



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 110597063 B

(45) 授权公告日 2021.04.16

(21) 申请号 201910904116.0

CN 104267616 A, 2015.01.07

(22) 申请日 2019.09.24

CN 108897214 A, 2018.11.27

(65) 同一申请的已公布的文献号

CN 105573116 A, 2016.05.11

申请公布号 CN 110597063 A

CN 110011296 A, 2019.07.12

(43) 申请公布日 2019.12.20

US 2009005886 A1, 2009.01.01

(73) 专利权人 燕山大学

CN 106950839 A, 2017.07.14

地址 066004 河北省秦皇岛市海港区河北大街438号

CN 109375511 A, 2019.02.22

CN 105974796 A, 2016.09.28

(72) 发明人 赵丁选 杜苗苗 杜松 王丽丽

US 2003195641 A1, 2003.10.16

杨梦珂 陈浩 韩明远

US 2012283850 A1, 2012.11.08

EP 1060916 A2, 2000.12.20

(74) 专利代理机构 石家庄众志华清知识产权事

王凯. 基于自适应遗传算法的整车主动悬架自抗扰控制研究.《中国优秀硕士学位论文全文数据库工程科技II辑》.2017, (第9期), 正文第15-42页.

务所(特殊普通合伙) 13123

代理人 张建

(51) Int. Cl.

G05B 13/04 (2006.01)

黄大山 等. 车辆悬挂系统自抗扰控制器改进及其性能分析.《农业工程学报》.2017, 第33卷(第2期), 第61-72页. (续)

(56) 对比文件

CN 108995495 A, 2018.12.14

CN 105278545 A, 2016.01.27

CN 106154833 A, 2016.11.23

CN 105843233 A, 2016.08.10

审查员 文超

权利要求书12页 说明书17页 附图5页

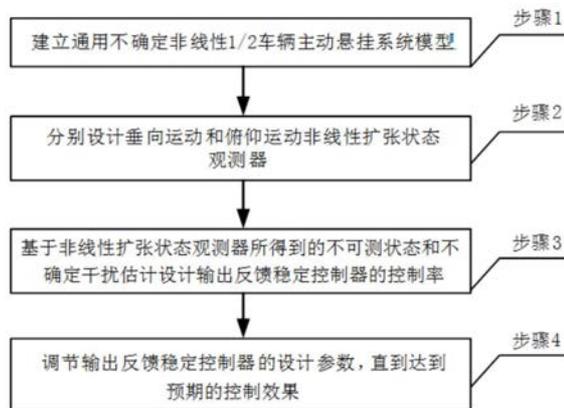
(54) 发明名称

基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法

息的可获取性, 难以应用于实际的问题, 同时可提高控制器的收敛速度和控制精度, 进一步提高悬挂系统的性能。

(57) 摘要

本发明公开了基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法, 属于车辆主动悬挂控制领域, 包括以下步骤: 步骤1, 建立通用不确定非线性1/2车辆主动悬挂系统模型; 步骤2, 分别设计垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器; 步骤3, 基于非线性扩张状态观测器所得到的不可测状态和不确定干扰估计设计输出反馈稳定控制器的控制率; 步骤4, 调节输出反馈稳定控制器的设计参数, 直到达到预期的控制效果。本发明解决现有技术基于简化模型, 对悬挂系统的非线性和不确定性考虑不足导致控制器性能下降, 以及现有控制方法忽略控制器所用信



CN 110597063 B

[接上页]

(56) 对比文件

Dazhuang Wang et al..Research on Robust Model Predictive Control for Electro-Hydraulic Servo Active Suspension Systems.《IEEE Access》.2017,第6卷第3231-3240页.

Jianyong Yao et al..Extended-State-Observer-Based Output Feedback Nonlinear Robust Control of Hydraulic Systems With Backstepping.《IEEE Transactions on Industrial Electronics》.2014,第61卷(第11期),第6285-6293页.

1. 基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法, 其特征在于包括以下步骤:

步骤1, 建立通用不确定非线性1/2车辆主动悬挂系统模型;

步骤2, 分别设计垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器;

步骤3, 基于非线性扩张状态观测器所得到的不可测状态和不确定干扰估计设计输出反馈稳定控制器的控制率;

步骤4, 调节输出反馈稳定控制器的设计参数, 直到达到预期的控制效果;

所述建立通用不确定非线性1/2车辆主动悬挂系统模型的步骤具体包括:

首先, 根据牛顿第二定律, 建立1/2车辆主动悬挂系统动力学模型:

$$\begin{aligned} M\ddot{z}_c &= -F_{s_1} - F_{d_1} - F_{s_2} - F_{d_2} + u_z + \Delta F_z(t) \\ I\ddot{\phi} &= a(-F_{s_1} - F_{d_1}) + b(F_{s_2} + F_{d_2}) + u_\phi + \Delta M_\phi(t) \\ m_{u_1}\ddot{z}_{u_1} &= F_{s_1} + F_{d_1} - F_{t_1} - F_{b_1} - u_1 \\ m_{u_2}\ddot{z}_{u_2} &= F_{s_2} + F_{d_2} - F_{t_2} - F_{b_2} - u_2 \end{aligned} \quad (1)$$

上式中,  $M$ 表示1/2车辆主动悬挂系统簧载质量,  $I$ 代表车身俯仰运动转动惯量,  $m_{u_1}$ 表示前轮的簧下质量,  $m_{u_2}$ 表示后轮的簧下质量,  $F_{s_1}$ 和 $F_{d_1}$ 分别表示前悬挂组件中的弹簧力和阻尼力,  $F_{s_2}$ 和 $F_{d_2}$ 分别表示后悬挂组件中的弹簧力和阻尼力,  $F_{t_1}$ 和 $F_{b_1}$ 分别表示前轮轮胎产生的弹性力和阻尼力,  $F_{t_2}$ 和 $F_{b_2}$ 分别表示后轮轮胎产生的弹性力和阻尼力,  $u_1$ 表示前悬挂作动器产生的主动控制力,  $u_2$ 表示后悬挂作动器产生的主动控制力,  $u_z$ 表示前、后悬挂作动器在垂向运动中产生的等效控制力,  $u_\phi$ 表示前、后悬挂作动器在俯仰运动中产生的等效控制力矩,  $a$ 和 $b$ 分别表示前、后悬挂中心距车身质心的距离,  $\Delta F_z(t)$ 表示车身垂向运动中由摩擦、干扰以及未建模动态等引起的模型误差项,  $\Delta M_\phi(t)$ 表示车身俯仰运动中由摩擦、干扰以及未建模动态等引起的模型误差项; 另外,  $z_c$ 和 $\phi$ 分别表示车身质心处的垂向位移和俯仰角,  $z_{u_1}$ 和 $z_{u_2}$ 分别表示前、后悬挂所对应的簧下质量位移;

所述的等效控制力、等效控制力矩与前、后悬挂作动器产生的主动控制力存在以下关系:

$$\begin{aligned} u_z &= u_1 + u_2 \\ u_\phi &= au_1 - bu_2 \end{aligned} \quad (2)$$

所述的前、后悬挂组件产生的弹簧力和阻尼力的表达式如下:

$$\begin{aligned} F_{s_1} &= k_{s_1} \Delta y_1 + F_{s_{n1}} \\ F_{s_2} &= k_{s_2} \Delta y_2 + F_{s_{n2}} \\ F_{d_1} &= b_{s_1} \Delta \dot{y}_1 + F_{d_{n1}} \\ F_{d_2} &= b_{s_2} \Delta \dot{y}_2 + F_{d_{n2}} \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中, 前、后悬挂组件产生的弹簧力和阻尼力均由线性部分和非线性部分组成,  $k_{s_1}$ 和 $k_{s_2}$ 分别表示前、后悬挂弹簧的线性项刚度系数,  $b_{s_1}$ 和 $b_{s_2}$ 分别表示前、后悬挂减振器的线性项阻尼系数;  $\Delta y_1$ 和 $\Delta y_2$ 分别表示前、后悬挂动行程, 满足以下关系:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= z_c + a \sin \phi - z_{u_1} \\ \Delta y_2 &= z_c - b \sin \phi - z_{u_2} \end{aligned} \quad (4)$$

所述的前、后轮胎的弹性力和阻尼力的表达式如下：

$$\begin{aligned} F_{t1} &= k_{t1}(z_{u1} - z_{o1}) \\ F_{t2} &= k_{t2}(z_{u2} - z_{o2}) \\ F_{b1} &= c_{b1}(\dot{z}_{u1} - \dot{z}_{o1}) \\ F_{b2} &= c_{b2}(\dot{z}_{u2} - \dot{z}_{o2}) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $k_{t1}$ 和 $c_{b1}$ 分别表示前轮轮胎的等效刚度系数和等效阻尼系数,  $k_{t2}$ 和 $c_{b2}$ 分别表示后轮轮胎的等效刚度系数和等效阻尼系数,  $z_{o1}$ 和 $z_{o2}$ 分别表示前、后轮所对应的路面输入位移；

所述分别设计垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器的步骤具体包括：

步骤2.1, 设计垂向、俯仰运动非线性扩张状态观测器；

步骤2.2, 证明所设计的非线性扩张状态观测器的有限时间收敛性；

步骤2.1的具体步骤包括：

首先, 定义主动悬挂系统状态变量 $x_1 = z_c$ ,  $x_2 = \dot{z}_c$ ,  $x_4 = \phi$ ,  $x_5 = \dot{\phi}$ , 使主动悬挂系统的输出为 $y_1 = x_1 = z_c$ ,  $y_2 = x_4 = \phi$ , 设计观测器仅使用主动悬挂系统的输出信号, 所述的输出信号利用惯性元件测得；

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi_z(y_1, x_2) + \frac{1}{M_0}u_z + f_z(x, t) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \varphi_\phi(y_2, x_5) + \frac{1}{I_0}u_\phi + f_\phi(x, t) \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi_z(y_1, x_2) &= \frac{1}{M_0} \left[ -(k_{s10} + k_{s20})y_1 - (b_{s10} + b_{s20})x_2 \right] \\ \varphi_\phi(y_2, x_5) &= \frac{1}{I_0} \left[ -(a^2k_{s10} + b^2k_{s20})\sin(y_2) - (a^2b_{s10} + b^2b_{s20})x_5 \cos(y_2) \right] \\ f_z(x, t) &= -\frac{1}{M}(F_{s1} + F_{d1} + F_{s2} + F_{d2}) - \varphi_z(y_1, x_2) + \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{M_0}\right)u_z + d_z \\ f_\phi(x, t) &= -\frac{1}{I} [a(F_{s1} + F_{d1}) - b(F_{s2} + F_{d2})] - \varphi_\phi(y_2, x_5) + \left(\frac{1}{I} - \frac{1}{I_0}\right)u_\phi + d_\phi \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $M_0, I_0, k_{s10}, k_{s20}, b_{s10}, b_{s20}$ 分别表示 $M, I, k_{s1}, k_{s2}, b_{s1}, b_{s2}$ 的标称值, 实际环境中簧载质量随乘客数量和货物重量发生变化, 悬挂元件的线性刚度系数和线性阻尼系数随元件的磨损和老化而改变, 因此参数 $M, I, k_{s1}, k_{s2}, b_{s1}, b_{s2}$ 均是不确定的, 这些参数将在标称值上下进行波动;  $f_z(x, t)$ 表示在垂向运动中由参数不确定性、悬挂元件的不确定非线性、不确定外界干扰以及未建模动态等引起模型误差项, 其导数用 $h_z(x, t)$ 表示;  $f_\phi(x, t)$ 表示在俯仰运动中由参数不确定性、悬挂元件的不确定非线性、不确定外界干扰以及未建模动态等引起模型误差项, 其导数用 $h_\phi(x, t)$ 表示；

其次,主动悬挂系统需满足以下假设条件:

假设1:假设 $f_z(x, t)$ 和 $f_\phi(x, t)$ 及其导数均是有界的,且存在正常数 $\bar{M}_1$ 和 $\bar{M}_2$

$$\begin{aligned} |h_z(x, t)| &\leq \bar{M}_1 \\ |h_\phi(x, t)| &\leq \bar{M}_2 \end{aligned} \quad (9)$$

假设2: $\varphi_z(y_1, x_2)$ 相对 $x_2$ 满足Lipschitz条件, $\varphi_\phi(y_2, x_5)$ 相对 $x_5$ 满足Lipschitz条件,且存在正常数 $\bar{c}_1$ ,  $\bar{c}_2$ ,  $\tilde{c}_1$ ,  $\tilde{c}_2$ 满足

$$\begin{aligned} |\varphi_z(y_1, 0)| &\leq \bar{c}_1 |x_1| \\ |\varphi_z(y_1, x_2) - \varphi_z(y_1, \hat{x}_2)| &\leq \bar{c}_2 |x_2 - \hat{x}_2| \\ |\varphi_\phi(y_2, 0)| &\leq \tilde{c}_1 |x_4| \\ |\varphi_\phi(y_2, x_5) - \varphi_\phi(y_2, \hat{x}_5)| &\leq \tilde{c}_2 |x_5 - \hat{x}_5| \end{aligned} \quad (10)$$

然后,将公式(6)和公式(7)中的 $f_z(x, t)$ 和 $f_\phi(x, t)$ 分别视作扩张状态量 $x_3$ 和 $x_6$ ,构建如下形式的垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \frac{\alpha_1}{\rho^3} [\rho^5 (y_1 - \hat{x}_1)]^{\theta_{1z}} \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \varphi_z(y_1, \hat{x}_2) + \frac{1}{M_0} u_z + \frac{\alpha_2}{\rho} [\rho^5 (y_1 - \hat{x}_1)]^{\theta_{2z}} \\ \dot{\hat{x}}_3 = \alpha_3 \rho [\rho^5 (y_1 - \hat{x}_1)]^{\theta_{3z}} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_4 = \hat{x}_5 + \frac{\beta_1}{r^3} [r^5 (y_2 - \hat{x}_4)]^{\theta_{1\phi}} \\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + \varphi_\phi(y_2, \hat{x}_5) + \frac{1}{I_0} u_\phi + \frac{\beta_2}{r} [r^5 (y_2 - \hat{x}_4)]^{\theta_{2\phi}} \\ \dot{\hat{x}}_6 = \beta_3 r [r^5 (y_2 - \hat{x}_4)]^{\theta_{3\phi}} \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\rho$ 和 $r$ 分别为非线性扩张状态观测器的设计参数,函数 $[\bullet]^\theta = |\bullet| \text{sign}(\bullet)$ ,  $\theta_{iz} = i\theta_z - (i-1)$ ,  $\theta_{i\phi} = i\theta_\phi - (i-1)$ ,  $i=1, 2, 3$ ,设计参数 $\theta_z$ 和 $\theta_\phi$ 满足 $0 < \theta_z, \theta_\phi < 1$ ,设计参数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 满足 $\Xi_z$ 和 $\Xi_\phi$ 为Hurwitz矩阵,其中:

$$\Xi_z = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 \\ -\alpha_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_\phi = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

步骤2.2的具体步骤包括:

(一)针对主动悬挂系统垂向动力学(6)及其非线性扩张状态观测器(11),定义误差变量 $\eta_i = \rho^{7-2i} (x_i - \hat{x}_i)$ , ( $i=1, 2, 3$ ),则垂向运动估计误差动力学为

$$\dot{\eta} = \rho^2 \begin{bmatrix} \eta_2 - \alpha_1 [\eta_1]^{\theta_{1z}} \\ \eta_3 - \alpha_2 [\eta_1]^{\theta_{2z}} \\ -\alpha_3 [\eta_1]^{\theta_{3z}} \end{bmatrix} + \rho^3 \Psi_z(\tilde{x}_2, t) + \rho \Theta_z(x, t) \quad (13)$$

其中,  $\Psi_z(\tilde{x}_2, t) = [0 \quad \tilde{\varphi}_z \quad 0]^T$ ,  $\tilde{\varphi}_z = \varphi_z(y_1, x_2) - \varphi_z(y_1, \hat{x}_2)$ ,  $\Theta_z(x, t) = [0 \quad 0 \quad h_z(x, t)]^T$ ;

根据有限时间稳定性理论,若 $\Xi_z$ 为Hurwitz矩阵,  $\theta_z \in (\frac{2}{3}, 1)$ ,

$$\dot{\omega} = F_{\theta_z}(\omega) = \begin{bmatrix} \omega_2 - \alpha_1 [\omega_1]^{\theta_{1z}} \\ \omega_3 - \alpha_2 [\omega_1]^{\theta_{2z}} \\ -\alpha_3 [\omega_1]^{\theta_{3z}} \end{bmatrix},$$

