Aktive Filter basierend auf LC-Strukturen

Mit Hilfe von Impedanzkonvertern können passive LC-Filter als Aktivfilter aufgebaut werden. Hierbei werden die Induktivitäten mit geeigneten Schaltungen aktiv realisiert. Diese Art der aktiven Filter zeigen die Vorteile:

1. Der Filterentwurf basiert auf einer gut eingeführten und leicht anwendbaren Theorie.
2. Die Filter können in integrierter Schaltungstechnik mit kleinen Toleranzen hergestellt werden.
3. Die kleinen Empfindlichkeiten (Sensitivitäten) der LC-Filter bleiben erhalten.

Bei der aktiven Realisierung steht immer im Vordergrund die Induktivitäten gegen ein aktives Äquivalent zu ersetzen. Zur aktiven Realisierung von Reaktanzen sind zahlreiche Schaltungen bekannt.
Nachteile der aktiven Schaltungstechnik sind hauptsächlich eine schlechtere Aussteuerbarkeit, die notwendige Stromversorgung und ein beschränkter Frequenzbereich (meist <100kHz)

Die Grundlagen für diese Technik wurden Ende der 60er Jahre von Gorski-Popiel [GOR67], Bruton [BRU69] und Antoniou [ANT69] publiziert. Für die praktische Umsetzung der Synthese von aktiven Filter aus LC-Strukturen hat sich vor allem der Impedanzkonverter nach Antoniou in Verbindung mit der Transformation nach Bruton etabliert.

Allgemeiner Impedanzkonverter (GIC)

Impedanzkonverter sind Zweitore, die eine Impedanz oder Admittanz am Tor 1 in eine Impedanz oder Admittanz an Tor 2 umwandeln. Häufig wird das Wort Immitanzkonverter hierzu verwendet. Es ist ein Kunstwort abgeleitet aus **Im**pedanz- und Ad**mittanz**.

Per Definition nach [MIL92] ist ein Immitanzkonverter ein Zweitor, bei dem entweder Nebendiagonalelemente oder Hauptdiagonalelemente der ABCD-Matrix gleich Null sind.

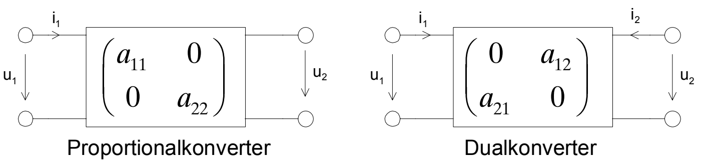
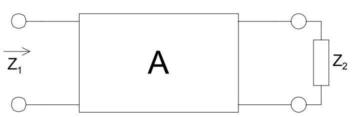


Bild 0-1: Konverterzweitore mit den möglichen-ABCD-Matrizen.

Werden diese Zweitore nach Bild 0-1 mit der Impedanz Z_2 abgeschlossen gilt für die Eingangsimpedanz Z_1:



$$Z_1 = \frac{a_{11}}{a_{22}} Z_2 \qquad \text{(Proportionalkonverter)} \tag{0-1}$$

$$Z_1 = \frac{a_{12}}{a_{21} Z_2} \qquad \text{(Dualkonverter)} \tag{0-2}$$

Ein Proportionalübertager mit einem negativen Diagonalelement wird Negativ-Impedanzkonverter (NIC) genannt. Es gilt nach [MIL92]:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -k_I \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad A = \begin{pmatrix} -k_U & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{0-3}$$

$$Z_1 = -kZ_2 \qquad \left(k = \frac{1}{k_I}, k = k_U > 0 \right) \tag{0-4}$$

Ein Dualkonverter mit der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & r \\ \frac{1}{r} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{g} \\ g & 0 \end{pmatrix} \tag{0-5}$$

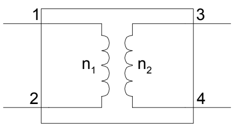
wird nach [MIL92] Gyrator genannt. Der Widerstand *r* wird Gyrationswiderstand genannt, analog *g*, der Gyrationsleitwert. Er ist eine Dualitätskonstante und immer rein reel und positiv. Gemäss (0-2) wird die Abschlussimpedanz in die duale Impedanz Z_1 transformiert:

$$Z_1 = \frac{r^2}{Z_2} \tag{0-6}$$

Ein Gyrator ist ein passives, aber nicht reziprokes Zweitor. Er kann daher nicht auschliesslich mit passiven Elementen (RLCT) realisiert werden. Er wird mit aktiven Elementen aufgebaut, verhält sich aber and den Toren wie ein passives Zweitor.

