

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ Χ. ΣΠΥΡΙΔΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ,
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
 ΤΜΗΜΑ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
 ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
 ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
 ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΠΟΛΗ ΖΩΓΡΑΦΟΥ Τ.Κ. 157 84
 e-mail: hspyridis@music.uoa.gr
 ☎ 210 - 72.77.832

Δόμηση Χρωών: Άλλο Θεωρία και άλλο πράξη

Κυρίες και κύριοι Σύεδροι, στην Τετραβίβλο του Γεωργίου Παχυμέρη και συγκεκριμένα στο κεφάλαιο Ε' μπορεί να διαβάσει κανείς για τα γένη των τετραχόρδων και τις χρώδες αυτών τα εξής:

Γένος ἔστι ποιά τετάρων φθόγγων, ταῦτὸν δ' εἰπεῖν τετραχόρδου διαίρεσις κατὰ διάφορον ἰδέαν ἥθους.

[Γένος εἶναι κάποια διαίρεση τεσσάρων φθόγγων, δηλαδή αυτού που λέμε τετραχόρδο, κατά διαφορετική έκφραση του ήθους.]¹

Γένη δὲ μελωδίας τρία, ἄρμονία, χρῶμα, διάτονον.

[Τα γένη της μελωδίας είναι τρία, το εναρμόνιο, το χρωματικό και το διατονικό.]

Ἄρμονία μὲν οὖν τὸ τοῖς μικροτάτοις² πλεονάσαν διαστήμασιν ἀπὸ τοῦ συνηρμόσθαι...

[Εναρμόνιο μὲν λοιπόν, εἶναι τὸ γένος στο οποίο πλεονάζουν τα ελάχιστα διαστήματα κατά την σύνδεση...]

Διάτονον δὲ τὸ τοῖς τόνοις, ἥτοι τοῖς μείζοσι διαστήμασι, πλεονάζον, ἐπειδὴ σφοδρότερον ἢ φωνὴ κατ' αὐτὸ διατείνεται.

[Διατονικό δε, εἶναι εκείνο στο οποίο πλεονάζουν οι τόνοι, δηλαδή τα μεγαλύτερα διαστήματα, επειδή κατ' αὐτὸ η φωνή υψώνεται πάρα πολύ.]

Χρῶμα δὲ τὸ δι' ἡμιτονίων διὰ τὸ μέσον ἀμφοῖν θεωρεῖσθαι, ἀπὸ μεταφορᾶς τοῦ φαιοῦ χρώματος τοῦ μέσου λευκοῦ καὶ μέλανος.

[Χρωματικό δε εἶναι τὸ γένος που περιέχει ημιτόνια και βρίσκεται στο μέσον των δύο προηγούμενων, ὅπως μεταφορικά το φαιὸ χρώμα εἶναι τὸ μέσον μεταξύ λευκοῦ και μαύρου.]

Γίνονται δὲ αἱ τῶν γενῶν διαφοραὶ παρὰ τοὺς κινουμένους φθόγγους, δηλαδὴ τοὺς μέσους τοῦ τετραχόρδου, οἱ γὰρ ἄκροι ἔστώτες εἰσί.

[Οι δε διαφορές των γενῶν γίνονται ἀπὸ τους κινούμενους φθόγγους, δηλαδή τους μέσους του τετραχόρδου, διότι οι ἄκροι εἶναι εστώτες.]

¹ Η μετάφραση ἔχει ληφθεῖ ἀπὸ τη Διδακτορική διατριβή με θέμα «*Η αρμονική τάξη κατὰ τον σοφώτατο πρωτόκδικο και δικαιοφύλακα Γεώργιο Παχυμέρη*» της Μαρίας Χ. Παπαδοπούλου, Μαθηματικού, Μουσικολόγου και υπονηρίου διδάκτορος του Τμήματος Μουσικῶν Σπουδῶν του Πανεπιστημίου Αθηνῶν με επιβλέποντα τον Καθηγητὴ Χ. Χ. Σπυρίδη.

² Επειδὴ η δομὴ του εναρμονίου τετραχόρδου εἶναι δίτονο, 1/4 του τόνου (δίεση), 1/4 του τόνου (δίεση), πλεονάζουν τα μικρότερα δυνατὰ μουσικὰ διαστήματα.

Χρόα δέ ἐστι γένους εἰδικὴ διαίρεσις.
[Χρόα δε εἶναι εἰδική διαίρεση του γένους.]

Χρόαι δὲ αἰ ρηταὶ καὶ γνώριμοι, κατὰ Πτολεμαῖον, ὀκτώ, ἁρμονίας μία, χρώματος δύο, διατόνου πέντε.

[Οἱ χροές δε οἱ ρητές καὶ γνωστές εἶναι, σύμφωνα με τον Πτολεμαῖο, οκτώ. Της ἁρμονίας εἶναι μία, του χρωματικού εἶναι δύο, του διατονικού πέντε.]

Ἡ μὲν οὖν τῆς ἁρμονίας χρόα τῇ αὐτῇ τοῦ γένους διαίρεσει καὶ αὐτὴ κέχρηται, μονοειδῆς γάρ. Μελωδεῖται δὲ ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπιτέταρτον³ καὶ ἐπιεικοστό-
τριτον καὶ ἐπιτεσσαρακοστόπεμπτον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Ἡ μὲν λοιπὸν χρόα της ἁρμονίας χρησιμοποιεῖ καὶ αὐτὴ τὴν ἴδια διαίρεση του γένους, διότι εἶναι ἐνὸς εἶδους (μονοειδῆς). Μελωδεῖται δε κατεβαίνοντας μὲν πρὸς τὸ βαρὺ κατὰ ἐπιτέταρτο (5/4) καὶ ἐπιεικοστότριτο (24/23) καὶ ἐπιτεσσαρακοστόπεμπτο (46/45) λόγο, ανεβαίνοντας δε πρὸς τὸ ὀξύ ἀντιστρόφως...]

