

Historias de Matemáticas

Introducción Histórica a la Geodesia

Miguel J. Sevilla de Lerma

Revista de Investigación



ISSN 2174-0410

1 de abril de 2012

Resumen

En este artículo presentamos un recorrido evolutivo a lo largo de la historia de la Geodesia, haciendo especial énfasis en los logros obtenidos así como los personajes que escribieron con letras de oro el desarrollo de esta ciencia.

Palabras Clave: Geodesia, historia.

1. La Geodesia. Su objeto

La Geodesia es una de las Ciencias más antiguas cultivada por el hombre. El objeto de la Geodesia es el estudio y determinación de la forma y dimensiones de la Tierra, de su campo de gravedad, y sus variaciones temporales; constituye un apartado especialmente importante el establecimiento de sistemas de referencia, orientación de la Tierra en el espacio y la determinación y representación de posiciones de puntos de su superficie.

Etimológicamente la palabra Geodesia, del griego $\gamma\eta\delta\alpha\iota\omega$ (divido la tierra), significa la medida de las dimensiones de la Tierra, en su acepción moderna también engloba el estudio del campo de gravedad de la Tierra y de los planetas.

La Geodesia es una ciencia básica, con unos fundamentos fisicomatemáticos y con unas aplicaciones prácticas en amplias ramas del saber, como en Topografía, Cartografía, Fotogrametría, navegación e ingenierías de todo tipo sin olvidar su interés para fines militares. Está íntimamente relacionada con la Astronomía y la Geofísica, apoyándose alternativamente unas ciencias en otras en su desarrollo, en sus métodos y en la consecución de sus fines.

Todo el proceso de **determinación de posiciones** geodésicas, con el establecimiento y mantenimiento de sistemas de referencia terrestres y espaciales,

está íntimamente ligado con la forma y dimensiones de la Tierra, por lo tanto el problema de la determinación de la figura de la Tierra no es puramente teórico sino que tiene una proyección práctica en lo referente al cálculo de coordenadas de puntos y a la resolución de problemas geométricos sobre su superficie.

La parte teórica del problema general de la **figura de la Tierra** consiste en el estudio de las superficies de equilibrio de una hipotética masa fluida, sometida a acciones gravitatorias y a un movimiento de rotación. Por una parte habrá que efectuar numéricamente una comprobación de que las formas teóricas que se establezcan sean compatibles con la realidad, y por otra, a partir de la observación, habrá que calcular los parámetros que definan su forma y sus dimensiones. Aquí los conceptos físicos y geométricos están interrelacionados, la teoría del potencial y las ecuaciones integro diferenciales juegan un papel principal.

En Geodesia la superficie matemática de la Tierra es el **geoide**, superficie equipotencial en el campo de la gravedad terrestre que se toma como cota cero en la determinación de altitudes ortométricas. La materialización aproximada del geoide sería una superficie que envolviera la Tierra y que resultase de la prolongación de la superficie media de los mares a través de los continentes, siendo normal a todas las líneas de fuerza del campo gravífico terrestre (Figura 1). La determinación del geoide se convierte así en uno de los objetivos fundamentales de la Geodesia. Queda incluido como objeto de la Geodesia el estudio y medida del nivel del mar y sus variaciones temporales y espaciales.



Figura 1. Imagen de la Tierra desde el espacio. Foto tomada por los astronautas del Apollo XVII el 7 dic. 1972, en su vuelta del viaje a la Luna. Era la primera vez que una misión observaba el Polo Sur terrestre.

El estudio de las **mareas terrestres** y variaciones periódicas de la vertical también es objeto de la Geodesia, cuyas conclusiones al respecto son de sumo interés para la Astronomía y la Geofísica. Se estudian fundamentalmente las acciones atractivas del Sol y la Luna sobre la Tierra, la teoría del movimiento de estos astros es bien conocida. La observación del fenómeno consiste en la medida de las desviaciones provocadas en la vertical física, en sus componentes vertical y horizontales. En definitiva se trata de determinar el campo de gravedad de la Tierra y planetas y sus variaciones temporales.

Éste es el objeto de la Geodesia en su forma general, sin embargo no debemos olvidar otros fines prácticos de lo que podríamos llamar Geodesia regional

o utilitaria. Nos referimos a su aplicación a la formación de cartas o **mapas** en su más amplio sentido, incluyendo desde la carta topográfica fundamental de un país a las cartas o mapas especiales para fines concretos. En estos menesteres la Geodesia debe proporcionar la infraestructura geométrica necesaria y efectuar mediciones precisas de distancias, ángulos, altitudes, orientaciones, observaciones a satélites, etc. La formulación matemática se trata en la Teoría de **Redes Geodésicas**. Como ejemplos, las cartas hidrográficas para la navegación o las cartas planimétricas de empleo en agrimensura o catastro implican, cada una de ellas, una Geodesia particular con métodos apropiados. Tanto la medida geométrica de emplazamiento de radiofaros, torres de control, antenas, como los apoyos de base para la construcción de túneles, acueductos o autopistas incumbe en parte a la Geodesia. También debemos incluir los estudios del medio ambiente, búsqueda de recursos mineros y energéticos, sobre todo para fijar áreas de explotación y zonas de prospección para concesiones. Éstas y otras necesidades civiles hacen que se desarrollen métodos precisos y se utilicen tanto las técnicas clásicas como los modernos satélites artificiales.

Mención aparte debemos hacer al estudio de **deformaciones de la corteza**. La precisión alcanzada por los instrumentos de medida geodésicos es tan alta que pueden detectarse movimientos de la corteza del orden del milímetro. Esto abre un nuevo campo de actuación en el que entran de lleno los estudios de control de zonas activas de la corteza, los parámetros determinados pueden utilizarse como precursores de desastres naturales como en el caso de terremotos o erupciones volcánicas y su conexión con la geodinámica del planeta.

Citemos por último las grandes aplicaciones de la **microtriangulación** o fijación de posiciones relativas de puntos con precisiones del orden de la décima de milímetro. Esta precisión es necesaria en el control de ciertas instalaciones tales como fábricas de funcionamiento automático, centrales nucleares, instalación de radiotelescopios y en el estudio de deformación de presas, de grandes estructuras, etc. (Figura 2)

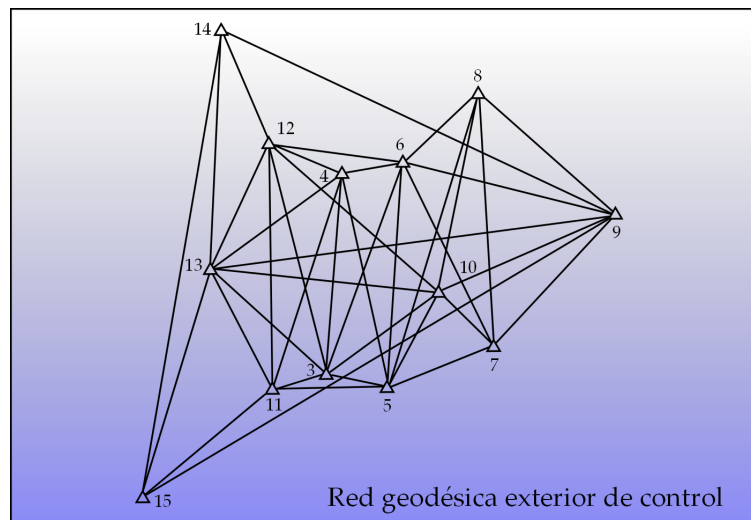


Figura 2. Red de control de la presa de El Atazar.

2. Divisiones de la Geodesia

Los objetivos de la Geodesia pueden alcanzarse siguiendo diversos métodos de trabajo a partir de distintos tipos de datos obtenidos directa o indirectamente, siendo así que atendiendo a ellos podemos distinguir tres grandes ramas.

Astronomía Geodésica.- Es aquella parte de la Geodesia que con métodos y observaciones astronómicas trata fundamentalmente de obtener la dirección de la vertical; determina, pues, coordenadas astronómicas, latitud Φ , longitud Λ (o el tiempo t) y acimutes astronómicos α . Con los datos obtenidos trata de determinar el geode como figura de la Tierra por el método de nivelación astrogeodésica, y efectuar la reorientación de redes geodésicas en la compensación de puntos Laplace. Las determinaciones astronómicas, tanto su teoría como sus métodos, son a veces incluidas dentro de la Astronomía de posición. Los métodos de pasos meridianos y de alturas iguales son los más comúnmente empleados.

Geodesia Geométrica.- Es aquella rama de la Geodesia en la que los datos de observación están constituidos por las medidas de ángulos y distancias en la superficie terrestre. Estos datos son referidos a un elipsoide de referencia para construir las triangulaciones en el caso de la Geodesia clásica bidimensional o bien estudiados en coordenadas cartesianas en el caso de la Geodesia tridimensional. También son necesarias las determinaciones de altitudes de puntos sobre una superficie de cota cero. El conocimiento de la geometría del elipsoide de revolución es fundamental.

Geodesia Mecánica.- Es aquella rama de la Geodesia que, basada en la teoría del potencial, trata de las medidas de la gravedad, del estudio del campo exterior y de la obtención de la forma de la Tierra; sus datos fundamentales son las medidas de la gravedad efectuadas generalmente en superficie, y las perturbaciones observadas en el movimiento de un satélite artificial. Está relacionada con la Geodesia geométrica, con la Geofísica, con la Astronomía y con la Mecánica Celeste. Suele subdividirse en Gravimetría, Teoría del Campo y consecuencias.

No obstante esta división, hoy día los métodos globales de la Geodesia actúan en conjunto con datos geométricos y dinámicos a fin de alcanzar sus objetivos de forma conjunta en la llamada **Geodesia Integrada**.

Desde el punto de vista temático, la Geodesia puede dividirse en diversas secciones o capítulos que, aunque relacionados unos con otros, algunos de ellos han adquirido entidad propia. Así, entre otros, tenemos.

Teoría de la figura de la Tierra.- Constituida por los principios de la teoría del potencial y teoría de figuras de equilibrio aplicados al campo de gravedad terrestre.

Teoría de redes geodésicas.- Incluye el estudio de las triangulaciones y trilateraciones, el cálculo y compensación de redes geodésicas de una, dos y tres dimensiones y el cálculo de coordenadas, con el análisis estadístico de los resultados.

Nivelación.- Trata de todo lo referente a la medida de altitudes y establecimiento de redes altimétricas.

Teoría de la rotación de la Tierra.- Estudia el movimiento de rotación de la Tierra, en un sistema de referencia fijo en el espacio (precesión y nutación) y en un sistema de referencia fijo al cuerpo (velocidad de rotación y movimiento del polo) y está íntimamente ligada a la Astronomía en lo referente a los sistemas de tiempo y nutación y a la Geofísica con los modelos del interior de la Tierra. Sus principales datos son las determinaciones astronómicas clásicas, los resultados de la Geodesia Doppler, GNSS, láser y VLBI. Modernamente se incluye también el estudio de la dinámica lunar y planetaria.

Gravimetría.- Trata de las determinaciones de la gravedad, sus reducciones, cálculo de anomalías y establecimiento de redes gravimétricas; sirve de base para aplicaciones geodésicas y geofísicas.

Geodesia Física.- Está constituida por aquellas teorías y métodos encaminados a la determinación del geoide, con datos dinámicos o gravimétricos, mediante un análisis del problema de contorno de la teoría del potencial. Describe los modelos terrestres de comparación para el establecimiento de la figura de la Tierra, calcula y utiliza fundamentalmente las anomalías gravimétricas. También estudia el campo exterior de la gravedad.

Mareas terrestres.- Estudia las desviaciones periódicas de la vertical debidas a las acciones gravitatorias del Sol y la Luna y sus efectos sobre el geoide y deformaciones de la Tierra, tanto desde un punto de vista teórico como numérico y experimental.

Geodesia tridimensional.- Trata el problema de la forma y dimensiones de la Tierra en un sistema de referencia tridimensional, aquí el elipsoide sólo será una superficie auxiliar de la que puede prescindirse. Su evolución actual se dirige al estudio de cuestiones de holonomía con sistemas de referencia móviles.

Geodesia espacial.- Esta nueva rama de la Geodesia trata principalmente con satélites artificiales cuya observación resulta más cómoda y precisa que la tradicional. Aplica técnicas tridimensionales y resuelve todos los problemas de la Geodesia tanto geométricos como dinámicos. En los cálculos emplea frecuentemente técnicas de colocación por mínimos cuadrados. Incluiremos también en la Geo-desia espacial los métodos propios de la VLBI. En esta parte se incluye el modelado y determinación de órbitas de satélites y el desarrollo de sus técnicas de observación.

Ya con entidad independiente, tenemos:

Cartografía.- Trata del establecimiento de cartas de todo tipo y engloba todas las fases de trabajo, desde los primeros levantamientos hasta la impresión final de los mapas. Se incluyen los Sistemas de Información Geográfica.

Topografía.- Trata del estudio y aplicación de los métodos necesarios para llegar a representar el terreno con todos sus detalles, naturales o no, en él existentes, así como de los instrumentos utilizados.

Fotogrametría.- Técnica que trata de estudiar y definir con precisión las formas, dimensiones y posiciones en el espacio, de un objeto cualquiera, utilizando esencialmente una o varias fotografías del mismo, en nuestro caso del terreno.

Desde 2003 la Geodesia se establece sobre tres pilares: Forma geométrica de la Tierra, Orientación de la Tierra en el espacio y Campo de Gravedad de la Tierra. La precisión estipulada fue de 10^{-9} .

3. Métodos Geodésicos

Los métodos geodésicos no son otra cosa que la aplicación al estudio de la Tierra de la metodología científica de "Observación, Cálculo y Comprobación". Se observa un fenómeno, con teorías físicas y el uso de la Matemática se establece un modelo que lo represente y después se comprueba lo cercanos que este modelo y sus consecuencias están de la realidad observada.

Como ya se ha dicho, la Geodesia pretende conocer la forma y dimensiones de la Tierra y la representación de puntos de su superficie, interesa, pues, conocer para cada punto de la superficie terrestre unas coordenadas que lo determinen que generalmente serán bien cartesianas (x, y, z) o bien geográficas (φ, λ, h) en un cierto sistema de referencia bien definido.

Para la **determinación de las coordenadas geográficas** puede pensarse en principio en la observación astronómica, esto puede ser válido para obtener las coordenadas de puntos individuales en número reducido, pero es evidente que pretender, por este procedimiento, asignar coordenadas a todos los puntos de la superficie terrestre es prácticamente imposible. Para subsanar este problema, la Geodesia clásica adopta una superficie matemática como figura de la Tierra y recubre dicha superficie con una red de triángulos de forma que conociendo las coordenadas de un vértice puedan calcularse las de los demás utilizando para ello simples medidas de ángulos o de distancias, o de ambas cosas.

Efectivamente, si suponemos por un momento la Tierra esférica, sea A un punto de coordenadas (φ, λ) conocidas (por ejemplo por observación astronómica); para calcular las coordenadas de otro punto B de la misma superficie consideremos el triángulo de posición PAB que los puntos A y B forman con el polo P de la esfera; si medimos la distancia AB entre ambos puntos y el acimut en A de la dirección AB , respecto del polo P , en el triángulo anterior conoceremos tres elementos: los lados AB , medido, y $PA = 90 - \varphi$, dato, y el ángulo en A medido. Resolviendo entonces este triángulo con las fórmulas clásicas de la trigonometría esférica, podremos conocer el lado PB que dará la latitud de B y el ángulo en P que siendo la diferencia de longitudes nos dará la longitud de B . (Figura 3)

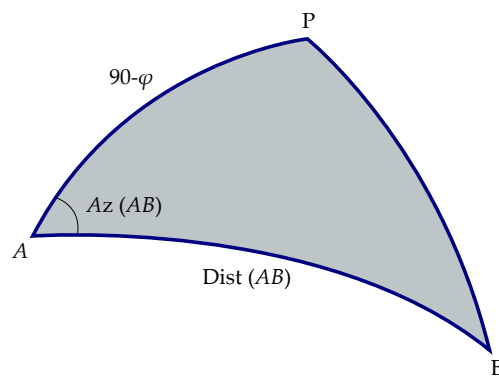


Figura 3. Cálculo de coordenadas

Con este sencillo procedimiento podrían determinarse las coordenadas de más de un punto y tendríamos la base para efectuar una representación car-

tográfica. Después de haber resuelto una red de grandes triángulos o red de primer orden, se plantearía otra red de triángulos más pequeños, denominada de segundo orden, apoyada en la anterior y así sucesivamente con un tercer y un cuarto orden hasta llegar a los trabajos de relleno propios de la Topografía. Esta es la teoría de redes geodésicas con infinidad de aplicaciones.

Mención aparte debemos hacer de la **altitud** h , tanto en su definición como en su determinación. Desde un punto de vista geométrico nos dará idea de la distancia de dicho punto a una cierta superficie de referencia. La elección de dicha superficie y de la línea sobre la que se toma dicha distancia son otros tantos problemas que la Geodesia debe resolver, debiendo dar, además, la definición precisa de altitud, concepto que vendrá a relacionar los aspectos geométricos y dinámicos de la Geodesia. Generalmente todo esto se conoce con el nombre de **nivelación**.

Evidentemente, las técnicas de cálculo no son tan sencillas como la expuesta anteriormente para el modelo esférico, pero hoy día esto no es problema: la Matemática nos proporciona los métodos de cálculo (por ejemplo sobre un elipsoide) y las computadoras lo ejecutan.

Al suponer los vértices de una red geodésica fijos, podemos obtener, en la fase de observación, más datos de los estrictamente necesarios para su cálculo, esta superabundancia de datos unida al hecho de que las observaciones en esencia son magnitudes aleatorias, nos permitirá aplicar técnicas estadísticas para obtener como resultado un conjunto único y geométrico de valores de las coordenadas de los puntos y una estimación de la precisión alcanzada. Esta fase se conoce con el nombre de **compensación** de la red.

La Geodesia clásica trata de resolver el problema de la figura de la Tierra siguiendo el proceso siguiente:

- a) Determinación de un elipsoide de revolución como figura aproximada de la Tierra.
- b) Determinación del geoide sobre este elipsoide dando sus ondulaciones o cotas del geoide sobre el elipsoide.
- c) Determinación de las posiciones de puntos de la superficie topográfica terrestre con relación a la superficie del geoide mediante nivelación. En la determinación de este elipsoide que será el que mejor se adapte a la forma de la Tierra, se utilizarán observaciones astronómicas y geodésicas principalmente datos gravimétricos y de satélites artificiales, siguiendo distintos métodos para la resolución del problema. Se denominará **elipsoide de referencia**.

En todos sus aspectos la Geodesia clásica presupone, o bien el conocimiento de la figura de la Tierra para la determinación de puntos de su superficie, o bien el conocimiento de dichos puntos para la determinación de la forma. En este sentido, se entiende por forma de la Tierra el **geoide**, que puede determinarse por diversos métodos y, si se elige convenientemente el elipsoide de referencia, la experiencia demuestra que las diferencias entre una y otra superficie son pequeñas alcanzando raramente el centenar de metros.

Para la determinación del geoide y del campo de gravedad de la Tierra se necesitan medidas de la gravedad, estas se obtienen con los instrumentos y métodos propios de la **Gravimetría**. (Figura 4)

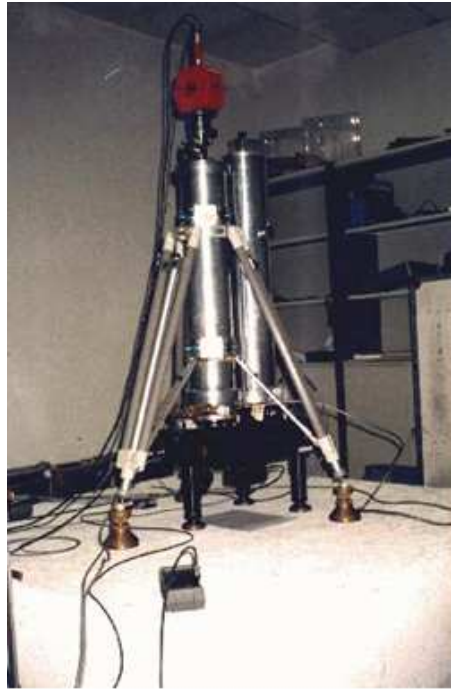


Figura 4. Gravímetro.

La metodología geodésica también incluye técnicas tridimensionales. El cálculo riguroso de una triangulación en el espacio fue emprendido por Bruns en 1878, pero es Martín Hotine quien en 1956 propone las bases en las que se asentará la Geodesia tridimensional, plenamente realizada mediante la Geodesia espacial con la utilización de satélites artificiales. Con los satélites se dispone en las cercanías de la Tierra de puntos de observación y medida que podrán ser situados en aquellos lugares que nos interese independientemente de la geografía de la zona.

La Geodesia **tridimensional** persigue el estudio de la figura de la Tierra y del potencial exterior sin hipótesis previas sobre su forma, es decir, evitando la engorrosa utilización del elipsoide como figura aproximada. La parte geométrica de esta rama de la Geodesia consiste en el establecimiento de un inmenso poliedro cuyos vértices estén dados por sus coordenadas cartesianas tridimensionales en un sistema de referencia cuyo origen sea el centro de gravedad de la Tierra y cuyo eje principal sea su eje de rotación convencionalmente establecido. La parte dinámica de la Geodesia espacial consiste en el análisis de las perturbaciones que en el movimiento de un satélite introduce la forma de la Tierra y conocidas aquellas determinar ésta.

La Geodesia clásica suponía en sus consideraciones teóricas que sus objetivos, forma de la Tierra, posiciones de puntos de su superficie y campo de gravedad, no variaban con el tiempo salvo por el efecto periódico de marea. Sin

embargo, la Geodesia moderna ha llegado a un estado de desarrollo tal que la precisión alcanzada nos dice que, como indica la teoría, ya no pueden seguirse considerando invariables los objetos de estudio. Por consiguiente, se hace necesario investigar a fondo problemas **geodinámicos** y esto ya puede hacerse fundamentalmente por dos razones: porque se dispone de potentes ordenadores electrónicos que permiten tratar matemáticamente grandes series de datos y porque, además, pueden utilizarse los **satélites artificiales** para la obtención de un número prácticamente ilimitado de tales datos de observación.

En líneas generales habrá que establecer un sistema de referencia bien definido, una red geodésica de puntos de referencia cuyo movimiento pueda ser estudiado, conociendo para ello su posición en función del tiempo. En esta red podremos obtener un conjunto de observables básicos, tales como ángulos, distancias, diferencias de distancias, velocidades, aceleraciones, etc., con los cuales podremos emprender el estudio de una gran cantidad de problemas astro-nómicos, geodésicos y geofísicos, entre los que podemos destacar la rotación de la Tierra y el movimiento del polo junto con los mecanismos de excitación, la disipación de energía y los posibles orígenes geofísicos de las irregularidades observadas. También podremos estudiar los movimientos de la corteza terrestre, tanto debidos a mareas como a la tectónica de placas, incluyendo los movimientos sísmicos y sus efectos además de las posibles interacciones entre las masas continentales, atmosféricas y oceánicas.

