Tema 2: La renta fija. Valoración y gestión de carteras de renta fija

Miguel Ángel San Millán Martín

Contenido

Resumen

En este tema se amplia el estudio de la renta fija realizando en primer lugar la valoración de los títulos (activos). El riesgo de tipo de interés, es decir, el riesgo de la variación de tipos, incide significativamente en el precio del activo. En este tema se estudian los conceptos de Duración y de Convexidad como medidores del riesgo de interés.

En los mercados financieros los tipos de interés son diversos, según sea el activo financiero o según sea el plazo a su vencimiento. En esta tema se aprende a distinguir entre tipos de interés contado o spot y tipos a plazo o forward, además de estudia la TIR de un bono. Todo ello nos servirá para adentrarnos en la estructura temporal de los tipos de interés, ETTI o curva cupón cero, y en la curva de rendimientos o yield curve. Todo ello de gran aplicabilidad en el diseño y gestión de carteras de renta fija o en el establecimiento de las líneas maestras de la política monetaria a aplicar por los bancos centrales

2.1 Activos de renta fija

2.1.1 Características de los activos de renta fija

Un activo de renta fija es un instrumento representativo de una deuda que confiere a su propietario unos derechos que deberán ser satisfechos por el emisor en el futuro, el cual utiliza la emisión para obtener financiación.

La característica más relevante de un activo de renta fija es el hecho de que su rentabilidad, vía pago de intereses - explícita o implícitamente - está determinada o es fijada para toda la vida de la emisión. Ello no significa que siempre el tipo de interés sea fijo o constante a lo largo de toda la vida del activo, como se verá más a delante.

Un activo de renta fija en términos generales supone un desembolso inicial - normalmente el nominal -, y el ingreso de unos intereses periódicos, cupones, expresados como un porcentaje sobre el nominal, más la devolución del desembolso inicial a vencimiento. Sin embargo existen múltiples variantes.

Así, los activos que reciben un interés periódico, llamado cupón, se dice tienen rendimiento explícito, pero hay otros activos de renta fija como los bonos cupón cero o las letras y pagarés que se dice tienen rendimiento implícito

Un activo con *rendimiento implícito* es aquel en el que el rendimiento se genera por la diferencia entre el precio de adquisición y el precio de amortización.

Pueden ser *emitidos al descuento*, cuando el precio de emisión es inferior al nominal recibido a la amortización del título.

Ej.: Letra del Tesoro

Efectivo pagado por su adquisición: 970

Efectivo recibido a su vencimiento: 1.000

Diferencia (rendimiento): 30

O bien, pueden ser **No** emitidos al descuento, cuando el precio de emisión coincide con el nominal y la amortización se hace por precio superior a éste.

Ej.: Bonos cupón 0 de Telefónica

Nominal	: 1.000
Precio de emisión	: 100%
Amortización 5º año	: 104,50%

Atendiendo a su vencimiento, pueden ser amortizables, cuando se recupera el principal, o perpetuos.

Por el tipo de rendimiento que ofrecen, podemos hablar de activos con interés fijo, cuya rentabilidad está predeterminada numéricamente durante toda la vida de la emisión, y activos con interés flotante, cuando su rentabilidad es determinada en función de un tipo de referencia más o menos un spread o diferencial. (Ej. Cédulas Banco Hipotecario 13,75% vs. Obligaciones Telefónica, euribor 6 meses + 0,1875%).

El tipo de emisor es un factor clave a la hora de entender los activos de renta fija, ya que de su calidad crediticia, de su solvencia y en definitiva de su capacidad para hacer frente a sus compromisos de pago - intereses y devolución del principal - dependen la rentabilidad y el riesgo de dichos activos. Atendiendo a este criterio, podemos distinguir entre activos emitidos por el Estado, letras, bonos y obligaciones, o activos emitidos por entidades privadas, pagarés, bonos y obligaciones.

También es importante distinguir entre los activos que se negocian en uno u otro mercado, para ello antes vamos a clasificar los mercados financieros.

2.1.2 Activos de los mercados monetarios

Los activos del mercado monetario son aquellos de renta fija que se emiten con plazo inferior a 18 meses, los más importantes son los depósitos, las letras del tesoro y los pagarés de empresa. Para todos ellos existe un mercado primario o de emisión y un mercado secundario o de negociación. [Ver también Tema 1]

Activos del mercado monetario:

- bajo riesgo
- y muy líquidos

La liquidez de estos mercados se deriva del corto plazo y la existencia de amplios mercados secundarios o de negociación. El bajo riesgo se deriva también del corto plazo y de la solvencia de los emisores

La negociación se hace directamente a través de mediadores especializados: brokers[1] y dealers[2], La banca apenas interviene como comisionista, existe pues desintermediación.

- Los depósitos

Los depósitos son préstamos en efectivo a corto plazo realizados entre instituciones financieras para cubrir sus necesidades de financiación.

El mercado primario o de emisión funciona mediante subastas semanales que realiza el BCE, a un plazo de dos semanas, encuadradas dentro de las intervenciones de "open market" del Banco Central para proporcionar liquidez al sistema.

[1] Mediador que no toma posiciones por cuenta propia. Mediador ciego si garantiza el anonimato de las partes contratantes.
[2] Operadores que actúan por cuenta propia y que actúan a la vez como broker.

El mercado de negociación o secundario es el interbancario, en el que las entidades colocan o cubren sus desequilibrios de tesorería a muy corto plazo. En este sentido, las cajas y compañías de seguros son prestamistas, siendo la banca el principal prestatario. En este mercado se forma el tipo medio de contratación Euribor, Libor... referencia para el resto de operaciones de crédito.

- Las Letras del Tesoro

Las letras son instrumentos financieros de renta fija emitidos por el Tesoro a corto plazo con un nominal de 1000 euros.

Se emiten con plazo de vencimiento no superior a 18 meses (3, 6, 12, 18) y son activos con rendimiento implícito emitidos al descuento.

Se emiten mediante subastas en las que se determina el precio de compra y la rentabilidad (T.A.E.) correspondiente a esa emisión. Las peticiones pueden ser competitivas y No competitivas.

La aparición de nuevos activos es constante:
Pagarés de empresa
Aceptaciones bancarias[1]
Emisiones al descuento o al tirón[1]
Emisiones cupón cero
Emisiones a interés variable

- Los Pagarés de empresa

Son instrumentos de renta fija a corto plazo, negociables y emitidos por empresas, con rendimiento implícito y emitidos al descuento. La rentabilidad que ofrecen suele ser superior a la de las letras por tener un mayor riesgo de emisor y menor liquidez, además de un peor tratamiento fiscal.

La emisión se hace en distintas modalidades, colocación directa, subasta o colocación a través de intermediarios financieros. La negociación se hace a través del AIAF.

2.1.3 Activos de los mercados de capitales

Los activos de renta fija a largo plazo son aquellos emitidos a un plazo superior a 18 meses y se engloban genéricamente bajo la denominación de bonos y obligaciones.

Activos del mercado de capitales:
- imaginativos e innovadores

En los mercados de capitales es donde se negocian instrumentos con vencimiento a largo, sean de renta fija o variable. En España distinguimos los **bonos** de las **obligaciones** según su vencimiento sea a medio o a largo plazo, pero en los mercados internacionales no está clara esa distinción. La emisión de estos activos por el sector público se debe a su necesidad de financiar el déficit principalmente.

Además de los gobiernos y organismos internacionales, emisores o prestamistas suelen ser las entidades de inversión colectiva y las grandes empresas y multinacionales.

En cuanto a los bonos y obligaciones emitidos por empresas privadas, no existe un único tipo de activo sino que son distintas combinaciones de:

- forma de amortización (única/periódica)

- tipo de interés (fijo/flotante)
- rendimiento (implícito/explícito)
- abono de intereses (trimestral, semestral, anual)
- convertibles, con warrant, segregables...
- ordinarias o preferentes
- con o sin garantía

El tenedor de bonos y obligaciones es acreedor privilegiado de la sociedad emisora.

- tipos de activos de renta fija

a) Títulos emitidos con respaldo hipotecario

Se caracterizan por estar garantizados por créditos hipotecarios, y emitidos por entidades financieras. Pueden ser:

- Cédulas Hipotecarias: son títulos garantizados por toda la cartera de créditos hipotecarios del emisor.

- Bonos Hipotecarios: son títulos que presentan como garantía una determinada parte de cartera de créditos hipotecarios reseñados en la escritura de emisión.

- Participaciones Hipotecarias: son participaciones en un determinado crédito hipotecario, pero el emisor conserva la titularidad del crédito y ejerce todos los derechos pertinentes para su buen fin.

Según la moneda de emisión:
- bonos yankee
- bonos bulldog
- bonos canguro
- bonos samurai

* a partir de la UME y su moneda única, dejó sin sentido los bonos matador o los bonos Rembrant

De otra manera, estos títulos con respaldo hipotecario pueden ser:

los **MBS:** las entidades que conceden prestamos hipotecarios, suelen utilizarles como garantía o colateral en la emisión de activos con respaldo hipotecario. Unos son de simple garantía hipotecaria o MBS, en el caso español las cédulas y bonos de cajas de ahorro, y otros activos que proceden de la titulización de los créditos **BTH** (bonos de titulización hipotecaria).

En los MBS los créditos no salen de balance y en los BTH sí, y son traspasados a un fondo de titulización que es el que emite los títulos.

b) Obligaciones bonificadas

Son títulos de renta fija emitidos por compañías eléctricas o autopistas, principalmente, y que se caracterizan por tener un régimen fiscal más favorable, a fin de rebajar sus costes financieros.

c) Eurobonos a tipo fijo y Eurobonos a tipo variable **FRN**

Son los fondos de inversión los que suelen operar en los mercados de FRN al perseguir el mayor rendimiento posible, eligen mayor proporción a cupón fijo cuando los tipos estén bajos, y mayor proporción de FRN cuando estén al alza.

Existe una amplia tipología de FRNs, (generalmente un índice más un diferencial), he aquí algunos:

1) Capped FRN: incorpora un tipo de interés máximo o cap
2) Mínimax FRN: se establece un tipo máximo(cap) y un mínimo (floor)
3) Convertible FRN: opción de convertir el bono en otro a largo plazo
4) Step-up o step-down FRN: tipo ajustable al alza o a la baja
5) Inverse FRN: los cupones evolucionan de forma inversa al tipo de referencia
6) Perpetual FRN: no tiene fecha prefijada de amortización

d) Bonos segregables

Desde 1997 también se emiten bonos y obligaciones **segregables**. En un bono segregable tipo americano, el principal y los intereses, cupones, se negocian independientemente. [Ver también Tema 1]

e) Bonos indexados a la inflación

La rentabilidad de un bono convencional, su TIR, suele expresarse en términos nominales, es decir, incluye el grado de inflación de esa economía, descontándole la inflación podemos expresar la rentabilidad en términos reales. Por ejemplo: si la rentabilidad nominal de un bono fuese $TIR_N = 8\%$, la inflación esperada fuese del 1,88%, entonces la rentabilidad real será del:

$$TIR_R = 1{,}08 \ / \ 1{,}0188 \ - 1 = 0{,}06 \ \ (6\%)$$

f) Los high yield bond

Los High Yield Bond son bonos emitidos por compañías privadas catalogados por las agencias de rating como emisiones con riesgo intermedio.

