



[12] 发明专利申请公开说明书

[21] 申请号 01808465.6

[43] 公开日 2003 年 10 月 15 日

[11] 公开号 CN 1449528A

[22] 申请日 2001.2.23 [21] 申请号 01808465.6

[30] 优先权

[32] 2000.2.23 [33] US [31] 60/184,408

[86] 国际申请 PCT/US01/05793 2001.2.23

[87] 国际公布 WO01/63458 英 2001.8.30

[85] 进入国家阶段日期 2002.10.22

[71] 申请人 财务工具公司

地址 美国加利福尼亚州

[72] 发明人 J·W·希勒 J·G·瓦特森
J·S·斯科特

[74] 专利代理机构 中国专利代理(香港)有限公司

代理人 吴立明 王 勇

权利要求书 4 页 说明书 27 页 附图 5 页

[54] 发明名称 负载已知的最优化

[57] 摘要

提供了用于易于负载已知最优化的处理过程，该处理过程使用了对到一个标准资产组合最优化的一个修改。首先一组可得到的金融产品的每个承载金融产品通过确定一个调整了的收益被模型化为一个负载了的部分和未负载部分，例如具有前端或后端负载的共同基金。该调整了的收益是基于预计承载金融产品保持在资产组合中的时间和负载数量。一个与该资产组合中的承载金融产品的份额有关的变量可以分解为两个变量(一个代表负载部分，而另一个代表未负载部分)，以恢复二次程序设计问题。然后最优化可以使用二次程序设计技术来执行，而在该资产组合中的每个承载金融产品的份额由组合该两个变量来计算。

1. 一种选择一个或多个金融产品的一个推荐资产组合的方法，该方法包含：

5 基于一个预定的保持时间、在该承载的金融产品中的当前持有、有关将来到该承载金融产品预期摊派或者从该承载金融产品的预期取出的信息、每个承载金融产品的预期收益、以及与每个承载金融产品有关的负载数量，确定用于该组金融产品中的每个承载金融产品的一个调整了的收益；以及

10 基于每个承载金融产品的调整了的收益和每个未承载的金融产品的预期收益，以变化的比例从该组金融产品中产生一个或多个金融产品的一个推荐资产组合。

15 2. 如权利要求 1 所述的方法，其特征在于：一个或多个风险率等级可以由一个用户指定，来指示该用户的风险承受力，而且其中所述产生推荐的资产组合另外是基于一个用户的风

险承受力。

15 3. 如权利要求 1 所述的方法，其特征在于：所述产生该资产组合另外基于与该组金融产品有关的收益方差。

20 4. 如权利要求 3 所述的方法，其特征在于：所述产生资产组合包含使用二次程序设计技术来确定承载和空载金融产品的比例，其从该资产组合中最大化了该效用的预期值，其中该效用函数足够由该资产组合的预期收益和收益方差的一个线性组合来近似。

5. 如权利要求 2 所述的方法，其特征在于：风险率等级相应于响应于在市场情况中的改变、在一个金融产品或者一个资产组合的货币价值中的变化性的测量。

25 6. 一种重新分配一个或多个金融产品的一个资产组合的方法，该方法包含：

确定该资产组合是否包含一个负载了的金融产品；

30 把与该负载了的金融产品在该资产组合中的当前持有相对数量有关的一部分分解为三项，第一项是一个表示当前在该资产组合中持有的、负载了的金融产品一部分的已知值，第二项是一个表示可以被卖出以便从该资产组合中产生推荐的资产组合的、负载了的金融产品一部分的变量，以及第三项是一个表示可以被购买以便从该资产组合以及从一组可用的金融产品中产生推荐的资产组合的、负载了的金融产

品一部分的变量；

基于一个预定的时间周期、每个承载金融产品的预期收益、以及与每个承载金融产品有关的负载数量，为该可用金融产品组中的每个负载了的金融产品以及包含在该资产组合内的每个负载了的金融产品
5 确定一个调整了的收益；

基于一个预定的时间周期、在该每个承载的金融产品中的当前持有、有关将来到该承载金融产品预期摊派或者从该承载金融产品的预期取出的信息、以及每个不承载的金融产品的预期收益，从该金融产品可用组和从在该资产组合中的一个或多个金融产品中产生一个或多
10 个金融产品的推荐资产组合。

7. 如权利要求 6 所述的方法，其特征在于：与被建议保持在该推荐资产组合中的负载了的金融产品的相对数量有关的一部分被分解成三项，第一项是该负载了的金融产品的已知部分，它是表示被推荐在该推荐的资产组合中获得的、负载了的金融产品的一个最小/最大部分
15 的一个指定的下/上限部分；第二项是一个表示在该下/上限之上/之下并且不受一个初始负载费用影响的、该负载了的金融产品部分的变量；以及第三项是一个表示在该下/上限之上/之下并且受一个初始负载费用影响的、负载了的金融产品部分的变量。

8. 如权利要求 7 所述的方法，其特征在于：与该推荐资产组合有关的第一项基于一个用户指定的、一个负载了的金融产品的最小或者最大允许部分。
20

9. 如权利要求 6 所述的方法，其特征在于：所述产生一个新的资产组合包含使用二次程序设计技术来确定承载和空载金融产品的比例，其从该资产组合中最大化该效用的预期值，其中该效用函数足够
25 由该资产组合的预期收益和收益方差的一个线性组合来近似。

10. 如权利要求 9 所述的方法，其特征在于：所述产生一个新的资产组合另外基于与一组金融产品有关的收益方差。
30

11. 如权利要求 9 所述的方法，其特征在于：一个或多个风险率等级可以由一个用户指定，来指示该用户的风险承受力，而且其中所述产生推荐的资产组合是另外基于一个用户的风险承受力。

12. 一种重新分配一个或多个金融产品的一个资产组合的方法，该方法包含：

依据一个负载部分和一个无载部分的至少一个模型化一个或多个金融产品的每个负载了的金融产品；

5 基于每个负载了的金融产品的预期收益、一个预定的保持时间、在每个承载的金融产品中的当前持有、有关将来到每个承载金融产品的预期摊派或者从每个承载金融产品的预期取出的信息、以及与每个承载金融产品有关的负载数量，计算用于每个承载金融产品的一个调整了的收益；以及

基于该调整了的收益和预期收益产生该重新分配的资产组合。

13. 一种金融产品选择的方法包含：

10 计算用于该组金融产品中的负载了的金融产品的多个调整了的收益，该描述了负载了的金融产品性能的多个调整了的收益考虑了应用于该负载了的金融产品的一个负载；

15 依据一个负载部分和一个无载部分的至少一个，依据该多个预期收益的一个相关预期收益描述的该负载部分的性能，以及依据多个调整了的收益的一个相关的调整收益描述的该无载部分的性能，模拟在一个最优资产组合中的其它金融产品的每个负载了的金融产品；以及

20 基于不装载的金融产品组的多个预期收益、无载部分的预期收益、金融产品组中的负载了的金融产品的调整了的收益、以及该负载部分的调整了的收益，以变化的比例从该组金融产品中产生一个或多个金融产品的资产组合。

14. 如权利要求 13 所述的方法，其特征在于：一个或多个风险率等级可以由一个用户指定，来指示该用户的风险承受力，而且其中所述产生推荐的资产组合是另外基于一个用户的风险承受力。

15. 如权利要求 14 所述的方法，其特征在于：所述产生金融产品的一个或多个资产组合进一步包含使用二次程序设计技术来以变化的比例确定金融产品的组合、负载了的金融产品的负载部分、以及该装载了的金融产品的无载部分，其对于一个给定的风险率等级具有最高的预期收益。

16. 如权利要求 13 所述的方法，其特征在于：所述产生金融产品的一个或多个资产组合另外基于与一组金融产品有关的方差信息。

17. 如权利要求 13 所述的方法，其特征在于：所述模拟每个负载了的金融产品进一步包含把其它金融产品的负载了的金融产品的至少

一个表示为三个项的一个总和，其中的一个指示每一个金融产品应当对该最优资产组合贡献的一个最小或者最大部分。

18. 一个具有存储在其中的表示指令序列的数据的机器可读介质，当该数据由一个处理器执行时，导致所述处理器执行下列过程：

5 基于一个预定的保持时间、在该承载的金融产品中的当前持有、有关将来到该承载金融产品预期摊派或者从该承载金融产品的预期取出的信息、每个承载金融产品的预期收益、以及与每个承载金融产品有关的负载数量，确定用于该组可用金融产品的每个承载金融产品的一个调整了的收益；以及

10 基于每个承载金融产品的调整了的收益和每个未承载的金融产品的预期收益，以变化的比例从一组可用的金融产品产生一个或多个金融产品的一个推荐资产组合。

19. 一个计算机系统，包含：

一个处理器；以及

15 一个包含指令的计算机可读介质，当该指令被执行时，导致处理器：

计算用于该组金融产品的负载了的金融产品的多个调整了的收益，该描述负载了的金融产品性能的多个调整了的收益考虑了应用于该负载了的金融产品的一个负载，

20 依据一个负载部分和一个无载部分的至少一个，依据该多个预期收益的一个相关预期收益描述的该负载部分的性能，以及依据多个调整了的收益的一个相关的调整收益描述的该无载部分的性能，表示在一个最优资产组合中的其它金融产品中的每个负载了的金融产品，以及

25 基于不负载的金融产品组的多个预期收益、无载部分的预期收益、金融产品组中的负载了的金融产品的调整了的收益、以及该负载部分的调整了的收益，以变化的比例从该组金融产品中产生金融产品的一个或多个资产组合。

负载已知的最优化

版权声明

5 此处包含的是受到版权保护的资料。当该专利公开出现在专利与
商标局专利文档或者记录中时，版权所有者不反对任何人复制该专利
公开，然而在别的方面却无论如何保留对该版权的所有权利。

发明领域

10 本发明通常涉及金融咨询服务领域。尤其是，该发明涉及这样一种
过程，其中一个金融产品的优化资产组合（portfolio）可能从一个
其中一个或多个金融产品携带一个前端或者后端负载的全域中产生。

发明背景技术

15 从一组 $N (N > 1)$ 个金融产品中，可得到一个无穷多数量的资产
组合用于投资。对这个应用来说，术语“金融产品”被广泛地定义为：
在某些规定条件下提供或者接收预期的将来利益的权利（经常表示
为一种权利要求或者保证）的一个法定表示。例如，国内或者外国的
20 普通股票、国内或者外国债券、不动产、现金等值、共同基金、汇兑
贸易基金（ETF）及其它证券或者证券的资产组合等等都由术语“金融
产品”思考。