4. Noticia Histórica

La historia de la Geodesia desde un punto de vista geométrico puede sintetizarse siguiendo la historia de la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra. Veremos cómo durante muchos siglos se ha tratado este problema con los continuos intentos de medir distancias sobre su superficie cada vez más precisas. Los métodos de cálculo necesarios para determinar las dimensiones los daba la Matemática y es el desarrollo de esta ciencia el que permite el avance de la Geodesia. Podemos distinguir varias etapas en este empeño: La primera etapa va desde los orígenes hasta consideración de la Tierra como un cuerpo esférico (500 a.C.), la segunda está dedicada a la determinación del radio de esta esfera; que dura 20 siglos, en la etapa siguiente se da un gran paso al considerar la Tierra como un elipsoide de revolución determinando sus semiejes y por último la definición y determinación del geoide como figura de la Tierra, que ha llegado hasta nuestros días.

El estudio y evolución de la Geodesia ha planteado grandes problemas matemáticos en todas las épocas, y en la historia de esta ciencia aparecen los más eminentes científicos de la Humanidad, quienes han aportado sus conocimientos y contribuido a su desarrollo. Al mismo tiempo, o quizá por ello, la Geodesia ha sufrido los avatares y controversias del desarrollo cultural de los pueblos y en muchos casos la influencia de ciertas filosofías e incluso de la propia Teología, sobre todo en la Edad Media, ha sido manifiestamente negativa.

En primer lugar debemos decir que no está admitida la existencia de civilizaciones superdesarrolladas en tiempos remotos en pueblos antiguos del Asia

Central: chinos, sumerios, asirios, etc., que poseyeran una cultura más vasta que la actual y que por lo tanto tuvieran grandes conocimientos acerca de la figura de la Tierra así como del resto del Universo.

4.1. Grecia

Las primeras referencias griegas sobre la forma de la Tierra son más poéticas que científicas, no hay más que leer los poemas de **Homero (900 a.C.)**. En sus poemas heroicos resume todos los conocimientos cosmográficos y geográficos de la época y del pueblo heleno, en gran desarrollo, con una gran imaginación. Supone la Tierra plana y limitada en todos sus sentidos por las aguas del océano, coloca en medio a Grecia y en particular al monte Olimpo correspondiente a la Tessalia. En los confines del horizonte supone misteriosas columnas que sirven de sustentáculo a los cielos; bajo el suelo a gran profundidad sitúa a Tártaro morada de los enemigos de los dioses y fuera de los confines misteriosos de la Tierra el caos o la inmensidad. Esto no es ni más ni menos que la interpretación de la naturaleza por un espíritu de imaginación brillante.

Tales de Mileto (639-546 a.C.), fundador de la trigonometría y que predijo eclipses de Sol, decía que la Tierra era un disco redondo flotando en un océano sin límites. **Anaximandro de Mileto (610-547 a.C.)**, discípulo de Tales, dice que es un cilindro que ocupa el centro de todo lo creado y construye la primera carta geográfica conocida. Para su discípulo **Anaxímenes de Mileto (550-480 a.C.)** y para el discípulo de éste, **Anaxágoras de Clazomene (500-428 a.C.)**, el Sol no es un dios sino un disco muy delgado (por lo que fue puesto en prisión y liberado por Pericles) y la Tierra es otro disco o trapecio suspendido en el aire, pero reconoce la forma esférica de la Luna que refleja la luz del Sol. **Jenofantes de Colofón (570-475 a.C.)** suponía la Tierra plana e ilimitada. **Hecateus de Mileto (550 -476 a.C.)** presenta su reconocido mapa del mundo al que le atribuye forma de disco.

Los filósofos griegos afirmaban que la Tierra era esférica 500 años a. C. y se apoyaban en que la forma geométrica más perfecta era la esfera. **Parménides (515-440 a.C.)** y **Empédocles (493-433 a.C.)** emitieron por primera vez la idea de la esfericidad de la Tierra y su aislamiento en el espacio. **Pitágoras de Samos (569-470 a.C.)** llegó a decir que la Tierra no podía tener otra forma y que además estaba aislada en el espacio e inmóvil. **Filolao (480-400 a.C.)**, de la escuela pitagórica, opina que la Tierra gira alrededor de si misma produciendo los días y las noches y se desplaza, como el Sol, la Luna, los planetas y a mayor distancia el cielo con las estrellas fijas, alrededor del fuego central, alma del mundo; también se desplaza el Antichton (hemisferio opuesto). Sin embargo, **Leucipio (460-370 a.C.)** y **Demócrito de Abdera (460-370 a.C.)** suponían otra vez que era un disco plano sostenido por el aire. **Hicetas (400-335 a.C.)**, **Heráclides (388-315 a.C.)** y **Efanto (510 a.C.)** atribuían a la Tierra un movimiento de rotación y pensaban que por lo menos la Tierra, Mercurio y Venus se movían alrededor del Sol. Heráclides hace hipótesis sobre el sistema heliocéntrico establecido después por Aristarco y Saleuco.

Platón (427-347 a.C.), que admite que la Tierra es redonda, la supone aislada e inmóvil en el centro del mundo. **Eudoxio de Gnido (409-356 a.C.)**, discípulo

de Platón, da la teoría de las esferas de cristal para explicar el movimiento de los planetas y estrellas (supone veintiséis) con ejes en distintas direcciones y movimientos diversos, **Calipo (370-310 a.C.)** llega a treinta y tres esferas y **Aristóteles (384-322 a.C.)**, a cincuenta y cinco. La teoría aristotélica sostiene:

1. La Tierra es esférica porque tal es la forma aparente de los demás astros, tal es también la forma que toma un cuerpo, como una gota de agua, sometido a la sola presencia de sus partes y tal es la forma que nos revela la sombra terrestre en los eclipses de Luna.
2. Las dimensiones de la Tierra no deben ser desmesuradas puesto que con el cambio de lugar varían el aspecto y número de las estrellas visibles.
3. La Tierra no debe moverse en el espacio, ya que su movilidad hipotética no se refleja en la posición constante de los demás astros, la altura de un astro variaba de igual forma a la misma hora en cualquier parte de la Tierra. Esta teoría tuvo una vigencia de siglos dado que era admitida por la mayor parte de las religiones.

El geógrafo **Dicearco (350-285 a.C.)** supone la Tierra esférica y refiere sus medidas al meridiano y al paralelo en Rodas introduciendo así las coordenadas esféricas y su mapa del mundo incluye los territorios de Alejandro Magno. El geómetra **Euclides (325-265 a.C.)** enuncia las leyes del movimiento diurno y hace observar que entre las Osas hay una estrella que no se mueve, supone a la Tierra en el centro del universo. **Arquímedes (287-212 a.C.)** da un gran impulso a las Matemáticas y evalúa la circunferencia terrestre. **Piteas (380-310 a.C.)** intuye que las mareas son producidas por los astros pero no lo explica, además realiza determinaciones precisas de latitudes.

En contra de las teorías aristotélicas aparecen las revolucionarias de **Aristarco de Samos (310-230 a.C.)** que eliminó todas las esferas y estableció el sistema heliocéntrico, la oposición de **Aristóteles** y **Cleantes (331-232 a.C.)** silenciaron estas teorías hasta los tiempos de **Copérnico**. Su discípulo **Apolonio de Pérgamo (262-180 a.C.)**, el gran especialista en cónicas, volvió al sistema geocéntrico, introduciendo la teoría de los epiciclos pero no introdujo estas curvas en la Astronomía. Parece que fue el descubridor de la proyección estereográfica de la esfera sobre el plano que desde entonces fue una gran herramienta en Geodesia y Cartografía.

Admitida la esfericidad de la Tierra, el problema era determinar sus dimensiones. **Eratóstenes de Cyrene, (276-195 a.C.)**, bibliotecario de la Biblioteca de Alejandría fundada por el rey de Egipto Ptolomeo Soter, fue el primero en determinar 240 años a.C. el radio terrestre al medir la longitud del arco de meridiano entre Siena (actual Asuan) y Alejandría. Obtuvo para la longitud de la circunferencia terrestre un valor de 250.000 estadios (unos 39.375 Km. 1 estadio = 157,5 metros) lo que da un radio de unos 6.267 Km. Eratóstenes se dio cuenta de que en el solsticio de verano, el Sol iluminaba en Siena los pozos hasta el fondo, por lo que en ese momento se encontraba en el cenit en su culminación. En ese mismo instante midió la altura del Sol en Alejandría, que suponía estaba en el mismo meridiano que Siena. La distancia cenital determinada con el gnomon, de unos $7^{\circ} 12'$ (1/50 de circunferencia), no era otra cosa que el ángulo que en

el centro de la Tierra esférica subtendía el arco de meridiano Siena-Alejandro. También conocía Eratóstenes la distancia entre ambas ciudades que encontró en la Biblioteca de Alejandro (5000 estadios = 787,5 Km.); así tenía todos los datos para determinar el radio de la Tierra ($R=5000 \times 50 \times 157,5 / 2\pi$). Las hipótesis y medidas de Eratóstenes no eran exactas, por ejemplo entre Siena y Alejandro hay una diferencia de longitudes de cerca de 3° , pero si su método, conocido como *método de los arcos*, que fue utilizado durante muchos siglos (Figura 5).

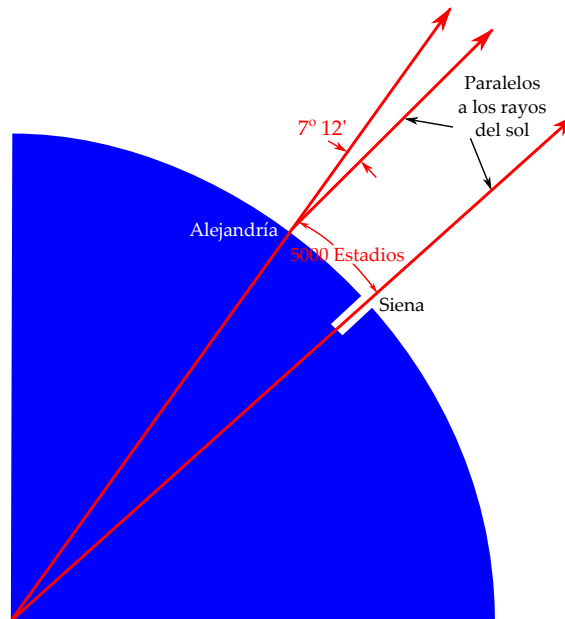


Figura 5. Esquema del método de los arcos.

Este método de los arcos fue aplicado por **Posidonio (135-51 a.C.)** que midió el arco entre Rodas y Alejandro, sustituyendo el Sol por la estrella Canopus, cuando la estrella estaba en el horizonte de Rodas tenía una distancia cenital de $1/48$ de circunferencia en Alejandro por lo que la separación angular de las dos ciudades era de $7^\circ 30'$. La distancia entre ambas ciudades la puso en 5000 estadios y obtuvo un valor de 240.000 estadios (unos 37.800 Km.) para la circunferencia lo que da un radio de unos 6.016 Km. Respecto al valor actual del radio medio terrestre de 6.371 Km el valor de Eratóstenes se desvía un 1,6 % y el de Posidonio un 5,8 %.

El gran astrónomo de esta época fue **Hiparco de Nicea (190-120 a.C.)** que piensa que la Tierra es esférica y que está inmóvil en el centro del mundo, inventa la trigonometría esférica e introduce en Grecia la graduación sexagesimal, descubre la precesión de los equinoccios, conoce el valor de la inclinación de la eclíptica, determina la duración del año trópico y construye el primer mapa de posiciones precisas de estrellas, entre otros trabajos astronómicos, Además se le considera el fundador de la Astronomía observacional.

En tiempos de Julio Cesar (46 a.C.), que mandó hacer un levantamiento cartográfico del Imperio Romano y estableció el calendario juliano preparado por el astrónomo **Sosigenes (50 a.C.)**, son de destacar los geógrafos **Estrabón**

(55 a.C. – 25 d.C.) y **Plinio el Viejo (23-79 d.C.)** que observa las mareas en Cádiz y que murió observando la erupción del Vesubio en el año 79 d.C. La Geodesia avanzó muy poco en esta época, salvo por su aplicación a las mediciones para la construcción de acueductos, vías y ciudades. **Menelao de Alejandría (70-130 d.C.)** realiza observaciones astronómicas en Roma incluyendo ocultaciones de estrellas por la Luna, y escribe varios tratados sobre los triángulos esféricos.

El mayor geógrafo y astrónomo de este tiempo (Marco Aurelio era el emperador de Roma) fue el egipcio **Claudio Ptolomeo (85-165 d.C.)**, que admitió el valor del radio terrestre de Posidonio y además lo transmitió a su posteridad. Autor de los trece volúmenes del *Almagesto* de cuyo original no se dispone pero sí se tienen las traducciones hechas al árabe por el sirio Hunaim Ibn Ishaq en el siglo IX y al latín por **Gerardo de Cremona (1114-1187)** en el siglo XII en Toledo. Ptolomeo ideó el sistema planetario geocéntrico basado en sus observaciones desde el templo de Serapis en Alejandría. Construyó un mapa del mundo y las posiciones terrestres las representaba por la latitud y longitud. La autoridad de Ptolomeo traspasó su época. En la Figura 6 puede verse el mapa del mundo atribuido a Ptolomeo.

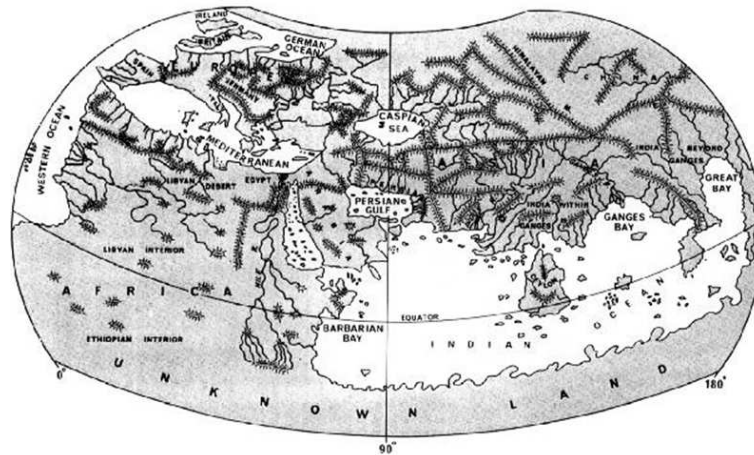


Figura 6. Mapa del mundo según Ptolomeo.

4.2. Edad Media

Las ideas aristotélicas impregnaron la Edad Media en Europa, se admitía la esfericidad de la Tierra, pero se explicaba muy mal. Se suponía la Tierra cubierta de agua excepto la parte habitada (ecumene), en las antípodas era imposible vivir "boca abajo". La historia de esos siglos está moteada por los avances y descubrimientos de matemáticos y astrónomos que no dejan de considerar los problemas geodésicos en sus trabajos; un resumen de los conocimientos matemáticos de la época es realizado por el geómetra **Papus de Alejandría (290-350)** autor del famoso teorema de geometría proyectiva. También debemos citar el trabajo del inglés **Beda el Venerable (672-735)** que escribió un compendio de cosmografía y relacionaba las mareas con los movimientos de la Luna. Es de destacar la medida del arco de meridiano realizada por el monje budista chino

I Hsing (681-727), aunque sus resultados no fueron buenos por errores en las medidas.

Las aportaciones árabes a la Geodesia son muy reducidas, aunque merecen destacarse las expediciones organizadas en las llanuras de Palmira y Zinjar, cerca de Bagdad y Al Raqqah, por el califa **Al-Mamún (786-833)**, hijo del Haroun al-Raschid, (inspirador de las mil y una noches, 830), para determinar la longitud del grado (obtiene 40.245 Km. de circunferencia, $R = 6.405$ Km.), y los trabajos del matemático **Al-Kuarizmi (780-850)** que publicó un mapa del mundo conocido y determinó el radio de la Tierra, además de introducir en las matemáticas los numerales hindúes 1,2,... y de cuyo nombre se tomó la palabra algoritmo tantas veces usada después.

El astrónomo **Al-Battani (858-929)** hacia el año 900 publica un tratado de geografía dando las posiciones de las principales ciudades; sirviéndose de la trigonometría publica tablas astronómicas de uso común. Los astrónomos árabes **Aboul Wefa (939-998)** y **Ben Younis (979-1039)** recalculan las constantes astronómicas y **Alhazen (966-1039)** escribe un tratado de óptica. El sabio árabe **Al-Biruni (973-1048)** también midió el radio de la Tierra cerca del mar Caspio por un procedimiento distinto al de Al-Mamun pero con resultados muy parecidos. En 1154, en Sicilia, aparece la gran compilación de *Geografía Universal* y el mapamundi de **Al Idrisi (1098-1166)**, nacido en Ceuta, formado en Córdoba y nombrado Cartógrafo Real por el rey Roger II de Sicilia.

Las primitivas enseñanzas griegas, de maestros de la categoría de Pitágoras, Eudoxio, Aristóteles, Eratóstenes, Hiparco y Ptolomeo, entre otros, sobrevivieron gracias a la civilización árabe, y en el siglo XIII, a través de España, llegaron a Europa en las traducciones al latín hechas en el reinado de **Alfonso X de Castilla (1221-1284)**.

Un caso digno de mención es el de **Roger Bacon (1214-1294)**, creador de la óptica, estudia la refracción, gran problema de las observaciones, trata la Astronomía y la Geografía y considera las mareas terrestres como el resultado de la atracción lunar.

4.3. Siglos XV y XVI

Pasado este tiempo, surge la época de las grandes exploraciones. En primer lugar fue, posiblemente, el viaje de **Marco Polo (1254-1324)** de 1271 a 1295 el que sirvió a **Paolo dal Pozzo Toscanelli (1397-1482)** para la confección de un mapa (Figura 7) que quizá influyó en la decisión de **Cristóbal Colón (1451-1506)** de cruzar el Atlántico navegando hacia el oeste. Pero Toscanelli, cometió un gran error pues tomaba como radio de la Tierra el determinado por Posidonio y transmitido por Ptolomeo, que era algo menor que el radio de Eratóstenes, y como en sus mapas se apoyó Colón no es de extrañar que éste creyera que el Cipango y el Catay estaban más cerca (1025 leguas) de lo que realmente resultó (3150). Según relata en su tercer viaje, Colón se percató de que la Tierra no era esférica, pero no supo explicarlo.

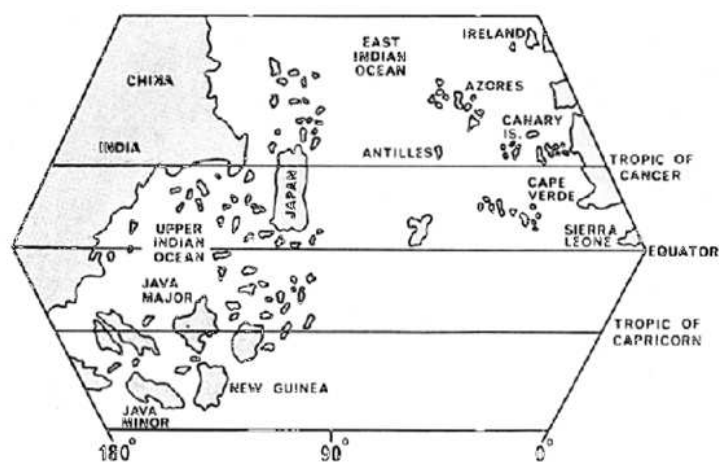


Figura 7. Mapa de Toscanelli.

Después de Colón, **Vasco de Gama (1469-1524)** llega al sur de África y **Fernando de Magallanes (1480-1521)** y **Juan Sebastián Elcano (1476-1526)** dan la vuelta al mundo.

Las necesidades de navegación, principalmente, hicieron que se organizaran verdaderas escuelas de cartógrafos, quienes con los conocimientos, muchas veces imprecisos, aportados por la Geodesia confeccionaron gran cantidad de mapas, algunos de los cuales adquieren gran renombre, como los de **Juan de la Cosa (1462-1510)**, primera representación del continente, o los del italiano **Américo Vesputio (1415-1512)** quien obtuvo los primeros mapas de la costa oeste de América del norte y dio nombre al continente.

Hasta finales del siglo XV no aparecen en Europa nuevas ideas en el terreno de la Geodesia o de la Astronomía. Quizá deba recordarse al cardenal alemán **Nicolás de Cusa (1401-1464)** que se hizo famoso por su idea del Universo infinito y que estudió el movimiento diurno de la Tierra. Otros como **Peurbach (1423-1461)**, **Waltherus (1430-1504)** y **Regiomontano (1436-1476)** hicieron algunos intentos para evolucionar las ideas con sus tratados de matemáticas y astronomía, y **Leonardo da Vinci (1452-1519)** que, además de un artista confirmado, fue un gran científico, presenta un método para determinar el radio de la Tierra, sugiriendo ya ideas sobre la isostasia y las mareas terrestres. El gran astrónomo de esta época es **Nicolás Copérnico (1473-1543)** quien en su obra "*De Revolutionibus Orbium Coelestium*" de 1543, dedicada al Papa Pablo III, da la teoría heliocéntrica del sistema solar, esta teoría vino a revolucionar el pensamiento de la época anclado en las ideas aristotélicas; se entablaron duras polémicas y se logró indirectamente que la atención de los astrónomos y geodestas se dirigiese por este camino. Proliferaron las observaciones, se construyeron observatorios y en general la Astronomía tuvo el apoyo de gobiernos y particulares que de otra manera difícilmente lo hubiese logrado. Naturalmente, la Geodesia y la navegación se beneficiaron enormemente de los resultados que se estaban obteniendo, pues pronto dispusieron de un mejor conocimiento de las posiciones de los cuerpos celestes indispensables para sus fines de posicionamiento y orientación. La teoría heliocéntrica pronto fue admitida por el mundo científico; la razón se imponía a la Teología, aunque no sin grandes

sacrificios: el italiano **Giordano Bruno (1548-1600)** fue ejecutado por hereje al admitir las ideas copernicanas y **Galileo Galilei (1564-1642)** fue obligado a retractarse de las mismas en uno de los procesos más famosos de la historia: La inquisición procesó a Galileo el 12 de abril de 1633, ya tenía 69 años y estaba casi ciego, abjuró de las teorías heliocéntricas sin embargo fue condenado a un arresto domiciliario perpetuo en su casa de Arcetri; gobernaba la Iglesia el Papa Urbano VIII. **Galileo** fue nombrado profesor de Matemáticas en la universidad de Pisa, su ciudad natal, por sus trabajos sobre el centro de gravedad de los sólidos; desde allí se fue a Padova donde realizó sus principales trabajos, aplica el antejo, inventado por **Giovanni Battista Della Porta (1535-1615)** en 1589, a las observaciones astronómicas y enuncia las primeras leyes de la mecánica con los importantes conceptos de velocidad y aceleración, también establece las leyes de la caída de los graves. Dio clases particulares de Topografía y escribió su Tratado sobre la esfera también llamado Cosmografía donde incluye un estudio de la figura de la Tierra. Perteneció a la Academia dei Lincei fundada en el año 1603. Murió el día de Navidad de 1642, el mismo día en que nació Newton.

Si bien en el siglo XVI no se registraron grandes avances en la Geodesia teórica no ocurrió lo mismo en la construcción de instrumentos y en Cartografía. Los mapas y los planos eran un instrumento de gobierno, administración y uso militar. Este avance tuvo su inicio en el llamado "Grupo de Lovaina" en el que se integran las figuras de los matemáticos y médicos Jacobo Deventer (1500-1575) y **Gemma Frisius (1508-1555)** y el multifacético **Mercator**. El emperador Carlos V encargó a Deventer, que era un gran operador de campo, constructor de instrumentos y que parece que utilizó las triangulaciones en sus cálculos, un mapa de Flandes y en 1543 lo nombró cartógrafo personal que continuo con Felipe II. En cuanto a Frisius también era buen amigo de Carlos V quien apoyo firmemente su producción instrumental y cartográfica. En esta época el cosmógrafo oficial de Carlos V fue el sevillano **Alonso de Santa Cruz (1505-1567)**.