则 $F_{\theta_z}(\omega)$ 是有限时间稳定的,其相对于权重 $\{u_i = (i-1)\theta_z - (i-2)\}_{i=1}^3$ 的自由度为 $x_z = \theta_z - 1$ ;且存在一个正定的、径向无界的Lyapunov函数 $V_{\theta_z}(\omega)$ 是相对于权重 $\{u_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_z$ 次齐次函数,  $\gamma_z > 1$ ,其沿向量 $F_{\theta_z}(\omega)$ 的Lie导数是负定的;进一步地,  $\frac{\partial V_{\theta_z}(\omega)}{\partial \omega_i}$ 和 $L_{F_{\theta_z}} V_{\theta_z}(\omega)$ 分别是相对于权重 $\{u_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_z - u_i$ 次和 $\gamma_z + x_z$ 次齐次函数,存在正常数 $\bar{B}_1$ ,  $\bar{B}_2$ ,  $\bar{B}_3$ 满足以下关系:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial V_{\theta_z}(\omega)}{\partial \omega_i} \right| &\leq \bar{B}_1 V_{\theta_z}(\omega)^{\frac{\gamma_z - \mu_i}{\gamma_z}} \\ L_{F_{\theta_z}} V_{\theta_z}(\omega) &\leq -\bar{B}_2 V_{\theta_z}(\omega)^{\frac{\gamma_z + x_z}{\gamma_z}} \\ |\omega_i| &\leq \bar{B}_3 V_{\theta_z}(\omega)^{\frac{u_i}{\gamma_z}} \end{aligned} \quad (14)$$

对于垂向运动估计误差动力学(13),存在Lyapunov函数 $V_{\theta_z}(\eta(t))$ 满足以上定理,对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\theta_z}(\eta(t)) &= \rho^2 L_{F_{\theta_z}} V_{\theta_z}(\eta(t)) + \frac{\partial V_{\theta_z}(\eta(t))}{\partial \eta_3} \rho h_z(x, t) \\ &\quad + \frac{\partial V_{\theta_z}(\eta(t))}{\partial \eta_2} \rho^3 [\varphi_z(y_1, x_2) - \varphi_z(y_1, \hat{x}_2)] \\ &\leq -\rho^2 \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + x_z}{\gamma_z}} + \rho \bar{B}_1 \bar{M}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_3}{\gamma_z}} \\ &\quad + \bar{B}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_2}{\gamma_z}} \cdot \bar{c}_2 |\eta_2| \end{aligned} \quad (15)$$

根据公式(14)可得,若 $\rho \geq \left( \frac{4\bar{B}_1 \bar{B}_3 \bar{c}_2}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(t))^{-\frac{x_z}{\gamma_z}} \right)^{\frac{1}{2}}$ ,则

$$\bar{B}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_2}{\gamma_z}} \cdot \bar{c}_2 |\eta_2| \leq \frac{1}{4} \rho^2 \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + x_z}{\gamma_z}} \quad (16)$$

若  $\rho \geq \frac{4\bar{B}_1\bar{M}_1}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(t))^{-\frac{\mu_3-Z_z}{\gamma_z}}$ , 则

$$\bar{B}_1\bar{M}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z-\mu_3}{\gamma_z}} \leq \frac{1}{4} \rho \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z+Z_z}{\gamma_z}} \quad (17)$$

定义集合  $\Omega_z = \{\eta(t) | V_{\theta_z}(\eta(t)) \leq V_{\theta_z}(\eta(0))\}$ , 得到  $\eta(0) \in \Omega_z$ ; 当  $\eta(t)$  从  $\Omega_z$  出发, 对任意的  $\rho > \rho_1^*$

$$\rho_1^* = \max \left\{ 1, \left( \frac{4\bar{B}_1\bar{B}_3\bar{c}_2}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{1-\theta_z}{\gamma_z}} \right)^{\frac{1}{2}}, \frac{4\bar{B}_1\bar{M}_1}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{2-3\theta_z}{\gamma_z}} \right\} \quad (18)$$

不等式 (16) 和 (17) 显然满足, 则

$$\dot{V}_{\theta_z}(\eta(t)) \leq -\frac{1}{2} \rho^2 \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z+Z_z}{\gamma_z}} < 0 \quad (19)$$

对不等式 (19) 的两端分别积分可得

$$V_{\theta_z}(\eta(t)) = \int_0^t \dot{V}_{\theta_z}(\eta(t)) dt + V_{\theta_z}(\eta(0)) \leq V_{\theta_z}(\eta(0)) \quad (20)$$

得到  $\eta(t)$  将一直待在集合  $\Omega_z$  中, 同时从公式 (19) 可以看出,  $V_{\theta_z}(\eta(t))$  是严格递减的函数, 因此  $\eta(t)$  将会随着时间  $t$  的增加渐近收敛于一个足够小的有界范围;

进一步地, 根据误差变量  $\eta_i$ , 公式 (14) 和公式 (20) 可得, 当  $\rho > \rho_1^*$  时

$$|x_i - \hat{x}_i| \leq \frac{1}{\rho^{7-2j}} \bar{B}_3 V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{\mu_i}{\gamma_z}}, i=1,2,3 \quad (21)$$

当设计参数  $\rho$  足够大时, 垂向运动扩张状态观测器的观测误差将会在有限时间内快速收敛到零, 确保观测器具有很好的观测性能;

(二) 针对主动悬挂系统俯仰动力学 (7) 及其非线性扩张状态观测器 (12), 定义误差变量  $\varepsilon_{i-3} = r^{13-2i} (x_i - \hat{x}_i)$ ,  $i=4,5,6$ , 则俯仰运动估计误差动力学为

$$\dot{\varepsilon} = r^2 \begin{bmatrix} \varepsilon_2 - \beta_1 [\varepsilon_1]^{\theta_{1\phi}} \\ \varepsilon_3 - \beta_2 [\varepsilon_1]^{\theta_{2\phi}} \\ -\beta_3 [\varepsilon_1]^{\theta_{3\phi}} \end{bmatrix} + r^3 \Psi_{\phi}(\tilde{x}_5, t) + r \Theta_{\phi}(x, t) \quad (22)$$

其中,  $\Psi_{\phi}(\tilde{x}_5, t) = [0 \quad \tilde{\varphi}_{\phi} \quad 0]^T$ ,  $\tilde{\varphi}_{\phi} = \varphi_{\phi}(y_2, x_5) - \varphi_{\phi}(y_2, \hat{x}_5)$ ,  $\Theta_{\phi}(x, t) = [0 \quad 0 \quad h_{\phi}(x, t)]^T$ ;

根据有限时间稳定性理论, 若  $\Xi_{\phi}$  为 Hurwitz 矩阵,  $\theta_{\phi} \in (\frac{2}{3}, 1)$ ,

$$\dot{v} = F_{\theta_{\phi}}(v) = \begin{bmatrix} v_2 - \beta_1 [v_1]^{\theta_{1\phi}} \\ v_3 - \beta_2 [v_1]^{\theta_{2\phi}} \\ -\beta_3 [v_1]^{\theta_{3\phi}} \end{bmatrix},$$

则  $F_{\theta_{\phi}}(v)$  是有限时间稳定的, 其相对于权重  $\{v_i = (i-1)\theta_{\phi} - (i-2)\}_{i=1}^3$  的自由度为  $x_{\phi} =$

$\theta_\phi - 1$ ; 且存在一个正定的、径向无界的Lyapunov函数 $V_{0\phi}(v)$ 是相对于权重 $\{v_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_\phi$ 次齐次函数,  $\gamma_\phi > 1$ , 其沿向量 $F_{0\phi}(v)$ 的Lie导数是负定的; 进一步地,  $\frac{\partial V_{0\phi}(v)}{\partial v_i}$  和  $L_{F_{0\phi}} V_{0\phi}(v)$  分别是相对于权重 $\{v_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_\phi - v_i$ 次和 $\gamma_\phi + x_\phi$ 次齐次函数, 存在正常数 $\tilde{B}_1$ ,  $\tilde{B}_2$ ,  $\tilde{B}_3$ 满足以下关系:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial V_{0\phi}(v)}{\partial v_i} \right| &\leq \tilde{B}_1 V_{0\phi}(v)^{\frac{\gamma_\phi - v_i}{\gamma_\phi}} \\ L_{F_{0\phi}} V_{0\phi}(v) &\leq -\tilde{B}_2 V_{0\phi}(v)^{\frac{\gamma_\phi + x_\phi}{\gamma_\phi}} \\ |v_i| &\leq \tilde{B}_3 V_{0\phi}(v)^{\frac{v_i}{\gamma_\phi}} \end{aligned} \quad (23)$$

然后对于俯仰运动估计误差动力学 (22), 存在Lyapunov函数 $V_{0\phi}(\varepsilon(t))$ 满足以上定理, 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{0\phi}(\varepsilon(t)) &= r^2 L_{F_{0\phi}} V_{0\phi}(\varepsilon(t)) + \frac{\partial V_{0\phi}(\varepsilon(t))}{\partial \varepsilon_3} r h_\phi(x, t) \\ &\quad + \frac{\partial V_{0\phi}(\varepsilon(t))}{\partial \varepsilon_2} r^3 [\varphi_\phi(y_2, x_5) - \varphi_\phi(y_2, \hat{x}_5)] \\ &\leq -r^2 \tilde{B}_2 V_{0\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + x_\phi}{\gamma_\phi}} + r \tilde{B}_1 \bar{M}_2 V_{0\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi - v_3}{\gamma_\phi}} \\ &\quad + \tilde{B}_1 V_{0\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi - v_2}{\gamma_\phi}} \cdot \tilde{c}_2 |\varepsilon_2| \end{aligned} \quad (24)$$

根据公式 (23) 可得, 若  $r > r_1^*$

$$r_1^* = \max \left\{ 1, \left( \frac{4\tilde{B}_1 \tilde{B}_3 \tilde{c}_2}{\tilde{B}_2} V_{0\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{1-\theta_\phi}{\gamma_\phi}} \right)^{\frac{1}{2}}, \frac{4\tilde{B}_1 \bar{M}_2}{\tilde{B}_2} V_{0\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{2-3\theta_\phi}{\gamma_\phi}} \right\} \quad (25)$$

则有

$$\dot{V}_{0\phi}(\varepsilon(t)) \leq -\frac{1}{2} r^2 \tilde{B}_2 V_{0\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + x_\phi}{\gamma_\phi}} < 0 \quad (26)$$

对不等式 (26) 的两端分别积分可得

$$V_{0\phi}(\varepsilon(t)) = \int_0^t \dot{V}_{0\phi}(\varepsilon(t)) dt + V_{0\phi}(\varepsilon(0)) \leq V_{0\phi}(\varepsilon(0)) \quad (27)$$

同时从公式 (26) 可以看出,  $V_{0\phi}(\varepsilon(t))$  是严格递减的函数,  $\varepsilon(t)$  将会随着时间  $t$  的增加渐近收敛于一个足够小的有界范围;

进一步地, 根据误差变量  $\varepsilon_1$ , 公式 (23) 和公式 (27) 可得, 当  $r > r_1^*$  时

$$|x_i - \hat{x}_i| \leq \frac{1}{\rho^{13-2i}} \tilde{B}_3 V_{0\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{v_i}{\gamma_\phi}}, i = 4, 5, 6 \quad (28)$$

当设计参数  $r$  足够大时, 俯仰运动扩张状态观测器的观测误差将会在有限时间内快速

收敛到零,保证俯仰运动非线性扩张状态观测器的观测性能;

所述基于非线性扩张状态观测器所得到的不可测状态和不确定干扰估计设计输出反馈稳定控制器的控制率的步骤具体包括:

步骤3.1,设计垂向运动输出反馈稳定控制率,并进行垂向运动闭环有限时间稳定性验证;

步骤3.2,设计俯仰运动输出反馈稳定控制率,并进行俯仰运动闭环有限时间稳定性验证;

步骤3.3,对垂向运动和俯仰运动输出反馈稳定控制率进行解耦,得到单个悬挂作动器的主动控制力;

步骤3.4,确保主动悬挂系统的零动态稳定性;

其中,步骤3.1的具体过程在于:

设计垂向运动输出反馈稳定控制率使1/2车辆主动悬挂系统的垂向运动状态在有限时间内收敛到零,保证主动悬挂的垂向运动性能;为此针对1/2车辆主动悬挂系统垂向动力学构建辅助系统,令 $\xi_i = \rho^{2-i} x_i, i=1,2$ ,设计如下形式的垂向运动等效控制力

$$u_z = M_0 \left[ \rho^2 a_1 y_1 + \rho a_2 \hat{x}_2 - \hat{x}_3 \right] \quad (29)$$

其中控制参数 $a_1, a_2$ 满足 $A_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}$ 为Hurwitz矩阵,垂向运动辅助系统动力学可表示为

$$\dot{\xi} = \rho A_\xi \xi + B_\xi \left( -\frac{1}{\rho^2} a_2 \eta_2 + \frac{1}{\rho} \eta_3 \right) + B_\xi \varphi_z (y_1, x_2) \quad (30)$$

其中 $B_\xi = [0 \ 1]^T$ ;

验证在控制率 $u_z$ 下的垂向运动闭环有限时间稳定性:

选择与垂向运动非线性扩张状态观测器的估计误差和垂向运动状态有关的Lyapunov函数

$$V_z(\eta(t), \xi(t)) = V_{\theta_z}(\eta(t)) + V_{Lz}(\xi(t)) \quad (31)$$

其中 $V_{Lz}(\xi(t)) = \xi(t)^T P_z \xi(t)$ ,  $P_z$ 是Lyapunov方程 $A_\xi^T P_z + P_z A_\xi = -I$ 的正定解,对 $V_z(\eta(t), \xi(t))$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_z(\eta(t), \xi(t)) &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - \rho \xi^T \xi \\ &\quad + 2\xi^T P_z B_\xi \left( -\frac{1}{\rho^2} a_2 \eta_2 + \frac{1}{\rho} \eta_3 \right) + 2\xi^T P_z B_\xi \varphi_z (y_1, x_2) \\ &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - \rho \|\xi\|^2 + \frac{2}{\rho^2} |a_2| \lambda_{\max}(P_z) \|\xi\| \|\eta_2\| \\ &\quad + \frac{2}{\rho} \lambda_{\max}(P_z) \|\xi\| \|\eta_3\| + 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) \|\xi\|^2 \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\bar{c} = \max\{\bar{c}_1, \bar{c}_2\}$ ,根据公式(14)可进一步得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_z(\eta(t), \xi(t)) &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \kappa_z}{\gamma_z}} - (\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)) \|\xi\|^2 \\
&\quad + \frac{2}{\rho^2} |a_2| \lambda_{\max}(P_z) \bar{B}_3 \|\xi\| V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\mu_2}{\gamma_z}} + \frac{2}{\rho} \lambda_{\max}(P_z) \bar{B}_3 \|\xi\| V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\mu_3}{\gamma_z}} \\
&\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \kappa_z}{\gamma_z}} - (\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) - 2) \|\xi\|^2 \\
&\quad + \frac{1}{\rho^4} \lambda_{\max}^2(P_z) |a_2|^2 \bar{B}_3^2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{2\mu_2}{\gamma_z}} + \frac{1}{\rho^2} \lambda_{\max}^2(P_z) \bar{B}_3^2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{2\mu_3}{\gamma_z}}
\end{aligned} \tag{33}$$

若  $\rho > \rho_2^*$

$$\begin{aligned}
\rho_2^* &= \max \left\{ \left( \frac{8 \lambda_{\max}^2(P_z) |a_2|^2 \bar{B}_3^2}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{\theta_z + 1 - \gamma_z}{\gamma_z}} \right)^{\frac{1}{6}}, \right. \\
&\quad \left. \left( \frac{8 \lambda_{\max}^2(P_z) \bar{B}_3^2}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{3\theta_z - 1 - \gamma_z}{\gamma_z}} \right)^{\frac{1}{4}}, 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) + 2 \right\}
\end{aligned} \tag{34}$$

