Capitolul 5

TRANSDUCTOARE

5-1. CLASE DE TRANSDUCTOARE

Un *transductor* este un dispozitv (o structură fizică) care realizează transformarea semnalelor de o anumită natură în semnale de altă natură. În lucrare suntem interesați să descriem transductoarele care transformă energia electrică în energie mecanică sau în energie acustică şi invers; le numim *transductoare electro-mecano-acustice.* Conform teoriei sistemelor, un transductor este un multiport hibrid, aceasta însemnând că porțile (locurile prin care intră sau iese energia) nu sunt de aceeaşi natură (spre exemplu, electrică, mecanică, acustică). Pentru a nu complica expunerea ne vom referi cel mai adesea la transductoare având două porți, sau cum se spune la *transductoarele diport*. Pentru detalii, cititorul poate consulta lucrarea [CRT-2]. Ne vom referi la *transductoare liniare şi invariante în timp*. Vom pune în evidență două tipuri fundamentale de transductoare: transductorul cu câmp magnetic şi transductorul cu câmp electric.

Pentru a realiza o expunere unitară a teoriei transductoarelor, vom pune în evidență acea descriere în care un *coeficient specific interacțiunii este o mărime reală* în absența pierderilor interne în transductor. Este natural totodată ca descrierea unui transductor să se realizeze prin circuite electrice echivalente, pe baza analogiilor de diferite genuri şi tipuri, conform cu cele arătate în capitolul 4. Conversia de energie (schimbarea modului de manifestare, din electrică în mecanică, etc.) va fi descrisă prin doi diporți *fără pierderi*. Primul diport, într-o descriere prin mărimi electrice exclusiv, este caracterizat de ecuațiile

$$\begin{cases} u_1 = +(-)u_2 \,, \\ i_2 = -(+)n \cdot i_1 \,, \end{cases} \tag{5.1}$$

în care *n* se numeşte *raport de transformare*. Dacă la poarta 2 este conectată o impedanță electrică $\underline{Z}_{e2}$, atunci la poarta 1 se obține o impedanță $\underline{Z}_{e1}$, dată de expresia

$$\underline{Z}_{e1} = n^2 \cdot \underline{Z}_{e2} \ . \tag{5.2}$$

Al doilea diport este caracterizat prin ecuațiile

$$\begin{cases} i_1 = +(-)G_0 \cdot u_2 \,, \\ i_2 = -(+)G_0 \cdot u_1 \,, \end{cases} \tag{5.3}$$

în care mărimea $R_0 = G_0^{-1}$ se numeşte *rezistența de girație.* Diportul în cauză se numeşte *girator.*

Legătura dintre impedanțele, de la poarta 1 şi cea de la poarta 2, în cazul unui girator, este dată de

$$\underline{Z}_{e1} = \frac{R_0^2}{\underline{Z}_{e2}} \; . \qquad (5.4)$$

Cei doi diporți sunt reprezentați în figurile 5-1a, respectiv 5-1b. Se observă că există două posibilități, materializate prin: primul semn, sau prin al doilea semn (cel din paranteză). Pentru transformatorul ideal, cerculețele sunt legate de sensurile relative ale solenațiilor, în timp ce pentru girator săgețile sunt legate de posibilitatea de a se realiza o transmitere unilaterală. Se constată că dacă se efectează suma

$$u_1 i_1 + u_2 i_2 , \qquad (5.5)$$

folosind ecuațiile (5.1) sau (5.3), se obține valoarea 0, ceea ce arată că puterea totală care intră în diport este identic nulă, ceea ce justifică denumirea de diporți fără pierderi, sau nedisipativi.

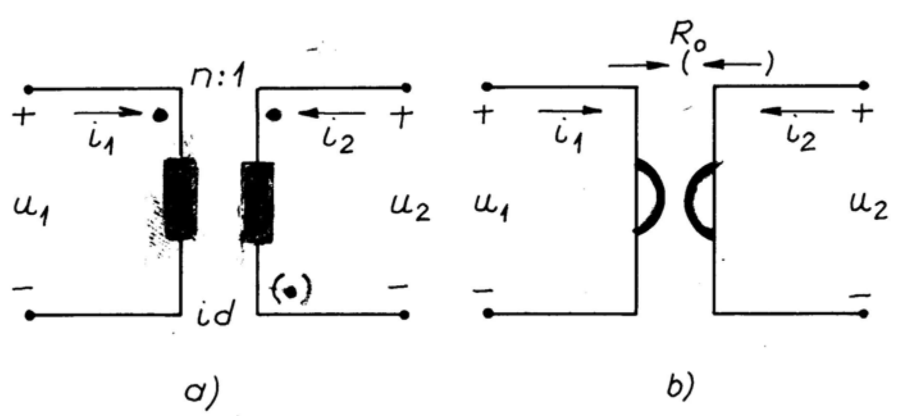

Figura 5-1. Diporți nedisipativi: a) transformatorul ideal; b) giratorul.

Considerăm un transductor diport. El are două porți: poarta electrică, caracterizată prin perechea tensiune-curent (u,i) şi poarta mecanică, caracterizată prin perechea forță-viteză (f,v). A descrie diportul înseamnă a prescrie două relații între cele patru mărimi de descriere. Conform ipotezei de liniaritate şi invarianță în timp, putem specifica descrierea în funcție de cele patru imagini Laplace corespunzătoare, adică

$$U(s), I(s), F(s), V(s); \; s = \alpha + j\omega \, .$$

O primă descriere care va fi luată în considerare este următoarea

$$\begin{cases} \underline{Z}_e^v(s)\underline{I}(s) + \underline{K}_{em}(s)\underline{V}(s) = \underline{U}(s), & [\mathrm{V}], \\ \underline{K}_{me}(s)\underline{I}(s) + \underline{Z}_m^i \underline{V}(s) = \underline{F}(s), & [\mathrm{N}]; \end{cases} \qquad (5.6)$$

iar a doua reprezintă, electric, forma duală

$$\begin{cases} \underline{Y}_e^v(s)\underline{U}(s) + \underline{\tilde{K}}_{em}(s)\underline{V}(s) = \underline{I}(s), & [\mathrm{A}], \\ \underline{\tilde{K}}_{me}(s)\underline{U}(s) + \underline{Z}_m^u \underline{V}(s) = \underline{F}(s), & [\mathrm{N}]. \end{cases} \qquad (5.7)$$

Semnificațiile mărimilor care intervin în ecuațiile (5.6) şi (5.7) vor fi analizate în secțiunile următoare.