Beispiel 1: Idealer Übertrager

Der bekannteste Proportionalkonverter ist der ideale Übertrager:



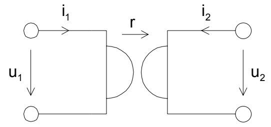
$$A = \begin{pmatrix} \frac{n_1}{n_2} & 0 \\ 0 & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix}$$

$$Z_2 = Z_1 \frac{a_{22}}{a_{11}} = Z_1 \frac{\frac{n_2}{n_1}}{\frac{n_1}{n_2}} = Z_1 \frac{n_2}{n_1}\frac{n_2}{n_1} = Z_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

Gyratoren

Nach Kap. 0 ist ein Gyrator ein nicht reziprokes Zweitor mit der Kettenmatrix und Symbol:

$$A\begin{pmatrix}0 & r\\ \frac{1}{r} & 0\end{pmatrix}$$



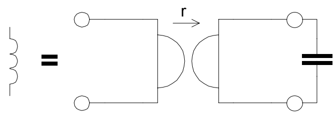
(0-7)

Es gelten dabei die Zusammenhänge:

(0-8)

$$i_1 = \frac{-1}{r}u_2 \qquad u_2 = \frac{1}{r}u_1$$

Gemäss (0-6) erscheint an Z_1 eine Induktivität $L = r^2C$ wenn der Gyrator an Z_2 mit einer Kapazität abgeschlossen wird:



$$Z_1 = \frac{r^2}{Z_2} = \frac{r^2}{\frac{1}{sC}} = r^2sC$$ (0-9)

Diese Form bildet die Grundlage zur Simulation von Induktivitäten.

Immitanzkonverterschaltung

Zur Realsiation von Immitanzen existiern zahlreiche Schaltungen. Eine viel verwendete und gut überschaubare Schaltung ist in Bild dargestellt. In Verbindung mit einer Abschlussimpedanz wird diese Schaltung als „Impedanzkonverter nach Antoniou“ bezeichnet.

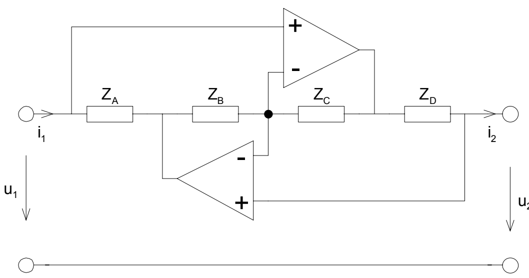


Bild 0-2: Immitanzkonverterschaltung.

Es gilt offensichtlich mit der Annahme, dass die Leerlaufverstärkung A sehr gross ist:

$$i_1 = i_2\frac{Z_BZ_D}{Z_AZ_C} \qquad u_1 = u_2$$ (0-10)

Daraus folgend wird die Kettenmatrix:

$$A = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{Z_BZ_D}{Z_AZ_C}\end{pmatrix}$$ (0-11)

Die Schaltung in Bild 0-2 stellt einen Proportionalitätskonverter dar, der die Impedanz Z_2 am Tor 2 in eine Impedanz Z_1 am Tor 1 umwandelt:

$$Z_1 = Z_2 \frac{Z_A Z_C}{Z_B Z_D} \tag{0-12}$$

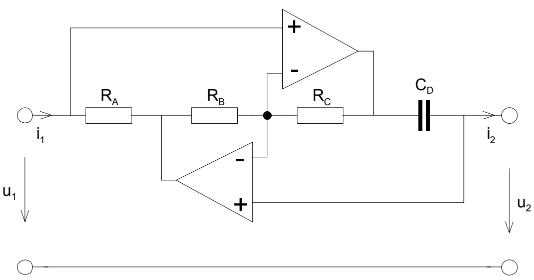
Die Gleichung (0-12) stellt die verallgemeinerte Form des Immitanzkonverters dar. Durch Wahl von Z_2, Z_A,.., Z_D können verschiedene Impedanzen „erzeugt“ werden.