在任何情形下，现有的计算机金融分析系统（也称为“投资组合
优化器”）声称帮助个人选择满足他们要求的资产组合。这些系统一
般实现了基于涉及平均-方差最优化理论的标准最优化技术的数学模
型。依据该平均方差方法来进行资产选择，可以参考一个投资者对于
风险和收益和有效资产组合组的（同时也称为有效组或者有效界限）
25 不同组合的优先选择，来标识一个最佳的金融产品资产组合。图 1 说
明了一个资产组合的可行组，其表示所有可以从一个金融产品特定组
中形成的资产组合。弧形 AC 表示一个有效组的资产组合，其中的每一个
30 都为一个给定的风险率级别提供最高的预期收益。一般通过收益的
标准偏差来测量一个资产组合的风险。

通常，资产组合最优化的处理过程涉及确定最大化一个投资者的

效用函数 (utility function) 的一个金融产品资产组合。一般地，资产组合最优化过程假定用户具有一个由一个二次效用函数合理估计的效用函数 (即，平均-方差效用)，即那个人喜欢平均地具有更多财富并且不喜欢财富的易变性。基于这个假定并且给定一个用户的风
5 承受力，从该用户可得到的金融产品组中计算得到一个均方差有效的、优化了的资产组合。

从一组 N 个金融产品中确定一个优化了的资产组合的问题可以表示为一系列一个或多个二次程序设计 (QP) 问题。QP 是一种用于优化 (最小化或者最大化) 决策变量的一个二次函数的技术，其中决策变量受在那些决策变量上的线性等式与或不等式约束条件的影响。一种称为“活动组”方法的特定类型 QP 技术，已经在 Financial Engines 公司 (FEI) 的财务分析产品中使用了。在 Academic Press 出版、Gill, Murray, 和 Wright 所著的 “Practical Optimization” 的第 5 章中描述了该 “活动组” 方法，该章节通过引用包括在此。另一种经常使用的方法是临界线算法，其在 1991 年由 MA, Cambridge, Blackwell 出版、由 Markowitz 所著的 Portfolio Selection 2nd edition 中进行了描述，在此通过引用包含该书。另外，如果该优化问题被恰当地约束了，则可以使用如在 1987 年 JAI Press 公司出版的 Advances in Mathematical programming and Financial Planning 中由 Sharpe 所著的 “An Algorithm for Portfolio Improvement” 中描述的那样的 QP 梯度法进行求解，其通过引用包含在此。
10
15
20

当前的 QP 最优化程序不具有在一个金融产品购买的前端或者后端因子分解一个负载付款的能力，因为包含一个负载显著地改变了被优化函数的形式，即该目标函数不再是二次的。简而言之，使用现有技术的最优化 QP 技术，当一个投资者的资产组合已经包含一部分负载了的金融产品时，不可能通过重新分配他的当前资产组合来容易地和有效地为该投资者确定一个最优的资产组合。
25

发明概述

30 描述了一个用于易于负载已知最优化的处理过程，该处理过程使用了对到一个标准资产组合最优化的输入的一个修改。首先，通过基于一段预定的保持时间、当前在该承载金融产品中的持有、有关将来

对该承载金融产品的期望摊派或者从中的期望取出信息、该承载金融产品的预期收益、以及与该承载金融产品有关的负载数量、确定用于每一个承载金融产品的一个调整了的收益，来把一组可得到的金融产品中每个负载的金融产品模型化为一个负载了的部分和一个未负载部分。然后基于每个承载金融产品的调整了的收益和每个未承载金融产品的预期收益，从该组可得到的金融产品中产生一个或多个金融产品的一个推荐资产组合。

通过附图及其后那些详细说明，本发明其他特征将是明显的。

10

附图简要说明

本发明在附图中的图表中通过示例进行说明且不局限于此，其中类似的参考数字涉及类似的单元，附图包含：

图 1 说明了能够从一组金融产品中形成的一个资产组合可行组。

图 2 依据本发明的一个实施例说明了一个金融咨询系统。

15

图 3 是一个在其上面可以实现本发明的一个实施例的一个计算机系统的的一个示例。

图 4 是一个简化了的框图，其依据本发明的一个实施例说明了一个金融咨询系统的示例分析模块。

20

图 5 是一个流程图，其依据本发明的一个实施例说明了资产组合最优化。

详细说明

25

此处描述的负载已知的资产组合最优化技术涉及一种优化一个资产组合的方法，在该资产组合中，在金融产品领域中的一个或多个金融产品包含一个或多个承载金融产品，其中将从该金融产品领域中选择该资产组合。依据本发明的一个实施例，提供了这样一种机制，该机制用于在求解该负载已知优化问题的同时保持使用 QP 技术的性能。

30

本发明的实施例包括对现有技术最优化方法的显著改变。在某些实施例中，依据一个空载金融产品来描述该负载了的金融产品的收益，用于通过调整该负载了的金融产品的实际预计收益以考虑在该最优化项上的负载作用来求解该优化问题。例如，如果最优化周期是 1 年而且该金融产品具有一个 5% 的负载，则该金融产品的实际收益将从

预计的年度收益中减少 5%。类似地，如果最优化周期是 5 年而且该金融产品具有一个 5% 的负载，则该金融产品实际的年度收益将仅仅从预计的年度收益中减少 1%。

使用本发明实施例的投资者经常拥有包含先前购买的金融产品的资产组合。为这样一个投资者确定一个优化了的资产组合经常涉及建议该投资者重新分配在他优化之前的资产组合中持有的金融产品的相对数量。该投资者可能被建议完全或者部分地卖出某些金融产品，或者该投资者可能被建议增加该投资者持有的某些金融产品的数量。为了达到该投资者的最佳资产组合分配，取决于该投资者是否被建议卖出该负载了的金融产品或者购买更多负载了的金融产品，对用于负载的收益的调整是不同的。按为在该购买上支付的负载费用以及将来摊派到该产品的收费费用所调整的收益比率，来分析购买更多先前持有的一个金融产品。当该持有的一部分被卖时，按为在该产品的将来摊派的收费费用所调整的收益比率来分析该金融产品的剩余部分。

为了重获能够使用 QP 技术求解该优化问题的优点，本发明的实施例加倍了与先前持有的、负载了的金融产品有关的变量数目。一组变量描述了要被卖出以便达到金融产品的最优化资产组合的一部分负载了的金融产品，且另一个组变量描述了要被购买以便达到最佳资产组合的一部分负载了的金融产品。在该 QP 优化已经运行了之后，这两组变量被加在一起以产生在该最优化了（推荐）的资产组合中各个负载了的金融产品的相对部分。

在下面的描述中，为了说明起见，阐述了许多具体的细节以便提供对本发明的一个彻底了解。然而，对于在本领域的技术人员来说，显然可以实践本发明而不用一些细节。在其它实例中，以框图形式显示众所周知的结构和设备。

本发明包含将在下面描述的各个步骤。可以以机器可执行指令的形式体现本发明的步骤。这些指令能够被用来导致一个用该指令编程的通用或者专用处理器执行本发明的步骤。做为选择，可以通过包含用于执行本发明步骤的硬连线逻辑的特定硬件部件来执行本发明的步骤，或者可以通过编程了的计算机部件和定制的硬件部件的任意组合来执行本发明的步骤。

本发明可以被提供作为一个计算机程序产品，其可以包含一个具

有指令存储在其中的机器可读介质，这些指令可以用来依据本发明编程一台计算机（或者其它电子设备）以执行一个处理过程。该机器可读介质可以包含，但不局限于，软盘、光盘、CD-ROM、以及磁光盘、ROM、RAM、EPROM、EEPROM、磁或者光卡、或者适于存储电子指令的其它类型介质/机器可读介质。此外，本发明还可以作为一种计算机程序产品被下载了，其中该程序可以通过包含在一个载波或者其它传播介质中的数据信号、经由一个通信链路（例如，一个调制解调器或者网络连接）从一台远程计算机（例如，一台服务器）传送到一台请求计算机（例如，一台客户机）。

虽然将参考一个金融咨询系统描述本发明的实施例，此处描述的方法和装置同样适用于其他类型的资产分配应用、财政计划应用、投资咨询服务、金融产品选择服务、诸如电子个人购物代理的自动金融产品筛选工具等等。此外，虽然此处依据金融产品讨论了该资产组合优化问题，但是可以指定任何类型的金融产品，诸如股票及债券。

15

系统概述

本发明可以被包含在一个诸如在图 2 中说明的那个、基于客户机-服务器的金融咨询系统 200 内。依据在图 2 中描述的实施例，该金融咨询系统 200 包含一个金融分段服务器 220、一个广播服务器 215、一个内容服务器 217、一个 AdviceServer™ 210（AdviceServer 是 Financial Engines 公司，本发明的受让人，的一个商标）、以及一个客户机 205。

该金融分段服务器 220 可以起一个用于金融内容发行的主要分段和验证区域的作用。用这样的方式，该金融分段服务器 220 起一个数据仓库的作用。原始的源数据，通常是时间序列的数据，可以在该金融分段服务器 220 上被改进和处理成为分析上有用的数据。在一个按月的基础上、或者可以是任何成批处理间隔的基础上，该金融分段服务器 220 把从数据供应商处获得的原始时间序列数据从特定厂家的格式转换成为一种能够在整个金融咨询系统 200 中使用的标准格式。还可以运行各种金融引擎以产生用于验证和质量保证从供应商处接收的数据的数据。可以在公布该最终分析数据到广播服务器 215 之前执行由该金融引擎所要求的、该分析数据的任何校准。

该广播服务器 215 是一个数据库服务器。因而，它运行一个诸如 Microsoft™ SQL Server、Oracle™ 等等的关系数据库管理系统 (RDBMS) 的一个实例。广播服务器 215 提供了访问所有金融产品信息和分析数据的单个点。当建议服务器，诸如 AdviceServer 210，要求 5 数据时，它们可以从该广播服务器数据库查询信息。该广播服务器 215 还可能填充诸如内容服务器 217 的内容服务器，这样 AdviceServer 210 的远程执行不需要与该广播服务器 215 直接通信。AdviceServer 210 是用于客户机 205 服务的主要供应者。AdviceServer 210 还起作为在诸如外部系统 225 的外部系统，和广播服务器 215 或者内容服务 10 器 217 之间的一个代理的作用。

依据描述的实施例，该用户可以使用可以在一个浏览器应用程序内运行或者作为一个在该用户个人计算机 205 上的独立台式机应用程序的客户机软件，与该金融咨询系统 200 相互作用以及从该系统接收反馈。该客户机软件与起一个 HTTP 服务器作用的 AdviceServer 210 15 进行通信。