Sin embargo el cartógrafo por excelencia de esta época, cuyos mapas satisfacían las necesidades de la navegación, fue el flamenco **Gerhard Kaufmann (1512-1594)** más conocido por **Mercator**. En la Figura 8 puede verse el mapa del mundo de Mercator, un desarrollo cilíndrico conforme que constaba de 34 hojas grabadas en cobre en 1569. También debemos destacar la obra del cartógrafo **Abraham Ortelius (1527-1598)** titulada *Teatrum Orbis Terrarum* que constaba de 70 mapas principalmente de Europa.

También Mercator fue cosmógrafo del emperador desde 1542. En 1544 fue acusado de herejía por la Inquisición y pasó ocho meses encarcelado en su pueblo natal, Rupelmonde. Sus obras se incluyeron en el Index y sus mapas fueron recortados. Mercator creó un taller de construcción de instrumentos y Carlos V le encargó diversos aparatos por mediación de su secretario el cardenal Granvela, a quien Mercator dedicó un globo terráqueo de 41,5 centímetros de diámetro en 1541; al quedar satisfechos con esos instrumentos Carlos V le encargó más instrumentos principalmente de uso militar (cuadrantes, un anillo astronómico, relojes de Sol, compases y brújulas) y otros instrumentos novedosos (un gnomon esférico, un cuarto de círculo y un anillo astronómico de cinco círculos), aparatos que fueron entregados al emperador en 1553 y en agradeci-

miento le nombró miembro de su séquito remunerado, privilegio que continuó con Felipe II. En 1575 nombró Felipe II geógrafo real al ya citado Abraham Ortelius.

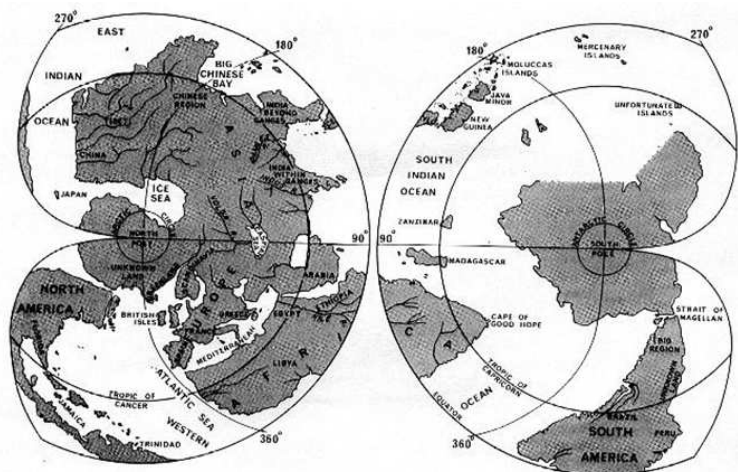


Figura 8. Mapa del mundo de Mercator.

El gran observador de esta época es **Ticho Brahe (1546-1601)** que, además, determinó un valor del radio de la Tierra de 6382 Km. con medidas en la red de Uraniburgo, pero vuelve al sistema geocéntrico. No obstante, sus observaciones del planeta Marte permitieron a **Johannes Kepler (1571-1630)** enunciar sus dos primeras leyes sobre el movimiento de los planetas publicadas en su "Astronomia Nova" de 1609, Kepler adoptó el sistema de Copérnico, propuso un método para determinar el radio terrestre que consistía en medir la distancia entre dos puntos alejados sobre la superficie de la Tierra y los ángulos formados por la recta que los une con las verticales en ambos extremos; y otro método para determinar diferencias de longitudes basado en la observación de eclipses de Sol. Fue profesor de Matemáticas en Graz de 1594 a 1600, allí estudia los volúmenes de cuerpos de revolución engendrados por cónicas hasta que se traslada a Praga, utiliza logaritmos decimales y notación decimal. En los países católicos la Inquisición incluye en el Index de libros proscritos las obras de Copérnico, Galileo y Kepler, entre otros, y esta situación se mantiene nada menos que hasta 1822 en que intenta producirse una reconciliación entre la razón y la fe. Pero hubo de esperarse hasta el 31 de octubre de 1992 cuando el Papa polaco Juan Pablo II reconoció oficialmente que la Iglesia Católica dejaba de considerar hereje a Galileo revocando su sentencia.

Un invento matemático viene a ayudar de forma definitiva la realización de cálculos geodésicos y astronómicos. Se trata de los logaritmos inventados por **Neper (1550-1617)** en 1595, estos no eran ni decimales ni neperianos. Las tablas de logaritmos decimales de números y de funciones trigonométricas con 14 cifras decimales fueron publicadas por **Briggs (1561-1630)** en 1624 y los logaritmos neperianos fueron introducidos por **Euler** en 1748.

En cuanto a las medidas del arco cabe destacar que el médico del rey francés Enrique II, **Jean Fernel (1497-1558)** en 1525 midió la distancia entre París y

Amiens contando las vueltas que daban las ruedas de su carruaje y con un cuadrante obtuvo un radio terrestre de 6398.57 Km.

4.4. Siglo XVII

Las investigaciones y los trabajos geodésicos continúan, pero con unas bases mucho más científicas que antes. **Stevin (1548-1620)** intuye la gravedad e introduce la notación decimal. La refracción es estudiada por los matemáticos **Fermat (1601-1665)** y **Descartes (1596-1650)** quien en 1637 publica las leyes por las que se rige. También Descartes presenta su teoría de los torbellinos para explicar el Universo.

Las medidas del arco continúan. En 1615 el holandés **Willebrord Snellius (1580-1626)** realizó la primera *triangulación* precisa y estudió la refracción; midió un arco entre Bergen op Zoom y Alkmaar utilizando 33 triángulos con una base cerca de Leyden en cuya Universidad era profesor de Matemáticas, obtiene un radio terrestre de 6.137,5 Km. Este método, cuyos principios fueron dados por **Gemma Frisius (1508-1555)** en 1533, perduró hasta el siglo XX con las mejoras aportadas por los instrumentos de observación y medios de cálculo. También se efectúan mediciones en Inglaterra por **Richard Norwood (1590-1675)** que en 1633 mide el arco entre Londres y York con una cadena de agrimensor, obtiene un radio terrestre de 6.391,7 Km, y en Italia por los jesuitas **Giovanni Battista Riccioli (1598-1671)** y **Francesco María Grimaldi (1618-1663)** quienes utilizaron, en 1645, el método de Kepler usando por primera vez ángulos cenitales recíprocos, aunque tuvieron problemas con la refracción atmosférica. En España aparece, en 1615, un mapa de Aragón realizado por **Juan Bautista de Labaña (1555-1625)** en el que se utilizan las triangulaciones para los levantamientos.

En 1670 en Francia, el abate **Jean Picard (1620-1683)** mejora los procedimientos de observación al aplicar a los instrumentos goniométricos un antejo provisto de *retículo* formado por dos hilos en cruz (Figura 9). Realizó importantes estudios sobre nivelación refiriendo las altitudes al nivel del mar, introduciendo así el método de nivelación trigonométrica. Por encargo de la Academia de Ciencias de París, que había sido fundada en 1666 por iniciativa del Ministro de Luis XIV Colbert y del Cardenal Richelieu, y para dotar a Francia de mapas precisos, Picard midió, en 1670, con una triangulación de 13 triángulos, el arco de París entre Malvoisine (al sur de París) y Sourdon (al sur de Amiens). Determinó el radio terrestre y su resultado (6365 Km. de radio) fue de trascendental importancia pues sirvió a **Newton** para calcular la distancia a la Luna, que venía dada en unidades del radio terrestre, y comprobar su Ley de Gravitación Universal. Newton suponía que la fuerza de atracción que mantiene la Luna en su órbita alrededor de la Tierra es la misma que la fuerza que actúa sobre los cuerpos de la superficie terrestre, entonces sólo tenía que comparar la fuerza de atracción con la gravedad obtenida por **Galileo**. Los precursores de la Ley de Newton parecen ser el italiano **Borelli (1608-1679)** y los ingleses **Horrox (1619-1641)** y **Robert Hooke (1635-1703)** que dedicó gran parte de su obra al estudio de la gravedad. También disponía Newton de la matemática necesaria, puesta a punto por él mismo, por **René Descartes (1596-1650)** y por **Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716)** principalmente.

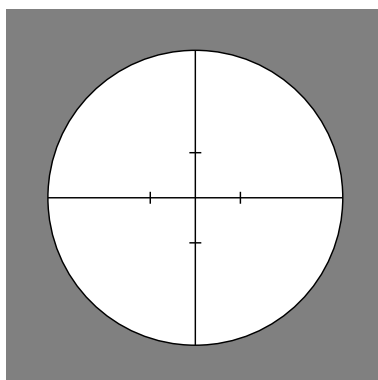


Figura 9. Retículo de anteojo.

Isaac Newton (1642-1727) nació en Woolsthoepe, Lincolnshire, el día de Navidad de 1642, su padre, pequeño propietario agrícola ya había muerto dejando a la viuda en condiciones económicas muy deficientes. Ingresó en la Universidad de Cambridge en 1661 y se graduó en 1665. En 1669 sustituyó a su maestro **Barrow (1630-1677)**, de quien recibió posiblemente las primeras ideas sobre el cálculo infinitesimal, como catedrático de Matemáticas en dicha Universidad. En 1672 fue elegido miembro de la Royal Society de la que fue Presidente desde 1703 hasta su muerte, fue enterrado en Westminster. También fue elegido miembro del Parlamento en 1689. Su principal obra "*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*" está fechada el 8 de mayo de 1686 y en 1713 aparece la segunda edición. El primer libro está dedicado a las leyes del movimiento y sus aplicaciones, el segundo libro trata del rozamiento y el tercero trata del Sistema del Mundo con la atracción universal y sus aplicaciones. Se cree que Newton ya tenía su Ley de la Gravitación Universal en 1666 pero no la publicó porque no se verificaba con los valores del radio terrestre entonces admitidos. El valor obtenido por Picard sirvió para dicha verificación. La Geodesia refrendaba la Ley más importante de la Mecánica. La aplicación de su Ley a la teoría de figuras de equilibrio le permitió concluir que la Tierra no era una esfera sino que debía ser un *elipsoide de revolución* achatado por los polos del eje de rotación. **Newton** trata el problema de la figura de la Tierra en las proposiciones XVIII, XIX y XX del libro tercero de su Principia, también en esta obra da la primera explicación correcta del fenómeno de las mareas y efectuó cálculos precisos de las mismas.

Ya en 1672 **Jean Richer (1630-1691)** había observado que el péndulo astronómico es más lento en Cayena (Guayana francesa), cerca del ecuador, que en París y **Christian Huygens (1629-1695)**, el gran experto en relojes, que utilizó el primer reloj de péndulo preciso, interpretó estas variaciones diciendo que la gravedad aumenta del ecuador a los polos porque la Tierra es aplanada en esa dirección, lo que se verifica para el elipsoide de Newton. En 1673 había publicado Huygens su obra "*Horologium Oscilatorium*" donde presenta la teoría matemática del péndulo que utiliza como regulador de la marcha de los relojes; con estos instrumentos se produjo un avance en precisión en la medida de diferencia de longitudes. Aunque sus ideas sobre la gravedad no son muy afortunadas llega a la conclusión de que la Tierra en rotación es un elipsoide achatado por los polos, pero el aplanamiento que calcula es muy pequeño.

También son debidas a él las primeras teorías sobre la naturaleza ondulatoria de la luz, la reflexión y la refracción.

4.5. Siglo XVIII

El siglo XVIII marca un salto cualitativo en el estudio de la figura de la Tierra pues el elipsoide sustituye a la esfera. Este siglo está dedicado en primer lugar a la medida de la longitud del grado para determinar el aplanamiento de la Tierra y en segundo lugar al desarrollo teórico de la Geodesia Dinámica. En este siglo, llamado siglo de las luces, y fruto de la Ilustración, comienzan a cultivarse los métodos racionales que se terminarán imponiendo a las creencias tradicionales. Los métodos experimentales aportan datos reales de la naturaleza de las cosas y así sucede con los problemas geodésicos, produciéndose también un avance en los instrumentos y métodos de observación. El despotismo ilustrado favorece la creación de Academias, en las que la discusión de problemas científicos es su razón de ser. Finaliza el siglo con otro hecho importante como es la adopción del Sistema Métrico Decimal.

Giovanni Domenico Cassini (I) (1625-1712), italiano de nacimiento y astrónomo de profesión fue nombrado director del observatorio de París en 1671 por Luis XIV. Observa que el planeta Júpiter aparece aplanado y dice que la Tierra también debe serlo, pero no dice cómo. En 1693 se comienza bajo su dirección la prolongación del arco de Picard por el norte hasta Dunkerque y por el sur hasta Colliure, los trabajos se interrumpieron y fueron continuados de 1700 a 1718 por su hijo **Jacques Cassini (II) (1677-1756)**, el astrónomo **Giacomo Filippo Maraldi (1665-1729)** y el matemático y académico **Philippe de La Hire (1640-1718)**. También La Hire junto con Picard fueron los primeros en publicar observaciones continuas de mareas realizadas en Brest (Francia) en 1679 durante un corto periodo de diez días. Con los resultados de las seis mediciones distintas realizadas a lo largo de 36 años se obtenía que la longitud de un arco de un grado disminuía desde el ecuador hacia el polo norte y se concluía que el elipsoide terrestre debía ser alargado en el sentido del eje de rotación, lo que contradecía el resultado obtenido por Huygens y Newton. Por aquel entonces **James Bradley (1693-1762)** descubre la aberración de la luz en 1727 y la nutación en 1737 aunque la publicó en 1747, también publicó unas tablas de refracción muy utilizadas.

La controversia fue zanjada en favor de las conclusiones newtonianas al comparar los resultados experimentales obtenidos por dos expediciones organizadas por la Academia de Ciencias de París, a propuesta del académico **d'Anville (1697-1782)**, con el fin de medir la longitud de un grado de meridiano en las proximidades del polo de y otro en el ecuador.

La expedición a Laponia, a 76 grados de latitud norte (entre las ciudades de Kittis y Tornea), de 1736 a 1737, estaba formada por los académicos **Pierre Louis de Maupertuis (1698-1759)** (matemático de 30 años) y **Alexis Claude Clairaut (1713-1765)** (también matemático de 23 años), acompañados de **Pierre Charles Le Monnier (1715-1799)** (astrónomo de 21 años) y **Charles Etienne Louis Camus (1699-1768)** (matemático de 37 años) a los que se unieron **Reginald Outhier (1694-1774)** (abate de 42 años), **Anders Celsius (1701-1744)** (pro-

fesor de astronomía de 35 años) y **Anders Hellant (1717-1789)** (astrónomo que además actuó de interprete), de la Universidad de Upsala.

Respecto a la expedición al Ecuador sabemos que en 1734 la Academia de las Ciencias de París, remite, para que lo eleven a Patiño (Ministro de Felipe V), un memorial acerca de la medición de un arco de meridiano en América, en el que “...sólo piden a la Corte de España órdenes para que los gobernadores de Sto. Domingo, Portobelo, Panamá, Quito y los demás de América protejan y favorezcan una empresa tan útil y para que estén libres de sospechas que puedan solicitar alguna introducción en el comercio u otras perjudiciales a los intereses de España...”

Una Real Orden de Felipe V del 20 de agosto de 1734 ordenaba “elegir a dos de sus más hábiles oficiales, que acompañasen y ayudasen a los académicos Franceses en todas las operaciones de la Medida, no sólo para que así pudiese hacerse con mayor facilidad y brevedad, sino también para que pudiesen suplir la falta de cualquier Académico, o de todos, temible en tantas navegaciones, y diferencias de climas, y para continuar, y aún hacer enteramente ellos solos en caso necesario la Medida proyectada, para dar después cuenta de ella a la Academia Real, participando además en la mitad de los gastos de la expedición. También ordenó que eligiesen dos personas en quienes concurrieran no sólo las condiciones de buena educación, indispensables para conservar amistosa y recíproca correspondencia con los académicos franceses, sino la instrucción necesaria para poder ejecutar todas las observaciones y experiencias conducentes al objeto, de modo que el resultado fuese fruto de sus propios trabajos, con entera independencia de lo que hicieran los extranjeros”.

La expedición a Perú, a 2 grados de latitud sur, de 1736 a 1744 estaba integrada por los académicos **Louis Godin (1704-1760)** (astrónomo de 32 años), **Charles Marie de La Condamine (1701-1774)** (químico y geógrafo de 35 años), **Pierre Bouguer (1698-1758)** (matemático de 38 años), **Joseph de Jussieu (1704-1779)** (botánico), **Jean Seniergues (1704-1739)** (cirujano conflictivo), **Jean Joseph Verguin (1701-1777)** (ingeniero y geógrafo), **Godin des Odonnais (1713-1792)** (agrimensor, sobrino de Louis Godin), **Teodore Hugot (relojero)**, **Jacques Couplet (geógrafo ayudante)** y el dibujante **Jean Louis de Morainville (1707-1765)**. También participaron los guardiamarinas españoles **Jorge Juan de Santacilia (1713-1773)** (marino de 23 años) y **Antonio de Ulloa y de la Torre Guiral (1716-1795)** (marino de 20 años), los más jóvenes de la expedición y el criollo **Pedro Vicente Maldonado (1704-1748)**. La Real compañía de Guardiamarinas fue fundada por José Patiño Intendente de la Marina de Felipe V en 1717.

Para las medidas astronómicas utilizaron el sector astronómico o sector cenital de 30° con un radio de 20 pies, construido por Graham en Inglaterra con micrómetro; este aparato no funcionó bien y Godin y Jorge Juan tuvieron que construir sus propios instrumentos. Para las medidas de ángulos horizontales utilizaron el cuarto de círculo o cuadrante acimutal (Figura 10) provisto de micrómetro; lograron cierres mejores de 12 segundos de arco. Las bases se midieron con las toesas del Perú que al ser de hierro tenían grandes dilataciones. También midieron diferencias de longitudes mediante la ocultación de los satélites de Júpiter. Hicieron nivelación barométrica y geodésica y midieron la gravedad con péndulos.

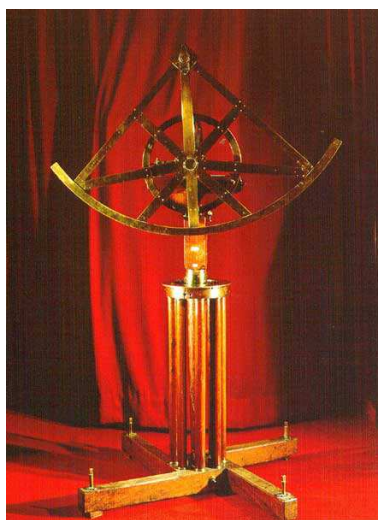


Figura 10. Cuadrante acimutal utilizado por Jorge Juan y Antonio de Ulloa (Museo Naval, Madrid).

Dada la relevancia histórica que tuvieron Jorge Juan y Antonio de Ulloa en el desarrollo, no sólo de la Geodesia, sino de la ciencia en España recomendamos leer sus biografías en algunas de las referencias dadas en la bibliografía. Es de destacar que la medida del grado del Perú es una de las primeras misiones geodésicas de carácter internacional ya que participaron grupos de diversos países; para su desarrollo fueron necesarios acuerdos entre los Reyes Luis XV de Francia y Felipe V de España, realizados en 1734 a iniciativa del rey francés; en la preparación de estas relaciones tuvo un importante papel el canciller francés Conde de Maurepas y el Ministro español José Patiño. También hubo acuerdo entre Francia, Suecia y Rusia para la expedición a Laponia.

Los resultados de las mediciones fueron 362.800 pies (56.753 toesas) (56.767, 788 toesas obtenidas por Jorge Juan) para el arco ecuatorial y 367.100 pies (57.438 toesas) para el polar. Como la longitud del grado resultó mayor en el polo que en el ecuador se confirmaron las conclusiones newtonianas obteniendo un elipsoide con un aplamamiento de $1/304$. Desde entonces la Tierra se considera, en segunda aproximación, como un elipsoide de dos ejes achatado por los polos del eje de rotación (Figura 11). Sobre este aplamamiento dijo **Voltaire** sobre **Maupertuis** "*Il avait aplati la Terre et les Cassini*", pues fueron tres generaciones de Cassinis las que estuvieron involucradas. La forma de elipsoide de dos ejes fue corroborada por otras medidas de arco realizadas por Maupertuis y **Pierre Charles Le Monnier (1715-1799)** en el arco de Picard y por Cassini de Thury el abad **Nicolas Louis de La Caille (1713-1762)** en el arco de Dunkerque a Perpignan. **Cesar François Cassini (III) (1714-1748)**, también llamado Cassini de Thury era hijo de Jacques Cassini y aunque colaboró con su padre en la medida del paralelo de París, admitió el achatamiento polar y los errores de su padre. Fue director del observatorio de París y comenzó la construcción de un mapa preciso de Francia a escala $1/86400$ (En realidad fueron cuatro las generaciones de los Cassini pues **Jean Dominique Cassini (IV) (1748-1845)** también astrónomo y cartógrafo, nació, remodeló y dirigió el Observatorio de París y continuó los trabajos cartográficos de su padre Fue encarcelado por la Asamblea Nacional durante 7 meses, dimitió de sus cargos y

se retiró a Thury).

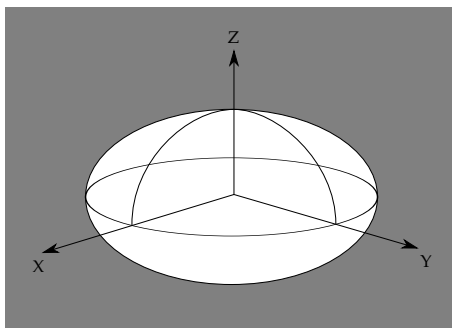


Figura 11. Elipsoide terrestre.

El problema desde entonces es determinar las dimensiones de la Tierra obteniendo valores numéricos del semieje mayor y del aplastamiento del elipsoide terrestre, lo que por entonces consistía en medir el mayor número de arcos de meridiano y de paralelo que se pudiera y obtener los parámetros resolviendo los correspondientes sistemas de ecuaciones.

Un hecho importante de la expedición al Perú es que **Bouguer** se da cuenta de que las coordenadas astronómicas obtenidas por observación y corregidas, y las geodésicas obtenidas por cálculo no coincidían y aprovecha la ocasión para medir la desviación de la vertical producida por el Chimborazo no explicándose los resultados obtenidos a no ser que la montaña tuviera "grandes huecos en su interior". Esto mismo les ocurrió más tarde a **Giovanni Batista Beccaria (1716-1781)** y Zach en los Alpes, a Maskelyne en Escocia, a Mechain en Montjuich y a Pratt en el Himalaya. Tuvo que esperarse hasta que en 1855 Pratt y Airy dieran la teoría de la isostasia para explicar estas desviaciones.

En 1740 **Daniel Bernouilli (1700-1782)** escribió un trabajo sobre las mareas basado en la ley de Newton, y usando observaciones mejoró los valores dados por Newton.