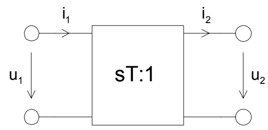
Zur Realisation von Immitanzkonvertern sind zahlreiche weitere Schaltungen bekannt.

Realisation des allgemeinen Impedanzkonverter (GIC)

Er verkörpert einen frequenzabhängigen Transformator und wird hauptsächlich für die Synthese nach der Methode Gorski-Popiel verwendet. Diese Methode ersetzt systematisch Induktivitäten mit GIC’s und Widerständen (vgl. [CHE95], S. 2457).

Einen GIC erhält man wenn in Bild 0-2 $Z_A = R_A$, und $Z_D = 1/(sC_D)$ gewählt werden. Z_B und Z_C können mit Widerständen beliebig gleich gross gewählt werden. Die resultierende Schaltung und Symbol werden:



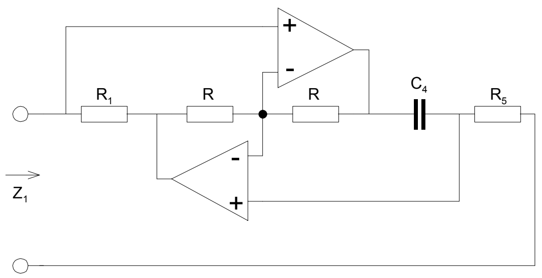


$$i_2 = sT\, i_1 \qquad T = R_A\, C_D \tag{0-13}$$

Bild 0-3: Allgemeiner Impedanzkonverter GIC.

Induktivität

Wird in Gleichung (0-12) $Z_A = R_1$, $Z_B = Z_C = R$, $Z_D = 1/sC_4$ und $Z_2 = R_5$ gewählt, realisiert diese Schaltung eine einseitig geerdete Induktivität nach Bild 0-4. Solche Induktivitäten werden in Hochpassfilter verwendet.



$$Z_1 = R_5 \frac{R_1 R}{R \frac{1}{sC_4}} = R_1 R_5 s C_4 = L \tag{0-14}$$

Bild 0-4: Einseitig geerdete Induktivität mit Impedanzkonverter.

Beispiel 2: Realisiation einer Induktivität mit Immitanzkonverter

Das passive LC-Filter nach Bild 0-5 soll mit aktiven Induktivitäten realisiert werden.

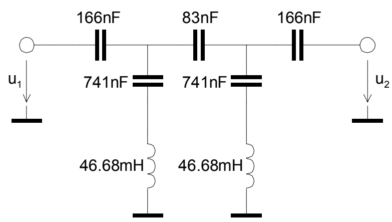


Bild 0-5: Passives Filter für Aufgabe in Beispiel 2.

Lösung:
C_4 wird mit 4.7nF gewählt, R_1 mit 1kΩ und R mit 10kΩ. Der verbleibende Widerstand R_1 mit (0-14):

$$R_1 = \frac{L}{C} = \frac{46.68 \cdot 10^{-3}}{4.7 \cdot 10^{-9}} = 9.993 k\Omega$$

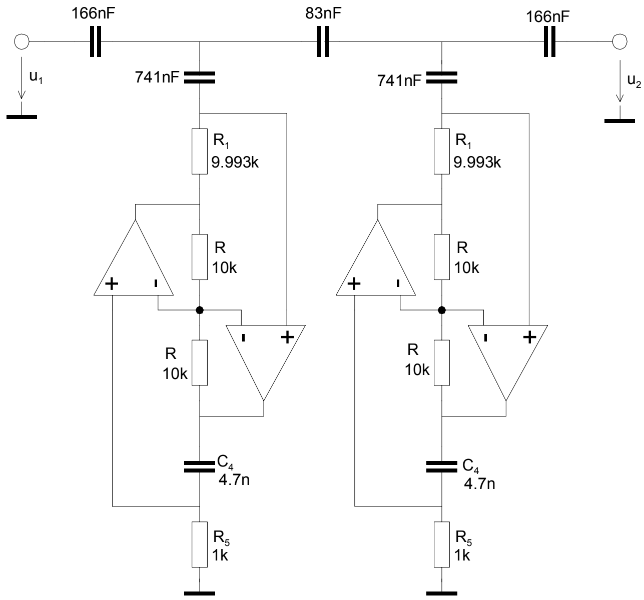
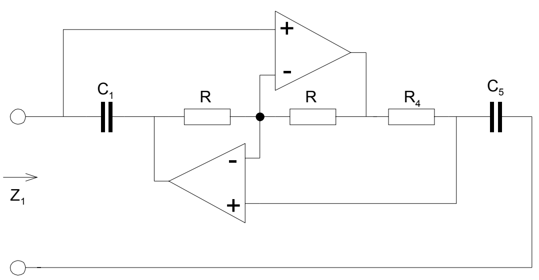


