

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 29 (2001/2002)

Številka 1

Strani 16-22

Marijan Prosen:

ASTRONOMSKE OSNOVE NAŠEGA KOLEDARJA

Ključne besede: astronomija, kronologija, koledar, sončev koledar, zvezdno leto, tropsko leto.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/29/1467-Prosen.pdf>

© 2001 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

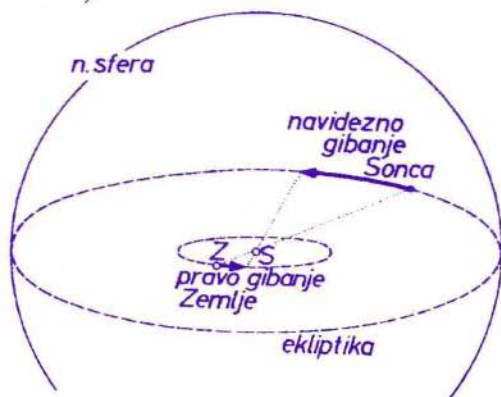
ASTRONOMSKE OSNOVE NAŠEGA KOLEDARJA

Osnova vsakega koledarja so trije naravni (astronomski) pojavi: menjava dneva in noči, spreminjanje Luninih men (faz) in menjavanje letnih časov. Ti pojavi dajo tri osnovne časovne enote, ki so temelj poljubnega koledarskega sistema: sončev *dan*, lunin (sinodski) *mesec* in sončevo *leto*.

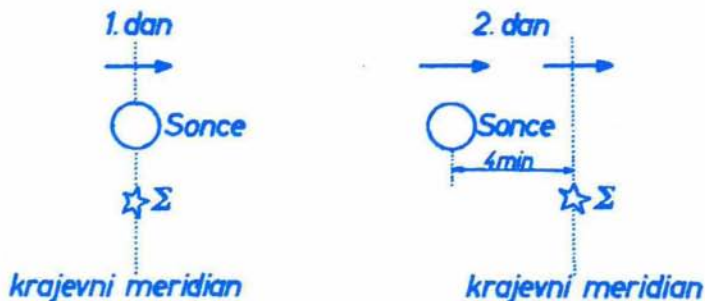
Če vzamemo trajanje srednjega sončevega dne (24 sončevih ur) za konstantno vrednost, lahko ugotovimo trajanje sinodskega meseca in sončevega leta. V vsej zgodovini astronomije so vrednosti teh treh časovnih enot vse bolj precizirali. Zdaj poznamo njihove natančne vrednosti.

Sončev dan

Vzemimo, da bi vsak dan merili čas prehoda središča sončevega diska (navidezne okrogle sončeve ploskvice) čez krajevni meridian (poldnevnik) oziroma jug, t.j. trenutek zgornje kulminacije Sonca. Ugotovili bi, da je časovni presledek med dvema zaporednima zgornjima kulminacijama Sonca, kar se imenuje *pravi sončev dan*, približno za štiri minute daljši od zvezdnega dne, ki je konstanten (meri 23 ur 56 min). To se zgodi zaradi tega, ker Zemlja pri potovanju okrog Sonca zaključi svoj polni obhod v enem letu ali približno v 365 dneh in še četrtini dneva, kar se odraža v navideznem letnem gibanju Sonca. Zaradi kroženja Zemlje se namreč Sonce na nebu v enem dnevu navidežno premakne (v levo) za 365-ti del svoje letne poti (ekliptike), t.j. za $360^\circ/365$ oz. okoli 1° , kar ustreza štirim minutam (sliki 1 in 2).

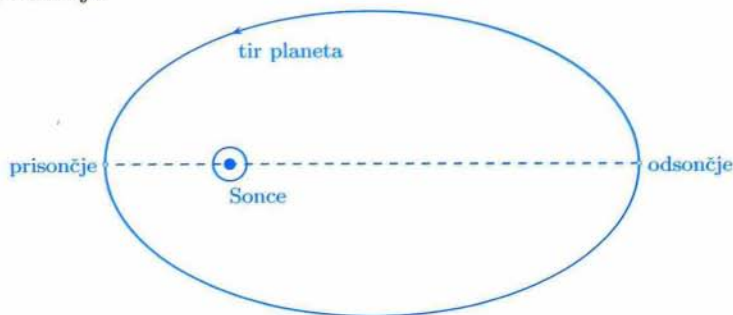


Slika 1. Zaradi gibanja Zemlje okrog Sonca se Sonce navidežno premika po nebesni krogli v napredni smeri (v levo). V enem letu (365 dnevih) naredi po ekliptiki en navidezni obhod (360°), v enem dnevu pa $360^\circ/365 \approx 1^\circ$ (malo manj).