Si tomamos la clasificación de S&P, los rating van desde la más alta calidad crediticia (AAA) de Estados como Alemania o los Estados Unidos, hasta aquellas emisiones en las que las posibilidades de impago de capital e intereses son muy elevadas (DD). Las emisiones High Yield tienen, normalmente, calificación BB o B.

Los bonos High Yield o de alto rendimiento ofrecen una rentabilidad superior a la de los títulos de las tres categorías de mayor calidad creditícia de S&P o Moody´s. Por tanto, y en espera de obtener una mayor rentabilidad, se asume también una mayor exposición al riesgo de crédito, no obstante los emisores de este tipo de deuda suelen ser compañías privadas que o bien se encuentran en las primeras fases de expansión de sus negocios, o se encuentran inmersas en procesos de reestructuración empresarial. Se trata, en general, de empresas que tienen que demostrar su capacidad de crecimiento futuro y a las que, por tanto, se va a exigir un tipo de interés más elevado.

Los bonos high yield no deben confundirse con los denominados bonos "basura" (junk bonds). Estos activos financieros, que vivieron su época dorada durante los años ochenta, se caracterizan por su alto componente especulativo y, como refleja despectivamente su nombre, tienen un riesgo elevado de impago a cambio de ofrecer una rentabilidad esperada bastante alta. Se situarían dentro de las categorías de riesgo de crédito más bajas de Moody´s o S&P.

2.2 Rentabilidad de Letras y bonos. El cupón corrido y su cálculo

El mercado de Deuda Pública en España ha sido suficientemente estudiado en el tema 1, corresponde ahora determinar la valoración de bonos y letras y su rentabilidad

a) Para el corto plazo, en la rentabilidad de Letras, se utiliza la siguiente fórmula en capitalización simple:

$$i = (100 - p) \times 360 \,/\, (p \times \text{días al vencimiento})$$

siendo **p** el precio de la letra en %

que es equivalente a esta otra presentación:

$$P\,(1 + i \times \text{días} / 360) = 100 = N$$

EJERCICIO 2a

PRÁCTICA 212R a)

Se adquiere el 04/05/06 una Letra (22/10//06), esto es le quedan 171 días al vencimiento, al precio del 94,319%

Entonces: $i = (100 - 94{,}319) \times 360 \,/\, 171 \times 94{,}319 = \underline{0{,}1268}$ (12,68%)

b) Para el medio o largo plazo, rentabilidad de bonos y obligaciones, se utiliza esta otra fórmula de capitalización compuesta:

$$P = (1+r)^{-\text{días}/365}\,[\text{cupón} \times a_{n\,r} + 100 \times (1+r)^{-n}]$$

Donde **P** es el precio de adquisición del bono en subasta, **n** es el número de cupones enteros o de años, y por días se computan los transcurridos antes del inicio de la renta. Exponente con signo positivo si la renta como tal ya se hubiera iniciado en el momento de la adquisición.

- Cálculo del cupón corrido

El **cupón corrido** es el cálculo, lineal, del interés a que tiene derecho el poseedor de un bono por el tiempo transcurrido desde el pago del último cupón hasta su venta o transmisión a un tercero.

En su cálculo se tienen dos opciones, según se considere 360 días o el año natural de 365. En cualquier caso, la fórmula a utilizar es

Cupón corrido : CC = g x (1- f)

Donde: **g** es el cupón entero, y **(1 - f)** la parte del año que ya ha transcurrido antes de producirse la venta del bono. **Siendo la relación entre el precio así obtenido y el de cotización o "ex cupón" el siguiente:**

Precio de adquisición del bono = precio cotización + cupón corrido

Precio adquisición = precio ex cupón + cupón corrido = $P_{EX} + g \times (1 - f)$

EJERCICIO 2b

PRÁCTICA 213R

Adquisición de un bono del Estado el 04//05/06, 3,45%/04, 15/04/09; que cotiza a un precio "ex cupón" del 103,724% (19 días entre el 15/04 y el 04/05)

1) Cupón corrido CC = 3,45 x 19 días / 365 = 0,17959 por cada 100 euros
2) Precio adquisición = 103,724 + 0,17959 = 103,904 por cada 100 euros
3) Ecuación de Rentabilidad:

$$103{,}904 = 3{,}45\,(1+r)^{-346/365} + 3{,}45(1+r)^{-711/365} + 103{,}45(1+r)^{-1076/365}$$

EJERCICIO 2e

Considere que acude hoy a la subasta de bonos del Estado a tres años y un mes, es decir, el pago del primer cupón anual se efectuará dentro de 1 año y 30 días. Cupón del 3,5% anual y amortización a la par. Obtiene el bono a un precio del 98,30%, ligeramente inferior al PMP resultante en la subasta.
Calcule:

1) su rentabilidad si mantiene el bono hasta el vencimiento
2) si se desprende del bono a los 9 meses, cuando aún no cobró el primer cupón, ¿tiene Vd. derecho a cobrar el cupón corrido? ¿cuál sería su cuantía? [Considere todos los meses de 30 días y el año de 360]

1) Ecuación de rentabilidad:

$$98{,}30 = 3{,}5 \times (1+r)^{-395/365} + 3{,}5 \times (1+r)^{-760/365} + 103{,}5 \times (1+r)^{-1125/365}$$
$$= (1 + r)^{-30/365} [\, 3{,}5 \times a_{3\,|\,r} + 100 \times (1+r)^{-n} \,]$$

que se verifica para una tasa o TIR de r = 4% exacto

2) Pasados 9 meses, han transcurrido 8 meses de maduración del primer cupón, de manera que tendrá lugar al pago de un cupón corrido calculado a la manera americana como: CC = 3,5 x 240 / 360 = 2,33€

De otra forma, el precio teórico de un bono, o sea, el precio ex cupón, puede ser obtenido aplicando la fórmula de la Association International Bond Dealers (AIBD) tal como:

Valoración de un Eurobono según la AIBD

$$P_{EX\ CUPÓN} + g \times (1 - f) = v^f \times [g \times (1 + a_{n\,|\,i}) + 100 \times v^n]$$

Donde **n** es el número entero de años que quedan a la amortización, y **f** es la fracción de año que queda hasta el vencimiento del próximo cupón

Momento de la valoración años enteros **n**

← **Vida del bono: "n + f"** →

EJERCICIO 2d

PRÁCTICA 212R b)

El valor teórico o ex cupón de un Eurobono el 1 de octubre del 2006 con vencimiento el 31 de diciembre 2010 y que paga cupones de 5€ de cada 100, utilizando una tasa de valoración o de rendimiento del mercado del 5,5%, es:

1) la fracción de año al vencimiento próximo cupón: 3/12 = ¼ = 0,25
2) factor de actualización es 1/ 1,055 = 0,947867
3) cupón corrido: 5 x (1 – 0,25) = 3,75€
4) precio de adquisición completo:

   $0{,}9478^{0{,}25}$ x [5 x (1 + $a_{4\,|\,0{,}055}$) + 100 x $0{,}9878^{4}$] = 101,86

5) precio teórico de cotización o ex cupón: 101,86 – 3,75 = 98,11€

2.3 Valoración de las operaciones simples y dobles

En el tema 1 se estudió la Deuda Anotada, veremos ahora como se valora una repo, por ejemplo, o una operación simultánea

2.3.1 Compraventas con pacto de recompra: los **Repos**

Una operación **doble** trata de cerrar dos simples: una de compra y otra de venta, ya sea la primera al contado y la segunda a plazo, o ambas a plazo

En los Repos existe compromiso de recompra por parte de quien inicia la operación vendiendo:

A :	Vende	Compra	Vencimiento
	τ	τ	τ
B :	Compra	Vende	
	E_1	**E_2**	**100%**

La fórmula a utilizar es:

$$E_2 = E_1 \left(1 + i \frac{S}{360} \right)$$

donde: **E_1** es el precio de la primera compraventa
E_2 el precio de la segunda compraventa y
S la duración del repo en días.

1. Operación con pacto de recompra a fecha fija

Operación en la que el titular de los valores los vende y se compromete a comprarlos a un precio fijo, en una fecha intermedia entre la venta y la amortización del título

2. Operación con pacto de recompra a la vista

Operación en la que se fija un periodo en el cual el comprador tiene la opción de exigir la recompra de los valores por el vendedor inicial en unas condiciones pactadas en términos de rentabilidad interna, independientemente de cuando se ejercite la opción

EJERCICIO 2e

Se pacta una venta con pacto de recompra a los 45 días, de una letra por 300.000€ al 3,5%. Su valor de recompra es:

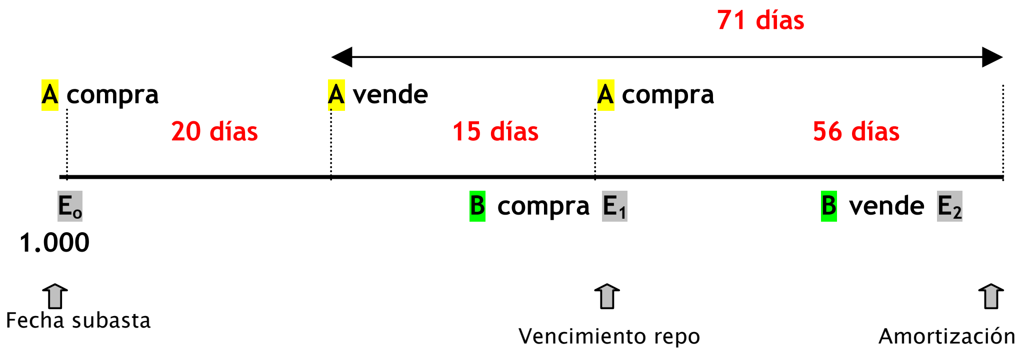
$$E_2 = 300.000\ (1 + 0{,}035 \times 45/360) = 301.312{,}50€$$

EJERCICIO 2f

La entidad financiera **A** vende Letras del Tesoro de su cartera a un cliente **B**, mediante una operación con pacto de recompra a 15 días. Dichas Letras vencen dentro de 71 días y fueron adquiridas en subasta hace 20 días al 4,5%. La entidad carga a su favor un diferencial de medio punto porcentual sobre el tipo de interés obtenido en la subasta. El banco ha de informar a su cliente del efectivo que este deberá depositar por su compra y del efectivo que podrá retirar a los 15 días. También la entidad A, quiere conocer la rentabilidad que le ha supuesto esta operación desde la compra de los títulos en subasta hasta la venta inicial en la operación Repo.

a) El banco obtiene del Tesoro un interés del 4,5%, a su cliente por tanto ofrecerá un 4% (4,5-0,5).

b) Esquema de la operación:



c) Efectivo obtenido por el banco A con su venta a un cliente:

$$E_1 = 1.000\ (1 + 0{,}04 \times 71/360)^{-1} = 992{,}17€$$

Descuento por 71 días, es decir, por el plazo desde que A vende hasta el vencimiento de la Letra. Observe que si el banco hubiese aplicado el mismo tanto de rentabilidad del 4,5% en vez de uno inferior, el resultado del descuento sería de inferior a la finalmente obtenida.

d) Precio que deberá pagar el banco a su cliente al vencimiento del Repo

$$E_2 = E_1\ (1 + i \times 15/360) = 992{,}17\ (1 + \underline{0{,}04} \times 15/360) = 993{,}83€$$

e) Precio de la Letra adquirida en subasta:

$$E_o = 1.000\ (1 + \underline{0{,}045} \times 91/360)^{-1} = 988{,}75€$$

f) El banco compró la Letra a 988,75 y en 20 días obtiene por ella 992,17 ello supone una rentabilidad de:

$$992{,}17 = 988{,}75\ (1 + r)^{20/365} \qquad r = 6{,}5\%$$

2.3.2 Operaciones simultáneas

Consiste en dos compraventas vinculadas en sentido contrario, contratadas al mismo tiempo con momento de liquidación distinto. Para el que compra inicialmente se trata de una adquisición temporal, mientras que para la contrapartida se trata de una cesión temporal.