En 1742 el escocés **Colin Mac Laurin (1698-1746)**, que había leído una tesis a los 17 años sobre "El poder de la gravedad", estudiando las mareas, demuestra que el elipsoide de revolución achatado puede ser una figura de equilibrio de una masa fluida y homogénea sometida a su propia gravitación y dotada de un movimiento de rotación, también obtiene la correspondiente ley de gravedad. En 1743 el ya citado francés **Clairaut**, que a los 18 años fue aceptado como miembro de la Academia Francesa, publica su "Théorie de la figure de la Terre" que puede considerarse como el origen de la Geodesia Dinámica; da un teorema según el cual el aplastamiento del elipsoide terrestre está relacionado con el semieje y la gravedad. También encontró Clairaut una importante relación entre el acimut de una geodésica y el radio del paralelo.

Para determinar el semieje y el aplastamiento de la Tierra otras muchas medidas de la longitud del grado fueron realizadas desde entonces: En 1751 los jesuitas **Christopher Maire (1697-1767)** y **Rudjer Josip Boscovich (1711-1787)** miden un arco en Rusia y otro en los Estados Pontificios bajo los auspicios del Papa Benedicto XIV. En 1750 **Joseph Liesganig (1719-1799)** mide un arco en

Austria y otro en Hungría. El abate **Nicolás Louis de La Caille (1713-1762)** y **Thomas Maclear (1794-1879)** miden en 1752 un gran arco en África del Sur. En 1768 los ingleses **Charles Mason (1730-1786)** y **Jeremiah Dixon (1733-1779)** miden el arco del paralelo de 39 grados en los Estados Unidos empleando un método de proyecciones ciertamente ingenioso. En 1769 el astrónomo **Nevil Maskeline (1732-1811)** mide el arco de Escocia y estudia la desviación de la vertical. En todos los casos había controversias en los resultados debido a la no-existencia de una unidad de medida universalmente admitida y a la falta de definición y uso de sistemas de referencia globales.

La Asamblea Constituyente de Francia crea por Decreto de 26 de marzo de 1791 la "*Commission Général des Poids et Mesures*" que decidió la adopción del Sistema Métrico Decimal. El metro quedó definido en función de la longitud del meridiano terrestre. Para dar la longitud del metro **Delambre (1749-1822)** y **Pedro Andrés Mechain (1744-1804)** miden el meridiano de Francia entre Dunkerque y Perpignan. Los españoles **Gabriel Ciscar (1760-1829)** y **Agustín de Pedrayes (1744-1815)** intervinieron en las discusiones previas a la preparación de este sistema métrico, celebradas en París entre 1793 y 1800. El resultado de esta operación fue publicado por Delambre en una obra titulada "*Les bases du système métrique décimal*". En 1895 la Comisión se transforma en "*Convention International du Mètre*". El Sistema Métrico Decimal se adoptó en España en 1849 por una Ley de Isabel II.

El desarrollo de la Matemática complementa perfectamente el desarrollo geodésico. **Leonhard Euler (1707-1783)**, a quien se deben las primeras teorías sobre el movimiento de cuerpos rígidos en particular las ecuaciones de la rotación, demostró en 1758 que en una Tierra absolutamente rígida el eje instantáneo de rotación debía girar en forma cónica alrededor del eje principal de inercia con un periodo de 305 días (periodo euleriano); también es suyo un teorema sobre los radios de curvatura de las secciones normales de un elipsoide y el acimut de las mismas que sigue siendo de aplicación en los cálculos geodésicos. La representación isométrica de superficies fue estudiada por Euler utilizando por primera vez las coordenadas curvilíneas. Menos conocido por sus actividades geodésicas es **Henry Cavendish (1731-1810)** quien con su experimento de la balanza de torsión obtuvo un buen valor de la constante de gravitación y con ella calculó la densidad media de la Tierra de $5,48 \text{ g/cm}^3$. **Gaspar Monge (1746-1816)** y **Meusnier (1754-1793)** definen los elementos fundamentales de las curvaturas de superficies y las propiedades de las líneas traza-das sobre ellas llegando a teoremas clásicos de la teoría de superficies de aplicación geodésica.

Jean Le Rond D'Alembert (1717-1783) en 1749 estudia el equilibrio de una masa fluida en rotación e inicia el estudio del movimiento de rotación de la Tierra en su obra "*Precession des équinoxes*". Su alumno **Pierre Simon Laplace (1749-1827)** estudia la estabilidad del sistema solar y en 1773 publica su primera memoria sobre mecánica celeste; en su segunda memoria de 1799 incluye la teoría matemática de las mareas dando el desarrollo que hoy día lleva su nombre, además, estableció las ecuaciones hidrodinámicas de propagación de las ondas de marea en los océanos, ecuaciones que no han podido ser integradas hasta el advenimiento de los ordenadores. En 1786 publicó su memoria sobre la figura de la Tierra; establece la ecuación en derivadas parciales de segundo

orden que verifica la función potencial, que también lleva su nombre, con el uso de las funciones armónicas. Son importantes sus aportaciones a la teoría de probabilidades. También colaboró en la revisión de los trabajos geodésicos de la prolongación del meridiano de París a España. En 1817 es nombrado por Luis XVIII presidente de la comisión del mapa de Francia. También Laplace estudió la refracción atmosférica y fue el introductor de las curvas de nivel para representar el relieve en los mapas.

Trabajos también importantes son los emprendidos por **Joseph Louis Lagrange (1736-1813)** quien en 1788 publica la primera edición de su "*Mécanique Analytique*", estudia en profundidad el problema de los tres cuerpos. También obtiene las ecuaciones del movimiento del polo. En 1790 es nombrado director de la comisión de pesas y medidas y propone la medición del meridiano entre Dunkerque y Barcelona.

En 1772 el matemático **Heinrich Lambert (1728-1777)** publica su obra sobre las representaciones cartográficas del elipsoide sobre el plano; de particular importancia son sus trabajos sobre la representación conforme dando las expresiones analíticas de su famosa representación cónica conforme utilizada desde entonces en multitud de trabajos geodésicos y cartográficos. Esto estaba muy relacionado con sus estudios sobre los desarrollos de funciones hiperbólicas. En 1785 **André Marie Legendre (1752-1833)** introduce la noción de potencial y funda la teoría de funciones esféricas y en 1787 publica su memoria sobre observaciones trigonométricas donde aparece su famoso teorema de resolución plana de triángulos esféricos. En sus cálculos utiliza el método de mínimos cuadrados. También dirigió los trabajos geodésicos de otra medida del paralelo de París. Desde el punto de vista práctico el matemático y astrónomo **Jean Charles de Borda (1733-1799)** perfecciona los instrumentos geodésicos con la introducción del círculo repetidor y la regla bimetálica y realiza la unión geodésica Greenwich-París. También perteneció a la comisión del metro. El físico francés **Gustav Gaspard Coriolis (1792-1843)** estudia las aceleraciones que sufren los cuerpos en movimiento en la superficie de la Tierra.

Es a partir de esta época cuando la Geodesia clásica comienza a estructurarse. Se hace necesario establecer las definiciones precisas de aquellos conceptos continuamente manejados y de cuyo entendimiento y comprensión depende su desarrollo lógico y coherente. Algunos de estos conceptos presentan lo que podemos llamar definiciones puramente descriptivas que, sin ser precisas, sirven para localizar el concepto, o dicho de otro modo, para tener una idea de él; tales son la mayor parte de las definiciones que aparecen en tratados o cursos elementales; no obstante, la Geodesia como ciencia en sí, exige definiciones rigurosas.

Un problema presente en los cálculos geodésicos es el de la reducción de datos a la superficie del elipsoide. Las observaciones se hacen en la superficie física de la Tierra y los cálculos en la superficie del elipsoide, es por tanto preciso reducir las medidas de una superficie a otra. Cuando se hace una observación angular con teodolito, cuyo eje principal se supone orientado en la dirección de la normal al elipsoide, se están midiendo los ángulos formados por secciones normales. La observación se hace desde el punto estación al punto visado situado en la superficie de la Tierra pero interesa la dirección del pie de la normal al elipsoide que pasa por el punto visado; las secciones normales en

el punto estación que pasan por el punto visado y por su proyección sobre el elipsoide no coinciden. El ángulo formado por estas dos secciones normales es la corrección que hay que aplicar a las observaciones y que se llama corrección por altitud del punto visado.

Supuestos ya los puntos sobre el elipsoide surge otro problema. Las observaciones se hacen midiendo los tres vértices de un triángulo de forma recíproca, entonces los lados del triángulo sobre el elipsoide serían las secciones normales entre los vértices, pero como en la superficie del elipsoide las secciones normales recíprocas no coinciden nos encontraríamos con un triángulo de seis lados, lo que es absurdo. Es preciso decidir cuales son los lados del triángulo y como no tenemos puntos privilegiados las secciones normales no nos sirven. Es necesario entonces tomar otras curvas sobre la superficie del elipsoide tales que entre cada dos puntos sean únicas y se decidió tomar aquellas a lo largo de las cuales la distancia entre los puntos sea mínima. Desde entonces estas líneas se conocen como líneas *geodésicas* de la superficie, nombre lógico al aparecer en su origen para resolver un problema geodésico. Las líneas geodésicas como mínima distancia entre dos puntos fueron introducidas por **Johann Bernoulli (1667-1748)** en 1697. La ecuación de las geodésicas la obtuvo por primera vez Euler en 1732, pero parece que fue **Joseph Liouville (1809-1882)** quien les dio el nombre de geodésicas en 1844. Evidentemente, las observaciones deberán, en consecuencia, corregirse por el ángulo que forma la sección normal y la línea geodésica de un punto a otro, esta segunda corrección se llama corrección por línea geodésica. La Matemática tuvo que resolver todos estos problemas proporcionando las teorías y las fórmulas oportunas y con este punto de partida lo que se desarrolló fue la propia geometría diferencial de superficies. Las principales aportaciones a este problema son debidas a Monge y Gauss.

Una cosa quedó clara después de los trabajos de **Snellius** y **Picard** y es que con medidas de ángulos y distancias podían obtenerse posiciones de puntos sobre la superficie de la Tierra y determinarse sus dimensiones. Pronto proliferaron, debido principalmente a necesidades cartográficas con fines militares, civiles y de navegación, las invenciones de nuevos instrumentos de observación y se perfeccionaron los teodolitos para la medida de ángulos.

El primer teodolito fue construido por el óptico inglés Ramsden en 1787 (En la Figura 12 puede verse un teodolito reiterador).

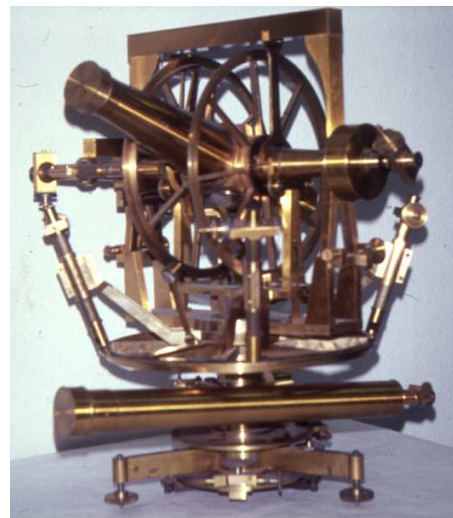


Figura 12. Teodolito reiterador.

4.6. Siglo XIX

La primera gran operación geodésica en el siglo XIX fue la [prolongación hacia España del meridiano de Francia](#), preparada por **Mechain**, por encargo del "Bureau des Longitudes", en la que intervinieron por parte de Francia **Domingo Francisco Arago (1786-1853)** y **Juan Bautista Biot (1774-1872)** y por parte de España el valenciano **José Chaix (1765-1809)** y el gallego **José Rodríguez y González (1770-1824)**. **Arago** fue un eminente astrónomo, físico y geodesta; secretario del "Bureau des Longitudes" y director del observatorio de París; profesor de Análisis y Geodesia en la escuela politécnica. En 1848 fue Ministro de Marina y de Guerra y abolió la esclavitud en las colonias francesas. Colaboró con **Biot** en la medida del índice de refracción del aire; en 1840 descubrió la cromosfera solar.

Las medidas de grandes arcos de meridiano y paralelo se sucedieron a lo largo de este siglo. Como hemos dicho, entre los años 1806 y 1808 **Biot** y **Arago** por parte francesa y **Chaix** y **Rodríguez** por parte española prolongaron el meridiano de Francia en España y enlazaron las islas de Ibiza y Formentera con el continente. En 1817 **Friedrich Georg Wilhelm von Struve (1793-1864)** y **Tanner** comienzan la medida del arco del Danubio al Ártico que terminan en 1849. En 1819 aparece calculado el elipsoide de **Walbeck** en Rusia. En 1823 el inglés **George Everest (1790-1866)** mide el arco de la India y en 1830 publica los datos de su elipsoide. Este mismo año **Georges Biddell Airy (1801-1892)** calcula su elipsoide con arcos de meridiano y paralelo de Gran Bretaña. En 1866 el Coronel norteamericano **Alexander Ross Clarke (1828-1914)** obtiene los elementos de su primer elipsoide que se utiliza en América del Norte y en 1880 publica el segundo. Un gran impulso instrumental es el dado por el geodesta francés **Françoise Perrier (1833-1888)** en 1868 con los círculos acimutales para la observación de triangulaciones de primer orden, que son construidos por los hermanos **Brünner**. En 1885 **Eduard Jäderin (1852-1923)** emplea los hilos en suspensión para la medida de bases geodésicas.

Con los trabajos realizados a lo largo del siglo se han determinado entre otros los siguientes elipsoides por el método de los arcos:

| <i>Nombre</i> | <i>Año</i> | <i>a</i> | <i>1/α</i> |
|------------------------|------------|-------------|-------------|
| Comisión del metro | 1799 | 6375,737 | 333,29 |
| Delambre | 1810 | 6376,985 | 308,64 |
| Walbeck | 1819 | 6376,896 | 302,8 |
| Airy | 1830 | 6377,5634 | 299,324964 |
| Everest (UK y USA) | 1830 | 6377,2763 | 300,8017 |
| Everest (Ind.-Paquist) | 1830 | 6377,301 | 300,8017 |
| Bessel | 1841 | 6377,397155 | 299,1528129 |
| Struve | 1860 | 6378,297 | 294,73 |
| Clarke | 1866 | 6378,2064 | 294,978698 |
| Clarke | 1880 | 6378,249145 | 293,465 |
| Helmert | 1906 | 6378,2 | 298,3 |

Es en el siglo XIX cuando la mayor parte de los científicos de elite establecen y desarrollan las bases de la Geodesia matemática y experimental.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), astrónomo, geodesta y matemático, nació en Brunswick, se doctoró en la Universidad de Helmstedt con la demostración del teorema fundamental del álgebra. Fue profesor de Astronomía y director del observatorio de Gottinga desde 1807 hasta su muerte en esta ciudad. Inventó el heliógrafo, determinó el coeficiente de refracción por medida de distancias cenitales y estableció el método de alturas iguales para determinar simultáneamente la latitud y la longitud. Diseñó, calculó y compensó, utilizando por primera vez en Geodesia el método de *mínimos cuadrados*, la red geodésica del reino de Hannover en 1821 y, como consecuencia del tratamiento de los problemas relativos al cálculo de triangulaciones encontrados en estos trabajos, como se dijo antes, dio las bases, en su "*Disquisitiones circa superficies curvas*" de 1828, de la geometría diferencial de superficies de uso obligado en Geodesia geométrica y dinámica: introdujo las coordenadas geodésicas sobre una superficie, el concepto de curvatura total y su teorema egregium. Con los estudios sobre aplicabilidad de superficies y la introducción de la esfera de curvatura media resolvió los problemas geodésicos directo e inverso y en 1822 estableció las bases de la transformación conforme entre el elipsoide y la esfera que conduciría posteriormente al fundamento matemático de la proyección UTM. Los principios del método de mínimos cuadrados habían sido establecidos por **Mayer** en 1748, **Laplace** en 1787 y **Legendre** en 1805. Gauss expone este método junto con la distribución normal de errores de observación en su obra "*Teoria Motus Corporum Coelestium*" en 1809 aunque ya lo había aplicado en 1801 para calcular la órbita del asteroide Ceres, es de destacar que Gauss no dedicaba mucho tiempo a publicar sus investigaciones.

Gauss inició en 1823 la medida de un arco de meridiano entre Altona y Gottinga y otro de paralelo en Hannover, estos trabajos geodésicos en Alemania fueron continuados por **Bessel** y **Baeyer (1794-1885)** que llegaron a cubrir todo el territorio alemán por una red geodésica que enlazaría con los trabajos efectuados en Francia, en los países bálticos y en los países de la Europa Central, haciendo posible el enlace con los [trabajos geodésicos realizados en Rusia](#).

También Gauss estableció el fundamento teórico de la Geodesia con la definición de la superficie matemática de la Tierra como la superficie equipotencial del campo de la gravedad más próxima a la superficie de los mares en equilibrio. Posteriormente, en 1872, el matemático alemán **Johann Benedict Listing (1808-1882)** dio a esta superficie el nombre de *geoide*. La superficie del elipsoide servía para realizar cálculos matemáticos pero no era suficientemente precisa como figura de la Tierra, además aparecían las llamadas desviaciones relativas de la vertical, ángulos que forman las correspondientes normales al geoide con las normales al elipsoide, dando estas diferencias otro método para determinar los parámetros del elipsoide terrestre que es conocido como *método de las áreas*.

El problema de la determinación de la figura matemática de la Tierra quedaba planteado en la obtención de una superficie equipotencial del campo de la gravedad, por consiguiente había que determinar la función geopotencial. Esta función está formada por el potencial gravitatorio de las masas de la Tierra y por el potencial centrífugo debido al movimiento de rotación. La función que representa este último potencial es muy sencilla y no presenta problemas, sin embargo la función potencial gravitatorio es más complicada y es a la que se le ha prestado toda la atención. En el exterior de las masas de la Tierra la función

potencial es una función armónica por tanto para determinarla debemos integrar una ecuación en derivadas parciales de tipo elíptico eligiendo unas adecuadas condiciones de contorno. Estas condiciones de contorno vienen dadas por la ecuación fundamental de la gravimetría que viene a relacionar el potencial perturbador (diferencia entre el geopotencial y el potencial de un modelo terrestre de comparación) y su derivada según las líneas de fuerza del campo con las anomalías de la gravedad, y estas pueden obtenerse sin dificultad sobre la superficie de la Tierra. Se llega así al establecimiento del clásico problema de Hilbert o tercer problema de contorno de la teoría del potencial: determinar una función armónica en el exterior del volumen limitado por una superficie conociendo los valores que sobre esta superficie toma una combinación lineal de dicha función y su derivada según la normal exterior a dicha superficie. El principio de Dirichlet dice que este problema tiene solución y esta es única.

Sin embargo, no seamos optimistas. El problema que presenta la Geodesia no es exactamente el problema de Hilbert. En primer lugar la superficie de contorno sobre la que se conocen los datos es la superficie física de la Tierra, que es desconocida. En segundo lugar la dirección en la que se conoce la derivada del potencial perturbador en un punto no es la normal a la superficie física de la Tierra sino la dirección de la normal a la superficie equipotencial que pasa por ese punto. Nos encontramos, por tanto, ante un problema de contorno de frontera libre y derivada oblicua. Que se sepa este problema no ha sido resuelto todavía por la Matemática de forma completamente satisfactoria para tratar el problema que nos ocupa.

Se comprende fácilmente que este problema llamara la atención de los matemáticos y que se tratara de darle solución, si no exacta si al menos aproximada.

También en el siglo XIX se realizaron [trabajos geodésicos en América, en Asia y en África](#). Los trabajos geodésicos en América del Norte condujeron a la medida de largos arcos de meridiano y a la obtención del elipsoide de **Hayford** que posteriormente fue adoptado por la UIGG como Elipsoide Internacional.

En el siglo XIX la teoría del potencial fue desarrollada con multitud de teoremas. **Jorge Gabriel Stokes (1819-1903)** publicó en 1849 una memoria titulada "*On the variation of gravity at the surface of the Earth*", (Trans. of the Cambridge Phil. Society, VIII, Part V, 1849, pp 672-695). Allí aparece el primer desarrollo de la función potencial y se demuestra que si la superficie exterior de un cuerpo es una superficie de nivel, el potencial es independiente de la repartición interior de la materia (Teorema de Stokes). Stokes resuelve el problema de contorno con su famosa fórmula integral y determina el potencial perturbador a partir de anomalías de la gravedad. Como la gravedad se mide en la superficie física de la Tierra debe reducirse al geoide lo que precisa conocer las densidades de la corteza terrestre. Toda esta teoría esta basada en dos hipótesis aproximativas: que la superficie de contorno es una esfera y que fuera de esta esfera no hay masas. Hubo que esperar más de cien años para que el geodesta ruso **Mikhail Sergeevich Molodensky (1909-1991)** pudiera plantear el problema en la propia superficie de la Tierra, aunque, debido a los imponderables antes citados, también da soluciones aproximadas, coincidiendo la solución de Stokes con el primer término de la aproximación.

Mientras esto sucede, la matemática va preparando el camino para los desarrollos posteriores. **Georg Green (1793-1841)** da sus famosas identidades, **Henry Poincaré (1854-1912)**, demostró que el aplanamiento terrestre tenía un límite y formuló la rotación de un modelo de Tierra constituido por un manto elástico y un núcleo líquido y presentó su famosa relación entre el potencial perturbador, la gravedad normal y la ondulación del geoide, que permite determinar los puntos del geoide por sus distancias al elipsoide de referencia. Los estudios sobre mareas realizados por **Laplace** fueron continuados por **William Thomson** más conocido por **Lord Kelvin (1824-1907)** que desarrolló una teoría de mareas para una Tierra elástica e introdujo el análisis armónico en este campo. **George Darwin (1845-1912)**, hijo de Charles Darwin, aplicó las teorías de Lord Kelvin que fue su maestro y se le considera el creador de la teoría de mareas terrestres para una Tierra fluida y viscosa, estudia la fricción en el interior de la Tierra y predice la existencia de mareas de carga sobre la corteza elástica. **John Henry Pratt (1809-1871)** presenta su modelo isostático el 23 de octubre de 1854 y **Airy** presenta el suyo el 25 de enero de 1855, ambos en la Royal Society de Londres. El astrónomo francés **Hervé Faye (1814-1903)** dio una interesante interpretación de las anomalías de la gravedad basándose en las ideas de Pratt y Airy.

Otro gran matemático, geodesta y astrónomo fue **Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846)**, director del observatorio de Königsberg, que midió el arco prusiano en 1838, determinó el primer valor fiable del aplanamiento de la Tierra y cuyo elipsoide de 1840 ha formado parte de algunos datums europeos. **Jean Baptiste Fourier (1786-1830)** nos da sus métodos de análisis armónico y la famosa transformada de tantas aplicaciones posteriores a la Geodesia. **Legendre** trabaja en el mismo sentido.

Bernhard Riemann (1826-1866), con sus teoremas sobre la transformación conforme, y **Élie Cartán (1869-1951)** inician los fundamentos de la moderna geometría diferencial que continuada con los trabajos de **Antonio Marussi** está teniendo amplia repercusión en Geodesia tridimensional diferencial; el estudio de referencias móviles y coordenadas geodésicas holónomas es de uso obligado en gradiometría y base de los modelos matemáticos que se aplican en el trabajo con satélites gradiométricos para el estudio fino del potencial gravitatorio terrestre.

En 1888 **Karl Friedrich Küstner (1856-1936)** observa variaciones periódicas de la latitud de un observatorio determinada por el método de **Talcott** y el experimento Berlín-Waikiki de 1891-92 demuestra que el eje de rotación de la Tierra no está fijo en la corteza. Para el estudio de este interesante fenómeno se crea en 1899 el *Servicio Internacional de Latitudes*.