Observăm că interacțiunea electromecanică se realizează prin prezența mărimilor de cuplaj

$$\underline{K}_{em}(s), \underline{K}_{me}(s), \underline{\tilde{K}}_{em}(s), \underline{\tilde{K}}_{me}(s),$$

care pot fi numți *factori de cuplaj electromecanici parțiali*. Nu există nici un motiv ca toate aceste funcții să fie nenule. Dacă însă, pentru un transductor, cei doi factori asociați, indexați cu *em* şi respectiv cu *me* sunt amândoi nenuli, are sens să spunem că un asemenea transductor este *bilateral*.

În aplicațiile curente mărimile

$$\underline{Z}_e^v, \underline{Z}_m^i, \underline{Y}_e^v, \underline{Z}_m^u,$$

sunt funcții *pozitiv reale,*adică reprezintă imitanțele de intrare (impedanțe sau admitanțe) ale unor uniporți pasivi. Este deci important să detaşăm părțile minimale de cuplaj, care se exprimă

$$\begin{aligned} &0 + \underline{K}_{em}\underline{V}(s) = \underline{U}(s), \\ &\underline{K}_{me}\underline{I}(s) + 0 = F(s); \end{aligned} \tag{5.8}$$

şi respectiv

$$\begin{aligned} &0 + \underline{\tilde{K}}_{em}\underline{V}(s) = \underline{I}(s), \\ &\underline{K}_{me}\underline{U}(s) + 0 = \underline{F}(s). \end{aligned} \tag{5.9}$$

Se arată că, [STD-8], că pentru asigurarea nedisipativității (absența pierderilor) este necesar şi sufient să aibă loc

$$\underline{K}_{em}(s) = -\underline{K}_{me}(-s); \tag{5.10}$$

şi respectiv

$$\underline{\tilde{K}}_{em}(s) = -\underline{\tilde{K}}_{me}(-s). \tag{5.11}$$

Cu aceste precizări, rezultă că ecuațiile transductoarelor liniare, invariante în timp şi cu partea minimală de cuplaj nedisipativă, sunt

$$\begin{cases} \underline{Z}_e^v(s)\underline{I}(s) + \underline{K}_{em}(s)\underline{V}(s) = \underline{U}(s), \\ -\underline{K}_{em}(-s)\underline{I}(s) + \underline{Z}_m^i(s)\underline{V}(s) = \underline{F}(s); \end{cases} \tag{5.12}$$

care descrie *transductorul cu câmp magnetic* şi respectiv

$$\begin{cases} \underline{Y}_e^v(s)\underline{U}(s) + \underline{\tilde{K}}_{em}(s)\underline{V}(s) = \underline{I}(s), \\ -\underline{\tilde{K}}_{em}(-s)\underline{U}(s) + \underline{Z}_m^u(s)\underline{V}(s) = \underline{F}(s), \end{cases} \tag{5.13}$$

care descrie *transductorul cu câmp electric*.

Justificarea denumirilor adoptate va fi reieşi din cele arătate în secțiunile următoare, în care vom descrie o serie de realizări concrete ale structurilor descrise abstract prin sistemele de ecuații (5.12) şi (5.13).

5-2. TRANSDUCTORUL CU CÂMP MAGNETIC

Considerăm sistemul de ecuați (5.12) pentru cazul particular

$$\underline{K}_{em}(s) = k_1 \ , \tag{5.14}$$

în care k_1 este *un număr real* (ales pozitiv). Obținem atunci

$$\begin{cases} \underline{Z}_e^v(s)\underline{I}(s) + k_1\underline{V}(s) = \underline{U}(s), \\ -k_1\underline{I}(s) + \underline{Z}_m^i(s)\underline{V}(s) = \underline{F}(s). \end{cases} \tag{5.15}$$

Putem acum să introducem denumirile şi semnificațiile mărimilor care intervin în sistemul de ecuații (5.15), care defineşte forma standard de descriere a transductorului cu câmp magnetic:

$\underline{Z}_e^v(s)$ se numeşte *impedanța electrică proprie* (impedanța simțită fără influența mişcării părții mecanice) şi se defineşte prin

$$\underline{Z}_e^v(s) = \left.\frac{\underline{U}(s)}{\underline{I}(s)}\right|_{\underline{V}=0} \ , \quad [\Omega]; \tag{5.16}$$

$\underline{Z}_m^i(s)$ se numeşte *impedanța mecanică proprie* (impedanța simțită fără influența părții electrice) şi se defineşte prin

$$\underline{Z}_m^i(s) = \left.\frac{\underline{F}(s)}{\underline{V}(s)}\right|_{\underline{I}=0} \ , \quad [\Omega_\mathrm{m}]; \tag{5.17}$$

k_1 se numeşte *factorul de cuplaj electromecanic* (al transductorului cu câmp magnetic) şi se defineşte prin

$$k_1 = \left.\frac{\underline{U}(s)}{\underline{V}(s)}\right|_{\underline{I}=0} = -\left.\frac{\underline{F}(s)}{\underline{I}(s)}\right|_{\underline{V}=0} \ , \quad [\mathrm{N.A}^{-1}]. \tag{5.18}$$

Este sugestiv să definim două imitanțe specifice interacțiunii electromecanice

$\underline{Z}_M(s)$, *impedanța electrică de mişcare*, definită prin

$$\underline{Z}_M(s) = \frac{k_1^2}{\underline{Z}_m^i(s)}, \quad [\Omega]; \tag{5.19}$$

$\underline{Z}_E(s)$, *impedanța mecanică de curent*, definită prin

$$\underline{Z}_E(s) = \frac{k_1^2}{\underline{Z}_e^v(s)}, \quad [\Omega_\mathrm{m}]. \tag{5.20}$$

Cu ajutorul mărimilor exprimând efectele parțiale putem exprima imitanțele globale (în partea electrică şi în partea mecanică):

$\underline{Z}_{et}(s)$, *impedanța electrică totală*, definită prin

$$\underline{Z}_{et}(s) = \underline{Z}_e^v(s) + \underline{Z}_M(s) \ ; \tag{5.21}$$

$\underline{Z}_{mt}(s)$, *impedanța mecanică totală*, definită prin

$$\underline{Z}_{mt}(s) = \underline{Z}_m^i(s) + \underline{Z}_E(s) \, . \tag{5.22}$$

Pentru aplicații este util să deducem un *circuit electric echivalent al transductorului*, adică un diport electric a cărui comportare să fie similară cu cea a diportului hibrid care reprezintă transductorul.