A diferencia de la repo, tanto la venta como la compra se realizan "a vencimiento", es decir se obtienen los precios de transmisión a partir del valor descontado de valor nominal del título en su fecha de vencimiento

EJERCICIO 2g

Un inversor adquirió, hace 30 días, una Letra del Tesoro en subasta pública al tipo 7¼, con vencimiento a 120 días. Motivos imprevistos le obligan a vender la Letra, y lo hace a vencimiento, al tipo del 7%, 5 días mas tarde de nuevo adquiere la Letra al 6,8%. Esta operación de venta y compra le suponen unos gastos del 1 por mil del nominal de la Letra, siendo pagaderos al final de la operación simultánea.

a) El esquema de la operación es el siguiente:

E_o		E_1		E_2		1.000
σ	30	σ	5	σ	85	σ
fecha subasta		fecha venta		fecha compra	90	fecha vencimiento

b) La Letra es adquirida en subasta a un precio de:

$$E_o = 1.000\ (1 + 0{,}0725 x 120/360)^{-1} = 976{,}4€$$

c) Y es vendida 30 días después a vencimiento a un precio de:

$$E_1 = 1.000\ (1 + 0{,}07 x\ 90/360)^{-1} = 982{,}8€$$

d) Es nuevamente comprada 5 días después a vencimiento por:

$$E_2 = 1.000\ (1 + 0{,}068 \text{ x } 85 / 360)^{-1} = 984{,}19€$$

Lo que sumado a la comisión de 1 euro nos da: **985,19** euros

2.4 Bonos segregables de Deuda

De nuevo hacemos referencia al tema1, allí en la página 18 se hace referencia a la segregación de títulos. Vamos a completar, en este epígrafe, algunas de las propiedades y características de los bonos segregados (o strip)

2.4.1 Significado y características

El significado de segregar

La posibilidad de segregar significa poder separar cada bono en "**n**" valores, uno por cada pago que la posesión del bono dé derecho a recibir. Así, de un bono a 5 años podrían obtenerse 6 strips, uno por cada pago de cupón anual, y un sexto por el principal. Cada uno de estos strips puede luego ser negociado de forma diferenciada del resto de los strips procedentes de ese bono segregado.

La segregación transforma un activo de rendimiento explícito en otros valores de rendimiento implícito o de cupón cero. Esto es, el proceso de segregación permite crear activos cupón cero, como las actuales Letras, pero con plazos tan largos como el bono de donde se obtienen. En el caso de las Obligaciones a 30 años, se obtendrían bonos cupón cero de hasta 30 años de vencimiento.

El proceso de stripping aumenta enormemente la oferta potencial de bonos cupón cero, ya que, en principio, cualquier emisión de bonos con cupón explícito podría someterse al mismo, siempre que sea conveniente hacerlo así; el proceso permite incrementar considerablemente el conjunto de fechas de vencimientos disponibles en el segmento del mercado de bonos cupón cero, reanimando el mercado.

Características de los bonos obtenidos por segregación

Los bonos cupón cero tienen unas características financieras peculiares que les hacen especialmente atractivos. Además permiten realizar la operación inversa a la descrita, esto es, la reconstitución del activo originario a partir de los bonos cupón cero procedentes de se segregación.

Tienen un tratamiento fiscal mas favorable en el Impuesto de Sociedades. Así, el cupón de los bonos segregable no está sujeto a retención, ni tampoco sufren retención los rendimientos implícitos de los strips.

Estos bonos tienen su precedente en lo que se denominó “mercados felinos”, nombre que proviene de alguno de los activos que allí se negociaban, como los TIGRs (Treasure Investment Growth Receipts) emitidos por Merril Lynch, y los CATs (Certificates of Accrual on Treasury Receipts) emitidos por Salomon Bros, en los Estados Unidos en la década de los ochenta.

Actualmente el francés es el mercado de strips más importante de Europa, con un volumen de activos segregados cercano a los 5 billones de pesetas. Se alcanzan porcentajes de segregación del 70% sobre el total emitido. Los bonos cupón cero en los mercados internacionales todavía hoy suponen un porcentaje muy pequeño sobre el total emitido de bonos, y sin embargo los bonos cupón cero tienen sus ventajas, aunque algún que otro inconveniente

2.4.2 El proceso de segregación.

- La obtención de un cero derivado

En función de cual sea el instrumento de deuda del que se segreguen pueden ser:

- **strips de bonos**
- **strips de titulización hipotecaria**

En los strips de bonos, la segregación en los pagos por intereses (cupones), y por principal (reembolso), da origen a la aparición de **n + 1** nuevos bonos cupón cero de cada título u obligación americana original.
De forma que cada uno de los "**n**" primeros nuevos bonos cupón cero tienen un valor de reembolso de **Ci**, que es el cupón explícito del bono original. A lo que hay que añadir el bono "n+1" de cupón cero, con un valor de reembolso de **C** o nominal del título segregado.

Observación: los bonos cupón cero pueden ser emitidos desde el principio, es lo que se denomina **ceros primarios**, sin esperar a que se desagregue un bono americano

Los bonos cupón cero pueden ser emitidos expresamente como tales desde un principio, sin necesidad de proceder al stripping, bonos que se denominan **ceros primarios**. Pero los bonos cupón cero pueden proceder de bonos con cupón explícito mediante el proceso de segregación que da lugar a los strip, que podremos denominar como **ceros derivados**.

2.4.3 Propiedades de los bonos cupón cero y de los strips

Ventajas de los bonos cupón cero

Estas son las ventajas y características de los bonos segregables que desarrollaremos en los siguientes párrafos:

1) Mayor sensibilidad a las variaciones en los tipos de interés
2) Rentabilidad efectiva garantizada
3) Eliminan el riesgo de reinversión
4) Incrementan los plazos de reembolso
5) Añaden información a los mercados sobre los tipos de interés
6) Se pueden establecer estrategias de cash flow matching
7) Alto grado de apalancamiento

Volatilidad

1 Los bonos cupón cero, y por tanto los strips de bonos, presentan una mayor sensibilidad a los tipos de interés, lo que les hace especialmente **volátiles** en función de la evolución de los tipos de interés (riesgo de tipo de interés). Es así, que los bonos cupón cero son aconsejables ante expectativas bajistas de los tipos de interés, ya que el incremento en su precio será potencialmente mayor que el que experimenten los bonos tradicionales de cupón explícito.

El riesgo de interés se refleja en la sensibilidad de los precios de los activos financieros a los cambios en los tipos de interés. En otras palabras, el riesgo de intereses es el riesgo derivado de las fluctuaciones en las tasas de interés de los activos y pasivos de un agente económico, (familias, empresas, estados, etc.).

Rentabilidad

2 Como instrumentos de cupón cero, los strips garantizan una **rentabilidad efectiva** al inversor si mantiene el activo hasta su vencimiento, evitando así el problema de re inversión de los cupones. Esta ventaja es utilizada por inversores institucionales como compañías de seguros, fondos de pensiones o fondos de inversión garantizados.

Riesgo de reinversión

3 Los bonos segregables se basan en las propiedades de los cupón cero. Estos posibilitan una gestión mas sencilla del **riesgo de interés**, permitiendo la eliminación del **riesgo de reinversión** de los cupones. Tienen un tratamiento más favorable en la imposición personal (IRPF).

Este tipo de riesgo consiste en que las cantidades invertidas en bonos han de ser reinvertidas en unas circunstancias de mercado distintas, con casi toda seguridad, a las que se daban en el momento de su emisión.

Plazos de reembolso

4 Introducen los **strips**, en el mercado de bonos de cupón cero, plazos de reembolso muy superiores a los actualmente conocidos en los mercados cupón cero.

Formación de precios

5 La negociación en el futuro en nuestros mercados de renta fija con bonos segregables facilitará una información más amplia sobre los tipos de interés. Se trataría de observaciones directas de la estructura de los tipos de interés, lo que redundaría en una más eficiente formación de los precios

Inmunización

6 La estrategia denominada Cash flow matching, consistente en realizar las inversiones de forma que los vencimientos se ajusten a los plazos de recuperación preestablecidos, se ve enriquecida con la existencia de los bonos cupón cero. Esta estrategia es la forma más simple de inmunización de una cartera, que consiste en mantener la duración de la cartera igual al horizonte de recuperación previsto, lo que asegura que la rentabilidad ex ante de la inversión coincida con la rentabilidad ex post.

Apalancamiento

7 Los bonos cupón cero también obtienen un grado de apalancamiento elevado, es decir, el precio del activo es un pequeña porción de su valor nominal, además, la variación de dicho precio, cuando se produce variación en los tipos de interés, es elevada. Es así que a los cupones cero a largo plazo reciben el nombre de cuasi opciones.

EJERCICIO 2h

Supongamos un strip a 30 años. Calculamos su valor hoy si la tasa de rentabilidad es el 5% inicialmente, posteriormente supongamos que cae al 4,7% y finalmente que asciende al 5,3%

Sensibilidad y apalancamiento

1) $V_b = 100\ (1 + 0{,}05)^{-30} = 23{,}13\ \%$
2) $V_b = 100\ (1 + 0{,}047)^{-30} = 25{,}21\ \%$, un **9**% más de aumento que el precio anterior ante una disminución de solo 0,3% en la tasa (el 6,4%)
3) $V_b = 100\ (1 + 0{,}053)^{-30} = 21{,}24\%$, casi también un 9% ahora de disminución

EJERCICIO 2i

PRÁCTICA 219R

Un fondo de inversión se plantea sustituir Bonos al 10,3% con vencimiento 15-06-05 por Bonos Segregables 4,25% con vencimiento 30-07-05. La cotización al 20-10-02 es la siguiente:

- Bonos 10,30% , cotización venta a **114,21**% (ex cupón)
- Segregables 4,25% , cotización compra a **99,49**% (ex cupón)

1) Venta del B-10,30%
   Cupón corrido: hay **127** días entre el 15-06-02 y el 20-10-02
   CC = 10,30x127/365 = 3,58€
   Precio = 114,21 + 3,58 = **117,79**€
2) Compra del Segregable 4,25%
   Cupón corrido: hay **82** días entre el 30-07-02 y el 20-10-02
   CC = 4,25x82/365 = 0,95€
   Precio = 99,49 + 0,95 = **100,44**€
3) Ratio de conversión:
   Por 117,79 podemos comprar: 117,79/100,44 = 1,1727 bonos del 4,25 por cada bono de 10,30. En términos nominales: 1,1727/100,44% = **1,1676**
   Traducido a cupones en euros a recibir: 1,1676x4,25 = **4,96**€

	239 días		
	4,96	**4,96**	**4,96+116,76**
20/10/02	30/07/03	30/07/04	30/07/05
117,79			

TIR o rentabilidad de la operación:

$$117{,}79 = 4{,}96\,(1 + r)^{-239/365} + 4{,}96\,(1 + r)^{-(1+239/365)} + 121{,}72\,(1 + r)^{-(2+239/365)}$$

$$r = 4{,}47\%$$

EJERCICIO 2j

Supongamos que compramos un strip correspondiente al principal segregado (PS) de un bono segregable que vence a los 5 años, con un rendimiento del **5,25**% y valor nominal de 10 mil euros, el precio de compra de ese strip es:

$$10.000/ (1 + 0{,}0525)^{5} = 7.742{,}93$$

es decir, la compra supone solo el desembolso del **77,42**% del valor nominal. Ahora, si el plazo del strip aumenta, también lo hace el efecto apalancamiento. Siguiendo con el ejemplo, pongamos, 10 años y un rendimiento o TIR del **5,85**%, el precio sería de:

$$10.000/ (1 + 0{,}0585)^{10} = 5.663{,}47 \quad (56{,}63\%)$$

Con este carácter apalancado, los strip, como ceros que son, se pueden asimilar a las **opciones sobre tipos de interés**, aunque a plazos más largos.