Las ondas electromagnéticas fueron estudiadas por **James Clerk Maxwell (1831-1879)** y el francés **Hippolyte Louis Fizeau (1818-1896)** fue el primero en medir la velocidad de la luz de forma precisa en 1849. La aplicación de las ondas electromagnéticas a la medida de distancias en Geodesia fue iniciada por **Albert Abraham Michelson (1852-1931)**, después en 1948 el sueco **Erik Bergstrand** inventó el geodímetro y **Trevor Lloyd Wadley (1920-1981)** en 1956 el telurómetro. Ahora estos instrumentos están muy perfeccionados con el concurso de la tecnología láser y la informática.

En 1851 **Jean Bernard Foucault (1819-1868)** demostró la rotación de la Tierra con el experimento de su famoso péndulo.

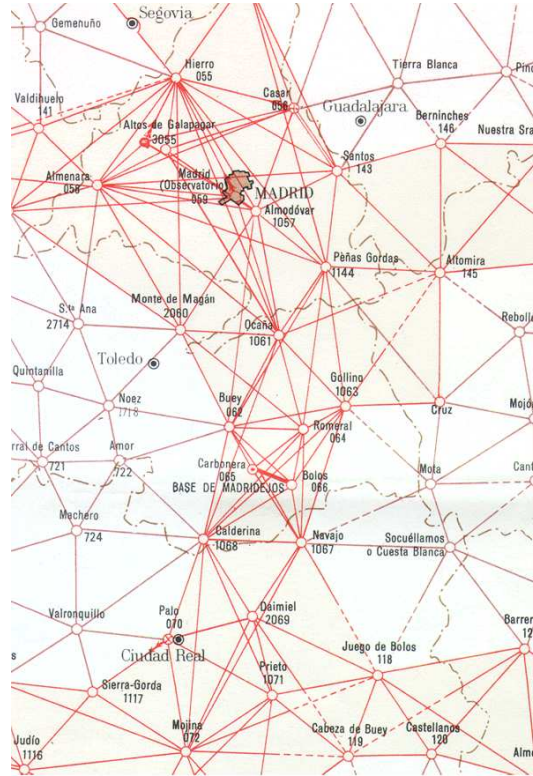


Figura 13. Red geodésica del centro de España.

Mención aparte merecen los [trabajos geodésicos realizados en España en el siglo XIX](#), especialmente dirigidos a la formación del Mapa Nacional (Figura 13). La importancia y necesidad para España de este Mapa fue advertida en diversas ocasiones por la [Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid](#). Esta es la época en la que sobresale un insigne geodesta, Don [Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero \(1825-1891\)](#) (Figura 14) que, además de la invención de su famosa regla, de una forma u otra sintetiza los avances geodésicos españoles en este siglo.

Por un Decreto de 3 de noviembre de 1856, firmado por Narvaez, se crea la Comisión Nacional de Estadística, en cuyo reglamento se dice *“Corresponde a la primera sección: La carta geográfica de España. Los planos topográficos para su aplicación catastral. La carta forestal y geológica...”*

Es de destacar que en ciertas ocasiones las previsiones iban por delante de los hechos, pues en 1862 ya se dispone por el Ministerio de Estado el enlace de las redes de Portugal y Francia con la de España. También es digno de mencionar que por Decreto de 18 de mayo de este mismo año se crea el negociado de cálculos en la Junta General de Estadística dotándosele de personal y medios propios y preconizando el uso del método de mínimos cuadrados.

Para la realización del Mapa de España como misión fundamental, por De-

creto de 12 de septiembre de 1870 firmado por el Regente D. Francisco Serrano y propuesto por el Ministro de Fomento D. José Echegaray, entonces Académico y más tarde Presidente de la Real Academia de Ciencias, se creó el Instituto Geográfico dentro del ministerio de Fomento. Con la misma fecha se nombra Director General de dicho Instituto al coronel de Ingenieros, D. Carlos **Ibáñez** e Ibáñez de Ibero.



Figura 14. Retrato de D. Carlos Ibáñez.

También en el siglo XIX se realizan los [trabajos geodésicos de enlace de Europa con África](#), una de las operaciones geodésicas de más envergadura del siglo no sólo en España sino en toda Europa, y en la que también participó D. Carlos **Ibáñez**. Los trabajos de observación comenzaron el día 9 de septiembre de 1879 y se dieron por terminados el día 4 de octubre del mismo año. Entre otros instrumentos se utilizó un círculo meridiano portátil fabricado por los hermanos Brünnner en París y un anteojo acodado de pasos Repsold de 1868. La labor del General Ibáñez en la dirección de estos trabajos fue reconocida por el Gobierno con la concesión del título de Marqués de Mulhacén en 1889.

4.7. Siglo XX

Dada la gran cantidad de trabajos geodésicos realizados en este siglo sólo reseñaremos los hechos más sobresalientes. Comienza el siglo con la aparición de la obra de **Friedrich Robert Helmert (1843-1917)** "*Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie*", que viene a sintetizar los trabajos

geodésicos hasta entonces y que ha servido y sirve como libro de referencia inexcusable. **Helmert** es el introductor del método de *nivelación astrogeodésica* para la determinación del geoide a partir de desviaciones de la vertical. En 1900 crea el Sistema Gravimétrico de Viena y en 1901 da su fórmula de la gravedad normal.

En 1900 comienzan las medidas de mareas terrestres con péndulos horizontales.

En 1903 se realizan las primeras observaciones gravimétricas en el mar con barómetros por **Oscar Hecker**.

En 1904 **Kühnen** y **Furtwänder** miden la gravedad absoluta en Potsdam y su valor es aceptado como origen del sistema mundial, aunque en 1950 se demostró que su valor era 14 miligales mayor del real. En 1906 aparece la balanza de torsión de **Lorand Eötvös (1848-1919)** y las investigaciones isostáticas de **Hayford** y **Helmert**.

En 1909 el geodesta norteamericano **John Fillmore Hayford (1868-1925)** con datos de la red geodésica de los Estados Unidos y aplicando el *método de las áreas* con la hipótesis isostática de Pratt, publica los resultados de su elipsoide que posteriormente es adoptado como elipsoide de referencia Internacional. Se establece el sistema de gravedad de Potsdam.

En 1910 **Poincaré** resuelve el problema del movimiento del polo para una Tierra con núcleo líquido.

En 1911 aparecen los trabajos de **Augustus Edward Hough Love (1863-1940)** que describen la marea de una Tierra elástica por medio de los llamados números de Love que sirven para caracterizar las deformaciones producidas por las fuerzas de marea.

En 1914 **Schweydar (1877-1959)** realiza la primera observación de mareas terrestres con un gravímetro y en 1921 aparece el famoso desarrollo armónico de **Doodson (1890-1968)** del potencial de marea.

En 1919 se funda la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG).

En 1923 se desarrollan las medidas de gravedad con péndulos submarinos por el geodesta holandés **Félix Andries Vening-Meinesz (1887-1966)**.

En 1924 se utilizan los hilos invar para la medida de bases. En este mismo año se adopta el elipsoide Internacional de **Hayford** por la Asociación Internacional de Geodesia en la Asamblea de Madrid.

En 1928 **Vening-Meinesz** publica un libro con las fórmulas que llevan su nombre y que determinan las componentes de la desviación de la vertical a partir de medidas gravimétricas. En 1929 presenta un aparato tripendular para la medida de la gravedad en el mar. También aparecen los primeros gravímetros de muelle de **Ising** y **Lejay**.

En 1930 el geodesta italiano **Giovani Cassinis** calcula la fórmula de la gravedad normal que es adoptada como fórmula internacional. Se perfeccionan los péndulos horizontales. Se realizan experiencias con gravímetros marinos y se utiliza el péndulo reversible para medidas absolutas en Washington y Teddington por **Clark**, **Heyl** y **Cook**.

En 1935 **Nicolás Stoyko** descubre las variaciones estacionales de la velocidad de rotación de la Tierra.

En 1936 aparecen los cálculos de un geoide gravimétrico de **Harold Jeffreys (1891-1989)** e **Hirvonen**. Se desarrolla la teoría de errores en nivelación por **Jean Vignal**. Se presentan correcciones a las observaciones de gravedad en plataformas móviles por **Bowie**. Se estudia el problema de contorno de la Geodesia Física por **Krassowsky** y **Michailov**.

En 1937 **Kukkamäki** estudia la refracción y la nivelación con importantes resultados.

Las observaciones de eclipses de Sol y de ocultaciones de estrellas por la Luna proporcionan datos suficientes para la determinación de los parámetros del elipsoide terrestre y para la unión en un mismo sistema de referencia de puntos de la superficie terrestre alejados. Las observaciones de estos fenómenos proliferan en la primera mitad del siglo XX. Son de destacar los métodos empleados por **John O'Keefe (1916-2000)** del U.S Army Map Service para la observación de ocultaciones y los métodos para la observación de eclipses de **Atkinson**, **Kukkamäki**, **Linblad**, **Tadeusz Banachiewicz (1882-1954)**, **Platzeck**, **Mairzequi**, **Gaviota**, el austriaco afincado en los Estados Unidos **William Markowitz (1907-1998)** con su famosa cámara lunar y nuestros más cercanos **José María Torroja (1919-1994)** y **Vicente Bongera**.

La primera campaña de observación de un eclipse de Sol con fines geodésicos fue organizada por **Banachiewicz** en el eclipse del 19 de junio de 1936 observando desde Japón, Siberia y Grecia. Siguió el eclipse del 9 de julio de 1945 observado por expediciones finlandesa y sueca. El eclipse del 20 de mayo de 1947 fue observado también por astrónomos escandinavos desde Brasil y Costa de Oro. El eclipse del 4 de mayo de 1948 fue observado por astrónomos norteamericanos desde diferentes lugares. La Universidad Complutense de Madrid comenzó su participación en la observación de eclipses con fines geodésicos con el eclipse del 25 de febrero de 1952 desplazando una expedición a Cogo (Guinea Ecuatorial) en el que se ensayó por primera vez el método fotométrico afocal de **Torroja-Bongera** con registro cinematográfico. Posteriormente se volvió a participar en la observación del eclipse de 30 de junio de 1954 en Sydoster (Suecia) en el que llegaron a montarse 36 expediciones de diversos países. Los resultados españoles, obtenidos con un método perfeccionado del anterior llamado focal o parcial, fueron de primera calidad. También observaron Torroja y Bongera el eclipse de 1959 en El Aaiun (Sahara Occidental).

En 1940 aparecen los trabajos del geodesta finlandés **Weikko Alexanteri Heiskanen (1895-1971)** sobre aplanamiento de elipsoides de dos y tres ejes, sobre cartas de anomalías de la gravedad y sobre correcciones isostáticas siguiendo la hipótesis de Airy. Algunos elipsoides determinados por el método gravimétrico en esta época son

También se utiliza el método de las áreas y métodos mixtos. Elipsoides relevantes determinados en el siglo XX, los últimos nombrados según el Sistema de Referencia Geodésico que representan, son

En 1943 el sueco **Bergstrand** inventa el geodímetro, primer distanciómetro con ondas de luz, que empieza a utilizarse en 1950.

| <i>Nombre</i> | <i>Año</i> | <i>1/α</i> |
|---------------|------------|------------|
| Helmert | 1908 | 298,2 |
| Helmert | 1915 | 296,7 |
| Bowie | 1917 | 297,4 |
| Heiskanen | 1928 | 296,7 |
| Heiskanen | 1957 | 297,4 |

| <i>Nombre</i> | <i>Año</i> | <i>a</i> | <i>1/α</i> |
|-----------------------|------------|-----------|------------|
| Hayford Internacional | 1924 | 6378,3880 | 297,00 |
| Heiskanen | 1919 | 6378,4000 | 298,20 |
| Jeffreys | 1948 | 6378,0990 | 297,10 |
| Krassowsky | 1940 | 6378,2450 | 298,30 |
| Hough | 1959 | 6378,2700 | 297,00 |
| Oxford | 1959 | 6378,2010 | 297,65 |
| Fischer | 1960 | 6378,1660 | 298,30 |
| GRS67 | 1964 | 6378,1600 | 298,25 |
| GRS80 | 1980 | 6378,1370 | 298,26 |
| WGS84 | 1984 | 6378,1370 | 298,26 |
| T/P IERS | 1992 | 6378,1363 | 298,26 |

Cien años después de los trabajos de Stokes se produce el último avance en el conocimiento de la figura de la Tierra; este es debido a los trabajos de M. S. Molodensky y sus colaboradores del Instituto de Geodesia, Fotogrametría y Cartografía de Rusia. Estos científicos plantean el problema de contorno de la Geodesia Física en la propia superficie física de la Tierra, evitando por una parte el considerar la esfera como figura aproximada y por otra el conocimiento de las densidades de su interior. Demuestran que el potencial exterior de la Tierra puede ser determinado a partir de medidas en su superficie. Sin embargo, al no estar resuelto el problema matemático general que nos garantice existencia y unicidad de solución del problema de contorno de frontera libre y derivada oblicua, obliga a estos geodestas a realizar otro tipo de aproximaciones. El problema de la frontera libre lo resuelven trabajando en una superficie matemáticamente bien definida que no se aparta mucho de la superficie topográfica, y el problema de la derivada oblicua queda resuelto por medio de unos cambios de variable que introduce en una ecuación integral. En este método el geoide, o cuasigeoide, es un subproducto, que sirve para mantener la estructura geodésica necesaria para dotar a todos los puntos de la Tierra de un sistema de altitudes acorde con la realidad física del planeta.

En 1945 aparecen publicados los trabajos de **Mikhail Sergeevich Molodensky (1909-1991)** no solamente sobre la determinación de la figura de la tierra sino sobre Geodesia tridimensional que también fue desarrollada por **Martín Hotine (1898-1968)** en 1956, aunque fue **Heinrich Bruns (1848-1919)** su introductor en 1878. Se efectúan triangulaciones Shoran.

En 1946 se realizan las primeras medidas con gravímetros absolutos de caída libre en Sevres por Volet. El geodesta finlandés **Yrjö Väisälä (1892-1971)** publica el método de triangulación estelar.

En 1947 se realiza la medida óptico interferométrica de bases de calibración

con el aparato de **Väisälä**.

En 1948 el también geodesta finlandés **Lauri Tanni** publica el primer mapa del geoide mundial obtenido por aplicación de la fórmula de Stokes. Por su parte **Guy Bomford (1899-1996)** y **James de Graaff-Hunter (1881-1967)** calculan un geoide a partir de desviaciones de la vertical.

En 1950 el japonés **Hitoshi Takeuchi (1920-2004)** resuelve por primera vez numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna las deformaciones elásticas de una Tierra no homogénea.

En 1950 se aplica la triangulación Hiran con precisión de 5 metros. Aparecen los niveles automáticos, los gravímetros de muelle de alta precisión y los gravímetros marinos Graf y LaCoste.

En 1950 a 1953 van apareciendo los ya citados trabajos de **Antonio Marussi (1908-1984)** sobre la denominada Geodesia Intrínseca que pronto se integraría en la Geodesia Diferencial; el tensor de Marussi es básico en el estudio de problemas geodésicos de contorno.

En 1954 el sudafricano **Wadley** inventa el telurómetro, primer distanciómetro con microondas, que empieza a utilizarse en 1957.

En 1957 se utiliza la cámara lunar de **Markowitz**.

En 1957, el 4 de octubre se lanza el primer satélite artificial de la Tierra por los rusos, el **Sputnik 1**, el Sputnik 2 fue lanzado un mes después y en febrero de 1958 se lanza el primer satélite norteamericano **Vanguard I**.

En 1958 comienza la Geodesia por Satélites con las cámaras Baker-Nunn y fotografía con fondo de estrellas. La Geodesia espacial es la Geodesia basada en la utilización de objetos del espacio fuera de la superficie terrestre. En general la Geodesia espacial prescinde de la utilización del elipsoide de referencia y se obtienen posiciones de puntos independientemente de la dirección de la vertical. Con la Geodesia espacial se ha realizado el enlace de continentes alejados y se ha conseguido el establecimiento de un único sistema de referencia mundial donde se tienen las coordenadas tridimensionales de los puntos; se ha mejorado el conocimiento de la figura de la Tierra con modelos del geoide muy precisos; se ha avanzado en la determinación del centro de masas de la Tierra y se ha logrado un profundo conocimiento del movimiento de rotación de la Tierra.

En los años cincuenta se extiende el uso de la estadística en la compensación de redes con los trabajos de **Triensta**, **Arne Bjerhammar (1917-2011)**, **Wolf**, etc., y se establece el Datum Europeo ED50. Aparece el geoide astrogeodésico de Bomford, el geoide gravimétrico de **Heiskanen** y la red gravimétrica mundial de Woolard y Morelli. Se determinan los primeros armónicos del geopotencial por **O'Keefe**. Se finaliza la medida del arco desde Ciudad del Cabo a El Cairo.

En 1960 se lanzan los satélites ECHO I, ANNA 1B, Geos1 y 2, Diademe1-2, Oscar 14 y Timation.

En 1963 se crea el International Polar Motion Service, con sede en Mizusawa. Aparecen los gravímetros absolutos de **Sakuma** y **Faller**. Aparece el primer modelo de Mekometer.

En 1964 se lanzan los primeros satélites Doppler Transit por los EEUU que quedan operativos para uso civil en 1967. También en 1964 se lanza el ECHO II y en 1966 el Pageos. En 1965 se lanza el satélite Doppler y láser Bacon Explorer C de la NASA (que en 2012 continúa activo).

En 1965 la Asociación Internacional de Geodesia crea la Subcomisión de Satélites Artificiales para el Oeste de Europa. De 1966 a 1976 se realiza la primera gran operación europea de Geodesia por Satélites denominada **WEST** (Western European Satellite Triangulation). Participan 17 países europeos con un total de 40 estaciones, entre ellos España a través de la Cátedra de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Ciencias de la UCM con dos cámaras balísticas, un equipo de tiempo Rhode Schwarz y un comparador Grubb Parsons. Se utilizaron los satélites pasivos ECHO I, ECHO II y Pageos. Como resultado de esta operación España quedó geodésicamente unida a Europa con dos vértices situados en la terraza de la Facultad de Ciencias. Las coordenadas de la estación en Madrid en este primer sistema europeo son $40^{\circ}27'03''$, $356^{\circ}16'33''$. Estos vértices, verdaderos símbolos del avance científico de la época, fueron destruidos cuando la Facultad de Matemáticas pasó al nuevo edificio en la Ciudad Universitaria.

En 1967 se establece el sistema de referencia geodésico 1967 con nueva fórmula para la gravedad normal. Se presenta el gravímetro absoluto de lanzamiento vertical de **Cook**, y los primeros gravímetros absolutos portátiles de **Faller** con precisiones de 5 centésimas de miligal.

En 1968 aparece el gravímetro superconductor de **Goodkind**.

En 1969 el Apollo 11 deposita en la Luna los reflectores láser y se miden distancias desde los observatorios de Lick y McDonald. También en 1969 se mide la primera gran base por VLBI entre Haystack y Greenbank.

En 1965-1970 se utilizan las cámaras balísticas en Geodesia por satélites. Se perfeccionan los equipos Doppler, se continúan lanzando satélites geodésicos y se desarrolla el receptor Mark I para VLBI. Aparecen las investigaciones de **Kaula** sobre teoría de satélites geodésicos, de **Bjerhammar** e **Hirvonen** sobre la Geodesia sin hipótesis, de **Kaula**, **Bjerhammar** y **Helmut Moritz** sobre investigaciones estadísticas del campo de gravedad y los de **Willem Baarda (1917-2005)** y **Bjerhammar** sobre fiabilidad de redes geodésicas. También se estudia la refracción geodésica por **Tengstrom**, la colocación mínimo cuadrática por **Krarup** y **Moritz** y la determinación de movimientos recientes de la corteza por **Boulanger**. Los modelos de geopotencial llegan al orden y grado 16 como el SE II. Se perfecciona el seguimiento Doppler de satélites. El movimiento del polo se determina con observaciones Doppler.

En 1970-1980 el avance de la Geodesia es espectacular. Se termina y adopta la IGSN71, Red Gravimétrica Internacional Estandarizada. Aparecen los sistemas de levantamiento inercial. Los gravímetros absolutos portátiles con precisión de 1 centésima de miligal. La gravimetría a bordo de helicópteros. También aparece el Terrameter, distanciómetro experimental de láser bicolor. Se despliega el sistema Doppler Tranet-2 y se perfeccionan los receptores Doppler como los JMR y los Magnavox. En cuanto a la VLBI se desarrollan los equipos Mark II y III y el primer sistema móvil.

También en estos años setenta se perfecciona el seguimiento láser a la Luna con nuevos reflectores depositados allí por los satélites Apollo14 y 15 y el Lunakhod II. El lanzamiento de satélites continúa con el DIAL, el Oscar 19, el PEOLE, los satélites láser STARLETTE (1975) y LAGEOS I (1976) que son unas esferas de 24 centímetros de diámetro con 60 reflectores y un peso de 47 Kg. En 1975 se lanza el primer satélite altimétrico Geos-3 y en 1978 el también altimétrico Seasat-1 de vida efímera (47 días).

En 1978, el 22 de febrero fue lanzado el primer satélite GPS del Bloque I, el PRN4.

Otros importantes avances en estos años los constituyen las investigaciones sobre movimientos recientes de la corteza con resultados experimentales en el este de Europa. Se obtienen perfiles de marea gravimétrica. Aparecen modelos de marea oceánica. Modelos de funciones covarianza del campo de gravedad. Se investiga la solución de grandes sistemas de ecuaciones (**Meissl**) y la Geodesia cuatridimensional (**Mather**). Se determina el WGS72 como sistema Geodésico Mundial y se termina la fase II de la retriangulación europea RETRIG con el sistema ED-79 (**Kobold**). Los modelos de geopotencial llegan al grado y orden 36 con los GRIM-2 y GEM-10B. Los sistemas de posicionamiento por satélites Doppler y láser llegan a precisiones relativas de 2 decímetros. Estas precisiones también son alcanzadas con medidas VLBI intercontinentales. Los parámetros de rotación de la Tierra quedan determinados con precisiones de 2 centésimas de segundo de arco.

En 1980-1990 se desarrolla la gravimetría marina y aerotransportada con precisiones de 1 miligal. Se contrastan los primeros gradiómetros. Se trabaja con seguimiento satélite a satélite. Se continúa y perfecciona el seguimiento láser de satélites y de la Luna. Se establecen las primeras redes geodésicas mundiales con VLBI para la definición del sistema de referencia de orden cero.

Se siguen lanzando satélites geodésicos como los Navstar 6 a 13 de GPS, los Nova 1 a 3, el Oscar 30, el Bulgaria 1300, el Meteor-3, el Geosat (1985-1990) de la NASA para determinar el geoide marino, el japonés láser Ajisai (1986), el Geo-IK y los rusos ETALON 1 y 2 (1989). El primer satélite GPS del Bloque II fue lanzado en febrero de 1989. Por su parte se desarrollan y comercializan receptores portátiles GPS de más de 10 fabricantes.

En esta década las investigaciones se dirigen fundamentalmente a la Geodesia integrada, Geodesia operativa, optimización de redes, rotación de la Tierra y determinación del geoide. Se realizan campañas de comparación de gravímetros absolutos en Sevres. Se establecen los Datums Norteamericanos NADS-83 y NAVD-87. Se determina y comienza a usarse el Sistema Geodésico Mundial WGS84. También se establece el Sistema Europeo ED87 y la Red Europea Unificada de Nivelación UELN-73. En la gravimetría se comienza la Red internacional de Bases de gravimetría absoluta IAGBN. Se obtienen los primeros resultados de la topografía marina a partir de altimetría de satélites. En el GPS también se logran levantamientos estáticos y cinemáticos con precisiones centimétricas relativas. En cuanto a modelos de geopotencial, se obtienen desarrollos hasta orden y grado 360 como el OSU86F.