Bild 0-6: Aktive Realisiation des Hochpassfilter nach Beispiel 2.

Superkapazität

Superkapazitäten, auch Überkapazitäten oder FDNR (Frequency Dependent Negative Resistance) genannt, verkörpern einen rein reellen frequenzabhängigen Widerstand. Das Haupteinsatzgebiet ist die Realisiation von Tiefpassfiltern. Diese Technik wurde von L.T. Bruton 1969 vorgestellt [BRU69].

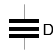
Man setzt dazu in Gleichung (0-12) Z_A=1/sC_1, Z_B=Z_C=R, Z_D=R_4 und Z_2=1/(sC_5)



$$Z_1 = \frac{1}{sC_5}\frac{R\frac{1}{sC_1}}{RR_4} = \frac{1}{s^2 R_4 C_1 C_5} = \frac{1}{s^2 D} \qquad \text{(0-15)}$$

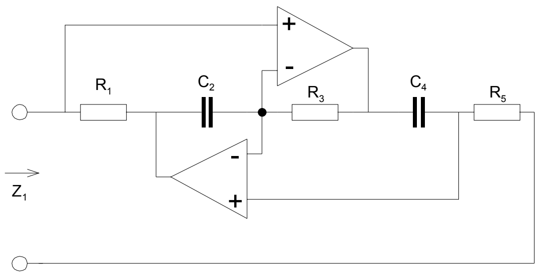
$$D = \left[\frac{As^2}{V}\right]$$

Bild 0-7: Superkapazität zur Realisation von Tiefpassfiltern.

Für Superkapazitäten wird das Symbol  verwendet.

Superinduktivität

Das Haupteinsatzgebiet ist die Realisation von Hochpasspassfiltern. Man setzt dazu in Gleichung (0-12) $Z_A=R_1, Z_B=1/(sC_2,)$ $Z_C=R_3=R$, $Z_D=1/(sC_4)$ und $Z_2=R_5$.



$$Z_1 = R_5 \frac{R_1 R_3}{\frac{1}{sC_2}\,\frac{1}{sC_4}} = R_1 R_3 R_5 s^2 C_2 C_4 = s^2 N \tag{0-16}$$

$$N = \left[\Omega s^2\right]$$

Bild 0-8: Superinduktivität zur Realisiation von Hochpassfiltern.

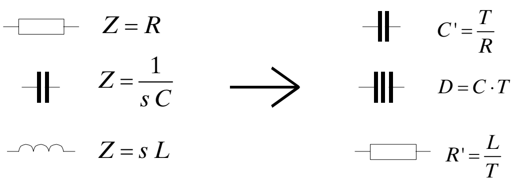
Für Superkapazitäten wird das Symbol  verwendet.

Bruton Transformation

Die Bruton Transformation wird verwendet um passive LC-Filter in aktive Filter mit Superkapazitäten und Superinduktivitäten zu realisieren („Bruton's FDNR Technique", [BRU69]). Die Bruton-Transformation ist als erweiterte Impedanztransformation zu verstehen, bei der eine frequenzabhägige Transformationskonstante k benutzt wird.

Tiefpassfilter

Hier wird die Transformationskonstante $k = \frac{1}{sT}$ benutzt. Es gilt



(0-17)

Beispiel 3:Tiefpass mit Superkapazitäten

Das passive LC-Filter nach Bild 0-5 soll mit aktiven Induktivitäten realisiert werden.