Otros aspectos técnicos

Es posible la refundición de los bonos segregados en el mismo bono originario o incluso en otro bono diferente. El proceso inverso a la segregación es la reconstitución.

La creación de strips y en su caso el proceso contrario de reconstitución, se realiza de forma exclusiva por las entidades creadoras del mercado de strips, a cambio, estas sociedades deben asumir el compromiso de dotar de suficiente liquidez al mercado.

El riesgo de impago justifica que no existan, por el momento, bonos strips privados. Los únicos bonos que tienen la posibilidad de segregación son los emitidos por el Estado y la Comunidades Autónomas..

2.5 Obligaciones a 30 años

Los antecedentes

Con las obligaciones a 30 años y los strips se aumenta la gama de instrumentos para invertir o cubrir riesgos y se perfecciona la información disponible sobre el mercado al aumentar los plazos para los que existen cotizaciones, de 15 a 30 años, y poder disponer de activos cupón cero con plazos suficientemente largos. Se trata de elementos solo disponibles en los mercados de deuda más desarrollados del mundo.

El 7 de enero del 98, el Tesoro español emitió por primera vez obligaciones a 30 años, por medio de subastas competitivas abiertas, con pago de cupón anual del 6% cada 31 de enero, segregables y de valor nominal 10.000 de las antiguas ptas.

El plazo tan dilatado es una característica realmente novedosa, no hace falta ir muchos años atrás para encontrarnos con que en 1988 el plazo más largo para los títulos emitidos por el Tesoro era de tres años solamente, debido a los elevados tipos de interés de entonces y a su gran inestabilidad; situación que ha cambiado notablemente hoy, el euro ha conseguido la convergencia de España en precios y tipos con Alemania y Francia en un momento precisamente en que la inflación en estos países era particularmente baja.

Pueden significar para algunos inversores, y dependiendo de las condiciones fiscales, una alternativa a los planes de pensiones.

Las ventajas

Con las obligaciones a 30 años se consigue:

a) Un alargamiento del plazo de endeudamiento del Estado. Las obligaciones a 30 años contribuirán a distribuir los pagos en un mayor número de ejercicios y a reducir la necesidad anual del Estado de acudir a los mercados en busca de fondos.

b) Un perfeccionamiento de los mercados de renta fija. Disponer de títulos de rendimiento implícito a largo plazo mejora la cobertura del riesgo de tipos de interés para pasivos de alta duración. Para determinadas actividades, como seguros o pensiones, es relevante conocer el interés que el mercado paga a plazos superiores a los 15 años.

c) Un aprovechamiento de condiciones óptima de emisión. En las emisiones de estos títulos se fija el pago del primer cupón en un plazo muy superior a un año que es su periodo de maduración

2.6 Características de los activos financieros. El riesgo de un activo financiero

Al emisor le puede interesar el canje o amortización, si los tipos de interés han descendido.

El inversor se encontrará con una liquidez imprevista cuya re-inversión es menos rentable

1. Riesgo de tipo de interés
2. Riesgo de insolvencia del emisor
3. Liquidez o grado de negociabilidad (**liquidez y rentabilidad son opuestas**)
4. Tratamiento fiscal
5. Otros, como amortización anticipada o canjeabilidad:
   a) amortización anticipada a elección del emisor (incluido el Tesoro)
   b) amortización automática mediante sorteo
   c) obligaciones y bonos canjeables por acciones

El riesgo es la incertidumbre sobre cuál será la rentabilidad efectiva de una inversión al final del horizonte temporal definido para ésta. El horizonte temporal de un inversor es el periodo en que éste dispone de fondos, a coste predeterminado, para invertir.

El riesgo de interés se refleja en la sensibilidad de los precios de los activos financieros a los cambios en los tipos de interés. En otras palabras, el riesgo de intereses es el riesgo derivado de las fluctuaciones en las tasas de interés de los activos y pasivos de un agente económico, (familias, empresas, estados, etc.).

2.7 Medición del riesgo. Duración y convexidad de un bono

Frederick Macauley fue el primero en definir en 1939 una medida capaz de aproximar la fluctuación de los precios a las oscilaciones de los tipos de interés. Según Macauley, la duración es la **vida media de los cash flow descontados y normalizados por el precio del activo**.

2.7.1 Concepto de Duración

La duración es una medida del plazo de maduración de un bono, consistente en la media de los plazos de reembolso de cada uno de los flujos de caja del mismo, ponderado por su peso dentro del precio del bono.

La duración proporciona una medida del riesgo de exposición de una cartera a la variación de los tipos de interés del mercado.

Las variaciones en los tipos de interés provocan variaciones en los precios de los bonos, y dado que el precio está definido como el valor actual:

$$P = \sum \frac{C_i}{(1 + r)^i}$$

donde C_i representa cada uno de los flujos de caja del bono, y **r** su TIR.

La sensibilidad del precio P a los movimientos de tipos de interés será tanto mayor, cuanto más lejano sea el vencimiento de los activos.

Una primera definición de **duración**, medida en años, sería, la "vida media ponderada de un bono". La duración es, además, **la elasticidad del precio** del activo ante variaciones del tipo de interés utilizado como factor de descuento correspondiente a un periodo unitario:

El denominador de esta expresión es el PRECIO del bono

$$D = \frac{\sum i\, C_i \;/\; (1+r)^i}{\sum C_i \;/\; (1+r)^i}$$

$$D = \frac{1 + r}{P} \frac{dp}{d(1+r)} = - \frac{1 + r}{P} \sum i \frac{C_i}{(1+r)^{i+1}}$$

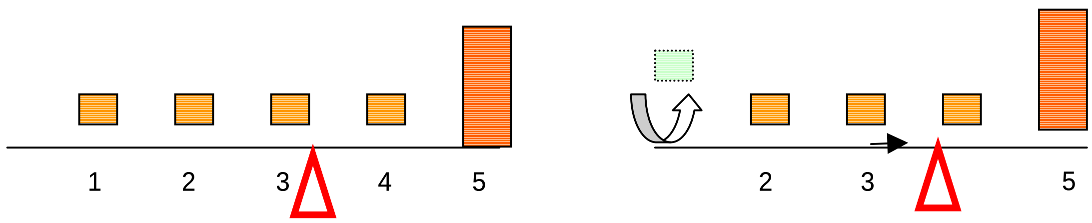
O bien: $D = \sum i \times \omega_i$ siendo: $\omega_i = (1 / p) \times C_i\, (1 + r)^{-i}$

En los bonos cupón cero la **duración** es igual al **plazo de maduración** del bono, por estar compuesto por un solo flujo de caja. Ello significa que presentan una exposición al riesgo de variación de precios por movimientos en los tipos de interés del mercado mucho mayor que la que tienen otros bonos de igual vencimiento.

INTERPRETACIÓN GRÁFICA

La duración, tiene una interesante interpretación gráfica: se trataría de un hipotético punto de equilibrio o centro de gravedad en la vida del valor a que se refiere, ya que divide su valor financiero en dos mitades, iguales en términos de valor efectivo.

Esa situación de equilibrio se altera cuando se realiza el pago de un cupón, el vértice o centro de gravedad debe desplazarse hacia la derecha, es decir la duración debe aumentar una vez pagado el cupón.



Intuitivamente parece lógico pensar, que un bono será tanto más vulnerable a las variaciones en los tipos de interés cuanto menor sean sus flujos (o el peso específico de sus flujos), o cupones intermedios. La vulnerabilidad será máxima en los activos cupón cero.

Cuanto mayor sea la duración mayor es la subida del precio del bono cuando las rentabilidades del mercado bajan, y mayor es el descenso de dicho precio en la situación contraria.

EJERCICIO 2k

Calcular la duración de la Letra del Tesoro con vencimiento a un año y la del bono cupón cero a 10 años. (Nominal a cada título de 100€)
Las respuestas son inmediatas: 1 y 10 años respectivamente, ya que:

$$D_{\text{letra}} = \frac{1 \times 100 \ / \ (1+r)^1}{100 \ / \ (1+r)^1} = 1 \qquad D_{\text{bono cupón cero}} = \frac{10 \times 100 \ / \ (1+r)^{10}}{100 \ / \ (1+r)^{10}} = 10$$

EJERCICIO 2l

Duración de un bono convencional a 10 años con cupón del 5% y tasa de rendimiento TIR del 4,75%

9

$$D = \frac{\sum i \, C_i \ / \ (1+r)^i}{\sum C_i \ / \ (1+r)^i} = \frac{\sum i \ 5 / 1{,}0475^i \ + \ 10 \times 105 / 1{,}0475^{10}}{\sum \ 5 / 1{,}0475^i \ + \ 105 / 1{,}0475^{10}} = 8{,}1288 \text{ años}$$

EJERCICIO 2m

Duración de un bono convencional a 5 años con cupón del 5% y tasa de rendimiento TIR del 4,75%

a) Su precio es: $P = 5 \, a_{5 \mid 0{,}0475} + 100 \times 1{,}0475^{-5} = 101{,}089$

b) $D = \sum i \times \omega_i = 1 \, \omega_1 + 2 \, \omega_2 + 3 \, \omega_3 + 4 \, \omega_2 + 5 \, \omega_3$

c) $\omega_i = (1 / p) \times C_i \, (1 + r)^{-i}$

$\omega_1 = 5 / (101{,}089 \times 1{,}0475) = 0{,}0472$ $\qquad \omega_2 = 5 / (101{,}089 \times 1{,}0475^2) = 0{,}045$

$\omega_3 = 5 / (101{,}089 \times 1{,}0475^3) = 0{,}0429$ $\qquad \omega_4 = 5 / (101{,}089 \times 1{,}0475^4) = 0{,}0409$

$\omega_5 = 105 / (101{,}089 \times 1{,}0475^5) = \underline{0{,}8236}$

Duración = 1x0,0472 + 2x0,045 + 3x0,0429 + 4x0,0409 + 5x0,8236 = 4,5475 años

2.7.2 Propiedades de la Duración

DURACIÓN Y PLAZO

1) A mayor plazo al vencimiento, mayor duración, pero en menor medida que el plazo. La explicación viene al constatar que el valor actual más pequeño es el de los flujos o cupones que tienen su vencimiento mas alejado en el tiempo
2) La duración de un bono sólo coincide con su plazo de amortización en dos casos: Cuando se trate de un bono cupón cero o al descuento; o cuando sólo quede un vencimiento pendiente.
3) La Duración de un bono nunca podrá sobrepasar el valor asintótico:

$$\boxed{D = 1 + 1 / r}$$

Dos propiedades interesantes de la Duración de un bono tienen que ver con el cupón que paga:

1) A mayor cupón nominal menor Duración
2) A mayor frecuencia en el pago de cupones, menor Duración

DURACIÓN Y CUPÓN

Y otra que liga Duración y tasa interna de rendimiento TIR:
3) A mayor tasa de rendimiento menor duración y viceversa

¿Cuál es la lógica de estas tres propiedades?