则

$$\begin{aligned}
\dot{V}_z(\eta(t), \xi(t)) &\leq -\frac{\rho^2}{4} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \kappa_z}{\gamma_z}} - \kappa_z \|\xi\|^2 \\
&\leq 0 \quad \kappa_z = \rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) - 2
\end{aligned} \tag{35}$$

可以看到  $\dot{V}_z(\eta(t), \xi(t))$  是负定的, 但  $V_{\theta_z}(\eta(t))$  和  $V_{L_z}(\xi(t))$  均为正定函数, 因此根据 LaSalle 不变性理论, 可以得到当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i - \hat{x}_i$  和  $x_1$  均渐近趋于零, 进而得出控制率  $u_z$  可保证垂向动力学的闭环渐进稳定性;

验证所设计的控制率可保证垂向运动状态的有限时间收敛性:

根据 (21) 可知, 存在正常数  $\Gamma_z$ ,  $t_z$  和  $\rho > \rho_1^*$  满足

$$\|\eta(t)\| \leq \Gamma_z, \quad \forall t > t_z \tag{36}$$

进而可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{L_z}(\xi(t)) &= -(\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)) \|\xi\|^2 + 2(|a_2| + 1) \lambda_{\max}(P_z) \frac{\Gamma_z}{\rho} \|\xi\| \\
&\leq -\frac{\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)}{\lambda_{\max}(P_z)} V_{L_z}(\xi(t)) + 2(|a_2| + 1) \lambda_{\max}(P_z) \frac{\Gamma_z}{\rho} \sqrt{\frac{V_{L_z}(\xi(t))}{\lambda_{\min}(P_z)}}
\end{aligned} \tag{37}$$

进一步有

$$\frac{d\sqrt{V_{L_z}(\xi(t))}}{dt} = -\delta_{z1} \sqrt{V_{L_z}(\xi(t))} + \delta_{z2} \frac{\Gamma_z}{\rho} \tag{38}$$

其中  $\delta_{z1} = \frac{\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)}{2 \lambda_{\max}(P_z)}$ ,  $\delta_{z2} = \frac{(|a_2| + 1) \lambda_{\max}(P_z)}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_z)}}$ , 求解上面的微分方程可得

$$\begin{aligned} \|\xi(t)\| &\leq \sqrt{\frac{V_{Lz}(\xi(t))}{\lambda_{\min}(P_z)}} \\ &\leq \sqrt{\frac{V_{Lz}(\xi(0))}{\lambda_{\min}(P_z)}} e^{-\delta_{z1}t} + \frac{1}{\rho} \frac{\delta_{z2}\Gamma_z}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_z)}} \int_0^t e^{-\delta_{z1}(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (39)$$

结合垂向运动辅助系统可得

$$|x_i(t)| \leq \frac{1}{\rho^{2-i}} \left[ \sqrt{\frac{V_{Lz}(\xi(0))}{\lambda_{\min}(P_z)}} e^{-\delta_{z1}t} + \frac{1}{\rho} \frac{\delta_{z2}\Gamma_z}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_z)}} \int_0^t e^{-\delta_{z1}(t-\tau)} d\tau \right] \quad (40)$$

从上式可得,当 $\rho$ 足够大时,存在常数 $\bar{t}_z > t_z$ ,对任意的 $t > \bar{t}_z$ ,状态变量 $x_i, i=1,2$ 将会趋于零,即垂向运动状态将在有限时间内收敛于零,从而获得满意的垂向位移和垂向加速度性能;

步骤3.2的具体过程在于:

设计俯仰运动输出反馈稳定控制率使1/2车辆主动悬挂系统的俯仰运动状态在有限时间内收敛于零,保证主动悬挂的俯仰运动性能;为此针对1/2车辆主动悬挂系统俯仰动力学构建辅助系统,令 $\zeta_{i-3} = r^{5-i} x_i, i=4,5$

$$u_\phi = I_0 [r^2 b_1 y_2 + r b_2 \hat{x}_3 - \hat{x}_6] \quad (41)$$

其中设计参数 $b_1, b_2$ 满足 $A_\zeta = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$ 为Hurwitz矩阵,俯仰运动辅助系统动力学可表示为

$$\dot{\zeta} = r A_\zeta \zeta + B_\zeta \left( -\frac{1}{r^2} b_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{r} \varepsilon_3 \right) + B_\zeta \varphi_\phi(y_2, x_5) \quad (42)$$

其中 $B_\zeta = [0 \ 1]^T$ ;

验证在控制率 $u_\phi$ 下的俯仰运动闭环有限时间稳定性:

选择与俯仰运动非线性扩张状态观测器的估计误差和俯仰运动状态有关的Lyapunov函数

$$V_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) = V_{\theta_\phi}(\varepsilon(t)) + V_{L_\phi}(\zeta(t)) \quad (43)$$

其中 $V_{L_\phi}(\zeta(t)) = \zeta(t)^T P_\phi \zeta(t)$ ,  $P_\phi$ 是Lyapunov方程 $A_\zeta^T P_\phi + P_\phi A_\zeta = -I$ 的正定解,对 $V_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t))$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta_\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - r \zeta^T \zeta \\ &\quad + 2\zeta^T P_\phi B_\zeta \left( -\frac{1}{r^2} b_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{r} \varepsilon_3 \right) + 2\zeta^T P_\phi B_\zeta \varphi_\phi(y_2, x_5) \\ &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta_\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - r \|\zeta\|^2 + \frac{2}{r^2} |b_2| \lambda_{\max}(P_\phi) \|\zeta\| |\varepsilon_2| \\ &\quad + \frac{2}{r} \lambda_{\max}(P_\phi) \|\zeta\| |\varepsilon_3| + 4\tilde{c} \lambda_{\max}(P_\phi) \|\zeta\|^2 \end{aligned} \quad (44)$$

其中  $\tilde{c} = \max\{\tilde{c}_1, \tilde{c}_2\}$ ; 根据公式 (23) 可进一步得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - (r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi)) \|\zeta\|^2 \\ &\quad + \frac{2}{r^2} |b_2| \lambda_{\max}(P_\phi) \tilde{B}_3 \|\zeta\| V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\nu_2}{\gamma_\phi}} + \frac{2}{r} \lambda_{\max}(P_\phi) \tilde{B}_3 \|\zeta\| V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\nu_3}{\gamma_\phi}} \\ &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - (r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi) - 2) \|\zeta\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{r^4} \lambda_{\max}^2(P_\phi) |b_2|^2 \tilde{B}_3^2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{2\nu_2}{\gamma_\phi}} + \frac{1}{r^2} \lambda_{\max}^2(P_\phi) \tilde{B}_3^2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{2\nu_3}{\gamma_\phi}} \end{aligned} \quad (45)$$

若  $r > r_2^*$

$$\begin{aligned} r_2^* = \max \left\{ \left( \frac{8\lambda_{\max}^2(P_\phi) |b_2|^2 \tilde{B}_3^2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{\theta_\phi + 1 - \gamma_\phi}{\gamma_\phi}}}{\tilde{B}_2} \right)^{\frac{1}{6}}, \right. \\ \left. \left( \frac{8\lambda_{\max}^2(P_\phi) \tilde{B}_3^2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{3\theta_\phi - 1 - \gamma_\phi}{\gamma_\phi}}}{\tilde{B}_2} \right)^{\frac{1}{4}}, 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi) + 2 \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) &\leq -\frac{r^2}{4} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - \kappa_\phi \|\zeta\|^2 \\ &\leq 0 \quad \kappa_\phi = r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi) - 2 \end{aligned} \quad (47)$$

可以看到  $\dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t))$  是负定的, 但  $V_{0\phi}(\varepsilon(t))$  和  $V_{L\phi}(\zeta(t))$  均为正定函数, 因此根据 LaSalle 不变性理论, 可以得到当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i - \hat{x}_i$  和  $x_i$  均渐近趋于零, 进而得出控制率  $u_\phi$  可以保证俯仰动力学的闭环渐进稳定性;

验证所设计的控制率可保证俯仰运动状态的有限时间收敛性:

根据公式 (28) 可知, 存在正常数  $\Gamma_\phi, t_\phi$  和  $r > r_1^*$  满足

$$\|\varepsilon(t)\| \leq \Gamma_\phi, \quad \forall t > t_\phi \quad (48)$$

进而可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{L\phi}(\zeta(t)) &= -(r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi)) \|\zeta\|^2 + 2(|b_2| + 1) \lambda_{\max}(P_\phi) \frac{\Gamma_\phi}{r} \|\zeta\| \\ &\leq -\frac{r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi)}{\lambda_{\max}(P_\phi)} V_{L\phi}(\zeta(t)) + 2(|b_2| + 1) \lambda_{\max}(P_\phi) \frac{\Gamma_\phi}{r} \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(t))}{\lambda_{\min}(P_\phi)}} \end{aligned} \quad (49)$$

进一步有

$$\frac{d\sqrt{V_{L\phi}(\zeta(t))}}{dt} = -\delta_{\phi 1} \sqrt{V_{L\phi}(\zeta(t))} + \delta_{\phi 2} \frac{\Gamma_\phi}{r} \quad (50)$$

其中  $\delta_{\phi 1} = \frac{r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_{\phi})}{2\lambda_{\max}(P_{\phi})}$ ,  $\delta_{\phi 2} = \frac{(|b_2|+1)\lambda_{\max}(P_{\phi})}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_{\phi})}}$ , 求解上面的微分方程可得

$$\begin{aligned} \|\zeta(t)\| &\leq \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(t))}{\lambda_{\min}(P_{\phi})}} \\ &\leq \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(0))}{\lambda_{\min}(P_{\phi})}} e^{-\delta_{\phi 1} t} + \frac{1}{r} \frac{\delta_{\phi 2} \Gamma_{\phi}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_{\phi})}} \int_0^t e^{-\delta_{\phi 1}(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (51)$$

结合俯仰运动辅助系统可得

$$|x_i(t)| \leq \frac{1}{r^{5-i}} \left[ \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(0))}{\lambda_{\min}(P_{\phi})}} e^{-\delta_{\phi 1} t} + \frac{1}{r} \frac{\delta_{\phi 2} \Gamma_{\phi}}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_{\phi})}} \int_0^t e^{-\delta_{\phi 1}(t-\tau)} d\tau \right] \quad (52)$$

从上式可得, 当  $r$  足够大时, 存在常数  $\bar{t}_{\phi} > t_{\phi}$ , 对任意的  $t > \bar{t}_{\phi}$ , 状态变量  $x_i$ ,  $i=4, 5$  将会趋于零, 即俯仰运动状态将在有限时间内收敛于零, 从而获得满意的俯仰角和俯仰角加速度性能;

步骤3.3的具体过程在于:

根据公式(2), 公式(29)和公式(41)可以对悬挂作动器的输入力进行解耦, 得到前悬挂作动器主动控制力  $u_1$  和后悬挂作动器主动控制力  $u_2$ , 具体的

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{bu_z + u_{\phi}}{a+b}, \\ u_2 &= \frac{au_z - u_{\phi}}{a+b} \end{aligned} \quad (53)$$

步骤3.4的具体过程在于:

令系统输出  $y_1$  和  $y_2$  恒等于0, 则

$$\begin{aligned} u_z &= F_{s1} + F_{d1} + F_{s2} + F_{d2} - \Delta F_z(t) \\ u_{\phi} &= a(F_{s1} + F_{d1}) - b(F_{s2} + F_{d2}) - \Delta M_{\phi}(t) \end{aligned} \quad (54)$$

根据公式(53)可以解得  $u_1$  和  $u_2$ , 代入公式(1)中的前、后轮胎簧下质量动力学中, 得到系统的零动态动力学, 定义  $\bar{x} = [x_7, x_8, x_9, x_{10}]^T = [z_{u1}, \dot{z}_{u1}, z_{u2}, \dot{z}_{u2}]^T$ , 有

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B_r z_o + B_w w \quad (55)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{t1}}{m_{u1}} & -\frac{c_{b1}}{m_{u1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_{t2}}{m_{u2}} & -\frac{c_{b2}}{m_{u2}} \end{bmatrix}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{t1}}{m_{u1}} & \frac{c_{b1}}{m_{u1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{t2}}{m_{u2}} & \frac{c_{b2}}{m_{u2}} \end{bmatrix},$$

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{b}{m_{u1}(a+b)} & \frac{1}{m_{u1}(a+b)} \\ 0 & 0 \\ \frac{a}{m_{u2}(a+b)} & \frac{-1}{m_{u2}(a+b)} \end{bmatrix}, \quad z_o = \begin{bmatrix} z_{o1} \\ \dot{z}_{o1} \\ z_{o2} \\ \dot{z}_{o2} \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} \Delta F_z \\ \Delta M_\phi \end{bmatrix}$$

显然矩阵A是Hurwitz矩阵,因此存在一个正定对称矩阵P满足  $A^T P + P A = -I$ ;

选择一个Lyapunov函数  $V = \bar{x}^T P \bar{x}$ , 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \bar{x}^T (A^T P + P A) \bar{x} + 2\bar{x}^T P B_r z_o + 2\bar{x}^T P B_w w \\ &\leq -\bar{x}^T Q \bar{x} + \frac{1}{\tau_1} \bar{x}^T P B_r B_r^T P \bar{x} + \tau_1 z_o^T z_o + \frac{1}{\tau_2} \bar{x}^T P B_w B_w^T P \bar{x} + \tau_2 w^T w \\ &\leq \left[ -\lambda_{\min}(P^{-\frac{1}{2}} Q P^{-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_1} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_r B_r^T P^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_2} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_w B_w^T P^{\frac{1}{2}}) \right] V \\ &\quad + \tau_1 z_o^T z_o + \tau_2 w^T w \end{aligned} \quad (56)$$

其中  $\tau_1$  和  $\tau_2$  为正实数, 必存在合适的正实数  $\sigma_1, \sigma_2$  满足

$$-\lambda_{\min}(P^{-\frac{1}{2}} Q P^{-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_1} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_r B_r^T P^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_2} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_w B_w^T P^{\frac{1}{2}}) < -\sigma_1$$

$$\tau_1 z_o^T z_o + \tau_2 w^T w < \sigma_2$$

则  $\dot{V} \leq -\sigma_1 V + \sigma_2$ , 两边积分可得

$$V(t) \leq (V(0) - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}) e^{-\sigma_1 t} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (57)$$

从公式(57)可以看出, Lyapunov函数V是有界的, 即  $x_i$  ( $i=7, 8, 9, 10$ ) 是有界稳定的, 因此所设计的控制器保证了主动悬挂系统零动态稳定性, 结合Lyapunov函数  $V_z$  和  $V_\phi$  可得, 所设计的控制器可保证整个主动悬挂系统的闭环稳定性;

所述调节输出反馈稳定控制器的设计参数, 直到达到预期的控制效果的步骤具体包括:

调节垂向运动非线性扩张状态观测器设计参数  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  和俯仰运动非线性扩张状态观测器设计参数  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , 使矩阵  $\Xi_z$  和  $\Xi_\phi$  为Hurwitz矩阵; 调节垂向运动控制率增益系数  $a_1, a_2$  和俯仰运动控制率增益系数  $b_1, b_2$ , 使矩阵  $A_\xi$  和  $A_\zeta$  为Hurwitz矩阵; 同时调节控制器设计参数  $\rho$  和  $r$  满足  $\rho > \max\{\rho_1^*, \rho_2^*\}, r > \max\{r_1^*, r_2^*\}$ , 保证整个非线性扩张状态观测器的估计误差、系统状态及其整个闭环系统的有限时间稳定性, 在满足上述条件的基础上调节控制器的设计参数, 直到达到预期的控制效果。

## 基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法

### 技术领域

[0001] 本发明涉及车辆主动悬挂控制领域,尤其是一种基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法。

### 背景技术

[0002] 悬挂系统是车辆底盘的重要总成,起到隔离由不平路面引起的车体振动、支撑车身重量、帮助维持轮胎和地面的连续接触等作用。主动悬挂系统因作动器的加入使其在改善车辆的乘坐舒适性、操纵稳定性和行驶安全性方面比被动悬挂和半主动悬挂有更大的潜力,因此成为近年来的研究热点。

[0003] 作动器根据控制策略的指令来增加和耗散系统中的能量,使悬挂系统处于最佳减振状态,因此控制策略的选取是主动悬挂系统设计的关键。但悬挂系统本身是一个典型的不确定非线性系统,如悬挂弹簧和减振器并不是简单的线性元件,悬挂结构与转向机构之间存在有耦合非线性关系;车辆的参数如负载、悬挂元件的刚度系数和阻尼系数会随环境的变化而变化,悬挂系统随时会遭受来自外界的不确定的干扰,悬挂系统中存在很多难建模动态。这些非线性和不确定因素给悬挂系统控制器的设计带来了很大挑战。