Τῶν χρωματικῶν δὲ διαίρεσεων βαρυτέρα μὲν ἐστὶν ἡ τοῦ Μαλακοῦ χρώματος χρόα, ἢ μελωδεῖται ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπίπεμπτον καὶ ἐπιτεσσαρεσκαιδέκατον καὶ ἐπιεικοσθέβδομον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Τῶν χρωματικῶν δε διαίρεσεων, βαρύτερη μὲν εἶναι ἡ χρόα του μαλακοῦ χρώματος, ἡ οποία μελωδεῖται κατεβαίνοντας μὲν πρὸς τὸ βαρὺ κατὰ ἐπίπεμπτο (6/5) καὶ ἐπιτεσσαρεσκαιδέκατο (15/14) καὶ ἐπιεικοσθέβδομο λόγο (28/27), ανεβαίνοντας δε πρὸς τὸ ὀξύ, ἀντιστρόφως...]

Ὄξυτέρα δὲ ἡ τοῦ Συντόνου, ἢ μελωδεῖται ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπίεκτον καὶ ἐπιενδέκατον καὶ ἐπιεικοστόπρωτον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Ὄξυτερη δε εἶναι του συντόνου, ἡ οποία καὶ μελωδεῖται κατεβαίνοντας μὲν πρὸς τὸ βαρὺ κατὰ ἐπίεκτο (7/6), ἐπιενδέκατο (12/11) καὶ ἐπιεικοστόπρωτο (22/21) λόγο, ανεβαίνοντας δε πρὸς τὸ ὀξύ, ἀντιστρόφως...]

Τῶν δὲ διατονικῶν διαίρεσεων, ἡ μὲν τοῦ Μαλακοῦ διατόνου χρόα μελωδεῖται, ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπιέβδομον καὶ ἐπέννατον καὶ ἐπιεικοστόν λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Τῶν δε διατονικῶν διαίρεσεων, ἡ μὲν χρόα του μαλακοῦ διατόνου μελωδεῖται, κατεβαίνοντας μὲν πρὸς τὸ βαρὺ κατὰ ἐφέβδομο (8/7) καὶ ἐπέννατο (10/9) καὶ ἐπιεικοστό λόγο (21/20), ανεβαίνοντας δε πρὸς τὸ ὀξύ, ἀντιστρόφως...]

Ἡ δὲ τοῦ Μαλακοῦ ἐντόνου χρόα μελωδεῖται ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπόγδοον καὶ ἐπιέβδομον καὶ ἐπιεικοσθέβδομον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Ἡ δε χρόα του μαλακοῦ ἐντόνου μελωδεῖται κατεβαίνοντας μὲν πρὸς τὸ βαρὺ κατὰ ἐπόγδοο (9/8) καὶ ἐφέβδομο (8/7) καὶ ἐπιεικοσθέβδομο λόγο (28/27), ανεβαίνοντας δε πρὸς τὸ ὀξύ, ἀντιστρόφως...]

Ἡ δὲ τοῦ Συντόνου⁴ διατόνου χρόα μελωδεῖται, ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπέννατον καὶ ἐπόγδοον καὶ ἐπιπεντεκαδέκατον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Ἡ δε χρόα του συντόνου διατόνου μελωδεῖται, κατεβαίνοντας μὲν πρὸς τὸ βαρὺ, κατὰ ἐπέννατο (10/9) καὶ ἐπόγδοο (9/8) καὶ ἐπιπεντεκαδέκατο λόγο (16/15), ανεβαίνοντας δε πρὸς τὸ ὀξύ, ἀντιστρόφως...]

³ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης., 2001, *Φάκελος με θέματα Μουσικῆς Ακουστικῆς*, Εκδόσεις Υπηρεσίας Πανεπιστημιακῶν Συγγραμμάτων Ἐθνικοῦ καὶ Καποδιστριακοῦ Πανεπιστημίου Αθηνῶν, Αθήνα, σελ. 367.

⁴ Ὁ ὅρος «σύντονος» υπονοεῖ δομὴ τετραχόρδου εἰς τὴν οποία ο ἠγούμενος ὅρος 10/9 (με φορά ἀπὸ τον ὀξύτερο πρὸς τον χαμηλότερο φθόγγο) εἶναι μικρότερος του μέσου 9/8.

Ἡ δὲ τοῦ Διατόνου ὁμαλοῦ χροὰ μελωδεῖται, ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπέννατον καὶ ἐπιδέκατον καὶ ἐπιενδέκατον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Ἡ δε χροὰ του διατόνου ομαλοῦ μελωδεῖται, κατεβαίνοντας μεν προς το βαρὺ κατὰ ἐπέννατο (10/9) και ἐπιδέκατο (11/10) και ἐπιενδέκατο λόγο (12/11), ανεβαίνοντας δε προς το οξύ, ἀντίστροφα...]

Ἡ δὲ τοῦ διτονιαίου χροὰ μελωδεῖται ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ κατὰ ἐπόγδοον, ἐπόγδοον καὶ ἡμιτονιαῖον λόγον, ἐπὶ δὲ τὸ ὀξύ, ἐναντίως...

[Ἡ δε χροὰ του διτονιαίου μελωδεῖται κατεβαίνοντας μεν προς το βαρὺ κατὰ ἐπόγδοο (9/8), ἐπόγδοο (9/8) και ἡμιτονιαῖο λόγο (256/243), ανεβαίνοντας δε προς το οξύ, ἀντιστρόφως...]