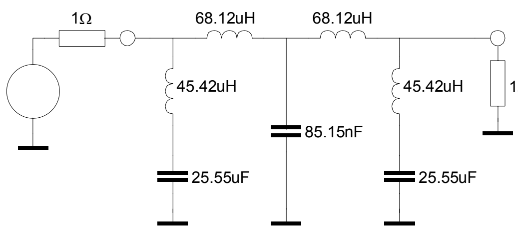


Bild 0-9: Passives Filter für Aufgabe in Beispiel 2.

Lösung:
Wir führen die Bruton-Transformation durch und erhalten die Struktur nach Bild 0-10:

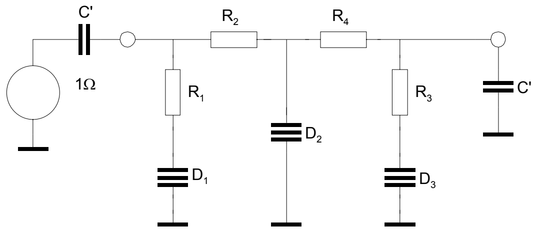


Bild 0-10: Bruton-transformierte Tiefpass nach Bild 0-9.

Wir wählen C'=10nF und bestimmen daraus das notwendige T. Die restlichen Grössen werden:

$$C' = \frac{T}{R} \qquad \Rightarrow \qquad T = C' \cdot R = 1 \cdot 10^{-8}$$

$$R_1 = R_3 = \frac{L}{T} = \frac{45.42 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-8}} = 4.542 k\Omega$$

$$R_2 = R_4 = \frac{L}{T} = \frac{68.12 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-8}} = 6.812 k\Omega$$

$$D_1 = D_3 = C \cdot T = 25.55 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 255.5 \cdot 10^{-15}$$

$$D_2 = C \cdot T = 85.12 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-8} = 851 \cdot 10^{-15}$$

Begründung der Transformation:

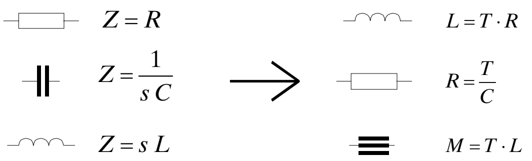
$$Z' = k \cdot Z = \frac{Z}{sT}$$

$$R: \qquad Z' = \frac{R}{sT} = \frac{1}{s\frac{T}{R}}$$

$$L: \qquad Z' = \frac{sL}{sT} = \frac{L}{T}$$

$$C: \qquad Z' = \frac{1}{s^2 CT}$$

Hochpassfilter
Hier wird die Transformationskonstante $k = sT$ benutzt. Es gilt:



(0-18)

Begründung der Transformation:

$$
\begin{aligned}
&Z' = k \cdot Z = sT \cdot Z \\
&R: \quad Z' = sT \cdot R \\
&L: \quad Z' = sT \cdot sL = s^2 TL \\
&C: \quad Z' = sT \frac{1}{sC} = \frac{T}{C}
\end{aligned}
\tag{0-19}
$$

Literatur

Referenziert:

[ANT69] „Realization of Gyrators Using Operational Amplifiers and Their Use in Active RC-Networks”, A. Antoniou, 1969, Proc. IEEE Vol. 116, pp. 1838-1850

[BRU69] „Network Transfer Functions Using the Concept of Frequency Dependent Negative Resistors”, L. T. Bruton, IEEE Trnas. Circuit Theory, 1969, Vol. CT-16, pp. 406-408.

[CHE95] „The Circuits and Filters Handbook”, Wai-Kai Chen, CRC Press-IEEE Press, 1995 ISBN 0-8493-8341-2.

[GOR67] „RC-Active Synthesis Using Positive Immitance Conveters”, J. Gorski-Popiel, Electron. Lett. Vol. 3, pp. 381-382, Aug. 1967.

[MIL92] „Entwurf analoger und digitaler Filter“, Otto Mildenberger, Vieweg Verlag, 1992, S. 233-242, ISBN 3.528-06430-7.

Weiterführend:

[SCH01] „Design of Analog Filters“, R. Schauman/ M.E. van Valkenburg, Oxfrod Univerity Press, 2001, Chap. 14, ISBN0-19-511877-4