_{32}\}$ 可用类似的方法获得。

[0070] 4. 求解抛物折反射摄像机内参数

[0071] 3幅线像 C_1, C_2, C_3 可以估计6组正交消失点分别是 $\{d_{11}, d'_{11}\}, \{d_{12}, d'_{12}\}, \{d_{21}, d'_{21}\}, \{d_{22}, d'_{22}\}, \{d_{31}, d'_{31}\}, \{d_{32}, d'_{32}\}$ 。然后,由正交消失点对绝对二次曲线的像 ω 的线性约束有:

$$[0072] \quad \begin{cases} d_{11}^T \omega d'_{11} = 0 \\ d_{12}^T \omega d'_{12} = 0 \\ d_{21}^T \omega d'_{21} = 0 \\ d_{22}^T \omega d'_{22} = 0 \\ d_{31}^T \omega d'_{31} = 0 \\ d_{32}^T \omega d'_{32} = 0 \end{cases}, \quad (23)$$

[0073] 然后通过SVD方法求解方程组(23)获得 ω 。最后,最后,根据 $\omega = K_c^{-T} K_c^{-1}$,对 ω 进行Cholesky分解再求逆便可获得 K_c ,即获得了针孔摄像机的内参数。

[0074] 实施例

[0075] 本发明提出了一种利用一条直线作为靶标线性确定抛物折反射摄像机内参数的方法。本发明采用的实验模板结构示意图如图1所示。下面以一实例对本发明的实施方案做出更为详细的描述。

[0076] 基于空间中一条直线的抛物折反射摄像机标定采用的实验模板是空间中的一条直线,如图1所示,直线记为Q。利用本发明中的方法对用于实验的抛物折反射摄像机进行标定,具体步骤如下:

[0077] 1.拟合靶标曲线方程

[0078] 本发明采用的图像大小为 1800×1700 。用抛物折反射摄像机拍摄靶标的3幅实验图像,读入图像,利用Matlab中的Edge函数提取3幅图像靶标图像边缘点的像素坐标,并用最小二乘法拟合获得线像的方程。3幅线像的方程的系数矩阵分别为 C_n ($n=1, 2, 3$),结果如下:

$$[0079] \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0.0000007924202566 & 0.0000005525774725 & -0.0005519533223423 \\ 0.0000005525774725 & 0.0000004908161128 & -0.0001173313556284 \\ -0.0005519533223423 & -0.0001173313556284 & 1 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$[0080] \quad C_2 = \begin{bmatrix} 0.0000021807342961 & -0.0000001965079374 & -0.0005661899661531 \\ -0.0000001965079374 & 0.0000003632768128 & 0.0006045177953828 \\ -0.0005661899661531 & 0.0006045177953828 & 1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

$$[0081] \quad C_3 = \begin{bmatrix} 0.0000021085053742 & 0.0000003809978224 & -0.001060709728010 \\ 0.0000003809978224 & 0.0000008752485811 & 0.0004319505130224 \\ -0.001060709728010 & 0.0004319505130224 & 1 \end{bmatrix}。 \quad (26)$$

[0082] 2.估计线像的渐近线

[0083] 将(24)代入(13)可以得到线像 C_1 的渐近线 l_{11}, l_{11} 的系数 k_1^+, k_1^- :

$$[0084] \quad k_1^+ = -1.12583401009605 - 0.58906109899322i, \quad (27)$$

$$[0085] \quad k_1^- = -1.12583401009605 + 0.58906109899322i。 \quad (28)$$

[0086] 将(27)(28)代入(3)(4),从而可以估计线像 C_1 的渐近线 l_{11}, l_{11} 的齐次线坐标矩阵为:

$$[0087] \quad l_{11} = [0.000000170309 - 0.000000325501i \quad -0.00000028912i \quad -0.00041985769 + 0.0000691153i]^T, \quad (29)$$

$$[0088] \quad l_{11} = [0.000000170309 + 0.000000325501i \quad 0.00000028912i \quad -0.00041985769 -$$

$$0.0000691153i]^T. \quad (30)$$

[0089] 将(25)代入(13)可以得到线像 C_2 的渐近线 l_{I_2}, l_{J_2} 的系数 k_2^+, k_2^- :