EJERCICIO 2n

DURACIÓN Y TASA INTERNA DE RENDIMIENTO

Volvamos al ejercicio de un bono convencional a 5 años con cupón 5% y Tasa de rendimiento TIR del **4,75**%, Precio **101,089** y Duración **4,548** años.
[En una hoja de cálculo probamos distintos valores de cupón y distintas TIR]

2.7.3 Sensibilidad y Duración. Duración modificada

- Sensibilidad de un bono

Puede definirse como la variación del precio del activo según varían los tipos de interés del mercado, medidos por la TIR. Esa "**sensibilidad**" se mide con un instrumento matemático: la primera derivada del Precio respecto a la TIR

Para mayor sencillez escojamos un bono con vencimiento a 2 años al que le quedan dos flujos de caja, en el año 1 y en el 2.
Su Precio viene dado por **P** $= C_1 / (1+r) + C_2 / (1+r)^2$

$$dP / dr = - \sum i\, C_i \; / \; (1+r)^{i+1}$$

Y multiplicando en ambos lados por $-\ (1+r) / P$ resulta:

$$- \frac{(1+r)}{P} \frac{dP}{dr} = \frac{(1+r)}{P} \frac{\sum i\, C_i}{1+r)^{i+1}}$$

RELACIÓN ENTRE SENSIBILIDAD Y DURACIÓN

es decir:

Duración = - Sensibilidad x (1+r) / P

EJERCICIO 2o

Aplicamos la fórmula anterior a un bono de precio 101,95, tasa interna **r** del 4,75% y **D**uración 8,12 años:

Sensibilidad = - Precio x Duración / (1+r) = 101,95 x 8,12 / 1,.0475 = - 791,18

En tanto por ciento: **7,91**%

Que significa que por cada punto básico **0.01** de aumento en los tipos de interés el precio disminuye en **7,91** euros

- Duración modificada

Al cociente entre Duración y (1+r) se le denomina Duración modificada

$$D_{modificada} = \text{Duración} \;/\; (1+r)$$

que no tiene otro significado que su comodidad operativa

EJERCICIO 2p

En el caso del bono anterior:

$$D_m = 8{,}12 \;/ 1{,}0475 = 7{,}76$$

- Relación entre Sensibilidad y Duración

Esta relación entre sensibilidad y duración también puede expresarse como:

$$dP = -\; P \times D \times dr \;/\; (1+r)$$

Que es lo que se conoce como **teorema de Fisher** (1966), que señala una realidad importante, que es la siguiente: cuanto mayor sea la duración, mayor será la volatilidad proporcional en el precio, para un cambio dado en el TIR del bono.

Este teorema permite, aunque sea de forma aproximada, calcular la variación en el valor o precio de un título como causa de una variación dada en el tipo de interés.

EJERCICIO 2q

Supongamos un bono que pague el 10% de cupón anual, y tenga un plazo de amortización de 5 años. Utilizando el concepto de duración mediremos la variación habida en el precio si, por ejemplo, el tipo de interés se incrementa en medio punto, del 10 al 10,5%

Dado que el tipo de interés del cupón y la TIR coinciden en el 10% anual, el precio del bono ya está calculado, deberá ser 100%. La duración calculada a partir de la fórmula conocida da un valor de **4,1699** medida en años. Entonces:

$$dP = -\; P \times D \times dr \;/\; (1+r) = -\,100 \times 4{,}1699 \times 0{,}005 \;/\; 1{,}1 = -\,\mathbf{1{,}8954}\ \%$$

significa que el nuevo precio del bono es: 100 – 1,8954 = **98,1046**%

Al precio del bono podríamos haber llegado con su cálculo directo, tal como:

$$P' = 10\, a_{5\,|\,0{,}105} + 100 \times 1{,}105^{-5} = 98{,}1286\ \%$$

hemos cometido un error en la valoración, por defecto, al aplicar Fisher de 0,024.

2.7.4 Convexidad de un bono

CONCEPTO DE CONVEXIDAD

Expliquemos la Convexidad de un activo de renta fija, a partir de un ejemplo numérico. Sabemos que el Precio de un bono es función de los tipos de interés, y además, es una función decreciente, a mayor tasa, menor precio, y viceversa, ¿pero cómo es esta función decreciente?

EJERCICIO 2r

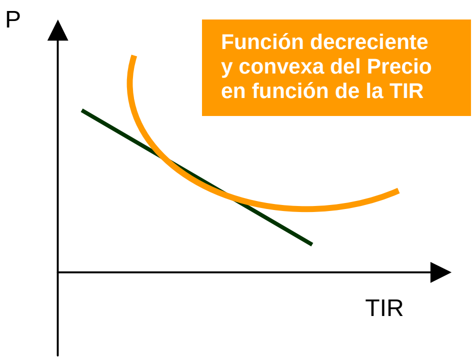
Utilizamos el ejercicio de la Práctica 241R, donde primeramente vamos a disminuir la tasa de valoración o TIR de un punto en un punto calculando su precio, posteriormente hacemos lo mismo aumentando de punto en punto la tasa de valoración:

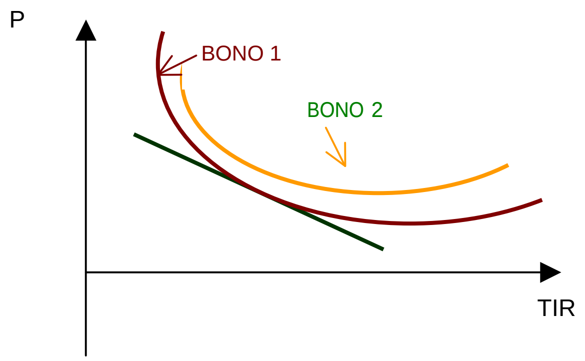
TIR	PRECIO	aumento	TIR	PRECIO	disminución
11	86,742		11	86,742	
10	91,992	+ 5,250	12	81,911	- 4,831
9	97,703	+ 5,711	13	77,460	- 4,451
8	103,923	+ 6,220	14	73,355	- 4,105

La disminución de la TIR viene acompañada de un aumento cada vez mayor del precio

El aumento de la TIR viene seguida de una disminución cada vez menor en el precio

Ello significa que la curva decreciente que liga Precio y TIR es matemáticamente Convexa: la tangente en cualquier punto queda por debajo de la curva, es decir, subestima el valor de la función en cualquier otro punto del entorno:





Matemáticamente para que una función sea convexa, su condición necesaria y suficiente es que su segunda derivada sea positiva. Esto es, la segunda derivada es la primera derivada de la **Sensibilidad,** y nos indica cómo varía ésta, ante variaciones en los tipos de interés.

Llamamos Convexidad absoluta CA, a la segunda derivada del precio de un bono respecto a su rentabilidad interna r.

Para calcularla supongamos un bono con solo 3 flujos de caja, siendo su precio, para la tasa r, de:

$$P = \frac{C_1}{(1+r)} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3}$$

donde derivando respecto a r:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{C_1}{(1+r)^2} - \frac{2\,C_2}{(1+r)^3} - \frac{3\,C_3}{(1+r)^4}$$

derivando respecto a **r** nuevamente:

$$\frac{d^2P}{dr^2} = +\frac{2\,C_1}{(1+r)^3} + \frac{2 \times 3\,C_2}{(1+r)^4} + \frac{3 \times 4\,C_3}{(1+r)^5}$$

generalizando:

$$\frac{d^2P}{dr^2} = + \sum_{1}^{n} \frac{i\,(i+1)\,C_i}{(1+r)^{i+2}}$$

$$\frac{d^2P}{dr^2} = \frac{d}{dr}\left(\frac{dP}{dr}\right)$$

2.7.5 Conclusiones

PROPIEDADES DE LA CONVEXIDAD

1) A igualdad de precios se preferirá siempre el bono más convexo, en la gráfica 2, el bono 2 es más convexo que el bono 1, así, si los tipos de interés disminuyen, el valor del bono 2 se incrementará más que el valor del bono 1 que también aumenta. Y análogamente, si los tipos de interés aumentan el valor del bono 2 disminuye menos que lo hace el bono 1.
2) Un incremento en la duración genera un incremento en la convexidad. Así, un bono segregado, un strip, tendrá siempre mayor convexidad que el bono convencional del que procede.
3) Con los bonos segregables se consigue carteras de duración más larga y de mayor convexidad
4) A igualdad de rentabilidad y duración, se prefieren en general las carteras más convexas a las menos convexas, por un lado, y las carteras más líquidas a las menos líquidas por otro, y finalmente se prefiere las carteras más diversificadas a las menos diversificadas
5) Las denominadas carteras superconvexas están compuestas de una adecuada combinación de activos, unos con la menor duración posible junto con otros de elevada duración, a fin de obtener convexidades elevadas, que permitan catalogar a estas carteras como muy sensibles a los descensos del tipo de interés y a la vez NO tan sensibles al aumento de los tipos
6) La convexidad también puede calcularse según este otro formato:

Otra presentación de la convexidad

Convexidad absoluta = Convexidad x Precio / $(1 + r)^2$

2.8 Estructura temporal de los tipos de interés

2.8.1 Tipos de interés y plazo

El tipo de interés no es único en cada instante del tiempo, sino que en cada momento hay varios tipos de interés que dependen del plazo al que deseamos invertir y del riesgo que estemos dispuestos a afrontar. Cuando se producen las subastas de títulos emitidos por el Estado se observa cómo el tipo de interés no es el mismo aunque dichos activos carezcan de riesgo, la razón está en que cada activo tiene un plazo de vencimiento distinto.

Los tipos de interés pueden evolucionar de forma creciente en el tiempo, es decir mayor tipo de interés a mayor plazo al vencimiento, ello se correspondería con una estructura **ascendente**, que sería normal o la más frecuente, significando que los rendimientos a largo plazo vienen a ser mas altos que los a corto; pero puede ser **descendente** cuando el mercado espera una caída en los tipos de interés; también puede adoptar la forma **plana** e incluso con alguna forma **convexa o cóncava**, indicando que ciertos plazos intermedios son mas caros o mas baratos, según los casos, atendiendo a diversas razones técnicas o económicas.