Αὗται αἱ ῥηταὶ χροαὶ καὶ γνώριμοι, τῆς μὲν ἁρμονίας μία, ἁρμονία λεγομένη τῶν χρωματικῶν δύο, βαρύτερα μὲν ἢ τοῦ μαλακοῦ, ὀξύτερα δὲ ἢ τοῦ συντόνου, τῶν δὲ διατονικῶν πέντε, Μαλακὸν διάτονον, Μαλακὸν ἔντονον, Σύντονον διάτονον, Διάτονον ὁμαλὸν καὶ Διτονιαῖον.

[Αυτές είναι οι χροές για τις οποίες ἔγινε λόγος και είναι γνωστές. Του μεν εναρμονίου είναι μία η χροὰ, που λέγεται ἁρμονία. Των χρωματικῶν είναι δύο, βαρύτερη μεν είναι η του μαλακοῦ, οξύτερη δε η του συντόνου. Των δε διατονικῶν είναι πέντε, το μαλακὸ διάτονο, το μαλακὸ ἔντονο, το σύντονο διάτονο, το διάτονο ομαλὸ και το διτονιαῖο.]

Δόμηση των Χροῶν των τριῶν Γενῶν με βάση τα Μαθηματικά

Ἡ παρούσα μελέτη των χροῶν εἰς τα τρία γένη εἶναι εντελῶς πρωτότυπη, βασίζεται στα Μαθηματικά των μουσικῶν διαστημάτων και υλοποιήθηκε με κατάλληλο λογισμικὸ σε Ηλεκτρονικὸ Υπολογιστὴ, που συνέγραψα ἐπὶ τούτοις, βασιζόμενος στην Πτολεμαϊκὴ ρήση Χροὰ δὲ ἐστὶ γένους εἰδικὴ διαίρεσις. Σκοπὸς της μελέτης ἦταν ἡ εὔρεση του θεωρητικῶς πλήθους των χροῶν των τριῶν γενῶν και ἡ συσχέτισή του με το πλήθος των χροῶν -κατὰ τον Κλαύδιον Πτολεμαῖον- που μας παραδίδει στην Τετράβιβλό του ο Παχυμέρης.

Ἡ μελέτη με τον ηλεκτρονικὸ υπολογιστὴ οδηγεῖ σε υπερτριπλάσιο πλήθος χροῶν ἀπὸ αὐτὸ που ο Κλαύδιος Πτολεμαῖος παρήγαγε, ὅπως μας μνημονεύει ο Παχυμέρης⁵ και τούτο λόγω μιας -εἰς πρώτης ὄψεως- αυθαίρετου Πτολεμαϊκῆς παραδοχῆς, την οποία αναφέρει ἐπίσης ο Παχυμέρης⁶, ὅτι δηλαδή ἀπὸ τα δύο μικρότερα διαστήματα του τετραχόρδου το ἓνα θα πρέπει να εἶναι σχεδὸν διπλάσιον του ἄλλου.

Πίστευα ὅτι ἡ παραδοχὴ αὐτὴ ἐγένετο μόνον και μόνον για να ευρεθῶν κάποιες λύσεις σε μια απλουστευμένη μορφή του ὄντως ἐξαιρετικὰ δυσκόλου προβλήματος της τριχοτομήσεως του επιτρίτου με επιμορίους λόγους και το πρόβλημα καθίσταται ἀκόμη δυσκολότερον, εἰς ἐπιχειρήσωμε να χρησιμοποιήσωμε ἓναν ἢ δύο λόγους ἐπιμερεῖς.

Σκέφθηκα ὅτι με την αυθαίρετη αὐτὴ παραδοχὴ, πιθανῶς για πρακτικὸς λόγους της μουσικῆς ἐκτελέσεως, ο Κλαύδιος Πτολεμαῖος ἐπεχείρησε να καταστήσει σαφές το ακριβές μέγεθος των διαστημάτων της ἀσαφούς Πυθαγορείου Προτάσεως

«Αἱ παρυπάται καὶ αἱ τρίται οὐ διαιροῦσι τὸ πυκνὸν εἰς ἴσα»,

[Οἱ παρυπάτες και οἱ τρίτες δεν διαιροῦν το πυκνὸν σε ἴσα διαστήματα],

⁵ Τετράβιβλος, Κεφάλαιο Ε΄.

⁶ Τετράβιβλος, Κεφάλαιο Η΄, στίχος 63 [καὶ ἔστιν ὁ ἐλάττων πρὸς τὸν μείζονα ἔγγιστα ὑποδιπλάσιος].

την οποίαν αναφέρει ο Ευκλείδης ως 18^η Πρόταση στην πραγματεία του «Κατατομή Κανόνος»⁷.

Η διερεύνηση του όλου προβλήματος οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η θεωρία καταλήγει σε ένα πολυπληθές σύνολο λύσεων, που τα μέλη κάποιων υποσυνόλων του ακουστικά συμπίπτουν, λόγω της «μόλις διακρισίμης διαφοράς των ήχων»⁸. Πρόκειται για τη διακριτική ικανότητα του ακουστικού μας οργάνου, του αυτιού μας, που όταν η διαφορά των συχνοτήτων δύο ήχων είναι κάτω από κάποια τιμή, τότε το μουσικό τους διάστημα δεν γίνεται ακουστικά διακριτό.