Pentru aceasta, ținem seama de următoarele considerente şi convenții:

- partea mecanică va fi modelată prin analogia de genul I în impedanțe mecanice, a se vedea secțiunea 4-5;

- indexând cu 1 variabilele de la poarta electrică şi cu 2 variabilele electrice asociate prin analogia adoptată variabilelor de la poarta mecanică, diportul nedisipativ de cuplaj este descris prin ecuațiile

$$u_1 = k_1 i_2 ,$$

$$u_2 = -k_1 i_1 ,$$

care descriu un girator, în conformitate cu (5.3);

- impedanța electrică proprie a unui transductor cu câmp magnetic conține în mod obligator o inductanță, asociată bobinei care produce câmpul magnetic, şi o rezistență serie

$$\underline{Z}_e^v(s) = R + sL ;$$

- în multe situații, în condiții precizate, impedanța mecanică proprie corespunde unui sistem mecanic element elementar, a se vedea pagina I-144

$$\underline{Z}_m^i(s) = R_m + sM + \frac{1}{sC_m} .$$

Ținând seama de aceste considerente, circuitele electrice echivalente asociate transductorului cu câmp magnetic (circuitul echivalent global, circuitul echivalent raportat în partea electrică, circuitul echivalent raportat în partea mecanică, circuitul echivalent cuprinzând formele uzuale ale impedantelor) sunt cele arătate în figura 5-2.

Dintre realizările concrete ale transductoarelor cu câmp magnetic menționăm: *transductorul cu conductor mobil* sau *electrodinamic*, *transductorul cu armătură mobilă* sau *electromagnetic*, *transductorul magnetostrictiv*. Acestea vor fi prezentate în secțiunile următoare.

Relativ la transductorul cu câmp magnetic este important să menționăm câteva fapte importante.

- Se va arăta că pentru transductorul cu conductor mobil factorul de cuplaj este efectiv o mărime reală, aşa cum s-a presupus pentru obținerea descrierilor date mai înainte. Pentru alte tipuri de transductoare, cum sunt spre exemplu transductorul electromagnetic şi cel magnetostrictiv, factorul de cuplaj electromecanic este o funcție de frecvență (nu se mai reduce la o constantă). În acest caz putem scrie

$$\underline{K}_{em}(\mathrm{j}\omega) = \left|K_{em}(\mathrm{j}\omega)\right| \exp\left[\mathrm{j}\varphi(\omega)\right].$$

Defazajul care apare derivă din faptul că fluxul care parcurge circuitul magnetic nu mai este în fază ci solenația (forța magnetomotoare). Partea minimală de cuplaj nu mai este in acest caz nedisipativă.

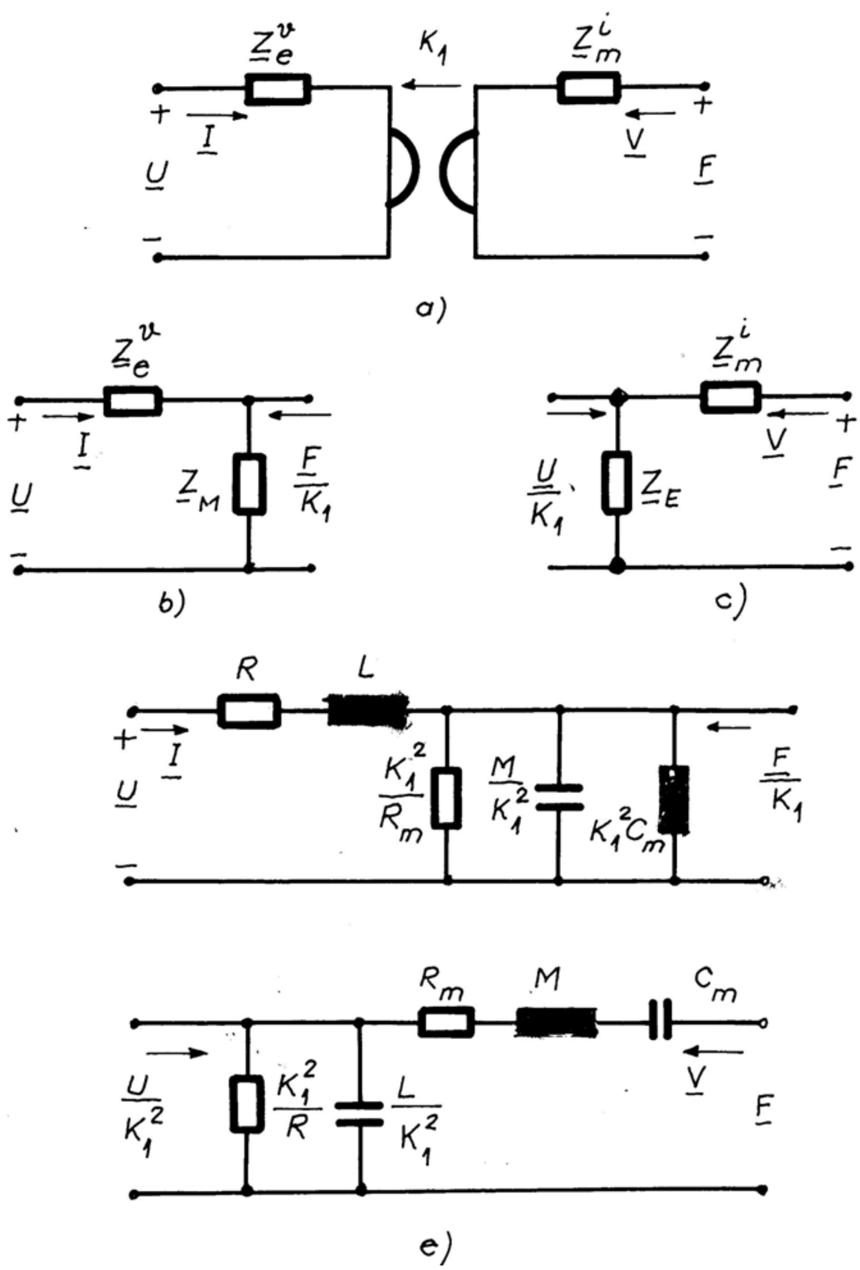

Figura 5-2. Circuitele electrice echivalente asociate unui transductor cu câmp magnetic:
a) circuitul echivalent general; b) circuitul echivalent raportat în partea electrică; c) circuitul echivalent raportat în partea mecanică; d) circuitul echivalent de la punctul c) cu elementele de circuit uzuale.