一个示例计算机系统

已经简要地描述了一个可以使用本发明各个特征的示例金融咨询系统 200 之后，现在将参考图 3 描述一个计算机系统 300，其表示一个 20 可以实现本发明特征的示例客户机 105 或者服务器。计算机系统 300 包含一条总线或者其它通信方式 301 用于传递信息，以及一个诸如处理器 302 的处理装置，其和总线 301 相连用于处理信息。计算机系统 300 进一步包含一个随机存取存储器 (RAM) 或者另一个动态存储设备 304 (称为主存储器)，其与总线 301 相连用于存储信息以及要由处理器 302 执行的指令。主存储器 304 还可以用于存储在由处理器 302 执行 25 指令期间的临时变量或者其它中间信息。计算机系统 300 还包含一个只读存储器 (ROM) 和/或其它静态存储设备 306，其与总线 301 相连用于存储用于处理器 302 的静态信息和指令。

一个诸如磁盘或者光盘的数据存储设备 307 以及它的相应驱动， 30 也可以与计算机系统 300 相连用于存储信息和指令。计算机系统 300 还可以经由总线 301 连接到一个诸如阴极射线管 (CRT) 或者液晶显示器 (LCD) 的显示设备 321 用于向一个计算机用户显示信息。例如，期

望资产组合性能的图形描述、用于一个最佳资产组合的资产分配、指示短期和长期金融风险的图表、指示实现各个金融目标的可能性的图标、及其它数据类型可以在该显示设备 321 上向用户呈现。一般地，
5 一个包含字母数字及其它键的字母数字输入设备 322 与总线 301 相连，用于传递信息和/或命令选择到处理器 302。另一类型的用户输入设备是诸如鼠标、跟踪球、或者光标方向键的光标控制 323，用于传递方向信息和命令选择到处理器 302 以及用于控制在显示器 321 上的光标移动。

一个通讯设备 325 也连接到总线 301，用于例如经由 Internet 访问远程服务器，诸如 AdviceServer 210 或者其它服务器。通讯设备 325 可以包含一个调制解调器、一个网络接口卡、或者其它众所周知的接口设备、诸如那些被用来与以太网、令牌环网、或者其它类型的网络相连的设备。无论如何，用这样的方式，计算机系统 300 可以经由一个传统的网络基础结构，例如诸如一个公司的内部局域网和/或
10 Internet，与许多服务器相连。
15

示例分析模块

图 4 是一个简化了的框图，其依据本发明的一个实施例说明了该金融咨询系统 200 的示例分析模块。依据描述的实施例，提供了下列
20 模块：一个定价模块 405、一个因数模块 410、一个金融产品映射模块 415、一个税收调整模块 420、一个年度计算模块 425、一个模拟处理模块 430、一个资产组合优化模块 440、一个用户接口（UI）模块 445、以及一个计划监控模块 450。应当理解：可以比以下讨论的模块更多或者更少的模块实现此处描述的功能。另外，该模块和功能可以在一个诸如客户机 205 的客户机系统、以及诸如金融分段服务器 220、广播
25 服务器 215、或者 AdviceServer 210 的一个或多个服务器系统当中以各个不同的配置分布。现在将简要地描述每一个示例模块的功能。

一个“计量经济模型”是这样一个统计模型，其在某些被称为“外变量”的某些其它变量等级的条件下，提供一种预测某些被称为“内生变量”的变量等级的装置，而且有时候其先前确定该内生变量（被称为滞后应变数）的值。定价模块 405 是一个用于为一组核心资产类
30 预测价格和收益（此处也称为“核心资产方案”）的平衡计量经济模

型。该定价模块提供了经济因素（亦称为状态变量）的当前等级估计和预测，接着基于此估计核心资产类的收益。依据本发明的一个实施例，可以用三个外部状态变量代表经济因素：物价膨胀、一个真实的短期利率、以及股息增长。这三个外部状态变量可以用自回归时间序列模型拟合以匹配相应的监视经济变量的历史瞬间，如在下面进一步描述的那样。

无论如何，产生的核心资产类是用于资产组合模拟的基础并且被设计为提供一个相关和内部一致（例如，不套利）的收益组。套利的意思是一个创建一个有利的交易机会的机会，该机会涉及在这世界所有状态中的非净投资和正值。

依据一个实施例，该核心资产类包含短期 US 政府债券、长期 US 政府债券，以及 US 股票。为了扩展该核心资产类以覆盖人们通常能访问的、可能投资的整个范围，额外的资产类可以被合并到该定价模块 405 中，或者该额外的资产类可以被包含在因数模型 410 中以及可以取决于该核心资产类，如在下面进一步讨论的那样。

基于由该定价模块 405 产生的资产方案，因数模块 410 为一组因数资产类产生收益方案（此处也被称为“因数模型资产方案”），这些方案被使用用于诸如风格分析的暴露分析和资产组合收益的模拟。在该因数模型中描述的、被称为因数的额外资产类，是有条件地取决于由该定价模块 405 产生的核心资产类收益方案。依据一个实施例，这些附加因素可以相应于一组资产类或者索引，以这样一种方式选择这些类或者索引以覆盖在主流共同金融产品和定义的摊派计划中通常个人投资家可得到的投资范围。例如，因素可以被分成下列组：现金、抵押、股票、和外国股票。股票组可以进一步被分解为两个不同的简略分类（1）值对比成长（2）市场资本总额。成长股票基本上是相对于它们的基础帐面价值具有比较高价格（例如，高的价格/账面比值）的股票。相反，标准股票相对于它们的基础帐面价值具有相对低的价格。关于市场资本总额，股票可以被分成大、中等，和小资本总额的组。在下面表格 1 中列出了一个示例组的因素。

组	因素
现金:	短期 US 公债 (核心类)
公债:	中期 US 公债 (核心类)
	长期 US 公债 (核心类)
	US 公司债券
	US 抵押支持证券
	非 US 政府债券
股票:	大市值股票--值
	大市值股票-成长
	中市值股票-值
	中市值股票-成长
	小市值股票-值
	小市值股票-成长
外国:	国际股票-欧洲
	国际股票-太平洋
	国际股票-新兴市场

表格 1 --示例因素组

在这一点上，重要的是要指出：取决于特定地实现可以使用完全不同的因素。在表格 1 中列出的因素只不过是作为这样一组因素的一个例子给出，这些因素实现了覆盖在主流共同金融产品和定义的摊派计划中一般可由个人投资家得到的投资范围的目标。对在本领域内的普通技术人员来说，使用替换的因素是显而易见的。特别地，有可能为定价证券而构造代表基础资产类功能的因素，其中的证券与某些资产类的价格非线性相关（例如，派生的证券）。在本发明的其它实施例中，附加因素可以与覆盖大量的金融替换物、诸如行业特定的股票索引有关。

在一个周期的基础上，该金融产品映射模块 415 把金融产品收益映射到因素模型上。重要地是，金融产品收益不需要表示单个金融产品的固定分配。在该优化问题的环境内，任何个人资产收益可以由一个涉及一个或多个金融产品的静态或者动态策略组成。例如，一个资

产本身可以表示一个在一组金融产品上的恒定重新平衡策略。此外，任何能够被公式化为一个算法的动态策略可以被合并到该资产组合最优化中。例如，能够实现一个指定风险承受力随着该用户的年龄而减少的算法。也有可能包括路径相关的算法（例如，资产组合保险）。在
5 一个实施例中，把金融产品收益映射到该因素模型上的处理过程包含把金融产品收益分解为对该因素的暴露量。该映射，实际上指示金融产品收益相对于因素的收益如何表现。依据一个实施例，该金融产品-映射模块 415 位于一个服务器上（例如，金融分段服务器 220、广播服务器 215、或者 AdviceServer 210）。在替换实施例中，金融产品-
10 映射模块 415 可以位于客户机 205 上。

在本发明的一个实施例中，使用了一种被称为“基于收益的风格分析”的外部方法来确定一个金融产品对该因素的暴露量。该方法被称为是外部的，是因为它不依赖于仅仅可从在该金融产品内部的源中得到的信息。相反地，在这个实施例中，可以简单地基于一个金融产品实现了的收益，建立该金融产品对该因素的典型暴露量，如下面进一步描述的那样。关于更多有关基于收益的风格分析的背景知识，参见 1988 年 12 月的 *Investment Management Review* 59 – 69 页，由 Sharpe, William F 所著的“Determining a Fund’s Effective Asset Mix”，以及 *The Journal of Portfolio Management*, 18, no. 2
15 (1992 年冬季)，第 7–19 页、由 Sharpe, William F 所著的“Asset Allocation :Management Style and Performance Measurement”
20 (“Sharpe [1992]”）。

确定一个金融产品对因素的暴露量的替换方法包含经由具有管理主体的信息档检查在一个金融产品（例如，一个共同基金）中保持的基础资产、基于标准工业分类表（例如，SIC 规则）分类暴露量、基于产品结构的分析（例如，股票指数期权、或者抵押支持的证券）标识因素暴露量、以及从该金融产品的资产管理者处获取基于该目标基准的暴露量信息。在每种方法中，该处理过程的主要功能是确定最好地描述了该金融产品性能的因素暴露量组。
25

30 该税收调整模块 420 考虑了该金融产品和该用户金融环境的税金蕴含项。例如，该税收调整模块 420 可以提供方法来调整应纳税收入和积蓄，以及从养老金和定义的摊派计划中估计与早期分配有关的将

来税金责任，以及从在合格计划中的投资中估计延期税。此外，可以调整用于在应纳税投资工具（例如，一个标准的经纪帐户）中保持的金融产品收益以考虑预期的、用于累积和分配的计税影响。例如，可归因于股息收入的收益部分应当以该用户的所得税率被征税，而且可归因于资本收益的收益部分应当以一个取决于保持时间的适当资本收益税率被征税。
5

另外，税金模块 420 可以基于该金融产品的一个或多个特性，对比应归于资本收益那部分，预测应归于股息收入的该金融产品总收益的将来组分。其中这些金融产品的特性包含，例如，该金融产品管理的主动或者被动特性、换新率以及金融产品的类别。这允许结合基于该金融产品和投资者的金融环境的特定计税影响进行精确的计算。最后，该税金模块 420 通过确定在应纳税帐号（例如，经纪人帐户）和不纳税帐号（例如，个人退休金帐户（IRA）、或者雇主资助 401（k）计划）当中的最佳资产分配来便于税金有效的投资。用这样的方式，
10
15 该税金模块 420 被设计成能参考特定用户的所得税率、资本收益率、以及可得到的金融产品为该特定用户估计税收影响。最终，该税金模块 420 为每个可得到的金融产品产生税金调整了的收益以及税金调整了的分配。

该资产组合最优化模块 440 在由该用户和可得到的可行投资组定义的一组约束条件下面，计算金融产品的效用最大化组。在一个实施例中，该计算是基于该金融产品的一个平均-方差最优化。由该用户定义的约束条件可以包含在资产类和/或特定金融产品持有量上的界限。此外，用户能够指定诸如购买一间房屋或者供孩子通过学院的中间目标，这些目标能够合并到该最优化中。无论如何，该最优化明确地考虑了在该最佳资产分配上的将来摊派和预期取出的影响。另外，
20
25 基于用于由该因素模块 410 在该投资时间范围上产生的因素的预期收益的预测，计算在最优化期间使用的因素协方差矩阵。从而，该资产组合最优化模块 440 可以明确地考虑不同投资范围的影响，这些影响包含来自中间摊派和取出的范围影响。