Έτσι, λοιπόν, η μοναδική χροά στο εναρμόνιο γένος, η αρμονία, που μνημονεύει ο Παχυμέρης έχει προβληματική δομή από ακουστικής πλευράς. Πράγματι ο «έπιτεσσαρακοστόπεμπτος» λόγος εκφράζει μουσικό διάστημα 2,2830 ηχομορίων⁹, το οποίο ούτε μπορεί να μελωδηθεί, ούτε να γίνει ακουστό. Σύμφωνα με τη Μουσική Ακουστική το μικρότερο σε μέγεθος μουσικό διάστημα, το οποίο μπορεί να μελωδηθεί και ακουστικώς να διακριθεί είναι τα 3 ηχομόρια, δηλαδή μια τεταρτημόριος δίεση κατά τον Αριστόξενο. Αυτή η χροά πρέπει να απορριφθεί.

Στο γενικευμένο πρόβλημα των Χροών με επιμορίους λόγους μπορούν να δομηθούν ακόμη τρεις χροές του εναρμονίου γένους. Εξ αυτών η πρώτη, η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 1^η, εμφανίζει διάστημα μεγέθους 2,6299 ηχομορίων. Και αυτή η χροά για τους ίδιους λόγους απορρίπτεται.

Η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 2^η, έχει πυκνόν διαιρούμενο από την παρυπάτη (ή την τρίτη) σε δύο διαστήματα με μεγέθη 3,7777 και 2,9262 ηχομόρια, αντίστοιχα. Αμφότερα μελωδούνται και γίνονται αντιληπτά ακουστικώς. Επίσης αυτή η χροά ικανοποιεί και την προαναφερθείσα Πυθαγόρειο απαίτηση, ότι δηλαδή Αί παρυπάται και αί τρίται οὐ διαιροῦσι τὸ πυκνόν εἰς ἴσα.

Άρα η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 2^η είναι αποδεκτή.

Η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 3^η, έχει πυκνόν διαιρούμενο από την παρυπάτη (ή την τρίτη) σε δύο περίπου ισομεγέθη διαστήματα με μεγέθη 3,4060 και 3,2979 ηχομόρια, αντιστοίχως. Αμφότερα μελωδούνται και γίνονται αντιληπτά ακουστικώς. Άρα και η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 3^η είναι αποδεκτή και μάλιστα, ύστερα από στρογγυλοποίηση των αριθμών στο ακέραιο μέρος, μπορεί να εκληφθεί ως ο Αριστοξένειος μετασχηματισμός της Σπυρίδειου 2ας χροάς, αφού ο Αριστόξενος διαιρεί το πυκνόν σε δύο ίσα διαστήματα, που το καθένα είναι ίσο με μία τεταρτημόριο δίεση. Στην πράξη, όμως, οι δύο αυτές χροές, επειδή τα διαστήματα του πυκνού τους διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα, συμπίπτουν.

Συμπερασματικά λέμε (βλέπε Πίνακα Ι) ότι εκ των τεσσάρων δυνατών να δομηθούν με επιμορίους λόγους χροών της Αρμονίας ΔΥΟ είναι θεωρητικώς αποδεκτές, η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 3^η και η Αρμονίας Σπυρίδειος Χροά 4^η, οι οποίες, όμως, πρακτικώς συμπίπτουν. Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η αυθαίρετη παραδοχή του Κλαυδίου λειτουργεί σωστά ως ηθμός και, όσον αφορά στην Αρμονία, οδηγεί πρακτικά σε μία χροά, ασχέτως

⁷ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης., 1998, ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ: Κατατομή Κανόνος, Εκδόσεις Γεωργιάδης, Αθήνα, σελ. 46.

⁸ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης., 1990, *Μουσική Ακουστική*, Εκδόσεις Υπηρεσίας Δημοσιευμάτων του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη, σελ. 138.

⁹ Ηχομόριον καλείται το μέγεθος του ενός από τα 72 ισομεγέθη μουσικά διαστήματα στα οποία χωρίζεται το διαπασών στη Βυζαντινή Μουσική.

του εάν αυτή δεν είναι η προτεινόμενη από τον Κλαύδιο Πτολεμαίο, δικαιώνοντας κατά κάποιον τρόπο και τον Κλαύδιο Πτολεμαίο και τον Παχυμέρη.

Θεωρητικώς στο χρωματικό γένος δομούνται 13 χρώες. Εξ αυτών των 13 χρωών οι 7 χρώες δομούνται αμιγώς από επιμόριες σχέσεις, οι δε 6 χρώες δομούνται από δύο επιμόριες σχέσεις και μία επιμερή.

Συγκεκριμένα:

1. Στη μία Πτολεμαϊκή χρώα του μαλακού χρώματος προστίθενται και πέντε Σπυρίδειες χρώες του μαλακού χρώματος. Εξ αυτών των χρωών οι 3 χρώες δομούνται αμιγώς από επιμόριες σχέσεις και οι 2 χρώες δομούνται από δύο επιμόριες σχέσεις και μία επιμερή.

Οι του μαλακού χρώματος Σπυρίδειες χρώες 1^η και 4^η απορρίπτονται, διότι εμπεριέχουν στο πυκνό τους διάστημα μεγέθους μικρότερου των τριών ηχομορίων, το οποίο ούτε μελωδεύεται, ούτε ακουστικώς διακρίνεται.

Η χρώα του μαλακού χρώματος και οι Σπυρίδειες χρώες 2^α, 3^η και 5^η, παρόλο που έχουν διαφορετικές διαστηματικές δομές, τα διαστήματα του πυκνού τους διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα. Με άλλα λόγια, ενώ θεωρητικώς είναι διαφορετικές δομές χρωών, πρακτικώς συμπίπτουν. Και σ' αυτήν την περίπτωση η αυθαίρετη παραδοχή του Πτολεμαίου λειτουργεί σωστά ως ηθμός και, όσον αφορά στο μαλακό χρώμα, δικαιώνει Κλαύδιο Πτολεμαίο και Παχυμέρη.