Un objetivo de los trabajos de los años ochenta es aumentar la precisión de las determinaciones geodésicas, cualquiera que sea la técnica utilizada. La

determinación de geoides regionales comienza a lograrse con precisiones internas de 20 centímetros, las técnicas espaciales de posicionamiento alcanzan precisiones relativas de 1 centímetro y los parámetros de rotación de la Tierra se determinan con precisiones de la milésima de segundo de arco.

Es en la década de los ochenta cuando prácticamente todas las operaciones geodésicas de relieve tienen carácter internacional. Así surgen proyectos de diversa índole que se desarrollan en conjunto, entre ellos podemos citar: MERIT-COTES, WEDOC, WEGENER-MEDLAS, ADOS, Crustal Dynamics, etc.

En 1990-2000 continúan los desarrollos iniciados en la década anterior, presentándose ya resultados tangibles de gran precisión. Se establecen las redes continentales por técnicas GPS y las redes nacionales de orden cero. Un buen ejemplo es la red **IBERIA 95** establecida por los Institutos Geográficos de España y Portugal (Figura 15).



Figura 15. Red GPS Iberia95.

Se desarrollan métodos y comienza a aplicarse la nivelación con GPS y geoides. El GPS y la distanciometría de alta precisión permiten innumerables aplicaciones de la Geodesia a la Ingeniería. Se desarrolla el GPS cinemático para el posicionamiento en tiempo real de vehículos en movimiento en conjunción con redes permanentes de GPS que proporcionan en todo momento y lugar cobertura de datos para posicionamiento relativo.

La investigación se dirige al control de calidad de las redes GPS con el estudio de la propagación de errores de todo tipo. También se investiga el modelado de fuerzas no gravitacionales y los métodos gradiométricos.

Aparecen en estos años los modernos modelos de geopotencial como los estadounidenses OSU91A de 1992 y el EGM96 de 1996, y los GPM98 de Wenzel en 1998, entre otros. En paralelo aparecen los recientes trabajos sobre la determinación del geode en los países desarrollados. Entre ellos destacaremos el Geode Europeo determinado por el grupo del Prof. **Wolfgang Torge** y el Geode Ibérico IBERGEO95, que es el primer geode gravimétrico de la penín-

sula Ibérica y su entorno, determinado en España por **Miguel. J. Sevilla** en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid.

En la Geodesia Espacial continúan los avances en VLBI, GPS y los modernos sistemas DORIS, PRARE y DGPS para aumentar la precisión y facilidad de seguimiento de satélites y posicionamiento de estaciones. Se lanzan nuevos satélites láser como el LAGEOS-2 (1999), el francés ESTELLA (1993) y el GFZ-1 (1995), también se lanzan satélites GPS del bloque II y se prepara el bloque III, La constelación de satélites GPS queda completamente operativa con 24 satélites, operados por la USAF proporcionan un recubrimiento global las 24 horas del día en todo tiempo. Los satélites están equipados con relojes atómicos de cesio y transmiten señales de tiempo precisas en frecuencias radio en banda L, desde 1998 se incorpora la nueva banda L2C. Van provistos de reflectores láser para órbita de precisión. Señales de cuatro satélites permiten obtener la posición del receptor. La órbita de estos satélites es casi circular ($i = 0,006$), con un perigeo de 26.408 Km. Una inclinación de $64,8^\circ$ y un periodo: 718 minutos (11h 58m), su peso es de unos 930 Kg.

Pero la novedad de los años noventa es el uso de satélites medioambientales altimétricos de amplio espectro, en 1991 se lanza el ERS-1 de la ESA (Agencia Europea del Espacio), en 1992 el TOPEX/Poseidon, misión conjunta de EE.UU. y Francia, en 1995 el ERS-2 de la ESA con 2516 Kg de carga que finalizó su misión en septiembre de 2011. En 1998 se lanza el GFO de la NASA, continuador del Geosat para estudio de la topografía del océano, finaliza en 2008. Estos satélites, además de servir como satélites de recursos y oceanográficos, proporcionan a la Geodesia medidas altimétricas con las que se perfeccionan los modelos de geopotencial, los geoides marinos y la determinación precisa de la SST (superficie topográfica del mar).

4.8. Siglo XXI

En 2000, el 15 de julio, se lanza con éxito el minisatélite alemán CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload) para aplicaciones geocientíficas. Este satélite con un GPS a bordo tiene un seguimiento satélite a satélite en alta y baja órbita de modo continuo. Un acelerómetro de tres ejes en el centro de gravedad del satélite mide directamente las aceleraciones perturbadoras no gravitacionales y se obtiene una señal gravimétrica limpia; terminó su vida útil el 21 de septiembre de 2010. Tenía por misión determinar las características globales altamente precisas de larga longitud de onda del campo de gravedad de la Tierra y las variaciones temporales de este campo: Estimaciones globales del campo magnético principal y el de la corteza de la Tierra y la variabilidad espacio temporal de estos campos con gran exactitud. También obtener un gran número de datos de refracción de la señal GPS causados por la atmósfera e ionosfera, que pueden convertirse en temperatura, vapor de agua y contenido electrónico con buena distribución global.

En 2001, el 7 de diciembre, fue lanzado con éxito el satélite JASON-1 con fines geodésicos y oceanográficos como sucesor del TOPEX/Poseidon. Es una misión conjunta entre la NASA y el CNES francés. Su misión es para previsión oceánica, estudio de la altura de las olas y la velocidad del viento en superficie,

topografía del fondo del mar y fenómenos climáticos. Lleva a bordo altímetros y radiómetros, para posicionamiento lleva sistemas DORIS, láser y GPS.

En 2002, el 1 de marzo, se lanzó el satélite ENVISAT de la ESA sucesor de los ERS1 y 2, con más de 10 instrumentos a bordo es el mayor satélite de observación de la Tierra lanzado hasta la fecha. Sus objetivos son los mismos del JASON 1 y produce, además, imágenes SAR (Radar de Apertura Sintética). Comparando interferométricamente dos imágenes del SAR de la misma área tomadas por el satélite en dos tiempos separados se puede determinar, si existe, el desplazamiento de la superficie en la dirección de la emisión del satélite. También va provisto de sistema de seguimiento láser y DORIS.

En 2002, el 17 de marzo, se lanzó la misión por satélites GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment), es un sistema de dos satélites bajos con seguimiento satélite a satélite lo que proporciona información sobre variaciones temporales de la gravedad debidas al desplazamiento de masas de la Tierra, esto que permitirá controlar por primera vez las variaciones del nivel del mar para mejorar la determinación del geode y otras aplicaciones oceanográficas e hidrológicas. Las misiones gravimétricas CHAMP y GRACE representan un desarrollo revolucionario en la determinación del campo de gravedad de la Tierra pues por primera vez se tienen sensores del campo de gravedad en el espacio. Entre sus resultados merecen destacarse los modelos precisos de geopotencial (por ejemplo EIGEN CG03C de 2005).

En 2003, el 12 de enero, se pone en órbita el satélite ICESAT para el estudio de las zonas polares y el 8 de octubre de 2005 fracasó el lanzamiento del CRYOSAT-1 con fines análogos.

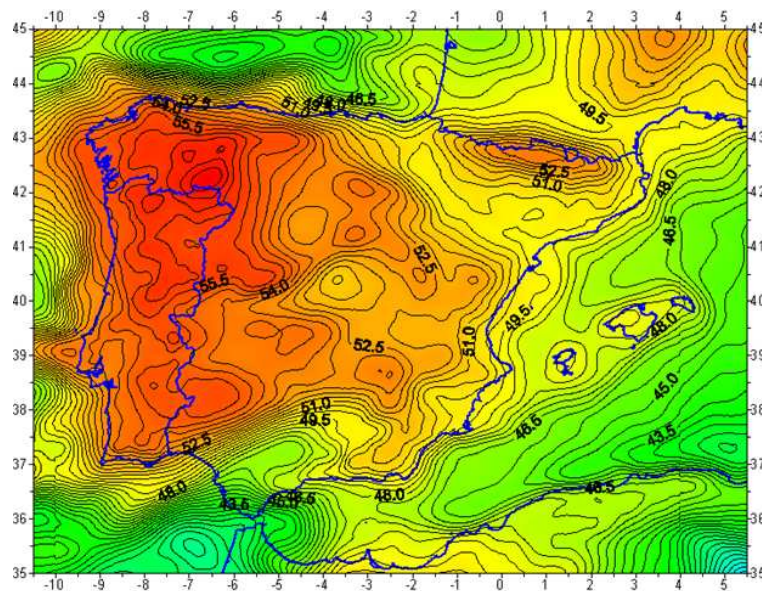


Figura 16. IBERGEO2006.

En 2006 se determinó un nuevo geode en la península Ibérica denominado IBERGEO2006 (Figura 16) que viene a mejorar el IBERGEO95, amos del mismo autor. Los parámetros geodésicos de la zona de trabajo son: Sistema de

referencia WGS84, un área de 10 grados en latitud de $35 < \varphi < 45$ y 16 grados en longitud de $-10,5 < \lambda < 5,5$. En la zona central la longitud de un arco de meridiano de 1 grado es de 111,0346 Km. ($10^\circ = 1110,346$ Km.) y la de un arco de paralelo de 1 grado 85.39385694 Km. ($16^\circ = 1366,312$ Km.) con una relación entre arcos de 1,300264874. Los intervalos de las mallas resultantes son de 2,17 Km. \times 2,67 Km. teniéndose en total 262144 puntos del geoide.

Las mejoras de este geoide han sido posibles por las siguientes razones:

1. Disponer de un nuevo modelo de geopotencial, el CG03C publicado por el GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam.
2. Disponer de valores absolutos de la gravedad.
3. Disponer de nuevos datos gravimétricos en España y Portugal y nuevos datos marinos. 22.909 datos más que en 1995.
4. Nuevo cálculo de anomalías aire libre a partir de gravedades medidas con los nuevos programas REDGRA con fórmulas precisas y todo referido al sistema WGS84.
5. Nueva validación de anomalías con gráficos parciales y otros métodos avanzados.
6. Utilizar un modelo digital del terreno más denso que el de 1995 sobre todo en zonas montañosas (MDT200).
7. Utilizar para comparación anomalías obtenidas a partir de datos de satélites ERS1-2 y TO-PEX/POSEIDON en zonas marinas.
8. Obtener la malla de anomalías de cálculo con anomalías Bouguer completas y después pasar a anomalías Helmert añadiendo la corrección por lámina Bouguer tomando las altitudes de una malla previamente calculada.
9. Disponer de una red de puntos de control GPS en el sistema ETRF89 y de nuevos parámetros de transformación de coordenadas del ED50 al WGS84 proporcionados por los Institutos Geográficos de España y Portugal.

Después de eliminar una corrección de Helmert, se ha aplicado colocación para obtener una superficie de referencia de altitudes ajustada a más de 13.220 puntos GPS/Nivelación de la red española de nivelación de alta precisión REDNAP. Los resultados han dado una desviación típica de 3,6 centímetros y una precisión relativa de 0,62 ppm. Este último producto se conoce como IEBERGE02008.

En 2007, el 27 de julio se adopta por Decreto el Sistema ETRF89 (European Terrestrial Reference System) como Sistema de Referencia Geodésico Oficial de España.

En 2008, el 20 de junio, se lanza el JASON-2 OSTM (Figura 17) como sucesor del TOPEX/Poseidon y JASON 1. Este satélite lleva a bordo tres altímetros, un radiómetro de microondas y sistemas de posicionamiento GPS, láser y DORIS. Con la información de estos satélites se ha comprobado la elevación del nivel

del mar que tanto está influyendo en la variación del clima, de 1992 a 2012 se ha obtenido una variación de 3,21 milímetros por año.



Figura 17. JASON 2.

En 2008 aparece el supermodelo de geopotencial EGM2008 de orden y grado 2160 determinado por la National Geo intelligence Agency (NGA) de los Estados Unidos, con precisiones sin precedentes. Utilizando este modelo el NGS de los EEUU ha determinado el modelo de geoide gravimétrico USGG2009 de EEUU, en una malla de $1' \times 1'$, que es el geoide más moderno publicado, con precisiones de 3 cm respecto a observaciones GPS/Nivelación.

En los años 2003 y 2009 entran en uso los nuevos Sistemas de Referencia Celestes y Terrestres (ICRS e ITRS) con nuevas teorías de precesión nutación, preparados por el IERS (International Earth and Reference Systems Service) para la determinación de los parámetros de orientación de la Tierra y lograr con sus productos altas precisiones en los cálculos astrométricos y geodésicos.

En 2009, el 17 de marzo se pone en órbita la misión GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) (Figura 18). El Instrumento principal es un gradiómetro electrostático de gravedad con seis acelerómetros altamente sensibles montados por pares (a 50 cm) a lo largo de tres ejes perpendiculares. Mide gradientes de la gravedad para perfeccionar la determinación del geoide con precisión centimétrica y del campo de gravedad. Lleva GPS y láser para posicionamiento preciso. Como resultados de las misiones descritas el IC-GEM (International Centre for Global Earth Models) dispone de 122 modelos de geopotencial la mayoría de libre disposición en <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>. En 2011 se obtiene el primer geoide de alta precisión con datos GOCE.

En 2010, el 8 de abril se lanza el satélite CRYOSAT-2. Es el primer satélite de la ESA dentro del Living Planet Programme, con la misión de observación de los hielos polares para estudios del calentamiento global y clima.

En 2010, el 20 de mayo se lanza el último satélite GPS del: Bloque IIF que ya incorpora la nueva frecuencia L5.



Figura 18. GOCE.

En 2010 se va completando la constelación rusa para posicionamiento y navegación GLONASS, cuyo desarrollo comienza en 1976, operada por el Ministerio de Defensa de la Federación Rusa y Roscosmos. Consta de 24 satélites en 3 planos orbitales separados 120° , los 8 satélites de cada plano están separados 45° . Las órbitas tienen un perigeo de 25518 Km. una inclinación de $64,8^\circ$ y un periodo de 11h 15m 44s. Llevan relojes de cesio y reflectores láser para órbitas precisas. También se aumenta la constelación china BeiDou para posicionamiento y navegación regional con 4 satélites en órbita estacionaria, el último satélite de este tipo se lanzó el 11 de abril de 2011, se espera que para 2020 se disponga de 35 satélites.

El 15 de agosto de 2011 se pone en órbita el HY-2 (HaiYang, que significa océano en chino). Este satélite estará en una órbita a 963 Km de altitud con una inclinación de $99,3^\circ$. El objetivo es controlar la dinámica del océano con sensores de microondas para detectar vientos de superficie, altitudes de la superficie y temperaturas. Llevará un altímetro de dos frecuencias en bandas Ku y C, un escaterómetro de microondas. Es gestionado por la Academia China de Tecnología Espacial.

El 28 de noviembre de 2011 se lanza el GLONASS-130, último hasta la fecha.

En 2012, el 9 de enero se pone en órbita el satélite chino ZY-3.

En 2013 puede estar operativo el sistema de navegación por satélites europeo GALILEO. Tiene por objeto dotar a Europa de su propio sistema de navegación por satélites y crear una estructura global para servicios múltiples. Será completamente autónomo y coordinado con GPS y GLONASS. Ya se han lanzado dos satélites experimentales de la familia GALILEO, los GIOVE A y B (2008) para estudios de calibración y transmisiones y el primer satélite de la serie en 2011. En este proyecto participa España con una aportación del 10%. Cuando la constelación esté completa contará con 30 satélites, 27 operativos y 3 en reserva. Se moverán en tres planos orbitales con 9 satélites en cada plano separados 40° . Las órbitas circulares tienen un semieje de 23617 Km, una in-

clinación de 56° . Llevan a bordo relojes de rubidio y máseres de hidrógeno de última generación y emite señales en 10 bandas para diversas aplicaciones.

En proyecto y desarrollo están las siguientes misiones de Geodesia por Satélites: SARAL (2012) misión altimétrica oceanográfica. SENTINEL-3 (2013) misión de control de la Tierra y oceanografía operativa. JASON-3 (2014) misión altimétrica y oceanográfica continuadora del JASON 2. JPSS (2016) Satélite polar operativo para estudio del medio ambiente (Previos NPOESS y NPP). SWOT (2016) misión oceanográfica e hidrológica para estudios de depósitos de agua. JASON CS (2017) satélite continuador del JASON 2. WSOA (2006) Altimetro interferométrico en banda Ka. WITTEX Microsatélites de baja cota para altimetría. ALTGPS Altimetría del mar con GPS, en estudio.

Para una puesta al día en cuanto a los desarrollos futuros de la Geodesia recomendamos consultar con la [Asociación Internacional de Geodesia](#) que continúa celebrando sus Asambleas Generales cada cuatro años en conjunción con las reuniones de la [Unión Internacional de Geodesia y Geofísica](#). Las directrices y publicaciones emanadas de la mencionada Asociación marcan las pautas del desarrollo moderno de la Geodesia y a ellas remitimos al lector para una continua actualización.

Referencias

- [1] AIG: Travaux de L'association Internationale de Géodésie (Tomos 1 al 30). Bureau Central de la AIG. París, 1995.
- [2] Conmemoración del centenario del General Ibáñez e Ibáñez de Ibero. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, 1991.
- [3] BEUTLER, G., DREWES, H., y VERDUN, A.: The New structure of the International Association of Geodesy viewed from the perspective of History. The Geodesist's Handbook 2004. Journal of Geodesy 77, pp. 566-575, 2004.
- [4] BLACHUT, T. J. y BURKHARDT, K. B. R.: Historical development of Photogrammetric Methods and Instruments. Am. Soc. for Phot and Rem. Sen. 1988.
- [5] CSTG: Misiones, Sistemas y Proyectos futuros. Boletín de la CSTG N° 8. 240 pp., (Sevilla, M. J. Tr. Ed.). Comisión VIII de la Asociación Internacional de Geodesia. Deutches Geodätisches Forschungsinstitut. Munich. (RFA), 1987.
- [6] CSTG: Proyectos GPS para Geodesia y Geodinámica. Boletín de la CSTG N° 10. 264 pp., (Sevilla, M. J. Tr. Ed.) Comisión VIII de la Asociación Internacional de Geodesia. Deutches Geodätisches Forschungsinstitut. Munich. (RFA), 1989.
- [7] CSTG: Nuevas Misiones por Satélites para Estudios de la Tierra Sólida Boletín de la CSTG N° 11. 263 pp., (Sevilla, M. J. Tr. Ed.) Comisión VIII de la Asociación Internacional de Geodesia. Deutches Geodätisches Forschungsinstitut. Munich. (RFA), 1989.

- [8] EHRNSPERGER, W.: Final Report on the Wertern European Satellite Triangulation WEST. Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung. Helt Nr. 37. Munich, 1978.
- [9] EKMAN, M.: A concise history of the theories of tides, precession nutation and polar motion (from antiquity to 1950). *Bul. Int. Mareé*, 109, pp 7795-7848, 1991.
- [10] FERREIRO, L. D.: *Measure of the Earth*. Basic Books New York. 2011
- [11] FISCHER, I.: The figure of the Earth – changes in concepts. *Geophys. Surveys* 2, 3-54. 1975.
- [12] FISCHER, I. K.: *Geodesy ? What's that*. Universe Inc. New York, 2005.
- [13] GUEDJ, D.: *La Medida del Mundo*. Ed. Península, 2001.
- [14] HOARE, M. R.: *The quest for the true figure of the Earth*. Science, Tech. And C. ASHGATE. 2005.
- [15] HAASBROEK, N. D.: *Gemma Frisius, Tycho Brahe and Snellius and their triangulations*. Publ Netherl Geodetic Comm, Delft, 1968.
- [16] IBÁÑEZ DE IBERO, Carlos: *El origen y progresos de los instrumentos de Astronomía y Geodesia*. Discurso leído en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas u Naturales en 1863, Madrid.
- [17] KEHLMANN, Daniel: *La medición del mundo: un fascinante encuentro entre la literatura y la ciencia* Maeva, 2006.
- [18] KING-HELE, D.: The shape of the Earth. *Scientific American*, vol. 217 N° 4, pp. 67-76, 1967.
- [19] *La forma de la Tierra. Medición del Meridiano 1736-1744*. Museo Naval, Madrid 1986.
- [20] LAFUENTE, A. y MAZUECOS, A.: *Los caballeros del punto fijo*. Ediciones del Serbal. 1987.
- [21] LEVALLOIS, J. J.: *Géodésie Générale*. Eyrolles. Paris, Tomo I. 1970.
- [22] LEVALLOIS, J. J.: The history of the International Association of Geodesy. *Bulletin Géodésique*, Vol. 54: 249-313, 1980
- [23] LEVALLOIS, J. J.: *Mesure de la Terre: 300 ans de Géodésie français*. Presses Ponts et Chaussées. París, 1988.
- [24] *Libros Preciosos*. Biblioteca de Matemáticas. Universidad Complutense. Madrid, 2011.
- [25] MARTÓNEZ UTESA, M^a Carmen: *Ciencia y Milicia en el siglo XIX en España: El General Ibáñez e Ibáñez de Ibero*. Monografía N° 9. Instituto Geográfico Nacional. Madrid, 1995.
- [26] MERINO, Miguel: *Figura de la Tierra*. Anuario del Observatorio de Madrid, 1863.

- [27] NUÑEZ DE LAS CUEVAS, R.: Cartografía española del siglo XIX. En "Historia de la cartografía española". Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, 1982.
- [28] PERRIER, G.: Petit Histoire de la Géodésie. Alcan, París.
- [29] RUIZ MORALES, M. y RUIZ BUSTOS, M.: Forma y dimensiones de la Tierra. Ediciones del Serbal, Barcelona, 2000.
- [30] RUIZ MORALES, Mario: Los cosmógrafos Flamencos y Carlos V. Mapping nº 63, pp.20-36, 2000.
- [31] RUIZ MORALES, Mario: Las Medidas de la Tierra Departamento de Expresión Grafica en Arquitectura y en la Ingeniería Área de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría Mapping Julio, 2006.
- [32] SEVILLA, M. J. y NÚÑEZ, A.: Determinación del elipsoide terrestre por el método de las áreas. Técnica Topográfica. Vol. IV, N° 13, pp. 4-13. Madrid, 1976.
- [33] SEVILLA, M. J.: Geodesia por Satélites y Navegación. Técnica Topográfica. Vol. XII, N° 54, pp. 7-16. (IAG N° 129). Madrid, 1983.
- [34] SEVILLA, M. J.: Astronomía Geodésica. Topografía y Cartografía. Vol. I. N° 6, pp. 30-39. (IAG N° 139). Madrid, 1984.
- [35] SEVILLA, M. J.: Cartografía Matemática. Topografía y Cartografía. Vol. II. N° 6, pp. 11-22. (IAG N° 151). Madrid, 1986.
- [36] SEVILLA, M. J.: Mecánica Celeste Clásica. CSIC-UCM. Instituto de Astronomía y Geodesia (UCM-CSIG), ISBN 84-87488-00-5. 289 páginas. Madrid, 1989.
- [37] SEVILLA, M. J.: El GPS y las Misiones al Planeta Tierra. Topografía y Cartografía. Vol. VII. N° 39, pp. 9-19. Madrid, 1990.
- [38] SEVILLA, M. J.: El impacto de los desarrollos tecnológicos en la formación físico-matemática del Topógrafo. Topografía y Cartografía. Vol. IX, N° 52, pp. 23-32. Madrid, 1992.
- [39] SEVILLA, M. J.: A New gravimetric geoid in the Iberian Peninsula. Bureau Gravimétrique International, BGI Bulletin D'information N° 77 and International Geoid Service, IGeS Bulletin N° 4 (IAG special issue "New Geoids in the World"), pp.163-180. Toulouse (Francia), 1995.
- [40] SEVILLA, M. J.: Actualización de Cálculos Astronómicos I.A.G. Cursos y Seminarios N° 8. ISBN 84-87488-08-0. 190 páginas. CSIC-UCM. Instituto de Astronomía y Geodesia. Madrid, 2003.
- [41] SEVILLA, M. J.: IBERGEO 2006: Nuevo geoide centimétrico de la península Ibérica. Topografía y Cartografía Vol. XXIII nº 135. pp. 3-10. Madrid, 2006.
- [42] SEVILLA, M. J. Cálculos de Precesión y Nomenclatura I.A.G. Cursos y Seminarios N° 9. ISBN 978-84-87488-09-2. 130 páginas. CSIC-UCM. Instituto de Astronomía y Geodesia. Madrid, 2009.