$$[0090] \quad k_2^+ = 0.540931682167 - 2.389633390245i, \quad (31)$$

$$[0091] \quad k_2^- = 0.540931682167 + 2.389633390245i. \quad (32)$$

[0092] 将(31)(32)代入(3)(4),从而可以估计线像 C_2 的渐近线 l_{I_2}, l_{J_2} 的齐次线坐标矩阵为:

$$[0093] \quad l_{I_2} = [0.0000020744369 + 0.000000469581i \quad -0.0000008680984i \quad -0.0002391871 - 0.0014445759i]^T, \quad (33)$$

$$[0094] \quad l_{J_2} = [0.0000020744369 - 0.000000469581i \quad 0.0000008680984i \quad -0.0002391871 + 0.0014445759i]^T. \quad (34)$$

[0095] 将(26)代入(13)可以得到线像 C_3 的渐近线 l_{I_3}, l_{J_3} 的系数 k_3^+, k_3^- :

$$[0096] \quad k_3^+ = -0.4353024165116 - 1.4898147012i, \quad (35)$$

$$[0097] \quad k_3^- = -0.4353024165116 + 1.4898147012i. \quad (36)$$

[0098] 将(35)(36)代入(3)(4),从而可以估计线像 C_3 的渐近线 l_{I_3}, l_{J_3} 的齐次线坐标矩阵为:

$$[0099] \quad l_{I_3} = [0.000001942656 - 0.000000567616i \quad -0.000001303958203i \quad -0.0012487388301 - 0.0006435262245i]^T, \quad (37)$$

$$[0100] \quad l_{J_3} = [0.000001942656 + 0.000000567616i \quad 0.000001303958203i \quad -0.0012487388301 + 0.0006435262245i]^T. \quad (38)$$

[0101] 3. 确定正交消失点

[0102] 将(29), (30)代入(14),从而可以估计大圆 S_1 的圆心的像 o 的齐次坐标矩阵为:

$$[0103] \quad o = [319.9422649731184 \quad 268.0682368868319 \quad 1]^T, \quad (39)$$

[0104] 在线像 C_1 上任取两个点 a_1, a_2 , 齐次坐标矩阵为:

$$[0105] \quad a_1 = [368.6676588143164 \quad -223.1075527081840 \quad 1]^T, \quad (40)$$

$$[0106] \quad a_2 = [338.3088979469994 \quad -196.3015858403382 \quad 1]^T. \quad (41)$$

[0107] 根据(39-41), 通过(15)可以估计线像 C_1 的直径 u_{11}, u_{12} 的齐次坐标矩阵为:

$$[0108] \quad u_{11} = [-0.00163811766 \quad 0.001775282778 \quad 1]^T, \quad (42)$$

$$[0109] \quad u_{12} = [-0.0025736931 \quad 0.00065866355 \quad 1]^T. \quad (43)$$

[0110] 将(42), (43)代入(16)可以估计 b_1, b_2 的齐次坐标矩阵为:

$$[0111] \quad b_1 = [268.96114810561013 \quad -315.1104785770632 \quad 1]^T, \quad (44)$$

$$[0112] \quad b_2 = [300.1799917356174 \quad -345.2887523088403 \quad 1]^T. \quad (45)$$

[0113] 将(39), (40-41), (44-45)代入(18)(19)式可得消失点 d_{11}, d_{12} , 结果如下:

$$[0114] \quad d_{11} = [1482.641249859403 \quad 1764.204710609120 \quad 1]^T, \quad (46)$$

$$[0115] \quad d_{12} = [1135.413924253317 \quad 1764.204710615893 \quad 1]^T. \quad (47)$$

[0116] 将(40-41), (44-45)代入(20)(21)式可以确定 a_1, a_2 和 b_1, b_2 的极线 v_{11}, v_{21} 和 v_{12}, v_{22} , 结果如下:

$$[0117] \quad v_{11} = [-0.001034852599431 \quad -0.002824786830806 \quad 1]^T, \quad (48)$$

$$[0118] \quad v_{21} = [0.003260392355263 \quad -0.002473773957137 \quad 1]^T, \quad (49)$$

$$[0119] \quad v_{12} = [-0.002040546137245 \quad 0.008593237966854 \quad 1]^T, \quad (50)$$