30 模拟处理模块 430 提供了额外的分析，用于把原始模拟的收益方案处理成为可以经由 UI 445 向该用户显示的统计数据。在本发明的一个实施例中，这些分析产生诸如获得某一目标的可能性或者用某一概

率达到某一资产等级所需要的预计时间的统计数据。模拟处理模块 430 也结合了方法来为由在相对小的示例中的采样误差引起的效果调整模拟方案。该模拟处理模块 430 向用户提供了实时与由该资产组合最优化模块 440 产生的资产组合方案相互作用的能力。

5 年度计算模块 425 提供一种在该投资范围项的结尾处表示该用户的资产组合价值的有意义方法。而不是简单地向该用户指示设计的资产组合价值总数，一种向该用户传送信息的标准方法是把设计的资产组合价值转换成为一个退休收入数。通过把该设计的资产组合值除以退休长度，在退休处的设计资产组合值可以分布在退休长度上。更复杂的 10 技术可以涉及确定该设计的资产组合价值将在退休期间增长多少以及另外考虑通货膨胀的影响。无论是哪一种情况，然而，这些方法都错误地假定退休周期的长度事先是已知的。

因此，向用户表示这样一个退休收入数量是所希望的，其中该退休收入数量更代表能够在用户退休期间不容易变化的实际生活水平。

15 依据一个实施例，这个退休收入数量表示通货膨胀调整后的收入，它将由从保险公司购买的一个真实年金保证或者经由一个涉及通货膨胀索引的国库债券证券的交易战略综合创建。用这样的方式，从该设想中排除了死亡风险率，因为无论该退休周期的长度有多长，用户将被保证有一个特定的每年实际收入。为了确定该退休收入数量，可以使用由保险公司使用的 annuitization 标准方法。另外，用于一个给定年龄、风险性状、以及性别的个人死亡概率可以是基于在保险业中使用的标准保险统计表。关于更多的信息，参见 The Society of Actuaries, Illinois, Itasca, 1986 年 52 – 59 页、Bowers, Newton L. Jr., 等人所著的 “Actuarial Mathematics” 以及 Society of 20 Actuaries Group Annuity Valuation Table Task Force, Transactions of the Society of Actuaries, 1994 年卷 XLVII、865 – 913 页的 “1944 Group Annuity Mortality Table and 1994 Group Annuity Reserving Table”。计算一个通货膨胀调整了的年金值的值可能涉及估计各个成熟度的真实公债的适当值。定价模块 405 25 产生用于在投资范围处计算该资产组合的隐含真实年金值的真实公债价格。

现在参考计划监控模块 450，提供了一种机制用于警告该用户关于

涉及该推荐资产组合的特征的各个预定条件的发生。因为该资产组合最优化模块 440 所取决的数据是经常改变的，在一个周期基础上再评估推荐资产组合的特征以便例如当需要用户采取积极行为时以一种及时的方式通知该用户是重要的。依据一个实施例，该计划监控模块 450
5 位于 AdviceServer 410 上。用这样的方式，该计划监控模块 450 经常访问该用户简档表和资产组合数据。

在一个实施例中，两个基本条件的发生可以导致该计划监控模块 450 触发到该用户的一个通知或者警告。第一个可以向该用户触发一个警告的条件是实现一个目标的当前几率超出了实现那个特定目标的期望概率的一个预定容许范围。一般地，一个目标是一个金融目标，诸如某一个退休收入或者累积一定量的金钱以供一个孩子通过学院。另外，即使实现该金融目标的当前几率是在预定的容许范围之内，如果当前推荐资产组合效用的一个测量已经低于一个预定的容许等级的话，该计划监控模块 450 可以警告该用户。考虑可以导致产生警告的各个其它条件。例如，如果在当前推荐资产组合中的金融产品属性已经改变了，以致该资产组合的风险率在该用户的风承受力范围之外，该用户可以接收一个他应当再平衡该资产组合的指示。
10
15

该 UI 模块 445 提供了用于数据输入和输出的机制以向该该用户提供一种分别与该金融咨询系统 200 相互作用和从该金融咨询系统 200 接收反馈的装置。在名称为“USER INTERFACE FOR FINANCIAL ADVISORY SYSTEM”的美国专利 No. 5 918, 217 中公开了依据本发明的一个实施例可以使用的一个 UI 的进一步描述，它的内容通过引用在此包含。
20

可以包含在该金融咨询系统 200 中的其它模块诸如一个养老金模块和一个社会保障模块。可以提供该养老金模块以估计养老金津贴和收入。社会保障模块可以提供当一个人退休时将接收的预期社会保障收入估计。该估计可以是基于由社会保障管理机构 (SSA) 使用的计算以及用于在当前津贴水平中简化的概率分布。
25

资产组合优化

30 资产组合最优化是确定最大化一个用户效用函数的一组金融产品的处理过程。依据实施例，资产组合最优化过程假定用户具有一个由一个二次效用函数合理逼近的效用函数（即，平均-方差效用），即人

们喜欢平均地具有更多平均财富并且不喜欢财富的易变性。基于这个假定并且给定一个用户的风险承受力，资产组合最优化模块 440 从该用户可得到的金融产品组中计算该有效的平均-方差资产组合。如上所述，由该用户定义的约束条件也可以由该最优化过程考虑到。例如，
5 该用户可以指示一个让他的资产组合的某一百分比分配给一个特定金融产品的希望。在这个示例中，该最优化模块 440 在无约束的金融产品当中确定分配，以便推荐的资产组合作为一个整体容纳该用户的约束条件（多个）并且为该用户的风险承受力等级进行最优化。

现有技术的平均-方差资产组合最优化传统地把该问题作为单个
10 周期最优化来处理，并且仅仅使用该要被最优化的金融产品的单个周期属性（预期收益和收益的方差）作为在该最优化中的参数。重要地是，在此处描述的实施例中，用于具有负载的金融产品的资产组合优化问题以这样的方式构造，以便它可以明确地考虑不同投资范围的影响和中间摊派和取出的影响。此外该问题被这样建立以便它可以用 QP
15 方法求解，然而该最优化的参数将具有多个周期的性质，这和它们的单周期对应物十分不同。

现在参考图 5，现在将描述一种依据本发明的一个实施例的资产组合最优化的方法。在步骤 505 处，接收有关要在该最优化中考虑的金融产品组的信息。特别地，如果该用户在他们当前资产组合中持有任何
20 这些金融产品，则接收任何持有的美元数量。在步骤 510 处，接收有关预期取出的信息。这个信息可以包含预期取出的美元数量和时间。在步骤 520 处，接收有关预期将来摊派的信息。依据一个实施例，这个信息可以以一种被表示为该用户总收入的一个百分比的积蓄率形式，或者作为选择以一个可以由该用户指定的常量或者可变量的美元
25 值的形式。

在步骤 530 处，接收有关相关投资时间范围的信息。例如一个为退休计划设计的实现中，该时间范围可以表示该用户期望的退休年龄。

在步骤 540 处，接收有关该用户风险承受力的信息，Tau。

30 在步骤 550 处，确定该平均方差有效的资产组合，同时考虑到与在该可得到金融产品组中的一个或多个金融产品有关的前端和/或后端负载。依据一个实施例，通过确定最大化一个二次函数的资产组合

比例，作为在时间 T 处测量的、以真实美元为单位的财富期望效用被大致最大化了。这个问题可以利用 QP 方法求解。

首先，一个初始资产组合被标识作为用于求解该优化问题的起始点。一般地，该初始资产组合由一个投资者指定并且可以包含可得到的金融产品和/或当前由该投资者持有金融产品。例如，如果该投资者正最优化他的 401 (k) 计划，则该初始资产组合将是他当前在该计划中保持的金融产品。该金融产品的初始组将是该投资者可以进行投资、作为一个最优化了的资产组合一部分的所有金融产品。例如，如果该 401 (k) 投资者具有在他的 401 (k) 计划中选择的 20 个金融产品，则那 20 个的组表示能够在该投资者的最优化 401 (k) 资产组合中分配的所有可能的金融产品。在该金融产品组内每个负载了金融产品被建模为这样一个等效的假定空载的金融产品，其具有由该负载数值调整的预计收益作为在该最优化项上的因子分解并且考虑到对每个负载的金融产品的将来摊派和取出。一般地，用于该假定的等效空载金融产品的一个调整了的收益如下所述产生：一个预定的保持时间被分成 T 个时间间隔，其用从 1 到 T 的整数标记。该间隔通常相应于等于一年周期，并且 T 因此表示以年为单位测量的保持时间期限。如果 R_t 表示该负载的金融产品在第 t 个时间间隔中的简单收益，则在这个间隔中的总收益根据定义等于 $(1+R_t)$ 。调整了的简单收益 Γ_t ，即假定的空载等效物的简单收益，由下面的表达式给出：

$$\Gamma_t = [(1-\gamma) \cdot (1+R_t)] - 1 \quad (\text{等式 1})$$

该调整的总收入因此等于 $(1+\Gamma_t)$ 。在等式 (1) 中，变量 y 被称作调整数，并且在保持时间期间给定一个固定方案的收益 $\{R_1, R_2, \dots, R_T\}$ ，假定它在该保持时间中在所有时间间隔上都是相同的。然而，该调整数一般会随着方案的变化而发生变化。通过把该负载了的金融产品的最终财富等同于该等效空载金融产品的最终财富，可以导出确定该调整数的一个等式。能够为该调整数近似（要么数值或者分析）地求解这个等式。该调整数将取决于负载费用、初始投资财富、摊派和取出、保持时间、以及在保持时间期间该金融产品的随机收益方案。因此，该调整数相对于在该负载的金融产品上的收益随机方案组是一

个随机变量。

使用一个用于该调整数 γ 的近似表达式，我们能够获取用于 Γ_i ，假定等效的空载产品的收益的统计矩。该调整了收益的预期值用于平均方差资产组合最优化。一个随机变量X的预期值将由 $E[X]$ 表示。在此，

5 相对于产生该负载了的金融产品的随机收益随机过程计算该预期值。

从等式(1)中得出一个用于 $E[\Gamma_i]$ 的表达式：

$$E[\Gamma_i] = E[(1-\gamma) \cdot R_i] - E[\gamma] \quad (\text{等式 } 2)$$

能够使用蒙特卡罗(Monte Carlo)模拟法数值地计算用于 $E[\Gamma_i]$
10 的一个近似值。

在两个金融产品之间的收益方差也在平均一方差资产组合最优化中使用。两个随机变量X和Y的方差 $\text{cov}[X, Y]$ 等于它们产品的预期值减去它们期望值的结果。考虑具有负载的两个金融产品的方差。