- Din sistemul de ecuații (5.15) rezultă că dacă I = constant, adică transductorul este alimentat de la un generator electric de curent constant (ceea ce înseamnă că generatorul are o impedanță internă foarte mare) în partea electrică se execită o forță constantă cu frecvenţa, fapt important pentru evaluarea proprietăţilor de rezonanţă a structurilor mecanice.

5-3. TRANSDUCTORUL CU CÂMP ELECTRIC

Considerăm sistemul de ecuaţi (5.13) pentru cazul particular

$$\underline{K}_{em}(s) = k_2 \ , \tag{5.23}$$

în care k_2 este *un număr real* (ales pozitiv). Obţinem atunci

$$\begin{cases} \underline{Y}_e^v(s)\underline{U}(s) + k_2\underline{V}(s) = \underline{I}(s), \\ -k_2\underline{U}(s) + \underline{Z}_m^u(s)\underline{V}(s) = \underline{F}(s). \end{cases} \tag{5.24}$$

Putem atunci să introducem denumirile şi semnificaţiile mărimilor care intervin în sistemul de ecuaţii (5.15), care defineşte forma standard de descriere a transductorului cu câmp electric:

$\underline{Y}_e^v(s)$ se numeşte *admitanţa electrică proprie* (*admitanţa* simţită fără influenţa mişcării părţii mecanice) şi se defineşte prin

$$\underline{Y}_e^v(s) = \left.\frac{\underline{I}(s)}{U(s)}\right|_{\underline{V}=0} , \quad [\Omega^{-1}]; \tag{5.25}$$

$\underline{Z}_m^u(s)$ se numeşte *impedanţa mecanică proprie* (impedanţa simţită fără influenţa părţii electrice) şi se defineşte prin

$$\underline{Z}_m^u(s) = \left.\frac{\underline{F}(s)}{\underline{V}(s)}\right|_{\underline{U}=0} , \quad [\Omega_{\mathrm{m}}]; \tag{5.26}$$

k_2 se numeşte *factorul de cuplaj electromecanic* (al transductorului cu câmp electric) şi se defineşte prin

$$k_2 = \left.\frac{\underline{I}(s)}{\underline{V}(s)}\right|_{\underline{U}=0} = -\left.\frac{\underline{F}(s)}{\underline{U}(s)}\right|_{\underline{V}=0} , \quad [\mathrm{N.V}^{-1}]. \tag{5.27}$$

Este sugestiv să definim două imitanţe specifice interacţiunii electromecanice

$\underline{Y}_M(s)$, *admitanţa electrică electrică de mişcare*, definită prin

$$\underline{Y}_M(s) = \frac{k_2^2}{\underline{Z}_m^u(s)}, \quad [\Omega^{-1}]; \tag{5.28}$$

$\underline{Z}_E(s)$, *impedanţa mecanică de tensiune*, definită prin

$$\underline{Z}_E(s) = \frac{k_2^2}{\underline{Y}_e^v(s)}, \quad [\Omega_{\mathrm{m}}]. \tag{5.29}$$

Cu ajutorul mărimilor exprimând efectele parţiale putem exprima imitanţele globale (în partea electrică şi în partea mecanică):

$\underline{Y}_M(s)$, *impedanța electrică totală*, definită prin

$$\underline{Y}_{et}(s) = \underline{Y}_e^v(s) + \underline{Y}_M(s)\,; \tag{5.30}$$

$\underline{Z}_{mt}$, *impedanța mecanică totală*, definită prin

$$\underline{Z}_{mt}(s) = \underline{Z}_m^u(s) + \underline{Z}_E(s)\,. \tag{5.31}$$

Pentru aplicații este util să deducem un *circuit electric echivalent al transductorului*, adică un diport electric a cărui comportare să fie similară cu cea a diportului hibrid care reprezintă transductorul.

Pentru aceasta, ținem seama de următoarele considerente şi convenții:

- partea mecanică va fi modelată prin analogia de genul I în impedanțe mecanice, a se vedea secțiunea 4-5;

- indexând cu 1 variabilele de la poarta electrică şi cu 2 variabilele electrice asociate prin analogia adoptată variabilelor de la poarta mecanică, diportul nedisipativ de cuplaj este descris prin ecuațiile

$$i_1 = k_2 i_2\,,$$

$$u_2 = -k_2 u_1\,,$$

care descriu un transformator ideal, în conformitate cu (5.1);

- impedanța electrică proprie a unui transductor cu câmp electric conține în mod obligator o capacitate, asociată plăcilor de acumulare a sarcinii, care produce câmpul electric, şi o rezistență paralel

$$\underline{Y}_e^v(s) = G + sC\,;$$

- în multe situații, în condiții precizate, impedanța mecanică proprie corespunde unui sistem mecanic element elementar, a se vedea pagina I-144

$$\underline{Z}_m^u(s) = R_m + sM + \frac{1}{sC_m}\,.$$

Ținând seama de aceste considerente, circuitele electrice echivalente asociate transductorului cu câmp electric (circuitul echivalent global, circuitul echivalent raportat în partea electrică, circuitul echivalent raportat în partea mecanică, circuitul echivalent cuprinzând formele uzuale ale impedantelor) sunt cele arătate în figura 5-3.

Dintre realizările concrete ale transductoarelor cu câmp electric menționăm: *transductorul capacitiv*, *transductorul piezoelectric*. Acestea vor fi prezentate în secțiunile următoare.

Relativ la transductorul cu câmp magnetic este important să menționăm câteva fapte importante.