- [43] SEVILLA, M. J.: La Geodesia: de Jorge Juan a nuestros días. En Jorge Juan y la Ciencia Española. Publicación de la Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, pp. 59-69. Madrid, 2010.
- [44] SMITH, J. R.: Introduction to geodesy: the history and concepts of modern geodesy. Wiley New York, 1997.
- [45] SOLER, T.: A profile of General Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero: first president of the International Geodetic Association. Journal of Geodesy, Vol. 71 pp. 176-188, 1997.
- [46] SOLER, T. y RUIZ MORALES, M.: Letters from Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero to Aimé Laussedat: new sources for the history of nineteenth century geodesy. J. Geodesy 80, pp. 313-321, 2006.
- [47] TODHUNTER, I.: A history of the mathematical theories of attraction and of the figure of the earth. Dover Pub. Inc. New York, 1962.
- [48] TORGE, W.: The International Association of Geodesy (IAG) - More than 139 years of International Cooperation. Chronique I.U.G.I. N° 225, pp 4-12, 1995.
- [49] TORGE, W.: The International Association of Geodesy 1862 to 1922: from a regional project to an international organization. Journal of Geodesy Vol. 78, pp. 558-568, 2005.
- [50] TORROJA, J. M.: La Astronomía en el problema de la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra. Madrid, 1959.
- [51] TORROJA, J. M.: La obra científica de Jorge Juan. Revista Matemática Hispano Americana, N° Extra dedicado a Jorge Juan. Madrid, 1973.
- [52] TORROJA, J. M.: Jorge Juan y los antecedentes de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Revista de la Real Academia de Ciencias exactas, Físicas y Naturales, de Madrid, Tomo LXVII, cuaderno 1°. Madrid, 1973.
- [53] TORROJA, J. M.: Una discusión sobre la figura de la Tierra. En "CCL Aniversario de la medición del arco de meridiano", pp. 11-18. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, 1988.
- [54] TORROJA, J. M.: La gravitación universal y sus consecuencias. En "Historia de la Matemática en los siglos XVII y XVIII", pp. 75-112. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, 1988.
- [55] TORROJA, J. M.: La personalidad científica del General Ibáñez Conmemoración del Centenario del General Ibáñez e Ibáñez de Ibero, pp. 11-32, Historia de la Ciencia, RACEFN., Madrid, 1991.
- [56] TORROJA, J. M.: La Geodesia en el siglo XIX. En "Historia de la Matemática en el siglo XIX", pp. 275-300. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, 1994.
- [57] VANICEK, P. y KRAKIWSKY, E. J.: Geodesy: The concepts. North Holland P.C. Amsterdam. 1986.

- [58] VV.AA: La forma y Dimensiones de la Tierra. Medición del meridiano (1736-1744). Museo Naval Madrid 1987.
- [59] VERDÚ VÁZQUEZ, A.: Enlaces Geodésicos Intercontinentales. Investigación sobre los enlaces Occidentales Europa-África. Tesis doctoral Universidad Politécnica. Madrid 2007.
- [60] WANG, Y.M.; SALEH, J.; LI, X. y ROMAN, D. R. (2012) The US Gravimetric Geoid of 2009 (USGG2009): model development and evaluation. J Geod (2012) 86, pp. 165-180.

5. Complementos

5.1. Prolongación hacia España del meridiano de Francia (J. M. Torroja)

Las gestiones oficiales para esta operación se inician por parte del Ministro francés de Asuntos Exteriores **Talleyrand** con participación de los respectivos embajadores en París y Madrid y en las que intervino por parte española **José Chaix**, entonces subdirector del Observatorio Astronómico de Madrid.

Enviado por el “*Bureau des Longitudes*”, llegó **Mechain** a Barcelona el 5 de mayo de 1803 iniciando inmediatamente los reconocimientos para comprobar la posibilidad de las visuales y fijar el emplazamiento de los vértices desde los que deberían efectuarse las observaciones. En estos trabajos contó con la eficaz colaboración de **Fausto Vallés**, Barón de la Puebla. Recorrieron la costa valenciana y visitaron las islas. En la sierra del Espadán, el 12 de septiembre de 1804 enfermó **Mechain**, falleciendo el 20 del mismo mes en la casa del Barón de la Puebla, en Castellón, en cuyo cementerio descansan sus restos. A propuesta de **Laplace** el Bureau acuerda que la operación sea realizada por **Biot** y **Arago**.

Las operaciones geodésicas en Francia se completaron con la medida de un arco de $12^{\circ}13'$ del paralelo de París efectuada entre 1818 y 1823, con una nueva red que habría de servir de base para la nueva “*Carta de Francia*” que debía reemplazar a la de Cassini, que se completó en 1865 con el enlace de Francia con Inglaterra, bajo la dirección de **Legendre** entre 1845 y 1870 y una nueva medida de la meridiana de Francia entre 1870 y 1892.

5.2. Trabajos geodésicos realizados en Rusia (J. M. Torroja)

Los trabajos geodésicos en Rusia comenzaron por iniciativa del Zar Alejandro I quien invitó a dirigirlos a **José Rodríguez y González**, conocido por su participación en el enlace de las islas Baleares con la triangulación de la península en colaboración con **Biot** y **Arago**. En el libro de actas de la Universidad de Santiago, de la que **Rodríguez** era catedrático, se lee:

“Tuvo este Claustro la mayor satisfacción al ver con cuantas instancias fue V. convidado p^a que tomase a su cargo el importante destino de la

dirección del depósito geográfico del vasto Imperio de todas las Rusias, que S.M.I. sabe grangearse la estimación de los sabios atrayendo a sus dominios los de todas las naciones. Pero si bien este Cuerpo se honra en que un catedrático suyo hubiese merecido tantas distinciones, no puede menos que confesar cuanto se complace al ver que con firme y heroica resolución supo V. preferir a estas ventajas el destino de Profesor de Astronomía en el Rl. Museo de Ciencias Naturales y el encargo de la organización del Observatorio de Madrid con que S.M. acaba de agraciarme.”¹

Tras la renuncia de **José Rodríguez y González**, los trabajos geodésicos en Rusia fueron efectivamente iniciados bajo la dirección de **Federico Guillermo Struve** astrónomo alemán al servicio del Zar y el general Tenner, que observaron una cadena de 258 triángulos que cubrían un arco de meridiano de $25^{\circ}20'$ desde el Danubio hasta el norte, enlazada posteriormente con las redes europeas.

La Asociación Internacional de Geodesia en su reunión celebrada en Stuttgart en 1898 acordó se repitieran las medidas del arco efectuadas en el siglo XVIII en Laponia y Perú. Las nuevas medidas se hicieron en el norte de Suecia y Rusia entre 1899 y 1902 y en Perú entre 1899 y 1906 por la Sección de Geodesia del Servicio Geográfico Francés.

5.3. Trabajos geodésicos en América, en Asia y en África (J. M. Torroja)

Los trabajos geodésicos en América del Norte han presentado especiales dificultades a causa de la enorme extensión del territorio a cubrir. Para ello se ha medido un arco del paralelo de 39° de latitud norte de más de cuatro mil kilómetros de longitud, con una diferencia de longitudes entre sus extremos de $48^{\circ} 46'$, así como un arco de 164 km. del meridiano de 98° W. En estos trabajos se llegaron a efectuar observaciones hasta distancias de 294 km. Esta amplia red de triángulos está dotada de numerosas observaciones astronómicas que dan mayor solidez al sistema, y han permitido efectuar un cálculo de conjunto de las redes de todo el continente desde el Canadá hasta Méjico a partir de un punto astronómico fundamental único. El elipsoide obtenido por **Hayford** en 1909 a partir de estas redes americanas fue adoptado por la UIGG como Elipsoide Internacional.

No han sido menores las dificultades en la India por su gran extensión. A partir de 1823 se iniciaron los trabajos geodésicos dirigidos sucesivamente por **Lambton, Everest, Wagh y Walker**, llegando a cubrir el territorio por una red homogénea de cerca de 25.000 km.

Respecto a las observaciones en África fueron iniciadas por **La Caille** en 1750 con la medida de un arco de un grado en el Cabo de Buena Esperanza. En el norte de este continente, en Argelia, comenzaron los trabajos en 1854 que terminarán en 1869 bajo la dirección del capitán **Perrier**, observándose una red

¹Ramón María Aller: D. José Rodríguez González (O matemático de Bermeo) Archivos de Seminario de Estudios Galegos (1929).

de triángulos que más tarde se unirá, en memorable operación, a la que más adelante nos referiremos, con la triangulación española.

5.4. Trabajos geodésicos realizados en España en el siglo XIX (J. M. Torroja)

Dejando aparte la época gloriosa de la cartografía mallorquina representada especialmente por el magnífico "Atlas" de **Abraham Cresques**, la necesidad de disponer de un mapa general de España fue ya apreciada por Felipe II, quien encargó a su cosmógrafo **Pedro de Esquivel**, catedrático de Matemáticas de Alcalá que "recorriese y marcase por vista de ojos todos los lugares, ríos arroyos y montañas por pequeñas que fuesen, en su actual situación". Inicia los trabajos en 1566 pero muere Esquivel sin terminar el trabajo y encomendó el Rey su continuación sucesivamente a **Diego de Guevara** que también falleció poco después, y a su secretario **Alonso de Herrera**. Tanto los instrumentos utilizados como la mayor parte del trabajo se perdieron en el incendio del Escorial de 1671. El "Atlas del Escorial", de veinte hojas, puede corresponder a este trabajo de **Esquivel**.

En 1743 los jesuitas **Martínez y de la Vega** prepararon un mapa de España, cuyo original se conserva en la Real Sociedad Geográfica. Dibujado a escala 1:400.000 representa el territorio de la península excepto la parte noroeste.

Pocos años más tarde, en 1751, el ilustre marino **Jorge Juan y de Santacilia**, que había participado en la medida de un arco de meridiano en el Perú, presentó un "Método de levantar y dirigir el mapa o plano general de España, con reflexiones a las dificultades de pueden ofrecerse, por Don Jorge Juan, Capitán de Navío de la Real Armada". Da instrucciones detalladas sobre los métodos e instrumentos que utilizar "que podrían construirse en Londres o en París" y el personal necesario según sea la duración que quiera darse a la realización del proyecto. Agrupa el personal en compañías formadas por un Director particular, "cuatro hombres inteligentes", dos subalternos "no tan inteligentes" y un "delineador". Existirá además un "Director General, que habrá de residir en la corte, al que se dotará del material necesario a fin de que averigüe la latitud y longitud de la corte" y "como los instrumentos concedidos al Colegio Imperial son muy propios para estas observaciones del Director General, se podrá valer de ellos". Pero este proyecto de Jorge Juan no se llevó a la práctica por el cese de su mentor el Marques de la Ensenada.

A fines del siglo XVIII el rey Carlos IV, firma en San Ildefonso, con fecha 19 de agosto de 1796, unas "Ordenanzas del Cuerpo de Ingenieros Cosmógrafos del Estado y del Real Observatorio", en el artículo 7 adjudica al nuevo Cuerpo "la formación de la Carta geométrica del Reyno". Tampoco esta disposición llegó a tener efectividad.

No podemos dejar de citar la meritoria labor cartográfica de **Tomás López**, **Vicente Tofiño**, de la Real Academia de la Historia, **Dionisio Alcalá Galiano**, **Felipe Bouzá**, **Domingo Fontán** y **Francisco Coello de Portugal**.

Tomás López (1730-1802) había sido enviado a París donde trabajó con los cartógrafos **La Caille** y **Jean Baptiste Bourguignon D'Anville (1697-1792)**. Formó numerosos mapas sin apoyo geodésico lo que dio lugar a defectos no des-

preciables. Su obra fue recogida por sus hijos, también cartógrafos, en un "Atlas geográfico de España" publicado en 1804. Por el contrario, **Vicente Tofiño (1732-1795)** observó una triangulación a lo largo de toda la costa como preparación de su "Atlas marítimo de España" (1789). Publicó además un "Derrotero de las costas de España en el Mediterráneo y en sus correspondientes de África para inteligencia y uso de las cartas esféricas". **Dionisio Alcalá Galiano (1762-1805)** preparó un nuevo proyecto para la formación de un mapa de España que no tuvo mayor éxito. Ni lo tuvo el plan propuesto por **Felipe Bouzá (1759-1833)** a la Real Academia de la Historia.

Domingo Fontán (1788-1866) Catedrático de la Universidad Compostelana observó una red geodésica con una base en Lugo y dos mil vértices que habría de servirle de apoyo para la formación de la "Carta geométrica de Galicia" a escala 1:100.000 publicada en 12 hojas. En 1834 recibió el encargo de preparar una "Carta general del Reino". El año siguiente se trasladó a Madrid como Catedrático de Astronomía y Director del Observatorio Astronómico. Pero lamentablemente la situación en que había quedado el Observatorio tras su ocupación por las tropas de Napoleón le impidió dar sus clases.

Más importante es la obra cartográfica de **Francisco Coello de Portugal (1822-1898)**. Ingeniero Militar, nacido el Jaén, cuya afición a la cartografía le llevó a dejar el Ejército para dedicarse de lleno a la formación de sus mapas que debían servir de complementos al "Diccionario geográfico-estadístico-histórico de España y sus posesiones", publicado en 1845 por **Pascual Madoz**, nacido en Pamplona en 1806 y que llegó a ser Ministro de Hacienda. Para ello, además de recoger la información que pudo lograr en España en diversos centros, algunos de ellos militares, en los que hubo de vencer numerosas dificultades por parte de los correspondientes organismos directivos, se trasladó a París donde consultó la existente en el Depósito de la Guerra de Francia y en la Sociedad Geográfica de aquella capital.

Con esta información publicó un "Atlas de España y sus posesiones de Ultramar por D. Francisco Coello, Teniente Coronel, Capitán de Ingenieros". Presentó su Atlas en varias formas. En una de ellas cada mapa va dentro de una carpeta de cartón en cuyo reverso se lee: "Condiciones de la suscripción. El Atlas general de España y sus posesiones de Ultramar constará de 65 hojas que se repartirán en el orden siguiente". Incluye a continuación una relación que empieza por Madrid (provincia), la cuarta es un plano de Madrid, dos de Canarias, una de las islas Baleares, dos de la isla de Cuba, otras se refieren a las posesiones de África, Islas Marianas, Puerto Rico, tres de las Filipinas, un mapa general histórico y una "carta general de reunión". Indica a continuación "En cada hoja, además del mapa de la provincia, figuran los planos particulares de sus principales poblaciones, y extensas noticias estadísticas e históricas, escritas por D. Pascual Madoz", y sigue "Los precios por suscripción iguales en Madrid y en las provincias, son los que expresa la tarifa siguiente: Precio de cada mapa sin doblar en papel grueso 20rs. Id. doblado en papel más delgado, y con carpeta, 20rs. ..."

Es inconcebible que este Atlas fuera obra de un solo hombre y editada, prácticamente, a sus expensas, por lo que no es de extrañar que su publicación se suspendiera en 1875. De las 65 hojas previstas sólo se publicaron 32, correspondientes a distintas provincias, varias generales de la península y las de las posesiones de África, Puerto Rico, Cuba e Islas Marianas.

La labor de **Coello** fue calurosamente elogiada en el extranjero, especialmente en Francia, por geógrafos de la categoría de **Prudent** y **Marcel**, y por el alemán **Reichthofen** que dijo que los mapas de Coello “*deben reputarse como los mejores que existen de esta clase, y merecen especial mención los relativos al grupo complementario de las islas Filipinas, acerca de los cuales nada se ha hecho después que los supere.*”

D. Francisco **Coello** de Portugal fue miembro de la Real Academia de la Historia y Presidente de la Real sociedad Geográfica, entre cuyos fundadores figuró.

Es evidente el interés de la labor de estos cartógrafos en especial la de **Coello**, pero la realidad es que la formación de un Mapa Nacional debía ser una “*empresa nacional*” que había de ser emprendida por algún organismo nacional con esa misión y con los medios económicos necesarios.

5.5. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid. (J. M. Torroja)

La Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales comprendió esta necesidad y en su libro de actas y en la correspondiente a la Sesión Ordinaria del día 31 de mayo de 1852 se lee:

“La misma sección de Ciencias Exactas con fecha 30 de Mayo presenta el informe pedido por la Academia acerca de los apuntes que sobre el levantamiento trigonométrico de la carta general de España había remitido el gobierno; cuyo tenor es el siguiente:

Ningún asunto de mayor interés ni de más reconocida utilidad puede ocupar a esta Corporación. La España se ha quedado atrasada respecto a todas las demás Naciones de Europa en el conocimiento exacto y circunstanciado de su suelo, a pesar de que él es la base material, por decirlo así, sobre la que deben descansar y apoyarse las mejoras y las perfecciones de infinitos ramos de la administración pública, y los progresos seguros y bien entendidos de su industria y de su bienestar. El honor mismo del país reclamaría..., que no se deje pasar más tiempo sin que con la energía de una voluntad decidida y con el noble empeño de vencer todo género de obstáculos cualquiera que sean los sacrificios que lleven consigo, se emprenda una obra tan necesaria y se adopten al plantearla todas las precauciones capaces de asegurar su éxito...

Bajo dos aspectos distintos puede considerarse el asunto sobre el que versa este informe. El modo de formar una carta geográfica envuelve en sí cosas que son puramente científicas o facultativas y otras que se refieren al sistema de ejecutar los trabajos, a la manera de plantearlos, y al orden según el cual debe procederse a fin de que no se malgasten el tiempo ni los recursos que en ellos hayan de emplearse...

De esta reflexión se desprende la importancia de que la formación de la carta geográfica sea un asunto a que el Gobierno de S.M. afecte determi-

nadas personas y recursos proporcionados bajo la condición de presentar cada año el resultado de lo que se hubiere adelantado en el precedente y el programa de lo que se hubiera de hacer en el venidero.

La Academia no mira como de su incumbencia descender a la organización de este personal, ni al cálculo de estos recursos; pero sin embargo no puede menos que hacer presente a V.E. que si se ha de realizar el pensamiento de la carta geográfica es preciso que desde luego se ocupen en llevarle a cabo varias comisiones que trabajando a la vez en diferentes parajes del Reino se encaminen a unir unas a otras sus operaciones y que tengan en la capital un centro de dirección destinado además a recoger los datos que ellas suministren y a ejecutar los cálculos que deben ser su resultado... cuanto mayor sea la actividad con que se ejecuten los trabajos y menor el tiempo que se tarde en concluirlos, tanto más grande será el ahorro de gastos y la economía de esfuerzos para llegar a obtener un resultado final satisfactorio.

Todo aconseja, pues, a juicio de la Academia que la formación de la carta geográfica de España se emprenda con ánimo resuelto de llevarla a cabo en el más corto plazo posible, así para lograr la seguridad de obtenerla como para hacer menos costosa su adquisición siendo, en el sentir de esta Corporación, hasta peligroso adoptar rumbos en semejante materia que lleven en su lentitud el sello de su ineficacia...

La historia de las tentativas hechas, hasta ahora en España para levantar la carta geográfica debe servir ya de lección y de enseñanza para resolver con acierto este difícil problema. En ella se ven varios pasos dados en diferentes épocas hacia tan importante fin sin ningún éxito y con pérdida de sacrificios cuantiosos..."

En la Gaceta de Madrid de 16 de enero de 1853 aparece un Real Decreto de fecha 11 del mismo mes, en cuya "Exposición a S.M" se lee

"La formación de la carta geográfica de España es una empresa científica de las más importantes, por no decir la primera de su género, y a la que conviene á V.M. consagrar activa atención, suficientes recursos y un decidido empeño."

Y entre las disposiciones del Real Decreto, figuran las siguientes:

"Artículo 1º. Bajo la inmediata dependencia del Ministro de Fomento se establecerá la Dirección de la Carta Geográfica de España, compuesta de una Junta permanente y los subalternos y auxiliares necesarios.

Artículo 3º. El Presidente de la Junta será como tal director general de todas las operaciones y comisiones relativas a la carta geográfica de España."

En otro Real Decreto de la misma fecha

“Atendiendo a los méritos y circunstancias que concurren en el Mariscal de campo D. Manuel de Monteverde, Director que ha sido de la Escuela del Cuerpo de Estado Mayor del Ejército. He venido en nombrarle Director de la Carta Geográfica de España, con el carácter, consideración y atribuciones señaladas para dicho cargo en Mi Real Decreto de fecha de ayer.”

Don Manuel Monteverde y Bethencourt era miembro de esta Real Academia de Ciencias desde 1851. De esta Comisión formaron parte también los Académicos Sres. García San Pedro como Vicepresidente, Terrero, Luxán, Fernández de los Senderos, Subercase y Aguilar. A ella se agregó el también Académico D. Carlos Ibáñez, por nombramiento del mes de noviembre de 1853.

Por otro Real Decreto de 14 de octubre del mismo año, 1853, publicado en la Gaceta del día 16 se disponía que

“La dirección del mapa de España a cargo de la Junta creada por Mi Real decreto de 14 de enero de este año, estará en lo sucesivo bajo la inmediata dependencia del Ministerio de la Guerra”.

5.6. Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero. (J. M. Torroja y M. J. Sevilla)

El mapa de España que por aquel entonces se proyectaba había de apoyarse en una red geodésica y ésta a su vez en una base que habría de medirse con la máxima precisión posible. Para estudiar las soluciones dadas a este problema en 1854 fueron comisionados al extranjero D. Carlos Ibáñez y D. Frutos Saavedra. Resultado de este viaje fue el proyecto de un *“Aparato para medir bases geodésicas”* que fue posteriormente construido bajo la dirección de Ibáñez en París por J. Brunner. Después de otros viajes a París y Bruselas, Ibáñez vuelve a España el 18 de Febrero de 1857.

Con este aparato, llamado *“Regla de Estadística”* o *“regla de platino”*, se midió una base en Madridejos (Toledo) durante los meses de mayo a octubre de 1858 por Ibáñez y Saavedra con la colaboración de los capitanes de Estado Mayor D. Fernando Monet y D. Cesáreo Quiroga. En 1859 se publicó un extenso tratado con el título *“Experiencias hechas con el aparato de medir bases perteneciente a la comisión del Mapa de España”*. Empieza con una *“Advertencia preliminar”* firmada por *“Carlos Ibáñez Coronel grad. Com. de Ingenieros y Frutos Saavedra, Coronel grad. Cap. de Artillería”*. La obra consta de once capítulos seguidos de seis apéndices. El aparato se compone de una regla de platino que forma termómetro metálico con otra de latón, descansando ambas en un banco de hierro. Después de una descripción minuciosa y de sus correcciones estudia con todo detalle su utilización en el campo.