La curva creciente es conocida como estructura normal o curva positiva, mientras que la curva decreciente es también llamada estructura inversa o curva negativa.

2.8.2 Tipos de interés al contado y tipos de interés implícitos a plazo

A pesar de la gran diversidad de tipos, a la hora de analizar la evolución temporal de los mismos tenemos tres categorías de tipos de interés:

Contado o *spot* | A plazo implícitos, o *forward* | Rentabilidad a vencimiento o *TIR*

Más adelante se tratará la TIR, ahora veremos la diferencia entre los dos grandes grupos de tipos de interés de referencia:

* Tipos de interés al contado o **spot**
* Tipos de interés implícitos a plazo o **forward**

Tipos de interés al contado o spot

Se manifiesta por la compra de un activo de renta fija, al descuento, de cupón cero, que se mantiene hasta su vencimiento.

El tipo de interés al **contado** R_t, para el plazo [0, t] se define:

$$\boxed{P_t = P_0 (1 + R_t)^t}$$

que iguala el precio de emisión de un título P_0 , con el de su amortización P_t.

Es obvio que R_t depende de la unidad de tiempo considerada. Así, si $t = 1$, señalaría el tipo de interés al contado para operaciones que iniciándose hoy tienen un plazo a su amortización de un año. Si por ejemplo $t = 2$, está señalando el tipo de interés anual para operaciones que iniciándose hoy tiene un plazo a su amortización de dos años. Y así sucesivamente.

Esta relación temporal entre plazo y tipo de interés al contado es lo que se denomina ETTI (estructura temporal de los tipos de interés)

EJERCICIO 2s

Para los siguientes datos del mercado:

Título	Tiempo a la amortización	Cotización %	Precio de amortización
A	1	86,956	100
B	2	90,344	120
C	3	97,352	150

Los tipos de interés al contado de los diferentes plazos son:

a) (0,1) $R_1 \Leftarrow 100 = 86{,}956\,(1 + R_1) \Leftarrow R_1 = 15\%$

b) (0,2) $R_2 \Leftarrow 120 = 90{,}344\,(1 + R_2)^2 \Leftarrow R_2 = 15{,}25\%$

c) (0,3) $R_3 \Leftarrow 150 = 97{,}352\,(1 + R_3)^3 \Leftarrow R_3 = 15{,}50\%$

EJERCICIO 2t

Una de las aplicaciones que se derivan del conocimiento de los tipos de interés al contado o cupón cero, es su utilización para calcular el valor actual de rentas y flujos futuros de dinero

Con los datos del ejercicio anterior, calculamos el valor de una obligación que abona cupones anuales del 10% y se amortiza en 3 años al 110%.

$$P = 10\,(1 + R_1)^{-1} + 10\,(1 + R_2)^{-2} + 120\,(1 + R_3)^{-3} =$$
$$= 10\,(1 + 0{,}15)^{-1} + 10\,(1 + 0{,}1525)^{-2} + 120\,(1 + 0{,}155)^{-3} =$$
$$= 8{,}69 + 7{,}53 + 77{,}88 = \underline{94{,}10}\%$$

Este bono del ejercicio podría segregarse en 4 bonos cupón cero, cuyos precios de compra al descuento son: 8,69; 7,53; 6,49 y 71,39€ respectivamente. Tal como:

10€

10€8,69 **15%** **1 año**

10€

7,53€ **15,25%** **2 años**

10€

6,49€ **15,50%** **3 años**

110€

71,39€ **15,50%** **3 años**

Contemplándose las siguientes posibilidades:

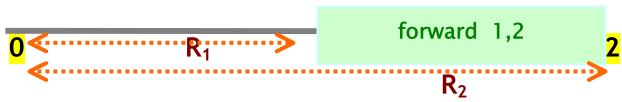
a) Que el bono a 3 años cotice en el mercado a precio superior a 94,10 pesetas. El tenedor de un bono puede obtener un beneficio extra si lo vende, y seguidamente compra los 4 strips, que le costaría un total de 94,10 pesetas. La presión vendedora sobre el bono haría que el mercado igualara nuevamente la cotización del mismo bajando su precio hasta las 94,10 pesetas.

b) Que el bono cotice a precios inferiores a 94,10 pesetas, los poseedores de 4 strips equivalentes pueden venderlos obteniendo 94,10 pesetas y adquirir el bono a 3 años. El mercado de nuevo ante esta nueva presión compradora igualará los precios.

Tipos de interés a plazo implícitos o forward

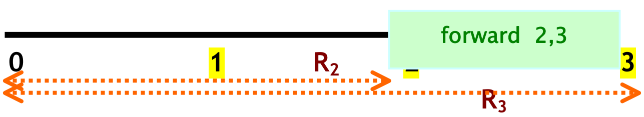
El tipo de interés implícito a plazo forward tiene relación con el tipo de interés al contado esperado para el futuro. Se deduce de la combinación de dos tipos al contado a distintos horizontes temporales.

Así, el tipo forward correspondiente al plazo (1,2), que se denota por $F_{1,2}$, (o bien $r_{1,2}$) se define a partir de los tipos contado R_1 y R_2 de plazos (0,1) y (0,2), tal como:



$$(1 + R_2)^2 = (1 + R_1)\,(1 + F_{1,2})$$

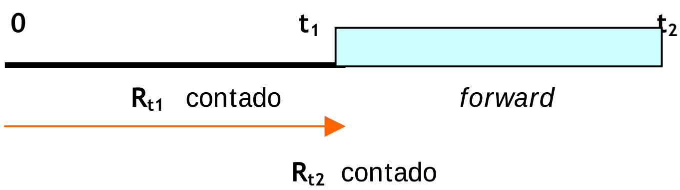
Análogamente, el forward correspondiente al periodo (2,3), se define en función de los tipos al contado R_2 y R_3 de los plazos (0,2) y (0,3) respectivamente, tal como:



$$(1 + R_3)^3 = (1 + R_2)^2\,(1 + F_{2,3})$$

Resultados que se pueden generalizar, siendo el forward para el periodo futuro $[t_1, t_2]$

$$(1 + R_{t2})^{t2} = (1 + R_{t1})^{t1}\,(1 + F_{t1,t2})^{t2 - t1}$$



EJERCICIO 2u

Tiempo amortización	Tipos al contado
1	*5%*
2	*5,5%*
3	*6,25%*
4	*7%*

Dada la ETTI de la tabla adjunta, deduciremos:

a) los tipos forward a un año que se derivan de la tabla

b) el tipo esperado dentro de un año para un horizonte de 4 años

a.1) $F_{1,2} = (1+R_2)^2 \; / \; (1+R_1) - 1 = 1{,}055^2/1{,}05 - 1 = 6\%$

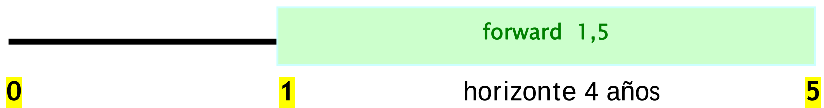
a.2) $F_{2,3} = (1+R_3)^3 \; / \; (1+R_2)^2 - 1 = 1{,}0625^3/1{,}055^2 - 1 = 7{,}77\%$

a.3) $F_{3,4} = (1+R_4)^4 \; / \; (1+R_3)^3 - 1 = 1{,}07^4/1{,}0625^3 - 1 = 9{,}28\%$

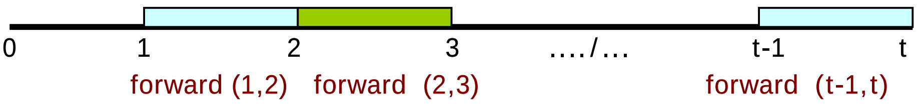
a.4) $F_{4,5} = (1+R_5)^5 \; / \; (1+R_4)^4 - 1 = 1{,}08^5/1{,}07^4 - 1 = 12{,}09\%$

b) Análogamente: $(1 + R_5)^5 = (1 + R_1)\,(1 + F_{1,5})^4$

$$F_{1,5} = [(1+R_5)^5 \; / \; (1+R_1)]^{1/4} - 1 = (1{,}08^5/1{,}05)^{1/4} - 1 = 8{,}76$$



También es posible expresar los tipos forwards y los tipos al contado mediante la siguiente expresión de forwards consecutivos:



$$(1 + R_t)^t = (1 + R_1)(1 + F_{1,2})(1 + F_{2,3}).....(1 + F_{t-1,t})$$

$$R_t = \sqrt[t]{(1 + R_1)(1 + F_{1,2})(1 + F_{2,3}) \; .... \; (1 + F_{t-1,t})}$$

Donde R_1 y R_t son los tipos de interés al contado para un año y para un plazo **t** respectivamente.

¿Y qué ocurre en el **corto plazo**?

También es posible encontrar la ETTI para periodos inferiores al año a partir de los tipos de interés de los activos emitidos a corto. Así, el tipo forward para el plazo (d_1,d_2) en días, se calcula como:

donde: R_1 es el tipo de interés simple contado aplicable a plazos de $(0,d_1)$ días, y R_2 es el tipo simple contado para plazos de $(0,d_2)$ días. Verificándose que:

La predicción en el corto plazo, (en días) deberá utilizar leyes financieras simples

$$\left(1 + R_2 \frac{d_2}{360}\right) = \left(1 + R_1 \frac{d_1}{360}\right)\left(1 + F_{d2,d1} \frac{(d_2 - d_1)}{360}\right)$$

de dónde:

$$F_{d2,d1} = \frac{R_2\, d_2 \; - \; R_1\, d_1}{d_2 \; - \; d_1} \left(1 + R_1 \frac{d_1}{360} \right)^{-1}$$

EJERCICIO 2v

Una empresa mantiene expectativas al alza de los tipos de interés, y decide garantizarse el tipo de renovación de un préstamo de 1 millón de euros para dentro de tres meses por otros tres meses más, contratando un depósito a plazo forward-forward con las siguientes características:

a) recibe un préstamo por seis meses al 10,25%
b) e invierte el importe prestado durante los 3 primeros meses al 9,5%

0 ——— 91 ——— 182 días

R_1 = 9,5% | R_2 = 10,25%

El forward para el plazo (3,6) meses o (91,182) días se obtiene como:

$$F_{91,182} = \frac{0{,}1025\text{x}182 - 0{,}095\text{x}91}{182 \; - \; 91} \left(1 + 0{,}095 \frac{91}{360} \right)^{-1} = \mathbf{0{,}10742}$$

EJERCICIO 2w

A un inversor, con disponibilidad de fondos por un año, se le ofrece las siguientes alternativas: a) adquirir una Letra del Tesoro a un año en el mercado al 89,153%, o bien, b) adquirir una Letra con vida residual de 10 meses (304 días), a un precio del 90,66%; en este segundo caso, el inversor deberá reinvertir en un activo que tenga el mismo riesgo público y con un plazo de vida de dos meses (61 días)

La opción a) servirá para conocer el tipo de interés spot, al contado, en operaciones a un año: R_2

a)

$$89{,}153 = 100 \left(1 + R_2 \frac{365}{360} \right)^{-1} \qquad R_2 = 12\%$$

La opción b) sirve para conocer el tipo de interés spot , en operaciones a 10 meses o 304 días: R_1

b)

$$90{,}66 = 100 \left(1 + R_1 \frac{304}{360} \right)^{-1} \qquad R_1 = 12{,}2\%$$

c) Con los datos de R_1 y de R_2 se calcula el forward (304,365) tal como:

$$F_{91,182} = \frac{0{,}12\text{x}365 - 0{,}122\text{x}304}{365 \; - \; 304} \left(1 + 0{,}122 \frac{304}{360} \right)^{-1} = 0{,}099755$$

2.8.3 Tasa interna de rendimiento TIR o rentabilidad a vencimiento

Yield maduritv

Es habitual definir la TIR de un bono como la tasa de descuento que iguala su valor actual neto o descontado de los flujos que genera el título con su precio en el mercado. El cálculo de la TIR es

$$P = \sum \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^T}$$

donde: P = precio del título
N = nominal del mismo
C = cupón en euros
T = plazo hasta la amortización
t = número de cupones pendientes de pago
r = es la TIR o tasa interna de rentabilidad

a) La TIR supone que el título va a ser mantenido en cartera hasta su amortización y que los flujos intermedios van a ser reinvertidos
b) En un bono cupón cero su TIR coincide con el tipo de interés contado
c) En caso de bonos con cupón, la TIR se considera como un **valor medio ponderado de los flujos de caja** generados por el título descontados a los tipos de interés al contado

Característica

La TIR se introduce como característica de un activo concreto y su finalidad primaria es facilitar la comparación entre distintos activos financieros. Es decir, el concepto TIR hace referencia siempre a un activo o título concreto, mientras que los tipos contado o spot e implícitos a plazo o forward son datos relativos al mercado.