Se va arăta că pentru transductorul capacitiv şi piezoelectric factoruul de cuplaj este efectiv o mărime reală, aşa cum s-a presupus pentru obținerea descrierii canonice. Pentru alte tipuri de transductoare, cum este de exemplu cel cu titanat de bariu, factorul de culaj electromecanic este o funcție de frecvență (nu se mai reduce la o constantă), adică

$$\tilde{K}_{em}(\mathrm{j}\omega) = \left|\tilde{K}_{em}(\mathrm{j}\omega)\right| \exp\left[\mathrm{j}\tilde{\varphi}(\omega)\right].$$

Defazajul care apare defovă din faptul că sarcina electrică nu mai este în fază cu tensiunea aplicată. Partea minimală de cuplaj nu mai este în acest caz nedisipativă.

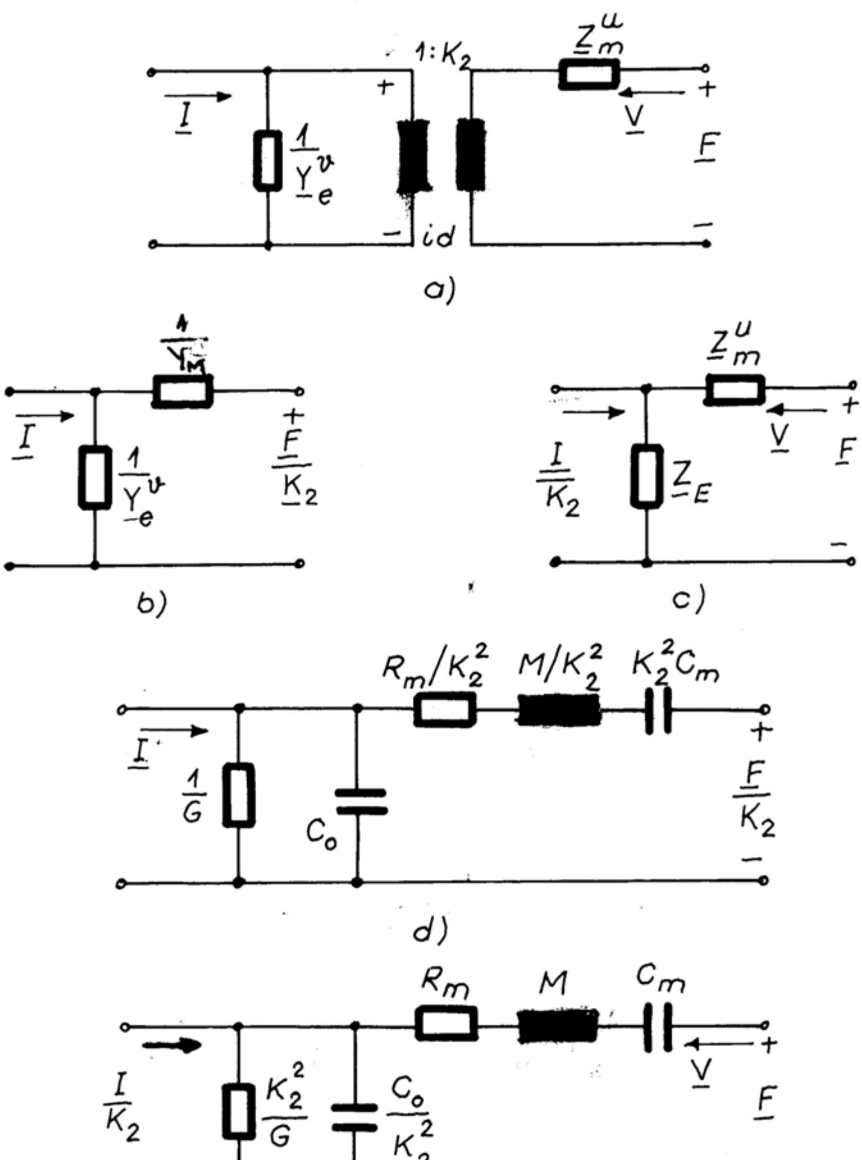

Figura 5-3. Circuitele electrice echivalente asociate unui transductor cu câmp electric;
a) circuitul echivalent general; b) circuitul echivalent raportat în partea electrică; c) circuitul echivalent raportat în partea mecanică; d) circuitul echivalent de la punctul c) cu elementele de circuit uzuale.

- Din sistemul de ecuații (5.15) rezultă că dacă U = constant, adică transductorul este alimentat de la un generator electric de tensiune constant (ceea ce înseamnă că generatorul are o impedanță internă foarte mică) în partea electrică se execită o forță constantă cu frecvența, fapt important pentru evaluarea proprietăților de rezonanță a structurilor mecanice.

5-4. CONVERSIA ELECTRODINAMICĂ

Una din formele cele mai întâlnite de conversie (transducție) pe bază de câmp magnetic este cea *electrodinamică.* Se mai spune că avem de aface cu un *transductor cu conductor mobil.*

Considerăm un conductor de lungime elementară $\mathrm{d}\mathbf{l}$ care se deplasează cu viteza **v** într-un câmp magnetic de inducție **B**. Se ştie că în conductor este indusă o tensiune electromotoare $\mathrm{d}u$ având expresia

$$\mathrm{d}\,u = (\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}\ . \tag{5.32}$$

Pe de altă parte, acelaşi element de conductor, parcurs de un curent i şi situat într-un câmp magnetic **B,** este supus la o forță dată de

$$\mathrm{d}\mathbf{F} = i\,\mathrm{d}\mathbf{l}\times\mathbf{B}\,. \tag{5.33}$$

Pentru cazul particular în care conductorul, rectiliniu şi de lungime *l,* este normal vectorului de inducție magnetică, aşa cum se arată în figura 5-4a, relațiile (5.32) şi (5.33) devin

$$u = B\cdot l\cdot v,\quad f = B\cdot l\cdot i\ ,$$

ceea ce arată că în acest caz factorul de cuplaj electromecanic este dat de

$$k_1 = B\cdot l\,. \tag{5.34}$$

O posibilitate practică de realizare a acestei ultime situații este constituită de sistemul motor al difuzorului cu radiație directă, aşa cum se arată in figura 5-4b. Bobina este elicoidală cu un pas foarte mic, astfel încât apar o serie de bobile circulare înseriate electric. În fiecare punct de pe bobină, curentul este normal inducției magnetice dispusă radial în întrefier, astfel că forța este axială; se produce o sumare de forțe axiale elementare. Inducția magnetică este produsă de un magnet inelar. Mai multe detalii vor fi prezentate în capitolul consacrat difuzoarelor.