[0004] 在进行主动悬挂系统控制器设计时,除了致力于理论研究还需考虑所设计控制器的实用性问题,特别是控制器所用信号是否方便获取。另外,控制器的稳定性收敛速度对悬挂系统的性能提高也起到非常重要的作用。

[0005] 首次提出扩张状态观测器理论的韩京清教授表示,针对实际的非线性系统而言,非线性扩张状态观测器比线性扩张状态观测器有更好的观测性能。但由于非线性扩张状态观测器的稳定性证明比较困难,因此其应用也受到了很大的限制,其在主动悬挂控制领域的研究更是少之又少。

[0006] 目前针对主动悬挂控制的研究,专利“一种汽车主动悬架系统的多目标控制方法”,公开号为CN103434359B;专利“一种非线性主动悬架的抗饱和自适应控制”,公开号为CN108995495A;及辽宁工业大学的孙丽颖提出的“考虑输入约束的半主动悬架非线性自适应控制”等文献,均采用自适应控制方法处理悬挂系统中的元件非线性和部分参数不确定性。但所建立的悬挂模型均为确定性模型,所设计的控制器对模型的依赖性较高。而我们知道实际中由于众多不确定因素的存在,我们无法捕捉所有的模型特点,因此基于确定性模型设计的控制器在应用时会存在与实际系统模型不匹配的情况,从而影响控制效果。除此之外,所设计的控制器均基于全状态信息,其中有一些状态量在实际车辆中是不可测的,因此所设计的控制器难以应用于实际。

[0007] 考虑悬挂系统中存在的不可测状态和不确定干扰,山西大学的孙鑫河,燕山大学的程明星提出基于线性扩张状态观测器的控制方法。研究中建立1/4悬挂系统简化模型,以悬挂动行程为输出对系统进行降解处理,建立线性扩张状态观测器,进而设计控制率。所设计的控制器能够抵抗路面干扰,提高车辆的乘坐舒适性。但研究中所建立的1/4模型较为简化,并未考虑系统中的非线性和不确定因素;另一方面,对1/4简化模型进行降阶处理步骤

较为简单,但若想将控制器应用于实际,就要考虑1/2或整车悬挂系统模型,模型阶数升高,降阶过程复杂程度大为提高,因此所提出的方法难以直接推广。

[0008] 另外,常州工学院的白玉,北京化工大学的李亦超和吉林大学的王凯等提出基于非线性扩张状态观测器的控制方法,均获得了满意的悬架控制效果。但控制主要基于线性化的悬架模型,且研究中仅给出了控制器的设计步骤,并未对观测器的收敛性和闭环系统的稳定性进行验证,设计过程不够严密。

[0009] 进一步地,考虑控制器的实际应用问题,燕山大学的李荣提出一种动态输出反馈鲁棒干扰抑制控制器,但所提出的控制器基于线性简化模型,且对模型的依赖性较高。为了进一步提高悬挂系统的性能,Kyungpook National University的Jagat Jyoti Rath等提出一种基于高阶终端滑膜的输出反馈主动悬架控制方法,对系统非线性、模型不确定性及不确定干扰有较好的控制效果,但所设计的控制器较为复杂,难以在实际中推广应用,且控制器实现的是渐近稳定控制而不是有限时间稳定控制。

[0010] 综上所述,现有的主动悬挂系统控制方法在处理上述问题时主要存在以下不足之处:

[0011] 一、所设计的模型较为简单,对主动悬挂系统非线性和不确定性的考虑比较粗略。现有的主动悬挂控制研究中,大多将主动悬挂系统模型进行简化,如将悬挂弹簧和减振器视作线性元件,忽略主动悬挂系统中由参数不确定性、悬挂元件和悬挂结构的不确定非线性、不确定外界干扰和未建模动态等引起的不确定模型误差,建立线性化的理想模型。导致控制器设计所用模型与实际系统之间存在较大差距,难以达到预期的控制效果,甚至造成闭环系统的不稳定现象。

[0012] 二、控制器基于全状态反馈信息,并未考虑所用状态的可测量性问题。目前存在的主动悬挂系统控制方法大都属于全状态反馈方法,但在实际中,主动悬挂系统的很多状态量在获取时需要很高的成本,甚至根本无法获取,这将导致所设计的控制器在实际应用时存在诸多困难。

[0013] 三、并未考虑所设计控制器的稳定性收敛速度。现有的主动悬挂系统研究,在控制器稳定性方面,一般只保证系统的渐进稳定性,即当时间趋于无穷时,所控制的变量趋于零或收敛于有界范围。但对快速行驶的车辆来说,渐近稳定的控制器在实际应用时存在很大局限性。目前对有限时间稳定的控制方法研究较少,控制器在有限时间内收敛于稳定状态,将会大大缩短系统的响应时间,进而提高主动悬挂系统的控制性能。

[0014] 四、目前存在的基于非线性扩张状态观测器的控制器设计在主动悬挂方面的应用较少,且忽略了观测器收敛性和控制器稳定性证明这一必要的技术难题。

## 发明内容

[0015] 本发明需要解决的技术问题是提供一种基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法,解决现有技术基于简化模型,对悬挂系统的非线性和不确定性考虑不足导致控制器性能下降,以及现有控制方法忽略控制器所用信息的可获取性,难以应用于实际的问题,同时提高控制器的收敛速度和控制精度,进一步提高悬挂系统的性能。

[0016] 为解决上述技术问题,本发明所采用的技术方案是:

[0017] 基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法,包括以下步骤:

- [0018] 步骤1,建立通用不确定非线性1/2车辆主动悬挂系统模型;
- [0019] 步骤2,分别设计垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器;
- [0020] 步骤3,基于非线性扩张状态观测器所得到的不可测状态和不确定干扰估计设计输出反馈稳定控制器的控制率;
- [0021] 步骤4,调节输出反馈稳定控制器的设计参数,直到达到预期的控制效果。
- [0022] 由于采用了上述技术方案,本发明取得的技术进步是:
- [0023] 本发明提供一种基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法,所述的控制方法考虑了悬挂系统中存在的非线性和不确定性因素,建立一种通用的主动悬挂系统模型,所建立的模型具有更广泛的应用范围,解决了现有主动悬挂控制技术设计模型较为简单,影响实际控制效果的问题。
- [0024] 本发明所提出的控制方法仅使用主动悬挂系统的输出信息,不仅可以节省传感器的测量成本,还可减少额外的传感器所带来的测量噪声对控制器性能的影响。
- [0025] 本发明提出的是一种新型的非线性扩张状态观测器,并首次将此种类型的观测器应用于主动悬挂系统。基于主动悬挂系统输出信息所设计的非线性扩张状态观测器的估计误差可在有限时间内收敛,具有很好的观测效果。利用观测器所得的不可测状态和不确定干扰估计所设计的输出反馈稳定控制率,可使悬挂系统状态在有限时间内趋于零,相较于大部分文献中的渐近收敛,具有更快的收敛速度,因此可很大程度地提高车辆的车身姿态稳定性和乘坐舒适性。
- [0026] 本发明基于几何齐次理论和Lyapunov稳定性理论以及赵志良的相关研究进行了大量的推导,系统地证明了针对主动悬挂系统所设计的非线性扩张状态观测器的收敛性以及基于此观测器所设计的控制率下的闭环系统稳定性,解决了基于非线性扩张状态观测器设计的控制器稳定性证明困难这一技术难题。
- [0027] 按照控制器的设计要求调节控制器的设计参数,相应的仿真结果验证了所设计的控制器的有效性,达到了预期的设计目的。

## 附图说明

- [0028] 图1是本发明基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法流程图;
- [0029] 图2是本发明1/2车辆主动悬挂系统模型图;
- [0030] 图3是本发明实施例一的坡起路面输入下的车身垂向位移响应曲线;
- [0031] 图4是本发明实施例一的坡起路面输入下的车身俯仰角响应曲线;
- [0032] 图5是本发明实施例一的坡起路面输入下的车身垂向加速度响应曲线;
- [0033] 图6是本发明实施例一的坡起路面输入下的车身俯仰角加速度响应曲线;
- [0034] 图7是本发明实施例二的随机路面输入下的车身垂向位移响应曲线;
- [0035] 图8是本发明实施例二的随机路面输入下的车身俯仰角响应曲线;
- [0036] 图9是本发明实施例二的随机路面输入下的车身垂向加速度响应曲线;
- [0037] 图10是本发明实施例二的随机路面输入下的车身俯仰角加速度响应曲线。

## 具体实施方式

- [0038] 下面结合实施例对本发明做进一步详细说明,且本发明技术方案不局限于以下所

列举的具体实施方式,还包括各具体实施方式之间的任意组合。

[0039] 具体实施方式一:

[0040] 如图1所示,基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法按以下步骤实现:

[0041] 步骤1,建立通用不确定非线性1/2车辆主动悬挂系统模型;

[0042] 步骤2,分别设计垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器;

[0043] 步骤3,基于非线性扩张状态观测器所得到的不可测状态和不确定干扰估计设计输出反馈稳定控制器的控制率;

[0044] 步骤4,调节输出反馈稳定控制器的设计参数,直到达到预期的控制效果。

[0045] 本实施方式提出一种基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法,考虑到悬挂系统中存在的复杂非线性以及众多不确定性因素,建立了一种通用的主动悬挂系统模型。所建立的模型具有广泛的应用范围,解决了现有悬挂控制技术设计模型较为简单,影响实际控制效果的问题。

[0046] 本实施方式提出的控制方法仅使用主动悬挂系统的输出信息,不仅可以节省传感器的测量成本,还可减少额外的传感器所带来的测量噪声对控制器性能的影响。基于系统输出信息所设计的非线性扩张状态观测器的估计误差可在有限时间内收敛,具有快速收敛性及很好的观测性能。利用非线性扩张状态观测器所得的不可测状态和不确定干扰估计所设计的输出反馈稳定控制率,可使悬挂系统状态在有限时间内趋于零,且可保证整个闭环系统的有限时间稳定性。所设计的控制器通过合理调整控制器的设计参数,可在车辆遭遇突然的路面干扰时很快调整车辆的垂向位移和俯仰角至平稳状态,同时提高车辆的乘坐舒适性。本实施方式所提供的控制器可保证在非线性和参数不确定性、不确定外界干扰及未建模动态存在时,车辆在不平路面行驶的悬挂性能,具有满意的控制效果。

[0047] 具体实施方式二:

[0048] 本实施方式与具体实施方式一不同的是:步骤一所述的建立通用不确定非线性1/2车辆主动悬挂系统模型具体为:

[0049] 结合图2提供的1/2车辆主动悬挂系统模型,根据牛顿第二定律,主动悬挂系统动力学可表示为:

$$\begin{aligned}
 M\ddot{z}_c &= -F_{s_1} - F_{d_1} - F_{s_2} - F_{d_2} + u_z + \Delta F_z(t) \\
 I\ddot{\phi} &= a(-F_{s_1} - F_{d_1}) + b(F_{s_2} + F_{d_2}) + u_\phi + \Delta M_\phi(t) \\
 m_{u_1}\ddot{z}_{u_1} &= F_{s_1} + F_{d_1} - F_{t_1} - F_{b_1} - u_1 \\
 m_{u_2}\ddot{z}_{u_2} &= F_{s_2} + F_{d_2} - F_{t_2} - F_{b_2} - u_2
 \end{aligned} \tag{1}$$

[0051] 其中, $M$ 表示1/2车辆主动悬挂系统簧载质量, $I$ 代表车身俯仰运动转动惯量, $m_{u_1}$ 表示前轮的簧下质量, $m_{u_2}$ 表示后轮的簧下质量, $F_{s_1}$ 和 $F_{d_1}$ 分别表示前悬挂组件中的弹簧力和阻尼力, $F_{s_2}$ 和 $F_{d_2}$ 分别表示后悬挂组件中的弹簧力和阻尼力, $F_{t_1}$ 和 $F_{b_1}$ 分别表示前轮轮胎产生的弹性力和阻尼力, $F_{t_2}$ 和 $F_{b_2}$ 分别表示后轮轮胎产生的弹性力和阻尼力, $u_1$ 表示前悬挂作动器产生的主动控制力, $u_2$ 表示后悬挂作动器产生的主动控制力, $u_z$ 表示前、后悬挂作动器在垂向运动中产生的等效控制力, $u_\phi$ 表示前、后悬挂作动器在俯仰运动中产生的等效控制力矩, $a$ 和 $b$ 分别表示前、后悬挂中心距车身质心的距离, $\Delta F_z(t)$ 表示车身垂向运动中由摩擦、干

扰以及未建模动态等引起的模型误差项,  $\Delta M_\phi(t)$  表示车身俯仰运动中由摩擦、干扰以及未建模动态的模型误差项。另外,  $z_c$  和  $\phi$  分别表示车身质心处的垂向位移和俯仰角,  $z_{u1}$  和  $z_{u2}$  分别表示前、后悬挂所对应的簧下质量位移。

[0052] 所述的等效控制力、等效控制力矩与前、后悬挂作动器产生的主动控制力存在以下关系:

$$\begin{aligned} u_z &= u_1 + u_2 \\ u_\phi &= au_1 - bu_2 \end{aligned} \quad (2)$$

[0054] 所述的前、后悬挂组件产生的弹簧力和阻尼力的表达式如下:

$$\begin{aligned} F_{s_1} &= k_{s_1} \Delta y_1 + F_{s_{n1}} \\ F_{s_2} &= k_{s_2} \Delta y_2 + F_{s_{n2}} \\ F_{d_1} &= b_{s_1} \Delta \dot{y}_1 + F_{d_{n1}} \\ F_{d_2} &= b_{s_2} \Delta \dot{y}_2 + F_{d_{n2}} \end{aligned} \quad (3)$$

[0056] 式(3)中,前、后悬挂组件产生的弹簧力和阻尼力均由线性部分和非线性部分组成,  $k_{s_1}$  和  $k_{s_2}$  分别表示前、后悬挂弹簧的线性项刚度系数,  $b_{s_1}$  和  $b_{s_2}$  分别表示前、后悬挂减振器的线性项阻尼系数。这里弹簧力的非线性部分  $F_{s_{n1}}$ ,  $F_{s_{n2}}$  和阻尼力的非线性部分  $F_{d_{n1}}$  和  $F_{d_{n2}}$  并未用具体的表达式表示,其他研究中所用到的非线性部分的具体形式只要代进去,控制器仍然可用,并不局限于某一种表达式,因此所建立的悬挂系统模型可以覆盖更广泛的应用场景。 $\Delta y_1$  和  $\Delta y_2$  分别表示前、后悬挂动行程,满足以下关系:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= z_c + a \sin \phi - z_{u1} \\ \Delta y_2 &= z_c - b \sin \phi - z_{u2} \end{aligned} \quad (4)$$

[0058] 所述的前、后轮胎的弹性力和阻尼力的表达式如下:

$$\begin{aligned} F_{t1} &= k_{t1}(z_{u1} - z_{o1}) \\ F_{t2} &= k_{t2}(z_{u2} - z_{o2}) \\ F_{b1} &= c_{b1}(\dot{z}_{u1} - \dot{z}_{o1}) \\ F_{b2} &= c_{b2}(\dot{z}_{u2} - \dot{z}_{o2}) \end{aligned} \quad (5)$$

[0060] 其中,  $k_{t1}$  和  $c_{b1}$  分别表示前轮轮胎的等效刚度系数和等效阻尼系数,  $k_{t2}$  和  $c_{b2}$  分别表示后轮轮胎的等效刚度系数和等效阻尼系数,  $z_{o1}$  和  $z_{o2}$  分别表示前、后轮所对应的路面输入位移。

[0061] 具体实施方式三:

[0062] 本实施方式与具体实施方式一或二不同的是:步骤二中所述的分别设计垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器具体包括以下两个部分:

[0063] (一)分别设计垂向、俯仰运动非线性扩张状态观测器

[0064] 定义主动悬挂系统状态变量  $x_1 = z_c$ ,  $x_2 = \dot{z}_c$ ,  $x_4 = \phi$ ,  $x_5 = \dot{\phi}$ 。主动悬挂系统的输出为  $y_1 = x_1 = z_c$ ,  $y_2 = x_4 = \phi$ 。本发明所设计的观测器仅使用主动悬挂系统的输出信号,所述的输出信号可以利用陀螺仪等惯性元件很容易便可测得。

$$[0065] \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi_z(y_1, x_2) + \frac{1}{M_0} u_z + f_z(x, t) \end{cases} \quad (6)$$

$$[0066] \quad \begin{cases} \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \varphi_\phi(y_2, x_5) + \frac{1}{I_0} u_\phi + f_\phi(x, t) \end{cases} \quad (7)$$

[0067] 其中

$$[0068] \quad \begin{aligned} \varphi_z(y_1, x_2) &= \frac{1}{M_0} \left[ -(k_{s_{10}} + k_{s_{20}}) y_1 - (b_{s_{10}} + b_{s_{20}}) x_2 \right] \\ \varphi_\phi(y_2, x_5) &= \frac{1}{I_0} \left[ -(a^2 k_{s_{10}} + b^2 k_{s_{20}}) \sin(y_2) - (a^2 b_{s_{10}} + b^2 b_{s_{20}}) x_5 \cos(y_2) \right] \\ f_z(x, t) &= -\frac{1}{M} (F_{s_1} + F_{d_1} + F_{s_2} + F_{d_2}) - \varphi_z(y_1, x_2) + \left( \frac{1}{M} - \frac{1}{M_0} \right) u_z + d_z \\ f_\phi(x, t) &= -\frac{1}{I} [a(F_{s_1} + F_{d_1}) - b(F_{s_2} + F_{d_2})] - \varphi_\phi(y_2, x_5) + \left( \frac{1}{I} - \frac{1}{I_0} \right) u_\phi + d_\phi \end{aligned} \quad (8)$$

[0069] 实际环境中簧载质量会随乘客数量和货物重量发生变化,悬挂元件的线性刚度系数和线性阻尼系数会随元件的磨损和老化而改变,因此参数 $M, I, k_{sf}, k_{sr}, b_{sf}, b_{sr}$ 均是不确定的,这些参数将在标称值上下进行波动。将某次测量所得的 $M_0, I_0, k_{sf0}, k_{sr0}, b_{sf0}, b_{sr0}$ 作为以上参数的标称值,控制器设计仅基于以上确定的标称值便可应对实际过程中的参数变化情况。

[0070]  $f_z(x, t)$  表示在垂向运动中由参数不确定性、悬挂元件的不确定非线性、不确定外界干扰以及未建模动态等引起模型误差项,其导数用 $h_z(x, t)$ 表示。 $f_\phi(x, t)$  表示在俯仰运动中由参数不确定性、悬挂元件的不确定非线性、不确定外界干扰以及未建模动态等引起模型误差项,其导数用 $h_\phi(x, t)$ 表示。

[0071] 主动悬挂系统需满足以下假设条件:

[0072] 假设1:假设 $f_z(x, t)$ 和 $f_\phi(x, t)$ 及其导数均是有界的,且存在正常数 $M_1$ 和 $M_2$

$$[0073] \quad \begin{aligned} |h_z(x, t)| &\leq \bar{M}_1 \\ |h_\phi(x, t)| &\leq \bar{M}_2 \end{aligned} \quad (9)$$

[0074] 假设2: $\varphi_z(y_1, x_2)$ 相对 $x_2$ 满足Lipschitz条件, $\varphi_\phi(y_2, x_5)$ 相对 $x_5$ 满足Lipschitz条件,且存在正常数 $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2$ 满足

$$[0075] \quad \begin{aligned} |\varphi_z(y_1, 0)| &\leq \bar{c}_1 |x_1| \\ |\varphi_z(y_1, x_2) - \varphi_z(y_1, \hat{x}_2)| &\leq \bar{c}_2 |x_2 - \hat{x}_2| \\ |\varphi_\phi(y_2, 0)| &\leq \tilde{c}_1 |x_4| \\ |\varphi_\phi(y_2, x_5) - \varphi_\phi(y_2, \hat{x}_5)| &\leq \tilde{c}_2 |x_5 - \hat{x}_5| \end{aligned} \quad (10)$$

[0076] 将公式(6)和公式(7)中的 $f_z(x, t)$ 和 $f_\phi(x, t)$ 分别视作扩张状态量 $x_3$ 和 $x_6$ ,构建如下形式的垂向运动和俯仰运动非线性扩张状态观测器:

$$[0077] \quad \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \frac{\alpha_1}{\rho^3} [\rho^5 (y_1 - \hat{x}_1)]^{\theta_{1z}} \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \varphi_z(y_1, \hat{x}_2) + \frac{1}{M_0} u_z + \frac{\alpha_2}{\rho} [\rho^5 (y_1 - \hat{x}_1)]^{\theta_{2z}} \\ \dot{\hat{x}}_3 = \alpha_3 \rho [\rho^5 (y_1 - \hat{x}_1)]^{\theta_{3z}} \end{cases} \quad (11)$$

$$[0078] \quad \begin{cases} \dot{\hat{x}}_4 = \hat{x}_5 + \frac{\beta_1}{r^3} [r^5 (y_2 - \hat{x}_4)]^{\theta_{1\phi}} \\ \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + \varphi_\phi(y_2, \hat{x}_5) + \frac{1}{I_0} u_\phi + \frac{\beta_2}{r} [r^5 (y_2 - \hat{x}_4)]^{\theta_{2\phi}} \\ \dot{\hat{x}}_6 = \beta_3 r [r^5 (y_2 - \hat{x}_4)]^{\theta_{3\phi}} \end{cases} \quad (12)$$

[0079] 其中 $\rho$ 和 $r$ 分别为非线性扩张状态观测器的设计参数,函数 $[\bullet]^\theta = |\bullet| \text{sign}(\bullet)$ , $\theta_{iz} = i\theta_z - (i-1)$ , $\theta_{i\phi} = i\theta_\phi - (i-1)$ , $i=1,2,3$ 。设计参数 $\theta_z$ 和 $\theta_\phi$ 满足 $0 < \theta_z, \theta_\phi < 1$ 。设计参数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 满足 $\Xi_z$ 和 $\Xi_\phi$ 为Hurwitz矩阵,其中:

$$[0080] \quad \Xi_z = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 & 0 \\ -\alpha_2 & 0 & 1 \\ -\alpha_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_\phi = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[0081] (二) 证明所设计的扩张状态观测器的有限时间稳定性

[0082] 针对主动悬挂系统垂向动力学(6)及其非线性扩张状态观测器(11),定义误差变量 $\eta_i = \rho^{7-2i} (x_i - \hat{x}_i)$ , $(i=1,2,3)$ ,则垂向运动估计误差动力学为

$$[0083] \quad \dot{\eta} = \rho^2 \begin{bmatrix} \eta_2 - \alpha_1 [\eta_1]^{\theta_{1z}} \\ \eta_3 - \alpha_2 [\eta_1]^{\theta_{2z}} \\ -\alpha_3 [\eta_1]^{\theta_{3z}} \end{bmatrix} + \rho^3 \Psi_z(\tilde{x}_2, t) + \rho \Theta_z(x, t) \quad (13)$$

[0084] 其中, $\Psi_z(\tilde{x}_2, t) = [0 \quad \tilde{\varphi}_z \quad 0]^T$ , $\tilde{\varphi}_z = \varphi_z(y_1, x_2) - \varphi_z(y_1, \hat{x}_2)$ , $\Theta_z(x, t) = [0 \quad 0 \quad h_z(x, t)]^T$ 。

[0085] 根据有限时间稳定性理论,若 $\Xi_z$ 为Hurwitz矩阵, $\theta_z \in (\frac{2}{3}, 1)$ ,

$$[0086] \quad \dot{\omega} = F_{\theta_z}(\omega) = \begin{bmatrix} \omega_2 - \alpha_1 [\omega_1]^{\theta_{1z}} \\ \omega_3 - \alpha_2 [\omega_1]^{\theta_{2z}} \\ -\alpha_3 [\omega_1]^{\theta_{3z}} \end{bmatrix},$$

[0087] 则 $F_{\theta_z}(\omega)$ 是有限时间稳定的,其相对于权重 $\{u_i = (i-1)\theta_z - (i-2)\}_{i=1}^3$ 的自由度为 $x_z = \theta_z - 1$ 。且存在一个正定的、径向无界的Lyapunov函数 $V_{\theta_z}(\omega)$ 是相对于权重 $\{u_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_z$ 次

齐次函数,  $\gamma_z > 1$ , 其沿向量  $F_{\theta_z}(\omega)$  的Lie导数是负定的。进一步地,  $\frac{\partial V_{\theta_z}(\omega)}{\partial \omega_i}$  和  $L_{F_{\theta_z}} V_{\theta_z}(\omega)$  分别是相对于权重  $\{u_i\}_{i=1}^3$  的  $\gamma_z - u_i$  次和  $\gamma_z + x_z$  次齐次函数, 且存在正常数  $\bar{B}_1$ ,  $\bar{B}_2$ ,  $\bar{B}_3$  满足以下关系:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\partial V_{\theta_z}(\omega)}{\partial \omega_i} \right| \leq \bar{B}_1 V_{\theta_z}(\omega)^{\frac{\gamma_z - \mu_i}{\gamma_z}} \\ [0088] \quad & L_{F_{\theta_z}} V_{\theta_z}(\omega) \leq -\bar{B}_2 V_{\theta_z}(\omega)^{\frac{\gamma_z + X_z}{\gamma_z}} \\ & |\omega_i| \leq \bar{B}_3 V_{\theta_z}(\omega)^{\frac{u_i}{\gamma_z}} \end{aligned} \quad (14)$$

[0089] 于是对于垂向运动估计误差动力学 (13), 存在Lyapunov函数  $V_{\theta_z}(\eta(t))$  满足以上定理, 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\theta_z}(\eta(t)) &= \rho^2 L_{F_{\theta_z}} V_{\theta_z}(\eta(t)) + \frac{\partial V_{\theta_z}(\eta(t))}{\partial \eta_3} \rho h_z(x, t) \\ & \quad + \frac{\partial V_{\theta_z}(\eta(t))}{\partial \eta_2} \rho^3 [\varphi_z(y_1, x_2) - \varphi_z(y_1, \hat{x}_2)] \\ [0090] \quad & \leq -\rho^2 \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + X_z}{\gamma_z}} + \rho \bar{B}_1 \bar{M}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_3}{\gamma_z}} \\ & \quad + \bar{B}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_2}{\gamma_z}} \cdot \bar{c}_2 |\eta_2| \end{aligned} \quad (15)$$

[0091] 根据公式 (14) 可得, 若  $\rho \geq \left( \frac{4\bar{B}_1 \bar{B}_3 \bar{c}_2}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{-X_z}{\gamma_z}} \right)^{\frac{1}{2}}$ , 则

$$[0092] \quad \bar{B}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_2}{\gamma_z}} \cdot \bar{c}_2 |\eta_2| \leq \frac{1}{4} \rho^2 \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + X_z}{\gamma_z}} \quad (16)$$

[0093] 若  $\rho \geq \frac{4\bar{B}_1 \bar{M}_1}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{-\mu_3 - X_z}{\gamma_z}}$ , 则

$$[0094] \quad \bar{B}_1 \bar{M}_1 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z - \mu_3}{\gamma_z}} \leq \frac{1}{4} \rho \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + X_z}{\gamma_z}} \quad (17)$$

[0095] 定义集合  $\Omega_z = \{\eta(t) \mid V_{\theta_z}(\eta(t)) \leq V_{\theta_z}(\eta(0))\}$ , 显然  $\eta(0) \in \Omega_z$ 。当  $\eta(t)$  从  $\Omega_z$  出发, 对任意的  $\rho > \rho_1^*$

$$[0096] \quad \rho_1^* = \max \left\{ 1, \left( \frac{4\bar{B}_1 \bar{B}_3 \bar{c}_2}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{1-\theta_z}{\gamma_z}} \right)^{\frac{1}{2}}, \frac{4\bar{B}_1 \bar{M}_1}{\bar{B}_2} V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{2-3\theta_z}{\gamma_z}} \right\} \quad (18)$$

[0097] 不等式 (16) 和 (17) 显然满足, 则

$$[0098] \quad \dot{V}_{\theta_z}(\eta(t)) \leq -\frac{1}{2} \rho^2 \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + X_z}{\gamma_z}} < 0 \quad (19)$$

[0099] 对不等式 (19) 的两端分别积分可得

$$[0100] \quad V_{\theta_z}(\eta(t)) = \int_0^T \dot{V}_{\theta_z}(\eta(t))dt + V_{\theta_z}(\eta(0)) \leq V_{\theta_z}(\eta(0)) \quad (20)$$

[0101] 所以 $\eta(t)$ 将一直待在集合 $\Omega_z$ 中,同时从公式(19)可以看出, $V_{\theta_z}(\eta(t))$ 是严格递减的函数,因此 $\eta(t)$ 将会随着时间 $t$ 的增加渐近收敛于一个足够小的有界范围。

[0102] 进一步地,根据误差变量 $\eta_i$ ,公式(14)和公式(20)可得,当 $\rho > \rho_1^*$ 时

$$[0103] \quad |x_i - \hat{x}_i| \leq \frac{1}{\rho^{7-2j}} \bar{B}_3 V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{u_i}{\gamma_z}}, i=1,2,3 \quad (21)$$

[0104] 这意味着当设计参数 $\rho$ 足够大时,垂向运动扩张状态观测器的观测误差将会在有限时间内快速收敛到零,使观测器具有很好的观测性能。

[0105] 采用相似的步骤证明俯仰运动扩张状态观测器的有限时间稳定性,针对主动悬挂系统俯仰动力学(7)及其非线性扩张状态观测器(12),定义误差变量 $\varepsilon_{i-3} = r^{13-2i}(x_i - \hat{x}_i)$ ,  $i=4,5,6$ ,则俯仰运动估计误差动力学为

$$[0106] \quad \dot{\varepsilon} = r^2 \begin{bmatrix} \varepsilon_2 - \beta_1 [\varepsilon_1]^{\theta_1\phi} \\ \varepsilon_3 - \beta_2 [\varepsilon_1]^{\theta_2\phi} \\ -\beta_3 [\varepsilon_1]^{\theta_3\phi} \end{bmatrix} + r^3 \Psi_\phi(\tilde{x}_5, t) + r \Theta_\phi(x, t) \quad (22)$$

[0107] 其中,  $\Psi_\phi(\tilde{x}_5, t) = [0 \quad \tilde{\varphi}_\phi \quad 0]^T$ ,  $\tilde{\varphi}_\phi = \varphi_\phi(y_2, x_5) - \varphi_\phi(y_2, \hat{x}_5)$ ,  $\Theta_\phi(x, t) = [0 \quad 0 \quad h_\phi(x, t)]^T$ 。

[0108] 同样的,根据有限时间稳定性理论,若 $\Xi_\phi$ 为Hurwitz矩阵,  $\theta_\phi \in (\frac{2}{3}, 1)$ ,

$$[0109] \quad \dot{v} = F_{\theta_\phi}(v) = \begin{bmatrix} v_2 - \beta_1 [v_1]^{\theta_1\phi} \\ v_3 - \beta_2 [v_1]^{\theta_2\phi} \\ -\beta_3 [v_1]^{\theta_3\phi} \end{bmatrix},$$

[0110] 则 $F_{\theta_\phi}(v)$ 是有限时间稳定的,其相对于权重 $\{v_i = (i-1)\theta_\phi - (i-2)\}_{i=1}^3$ 的自由度为 $x_\phi = \theta_\phi - 1$ 。且存在一个正定的、径向无界的Lyapunov函数 $V_{\theta_\phi}(v)$ 是相对于权重 $\{v_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_\phi$ 次

齐次函数,  $\gamma_\phi > 1$ ,其沿向量 $F_{\theta_\phi}(v)$ 的Lie导数是负定的。进一步地,  $\frac{\partial V_{\theta_\phi}(v)}{\partial v_i}$ 和 $L_{F_{\theta_\phi}} V_{\theta_\phi}(v)$ 分