该产品被标记为A和B，并且具有由 $R_{A,i}$ 和 $R_{B,i}$ 表示的、未调节的收益。

15 相应的假定空载的金融产品的收益分别由 $\Gamma_{A,i}$ 和 $\Gamma_{B,i}$ 表示，并且依据它们的调整数 γ_A 和 γ_B 由等式(1)定义。依据未调节收益函数的方差，用下列等式建立这两个调整了的收益的方差：

$$\text{cov}[\Gamma_{A,i}, \Gamma_{B,i}] = \text{cov}[(1-\gamma_A) \cdot (1+R_{A,i}), (1-\gamma_B) \cdot (1+R_{B,i})] \quad (\text{等式 } 3)$$

20 在此，基于这个方差的预期值是相对于产生该负载了的金融产品的随机收益的两个随机过程的。能够使用蒙特一卡洛法数值地计算用于该协方差的近似值。

在最佳实施例中，调整数 γ 的大小与1相比是小的，这是因为它和被该保持时间除的负载费用参数具有相同的量级，而被保持时间除的
25 该负载费用参数一般小于几个百分数。在这种情况下，形式为 $(1-\gamma)$ 的任何项都可以很好地仅仅由值1来近似。使用这个近似来简化用于统计矩的等式。特别地，用于调整了的收益的预期值的等式(2)简化为：

$$E[\Gamma_r] = E[R_r] - E[\gamma] \quad (\text{等式 4})$$

类似地，用于调整了收益的方差的等式 (3) 简化为：

$$\text{cov}[\Gamma_{A,r}, \Gamma_{B,r}] = \text{cov}[(1+R_{A,r})(1+R_{B,r})] = \text{cov}[R_{A,r}, R_{B,r}] \quad (\text{等式 5})$$

5 因此调整了的收益的方差近似等于未调整收益的方差，而且后者能够用于前者。此外，很明显：负载在平均方差最优化上的主要影响是经由对该预期收益的调节。这些近似通过使用蒙特一卡洛法的测试进行确认。

10 计算调整数和调整了的收益的统计矩的处理过程用下列等式进行说明，这些等式用于一个具有一个由参数 λ 给定的前端负载费用的金融产品的情况。让 C_t 为在第 t 个间隔开始处的摊派（取出是负摊派）， W 为在该金融产品中的初始财产，以及 ΔW 是在保持时间开始处对该初始财产的任何改变。具有负载费用 X 的负载了的金融产品的最终财产等于该等效空载金融产品的最终财产，以获取下列等式：

15

$$\begin{aligned} & [W + \Delta W - \lambda \cdot \|\Delta W\|] \cdot G(1, T) + \sum_{t=1}^T [C_t - \lambda \cdot \|C_t\|] \cdot G(t, T) \\ & = [W + \Delta W] \cdot (1 - \gamma)^T \cdot G(1, T) + \sum_{t=1}^T C_t \cdot (1 - \gamma)^{t+T-t} \cdot G(t, T) \end{aligned} \quad (\text{等式 6})$$

其中 $\|X\| = \max(x, 0)$ ，而且该具有负载的金融产品在从 t 到 T 的所有间隔上的总收入， $G(t, T)$ ，由下式给出：

20

$$G(t, T) = \prod_{k=t}^T (1 + R_k) = (1 + R_t) \cdot (1 + R_{t+1}) \cdots (1 + R_T) \quad (\text{等式 7})$$

从等式 (6) 的左手侧可以看出：仅仅在财产的正开始递增上和在摊派上支付负载费用，但是不在取出上支付负载费用。

继续该说明，通过使用等式 (6) 来计算用于作为 λ 的一个函数的、 γ 的一个两项 McLaurin 级数展开式的系数，可以获取用于该调整数的一个近似分析表达式作为负载费用的一个线性函数。可以注意到：当

在等式(6)中负载费用被设置为等于零时，满足等式(6)的调整数的值为零。使用在等式(6)上的隐式微分法技术，可以获得一个调整数 γ 相对于负载费用 λ 的导数的等式。当负载费用为零时，这个等式产生导数值。把这些值替代到用于两项 McClaulin 级数的公式中，给出

5 用于该调整数的下列近似：

$$\gamma = (\lambda/T) \cdot \left[\frac{\|\Delta W\| \cdot G(1, T) + \sum_{t=1}^T \|C_t\| \cdot G(t, T)}{(W + \Delta W) \cdot G(1, T) + (1/T) \cdot \sum_{t=1}^T [(1+T-t) \cdot C_t \cdot G(t, T)]} \right] \quad (\text{等式 8})$$

这个近似忽视了负载费用的二次和所有更高次幂。因为实际的负载费用比 10% 少得多，所以被忽略了的项的大小比 1% 少得多。

10 该调整了的收益的预期值在资产组合优化问题中具有特定的重要性。对于该说明性示例，由等式(4)给出的简化表达式是有效的，而且预期的调整了的收益等于预期的未调整收益减去该调整数的预期值。能够数值地计算该预期调整数的值，然而，在一个实施例中，该收益 R_e 的方差是足够小的，以致 R_e 的一个性能良好的函数的预期值由
15 在 e 处， $E[R_e]$ 预期值处，计算的函数良好地近似。在这种情况下，等式(4)和(8)被简化为下列分析公式：

$$E[\Gamma_e] = e - (\lambda/T) \cdot \left[\frac{\|\Delta W\| + \sum_{t=0}^{T-1} \|C_{t+1}\| \cdot (1+e)^{-t}}{(W + \Delta W) + \sum_{t=0}^{T-1} [C_{t+1} \cdot (1-t/T) \cdot (1+e)^{-t}]} \right] \quad (\text{等式 9})$$

再次，由使用蒙特-卡洛法的测试来确认这些近似。从等式(9)
20 中可以看出：该等效空载金融产品的收益预期值取决于用于具有前端负载的金融产品收益的预期值、保持时间、初始财产、以及将来和当前的摊派和取出、以及负载费用。

在该最佳实施例中，具有（以及不具有）负载费用的多个金融产品以不变的相对财产比例组合到一个资产组合中。这些比例，称作目标混合物，通过定期卖出以及购买产品来实现该目标混合物的财产比例来在整个时间上近似地保持。这样的一个策略被称作一个恒定配比
25

策略，并且具有这样的属性：由其收益的方差测量的资产组合风险率在整个时间上近似地保持不变。在计算用于恒定配比资产组合的调整了的收益的过程中，初始财产、财产的增加、以及摊派能够被写为资产组合财产总数、摊派、一个初始配比、以及目标配比的函数，如由

5 下列等式所示：

$$\begin{aligned} W_i &= x_{o,i} \cdot W_p \\ \Delta W_i &= (x_i - x_{o,i}) \cdot W_p \\ C_{i,t} &= x_i \cdot C_{p,t} \end{aligned} \quad (等式 10)$$

这里， W_p 表示资产组合总数的开始财产， W 是第 i 个金融产品的开始财产，而且 $x_{o,i}$ 是在第 i 个金融产品中的资产组合财产的开始部分。
10 类似地， x_i 是用于第 i 个金融产品的目标财产部分。开始部分和目标部分的总和都等于 1。用于第 i 个金融产品的开始财产增量是 ΔW_i 。因为能够在第一个周期开始处进行一个初始的摊派或者取出，在用于资产组合财产中的增量就整个来说可取零值，而不失一般性。最后， $C_{i,t}$ 是在第 t 个周期开始处对第 i 个金融产品的摊派（或者取出）。作为一种近似，这个量被取值为目标部分和在整体上到该资产组合的摊派的乘积，其中该整体摊派由 $C_{p,t}$ 表示。这个近似忽略了在一个周期性再平衡期间、由于在产品之间的财产传递而发生的任何增加的摊派和取出。

通过计算在一个恒定配比资产组合中、用于具有前端负载的第 i 个金融产品的预期调整了的收益，对在等式 (10) 中的公式使用加以说明。在第 t 个间隔中收益、预期收益、和第 i 个金融产品的负载费用参数分别由 $R_{i,t}$ ， $e_i = [R_{i,t}]$ ，和 λ_i 表示。相应的假定空载金融产品的调整了的收益由 $\Gamma_{i,t}$ 表示，而且由具有调整数 γ_i 的等式 (1) 给出。在等式 (9) 中使用等式 (10) 并且重新排列项产生用于该调整了的收益预期值的下列方程组：
25

$$x_i \cdot E[\Gamma_{i,t}] = (e_i - \delta_i) \cdot x_i - p_i \cdot \|x_i - x_{o,i}\| \quad (等式 11)$$

其中参数 δ_i 和 p_i 为：

$$\delta_i = (\lambda_i / T) \cdot \left[\frac{\sum_{t=0}^{T-1} \|C_{p,t+1}\| \cdot (1+e_i)^{-t}}{W_p + \sum_{t=0}^{T-1} [C_{p,t+1} \cdot (1-t/T) \cdot (1+e_i)^{-t}]} \right] \quad (\text{等式 12})$$

$$p_i = (\lambda_i / T) \cdot \left[\frac{W_p}{W_p + \sum_{t=0}^{T-1} [C_{p,t+1} \cdot (1-t/T) \cdot (1+e_i)^{-t}]} \right]$$

参数 δ_i 和 p_i 被分别称为是缩减参数和惩罚参数。这些参数是负载费用、初始资产组合财产、将来和当前的资产组合摊派和取出、预期的未调整的收益、和保持时间的函数。缩减参数 δ_i 和目标配比 x_i 的乘积表示由于经由摊派进行的负载付款而产生的、在预期收益中的成本。惩罚参数 p_i 和目标配比在初始配比上的任何增量 $\|x_i - x_{0,i}\|$ 的乘积表示由于从初始配比到目标配比的初始财产再平衡而产生的、在预期收益中的成本。

用于具有后端负载的金融产品的调整了的收益的预期值公式也由等式 (11) 给出，虽然具有用于缩减和惩罚参数的不同公式。因为前端或者后端负载费用都从在一个金融产品的持有中提取现金，所以该调整了的收益将永不会大于一个金融产品未调整的收益。因此，由此可见该缩减参数总是非负的。由等式 (12) 的第一个为前端负载确认这个结果。类似地，所有等同的事情，有负载的一个金融产品的任何附加购买不比在该产品中的当前持有具有优势。因此，由此可见该惩罚参数总是非负的。由等式 (12) 的第二个为前端负载确认这个结果。

从等式 (12) 可以获悉：当负载费用 λ_i 为零时， δ_i 和 p_i 都等于零，而且该调整了的预期收益等于未调整的预期收益 e_i 。因此假定用于空载产品的负载费用取等于零的值，则包含有和没有负载的金融产品的资产组合能够由同一个公式处理。一个类似的观察结果适用于方差项。