Deoarece pentru acest transductor factorul de cuplaj este o mărime efectiv reală, putem determina foma concretă a impedanței de mişcare. Vom face reprezentarea în planul hodografelor.

Explicăm în prealabil ce înseamnă un *hodograf.* Fie o impedanță (electrică sau mecanică), în care partea reală şi cea imaginară, depinzând sau nu de frecvență, conform cu

$$\underline{Z} = R(\omega) + \mathrm{j}\,X(\omega)\,. \tag{5.35}$$

Pentru o frecvență fixată, fie aceasta ω_1, putem calcula numărul complex

$$\underline{Z}(\mathrm{j}\omega_1) = R(\omega_1) + \mathrm{j}\,X(\omega_1)\,,$$

care într-un plan (complex) se reprezintă printr-un punct de abscisă $R(\omega_1)$ şi de ordonată $X(\omega_1)$. Dacă am reprezenta totalitatea punctelor, atunci când frecvența parcurge intervalul

$[0,\infty)$, obținem un loc geometric numit hodograf. O asemenea reprezentare a fost dată la pagina I-27 (volumul I).)

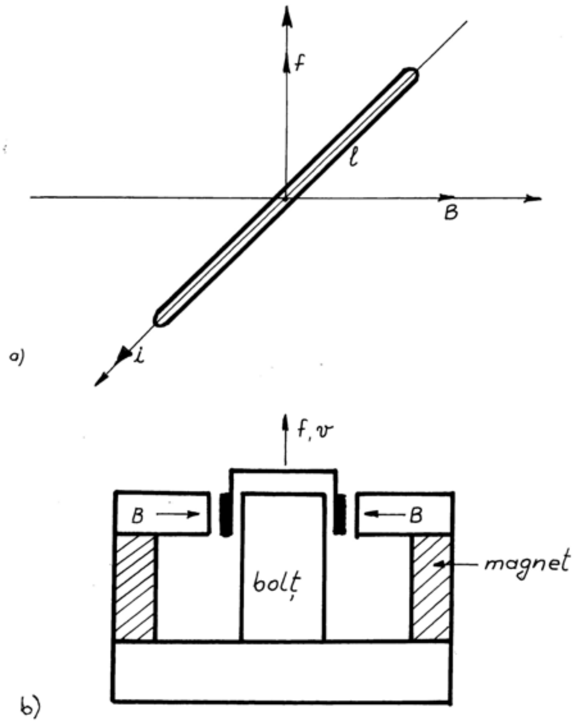

Figura 5-4. Transducția electrodinamică: a) orientarea mărimilor specifice; b) realizarea practică a situației de la punctul a).

Considerăm forma standard a impedanței mecanice proprii, așa cum s-a arătat în secțiunea 5-2. Putem scrie

$$\underline{Z}_m(\mathrm{j}\omega) = R_m(\omega) + \mathrm{j}X_m(\omega);$$
$$R_m(\omega) = R_m, \quad X_m(\omega) = M\omega - \frac{1}{C_m\omega}. \tag{5.36}$$

Dacă efectuăm reprezentarea fazorială, se obține o dreaptă, de abscisă R_m, așa cum se arată în figura 5-5a. Corespondențele specifice de puncte sunt următoarele

$$\omega = 0 \quad \to R_m - \mathrm{j}\infty,$$
$$\omega = \omega_0 \quad \to R_m,$$
$$\omega = \infty, \quad \to R_m + \mathrm{j}\infty.$$

Impedanța electrică de mișcare , conform cu (5.19), se obține printr-o inversiune în planul complex. Pentru cazul descris de (5.36), impedanța electrică de mișcare reprezintă inversul unei drepte, cu modulul de inversiune k_1^2, în raport cu originea sistemului de axe.

Se ştie că inversul unei drepte care nu trece prin origină este un cerc care trece prin origină, aşa cum se arată în figura 5-5b. Corespondențele specifice de puncte sunt următoarele

$$\omega = 0 \quad \rightarrow \underline{Z}_M = 0,$$

$$\omega = \omega_0 \quad \rightarrow \underline{Z}_M = k_1^2 / R_m,$$

$$\omega = \infty \quad \rightarrow \underline{Z}_M = 0.$$

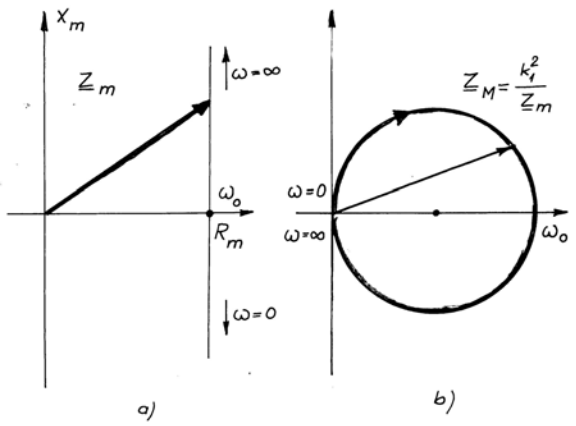

Figura 5-5. Impedanța electrică de mişcare pentru un transductor cu câmp magnetic, de tip electrodinamic: a) hodograful impedanței mecanice proprii: b) hodograful impedanței electrice de mişcare.

5-5. CONVERSIA ELECTROMAGNETICĂ

O altă conversie întâlnită în aplicații este este cea *electromagnetică*. Ea se bazează pe forța magnetică de atragere care se exercită între două armături cuprinse într-un circuit magnetic caracterizat printr-o anumită inducție magnetică *B*. O realizare posibilă este arătată în figura 5-6. Câmpul magnetic este realizat printr-un magnet (componenta statică) şi printr-o bobină (componenta variabilă) parcursă de un curent *i*. Elementul mobil este constituit de o lamelă, caracterizată printr-o anumită elaticitate, notată cu C_m. În absența oricărui câmp magnetic, lamela se găseşte la distanța *d* de partea imobilă. Secțiunea întrefierului este notată cu *S*. În prezența unui câmp magnetic se exercită o forță de atracție între electromagnet şi lamelă. Se consideră că masa magnetului este mult mai mare decât masa lamelei; prin urmare, putem spune că lamela este atrasă către electromagnet cu forța

f_a. Distanța dintre lamelă și electromagnet se notează cu *x*. Se presupune că reluctanța întrefierului este mult mai mare decât reluctanța electromagnetului.