别是相对于权重 $\{v_i\}_{i=1}^3$ 的 $\gamma_\phi - v_i$ 次和 $\gamma_\phi + x_\phi$ 次齐次函数,存在正常数 $\tilde{B}_1$ ,  $\tilde{B}_2$ ,  $\tilde{B}_3$ 满足以下关系:

$$[0111] \quad \begin{aligned} & \left| \frac{\partial V_{\theta_\phi}(v)}{\partial v_i} \right| \leq \tilde{B}_1 V_{\theta_\phi}(v)^{\frac{\gamma_\phi - v_i}{\gamma_\phi}} \\ & L_{F_{\theta_\phi}} V_{\theta_\phi}(v) \leq -\tilde{B}_2 V_{\theta_\phi}(v)^{\frac{\gamma_\phi + x_\phi}{\gamma_\phi}} \\ & |v_i| \leq \tilde{B}_3 V_{\theta_\phi}(v)^{\frac{v_i}{\gamma_\phi}} \end{aligned} \quad (23)$$

[0112] 于是对于俯仰运动估计误差动力学 (22), 存在Lyapunov函数 $V_{0\phi}(\varepsilon(t))$ 满足以上定理, 对其求导可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{\theta\phi}(\varepsilon(t)) &= r^2 L_{F_{\theta\phi}} V_{\theta\phi}(\varepsilon(t)) + \frac{\partial V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))}{\partial \varepsilon_3} r h_{\phi}(x, t) \\
 &+ \frac{\partial V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))}{\partial \varepsilon_2} r^3 [\varphi_{\phi}(y_2, x_5) - \varphi_{\phi}(y_2, \hat{x}_5)] \\
 &\leq -r^2 \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_{\phi} + \lambda_{\phi}}{\gamma_{\phi}}} + r \tilde{B}_1 \bar{M}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_{\phi} - \nu_3}{\gamma_{\phi}}} \\
 &+ \tilde{B}_1 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_{\phi} - \nu_2}{\gamma_{\phi}}} \cdot \tilde{c}_2 |\varepsilon_2|
 \end{aligned} \tag{24}$$

[0114] 根据公式 (23) 可得, 若 $r > r_1^*$

$$r_1^* = \max \left\{ 1, \left( \frac{4 \tilde{B}_1 \tilde{B}_3 \tilde{c}_2}{\tilde{B}_2} V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{1 - \theta_{\phi}}{\gamma_{\phi}}} \right)^{\frac{1}{2}}, \frac{4 \tilde{B}_1 \bar{M}_2}{\tilde{B}_2} V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{2 - 3\theta_{\phi}}{\gamma_{\phi}}} \right\} \tag{25}$$

[0116] 则有

$$\dot{V}_{\theta\phi}(\varepsilon(t)) \leq -\frac{1}{2} r^2 \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_{\phi} + \lambda_{\phi}}{\gamma_{\phi}}} < 0 \tag{26}$$

[0118] 对不等式 (26) 的两端分别积分可得

$$V_{\theta\phi}(\varepsilon(t)) = \int_0^t \dot{V}_{\theta\phi}(\varepsilon(t)) dt + V_{\theta\phi}(\varepsilon(0)) \leq V_{\theta\phi}(\varepsilon(0)) \tag{27}$$

[0120] 同时从公式 (26) 可以看出,  $V_{0\phi}(\varepsilon(t))$  是严格递减的函数,  $\varepsilon(t)$  将会随着时间 $t$ 的增加渐近收敛于一个足够小的有界范围。

[0121] 进一步地, 根据误差变量 $\varepsilon_i$ , 公式 (23) 和公式 (27) 可得, 当 $r > r_1^*$ 时

$$|x_i - \hat{x}_i| \leq \frac{1}{\rho^{13-2i}} \tilde{B}_3 V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{\nu_i}{\gamma_{\phi}}}, i = 4, 5, 6 \tag{28}$$

[0123] 这意味着当设计参数 $r$ 足够大时, 俯仰运动扩张状态观测器的观测误差将会在有限时间内快速收敛到零, 从而保证俯仰运动非线性扩张状态观测器的观测性能。

[0124] 具体实施方式四:

[0125] 本实施方式与具体实施方式一至三不同的是: 步骤三中所述的基于非线性扩张状态观测器所得到的不可测状态和不确定干扰估计设计输出反馈稳定控制器的控制率具体包括以下四个部分:

[0126] (一) 设计垂向运动输出反馈稳定控制率, 并进行垂向运动闭环稳定性验证

[0127] 若设计垂向运动输出反馈稳定控制率使1/2车辆主动悬挂系统的垂向运动状态可在有限时间内收敛到零, 保证主动悬挂的垂向运动性能。为此针对1/2车辆主动悬挂系统垂向动力学构建辅助系统, 令 $\xi_i = \rho^{2-i} x_i, i = 1, 2$ , 设计如下形式的垂向运动等效控制力

$$u_z = M_0 [\rho^2 a_1 y_1 + \rho a_2 \hat{x}_2 - \hat{x}_3] \tag{29}$$

[0129] 其中控制参数 $a_1, a_2$ 满足 $A_{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}$ 为Hurwitz矩阵, 垂向运动辅助系统动力学

可表示为

$$[0130] \quad \dot{\xi} = \rho A_{\xi} \xi + B_{\xi} \left( -\frac{1}{\rho^2} a_2 \eta_2 + \frac{1}{\rho} \eta_3 \right) + B_{\xi} \varphi_z(y_1, x_2) \quad (30)$$

[0131] 其中  $B_{\xi} = [0 \ 1]^T$ 。

[0132] 任何控制系统控制器的设计都必须保证稳定性的要求, 否则所设计的控制器就没有任何意义可言。下面证明在控制率  $u_z$  下的垂向运动闭环有限时间稳定性, 选择与垂向运动非线性扩张状态观测器的估计误差和垂向运动状态有关的Lyapunov函数

$$[0133] \quad V_z(\eta(t), \xi(t)) = V_{\theta_z}(\eta(t)) + V_{L_z}(\xi(t)) \quad (31)$$

[0134] 其中  $V_{L_z}(\xi(t)) = \xi(t)^T P_z \xi(t)$ ,  $P_z$  是Lyapunov方程  $A_{\xi}^T P_z + P_z A_{\xi} = -I$  的正定解。对  $V_z(\eta(t), \xi(t))$  求导可得

$$[0135] \quad \begin{aligned} \dot{V}_z(\eta(t), \xi(t)) &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - \rho \xi^T \xi \\ &\quad + 2\xi^T P_z B_{\xi} \left( -\frac{1}{\rho^2} a_2 \eta_2 + \frac{1}{\rho} \eta_3 \right) + 2\xi^T P_z B_{\xi} \varphi_z(y_1, x_2) \\ &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - \rho \|\xi\|^2 + \frac{2}{\rho^2} |a_2| \lambda_{\max}(P_z) \|\xi\| |\eta_2| \\ &\quad + \frac{2}{\rho} \lambda_{\max}(P_z) \|\xi\| |\eta_3| + 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) \|\xi\|^2 \end{aligned} \quad (32)$$

[0136] 其中  $\bar{c} = \max\{\bar{c}_1, \bar{c}_2\}$ 。根据公式(14)可进一步得

$$[0137] \quad \begin{aligned} \dot{V}_z(\eta(t), \xi(t)) &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - (\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)) \|\xi\|^2 \\ &\quad + \frac{2}{\rho^2} |a_2| \lambda_{\max}(P_z) \bar{B}_3 \|\xi\| V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\mu_2}{\gamma_z}} + \frac{2}{\rho} \lambda_{\max}(P_z) \bar{B}_3 \|\xi\| V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\mu_3}{\gamma_z}} \\ &\leq -\frac{\rho^2}{2} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - (\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) - 2) \|\xi\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{\rho^4} \lambda_{\max}^2(P_z) |a_2|^2 \bar{B}_3^2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{2\mu_2}{\gamma_z}} + \frac{1}{\rho^2} \lambda_{\max}^2(P_z) \bar{B}_3^2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{2\mu_3}{\gamma_z}} \end{aligned} \quad (33)$$

[0138] 若  $\rho > \rho_2^*$

$$[0139] \quad \rho_2^* = \max \left\{ \left( \frac{8\lambda_{\max}^2(P_z) |a_2|^2 \bar{B}_3^2 V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{\theta_z + 1 - \gamma_z}{\gamma_z}}}{\bar{B}_2} \right)^{\frac{1}{6}}, \left( \frac{8\lambda_{\max}^2(P_z) \bar{B}_3^2 V_{\theta_z}(\eta(0))^{\frac{3\theta_z - 1 - \gamma_z}{\gamma_z}}}{\bar{B}_2} \right)^{\frac{1}{4}}, 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) + 2 \right\} \quad (34)$$

[0140] 则

$$\begin{aligned}
 [0141] \quad \dot{V}_z(\eta(t), \xi(t)) &\leq -\frac{\rho^2}{4} \bar{B}_2 V_{\theta_z}(\eta(t))^{\frac{\gamma_z + \lambda_z}{\gamma_z}} - \kappa_z \|\xi\|^2 \\
 &\leq 0 \quad \kappa_z = \rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z) - 2
 \end{aligned} \quad (35)$$

[0142] 可以看到  $\dot{V}_z(\eta(t), \xi(t))$  是负定的, 但  $V_{0_z}(\eta(t))$  和  $V_{L_z}(\xi(t))$  均为正定函数, 因此根据LaSalle不变性理论, 可以得到当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i - \hat{x}_i$  和  $x_i$  均渐近趋于零, 进而得出控制率  $u_z$  可以保证垂向动力学的闭环渐进稳定性。

[0143] 接下来证明所设计的控制率可保证垂向运动状态的有限时间收敛性。

[0144] 根据(21)可知, 存在正常数  $\Gamma_z, t_z$  和  $\rho > \rho_1^*$  满足

$$[0145] \quad \|\eta(t)\| \leq \Gamma_z, \forall t > t_z \quad (36)$$

[0146] 进而可以得到

$$\begin{aligned}
 [0147] \quad \dot{V}_{L_z}(\xi(t)) &= -(\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)) \|\xi\|^2 + 2(|a_2| + 1) \lambda_{\max}(P_z) \frac{\Gamma_z}{\rho} \|\xi\| \\
 &\leq -\frac{\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)}{\lambda_{\max}(P_z)} V_{L_z}(\xi(t)) + 2(|a_2| + 1) \lambda_{\max}(P_z) \frac{\Gamma_z}{\rho} \sqrt{\frac{V_{L_z}(\xi(t))}{\lambda_{\min}(P_z)}}
 \end{aligned} \quad (37)$$

[0148] 进一步有

$$[0149] \quad \frac{d\sqrt{V_{L_z}(\xi(t))}}{dt} = -\delta_{z1} \sqrt{V_{L_z}(\xi(t))} + \delta_{z2} \frac{\Gamma_z}{\rho} \quad (38)$$

[0150] 其中  $\delta_{z1} = \frac{\rho - 4\bar{c} \lambda_{\max}(P_z)}{2\lambda_{\max}(P_z)}$ ,  $\delta_{z2} = \frac{(|a_2| + 1) \lambda_{\max}(P_z)}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_z)}}$ 。求解上面的微分方程可得

$$\begin{aligned}
 [0151] \quad \|\xi(t)\| &\leq \sqrt{\frac{V_{L_z}(\xi(t))}{\lambda_{\min}(P_z)}} \\
 &\leq \sqrt{\frac{V_{L_z}(\xi(0))}{\lambda_{\min}(P_z)}} e^{-\delta_{z1}t} + \frac{1}{\rho} \frac{\delta_{z2} \Gamma_z}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_z)}} \int_0^t e^{-\delta_{z1}(t-\tau)} d\tau
 \end{aligned} \quad (39)$$

[0152] 结合垂向运动辅助系统可得

$$[0153] \quad |x_i(t)| \leq \frac{1}{\rho^{2-i}} \left[ \sqrt{\frac{V_{L_z}(\xi(0))}{\lambda_{\min}(P_z)}} e^{-\delta_{z1}t} + \frac{1}{\rho} \frac{\delta_{z2} \Gamma_z}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_z)}} \int_0^t e^{-\delta_{z1}(t-\tau)} d\tau \right] \quad (40)$$

[0154] 从上式可以看出, 当  $\rho$  足够大时, 存在常数  $\bar{t}_z > t_z$ , 对任意的  $t > \bar{t}_z$ , 状态变量  $x_i, i = 1, 2$  将会趋于零, 即垂向运动状态将在有限时间内收敛于零, 从而获得满意的垂向位移和垂向加速度性能。

[0155] (二) 设计俯仰运动输出反馈稳定控制率, 并进行俯仰运动闭环稳定性验证

[0156] 设计俯仰运动输出反馈稳定控制率使1/2车辆主动悬挂系统的俯仰运动状态在有限时间内收敛于零, 则可保证主动悬挂的俯仰运动性能。为此针对1/2车辆主动悬挂系统俯仰动力学构建辅助系统, 令  $\zeta_{i-3} = r^{5-i} x_i, i = 4, 5$

$$[0157] \quad u_\phi = I_0 \left[ r^2 b_1 y_2 + r b_2 \hat{x}_5 - \hat{x}_6 \right] \quad (41)$$

[0158] 其中设计参数  $b_1, b_2$  满足  $A_\zeta = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$  为 Hurwitz 矩阵, 俯仰运动辅助系统动力学可表示为

$$[0159] \quad \dot{\zeta} = r A_\zeta \zeta + B_\zeta \left( -\frac{1}{r^2} b_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{r} \varepsilon_3 \right) + B_\zeta \varphi_\phi(y_2, x_5) \quad (42)$$

[0160] 其中  $B_\zeta = [0 \ 1]^T$ 。

[0161] 下面证明在控制率  $u_\phi$  下的俯仰运动闭环有限时间稳定性, 选择与俯仰运动非线性扩张状态观测器的估计误差和俯仰运动状态有关的 Lyapunov 函数

$$[0162] \quad V_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) = V_{0\phi}(\varepsilon(t)) + V_{L\phi}(\zeta(t)) \quad (43)$$

[0163] 其中  $V_{L\phi}(\zeta(t)) = \zeta(t)^T P_\phi \zeta(t)$ ,  $P_\phi$  是 Lyapunov 方程  $A_\zeta^T P_\phi + P_\phi A_\zeta = -I$  的正定解。对  $V_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t))$  求导可得

$$[0164] \quad \begin{aligned} \dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - r \zeta^T \zeta \\ &\quad + 2\zeta^T P_\phi B_\zeta \left( -\frac{1}{r^2} b_2 \varepsilon_2 + \frac{1}{r} \varepsilon_3 \right) + 2\zeta^T P_\phi B_\zeta \varphi_\phi(y_2, x_5) \\ &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - r \|\zeta\|^2 + \frac{2}{r^2} |b_2| \lambda_{\max}(P_\phi) \|\zeta\| |\varepsilon_2| \\ &\quad + \frac{2}{r} \lambda_{\max}(P_\phi) \|\zeta\| |\varepsilon_3| + 4\tilde{c} \lambda_{\max}(P_\phi) \|\zeta\|^2 \end{aligned} \quad (44)$$

[0165] 其中  $\tilde{c} = \max\{\tilde{c}_1, \tilde{c}_2\}$ 。根据公式 (23) 可进一步得

$$[0166] \quad \begin{aligned} \dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - (r - 4\tilde{c} \lambda_{\max}(P_\phi)) \|\zeta\|^2 \\ &\quad + \frac{2}{r^2} |b_2| \lambda_{\max}(P_\phi) \tilde{B}_3 \|\zeta\| V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\nu_2}{\gamma_\phi}} + \frac{2}{r} \lambda_{\max}(P_\phi) \tilde{B}_3 \|\zeta\| V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\nu_3}{\gamma_\phi}} \\ &\leq -\frac{r^2}{2} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - (r - 4\tilde{c} \lambda_{\max}(P_\phi) - 2) \|\zeta\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{r^4} \lambda_{\max}^2(P_\phi) |b_2|^2 \tilde{B}_3^2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{2\nu_2}{\gamma_\phi}} + \frac{1}{r^2} \lambda_{\max}^2(P_\phi) \tilde{B}_3^2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{2\nu_3}{\gamma_\phi}} \end{aligned} \quad (45)$$