众所周知：给定用于空载金融产品的一个资产组合中的每一个的预期收益以及在这个资产组合成员之间的方差项，可以执行一个均方差最优化来近似地最大化一个用户的期望效用。这个问题导致一个二

次程序设计问题，它的解法可以使用许多已知二次程序设计技术中的任何一个来处理。一个典型的恒定配比、资产组合最优化设计具有下列向量矩阵形式：

$$\begin{aligned}
 & \text{最大化} \quad \Phi(x) = e^T x - (x^T C x) / \tau \\
 & \text{以便} \quad i^T x = 1 \\
 & \quad 1 \leq x \leq u
 \end{aligned} \tag{等式 13}$$

在等式 (13) 中，上标 T 表示一个向量转置。参数 τ 是一个指定的风险承受力参数， x 是一个目标配比向量， e 是一个预期收益向量， i 是一个 1 向量， l 是一个下限向量，而且 u 是在目标配比上限上的一个向量。所有的向量都是 N 维列向量，其中 N 是为该资产组合考虑的金融产品数目。每个向量的第 i 单元相应于第 i 个金融产品。该 $(N \times N)$ 协方差矩阵 C 具有在第 i 个和第 j 个金融产品之间的收益协方差作为在它的第 i 行和第 j 列中的单元。在第一个等式中，通过从所有可行的目标配比向量 x 的集合中计算一个最优的目标配比 x^* 最大化目标函数 $\phi(x)$ 。该目标函数是目标配比的一个二次函数以及资产组合的预期收益 ($e^T x$ ，在 x 中是线性的) 和该资产组合的收益方差 ($x^T C x$ ，在 x 中是二次的) 的一个线性组合。第二个等式，一个可行的约束条件，要求目标配比单元的总和等于 1。这个等式被称为是预算约束。该界限允许一个投资者指定他希望在他的资产组合中持有的一个金融产品的最小与最大数量。投资者还可以通过设置上及下限为同一个显函数来指定一个持有的明确数量。用于下限的一个典型值为零；这是一个非短期卖出约束条件。假定该上及下限相对于彼此，以及相对于预算约束是可行的。

该典型资产组合最优化的一个通用概括将允许该资产组合具有 M 个帐号，以及每个帐号有一个预算约束。通过把第二个等式替换为下列形式的 M 个等式，为这个概括修改等式 (13)。

$$i_j^T \cdot x = f_j, \quad j \in \{1, \dots, M\} \tag{等式 14}$$

在等式 (14) 中，向量 i_j 是一个 N 维列向量，具有 1 用于对应于

在第 j 个帐号中的金融产品的单元，以及在其它的地方具有 0。帐号部分 f_j 的值被给定并且表示被分配给第 j 个帐号的总资产组合财产的数量。该帐号部分的总和一般等于 1。注意到：当仅有单个帐号时，等式 (14) 简化为先前在等式 (13) 中给定的个人帐户公式。该典型的、
5 具有多个帐号的资产组合优化问题具有下列属性。目标函数是 N 个决策变量 (x 的单元) 的一个二次函数。在该决策变量上有简单上及下限
(向量 l 和 u)。在决策变量的可行集合上刚好有 M 个等同的 (预算)
约束条件。

用于具有负载的金融产品的资产组合优化问题具有一个实质上和
10 在等式 (13) 中的目标函数不同的目标函数 $\Phi(x)$ 。形式上，通过把预期收益向量 e ，和协方差矩阵 C 用它们的负载调整了的统计矩替换来获得这个修改。在该包含用于期望值而不是用于协方差矩阵的负载调整数的最佳实施例中，用于一个恒定配比资产组合最优化的目标函数具有形式：

15

$$\text{最大化 } \Phi(x) = (e - \delta)^T x - p^T \|x - x_0\| - (x^T C x) / \tau \quad (\text{等式 15})$$

在等式 (15) 中， N 维列向量 δ 和 p 分别被称作缩减和惩罚向量。
一般地，这些向量取决于负载费用、保持周期、初始资产组合财产、
以及现在和将来资产组合摊派和取出。此外，这些向量的单元是非负的。
20 在块 615 的一个实施例中，使用由等式 (12) 给出的、用于前端负载的公式来计算这些向量的单元。注意到：由于该惩罚项，目标函数不再是目标配比 x 的一个二次函数，而且还取决于 x_0 ，初始配比值的 N 维列向量。

该用于具有负载的金融产品的资产组合优化问题具有一个由等式
25 (15) 给出的形式的非二次目标函数、由等式 (14) 给出形式的一个或多个预算约束、以及由等式 (13) 的最后一个给出的在该目标配比上的上及下限。为了再现一个二次程序，能够进行在该决策变量中的一个改变。为资产组合最优化专业人员所熟知的一个改变，将引入由下列等式定义的“购买”和“卖出”变量：

$$\begin{aligned} b &= \|x - x_0\| \\ s &= \|x_0 - x\| \end{aligned} \quad (\text{等式 16})$$

在等式 (16) 中, “购买”变量 b 表示除了任何当前持有之外购买的目标配比中的部分。类似地, “卖出”变量 s 表示从任何当前持有中卖出的、该目标配比中的部分。向量 b 和 s 的下列三个属性是等式 (16) 和在向量 x 上的最大和最小界限的结果:

$$\begin{aligned} 0 \leq b \leq \|u - x_0\| \\ 0 \leq s \leq \|x_0 - l\| \\ b^T s = 0 \end{aligned} \quad (\text{等式 17})$$

前两个属性是在 b 和 s 容许值上的简单界限。注意到: 下限限制 b 和 s 的单元为非负值。第三个属性是一个互补性条件。和该非负性约束一起, 该互补性条件要求 b 和 s 的第 i 个单元的至少一个为零。这个约束条件的金融含意是防止在一个资产组合中同一位置的同时出售和购买。等式 (16) 的最后一个属性是一个依据 x_0 、 b 、和 s 的、用于决策变量的原有向量 x 的公式:

15

$$x = x_0 + b - s \quad (\text{等式 18})$$

使用等式 (18) 以及购买-卖出向量的一个可行对, 能够构造该目标配比向量的一个容许值。特别地, 如果 b^* 和 s^* 是用于以 b 和 s 表示的设计的最优可行向量, 则能够计算最优资产组合配比 x^* 。

20

有两种方式来使用该购买和卖出变量再现一个二次设计。在这两种方法中, 出现在等式 (15) 的目标函数中的惩罚项 $p^T \|x - x_0\|$ 由表达式 $(p^T b)$ 代替。此外, b 和 s 要求满足等式 (17)。使用第一种方法, x 在目标函数、预算约束、上限、和下限中的剩余出现由等式 (18) 的右手侧替代。这导致一个具有有简单界限的 $2N$ 个决策变量、 M 个线性等式约束条件 (预算约束)、和 $2N$ 个线性不等式约束 (在 x 上的简单界限) 的设计。该目标函数是 b 和 s 的一个二次函数。使用第二种方法, 没有用于 x 的替代, 而且这三个向量 x 、 b 、和 s 都被当做由等式

(18) 链接起来的决策变量向量。这导致一个具有有简单界限的 $3N$ 个决策变量以及 $(M + N)$ 个等式约束的设计。在这种情况下，该目标函数是 x , b , 和 s 的一个二次函数。可以表明：因为惩罚向量 p 是非负的，所以不需要明确地迫使服从该互补性条件。这是一个由可分离程序设计领域产生的结果，可分离程序设计在 1999 年 New York, NY 的 John Wiley & Sons 出版、由 H. P. Williams 所著的 Model Building in Mathematical Programming, 4th edition 中进行了描述，该著作通过引用包含在此。因此两种方法都再现了一个二次设计。

在最佳实施例中，从决策变量的一个不同和非明显的改变中再现该二次设计。决策变量向量 x 由两个决策变量向量，“不受影响”变量， v ，以及“惩罚”变量， w ，替代，这两个变量由下列等式定义：

$$\begin{aligned} v &= \|x_o - l\| - \|x_o - x\| \\ &= \min[x, x_o] - \min[l, x_o] \\ w &= \|x - x_o\| - \|l - x_o\| \\ &= \max[x, x_o] - \max[l, x_o] \end{aligned} \quad (\text{等式 19})$$

向量 $\min[x, y]$ ($\max[x, y]$) 的第 i 个单元等于向量 x 和 y 的第 i 个单元， x_i 和 y_i 的最小（最大）值。注意到： v 表示在下限之上而且不受负载惩罚项影响的目标配比 x 的数量，且 w 表示在下限之上并且受惩罚项响应的目标配比 x 的数量。向量 v 和 w 的下列三个属性是等式 (16) 和在向量 x 上的最大和最小界限的结果：

$$\begin{aligned} 0 \leq v \leq \min[u, x_o] - \min[l, x_o] \\ 0 \leq w \leq \max[u, x_o] - \max[l, x_o] \\ (v - \|x_o - l\|)^T (w + \|l - x_o\|) = 0 \end{aligned} \quad (\text{等式 20})$$

头两个属性是在 v 和 w 容许值上的简单界限。注意到：下限把 v 和 w 的单元限制为非负值。第三个属性是一个互补性条件。再次，这个约束条件的金融含意是防止在一个资产组合中同一位置的同时出售和购买。等式 (20) 的最后一个属性是一个依据 l 、 v 、和 w 的、用于决策变量的原有向量 x 的公式：

$$x = l + v + w$$

(等式 21)

使用等式 (21) 以及不受影响-惩罚向量的一个可行对，能够构造该目标配比向量的一个容许值。特别地，如果 v^* 和 w^* 是用于以 v 和 w 表示的一个设计的最优可行向量，则能够计算最优资产组合配比 x^* 。

该不受影响和惩罚变量用来再现一个用于该负载已知的资产组合最优化的二次设计。出现在等式 (15) 的目标函数中的惩罚项 $p^T \|x - x_0\|$ 使用等式 (19) 的第二个依据 w 编写。在非惩罚项中替代由等式 (21) 给出的、用于向量 x 的表达式，产生一个作为 v 和 w 的函数的、用于目标函数表达式：

$$\begin{aligned}\Phi(v, w) &= \Phi_0 + \begin{bmatrix} q \\ q - p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} - (1/\tau) \cdot \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C & C \\ C & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \\ \Phi_0 &= p^T \| -x_0 \| - (1/\tau) \cdot (l^T Cl) \\ q &= e - \delta - (2/\tau) \cdot (Cl)\end{aligned}\quad (\text{等式 22})$$

注意到：目标函数是由向量 v 和 w 的单元给定的 $2N$ 个决策变量的一个二次函数。项 Φ_0 相对于最优化是一个常数，并且能够被忽略。类似地， x 能够从由等式 (14) 给定的多账户预算约束中消除掉：

$$\begin{bmatrix} l_j \\ i_j \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = g_j = f_j - i_j^T l, \quad j \in \{1, \dots, M\} \quad (\text{等式 23})$$