Los resultados de esta memorable operación fueron expuestos con todo detalle en un nuevo volumen titulado *“Base central de la triangulación geodésica de España”* publicado en 1865, y el mismo año apareció una traducción al francés por el coronel A. Laussedat, profesor de la Escuela Politécnica de París, quien

enviado por el gobierno francés, había asistido como observador a la medida de la base. Fue también traducida al alemán. En esta operación se logró una extraordinaria precisión, con un error probable del orden de 1:5.800.000 de la longitud obtenida que era de 14.662.885 metros, mientras que el error logrado en aquella época en el extranjero era de 1:1.200.000.

El éxito de esta operación fue unánimemente reconocido en España y en el extranjero. En 1859 se le concede la cruz de Comendador de Carlos III, en 1860 la encomienda de Isabel la Católica y en 1961 la Cruz de la Orden de San Hermenegildo. Este mismo año, el 11 de mayo de 1961, ingresa D. **Carlos Ibáñez** en la Real Academia de Ciencias, Sección de Exactas a los 36 años de edad, leyó su discurso el 8 de marzo de 1963 que versó sobre *"El origen y progresos de los instrumentos de Astronomía y Geodesia"*, y ocupó el sillón nº 20. En una sesión celebrada por la Academia de Ciencias de París, de la que Ibáñez era miembro corresponsal, el 2 de febrero de 1891, su Secretario, Mr. Bertrand comentó:

"L'Espagne, en abordant la Géodésie scientifique, dépassait pour son coup d'essai la précision obtenue jusqu'alors par les plus habiles observateurs. Les noms d'Ibáñez et de Saavedra étaient désormais inséparables dans l'histoire de la Science."

No se conformó Ibáñez con el éxito logrado con esta regla, sino que proyectó una nueva monometálica, de hierro, que, si bien no permitía lograr la precisión de la anterior, pues el error probable logrado era de 1:2.207.000 de la longitud medida *"es más que suficiente, puesto que el error probable obtenido fuera de España, con los aparatos más perfectos en trabajos geodésicos de mayor importancia científica es doble del que se acaba de calcular"*. Y en cambio tenía la ventaja de una mayor sencillez en su manejo y por tanto mayor rapidez en la medida. Sobre esta nueva regla publicó en 1869 una obra titulada *"Nuevo aparato de medir bases geodésicas"*. A esta regla se la conoce como *"Aparato de Ibáñez"* según denominación del ministro de la Guerra.

Con esta nueva regla se midieron bajo su dirección tres bases en la red geodésica de las islas Baleares, descrita en una nueva obra que constituyó un voluminoso tratado titulado *"Descripción geodésica de las Islas Baleares"*, publicada en 1871. La red está constituida por 783 triángulos de los que 61 constituyen la red de primer orden, apoyada en tres bases medidas, una en Mallorca, de 2.100 metros de longitud, la segunda en Ibiza, de 1.664 metros y la tercera en Menorca, de 2.360 metros. El error probable de estas medidas fue del orden de 1:2.200.000 de la longitud medida, con lo que mejoraba los resultados logrados en aquella época en las bases medidas en distintos países de Europa... Además con las reglas europeas se venían midiendo unos 60 metros a la hora y con la segunda de Ibáñez de 1868 se llegaban a medir hasta 200 metros a la hora. D. Carlos Ibáñez recibió por estos hechos los mayores elogios de la época. En 1880 se mide con la regla de Ibáñez la base geodésica de Aarberg en Suiza con una precisión de 1:3.000.000 de la longitud medida de 2.400 metros.

También Ibáñez se preocupó por la nivelación y en 1864 publicó unos *"Estudios sobre nivelación geodésica"* en colaboración con D. **Joaquín Barraquer**, a quien en 1881 contestó Ibáñez en su discurso de ingreso en esta Academia. En su dilatada vida de geodesta Ibáñez de Ibero publicó más de 75 trabajos, me-

morias e informes, en los que refleja de forma pormenorizada todos los logros conseguidos. Más información sobre el General Ibáñez puede encontrarse en Soler (1997).

5.7. Trabajos geodésicos de enlace de Europa con África. (J. M. Torroja y M. J. Sevilla)

Del libro de Actas de la RACEFN se entresacan algunas frases de la sesión del día 17 de diciembre de 1879. Hay primero una *“propuesta de los señores Aguilar, Saavedra y Merino de corresponsal extranjero a favor del comandante del Estado Mayor del Ejército francés Mr. Perrier, miembro del Boureau de Longitudes y Jefe de la Comisión encargada de prolongar los trabajos geodésicos de la Carta de Francia.”*

El General Ibáñez pidió la palabra y dijo: que la propuesta de Académico corresponsal, a favor de Mr. Perrier,

“... le imponía el grato deber de dar noticia sucinta a la Academia de los trabajos geodésicos recientemente verificados por los franceses y españoles para enlazar las triangulaciones española y argelina y prolongar de este modo por encima del Mediterráneo la meridiana que desde las islas Shetland, a los 61° de latitud, desciende hasta nuestras Baleares, y parecía aquí detenida desde los tiempos de Arago y Biot por obstáculos infranqueables.”

“Por resultado de los trabajos llevados a cabo en años anteriores, tanto en las cumbres de nuestras elevadas cordilleras de la vertiente mediterránea, como en las mucho más deprimidas de la Argelia, habíase adquirido poco a poco la convicción de que, a pesar de la gran distancia que medía entre las vertientes establecidas en una y otra, el mencionado enlace podía insertarse con posibilidades de buen éxito, lo cual motivo en el verano de 1878 el reconocimiento expreso de las localidades, que geodésicamente debían empalmarse, y un primer ensayo de triangulación por los procedimientos, o con medios de trabajo ordinarios.

En representación de Francia Mr. Perrier, Comandante de la E. M. y Jefe de los trabajos geodésicos que se están verificando en Argelia, y de España, el Sr. Ibáñez, como Director del Instituto Geográfico, pusieron en relación científica, sin pérdida de momento; celebraron largas discusiones, examinaron minuciosamente las dificultades del problema que se les había encomendado resolver y adoptaron entre otros algo menos importantes y como secundarios, los siguientes acuerdos previos.”

“1°. Emplear idénticos instrumentos para la mensuración en las estaciones Francesas y Españolas...”

“2°. Sin renunciar al uso de los heliotropos empleados en las triangulaciones ordinarias... durante el día, apelar al auxilio de la luz eléctrica producida por máquinas de Gramme, con motores de vapor para verse recíprocamente y poder trabajar de noche.”

“3°. Completar las operaciones propiamente geodésicas y estrictamente necesarias, con la determinación astronómica de la diferencia de longitudes entre dos vértices Español y Argelino, y determinación también de las latitudes geográficas de estos vértices y azimutes de dos direcciones cualesquiera...”

“En cumplimiento de lo así prevenido, el Sr. Ibáñez, a quien sus múltiples ocupaciones y la necesidad de presidir en el extranjero otras conferencias internacionales de carácter también científico e indeclinables... designó para dirigirlos en su primera parte o en cuanto al dominio exclusivo de la Geodesia se refería al Sr. Coronel D. Joaquín Barraquer, nuestro compañero electo, individuo del Instituto Geográfico; y al Sr. Merino, astrónomo del Observatorio y del mismo Instituto para la dirección de los Astronómicos posteriores necesariamente a los geodésicos...”

“... el Sr. Ibáñez manifestó: que los vértices que debían geodésicamente relacionarse eran los de Mulhacen y Tetica de Bares, en España, con los de Sabiha y Filhausen en la Argelia distantes los dos primeros uno de otro cosa de 80 kilómetros y unos 250 o 270 de los africanos...”

“...en los primeros días de septiembre hallábanse organizadas las dos estaciones geodésicas de Mulhacen y Tetica y en sus puestos los observadores: D. Joaquín Barraquer, Jefe de la expedición, D. Juan Borrés, Capitán de Ingenieros y D. Priamo Cebrian, Teniente de Artillería en la primera, y D. Vicente López Puigcerver, Comandante de E.M. y D. Clodoaldo Peña, Teniente de Artillería en la segunda. Las observaciones comenzaron en seguida y a fin de mes podían ya darse como terminadas con éxito verdaderamente asombroso...”

“... el mismo Sr. Invitó al Sr. Merino para que enterase a la Academia de lo por él ejecutado...”

“El Sr. Merino comenzó por manifestar que sólo tomaba la palabra cediendo a las instancias del Sr. General Ibáñez a quien exclusivamente a su entender y en la parte que a él se refería correspondía hablar en público de este asunto...”

“... habíale sido preciso instalar en el vértice denominado Tetica y en área reducidísima a 2000 metros de altitud, un círculo meridiano, construido con gran esmero por los hermanos Brunner de París, un péndulo astronómico, para la observación de pasos meridianos de estrellas del Sr. Hipps de Neuchatel, un cronógrafo relacionado eléctricamente con el péndulo...”

“La instalación de la estación astronómica completada con un excelente teodolito Repsold, confiado especialmente al Sr. Esteban y destinado a la determinación de la latitud del vértice y azimut de un lado de la triangulación española, comenzó en 4 de octubre...y pudo darse por terminada seis días después, pero cuando aún no estaba ultimada desatóse una furiosa borrasca que redujo a la inacción a los observadores y comprometió

en términos alarmantes el éxito de la operación y la conservación de los preciosos y delicados instrumentos..."

"El 15 viendo que el temporal empeoraba en vez de abandonar, y considerando que seis noches de observación bastaban para dar por terminada la diferencia de longitudes entre Tetica y Sabiha, el Sr. Perrier dio la señal de despedida y concluyó la operación."

"El Sr. Presidente después de manifestar a las Sres. Ibáñez y Merino el agrado con que la Academia les había escuchado, les invitó a redactar una nota de los trabajos geodésicos y astronómicos realizados...que pudiera publicarse en la Revista..."

Y en efecto en la Revista de la Academia correspondiente al año 1880 (tomo 21 n° 3) se publicó un interesante trabajo con el título *"Enlace geodésico y astronómico de Europa y Africa"* dividido en dos partes: *"Primera operación. Enlace geodésico"* firmada por **Carlos Ibáñez** y *"Segunda operación. Enlace astronómico"* por **Miguel Merino**.

En estos artículos amplían la información dada en la sesión antes citada con interesantes datos sobre el traslado de los instrumentos y su instalación en los vértices Mulhacén y Tetica y sobre el desarrollo e incidencias durante la observación. Reproduce en particular el texto del telegrama que el General Ibáñez de Ibero recibió en París el día 20 de septiembre enviado el día antes por el Coronel **Barraquer**, que decía: *"Ha caído hoy a las 11,30 de la mañana, un rayo en los aparatos eléctricos cuyos desperfectos ignoro todavía. Preparo la retirada"...* *"Más, por fortuna y honra nuestra -sigue diciendo el artículo que comentamos- la retirada no se verificó, y allí permanecieron hasta los primeros días de octubre, cuantos tenían precisión de permanecer, no sólo para rematar el trabajo comenzado, sino para recoger el material de campaña, y volver a Madrid sin considerable deterioro."*

Las últimas observaciones se realizaron el día 29 de septiembre y la operación se dio por terminada el 3 de octubre de 1879. El error de cierre de los triángulos obtenido fue del orden de un segundo de arco y en la diferencia de longitudes del orden de la centésima. Termina así la operación geodésica más importante del siglo XIX. Los resultados obtenidos fueron los de las tablas correspondientes a la Figura 19.

| DIRECCIONES. | | | TRIANGULOS. | | |
|--------------|---------------------------|---------------|---------------|-----------------|-------------------------|
| Vértices. | Observadas á las luces. | Correcciones. | Vértices. | Ángulos. | Superficies. |
| | M'Sabiha 0° 0' 0",000 | + 4",24 | Filhaoussen. | 17° 52' 26",914 | Hectáreas. |
| Filhaoussen. | Tetica 60 51 17,49 | - 1,094 | Tetica. . . . | 89 39 16,212 | Esférica. . . . 1066190 |
| | Mulhacen 78 43 43,18 | + 0,130 | Mulhacen.. | 72 29 11,201 | Plana. . . . 1066020 |
| | Tetica 0 0 0,000 | - 0,787 | Suma. . . . | 180 0 54,327 | Diferencia. 160 |
| M'Sabiha. . | Mulhacen 16 19 51,25 | + 0,091 | Exceso. . . | 54,162 | |
| | Filhaoussen 95 8 43,77 | - 6,58 | Error. . . . | + 0,165 | |
| | Tetica 0 0 0,000 | - 9,334 | M'Sabiha. . | 78 48 45,849 | |
| Mulhacen.. | Filhaoussen 287 30 31,315 | + 8,15 | Mulhacen.. | 22 28 45,269 | Esférica. . . . 1392336 |
| | M'Sabiha 309 59 22,894 | + 1,84 | Filhaoussen. | 78 45 39,070 | Plana. . . . 1392112 |
| | Mulhacen 0 0 0,000 | -10,219 | Suma. . . . | 180 0 70,188 | Diferencia. 224 |
| Tetica. . . | Filhaoussen 89 39 9,803 | - 3,81 | Exceso. . . | 70,730 | |
| | M'Sabiha 113 40 18,966 | - 1,91 | Error. . . . | - 0,542 | |
| | | | M'Sabiha. . | 16 19 52,128 | |
| | | | Tetica. . . . | 113 40 27,275 | Esférica. . . . 856236 |
| | | | Mulhacen.. | 50 0 25,932 | Plana. . . . 856121 |
| | | | Suma. . . . | 180 0 45,335 | Diferencia. 115 |
| | | | Exceso. . . | 43,498 | |
| | | | Error. . . . | + 1,837 | |
| | | | Filhaoussen. | 60 51 12,156 | |
| | | | M'Sabiha. . | 95 8 37,977 | Esférica. . . . 1182393 |
| | | | Tetica. . . . | 24 1 11,063 | Plana. . . . 1182237 |
| | | | Suma. . . . | 180 0 61,196 | Diferencia. 156 |
| | | | Exceso. . . | 60,068 | |
| | | | Error. . . . | + 1,128 | |

Figura 19. Resultados del enlace.

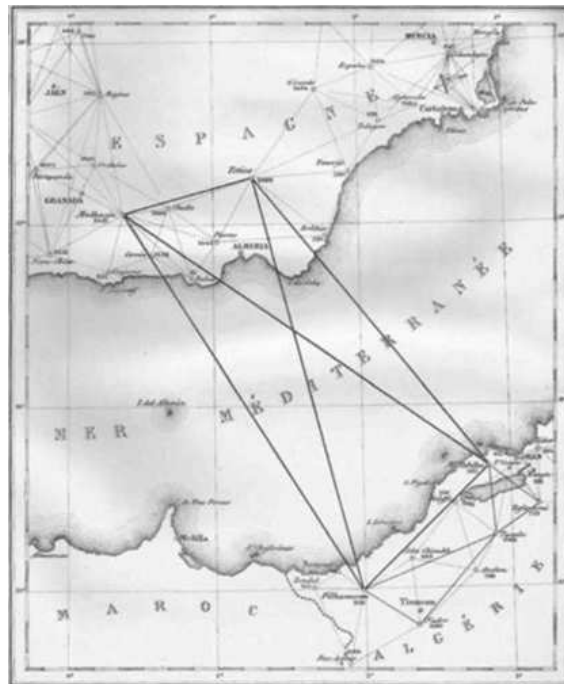


Figura 20. Plano general del enlace

5.8. UIGG (Unión Internacional de Geodesia y Geofísica)

Es una organización internacional no gubernamental, una de las tres primeras Uniones creadas el 28 de julio de 1919 en Bruselas durante la Asamblea

Constituyente del Consejo Internacional de Investigación (predecesor del Consejo Internacional de Uniones Científicas, ICSU, creado en 1931). Los países fundadores fueron nueve: Australia, Bélgica, Canadá, Estados Unidos de América, Francia, Italia, Japón, Portugal Reino Unido e Irlanda. España se adhirió en 1922 y en 1925 contaba ya con 31 países miembros.

En la actualidad 75 países son miembros de la UIGG. 32 de Europa, 18 de Asia, 11 de África, 4 de América del Norte y Central, 6 de América del Sur y 4 de Oceanía.

En su estructura inicial la Unión comprendía seis secciones: Geodesia, Sismología, Meteorología, Magnetismo y Electricidad Terrestre, Oceanografía Física y Volcanología. Una séptima sección de Hidrología Científica fue creada en 1922. El término sección fue sustituido por el de Asociación en la quinta Asamblea General celebrada en Lisboa en 1933.

La UIGG es una de las 20 Uniones Científicas actualmente agrupadas en el seno del ICSU.

La UIGG se consagra al estudio científico de la Tierra y a sus aplicaciones a las necesidades de la sociedad, tales como los recursos minerales, la reducción de los efectos de los desastres naturales y a la protección del medio ambiente.

La UIGG es una organización de carácter puramente científico. Tiene como objetivos la promoción y la coordinación de los estudios físicos, químicos y matemáticos de la Tierra y de su entorno espacial. Estos estudios incluyen la forma de la Tierra, sus campos gravimétrico y magnético, la dinámica de la Tierra tomada como un todo y la dinámica de los medios que la componen, su estructura interna, su constitución y su tectónica, la generación de magmas, el volcanismo y la formación de rocas, el ciclo hidrológico que comprende las nubes, los hielos, los océanos, la atmósfera, la ionosfera, la magnetosfera bajo todos sus aspectos y las relaciones Tierra-Sol así como los problemas correspondientes para la Luna y los planetas. Las actividades de la UIGG engloban todos los estudios de la Tierra hechos con los satélites artificiales y las demás técnicas que implican el empleo de medidas a gran altitud.

La UIGG celebra Asambleas Generales cada 4 años. La primera fue en Roma en 1922 y la última en Melbourne en 2011. La Asamblea de 1924 se celebró en Madrid y la próxima será en el año 2015 en Praga. Más información en <http://www.iugg.org/>

5.9. Asociación Internacional de Geodesia (IAG)

En abril de 1861 el General prusiano **Johann Jakob Baeyer (1794-1885)**, un colaborador de Bessel en la medida del arco prusiano del este (1831-1836), envió al ministro de la Guerra de Prusia un documento sobre "*El tamaño y figura de la Tierra: un memorándum para la medición de un arco centro-europeo*" que dedico a la memoria de Alexander von Humboldt. El objeto de esta propuesta era conectar los numerosos observatorios astronómicos de Europa Central por redes de triangulación para determinar desviaciones de la vertical y con ello la estructura relativa del geoide. Este proyecto científico implicó colaboración internacional para los levantamientos, recolección y evaluación de los datos así

como para el análisis de los resultados. El Rey de Prusia ordenó que el plan de **Baeyer** se pusiera en marcha. En 1862 tuvo lugar la conferencia inaugural en Berlín y a finales de este año 15 Estados europeos firmaron su participación en esta organización. En 1864 se creó a propuesta de **Baeyer** la “*Mitteleuropäische Gradmessung*” con Alemania, Austria, Bélgica, Holanda, Dinamarca, Italia, Suecia, Suiza y Rusia. En 1867 se adhieren España y Portugal y la asociación cambia su nombre por el de “*Europäische Gradmessung*” a la que se sumó Francia en 1873. Así comienza la organización internacional del “*Arco Europeo*” que se reconoce como origen de la Asociación Internacional de Geodesia. El Bureau Central del “*Arco Europeo*” comenzó sus trabajos en 1866 con **Baeyer** como Presidente. En 1870 se estableció el Instituto Geodésico Prusiano que cobijó al Bureau Central. Después de la muerte de **Baeyer** en 1885 fue nombrado Director **Friedrich Roberto Helmert** en 1886 quien añadió nuevos objetivos a la Organización.

El primer Presidente de la Asociación Internacional de Geodesia (después de **Baeyer**) fue el General D. **Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero** cuyo prestigio hizo que fuera reelegido cada tres años desde 1874 hasta su muerte en 1891.

En 1884 se adopta el meridiano de Greenwich como origen de longitudes y en GMT.

En 1895 se unen a la AIG Estados Unidos y Japón.

En 1916 expiraron los acuerdos internacionales que no fueron renovados, con esto y con la muerte de **Helmert** en 1917 termina este primer periodo de colaboración internacional.

De 1917 a 1922 la AIG queda reducida a las naciones neutrales en la 1ª Guerra Mundial: Dinamarca, Holanda, Noruega, España, Suecia y Suiza.

En 1919 se organiza la ciencia internacional en muchas áreas de forma no gubernamental. Así nace el International Research Council (IRC) que en 1931 pasa al International Council of Scientific Unions (ICSU) donde entre otras se encuentra la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (UIGG) dentro de la cual existe una sección conocida desde 1932 como Asociación Internacional de Geodesia (IAG).

La historia de la IAG está muy bien documentada por ejemplo en Levallois (1980), Soler (1997) y Beutler et al. (2004). Los objetivos y organización de la IAG se publican cada cuatro años en “*The Geodesist's Handbook*” que pueden consultarse en <http://www.gfy.ku.dk/iag/>.

Dentro de la Asociación Internacional de Geodesia existe un conjunto de servicios de ayuda a las organizaciones geodésicas de todo el mundo y a los geodestas particulares que relacionamos a continuación.

1. Bureau International des Poids et Mesures (**BIPM**), <http://www.bipm.org/en/scientific/tfg/>
2. IAG Bibliographic Service (**IBS**) <http://www.bkg.bund.de/>
3. International Altimetry Service (**IAS**), <http://ias.dgfi.badw.de>
4. International Centre for Earth Tides (**ICET**),

- <http://www.astro.oma.be/ICET/>
5. International Centre for Global Earth Models (**ICGEM**),
<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM>
 6. International Digital Elevation Model Service (**IDEMS**),
<http://www.cse.dmu.ac.uk/EAPRS/iag/>
 7. International DORIS Service (**IDS**), <http://ids.cls.fr/>
 8. International Earth Rotation and Reference Systems Service (**IERS**),
<http://www.iers.org>
 9. International Geoid Service (**IGeS**). <http://www.iges.polimi.it>
 10. International GNSS Service (**IGS**),
<http://igsceb.jpl.nasa.gov/>
 11. International Gravity Field Service (**IGFS**), www.igfs.net
 12. Bureau Gravimétrique International (**BGI**), <http://bgi.cnes.fr>
 13. International Laser Ranging Service (**ILRS**), <http://ilrs.gsfc.nasa.gov/>
 14. International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (**IVS**),
<http://ivscc.gsfc.nasa.gov>
 15. The Permanent Service for Mean Sea Level (**PSMSL**),
<http://www.pol.ac.uk/psmsl>
 16. Global Geodetic Observing System (**GGOS**), <http://www.ggos.org>
 17. Communication and Outreach Branch (**COB**), <http://www.iag-aig.org>

En 2012 se celebra el 150 aniversario de la IAG. La próxima Asamblea Científica de la IAG se celebrará en Potsdam (Alemania) en septiembre de 2013. Más información en <http://www.iag-aig.org/>.

Sobre el autor:

Nombre: Miguel J. Sevilla de Lerma

Correo electrónico: sevilla@mat.ucm.es

Institución: Catedrático de Astronomía y Geodesia de la Facultad de Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid, España.