[0167] 若  $r > r_2^*$

$$[0168] \quad r_2^* = \max \left\{ \left( \frac{8 \lambda_{\max}^2(P_\phi) |b_2|^2 \tilde{B}_3^2}{\tilde{B}_2} V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{\theta_\phi + 1 - \gamma_\phi}{\gamma_\phi}} \right)^{\frac{1}{6}}, \left( \frac{8 \lambda_{\max}^2(P_\phi) \tilde{B}_3^2}{\tilde{B}_2} V_{\theta\phi}(\varepsilon(0))^{\frac{3\theta_\phi - 1 - \gamma_\phi}{\gamma_\phi}} \right)^{\frac{1}{4}}, 4\tilde{c} \lambda_{\max}(P_\phi) + 2 \right\} \quad (46)$$

[0169] 则

$$\begin{aligned}
[0170] \quad \dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t)) &\leq -\frac{r^2}{4} \tilde{B}_2 V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))^{\frac{\gamma_\phi + \lambda_\phi}{\gamma_\phi}} - \kappa_\phi \|\zeta\|^2 \\
&\leq 0 \quad \kappa_\phi = r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi) - 2
\end{aligned} \tag{47}$$

[0171] 可以看到 $\dot{V}_\phi(\varepsilon(t), \zeta(t))$ 是负定的,但 $V_{\theta\phi}(\varepsilon(t))$ 和 $V_{L\phi}(\zeta(t))$ 均为正定函数,因此根据LaSalle不变性理论,可以得到当 $t \rightarrow \infty$ 时,  $x_i - \hat{x}_i$ 和 $x_i$ 均渐近趋于零,进而得出控制率 $u_\phi$ 可保证俯仰动力学的闭环渐进稳定性。

[0172] 接下来证明所设计的控制率可保证俯仰运动状态的有限时间收敛性。

[0173] 根据公式(28)可知,存在正常数 $\Gamma_\phi, t_\phi$ 和 $r > r_1^*$ 满足

$$[0174] \quad \|\varepsilon(t)\| \leq \Gamma_\phi, \forall t > t_\phi \tag{48}$$

[0175] 进而可以得到

$$\begin{aligned}
[0176] \quad \dot{V}_{L\phi}(\zeta(t)) &= -(r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi))\|\zeta\|^2 + 2(|b_2| + 1)\lambda_{\max}(P_\phi)\frac{\Gamma_\phi}{r}\|\zeta\| \\
&\leq -\frac{r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi)}{\lambda_{\max}(P_\phi)}V_{L\phi}(\zeta(t)) + 2(|b_2| + 1)\lambda_{\max}(P_\phi)\frac{\Gamma_\phi}{r}\sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(t))}{\lambda_{\min}(P_\phi)}}
\end{aligned} \tag{49}$$

[0177] 进一步有

$$[0178] \quad \frac{d\sqrt{V_{L\phi}\zeta(t)}}{dt} = -\delta_{\phi 1}\sqrt{V_{L\phi}\zeta(t)} + \delta_{\phi 2}\frac{\Gamma_\phi}{r} \tag{50}$$

[0179] 其中 $\delta_{\phi 1} = \frac{r - 4\tilde{c}\lambda_{\max}(P_\phi)}{2\lambda_{\max}(P_\phi)}$ ,  $\delta_{\phi 2} = \frac{(|b_2| + 1)\lambda_{\max}(P_\phi)}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_\phi)}}$ 。求解上面的微分方程可得

$$\begin{aligned}
[0180] \quad \|\zeta(t)\| &\leq \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(t))}{\lambda_{\min}(P_\phi)}} \\
&\leq \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(0))}{\lambda_{\min}(P_\phi)}} e^{-\delta_{\phi 1}t} + \frac{1}{r} \frac{\delta_{\phi 2}\Gamma_\phi}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_\phi)}} \int_0^t e^{-\delta_{\phi 1}(t-\tau)} d\tau
\end{aligned} \tag{51}$$

[0181] 结合俯仰运动辅助系统可得

$$[0182] \quad |x_i(t)| \leq \frac{1}{r^{5-i}} \left[ \sqrt{\frac{V_{L\phi}(\zeta(0))}{\lambda_{\min}(P_\phi)}} e^{-\delta_{\phi 1}t} + \frac{1}{r} \frac{\delta_{\phi 2}\Gamma_\phi}{\sqrt{\lambda_{\min}(P_\phi)}} \int_0^t e^{-\delta_{\phi 1}(t-\tau)} d\tau \right] \tag{52}$$

[0183] 从上式可以看出,当 $r$ 足够大时,存在常数 $\bar{t}_\phi > t_\phi$ ,对任意的 $t > \bar{t}_\phi$ ,状态变量 $x_i, i = 4, 5$ 将会趋于零,即俯仰运动状态将在有限时间内收敛于零,从而获得满意的俯仰角和俯仰角加速度性能。

[0184] (三)对垂向运动和俯仰运动稳定控制率进行解耦,得到单个悬挂作动器的主动控制力

[0185] 根据公式(2),公式(29)和公式(41)可以对悬挂作动器的输入力进行解耦,得到前悬挂作动器主动控制力 $u_1$ 和后悬挂作动器主动控制力 $u_2$ ,具体的

$$\begin{aligned}
 [0186] \quad u_1 &= \frac{bu_z + u_\phi}{a+b}, \\
 u_2 &= \frac{au_z - u_\phi}{a+b}
 \end{aligned} \tag{53}$$

[0187] (四) 确保主动悬挂系统的零动态稳定性

[0188] 进一步地,从公式(1)可以看出,1/2车辆悬挂系统是一个八阶系统,而上述控制率设计过程针对的是与簧载质量动力学有关的四阶系统,因此还需考虑与非簧载质量相关的系统零动态稳定性。

[0189] 令系统输出 $y_1$ 和 $y_2$ 恒等于0,则

$$\begin{aligned}
 [0190] \quad u_z &= F_{s1} + F_{d1} + F_{s2} + F_{d2} - \Delta F_z(t) \\
 u_\phi &= a(F_{s1} + F_{d1}) - b(F_{s2} + F_{d2}) - \Delta M_\phi(t)
 \end{aligned} \tag{54}$$

[0191] 根据公式(53)可以解得 $u_1$ 和 $u_2$ ,代入公式(1)中的前、后轮胎簧下质量动力学中,可以得到系统的零动态动力学。定义 $\bar{x} = [x_7, x_8, x_9, x_{10}]^T = [z_{u1}, \dot{z}_{u1}, z_{u2}, \dot{z}_{u2}]^T$ ,有

$$[0192] \quad \dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B_r z_o + B_w w \tag{55}$$

[0193] 其中

$$[0194] \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{t1}}{m_{u1}} & -\frac{c_{b1}}{m_{u1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_{t2}}{m_{u2}} & -\frac{c_{b2}}{m_{u2}} \end{bmatrix}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{t1}}{m_{u1}} & \frac{c_{b1}}{m_{u1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{t2}}{m_{u2}} & \frac{c_{b2}}{m_{u2}} \end{bmatrix},$$

$$[0195] \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{b}{m_{u1}(a+b)} & \frac{1}{m_{u1}(a+b)} \\ 0 & 0 \\ \frac{a}{m_{u2}(a+b)} & \frac{-1}{m_{u2}(a+b)} \end{bmatrix}, \quad z_o = \begin{bmatrix} z_{o1} \\ \dot{z}_{o1} \\ z_{o2} \\ \dot{z}_{o2} \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} \Delta F_z \\ \Delta M_\phi \end{bmatrix}$$

[0196] 显然矩阵A是Hurwitz矩阵,因此存在一个正定对称矩阵P满足 $A^T P + PA = -Q$ 。

[0197] 选择一个Lyapunov函数 $V = \bar{x}^T P \bar{x}$ ,对其求导可得

$$\begin{aligned}
 [0198] \quad \dot{V} &= \bar{x}^T (A^T P + PA) \bar{x} + 2\bar{x}^T P B_r z_o + 2\bar{x}^T P B_w w \\
 &\leq -\bar{x}^T Q \bar{x} + \frac{1}{\tau_1} \bar{x}^T P B_r B_r^T P \bar{x} + \tau_1 z_o^T z_o + \frac{1}{\tau_2} \bar{x}^T P B_w B_w^T P \bar{x} + \tau_2 w^T w \\
 &\leq \left[ -\lambda_{\min}(P^{-\frac{1}{2}} Q P^{-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_1} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_r B_r^T P^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_2} \lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}} B_w B_w^T P^{\frac{1}{2}}) \right] V \\
 &\quad + \tau_1 z_o^T z_o + \tau_2 w^T w
 \end{aligned} \tag{56}$$

[0199] 其中 $\tau_1$ 和 $\tau_2$ 为正实数,必存在合适的正实数 $\sigma_1, \sigma_2$ 满足

$$[0200] \quad -\lambda_{\min}(P^{-\frac{1}{2}}QP^{-\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_1}\lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}}B_rB_r^TP^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{\tau_2}\lambda_{\max}(P^{\frac{1}{2}}B_wB_w^TP^{\frac{1}{2}}) < -\sigma_1$$

$$[0201] \quad \tau_1 z_o^T z_o + \tau_2 w^T w < \sigma_2$$

[0202] 则  $\dot{V} \leq -\sigma_1 V + \sigma_2$ , 两边积分可得

$$[0203] \quad V(t) \leq (V(0) - \frac{\sigma_2}{\sigma_1})e^{-\sigma_1 t} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (57)$$

[0204] 从公式(57)可以看出Lyapunov函数V是有界的,其表明 $x_i$  ( $i=7,8,9,10$ )是有界稳定的,因此所设计的控制器保证了主动悬挂系统零动态稳定性。结合Lyapunov函数 $V_z$ 和 $V_\phi$ 可以看出所设计的控制器可保证整个主动悬挂系统的闭环稳定性。

[0205] 具体实施方式五:

[0206] 本实施方式与具体实施方式一至四不同的是:步骤四中所述的调节输出反馈稳定控制器的设计参数,直到达到预期的控制效果具体为:

[0207] 调节垂向运动非线性扩张状态观测器设计参数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 和俯仰运动非线性扩张状态观测器设计参数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ,使矩阵 $\Xi_z$ 和 $\Xi_\phi$ 为Hurwitz矩阵。调节垂向运动控制率增益系数 $a_1, a_2$ 和俯仰运动控制率增益系数 $b_1, b_2$ ,使矩阵 $A_\xi$ 和 $A_\zeta$ 为Hurwitz矩阵。同时调节控制器设计参数 $\rho$ 和 $r$ 满足 $\rho > \max\{\rho_1^*, \rho_2^*\}$ ,  $r > \max\{r_1^*, r_2^*\}$ ,保证整个非线性扩张状态观测器的估计误差、系统状态及其整个闭环系统的有限时间收敛性。在满足上述条件的基础上调节控制器的设计参数,直到达到预期的控制效果。

[0208] 采用以下实施例验证本发明的有益效果:

[0209] 在实施例中,假设前、后悬挂弹簧和减振器的非线性模型如下:

$$[0210] \quad \begin{aligned} F_{s1} &= k_{s1}(z_1 - z_{u1}) + k_{s1n}(z_1 - z_{u1})^3 & F_{s2} &= k_{s2}(z_2 - z_{u2}) + k_{s2n}(z_2 - z_{u2})^3 \\ F_{d1} &= \begin{cases} b_{e1}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{u1}), \dot{z}_1 - \dot{z}_{u1} \geq 0 \\ b_{c1}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{u1}), \dot{z}_1 - \dot{z}_{u1} < 0 \end{cases} & F_{d2} &= \begin{cases} b_{e2}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{u2}), \dot{z}_2 - \dot{z}_{u2} \geq 0 \\ b_{c2}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{u2}), \dot{z}_2 - \dot{z}_{u2} < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (58)$$

[0211] 其中 $F_{s1}$ 和 $F_{d1}$ 可表示为如下线性项和非线性项之和的形式,

$$[0212] \quad F_{d1} = \frac{b_{e1} + b_{c1}}{2}(\dot{z}_1 - \dot{z}_{u1}) + F_{d1n}, \quad F_{d2} = \frac{b_{e2} + b_{c2}}{2}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{u2}) + F_{d2n}$$

[0213] 仿真验证采用如下参数,簧载质量 $M=1200\text{kg}$ ,车身俯仰运动转动惯量 $I=600\text{kgm}^2$ ,前轮簧下质量 $m_{u1}=100\text{kg}$ ,后轮簧下质量 $m_{u2}=100\text{kg}$ ,前、后悬挂弹簧的线性刚度系数 $k_{s1}=k_{s2}=1500\text{N/m}$ ,前、后悬挂弹簧的非线性刚度系数 $k_{s1n}=k_{s2n}=1000\text{N/m}^3$ ,前、后悬挂减振器在伸长时的阻尼系数 $b_{e1}=b_{e2}=1500\text{Ns/m}$ ,前、后悬挂减振器在收缩时的阻尼系数 $b_{c1}=b_{c2}=1200\text{Ns/m}$ ,前轮轮胎刚度系数 $k_{t1}=200000\text{N/m}$ ,后轮轮胎刚度系数 $k_{t2}=150000\text{N/m}$ ,前轮减振器的阻尼系数 $c_{b1}=1500\text{Ns/m}$ ,后轮减振器的阻尼系数 $c_{b2}=2000\text{Ns/m}$ ,前悬挂中心距车身质心的距离为 $a=1.2\text{m}$ ,后悬挂中心距车身质心的距离为 $b=1.5\text{m}$ 。

[0214] 实施例一:

[0215] 本实施例采用公式(58)所述的弹簧和减振器非线性模型及悬挂系统参数,路面输入采用坡起路面,坡起路面可以视作平整路面上的突然扰动输入,它是一种短时间大幅度的离散振动输入。选取如下形式的坡起路面输入函数:

$$[0216] \quad z_{o1}(t) = \begin{cases} \frac{h}{2}[1 - \cos(8\pi t)], & 0 \leq t \leq 0.25 \\ 0, & t > 0.25 \end{cases} \quad (59)$$

[0217] 这里 $h=3\text{cm}$ 表示坡起路面输入的凸起高度,车辆的行驶速度为 $V=20\text{m/s}$ 。后轮路面输入位移为前轮路面输入在时间上的延时,延时时间为 $t = \frac{a+b}{V}$ 。

[0218] 控制器所用悬挂参数为 $M_0=1100\text{kg}$ ,  $I_0=550\text{kgm}^2$ ,  $k_{s10}=16000\text{N/m}$ ,  $k_{s20}=1400\text{N/m}$ ,  $b_{e10}=b_{e20}=1600\text{Ns/m}$ ,  $b_{c10}=b_{c20}=1100\text{Ns/m}$ ,可以看出悬挂系统的实际参数和控制所用的悬挂参数相比有一定的波动。控制器的设计参数 $\alpha_1=\alpha_2=\beta_1=\beta_2=3$ ,  $\alpha_3=\beta_3=1$ ,  $\theta_z = \theta_\phi = \frac{5}{6}$ ,  $a_1=a_2=-20$ ,  $b_1=b_2=-20$ ,  $\rho=17$ ,  $r=20$ 。

[0219] 仿真结果如图3~图6所示,从图中可以看出在坡起路面输入下,主动悬挂系统的垂向位移、俯仰角、垂向加速度和俯仰角加速度的大小明显低于被动悬挂系统,曲线仅有微小波动。这表明本发明所设计的基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈稳定控制器可大幅度提高车辆的车身稳定性和乘坐舒适性。同时从图中可以看到,主动悬挂系统在遭遇突然的路面冲击时,可在很短时间内调整至稳定状态,证明了所设计的控制器具有很快的收敛速度。

[0220] 实施例二:

[0221] 本实施例仍采用公式(58)所述的弹簧和减振器非线性模型及悬挂系统参数,路面模型采用接近实际路面的随机路面输入,路面等级为C级。随机路面模型通过滤波方法产生,表达式为

$$[0222] \quad \dot{z}_{o1} = -2\pi n_0 z_{o1} + 2\pi \sqrt{G_q V} w_0 \quad (60)$$

[0223] 其中 $n_0=0.1$ 为空间参考频率, $G_q=256 \times 10^{-6}$ 为路面等级系数,车辆的行驶速度 $V=20\text{m/s}$ ,后轮路面输入位移为前轮路面输入在时间上的延时,不确定模型动态 $d_z = d_\phi = \sin(4\pi t)$ 。