[0120] $v_{22} = [-0.001317597512605 \ 0.001010761220479 \ 1]^T$ 。 (51)

[0121] 将(48)和(50)代入(22)可得消失点 d'_{11} ,结果如下:

[0122] $d'_{11} = [-1882.037867689936 \ 1764.204710675458 \ 1]^T$, (52)

[0123] 将(49)和(51)代入(22)可得消失点 d'_{12} ,结果如下:

[0124] $d'_{12} = [-2820.003603780589 \ 1764.204710693708 \ 1]^T$ 。 (53)

[0125] 在线像 C_2 上任取两个点 a_3, a_4 ,齐次坐标矩阵为:

[0126] $a_3 = [377.826425362715 \ -244.1803648958988 \ 1]^T$, (54)

[0127] $a_4 = [355.054284163343 \ -206.6961985004459 \ 1]^T$ 。 (55)

[0128] 可用类似方法(14-16,18-22,54,55)获得两组正交消失点 $d_{21}, d_{22}, d'_{21}, d'_{22}$,结果如下:

[0129] $d_{21} = [-1065.915922428384 \ -2182.432180014964 \ 1]^T$, (56)

[0130] $d_{22} = [-1066.03316814022 \ -3214.194489658863 \ 1]^T$; (57)

[0131] $d'_{21} = [-1065.495337556116 \ 1518.71484929373 \ 1]^T$, (58)

[0132] $d'_{22} = [-1065.538740970363 \ 1136.764791112512 \ 1]^T$ 。 (59)

[0133] 在线像 C_3 上任取两个点 a_5, a_6 ,齐次坐标矩阵为:

[0134] $a_5 = [271.227089469159 \ -223.107552708184 \ 1]^T$, (60)

[0135] $a_6 = [301.5919426016732 \ -196.3015858403382 \ 1]^T$ 。 (61)

[0136] 可用类似方法(14-16,18-22,60,61)获得两组正交消失点 $d_{31}, d_{32}, d'_{31}, d'_{32}$,结果如下:

[0137] $d_{31} = [3035.609573074017 \ 5212.774372163097 \ 1]^T$, (62)

[0138] $d_{32} = [-1066.03316814022 \ -3214.194489658863 \ 1]^T$; (63)

[0139] $d'_{31} = [-1065.495337556116 \ 1518.71484929373 \ 1]^T$, (64)

[0140] $d'_{32} = [-1065.538740970363 \ 1136.764791112512 \ 1]^T$ 。 (65)

[0141] 4.求解抛物折反射摄像机内参数

[0142] 将(46,47,52,53,56-59,62-65)代入(23)得到 ω 中元素的线性方程组,使用SVD分解求解该线性方程组得到 ω 的系数矩阵。结果如下:

[0143] $\omega = \begin{bmatrix} 0.000001265845310968762 & -0.000000000143846059 & -0.000405035976456059 \\ -0.000000000143846059 & 0.0000010461531659065 & -0.0002510307290781341 \\ -0.000405035976456059 & -0.0002510307290781341 & 0.999999886463361 \end{bmatrix}$ 。 (66)

[0144] 最后,根据 $\omega = K_c^T K_c^{-1}$,对(66)中的 ω 进行Cholesky分解再求逆便可获得 K_c ,结果如下:

[0145] $K_c = \begin{bmatrix} 799.999999993155 & 0.100000001162642 & 320.000000003101 \\ 0 & 879.999999994745 & 239.999999996892 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, (67)

[0146] 其中纵横比 $r_c = K_c(1,1)/K_c(2,2)$ ($K_c(1,1)$ 表示矩阵 K_c 的第1行第1列的元素, $K_c(2,2)$ 表示矩阵 K_c 的第2行第2列的元素),故针孔摄像机的5个内参数分别为: $r_c = 0.909090909090674$, $f_c = 879.999999994745$, $s = 0.100000001162642$, $u_0 = 320.000000003101$, $v_0 = 239.999999996892$ 。