Slika 2. Pravi sončev dan je za štiri minute (natančneje 3 min 56 s) daljši od zvezdnega; Σ – zvezda.

Za razliko od zvezdnega dneva, ki ima konstantno vrednost, pa se trajanje pravega sončevega dne periodično spreminja. Dva vzroka sta za to: naklon ravnine ekliptike k ravnini nebesnega ekvatorja in eliptična oblika zemeljskega tira. Zemlja se torej giblje okrog Sonca po elipsi in ne po krogu. Ko je Zemlja na delu elipse, ki je bliže Soncu (na sliki 3 levo), se giblje hitreje. Čez pol leta je na nasprotni strani elipse in se giblje po tiru počasneje.



Slika 3. Odsončje in prisončje na tiru planeta, npr. Zemlje. Gibanje Zemlje okrog Sonca se pravzaprav odvija po rahlo sploščeni elipsi (ne po krogu). Zaradi večje nazornosti razlage je elipsa na sliki narisana pretirano sploščeno.

Neenakomerno gibanje Zemlje na njenem tiru povzroča neenakomerno navidezno premikanje Sonca na nebesni obli. V različnih časih med letom se Sonce navidezno premika različno hitro. Zato se spreminja dolžina pravega sončevega dne. Tako npr. 23. 12., ko je pravi sončev dan najdaljši, traja 51 s dalj kot 16. 9., ko je najkrajši. Ker se spreminja, dolžine pravega sončevega dne torej ne moremo vzeti za enoto merjenja časa.

Naše ure niso naravnane po gibanju pravega Sonca, ampak po gibanju neke namišljene točke, ki ji rečemo srednje sonce. To namišljeno sonce v enem letu zaključi en polni obhod okrog Zemlje, torej v istem času kot pravo Sonce, vendar se ne premika po ekliptiki neenakomerno, ampak enakomerno po nebesnem ekvatorju. Časovni presledek med dvema zaporednima prehodoma srednjega sonca čez meridian se imenuje *srednji sončev dan*. Trajanje tega dne pa je konstantno. Deli se na 24 ur, vsaka ura na 60 minut in vsaka minuta na 60 sekund srednjega sončevega časa.

Srednji sončev dan (ne zvezdni dan) je ena izmed osnovnih časovnih enot, ki služi za temelj današnjega koledarja.

Sinodski mesec

Je osnova za lunine koledarje. Sinodski mesec je časovni presledek med dvema zaporednima enakima luninima menama, npr. prvima krajcema. Traja okoli 29,5 dneva.

Tropsko leto

V preteklosti je bilo posebno pomembno postopno preciziranje trajanja sončevega leta. V prvih koledarjih je leto trajalo 360 dni. Pred okoli 5000 leti so stari Egipčani in Kitajci določili dolžino sončevega leta na 365 dni. Nekaj stoletij pred našim štetjem pa so tako v Egiptu kot na Kitajskem za trajanje leta že ugotovili $365\frac{1}{4}$ dneva.

Za temelj današnjega sončevega koledarja so vzeli t.i. tropsko leto. To je časovni presledek med dvema zaporednima prehodoma središča sončevega diska čez pomladišče (točko gama ali točko spomladanskega enakonočja) oziroma preprosteje povedano, čas med dvema zaporednima spomladanskima enakonočjema. Z določitvijo natančne vrednosti trajanja ali dolžine tropskega leta so se ukvarjali znameniti astronomi kot Laplace, Bessel, Leverriere, Newcomb.

leto	trajanje tropskega leta
0 (nič)	365,242316 dneva
1900	365,242199 dneva
4000	365,242070 dneva

Tabela 1. Spreminjanje tropskega leta.

Gornja tabela (po Newcombu) prikazuje, da se vrednost tropskega leta zelo počasi vendar vztrajno spreminja. Za koledarski namen zadostuje naslednja natančna vrednost tropskega leta: 365,2422 dneva. Takšna vrednost da v koledarju napako enega dneva v 100 000 letih. Zato je popolnoma dobra (še predobra) kot temelj za vse koledarske izračune.

Ker niti sinodski mesec niti tropsko leto ne vsebujeta celega števila srednjih sončevih dni, so vse tri omenjene časovne enote nesoizmerljive. To pomeni, da ni mogoče z ulomkom izraziti eno teh količin z drugo, da ni mogoče odbrati takega celega števila sončevih let, ki bi vsebovalo natanko celo število sinodskih mesecev in celo število srednjih sončevih dni. S tem je pojasnjena vsa zamotanost koledarskih problemov in tudi vsa zmeda, ki je v času več tisočletij kraljevala pri vprašanju računanja velikih časovnih presledkov.