2. Στη μία Πτολεμαϊκή χρώα του συντόνου χρώματος προστίθενται και έξι Σπυρίδειες χρώες του συντόνου χρώματος. Εξ αυτών των θεωρητικών χρωών οι 2 χρώες δομούνται αμιγώς από επιμόριες σχέσεις και οι 4 χρώες από δύο επιμόριες σχέσεις και μία επιμερή.

Και οι έξι Σπυρίδειες χρώες του συντόνου χρώματος από την άποψη του μεγέθους των διαστημάτων τους γίνονται αποδεκτές. Όμως, οι χρώες των παρακάτω ομάδων:

- ✓ του συντόνου χρώματος με την Σπυρίδειο 2^α και με τη Σπυρίδειο 3^η
- ✓ Σπυρίδειος 1^η με την Σπυρίδειο 4^η, με την Σπυρίδειο 5^η και με την Σπυρίδειο 6^η

παρόλο που έχουν διαφορετικές διαστηματικές δομές, τα διαστήματα του πυκνού τους διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα και, συνεπώς, πρακτικώς συμπίπτουν.

Συμπερασματικά λέμε (βλέπε Πίνακα II) ότι στο χρωματικό γένος θεωρητικώς γίνονται αποδεκτές 4 χρώες του μαλακού χρώματος –μία Πτολεμαϊκή και τρεις Σπυρίδειες- και 7 χρώες του συντόνου χρώματος –μία Πτολεμαϊκή και έξι Σπυρίδειες-. Πρακτικώς, όμως, στο μαλακό χρώμα η αυθαίρετη παραδοχή του Πτολεμαίου λειτουργεί σωστά ως ηθμός και δεχόμεθα το άκουσμα μίας χρώας, ενώ στο σύντονο χρώμα τα πράγματα διαφοροποιούνται και δεχόμεθα το άκουσμα δύο χρωών.

Στο διατονικό γένος δομούνται 14 θεωρητικές χρώες. Εξ αυτών των 14 χρωών οι 5 χρώες δομούνται αμιγώς από επιμόριες σχέσεις. Εκ των υπολοίπων 9 χρωών τρεις χρώες δομούνται από μία επιμόριο σχέση και δύο επιμερείς και έξι χρώες δομούνται από δύο επιμόριες σχέσεις και μία επιμερή.

Συγκεκριμένα:

1. Στη μία Πτολεμαϊκή χρώα του μαλακού διατόνου προστίθενται και τέσσερις Σπυρίδειες χρώες του μαλακού διατόνου, όλες θεωρητικώς αποδεκτές, όσον αφορά στο μέγεθος των διαστημάτων τους. Εξ αυτών των χρωών η μία δομείται αμιγώς από επιμόριες σχέσεις, δύο χρώες δομούνται από δύο επιμόριες σχέσεις

και μία επιμερή και, τέλος, μία χρώα δομείται από μία επιμόρφο σχέση και δύο επιμερείς. Όμως, παρόλο που οι πέντε αυτές χρώες έχουν διαφορετικές διαστηματικές δομές, τα διαστήματα του πυκνού τους διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα. Με άλλα λόγια, ενώ θεωρητικώς είναι διαφορετικές δομές χροών, πρακτικώς συμπίπτουν. Και σ' αυτήν την περίπτωση η αυθαίρετη παραδοχή του Πτολεμαίου λειτουργεί σωστά ως ηθμός δίνοντάς μας έναν ακουστικό αντιπρόσωπο της χρώας του μαλακού διατόνου.

2. Στη μία Πτολεμαϊκή χρώα του μαλακού εντόνου διατόνου προστίθενται και δύο Σπυρίδεις χρώες του μαλακού εντόνου διατόνου, όλες αποδεικτές, όσον αφορά στο μέγεθος των διαστημάτων τους. Και οι 2 χρώες δομούνται από δύο επιμόρφοι σχέσεις και μία επιμερή. Επειδή και πάλι τα διαστήματα του πυκνού αυτών των τριών χροών διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα, παρόλο που θεωρητικώς είναι διαφορετικές δομές χροών, πρακτικώς συμπίπτουν. Και σ' αυτήν την περίπτωση η πράξη και όχι η θεωρία δικαιώνει τον Πτολεμαίο, όσον αφορά στην αυθαίρετη παραδοχή του.
3. Στη μία Πτολεμαϊκή χρώα του συντόνου διατόνου προστίθεται και μία Σπυρίδεις χρώα του συντόνου διατόνου, θεωρητικώς αποδεικτή, όσον αφορά στο μέγεθος των διαστημάτων της. Η χρώα αυτή δομείται από μία επιμόρφοι σχέση και δύο επιμερείς. Επειδή τα διαστήματα του πυκνού αυτών των δύο χροών διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα, παρόλο που θεωρητικώς είναι διαφορετικές δομές χροών, πρακτικώς συμπίπτουν. Και στην περίπτωση του συντόνου διατόνου η αυθαίρετη παραδοχή του Πτολεμαίου λειτουργεί σωστά ως ηθμός και δικαιώνει Κλαύδιο Πτολεμαίο και Παχυμέρη. Στη μία Πτολεμαϊκή χρώα του διατόνου ομαλού προστίθενται και δύο Σπυρίδεις χρώες του διατόνου ομαλού, αμφότερες θεωρητικώς αποδεικτές, όσον αφορά στο μέγεθος των διαστημάτων τους. Η μία εξ αυτών των θεωρητικών χροών δομείται από δύο επιμόρφοι σχέσεις και μία επιμερή και η άλλη δομείται από μία επιμόρφοι σχέση και δύο επιμερείς. Επειδή τα διαστήματα του πυκνού αυτών των τριών χροών διαφέρουν κατά μεγέθη μη ακουστικώς διαφοροποιούμενα, παρόλο που θεωρητικώς είναι διαφορετικές δομές χροών, πρακτικώς συμπίπτουν. Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η αυθαίρετη παραδοχή του Κλαυδίου λειτουργεί σωστά ως ηθμός και, όσον αφορά στο διάτονο ομαλό, δικαιώνει Κλαύδιο Πτολεμαίο και Παχυμέρη.
4. Μία και μοναδική χρώα, αυτή του Κλαυδίου Πτολεμαίου, έχει την κλασσική δομή του διατονικού τετραχόρδου, δηλαδή δομείται από δύο επογδόους τόνους και ένα λείμμα.