此外要注意到：如果满足了由等式 (22) 给出的、在 v 和 w 上的界限的话，则自动地满足在 x 上的界限。再次可以表明：因为惩罚向量 p 是非负的，所以不需要明确地迫使服从该互补性条件。因此，等式 (22) 和 (23)、连同来自等式 (20) 的界限一起，包含一个在 $2N$ 个具有简单界限的决策变量和 M 个线性等式约束条件中的二次设计。

应当注意到：可能不必要使用该不受影响-惩罚决策变量的所有 $2N$ 个。如果第 i 个金融产品没有负载，则对应于这个产品的惩罚变量 w_i

能够总是被设置等于零并且从该问题中删掉。同样，如果第 i 个金融产品具有一个负载而且它的下限大于或等于它的初始配比 ($l_i \geq x_{o,i}$) 的话，则对应于这个产品的不受影响变量 v_i 总是等于零并且能够从该问题中删掉。这是用于一个当前不在一个资产组合中持有、但是正被考虑购买的金融产品的情况。类似地，如果第 i 个金融产品具有一个负载而且它的上界小于或等于它的初始配比 ($u_i \leq x_{o,i}$)，则对应于这个产品的惩罚变量 w_i 总是等于零并且能够从该问题中删掉。后两个结果是在等式 (20) 中的简单界限的一个直接后果。

使用不受影响-惩罚变量和使用购买-卖出变量相比具有两个优点。第一个优点是不受影响-惩罚公式总是具有较小的尺寸，即它比购买-卖出公式的任何一个具有更少的约束条件或者更少的变量。因为存储器和计算时间随着变量和限制数目的增加而增加，所以该不受影响-惩罚变量是更可取的。

当两个问题具有同一种形式时，能够使用同一个计算机软件来计算它们的解法。要注意到：虽然两个问题也许具有不同的尺寸、参数值、和因此导致的不同的解法，但是它们仍然能够具有同一种形式。通过为计算机软件代码的输入输出参数规定不同的值，来处理该差别。要注意到：等式 (22) 中的目标函数，没有常数项的话，和在等式 (13) 中的空载目标函数具有同一种形式。此外，由等式 (23) 给出的预算约束和由等式 (14) 给出的、用于空载等式的多帐号预算约束具有同一种形式。该不受影响-惩罚二次设计的第二个优点是它恰好和空载资产组合最优化具有同一种形式，而且能够使用当前用于一个空载资产组合最优化的同一个标准软件代码来实现。

应当注意到：存在具有和不受影响-惩罚决策变量类似的属性和优点的其它决策变量变换。尽管依据下限 l 定义了一对向量 v 和 w ，一个明显的等效是依据上界 u 定义一对向量。应当注意到：上述变换技术应用于除了预算约束之外具有一般线性等式和不等式约束的资产组合优化问题。以和预算约束相同的精神处理任何附加约束。

在最佳实施例中，到一个资产组合中的摊派对于不同的帐号是不同的。例如，在保持时间上，一个用户 IRA 帐号可以具有每年 \$2,000 的摊派，而他的 SEP - IRA 帐号可以具有每年 \$10,000 的摊派。对于一个由一个帐号组成的恒定配比资产组合，等式 (10) 被用来模拟初

始财产、财产增量、和到第 i 个金融产品的摊派。对于具有不同摊派率的多个帐号，通过在该第三个等式的右手侧用 $(K_{j,t}/f_j)$ 来代替 $C_{p,t}$ 能够修改等式 (10)，其中 j 表示包含第 j 个金融产品的帐号， f_j 是第 j 个帐号的部分，而且 $K_{j,t}$ 是在第 t 个时间间隔开始处到第 j 个帐号 5 的摊派。然后对于具有负载的金融产品的惩罚和缩减项遵循使用等式 (9) 和这些修改了的等式。

替换实施例：

在上述说明中，已经结合其中的具体实施例对本发明进行了描述。然而，显然可以向该处进行各种修改和变化，而没有背离本发明更为广泛的精神和范围。因此，说明书和附图只作为一个示例说明，而不是起限制作用。

例如，虽然此处讨论的实施例主要是和执行这样的资产组合最优化相关，其中在一组可得到的金融产品中的一个或多个金融产品承载 15 前端负载，应当理解：本发明同样适用于涉及一个或多个承载后端负载的资产组合最优化或者涉及包含一个或多个具有前端负载的金融产品以及一个或多个具有后端负载的金融产品的一组金融产品的资产组合最优化。另外，在某些实施例中，此处提供的示教能够在一个包含 20 一个或多个负载了的金融产品的资产组合再平衡中被利用；其中没有新的金融产品变得可用而且仅仅是在该资产组合中持有的每个产品的相对部分被改变了。此外，此处已经参考金融产品讨论了本发明的实施例，但是本发明不局限于任何特定类型的金融产品。本发明的实施例适用于对一个负载或者负载的等效物收费的任何类型的金融产品。