Težave pri sestavljanju koledarja so torej v tem, da ni mogoče narediti idealnega koledarja, ampak le boljše ali slabše približke zanj. Po tem, kako dosežemo čim boljše ujemanje koledarskega leta s tropskim, pa so lahko koledarji različni.

Tri vrste koledarjev

Težnja, da bi le do neke mere uskladili med seboj dan, mesec in leto, je privedla k temu, da so v različnih obdobjih sestavljali tri vrste koledarjev: sončeve (solarne) – osnovane na navideznem gibanju Sonca, kjer so želeli dobiti medsebojno ujemanje dneva in leta, lunine (lunarne) – osnovane na gibanju Lune, kjer so hoteli dobiti ujemanje dneva in meseca, in lunino-sončeve (luno-solarne), kjer so poskusili dobiti medsebojno ujemanje vseh treh časovnih enot.

V današnjem času skoraj vse dežele na svetu uporabljajo sončev koledar, zato bomo opisali le njegove značilnosti.¹

Matematična teorija sončevih koledarjev

Koledarsko leto mora imeti celo število dni: ali 365 ali 366. Zato je za ujemanje koledarskega leta s tropskim neogibno, da čez določeno število navadnih let (365 dni) uvedemo prestopno leto (366 dni).

Za dolžino tropskega leta je torej privzeto 365,24220 srednjih sončevih dni. Navadno leto je tako krajše od tropskega za 0,2422 dneva. Preoblikujmo to decimalno število v ulomek $U = 2422/10000 = 1211/5000$. To pomeni, da na vsakih 5000 let pride 1211 dni. Za to, da bi (srednje) trajanje koledarskega leta približali trajanju tropskega leta, je treba v teh

¹ Lunin koledar je igral pomembno vlogo v starih religijah. Ohranil se je do danes v nekaterih vzhodnih deželah z muslimansko vero. V njem imajo meseci od 29 do 30 dni, leta pa vsebujejo izmenično 354 in 355 dni. Tako je lunino leto za 10 do 12 dni krajše od sončevega. Lunino-sončev koledar pa se danes še uporablja le v židovski veri v Izraelu za izračun verskih praznikov. Leto ima v tem koledarju 12 luninih mesecev (29 in 30 dni). Navadna (12 mesečna) leta imajo 353, 354 ali 355 dni, prestopna (13 mesečna) pa 383, 384 ali 385 dni. S tem dosežejo, da prvi dan vsakega meseca skoraj natančno sovpadе z mlajem. Nekdaj pa so ta koledar uporabljali v Babiloniji, Stari Kitajski, Indiji in celo Stari Grčiji in Rimu.

5000 letih v koledar uvesti 1211 prestopnih let. Preoblikujemo ulomek U v verižni ulomek:

$$U = \frac{1211}{5000} = \frac{1}{\frac{5000}{1211}} = \frac{1}{4 + \frac{156}{1211}}.$$

Če zanemarimo $156/1211$, je prvi približek ulomka $U = \frac{1}{4}$ ali 0,25. Ta približek se od 0,24220 razlikuje za +0,0078. Razlika je še razmeroma velika, zato nadaljujemo naše računanje in poskušamo dobiti drugi približek, ki bo boljši od prejšnjega. Torej

$$U = \frac{1}{4 + \frac{156}{1211}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{\frac{1211}{156}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{119}{156}}}.$$

Če zanemarimo $119/156$, je drugi približek $1/(4+1/7) = 7/29$ ali 0,24138. Ta približek se razlikuje od 0,24220 za -0,00082. Nadaljujemo in izračunajmo tretji približek:

$$U = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{119}{156}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{156}{119}}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{37}{119}}}}.$$

Če zanemarimo $37/119$, je tretji približek $1/(4 + (1/(7 + 1))) = 8/33$ ali 0,24242. Ta približek se razlikuje od 0,24220 še manj, to je za +0,00022. Podobno najdemo še četrti približek (prepričajte se o tem) $31/128$ ali 0,24219, ki se od 0,24220 razlikuje le za -0,00001 dneva, kar je manj od ene sekunde.

Ti štirje približki povsem zadostujejo. Sami lahko izračunate, da je peti približek $132/545$ že enak 0,24220 (slika 4). Približki se stekajo izmenično z ene in druge strani k vrednosti 0,24220.