Συμπερασματικά λέμε (βλέπε Πίνακα III) ότι στο διατονικό γένος θεωρητικώς γίνονται αποδεικτές 5 χρώες του μαλακού διατόνου –μία Πτολεμαϊκή και τέσσερις Σπυρίδεις–, 3 χρώες του μαλακού εντόνου διατόνου –μία Πτολεμαϊκή και δύο Σπυρίδεις–, 2 χρώες του συντόνου διατόνου –μία Πτολεμαϊκή και μία Σπυρίδεις–, 3 χρώες του διατόνου ομαλού –μία Πτολεμαϊκή και δύο Σπυρίδεις– και, τέλος, 1 Πτολεμαϊκή διτονιαία χρώα, πρακτικώς, όμως, γίνονται ακουστά πέντε ακούσματα διατονικών χροών, αντιπροσωπευόμενα κάλλιστα από τα ισάριθμα Πτολεμαϊκά πρότυπα.

Κατόπιν όλων αυτών η Παχυμέρειος φράση:

«Χρόαι δὲ αἰ ρηταὶ καὶ γνῶριμοι (με τὴν ἔννοια τοῦ πρακτικῶς ἐκτελέσιμοι), κατὰ Πτολεμαῖον, ὀκτώ ($2^3 = 8$), ἁρμονίας μία, χρώματος δύο, διατόνου πέντε»

διατυπώνεται ως ακολούθως:

«Χρόαι θεωρητικώς δομητέαι κατά Σπυρίδην εἴκοσι καὶ ἑπτὰ ($3^3 = 27$), ἁρμονίας δύο, χρώματος ἔνδεκα, διατόνου τέτταραι καὶ δέκα ρηταὶ δὲ καὶ γνώριμοι, εννέα ($3^2 = 9$), ἁρμονίας μία, χρώματος τρεις, διατόνου πέντε».

Ο Παχυμέρης ρητὰ αναφέρει και το νόημα των λεγομένων του, ὕστερα ἀπὸ την παραπάνω διερεύνηση, γίνεται κατανοητὸ ὅσον ἀφορᾷ στον ἠθμὸ, τον ὁποῖον χρησιμοποίησε:

Πολλὰ μὲν καὶ διάφοροι αἱ διαιρέσεις τοῦ ἐπιτρίτου καὶ οἱ ἐπιμόριοι λόγοι διάφοροι πρὸς σύστασιν αὐτοῦ, μόνοι δὲ οἱ τοιοῦτοι ἐπιμόριοι πρὸς ἀλλήλους ποιούσι τὰς συμφωνίας τὰς ὀκτώ, ἅς καὶ χροῖας λέγουσιν, ὁ ἐπιτέταρτος, ὁ ἐπιπέμπτος, ὁ ἐπις^{ος}, ὁ ἐπιζ^{ος}, ὁ ἐπόγδοος, ὁ ἐπιέννατος, ὁ ἐπι^{ος}, ὁ ἐπιια^{ος}, ὁ ἐπιιδ^{ος}, ὁ ἐπιιε^{ος}, ὁ ἐπικ^{ος}, ὁ ἐπικα^{ος}, ὁ ἐπιεικοστότριτος, ὁ ἐπιεικοσθέβδομος καὶ ὁ ἐπιτεσσαρακοντόπεμπτος, ὁ δὲ τοῦ λείμματος λόγος, ἐπεὶ οὐκ ἐν λόγῳ ρητῶ θεωρεῖται, οὐ τούτοις τοῖς λόγοις τοῖς ιε συνείλεκται.

[Για τον λόγο αυτό πολλές και διάφορες εἶναι οἱ διαιρέσεις του ἐπιτρίτου και διάφοροι οἱ ἐπιμόριοι λόγοι για την σύστασή του. Μόνο δε, αὐτοὶ οἱ ἐπιμόριοι μεταξύ τους δημιουργοῦν τις ὀκτὼ συμφωνίες, τις ὁποῖες ονομάζουν και χροῖες: ὁ ἐπιτέταρτος, ὁ ἐπιπέμπτος, ὁ ἐπέκτος, ὁ ἐφέβδομος, ὁ ἐπόγδοος, ὁ ἐπέννατος, ὁ ἐπιδέκατος, ὁ ἐπιενδέκατος, ὁ ἐπιτεσσαραεκαδέκατος, ὁ ἐπιπεντεκαδέκατος, ὁ ἐπιεικοστός, ὁ ἐπιεικοστόπρωτος, ὁ ἐπιεικοστότριτος, ὁ ἐπιεικοσθέβδομος, ὁ ἐπιτεσσαρακοστόπεμπτος. Ο λόγος ὁμῶς του λείμματος, ἐπειδὴ δεν θεωρεῖται σε ρητὸ λόγο, δεν ἔχει συμπεριληφθεῖ στους παραπάνω δεκαπέντε λόγους.]