Sin embargo, la TIR de los activos que tengan distinto vencimiento **no** definen la estructura temporal de los tipos, pero sirve de base para la elaboración de dicha estructura.

La relación entre plazo y TIR se conoce como **Curva de Rentabilidad**. Para obtenerla se comienza con calcular el precio o valor descontado a las tasas spots correspondientes, de los flujos de caja del bono en cuestión.

Conocido el precio se plantea la fórmula de actualización que permite calcular esa tasa única por título o bono que denominamos **TIR**

EJERCICIO 2x

Sean los títulos A y B de las siguiente características, y ETTI del mercado:

Título	Plazo	Cupón
A	5 años	6%
B	5 años	8%

ETTI	
Años vencimiento	Tipos spot
1	5%
2	5,5%
3	6,25%
4	7%
5	8%

Soluciones:

El precio del Bono A es P_A = 92,83%
Y su TIR_A es del 7,79%

El precio del Bono B es P_B = 101,08%
Y su TIR_B es del 7,73%

$P_A = 6 / 1{,}05 + 6 / 1{,}055^2 + 6 / 1{,}0625^3 + 6 / 1{,}07^4 + 106 / 1{,}08^5 = 92{,}83$

$92{,}83 = 6\ a_{5\,|\,TIR} + 100\,(1+TIR)^{-5}$ TIR = 7,79%

$P_B = 8 / 1{,}05 + 8 / 1{,}055^2 + 8 / 1{,}0625^3 + 8 / 1{,}07^4 + 108 / 1{,}08^5 = 101{,}08$

$101{,}08 = 8\ a_{5\,|\,TIR} + 100\,(1+TIR)^{-5}$ TIR = 7,73%

2.8.4 Relación entre la Curva Cupón Cero o ETTI y la Curva de Rentabilidad

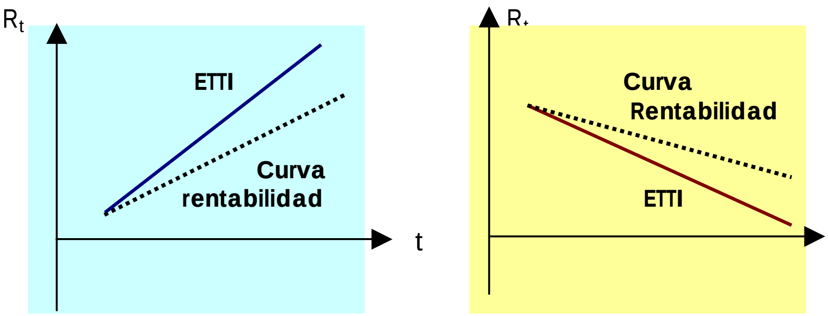
La estructura temporal de los tipos de interés [ETTI], para un conjunto de activos con la misma calidad crediticia, se define por los factores de descuento o tipos de interés de contado, también, tipos cupón cero, utilizados para determinar el valor actual, a cada plazo, de los flujos de caja futuros generados por dichos activos. Así, la representación gráfica de la estructura de tipos denominada Curva Cupón Cero relaciona, en un momento dado, los tipos de interés al contado de los bonos cupón cero con sus plazos al vencimiento.

Se pueden construir distintas curvas que caracterizan la estructura de tipos correspondientes a distintos grupos de instrumentos con similares niveles de riesgo y de liquidez.

Concepto similar es el de Curva de Rentabilidad, (ver epígrafe anterior), relación entre TIR y plazo, que suele utilizarse como sustituta de la de la ETTI, dada la dificultad frecuente de calcular ésta, debido a la no muy abundante emisión de bonos cupón cero con distintos plazos

Relación entre ambas curvas

La ETTI, la curva cupón cero, se sitúa por encima de la curva de rentabilidad, cuando la estructura de tipos es ascendente, y viceversa



En los ejercicios 2y y 2z se trata de determinar la Curva de Rentabilidad (Yield Curve), para ello primero se calculan los precios de distintos bonos convencionales a distintos plazo, y con esos datos se calculan sus TIR (denominadas con la letra "r")

EJERCICIO 2y

Supongamos tres bonos convencionales A, B, y C de cupón 10€, 11,5€ y 12€ respectivamente y vencimientos 1, 2 y 3 años. Además las siguientes situaciones de estructura de tipos, en lo referente a bonos cupón cero:

Años al vencimiento	Tipos spot R_t	Ejemplo a) ETTI ascendente	Ejemplo b) ETTI descendente
1	R_1	5%	6,25%
2	R_2	5,5%	5,5%
3	R_3	6,25%	5%

Caso a)

Bono cupón	PRECIOS	TIR
10€	$P_A = 110/1,05 = 104,76$	$104,76 = 110/(1+TIR_A)$ TIR = **5**%
11,5€	$P_B = 11,5/1,05 + 111,5/1,055^2 = 111,13$	$111,13 = 11,5\ a_{2\|TIR} + 100(1+TIR)^{-2}$ TIR = **5,47**%
12€	$P_B = 12/1,05 + 12/1,055^2 + 112/1,0625^3 = 115,59$	$115,59 = 12\ a_{3\|TIR} + 100(1+TIR)^{-3}$ TIR = **6,15**%

Caso b)

Bono cupón	PRECIOS	TIR
10€	$P_A = 110/1,0625 = 103,53$	$103,53 = 110/(1+TIR_A)$ TIR = **6,25**%
11,5€	$P_B = 11,5/1,0625 + 111,5/1,055^2 = 111$	$111 = 11,5\ a_{2\|TIR} + 100(1+TIR)^{-2}$ TIR = **5,54**%
12€	$P_B = 12/1,0625 + 12/1,055^2 + 112/1,05^3 = 118,82$	$11,82 = 12\ a_{3\|TIR} + 100(1+TIR)^{-3}$ TIR = **5,07**%

EJERCICIO 2z

Si para cualquier bono calculamos su precio descontando los flujos de caja que genera este activo a partir de su TIR, obtendremos exactamente su precio, y si para el mismo bono descontamos los mismos flujos de caja a las tasas correspondientes a cada uno de los periodos de referencia de la ETTI, nos dará el mismo precio

Supongamos que los tipos de interés al contado para los plazos (0,1), (0,2), (0,3), (0,4) y (0, 5) son, en %: 5, 5,25, 5,50, 6 y 6 respectivamente. Para construir la curva de rentabilidad que se deduciría de las 4 emisiones de títulos de deuda, tales como:

Título	Años a la amortización	Cupón anual %
A	1	5
B	2	6
C	3	6
D	5	5,5

Procedemos de la siguiente forma:

a) Se calcula el precio de cada título a partir de los tipos spot o contado R_t respectivos. Precios:

$P_A = 105 / 1{,}05 = \underline{100}$, por coincidir el spot con el cupón y con la TIR

$P_B = 6 / 1{,}05 + 106 / 1{,}0525^2 = \underline{101},403$

$P_C = 6 / 1{,}05 + 6 / 1{,}0525^2 + 106 / 1{,}055^3 = \underline{101},401$

$P_D = 5{,}5 / 1{,}05 + 5{,}5 / 1{,}0525^2 + 5{,}5 / 1{,}055^3 + 5{,}5 / 1{,}06^4 +$
$+ 105{,}5 / 1{,}06^5 = \underline{98},555$

b) TIR: A: $100 = 105 / (1 + r)$ $r = \underline{5}\%$

Necesariamente debe coincidir con el tipo contado a un año R_1

B: $101{,}403 = 6 / (1 + r) + 106 / (1 + r)^2$ $r = \underline{5{,}243}\%$

o bien: Precio = cupón x $a_{n\,|\,i}$ + Valor reembolso x $(1 + i)^{-n}$

$101{,}403 = 6 \times a_{2\,|\,r} + 100 (1 + r)^{-2}$

C: $101{,}401 = 6 \times a_{3\,|\,r} + 100 (1 + r)^{-3}$ $r = \underline{5{,}481}\%$

D: $98{,}555 = 5{,}5 \times a_{5\,|\,r} + 100 (1 + r)^{-5}$ $r = \underline{5{,}841}\%$

Todos ellos son valores muy próximos a los tipos contado o spot, por lo que la <u>curva de</u> <u>rentabilidad</u> obtenida con las TIR <u>es buena aproximación</u> a la ETTI.

2.8.5 La teoría de las expectativas

Según esta teoría la forma que adopta la ETTI se debe a los puntos de vista de los agentes del mercado, tanto inversores (prestamistas) como emisores (prestatarios). Existen dos versiones de esta teoría, el modelo **insesgado** y el **sesgado** o teoría de la preferencia por la liquidez.

El primero considera un ambiente de certeza en el que los forward coinciden con los tipos al contado que se esperen en el futuro. Bajo estas condiciones el inversor se muestra indiferente ante las diversas alternativas de inversión, independientemente de su plazo.

Sin embargo en el modelo sesgado se parte de que los tipos a corto no pueden conocerse en condiciones de certeza, en todo caso se podría hablar de esperanza matemática. Además los inversores tienen aversión al riesgo de tipo de interés, en consecuencia, a igualdad de características, los activos de mayor plazo deben incorporar una prima de rentabilidad que compense la pérdida de liquidez.