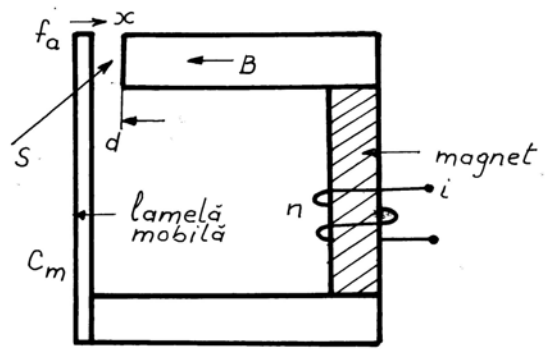

Figura 5-6. Schița de principiu a unui transductor cu câmp magnetic, de tip electromagnetic.

Pentru analiza funcționării transductorului electromagnetic, pornim de la expresia forței de atragere dintre cele două armături (cea mobilă și cea fixă)

$$f_a = \frac{B^2 S}{2\mu_0} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 S}, \quad [\mathrm{N}], \tag{5.37}$$

în care μ_0 este permeabilitatea magnetică a vidului iar $\Phi = B \cdot S$ este fluxul magnetic. Este cunoscut faptul că dacă reluctanța magnetică a pieselor polare ale electromagnetului este foarte mică, atunci fluxul se poate exprima astfel

$$\Phi = \mu_0 S \frac{n \cdot i_i}{d - x_i}, \quad [\mathrm{Wb}], \tag{5.38}$$

în care indicele *i* indică valoarea instantanee a (curentului) respectiv a deplasării electrodului mobil. Pentru motive de liniarizare, se realizează o polarizare, peste care se suprapune o parte variabilă, relativ mică, astfel că vom pune

$$\begin{gathered} i_i = I_0 + i, \quad x_i = x_0 + x, \quad d - x_0 = d_0, \quad d - x_i = d_0 - x, \\ \| i \| << I_0, \quad \| x \| << d_0. \end{gathered} \tag{5.39}$$

Reținem un fapt important: *transductorul electromagnetic funcționează în mod normal cu polarizare*, în varianta descrisă realizată printr-un magnet permanent. Transductorul electromagnetic face parte din clasa *transductoarelor cu armătură mobilă*, sau *cu electrod mobil*.

Notăm apoi cu Φ_0 fluxul de repaos, evaluat pentru $i = x = 0$, și obținem o formă sugestivă pentru forța de atragere

$$f_a = \frac{1}{2\mu_0 S}\Phi_0^2\left[1+\frac{i}{I_0}\right]^2\left[1-\frac{x}{d_0}\right]^{-2} . \tag{5.40}$$

Folosind inegalitățile cuprinse în (5.39), obținem reținând termenii de ordinul zero şi de ordinul întâi

$$\begin{aligned} f_a &\cong \frac{1}{2}\frac{\Phi_0^2}{\mu_0 S} + \frac{\Phi_0^2}{\mu_0 S}\frac{i}{I_0} + \frac{\Phi_0^2}{\mu_0 S}\frac{x}{d_0} = \\ &= f_{a0} + f_{ai} + f_{ax}, \end{aligned} \tag{5.41}$$

în care f_{a0} reprezintă componenta continuă a forței de atragere.

Componenta f_{ai} reprezintă forța proporțională cu curentul variabil, ceea ce indică faptul, în conformitate cu (5.15), că multiplicatorul lui i este tocmai factorul de cuplaj electromecanic. Rezultă expresia factorului de cuplaj

$$k_1 = \frac{n \cdot \Phi_0}{d_0} . \tag{5.42}$$

Pentru interpretarea celui de al treilea termen, observăm că *inductanța bobinei în prezența deflexiei statice* x_0, mărime notată cu L_0, are expresia

$$L_0 = \frac{n^2 \mu_0 S}{d_0}, \quad [\mathrm{H}] . \tag{5.43}$$

Cu notațiile introduse, cel de al treilea termen din (5.41) se poate scrie

$$f_{ax} = \frac{1}{C_m^-}x ,$$

în care C_m^- are dimensiunile unei elasticități. Semnul minus este pus pentru a preciza că în ecuațiile finale apare o elasticitate negativă. Mărimea introdusă se exprimă

$$\frac{1}{C_m^-} = \frac{k_1^2}{L_0} . \tag{5.44}$$

Am obținut în final

$$f_a = f_{a0} + k_1 i + \frac{1}{C_m^-}x .$$

Pentru evaluarea comportării în partea electrică, scriem legea lui Lenz şi o exprimăm folosind notațiile deja introduse

$$\begin{aligned} u_{ind} &= n\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi = n\Phi_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left\{\left[1+\frac{i}{I_0}\right]\cdot\left[1-\frac{x}{d_0}\right]^{-1}\right\} \cong \\ &\cong n\Phi_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[1+\frac{i}{I_0}+\frac{x}{d_0}\right], \end{aligned}$$

care devine în final

$$u_{ind} = L_0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + k_1 v \ .$$

Ecuația părții electrice se scrie astfel

$$u = R\,i + u_{ind} \ ,$$

în care u este tensiunea aplicată.

În ceea ce priveşte partea mecanică, notăm cu f forța exterioară (variabilă), ținem seama că deplasarea totală este suma dintre deplasarea statică şi cea variabilă, includem efectele specifice unui sistem mecanic elementar şi deci putem scrie

$$M\,\ddot{x} + R_m \dot{x} + \frac{1}{C_m}(x_0 + x) = f_a + f \ .$$

Folosind expresiile mai înainte deduse, obținem

- ecuațiile în regim variabil

$$\begin{aligned} &R\,i + L_0 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + k_1 v = u \ , \\ &-k_1 i + M\,\ddot{x} + R_m \dot{x} + \left(\frac{1}{C_m} - \frac{1}{C_m^-} \right) x = f \ ; \end{aligned} \tag{5.45}$$

- ecuația pentru deflexia statică

$$f_{a0} = \frac{1}{C_m} x_0 \ . \tag{5.46}$$

Este clar că pentru asigurarea stabilitătii este necesar ca rigiditatea globală trebuie să fie pozitivă, adică trebuie să aibă loc inegalitatea

$$\frac{1}{C_m} > \frac{1}{C_m^-} \quad \rightarrow \quad C_m^- > C_m \ . \tag{5.47}$$

5-6. CONVERSIA ELECTROSTATICĂ

Conversia electrostatică se bazeaza pe forță de atragere care se exercită între două armături metalice între care există un câmp electric E. Ca şi în cazul transductorului electromagnetic, transductorul electrostatic funcționează *polarizat.* Câmpul electric de polarizare se realizează prin aplicarea unei tensiuni de polarizare între cele două armături care se găsesc, în absența oricărui câmp electric, la distanța d. Secțiunea transversală a structurii este dată în figura 5-7.