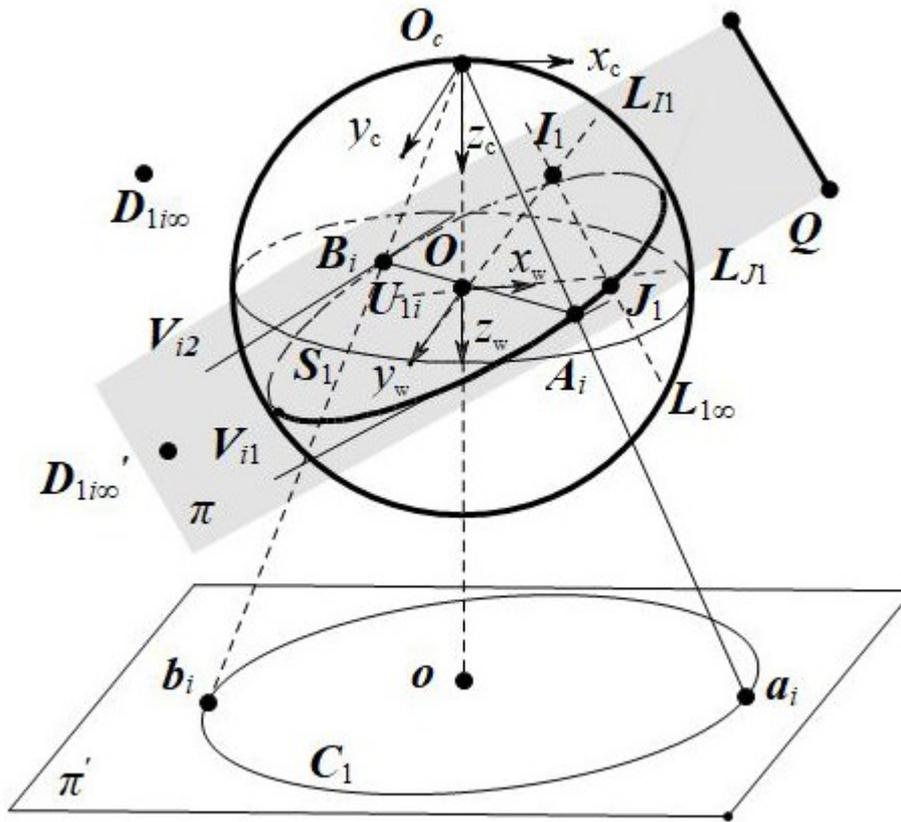


图 1

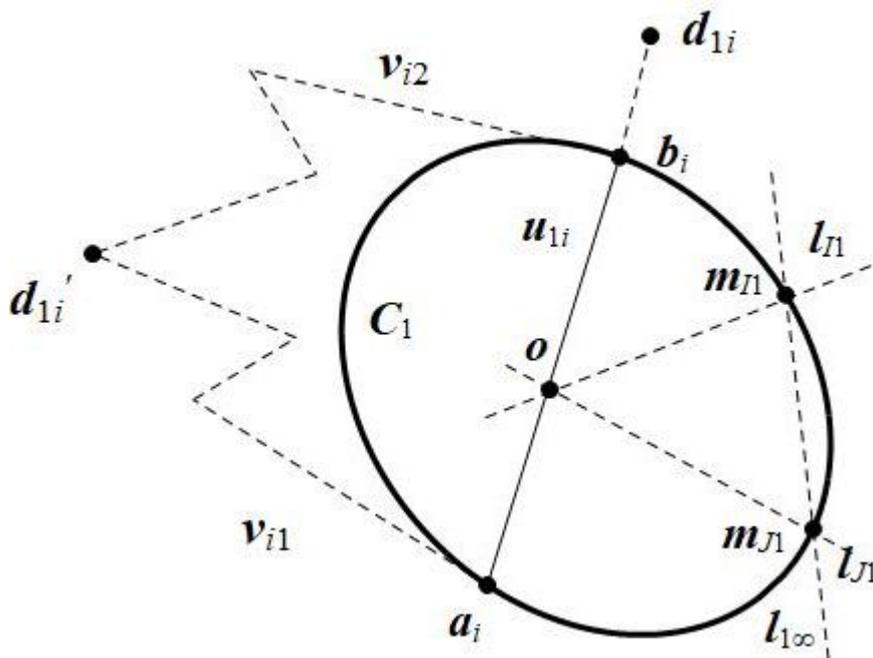


图 2