Προκειμένου να δομηθοῦν ὅλες οἱ 27 θεωρητικὲς χροῖες, πέραν των 15 ἐπιμοριῶν σχέσεων και της μιας ἐπιμερούς, που ρητὰ αναφέρει ὁ Παχυμέρης, συνεργοῦν ἄλλες 13 ἐπιμόριες σχέσεις καθὼς ἐπίσης και ἄλλες 13 ἐπιμερεῖς σχέσεις, ὅπως δείχνει ὁ Πίνακας IV.

Πίνακας IV: Παλαιές (με γκρι χρώμα) και Νέες (με λευκὸ χρώμα) Ἐπιμόριες και Ἐπιμερεῖς σχέσεις, που δομοῦν τις 27 Χροῖες των τριῶν Γενῶν

5/4	17/15	256/243
6/5	21/19	
7/6	23/21	
8/7	25/23	
9/8	27/25	
10/9	28/25	
11/10	29/27	
12/11	31/28	
13/12	32/29	
14/13	35/33	
15/14	38/35	
16/15	49/46	
19/18	52/49	
20/19		
21/20		

22/21		
24/23		
25/24		
26/25		
28/27		
29/28		
30/29		
31/30		
32/31		
35/34		
36/35		
40/39		
46/45		

Όλες αυτές οι θεωρητικές δομές των χροών, εκτελούμενες με κάθε συχνοτική ακρίβεια μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών στο Εργαστήριο, θα αποτελούσαν εξαιρετικό υλικό αφενός μεν για διάφορα Ψυχοακουστικά πειράματα, αφετέρου δε για την άσκηση των αυτιών των μουσικών.

Συσχέτιση με τις Χρόες της Βυζαντινής Μουσικής

Οι χρόες κατά τον αλγόριθμο του Χρυσάνθου του εκ Μαδύτων^{10,11}, Μητροπολίτου Προύσης (†1843) αποδεικνύεται Μαθηματικώς¹² ότι είναι εις πλήθος 2.186, ενώ ο Χρυσάνθος, λόγω μαθηματικών λαθών που διέπραξε, αριθμεί μόνον τις 740. Επειδή αυτές χρόες επενεργούν εφ' ολοκλήρου του διαπασών, δεν θα είπω τίποτα περισσότερο γι' αυτές.

Η χρόα του ζυγού¹³ ή της διπλής διέσεως ♂ δεικνύει ποιότητα χρωματική, τίθεται επί του φθόγγου Δι και επενεργεί και του πενταχόρδου Νη-Δι. Δια τούτο δεν ασχολήθηκα με αυτήν.

Η χρόα της σπάθης ή της υφροδιέσεως —Θ δεικνύει ποιότητα μάλλον εναρμονίου γένους, τίθεται συνήθως επί του φθόγγου Κε ή του Γα (περίπτωση σπανιωτάτη) και δεσπόζει ολοκλήρου του πενταχόρδου Γα-Νη ή Πα-Κε. Δια τούτο δεν ασχολήθηκα ούτε με αυτήν.

¹⁰ Χρυσάνθος, Αρχιεπίσκοπος Διραχίου εκ Μαδύτων, 1832, *Θεωρητικόν Μέγα της Μουσικής*, Michele Weis, Τεργέστη. (Κεφάλαια Η' και Θ').

¹¹ Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης., 1987, *Ψυχοακουστική & Μαθηματικά στη Βυζαντινή Μουσική*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

¹² Χαράλαμπος Χ. Σπυρίδης, «*Μαθηματική αντιμετώπιση του αλγορίθμου του Χρυσάνθου για τη δημιουργία των χροών της Βυζαντινής Μουσικής*», ανακοίνωση στο Α' Πανελλήνιο Συνέδριο Βυζαντινής Μουσικής με θέμα «*Η Βυζαντινή Μουσική και η Σύγχρονη Τεχνολογία*», Αμφιθέατρο Πολεμικού Μουσείου, Αθήνα, 17-18 Δεκεμβρίου 1993. Πρακτικά σελ. 85-106.

¹³ Παναγιωτοπούλου, Δ. Γ., 1982, *Θεωρία και Πράξις της Βυζαντινής Εκκλησιαστικής Μουσικής*, Έκδοσις Αδελφότητος Θεολόγων «Ο ΣΩΤΗΡ», Αθήνα.

Η χροά του κλιτού ή του ημιφθόρου ♩ δεικνύει ποιότητα εναρμόνιον (κατά τα Θεωρητικά), κανονικώς τίθεται επί του φθόγγου Δι και επενεργεί επί του τετραχόρδου Πα-Δι. Δια τούτο και ασχολήθηκα με αυτήν. Λαμβάνοντας τα μεγέθη των μουσικών διαστημάτων με στρογγυλοποίηση στο ακέραιο μέρος έχομεν το διάστημα Δι-Γα τριτημόριον μείζονος τόνου (4), το διάστημα Γα-Βου μείζονα τόνο (12) και το διάστημα Βου-Πα τριημιτόνιον (14). Και κατά την ανιούσα και κατά την κατιούσα φθορά του τετραχόρδου τα διαστήματα διατηρούν τα προαναφερθέντα μεγέθη τους.

Είναι δυνατόν η φθορά του κλιτού να τεθεί και επί άλλου φθόγγου. Εις την περίπτωσιν αυτήν ο εν λόγω φθόγγος εκλαμβάνεται ως φθόγγος Δι και με βάση τον υποτιθέμενον Δι τροποποιούνται αναλόγως και τα άλλα διαστήματα του τετραχόρδου.