[0224] 控制器所用悬挂参数为 $M_0=1100\text{kg}$ ,  $I_0=550\text{kgm}^2$ ,  $k_{s10}=16000\text{N/m}$ ,  $k_{s20}=1400\text{N/m}$ ,  $b_{e10}=b_{e20}=1600\text{Ns/m}$ ,  $b_{c10}=b_{c20}=1100\text{Ns/m}$ ,可以看出悬挂系统的实际参数和控制所用的悬挂参数相比有一定的波动。控制器的设计参数 $\alpha_1=\alpha_2=\beta_1=\beta_2=3$ ,  $\alpha_3=\beta_3=1$ ,  $\theta_z = \theta_\phi = \frac{5}{6}$ ,  $a_1=a_2=-20$ ,  $b_1=b_2=-20$ ,  $\rho=20$ ,  $r=22$ 。

[0225] 仿真结果如图7~图10所示,从图中可以看出,本发明所提出的基于非线性扩张状态观测器的主动悬挂输出反馈控制方法在非线性和不确定参数及不确定干扰存在的情况下,仍然具有平滑的垂向位移和俯仰角响应。同时车辆的垂向加速度和俯仰角加速度远低于被动悬挂系统。这表明本发明所提出的输出反馈稳定控制器具有很好的隔离振动和抗不确定干扰能力,可以很大程度地稳定车身姿态并提高车辆的乘坐舒适性。

[0226] 本发明还可有其它多种实施例,在不违背本发明精神及其实质的情况下,本领域技术人员可根据本发明作出各种相应的改变和变形,但这些相应的改变和变形都应属于本发明所附的权利要求的保护范围。

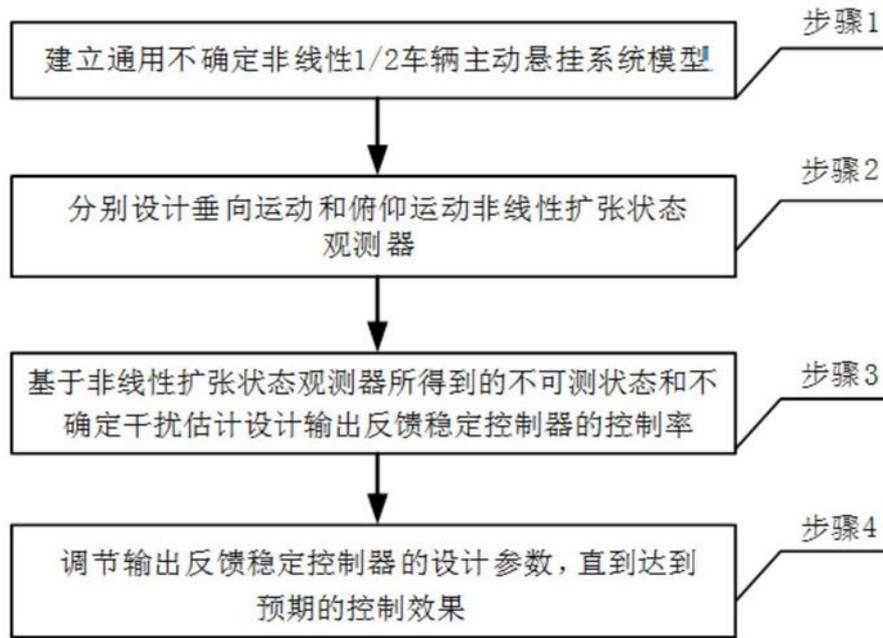


图1

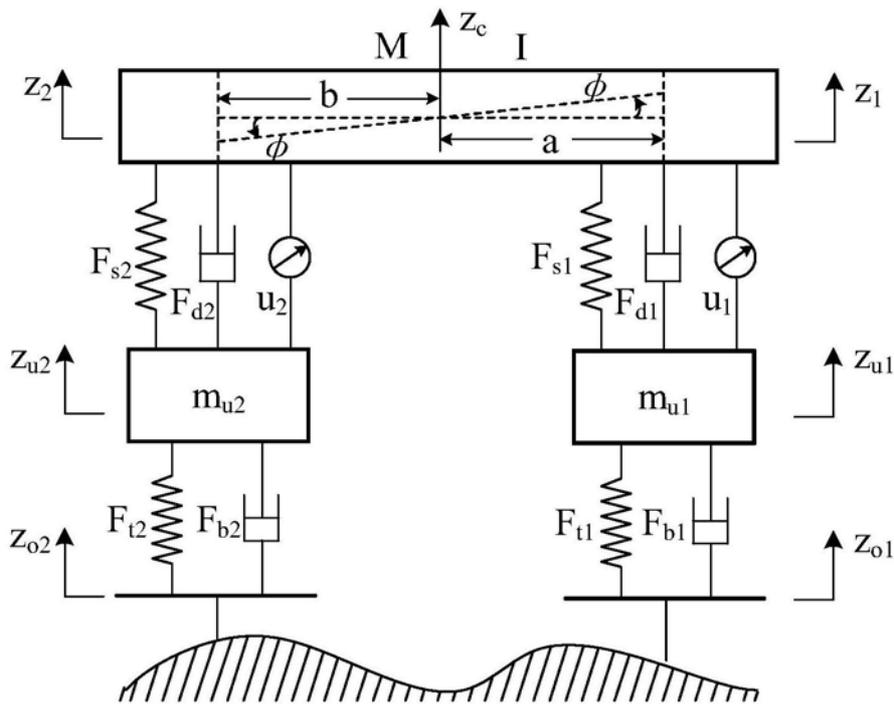


图2

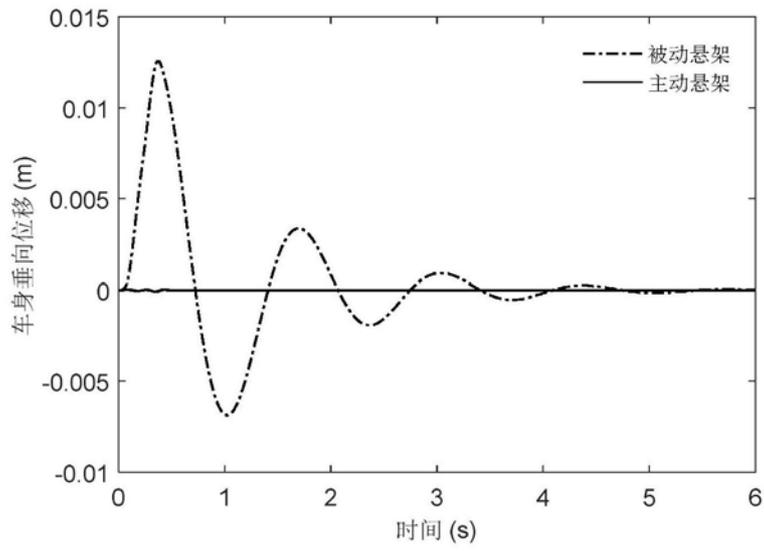


图3

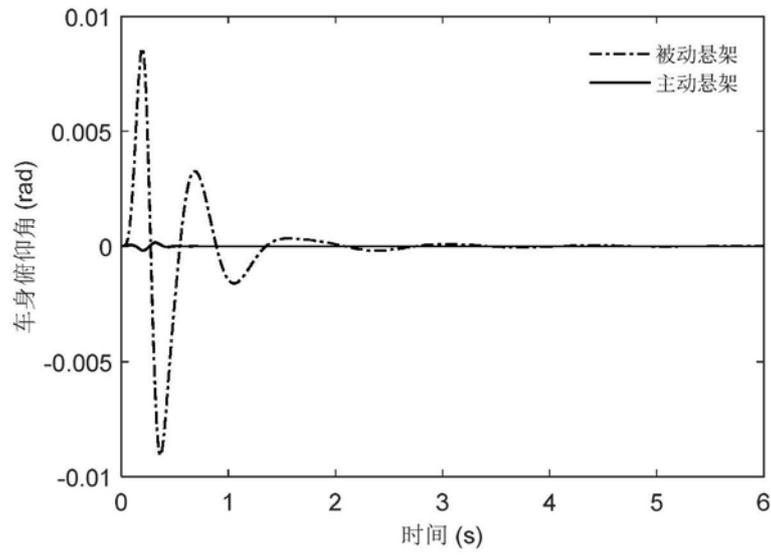


图4

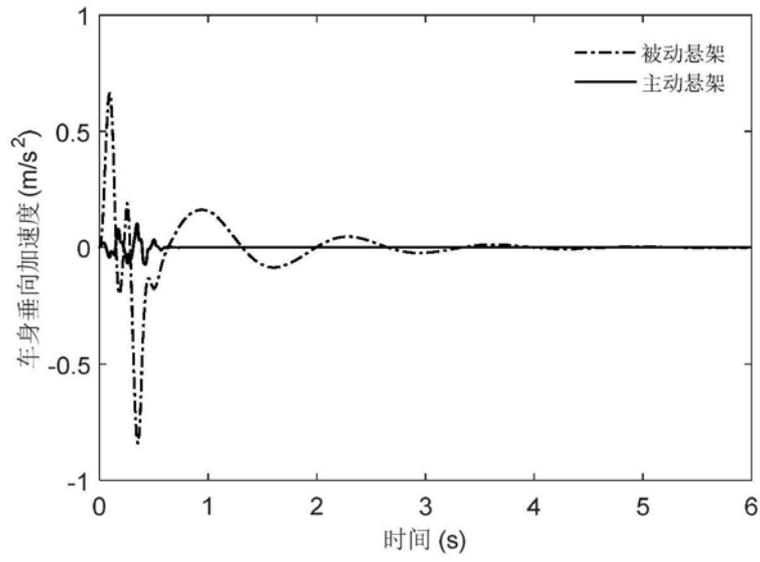


图5

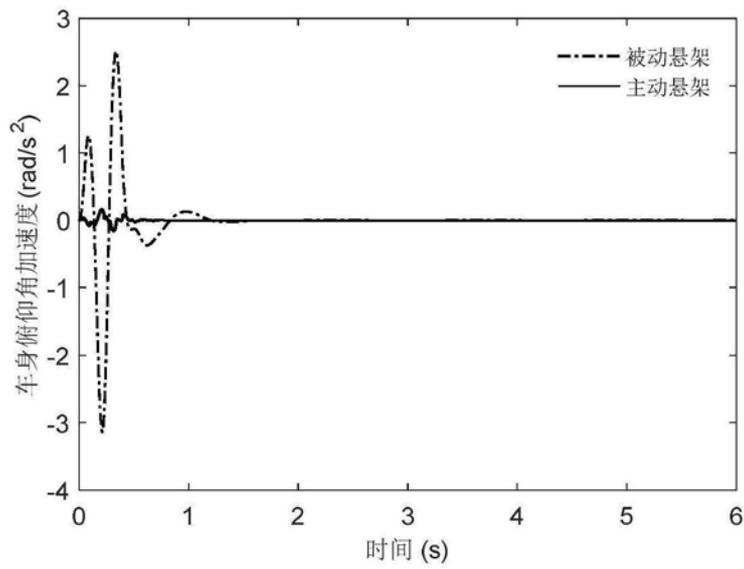


图6

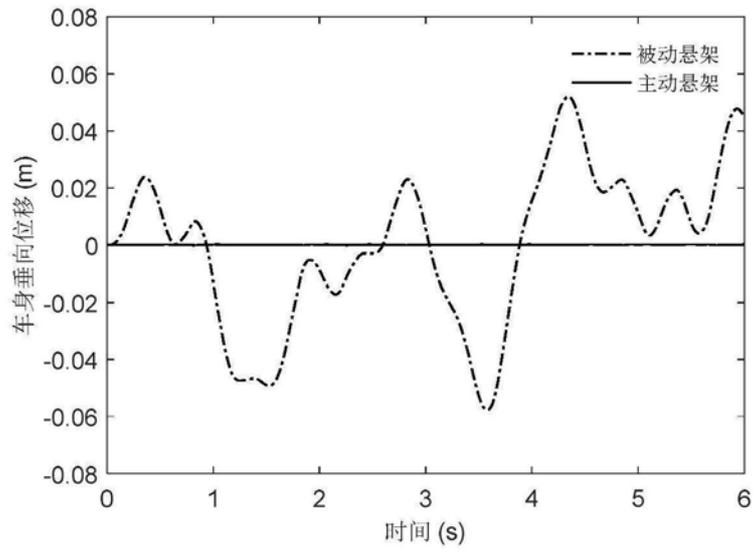


图7

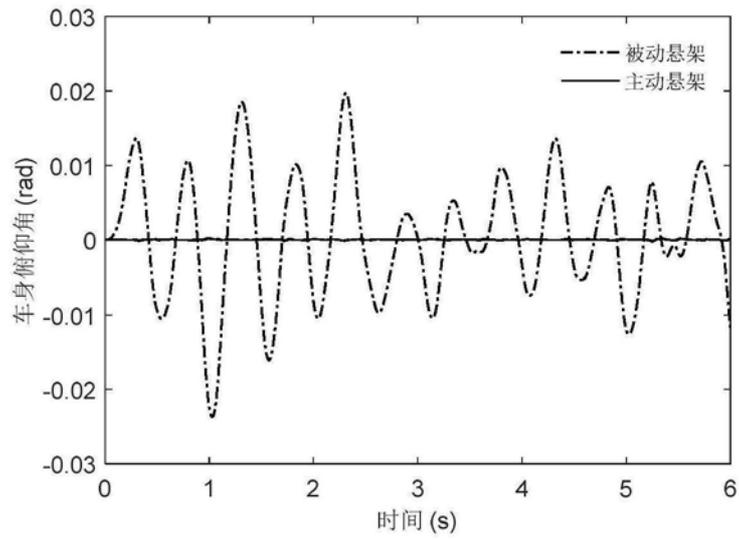


图8

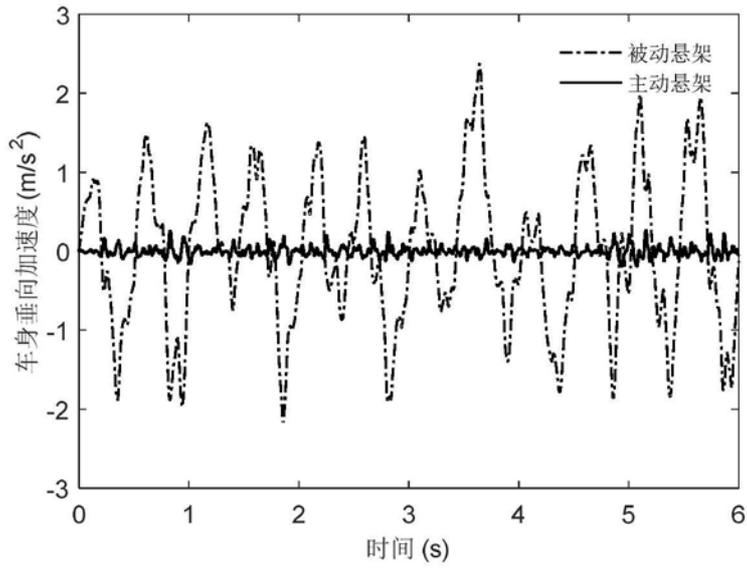


图9

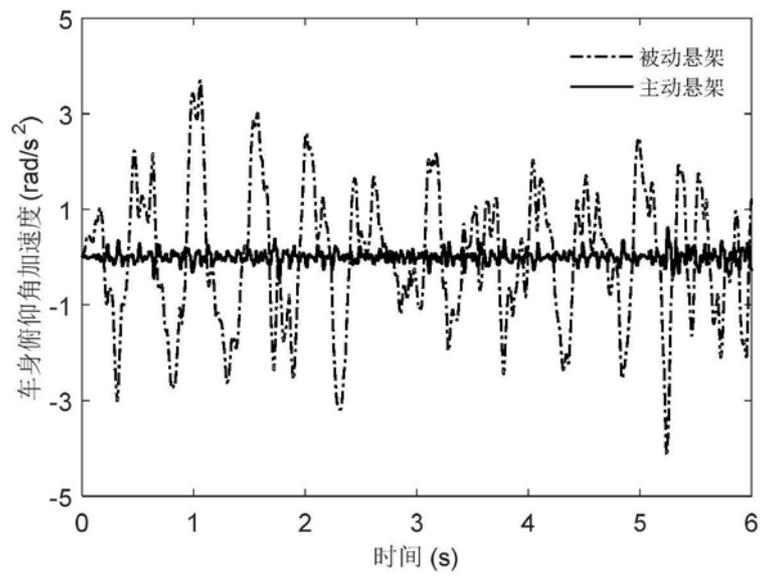


图10