Pentru analiza funcționării transductorului electrostatic, pornim de la expresia forței de atragere dintre cele două armături

$$f_a = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S \left[\frac{u_i}{d - x_i} \right]^2 0 \ , \tag{5.48}$$

în care indicele i indică valoarea instantanee a tensiuni, respectiv a deplasării iar ε_0 este permitivitatea vidului. Ca şi în cazul transductorului electromagnetic, în vederea linearizării se realizează o polarizare peste care se suprapune o parte variabilă, relativ mică, astfel că vom pune

$$u_i = U_0 + u, \quad x_i = x_0 + x, \quad d - x_0 = d_0, \quad d - x_i = d_0 - x,$$
$$\| u \| << U_0, \quad \| x \| << x_0. \tag{5.49}$$

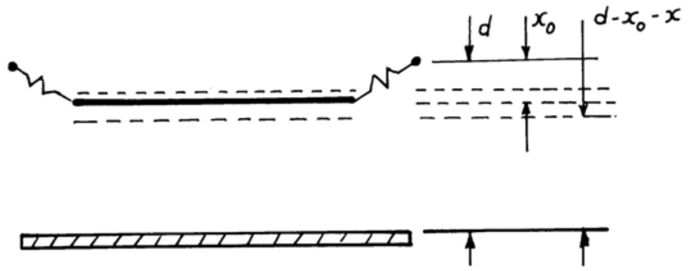

Figura 5-7.Schiţa de principiu a unui transductor cu câmp electric, de tip electrostatic.

Scriem apoi forţa de atragere într-un formă similară cu cea din (5.40)

$$f_a = \frac{1}{2}\varepsilon_0 S \frac{U_0^2}{d_0^2}\left[1 + \frac{u}{U_0}\right]^2 \left[1 - \frac{x}{d_0}\right]^{-2}. \tag{5.50}$$

Folosind inegalităţile cuprinse în (5.49), obţinem reţinând termenii de ordinul zero şi de ordinul întâi

$$f_a \cong \frac{1}{2}\varepsilon_0 S \frac{U_0^2}{d_0^2} + \varepsilon_0 S \frac{U_0^2}{d_0^2}\frac{u}{U_0} + \frac{1}{2}\varepsilon_0 S \frac{U_0^2}{d_0^2}\frac{x}{d_0} =$$
$$= f_{a0} + f_{au} + f_{ax}, \tag{5.51}$$

în care f_{a0} reprezintă componenta continuă a forţei de atragere.

Componenta f_{au} reprezintă forţa proporţională cu tensiunea variabilă, ceea ce indică faptul, în conformitate cu (5.24), că multiplicatorul lui u este tocmai factorul de cuplaj electromecanic. Rezultă expresia factorului de cuplaj

$$k_2 = \varepsilon_0 S \frac{U_0}{d_0^2}. \tag{5.52}$$

Introducem apoi două mărimi utile

- *capacitatea în prezenţa deflexiei statice*

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_0}, \quad [\mathrm{F}]; \tag{5.53}$$

- *câmpul electric de polarizare*

$$E_0 = \frac{U_0}{d_0}, \quad [\mathrm{V/m}] \ . \tag{5.54}$$

Cu notațiile introduse, cel de al treilea termen din (5.51) se poate scrie

$$f_{a3} = \frac{1}{C_m^-} x \ ,$$

în care C_m^- are dimensiunile unei elasticități. Ca și în cazul transductorul electromagnetic, mărimea apare în ecuațiile finale ca o capacitate negativă. Mărimea introdusă se exprimă

$$\frac{1}{C_m^-} = \frac{k_2^2}{C_0} \ . \tag{5.55}$$

Am obținut în final

$$f_a = f_{a0} + k_2 u + \frac{1}{C_m^-} x \,.$$

Pentru evaluarea comportări în partea electrică, scriem că variația în domeniul timp a sarcinii instantanee generează curentul indus, conform cu

$$i_{ind} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[C_i u_i\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\varepsilon_0 S U_0}{d_0}\left(1 - \frac{u}{U_0}\right)\left(1 - \frac{x}{d_0}\right)^{-1}\right] .$$

Dezvoltând în serie, în conformitate cu inegalitățile acceptate, obținem

$$i_{ind} = k_2 u + C_0 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \ .$$

Ecuația părți electrice se scrie astfel

$$i = Gu + i_{ind} \ ,$$

în care i este curentul imprimat.

În ceea ce privește partea mecanică, notăm cu f forța exterioară, ținem seama (ca și în cazul transductorului electromecanic) că deplasarea toatală este suma dintre deplasarea statică și cea variabilă, includem efecte specifice unui sistem mecanic elementar și deci putem scrie

$$M\,\ddot{x} + R_m \dot{x} + \frac{1}{C_m}(x_0 + x) = f_a + f \ .$$

Folosind expresiile mai înainte deduse, obținem

- ecuațiile în regim variabil

$$\begin{aligned} &G\,u + C_0 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + k_2 v = i, \\ &-k_2 u + M\,\ddot{x} + R_m \dot{x} + \left(\frac{1}{C_m} - \frac{1}{C_m^-}\right) x = f \,; \end{aligned} \tag{5.56}$$

- ecuația pentru deflexia statică

$$f_{a0} = \frac{1}{C_m} x_0 \,. \tag{5.57}$$

Stabilitatea este asigurată printr-o inegalitatea similară cu (5.47), cu deosebirea că elasticitatea negativă are expresia dată de (5.55).