Τη διαστηματική αυτή δομή ($4,2403 \cong 4$, $11,7719 \cong 12$, $13,8704 \cong 14$ με στρογγυλοποίηση στο ακέραιο μέρος) συναντούμε στη Σπυρίδειο 2^α χροά ή χροά του Μαλακού Εντόνου Διατόνου.

Πίνακας Ι: Χρόες του εναρμόνιου γένους

α/α	ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΙΚΗ ΔΟΜΗ ΧΡΟΩΝ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΧΡΟΩΝ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΧΡΟΩΝ
1	$(5/4) \times (24/23) \times (46/45)$	$23.1788 + 4.4208 + 2.2830$	ΑΡΜΟΝΙΑΣ ΧΡΟΑ
2	$(5/4) \times (26/25) \times (40/39)$	$23.1788 + 4.0740 + 2.6299$	ΑΡΜΟΝΙΑΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 1η
3	$(5/4) \times (28/27) \times (36/35)$	$23.1788 + 3.7777 + 2.9262$	ΑΡΜΟΝΙΑΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 2α
4	$(5/4) \times (31/30) \times (32/31)$	$23.1788 + 3.4060 + 3.2979$	ΑΡΜΟΝΙΑΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 3η

Πίνακας II: Χρόες του χρωματικού γένους.

α/α	ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΙΚΗ ΔΟΜΗ ΧΡΩΩΝ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΧΡΩΩΝ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΧΡΩΩΝ
1	(6/5) x (15/14) x (28/2)	18.9385 + 7.1666 + 3.7777	ΜΑΛΑΚΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ
2	(6/5) x (13/12) x (40/3)	18.9385 + 8.3144 + 2.6299	ΜΑΛΑΚΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 1η
3	(6/5) x (16/15) x (25/2)	18.9385 + 6.7039 + 4.2403	ΜΑΛΑΚΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 2α
4	(6/5) x (19/18) x (20/1)	18.9385 + 5.6162 + 5.3280	ΜΑΛΑΚΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 3η
5	(6/5) x <u>(25/23)</u> x (46/4)	18.9385 + 8.6612 + 2.2830	ΜΑΛΑΚΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 4η
6	(6/5) x <u>(29/27)</u> x (30/2)	18.9385 + 7.4227 + 3.5215	ΜΑΛΑΚΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 5η
7	(7/6) x (12/11) x (22/2)	16.0123 + 9.0382 + 4.8322	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ
8	(7/6) x (10/9) x (36/3)	16.0123 + 10.9442 + 2.9262	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 1η
9	(7/6) x (14/13) x <u>(52/4)</u>	16.0123 + 7.6979 + 6.1726	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 2α
10	(7/6) x (15/14) x (16/1)	16.0123 + 7.1666 + 6.7039	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 3η
11	(7/6) x <u>(23/21)</u> x (24/2)	16.0123 + 9.4496 + 4.4208	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 4η
12	(7/6) x <u>(31/28)</u> x (32/3)	16.0123 + 10.5726 + 3.2979	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 5η
13	(7/6) x <u>(32/29)</u> x (29/2)	16.0123 + 10.2254 + 3.6451	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΩΑ 6η

Πίνακας III: Χρόες του Διατονικού γένους.

α/α	ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΙΚΗ ΔΟΜΗ ΧΡΩΩΝ	ΜΕΓΕΘΟΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΧΡΩΩΝ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΧΡΩΩΝ
1	$(8/7) \times (10/9) \times (21/20)$	13.8704 + 10.9442 + 5.0680	ΜΑΛΑΚΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ
2	$(8/7) \times (11/10) \times (35/33)$	13.8704 + 9.9003 + 6.1120	ΜΑΛΑΚΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 1η
3	$(8/7) \times (13/12) \times (14/13)$	13.8704 + 8.3144 + 7.6979	ΜΑΛΑΚΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 2α
4	$(8/7) \times (21/19) \times (19/18)$	13.8704 + 10.3961 + 5.6162	ΜΑΛΑΚΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 3η
5	$(8/7) \times (23/21) \times (49/46)$	13.8704 + 9.4496 + 6.5626	ΜΑΛΑΚΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 4η
6	$(9/8) \times (8/7) \times (28/27)$	12.2346 + 13.8704 + 3.7777	ΜΑΛΑΚΟΥ ΕΝΤΟΝΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ
7	$(8/7) \times (17/15) \times (35/34)$	13.8704 + 13.0012 + 3.0111	ΜΑΛΑΚΟΥ ΕΝΤΟΝΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 1η
8	$(8/7) \times (28/25) \times (25/24)$	13.8704 + 11.7719 + 4.2403	ΜΑΛΑΚΟΥ ΕΝΤΟΝΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 2α
9	$(10/9) \times (9/8) \times (16/15)$	10.9442 + 12.2346 + 6.7039	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ
10	$(9/8) \times (32/29) \times (29/27)$	12.2346 + 10.2254 + 7.4227	ΣΥΝΤΟΝΟΥ ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 1η
11	$(10/9) \times (11/10) \times (12/11)$	10.9442 + 9.9003 + 9.0382	ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΟΜΑΛΟΥ
12	$(10/9) \times (10/9) \times (27/25)$	10.9442 + 10.9442 + 7.9943	ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΟΜΑΛΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 1η
13	$(10/9) \times (21/19) \times (38/35)$	10.9442 + 10.3961 + 8.5424	ΔΙΑΤΟΝΟΥ ΟΜΑΛΟΥ ΣΠΥΡΙΔΕΙΟΣ ΧΡΟΑ 2α
14	$(9/8) \times (9/8) \times (256/243)$	12.2346 + 12.2346 + 5.4135	ΔΙΤΟΝΙΑΙΟΥ