Tako smo dobili pet približkov za tropsko leto v (srednjih sončevih) dneh:

- i) $365\frac{1}{4} = 365,25000$
- ii) $365\frac{7}{29} = 365,24138$
- iii) $365\frac{8}{33} = 365,24242$
- iv) $365\frac{31}{128} = 365,24219$
- v) $365\frac{132}{545} = 365,24220$



Slika 4. Približki se zelo hitro stekajo k vrednosti 0,24220.

Analiza približkov

- i) Če za podano vrednost tropskega leta upoštevamo prvi (grobi) približek $365\frac{1}{4}$ dneva, vidimo, da je potrebno po treh navadnih letih s 365 dnevi dodati četrto prestopno leto s 366 dnevi. To upošteva julijanski koledar.
- ii) Natančnejša določitev dolžine tropskega leta $365\frac{7}{29}$ dneva pove, da na 29 navadnih let pride 7 prestopnih. Ta koledarski sistem ni bil uporabljen.
- iii) Še natančnejša vrednost za tropsko leto $365\frac{8}{33}$ dneva pokaže, da na vsakih 33 let pride 8 prestopnih. Ta sistem je predlagal v 11. stoletju Perzijec Omar Hajam. Reforma tega koledarja ni bila izvedena.
- iv) Vrednost $365\frac{31}{128}$ dneva je uporabljena v koledarskem projektu Nemca Maedlerja. Tudi to ni bilo uvedeno v prakso.
- v) Peta možnost se v zgodovini koledarja sploh ni nikoli resno obravnavala. Natančnost je tako velika (prevelika), da je že ne potrebujemo. Zato nima več nobene praktične vrednosti.

Natančnost sončevih (in tudi drugih) koledarjev je mogoče izračunati po posebni formuli. Ne bomo je navedli. Raje bomo to prikazali v spodnji tabeli. Sicer pa lahko to izračunate sami (gl. dalje).

ime sončevega koledarja	letna napaka (v srednjih sončevih dnevih)	čas, v katerem napaka doseže en cel dan
staroegipčanski	-0,24220 dneva	4 leta
julijanski	+0,00780 dneva	128 let
gregorijanski (naš)	+0,00030 dneva	3 280 let
Hajamov	+0,00022 dneva	4 500 let
Maedlerjev	-0,00001 dneva	100 000 let

V našem današnjem sončevem, t.j. gregorijanskem koledarju (pri nas uvedenem v 16. stoletju), je za tropsko leto privzet približek 365,2425 dneva. Ta se razlikuje od natančne vrednosti za tropsko leto za 0,0003 dneva. Napako, ki se v tem koledarju nabere za en dan, izračunamo iz enačbe $0,0003 \text{ dneva} \cdot t \text{ let} = 1 \text{ dan}$, od koder sledi $t = 1/(3 \cdot 10^{-4}) \text{ let}$, torej v okoli 3 300 letih. Brez dvoma lahko rečemo, da je naš koledar tako natančen, da boljšega ne potrebujemo.

Poglejmo še, kako je s prestopnimi leti v gregorijanskem koledarju. Decimalno število 0,2425 preoblikujmo v ulomek, torej $2425/10\,000 = = 97/400$. Približek $365\frac{97}{400}$ za tropsko leto pove, da na 400 let pride 97 prestopnih let (in ne 100, torej vsako četrto, kot upošteva julijanski koledar). V 400 letih je tako treba izpustiti tri prestopna leta. Dogovor (po uvedbi gregorijanskega koledarja) je tak, da so navadna leta tista prestopna leta, ki jih pišemo z dvema ničloma na koncu in niso deljiva s 400. Tako je bilo leto 1600 prestopno, leta 1700, 1800 in 1900 ne, leto 2000 je prestopno, leta 2100, 2200, 2300 ne bodo, leto 2400 pa bo spet prestopno itn.

Seveda so bili in so še drugi poskusi, kako bi izboljšali koledar. Vendar pa sami lahko uvidite, da je gregorijanski koledar za nas še vedno najprimernejši.

Kot zanimivost naj povemo, da je prvo natančnejšo vrednost trajanja tropskega leta določil že starogrški astronom Hiparh, ki je deloval v 2. stol. pr.n.š. na aleksandrijskem observatoriju. Izmeril je 365,24671 dneva. Če bi upoštevali njegov približek za tropsko leto, bi bil ta koledar vsekakor natančnejši od julijanskega, ki so ga uvedli šele v prvem stoletju pred našim štetjem.

Marijan Prosen