Esta aversión al riesgo de los inversores hace que los tipos forward sean sistemáticamente más altos que los tipos de interés futuros al contado[3]

2.8.6 Estimación de la Curva Cupón Cero

Para estimar adecuadamente la Curva de Cupón Cero necesitamos que los mercados negocien bonos de estas características y a cualquier plazo. Eso

[3] De este modo, los forward son estimadores sesgados de las tasas de interés al contado. Así para un periodo de dos años se tendrá que: $r_{1,2\ \text{(forward)}} = E[R_{1,2}] + PL_{1,2\ \text{(prima de riesgo a incorporara al periodo)}}$. De manera que la prima de riesgo deberá ser tanto mayor cuanto más nos alejemos en el tiempo, aunque el aumento de las primas lo va a ser a tasas decrecientes.

no es fácil encontrarlo en algunos mercados, como el español, como ya hemos apuntado en párrafos anteriores, es ahí que se empleen procedimientos alternativos para salvar esa carencia.

En cualquier caso, independientemente del método empleado, es muy importante recordar que, para estimar la Curva, deberán emplearse solamente activos que tengan el mismo riesgo de crédito, de liquidez y tratamiento fiscal. Por ejemplo, la Curva Cupón Cero puede construirse perfectamente con activos de Deuda Pública, dada su alta liquidez y volumen de negociación. Otra solución sería el empleo de bonos segregables (strips)

Un método muy utilizado, conocido como recursivo o bootstrapping, consiste en estimar los tipos cupón cero a partir de la rentabilidad al vencimiento de los bonos con pago periódico de cupones. Se trata de estimar la ETTI a partir de la Curva de Rendimientos o Yield Curve, de la siguiente forma:

Curva Rendimientos		Curva Cupón Cero
TIR_1	$1 = (1+TIR_1) \ / \ (1+R_1)$	R_1
TIR_2	$1 = TIR_2 \ / \ (1+R_1) + (1+TIR_2) \ / \ (1+R_2)^2$	R_2
TIR_3	$1 = TIR_3 \ / \ (1+R_1) + TIR_3 \ / \ (1+R_2)^2 + (1+TIR_3) \ / \ (1+R_2)^3$	R_3
TIR_n	Etc.	R_n

Observaciones: es deseable que las TIRs estimadas correspondan a bonos emitidos a la par, es decir bonos emitidos a precio de mercado cuyo cupón coincide con su TIR

Para construir la Curva Cupón Cero se opera con los denominados factores de descuento tales como:

$$\boxed{d_t = 1 \ / \ (1+R_t)^t}$$

Donde los tipos spot o al contado se obtienen como:

$$\boxed{R_t = (1 \ / \ d_t)^{1/t} - 1}$$

Los factores de descuento d_t pueden obtenerse de forma recurrente a partir de la siguiente ecuación:

$$\boxed{d_t = \frac{1 - Q_t \, . TIR_t}{1 + TIR_t}}$$

Donde $Q_t = d_1 + d_2 + \ldots + d_{t-1}$ siendo $Q_1 = 0$

EJERCICIO 2aa

Dada la siguiente tabla de rendimientos (TIR) de la Deuda en España, calcularemos los tipos spot correspondientes:

años	1	2	3	5
TIR %	4,20	4,32	4,51	4,65

Observación: la TIR para un bono al no existir éste en el mercado se obtendría por interpolación entre las TIR de los bonos a 3 y a 5 años, resultando el **4,58%**

años	Curva Rendimientos: TIR (%)	Factor de descuento: d_t	ETTI: R_t (%)
1	4,20	0,9597	4,2000
2	4,32	0,9188	4,3226
3	4,51	0,8758	4,5205
4	4,58	0,8356	4,5930
5	4,65	0,7961	4,6674

Observación: al ser estructura creciente, la ETTI queda por encima de la Curva de Rentabilidad

2.8.7 Ventajas y características del conocimiento de la ETTI

1) Sirve de base para la correcta valoración de activos y pasivos, tanto financieros como son los "swaps" y los "fra", como reales como préstamos e inversiones. Entre las aplicaciones concretas de la curva de tipos cupón cero es su utilización para la valoración de empresas. Representa el imput fundamental a utilizar para la medición, control y gestión del riesgo de tipo de interés.

2) Constituye una referencia para los emisores de renta fija, ya que les determina el coste mínimo de sus emisiones, al que deberán añadir una prima de riesgo en función de su calidad crediticia, y una prima de liquidez que dependerá de las características de la emisión.

3) El conocimiento de la ETTI es relevante para la evaluación y puesta en marcha de estrategias de gestión de carteras de renta fija. Por ejemplo, si se pronostica un descenso d etipos de interés la estrategia puede ser aumentar la "duración" de la cartera, y viceversa.

4) Permite obtener información acerca de la evolución futura de los tipos de interés.

5) La versatilidad de este método permite determinar el valor actual de los flujos de caja futuros de cualquier instrumento financiero, incluso aunque existan flujos de caja inciertos. Mientras que otros métodos como el basado en el TIR, no puede aplicarse a instrumentos con estructura de flujos de caja distinta a la de los bonos.

6) Para los bancos centrales de los países, la ETTI es información relevante de cara al establecimiento de políticas monetarias. También la ETTI es una variable adecuada para predecir el ouput real de la economía.

2.8.8 Relación entre la TIR, el cupón y la prima de reembolso

Las relaciones que puedan extraerse entre la TIR y el cupón que pague un título dependerán de cómo sea la ETTI. Análogamente, las relaciones entre la TIR de un título y su prima de reembolso también dependerán de dicha estructura. Así:

Caso particular de una ETTI plana

A) Si la ETTI es plana, es decir todos los tipos de interés al contado son iguales independientemente de su plazo, la TIR de cualquier título será la misma e igual al tipo al contado R_t, cualquiera que sea el cupón que paguen o la prima de reembolso recibida.

Relaciones entre la TIR y el cupón del bono

B) Si la ETTI es creciente, dos títulos que difieran únicamente en la cuantía de su cupón, tendrán mayor TIR a medida que su cupón sea menor:

ETTI ↑ : si disminuye el cupón ↓ aumenta la TIR ↑

Esto que puede ser difícil de entender, no lo es si comprobamos los resultados del siguiente ejemplo:

EJERCICIO 2ab

Supongamos dos títulos: X con cupón 8€ y a 5 años, y Z con cupón 11,5€ y también a 5 años, ambos sin prima de reembolso, con ETTI creciente tal:

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
15	15,25	15,50	16	16

$P_X = 8 / 1,15 + 8 / 1,1525^2 + 8 / 1,155^3 + 8 / 1,16^4 + 108 / 1,16^5 = \underline{74},\mathbf{01}$

TIR_X : $74,01 = 8\, a_{5\,|\,r} + 100\,(1 + r)^{-5}$ **r = 15,923%**

$P_Z = 11,5/1,15 + 11,5/1,1525^2 + 11,5/1,155^3 + 11,5/1,16^4 + 111,5/1,16^5 = \underline{85},\mathbf{56}$

TIR_X : $85,56 = 11,5\, a_{5\,|\,r} + 100\,(1 + r)^{-5}$ **r = 15,899%**

Es decir, un mayor cupón da un mayor precio, y también una menor TIR.

C) Si la ETTI es decreciente, dos títulos que difieran únicamente en la cuantía de su cupón, tendrán mayor TIR a medida que su cupón sea mayor:

ETTI ↓ : si aumenta el cupón ↑ aumenta la TIR ↑

EJERCICIO 2ac

Para los bonos X y Z del ejemplo anterior, supongamos una estructura de tipos decreciente tal como:

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
13,75	13,25	12,75	12,25	12

$P_X = 8/1,1375 + 8/1,1325^2 + 8/1,1275^3 + 8/1,1225^4 + \underline{108}/1,12^5 = \underline{85},\mathbf{1729}$

TIR_X : $85,1729 = 8\, a_{5\,|\,r} + 100\,(1 + r)^{-5}$ **r = 12,126%**

$P_Z = 11,5/1,1375 + 11,5/1,1325^2 + 11,5/1,1275^3 + 11,5/1,1225^4 + 1\underline{11,5}/1,12^5 = \underline{97},\mathbf{61}$

TIR_Z : $97,6112 = 11,5\, a_{5\,|\,r} + 100\,(1 + r)^{-5}$ **r = 12,165%**

La relación es ahora directa: a mayor cupón, mayor TIR, solo si la estructura de tipos es decreciente.

Relación entre la TIR y la prima de reembolso

D) Si la ETTI es creciente, dos títulos que difieran únicamente en la prima de amortización, a amyor prima tendrá mayor TIR

ETTI ↑ : si la prima aumenta ↑ aumenta la TIR ↑

EJERCICIO 2ad

Supongamos que los títulos A y B paguen el mismo cupón y tengan el mismo vencimiento, pero que difieran en la prima de reembolso, el título A sí la tiene y el B no:

Título	Cupón %	Vencimiento	Prima de reembolso %
X	8	5	10
Z	8	5	-

Y supongamos la misma ETTI creciente utilizada en el ejemplo precedente:

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
15	15,25	15,50	16	16

$P_X = 8/1{,}15 + 8/1{,}1525^2 + 8/1{,}155^3 + 8/1{,}16^4 + 118/1{,}16^5 = \mathbf{78{,}7712}$

TIR_X : $78{,}7712 = 8\, a_{5\,|\,r} + 110\,(1+r)^{-5}$ $\quad r = \mathbf{15{,}93\%}$

$P_Z = 8/1{,}15 + 8/1{,}1525^2 + 8/1{,}155^3 + 8/1{,}16^4 + 108/1{,}16^5 = \mathbf{74{,}0101}$

TIR_X : $74{,}0101 = 8\, a_{5\,|\,r} + 100\,(1+r)^{-5}$ $\quad r = \mathbf{15{,}923\%}$

E) Análogamente: si la ETTI es decreciente, dos títulos que difieran únicamente en la prima de amortización, tendrán menor TIR a medida que la prima sea mayor:

ETTI ↓ : si la prima aumenta ↑ disminuye la TIR ↓

EJERCICIO 2ae

Supongamos el caso de dos títulos X y Z del ejemplo anterior, a lo que añadimos la estructura siguiente:

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
13,75	13,25	12,75	12,25	12

$P_X = 8/1{,}1375 + 8/1{,}1325^2 + 8/1{,}1275^3 + 8/1{,}1225^4 + 118/1{,}12^5 = \mathbf{90{,}847}$

TIR_X : $90{,}847 = 8\, a_{5\,|\,r} + 110\,(1+r)^{-5}$ $\quad r = \mathbf{12{,}116\%}$

$P_Z = 8/1{,}1375 + 8/1{,}1325^2 + 8/1{,}1275^3 + 8/1{,}1225^4 + 108/1{,}12^5 = \mathbf{85{,}1727}$

TIR_Z : $85{,}1727 = 8\, a_{5\,|\,r} + 100\,(1+r)^{-5}$ $\quad r = \mathbf{12{,}126\%}$

En este último ejemplo, la relación entre ambos precios puede obtenerse también como:

$$P_Z = P_X - 10 / 1{,}12^5 = 90{,}847 - 5{,}6742$$

2.9 Fuentes, bibliografía

ANALISTAS FINANCIEROS INTERNACIONALES (1995), *Los Strips sobre Deuda Pública*.
CÓRDOBA BUENO, M. (2.003), *Análisis Financiero. Renta Fija.* Thomson.
MARTÍN MARÍN J.L, TRUJILLO PONCE A. (2004), *Manual de Mercados Financieros.* Thomson.
MASCAREÑAS PÉREZ-IÑIGO, J. (2002), *Gestión de Activos Financieros de Renta Fija.* Pirámide.