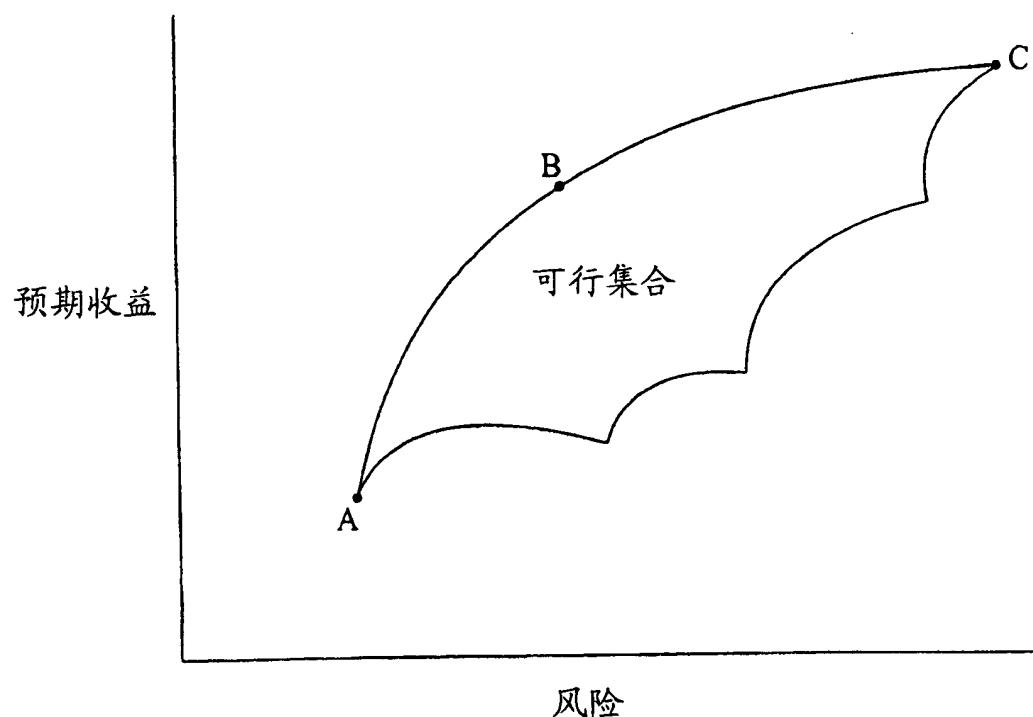


图 1

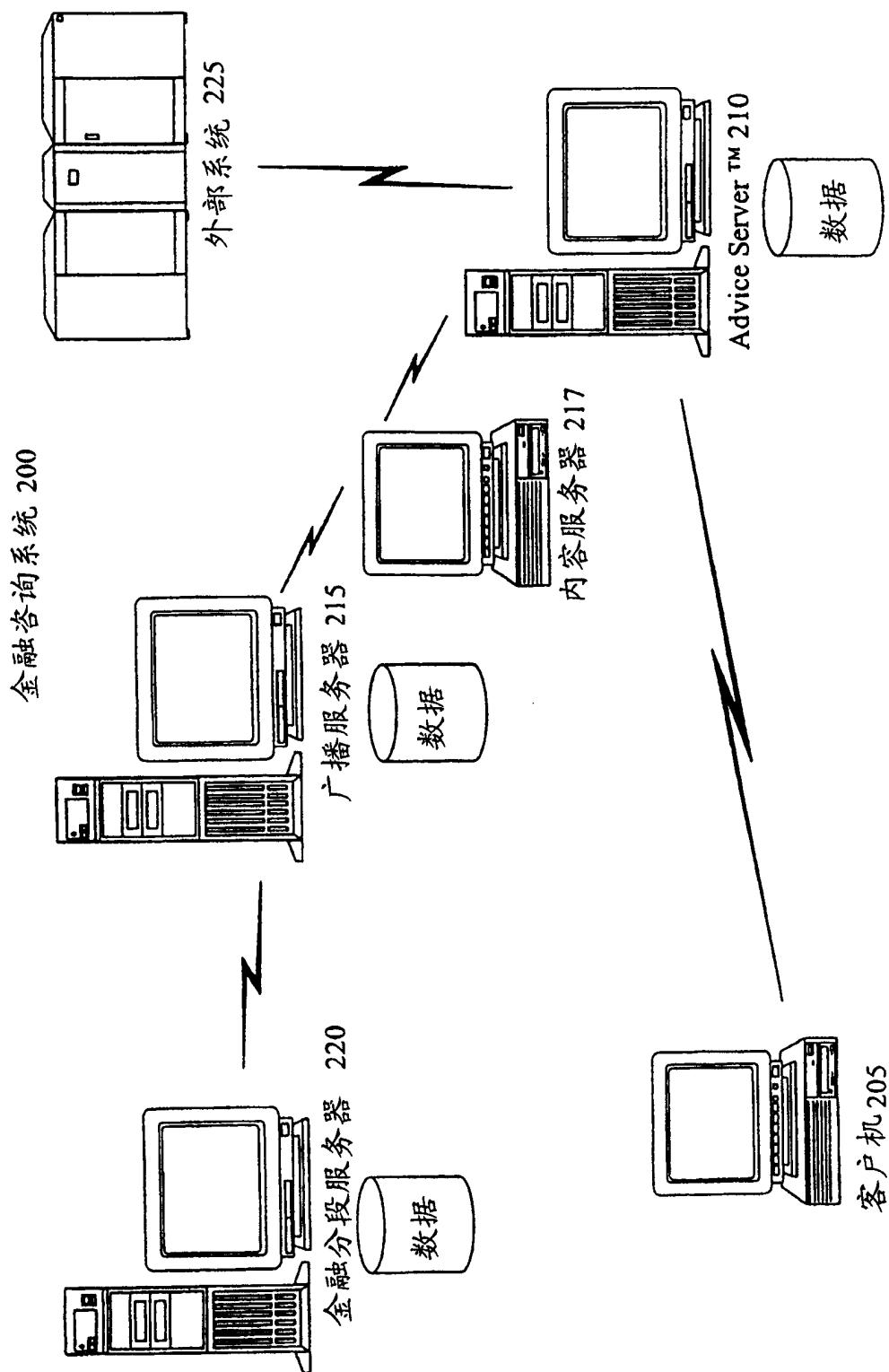


图 2

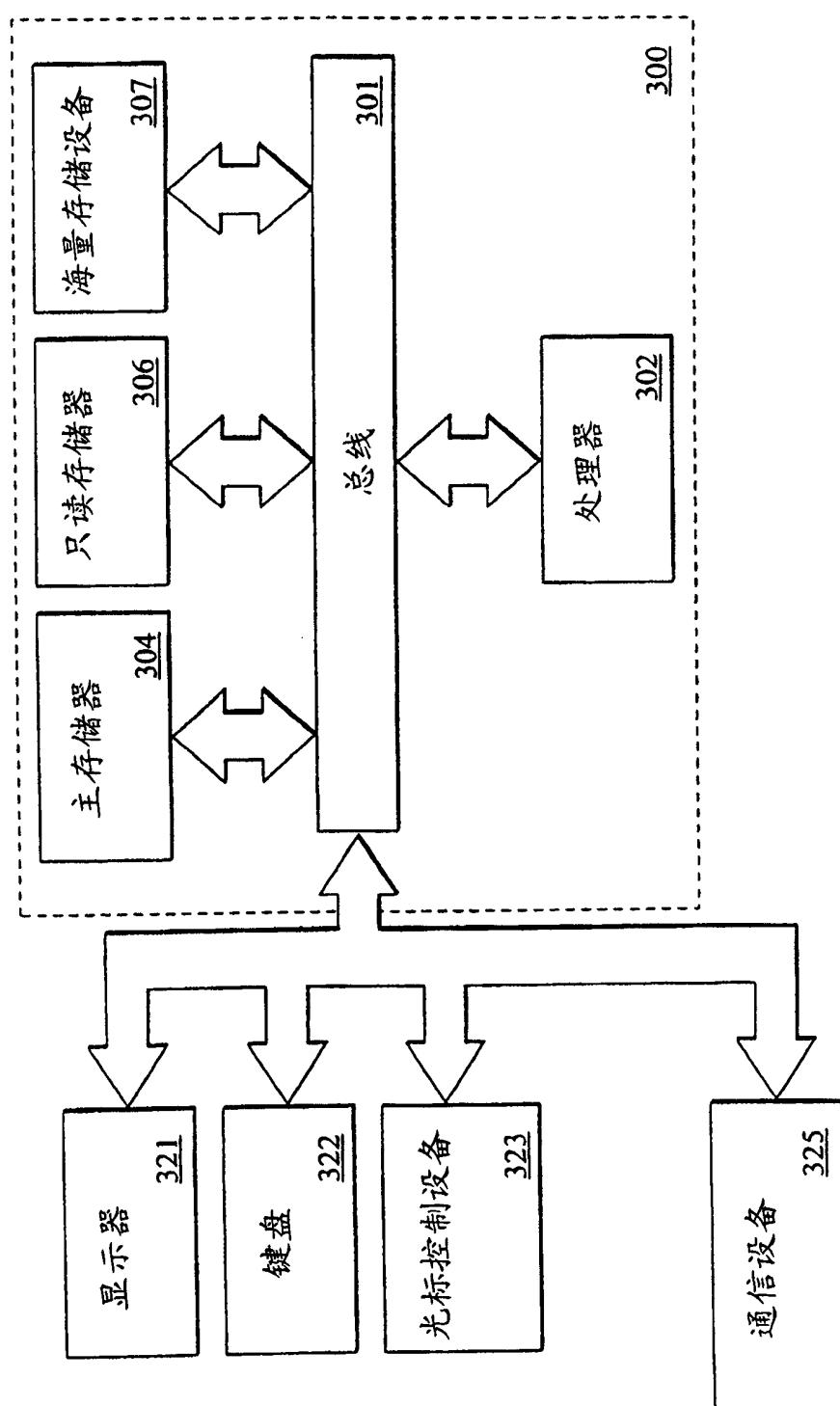


图 3

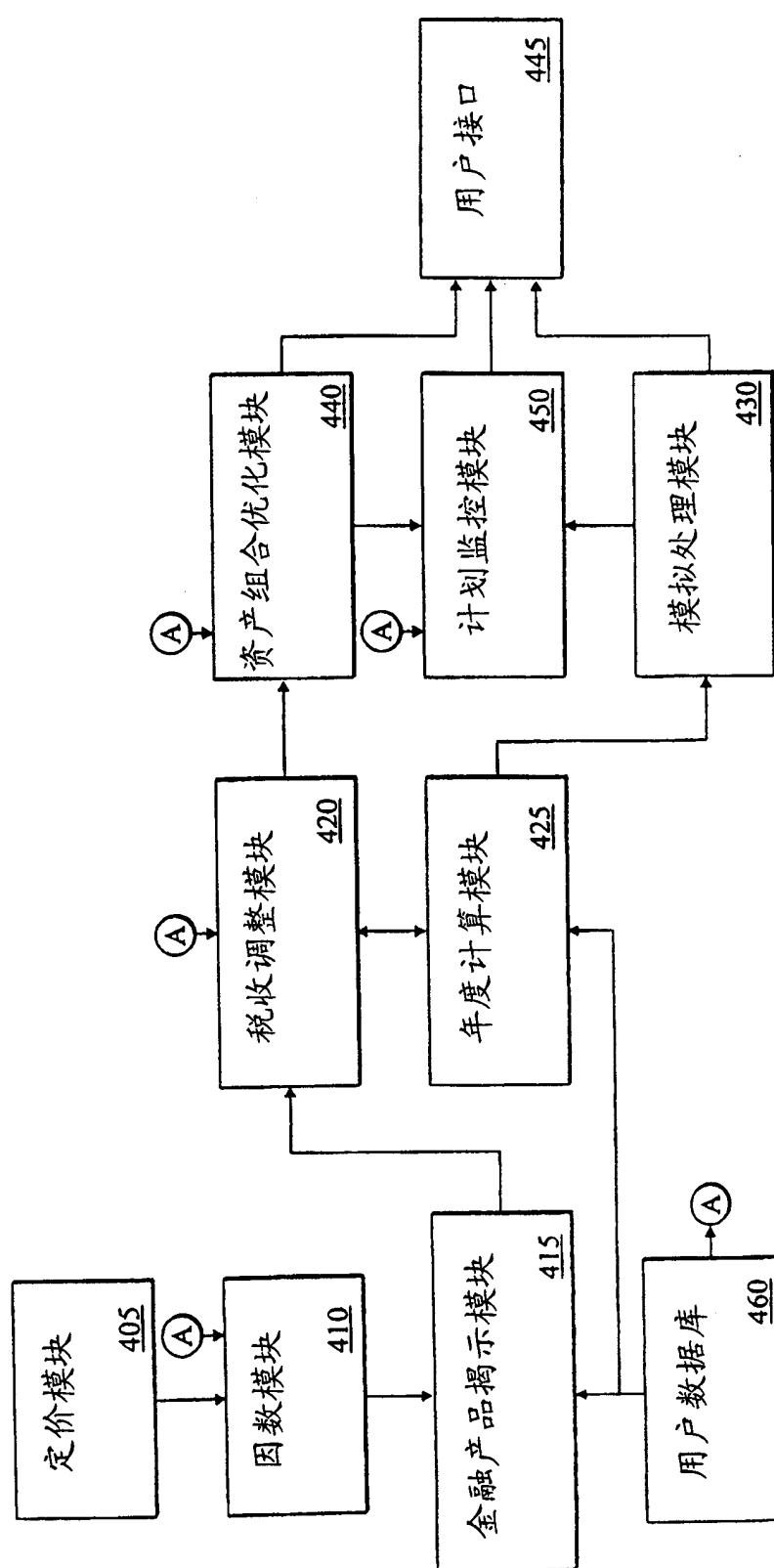


图 4

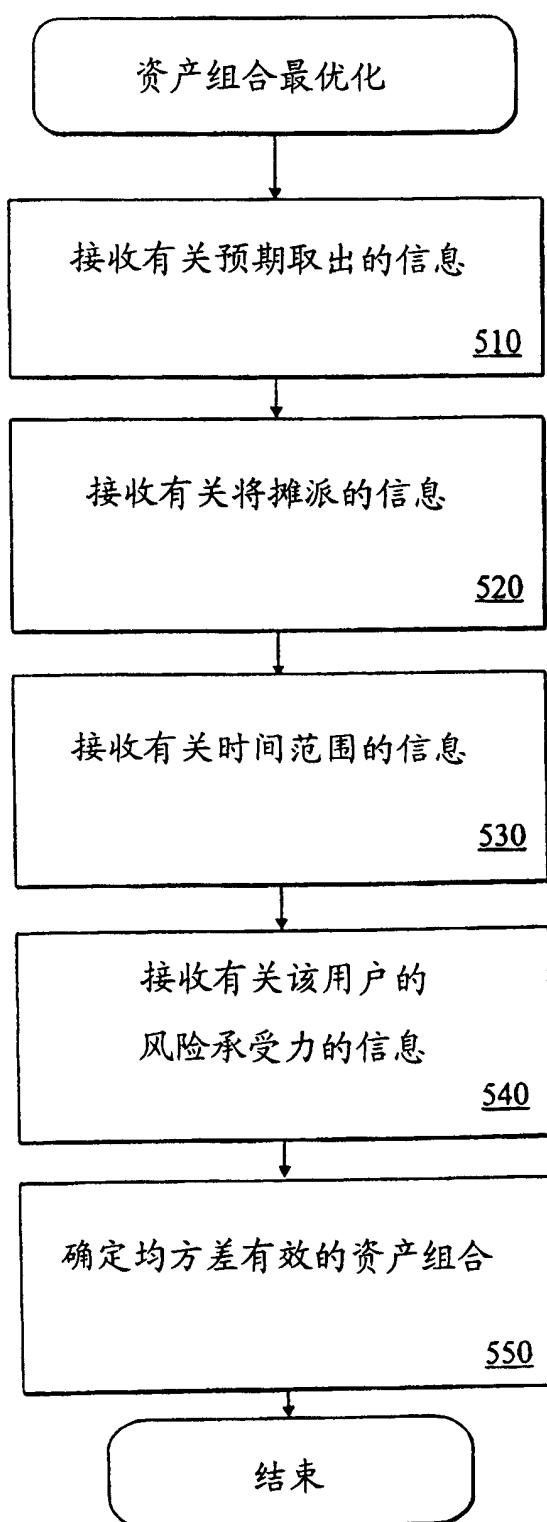


图 5